



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 136 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Луцкий А.Е., Пленкин А.В.

Численное моделирование
на адаптивных сетках
взаимодействия ударных
волн с пограничными
слоями

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Луцкий А.Е., Пленкин А.В. Численное моделирование на адаптивных сетках взаимодействия ударных волн с пограничными слоями // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 136. 15 с. doi:[10.20948/prepr-2016-136](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-136)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-136>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.Е.Луцкий, А.В.Плёткин

**Численное моделирование
на адаптивных сетках
взаимодействия ударных волн
с пограничными слоями**

Москва — 2016

Александр Евгеньевич Луцкий, Андрей Валерьевич Плёнкин

Численное моделирование на адаптивных сетках взаимодействия ударных волн с пограничными слоями

Исследования взаимодействий ударных волн с пограничными слоями активно ведутся во всем мире, начиная приблизительно с окончания Второй мировой войны. Несмотря на огромный объем полученных результатов, многие вопросы требуют дальнейших исследований и привлекают пристальное внимание ученых в РФ и за рубежом. В настоящее время эти исследования приобретают особую актуальность в связи с разработкой прямоточных реактивных двигателей для гиперзвуковых летательных аппаратов. Характерной особенностью рассматриваемых течений является наличие элементов, существенно различающихся по пространственным и временным масштабам. Для численного исследования таких течений весьма эффективным является подход с использованием локально адаптивных сеток.

Ключевые слова: ударная волна, отрыв пограничного слоя, адаптивные сетки

Lutsky Alexander Evgenievich, Plenkin Andrey Valer'evich

Numerical Simulation of shock waves interaction with boundary layers on adaptive grids

Studies of interactions of shock waves with boundary layers are actively undertaken around the world, starting from around the end of the Second World War. Despite the huge amount of results, many issues require further research and attract attention of scientists in Russia and abroad. Currently, these studies are of particular relevance in relation to the development of jet engines for hypersonic vehicles. A characteristic feature of these flows is the presence of elements which are significantly different in the spatial and temporal scales. For numerical studies of such flows an approach using locally adaptive grids is very effective.

Key words: shock wave, boundary layer separation, adaptive grids

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00566.

Оглавление

Введение	3
Алгоритмы численного моделирования	3
Численное исследование течения в модели воздухозаборника прямоточного воздушно-реактивного двигателя	7
Режим $\alpha=0^\circ$	8
Режим $\alpha=10^\circ$	11
Библиографический список.....	14

Введение

Взаимодействие ударной волны с пограничным слоем является часто встречающимся элементом течения в задачах транс- и сверхзвукового обтекания различных летательных аппаратов. Так, в работе [1] представлены «канонические» конфигурации таких взаимодействий – рис. 1. Для этих конфигураций имеются подробные экспериментальные и численные данные.

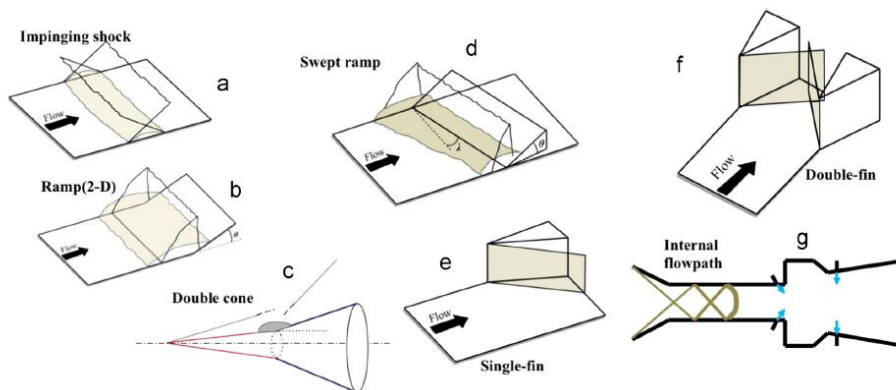


Рис. 1. «Канонические» конфигурации взаимодействия ударных волн с пограничными слоями

Исследования взаимодействий ударных волн с пограничными слоями активно ведутся во всем мире, начиная приблизительно с окончания Второй мировой войны. Несмотря на огромный объем полученных результатов [1-12], многие вопросы требуют дальнейших исследований и привлекают пристальное внимание ученых в РФ и за рубежом. В настоящее время эти исследования приобретают особую актуальность в связи с разработкой в РФ и за рубежом прямоточных реактивных двигателей (ПВРД) для гиперзвуковых летательных аппаратов [8].

Характерной особенностью рассматриваемых течений является наличие элементов, существенно различающихся по пространственным и временным масштабам. Для численного исследования таких течений весьма эффективным является подход с использованием локально адаптивных сеток [13-18].

Алгоритмы численного моделирования

Для интегрирования системы уравнений движения вязкого газа используется метод конечных объемов.

Пусть $\mathbf{Q} = (\rho, \rho U_x, \rho U_y, \rho E)^T$ – вектор консервативных переменных, а $\mathbf{F}_k = (\rho U_k, \rho U_k U_x + p \delta_k, \rho U_k U_y + p \delta_k, \rho U_k H)^T$, $k = x, y$ – векторы конвективных потоков по направлениям.

Компоненты потоков вдоль граней ячеек сетки, соответствующие идеальному газу, насчитываются методом Годунова [19]. Обозначим за \mathbf{Q}_L и \mathbf{Q}_R значения вектора \mathbf{Q} слева и справа от грани ячейки соответственно. Аналогично, величины \mathbf{F}_L и \mathbf{F}_R будут значениями вектора потока \mathbf{F} слева и справа от грани соответственно. Тогда $\mathbf{A}_L = \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_L$, $\mathbf{A}_R = \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_R$ – значения матриц Якоби слева и справа от грани соответственно. За $\lambda_{\max}(\mathbf{A}_L)$, $\lambda_{\min}(\mathbf{A}_L)$, $\lambda_{\max}(\mathbf{A}_R)$, $\lambda_{\min}(\mathbf{A}_R)$, соответственно, обозначим максимальное и минимальное собственные значения матриц \mathbf{A}_L и \mathbf{A}_R . Тогда формулы вычисления искомого потока \mathbf{F}_i^0 через грань слева направо для каждого метода будут выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{F}_i^0 = \mathbf{F}(\mathbf{Q}_i^*),$$

где \mathbf{Q}_i^* – точное решение задачи Римана. Для двучленного УРС, и как его частного случая – УРС идеального газа, это решение подробно описано в [19].

Вязкие компоненты потоков вычисляются по модели Навье-Стокса:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)(2U_{xx} - U_{yy});$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_t)(U_{xy} + U_{yx});$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)(2U_{yy} - U_{xx}).$$

Предполагается, что расчет ведется в области Ω , где в каждый момент времени заданы две вложенные четырехугольные сетки H_1, H_2 . Сетка H_2 получена из сетки H_1 за счет разбиения ее ячеек на заданное число подъячеек. Под двухуровневой адаптивной сеткой подразумевается смешанная сетка, где часть ячеек сетки H_1 разбита на четыре (девять, шестнадцать и т.д.) ячейки из сетки H_2 , так что построенная сетка адаптирована к рассматриваемому решению. Можно выделить два подхода к адаптивному расчету на двухуровневых сетках: «измельчение грубой сетки» и «укрупнение мелкой сетки». Далее описываются этапы вычислений, выполняемые в каждом из подходов на одном шаге расчета по времени.

Измельчение грубой сетки:

1) данные с адаптивной неравномерной сетки переносятся на грубую сетку (например, осреднением);

- 2) к данным на грубой сетке применяется индикатор гладкости;
- 3) по данным индикатора строится новая адаптивная сетка, то есть там, где индикатор сигнализирует о нерегулярности, строится мелкая сетка, а в остальной области оставляется грубая сетка;
- 4) данные с существующей адаптивной сетки переносятся на новую сетку;
- 5) выполняется шаг расчета на новой адаптивной сетке.

Плюсы такого подхода заключаются в том, что перенесение данных с мелкой сетки – более простой и менее требовательный к качеству процесс, чем восполнение данных на мелкую сетку, и в том, что применение индикатора к данным на грубой сетке вычислительно менее затратно. Минусы же заключаются в том, что при анализе гладкости теряется часть информации с мелкой сетки.

Укрупнение мелкой сетки:

- 1) данные с адаптивной сетки переносятся на равномерную мелкую сетку (например, сносом);
- 2) к данным на мелкой сетке применяется индикатор гладкости;
- 3) строится новая адаптивная сетка. Если хотя бы в одной из четырех ячеек мелкой сетки, соответствующих одной ячейке грубой сетки, индикатор сообщает о наличии сингулярности, все четыре ячейки оставляются мелкими, а в противном случае они объединяются в одну ячейку грубой сетки;
- 4) данные с существующей адаптивной сетки переносятся на новую сетку;
- 5) выполняется шаг расчета на новой адаптированной сетке.

В данной работе для адаптивных расчетов используется подход «измельчение грубой сетки».

В качестве критерия адаптации используется индикатор гладкости на основе вейвлетов Добеши.

В качестве исходных данных используются результаты расчета полей плотности и давления, заданных в узлах или центрах ячеек расчетной сетки.

В случае, когда поля газодинамических величин заданы в ячейках равномерной декартовой сетки, полю можно поставить в соответствие матрицу.

В результате обработки матрицы каждому её элементу сопоставляется число, которое характеризует течение в окрестности узла (нет разрывов, сильный разрыв, слабый разрыв и т.д.).

Обработку данных можно условно разделить на четыре этапа:

- 1) обработка строк матриц с помощью вейвлетов и выделение

особенностей,

2) обработка столбцов матриц с помощью вейвлетов и выделение особенностей,

3) объединение результатов обработки строк и столбцов,

4) фильтрация артефактов и классификация особенностей.

На первом и втором этапах производится независимая обработка массивов, соответствующих строкам и столбцам матрицы. Обрабатываются только массивы, у которых число узлов N больше 6, это число определяется количеством ненулевых элементов в фильтрах вейвлетов, используемых при обработке. Вычисляются два преобразования $m(x)$ и $c(x)$:

$$m_k = \sum_n \eta_{n-2k} \sum_i \xi_{n-2i} x_i, \quad c_k = \sum_n \zeta_{n-2k} \sum_i \xi_{n-2i} x_i, \quad \text{для } 0 \leq k < N,$$

где x_i – элементы анализируемого массива, продолженные на границах из соображений косой симметрии, ξ_i и η_i – вещественная и мнимая компоненты низкочастотного фильтра симметричного комплексного вейвлета Добеши 6 (dcoms6), ζ_i – вещественный фильтр классического вейвлета Добеши 6 (daub). Цифра 6 обозначает, что фильтры имеют 6 ненулевых элементов. Указанные преобразования соответствуют двум детекторам, которые используются совместно для повышения точности локализации разрывов (основной детектор более точен и выдает меньше артефактов, а корректор помогает уточнить локализацию и избавиться от дополнительных артефактов за счет введения порога чувствительности). В каждом из четырех полученных массивов выделяются два типа элементов:

1) ‘нули’ – если значения двух соседних элементов массива имеют разный знак или только одно из значений нулевое, то выделяется элемент с минимальным по модулю значением. Два первых и два последних элемента не выделяются;

2) ‘локальные экстремумы модуля’ – элемент выделяется, если модуль значения поля в нем больше заданного порога чувствительности α , он не меньше модулей значений четырех его левых и правых соседей и строго больше модуля значения хотя бы одного из ближайших соседей. Три первых и три последних узла не выделяются.

Из множества нулей исключаются точки, соответствующие осцилляциям. Считается, что точка соответствует осцилляциям, если слева и справа от нее в радиусе трех точек есть выделенные нули.

Таким образом, каждый элемент массива получает некоторый набор из 4 возможных меток: mz, se, me, cz,. Символ ‘m’ означает, что метка относится к основному детектору, ‘с’ – к корректору. Символы ‘z’ и ‘e’ определяют, какие структуры были выделены в детекторе: ‘z’ соответствует переходам через ноль, а ‘e’ – локальным экстремумам модуля. При этом первые две метки соответствуют сильным разрывам, а последние – слабым разрывам.

На третьем этапе определяется окончательный набор меток, которыми обладают элементы матрицы. Набор меток, которые получает элемент, определяется как объединение всех меток, которые он получил при обработке проходящих через него строки и столбца.

Наконец, для удаления артефактов к полученным меткам применяется набор фильтров, разработанный в [20].

Численное исследование течения в модели воздухозаборника прямоточного воздушно-реактивного двигателя

Одной из актуальных задач современной аэродинамики является создание летательных аппаратов для длительного полета в атмосфере, движущихся на гиперзвуковых скоростях (ГЛА). В значительной степени успешное создание ГЛА связано с прогрессом в разработке ПВРД. Важной частью ПВРД является воздухозаборник тракта двигателя, в котором происходит торможение вязкого сверхзвукового потока, что представляет собой сложную комбинацию взаимодействия ударных волн с развивающимися турбулентными пограничными слоями, приводящую к формированию псевдоскачка.

В качестве примера рассмотрим течение в угле сжатия (вариант b на рис. 1). Экспериментальные исследования этой задачи были выполнены в ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН [12]. Наличие подробных экспериментальных данных позволяет провести валидацию и верификацию алгоритма.



Рис. 2. Модель в аэродинамической трубе Т-326
(ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН)

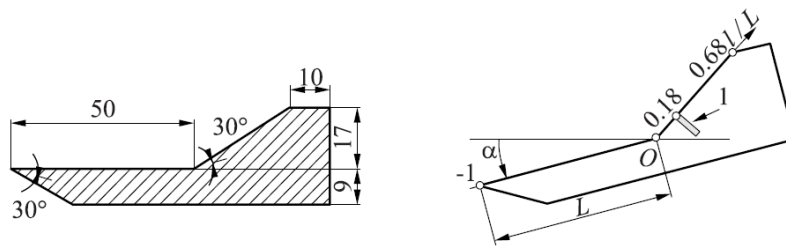


Рис. 3. Геометрические характеристики модели.
Размеры и положение относительно набегающего потока

Общий вид модели, размещенной в аэродинамической трубе Т-326, и геометрические характеристики представлены на рис. 2, 3. Модель состоит из плиты с практически острой передней кромкой. На модели установлен уступ (клин с углом 30°). Вся модель может поворачиваться на угол α по отношению к направлению набегающего потока. В настоящей работе рассмотрены варианты $\alpha=0^\circ$ и $\alpha=10^\circ$. Длина плиты от передней кромки до начала клина составляет $d=50$ мм.

Число Рейнольдса, вычисленное по этой длине, составляет $Re_L=6 \cdot 10^5$.

Число Маха набегающего потока $M=6.01$.

Расчеты выполнены с использованием метода свободной границы на локально адаптивных сетках. Исходная (базовая) декартова сетка содержала 516 шагов в продольном направлении и 132 в поперечном. Базовая сетка выбиралась достаточно грубой, таким образом, чтобы эффекты вязкости (образование пограничного слоя и его отрыв) не могли быть адекватно воспроизведены.

В эксперименте наблюдалось ламинарное течение, поэтому в расчете использовалась математическая модель уравнений Навье-Стокса для сжимаемого газа.

Режим $\alpha=0^\circ$

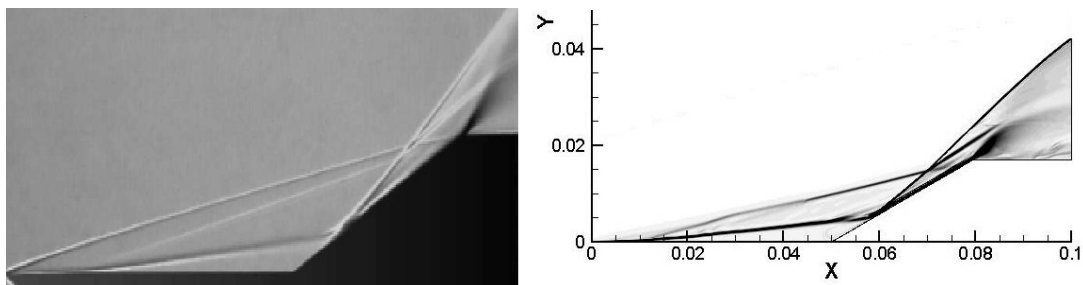


Рис. 4. $\alpha=0^\circ$. Структура решения. Основные разрывы.
Экспериментальные данные слева, расчет справа

На рис. 4 изображены основные детали течения (экспериментальные данные слева, расчет справа). За счет резкого торможения потока около передней кромки пластины образуется ударная волна $S1$. На некотором

расстоянии вниз по потоку около пластины образуется протяженная область отрыва. В начале области отрыва формируется ударная волна S2. На рис. 4 видна граница области отрыва – тангенциальный разрыв (фактически, достаточно узкий слой смешения). Около точки присоединения на поверхности клина формируется ударная волна S3, которая приводит к росту давления на поверхности модели. Ударная волна S3 пересекается с ударной волной S2. При $\alpha=0^\circ$ на небольшом расстоянии вниз по потоку происходит взаимодействие с ударной волной S1, в результате чего образуется висячий скачок S4 и тангенциальные разрывы.

Наличие указанных разрывов в поле течения приводит к соответствующему дроблению ячеек сетки в их окрестности. На рис. 5 красным цветом изображены ячейки, разбитые на 2 части по каждому направлению. Как видно, расположение измельченных ячеек в значительной степени воспроизводит описанную выше структуру разрывов. Количество мелких ячеек составляет 39560, число неразбитых ячеек базовой сетки 55646. Однородная сетка во всей области с шагом, соответствующим мелким ячейкам, содержала бы 262144 ячеек. Таким образом, при использовании локальной адаптации объем вычислений уменьшается в 2.65 раза.

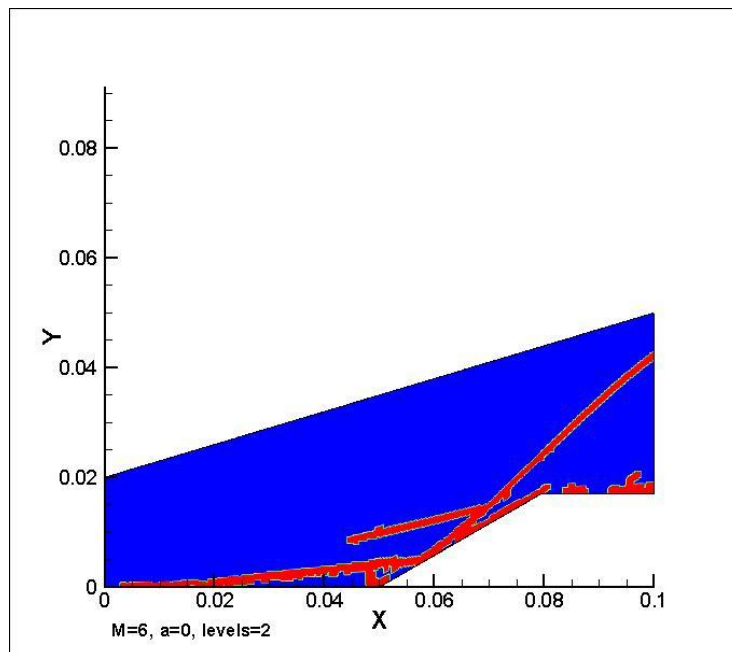


Рис. 5. Адаптация сетки к разрывам решения

Рассматриваемое течение обладает интересным свойством, которое авторы работы [10] называют «динамическим» слоем. На рис. 6 изображено распределение полного давления (отнесенного к величине в набегающем потоке) и линии тока. Красная зона высоких значений полного давления соответствует невозмущенному набегающему потоку. Синяя область низких значений полного давления отражает падение полного давления в пограничном

слое и области отрыва. Полное давление в области между ударными волнами S1 и S2 выше, чем в области. Часть потока из этой области проходит через волну сжатия над точкой присоединения, и полное давление здесь не уменьшается. Как уже отмечалось, выше располагается висячий скачок, при переходе через который полное давление сильно уменьшается. То же самое происходит с невозмущенным потоком. Таким образом, узкая полоса потока со сравнительно высоким полным давлением обусловлена волной сжатия под висячим скачком.

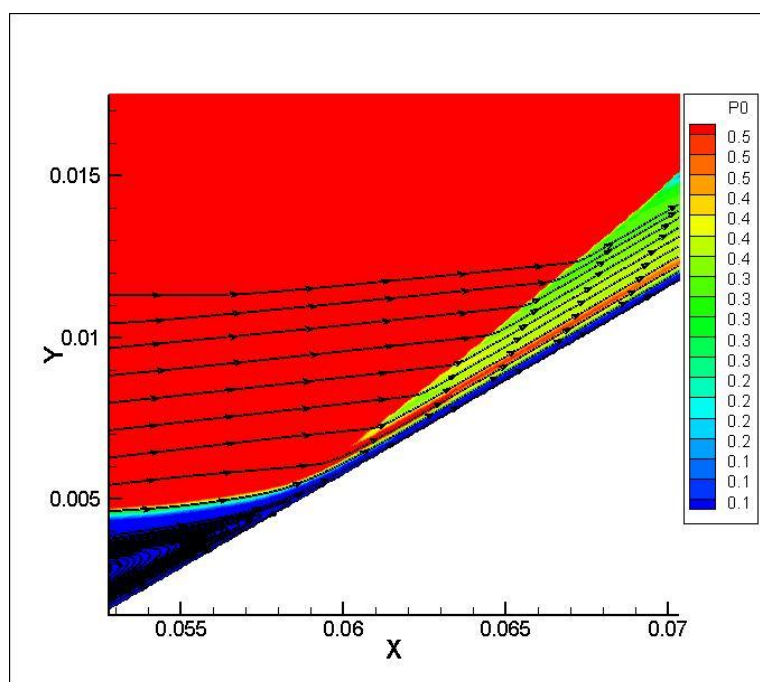


Рис. 6. «Динамический» вблизи поверхности модели

Эффект адаптации отчетливо проявляется в характере распределения давления на поверхности модели – рис. 7. Черным цветом изображено аналитическое решение для модели уравнений Эйлера с ударной волной, присоединенной к началу клина. Решение на базовой сетке (зеленая кривая) действительно оказывается близким к решению уравнений Эйлера. Адаптация сетки (локальное уменьшение шага в 2 раза по каждому направлению) позволяет существенно повысить согласие с экспериментальными данными.

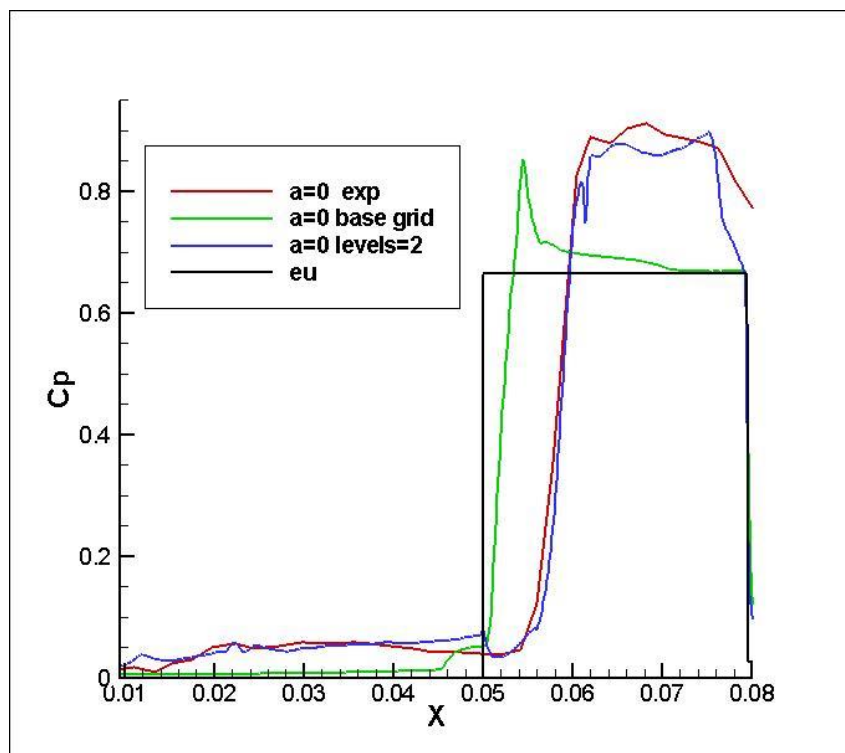


Рис. 7. Коэффициент давления на поверхности

Режим $\alpha=10^\circ$

В случае $\alpha=10^\circ$ картина течения во многом аналогична рассмотренной выше (см. рис. 5 и рис. 8). Однако здесь набегающий поток направлен под углом к пластине и ударная волна S1 у передней кромки имеет значительно большую интенсивность.

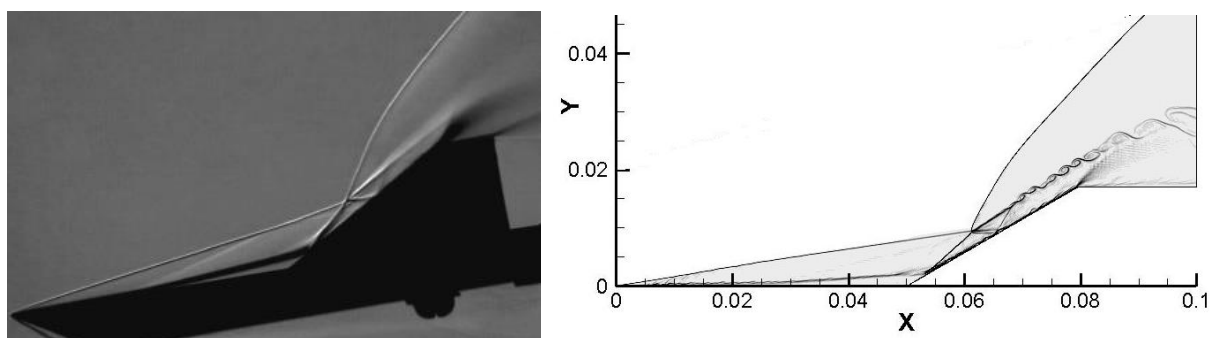


Рис. 8. $\alpha=10^\circ$. Структура решения, основные разрывы (экспериментальные данные слева, расчет справа)

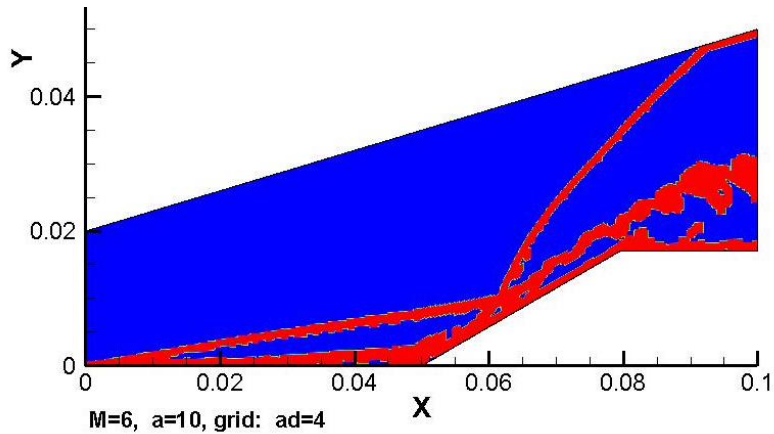


Рис. 9. Адаптация сетки к разрывам решения

В процессе адаптации ячейки базовой сетки разбивались на 4 по каждому направлению. Количество разбитых ячеек 176944, 54477 ячеек базовой сетки не подверглись разбиению. Равномерная сетка с шагом, соответствующим самым мелким ячейкам содержала бы 1048576 ячеек. Таким образом, локальная адаптация позволила сократить объем вычислений в 4.5 раза

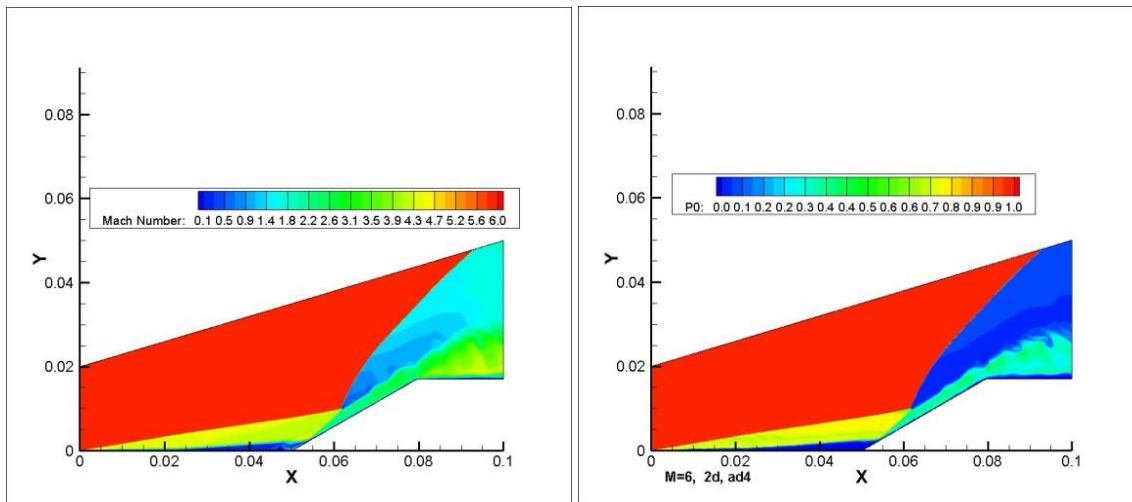


Рис. 10. Распределение числа Маха и полного давления

Механизм формирования полосы течения с относительно высоким полным давлением («динамический» слой) (рис. 11) около поверхности клина аналогичен режиму $\alpha=0^\circ$. Он обусловлен тем, что часть потока над пограничным слоем проходит через волну сжатия. Выше располагается висячий скачок, приводящий к большим потерям полного давления.

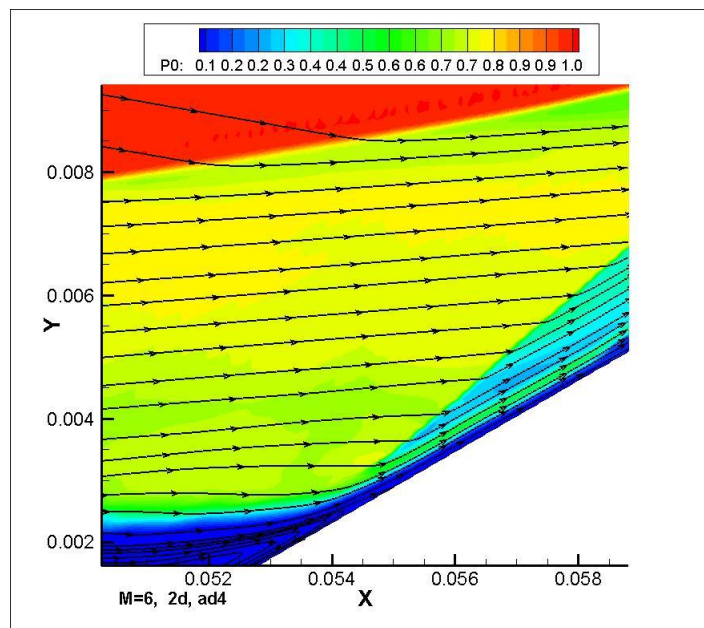


Рис. 11. «Динамический» слой около поверхности клина

Как уже отмечалось, интенсивность всех разрывов при $\alpha=10^\circ$ значительно выше, чем для рассмотренного ранее варианта $\alpha=0^\circ$.

Это обстоятельство значительно повышает к требованиям по точности.

Удовлетворительного согласования с экспериментальными данными по коэффициенту давления удалось добиться при разбиении базовых ячеек на 4 части по каждому направлению. Напомним, что для $\alpha=0^\circ$ оказалось достаточным разбивать ячейки на 2 части.

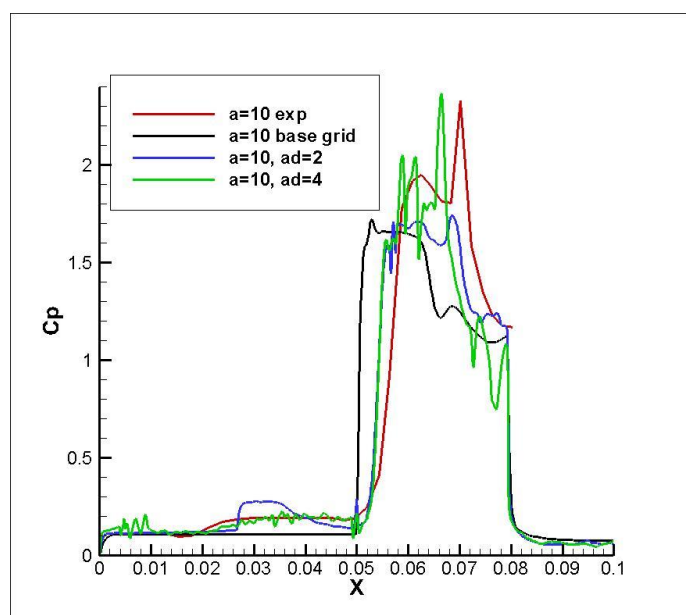


Рис. 12. Коэффициент давления на поверхности модели

Стоит отметить, что в расчете положение максимума давления смещено по отношению к экспериментальным данным. Максимум давления при $x \sim 0.075$ в

эксперименте связывается с образованием около клина локальной области отрыва [12]. Предусмотрены дальнейшие исследования с целью уточнения механизмов течения в этой зоне.

Библиографический список

1. *Datta V. Gaitonde*. Progress in shock wave/boundary layer interactions // Progress in Aerospace Sciences 72(2015) 80–99.
2. *J. Green*. Interactions between shock waves and turbulent boundary layers // Prog Aerosp Sci 1970; 11:235–340.
3. *Jean Détery, Jean-Paul Dussauge*. Some physical aspects of shock wave/boundary layer interactions // Shock Waves (2009) 19:453–468
4. *В.Я. Боровой*. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем // М.: Машиностроение, 1983. – 144 с., ил.
5. *D. Dolling*. Fifty years of shock wave/boundary layer interaction research: what next? // AIAA J 2010; 39(8).
6. *А. А. Бабулин, С. М. Босняков, В. В. Власенко, М. Ф. Енгулатова, С.В. Матяш, С.В. Михайлов*. Опыт валидации и настройки моделей турбулентности применительно к задаче об отрыве пограничного слоя на клине конечной ширины // ЖВМ и МФ 2016, том 56, № 6, с. 1034–1048.
7. *И.И. Лунатов, Р.Я. Тугазаков*. Механизм образования пульсаций давления при падении ударной волны на пограничный слой // Ученые записки ЦАГИ, Том XLIV 2013 № 1 С.62-75.
8. *В.Е. Борисов, А.Е. Луцкий*. Моделирование течений в воздухозаборнике ПВРД // Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2015 Т.16 (1).
9. *M. S. Holden*. Experimental studies of separated flow of hypersonic speed. II.: Two dimensional wedge separated flow studies // AIAA J.1966. V. 4. № 5, p. 790 — 799.
10. *E. Schülein, P. Krogmann, E. Stanewsky*. Documentation of two-dimensional impinging shock/turbulent boundary layer interaction flow. Gottingen, 1996. (Doc. / DLR; N IB 223-96, Rev. A 49).
11. *Н.Н. Федорова, И.А. Федорченко*. Расчет взаимодействия падающего косоугольного скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3, с. 61 — 71.
12. *V. I. Zapryagaev, I.N. Kavun, I. I. Lipatov*. Supersonic laminar separated flow structure at a ramp for a free-stream Mach number of 6 //Progress in Flight Physics 5 (2013) 349-362.
13. *И.С. Меньшов, М.А. Корнев*. Метод свободной границы для численного решения уравнений газовой динамики в областях с изменяющейся геометрией // Матем. моделирование, 2014, т.26, №5, с.99-112;
14. *А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, Я.В. Ханхасаева*. Влияние неоднородности набегающего потока на сверхзвуковое обтекание затупленного тела // Матем. моделирование, 2016, т. 28, № 6-7.

15. *Kirill Merkulov*. Wavelet-Based Local Mesh Adaptation with Application to Gas Dynamics Parallel Computing Technologies // 13th International Conference, PaCT 2015, Petrozavodsk, Russia, August 31- September 4, 2015, Proceedings, LNCS 9251, pp. 426-435, ISBN 978-3-319-21908-0.
16. *А.Л. Афендииков, А.А. Давыдов, И.С. Меньшов, К.Д. Меркулов, А.В. Пленкин*. Алгоритм многоуровневой адаптации сеток по критериям на основе вейвлет-анализа для задач газовой динамики // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша, 2015, № 97, 22 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-97>
17. *А.Л. Афендииков, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, К.Д. Меркулов., А.В. Пленкин, Я.В. Ханхасаева*. Алгоритм динамической локальной адаптации сеток на основе вейвлет-анализа с использованием метода свободной границы // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша, 2015, № 94, 20 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-94>
18. *Igor Menshov*. Treating Complex Geometries with Cartesian Grids in Problems for Fluid Dynamics Parallel Computing Technologies // 13th International Conference, PaCT 2015, Petrozavodsk, Russia, August 31-September 4, 2015, Proceedings, LNCS 9251, pp. 528-535, ISBN 978-3-319-21908-0.
19. С. К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. Численное решение многомерных задач газовой динамики. Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука. – 1976. – 400 с.
20. А. Л. Афендииков, А. Е. Луцкий, А. В. Пленкин. Вейвлетный анализ локализованных структур в идеальной и вязкой моделях // Математическое моделирование. – 2011. – № 1. – С. 41–50.