



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 28 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Игнатов А.И., Сазонов В.В.

Стабилизация режима
гравитационной ориентации
искусственного спутника
Земли электромагнитной
системой управления

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Игнатов А.И., Сазонов В.В. Стабилизация режима гравитационной ориентации искусственного спутника Земли электромагнитной системой управления // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 28. 32 с. doi:[10.20948/prepr-2016-28](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-28)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-28>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

А.И. Игнатов, В.В. Сазонов

**СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕЖИМА ГРАВИТАЦИОННОЙ ОРИЕНТАЦИИ
ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ УПРАВЛЕНИЯ**

Москва – 2016

Аннотация

Показана возможность стабилизации режима гравитационной ориентации массивного искусственного спутника Земли механическим моментом, создаваемым при взаимодействии специальных токонесущих катушек с магнитным полем Земли. В качестве примера рассматривается управление вращательным движением спутника «Фотон». Исполнительными органами электромагнитной системы управления служат три одинаковые катушки, оси которых взаимно ортогональны. Управление вращательным движением осуществляется за счет изменения токов в катушках. Рассмотрены законы управления, обеспечивающие гашение возмущенного движения спутника и стабилизацию его в режиме гравитационной ориентации. Чтобы сформировать эти законы, достаточно иметь показания трехосного магнитометра. Энергопотребление при реализации каждого закона не превышает нескольких ватт. Эффективность законов проверена посредством математического моделирования движения спутника относительно центра масс под действием гравитационного, аэродинамического и управляющего моментов. Показано, что применение на спутниках серии «Фотон» режима гравитационной ориентации, стабилизируемого электромагнитной системой управления, позволило бы обеспечить весьма малый уровень квазистатических микроускорений на их борту.

A.I. Ignatov, V.V. Sazonov. Stabilization of the spacecraft in the gravity gradient orientation mode by electromagnetic attitude control system. We demonstrate the possibility to stabilize the heavy spacecraft like Foton in the gravity gradient orientation mode by the electromagnetic attitude control system that uses three current-carrying coils as its actuators. The coils have mutually perpendicular axes. Electric currents in the coils produce the magnetic moment, which interacts with the Earth magnetic field and produce a torque acting upon the spacecraft. The spacecraft attitude control is implemented by change of the currents in the coils. We investigate a few control laws that reduce the spacecraft angular rate and stabilize the spacecraft gravity gradient orientation. Measurements of a triaxial magnetometer need only to form these laws. Realization of the laws requires a few watts of electric power. We test the laws by the mathematical modeling the spacecraft attitude motion taking into account the gravitational and the aerodynamic torques acted upon the spacecraft, as well as the control torques produced by the electromagnetic system. As results of modeling show, the investigated orientation mode provides very small residual accelerations onboard the spacecraft Foton.

1. Введение. Возникновение квазистатических микроускорений на спутниках «Фотон-11» и «Фотон-12», «Фотон М-2» и «Фотон М-3» в неуправляемом полете было обусловлено тремя причинами: движением спутника относительно центра масс, градиентом гравитационного поля и сопротивлением атмосферы [1 – 7]. Первая из этих причин была определяющей. Приняв меры к уменьшению угловой скорости спутника, можно существенно снизить квазистатические микроускорения на его борту. Целесообразно использовать такой режим вращательного движения, в котором угловая скорость спутника была бы малой. По-видимому, наилучшим режимом по уровню микроускорений является режим гравитационной ориентации [8 – 10]. Он обеспечивает не только малый модуль вектора микроускорения в какой-либо фиксированной точке борта спутника, но и малый по сравнению с модулем размер области вариации этого вектора во времени.

Массивный спутник в режиме гравитационной ориентации можно стабилизировать электромеханическими устройствами управления [9, 10], но можно использовать токонесущие катушки [8, 11], которыми разгружают кинетический момент этих устройств. Данная работа продолжает начатый в [8] анализ способов стабилизации режима гравитационной ориентации механическим моментом, создаваемым при взаимодействии токонесущих катушек с магнитным полем Земли (МПЗ). Ниже показана возможность стабилизации режима гравитационной ориентации спутника «Фотон» системой из трех одинаковых катушек. Они содержат сравнительно небольшое число витков, уложенных вдоль окружностей большого круга сферы, которая является внешней оболочкой спускаемого аппарата. Катушки размещены в трех взаимно ортогональных плоскостях. Точка пересечения плоскостей находится в центре сферы, одна из линий пересечения плоскостей совпадает с продольной осью спутника. Электрический ток в катушках формирует магнитный диполь, взаимодействие которого с МПЗ создает приложенный к спутнику механический момент. Управляя токами в катушках, можно в известных пределах управлять вращательным движением спутника.

При отсутствии жестких временных ограничений электромагнитная система управления обладает широкими возможностями, но чтобы использовать их в полной мере, необходимо располагать информацией о движении спутника. Ниже рассматриваются два сравнительно простых закона управления, предназначенных для гашения угловой скорости спутника и стабилизации режима гравитационной ориентации. Реализация этих законов не требует проведения сложных измерений. Достаточно иметь показания трехосного магнитометра и аппаратуру для их обработки. Энергопотребление при реализации каждого закона не превышает нескольких ватт (не считая затрат на обработку измерительной информации).

Проверка эффективности законов проводилась посредством математического моделирования движения спутника относительно центра масс под действием гравитационного, аэродинамического и управляющего моментов. Показано, что применение на спутниках серии «Фотон» электромагнитной системы

управления позволило бы обеспечить низкий уровень квазистатических микроускорений на их борту.

2. Формула квазистатических микроускорений. Пусть спутник представляет собой твердое тело и точка P жестко связана с его корпусом. Микроускорением \mathbf{b} в точке P называется разность между напряженностью гравитационного поля в этой точке и абсолютным ускорением последней. Роль вектора \mathbf{b} в орбитальных экспериментах аналогична роли ускорения свободного падения \mathbf{g} в экспериментах на поверхности Земли. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m_p , то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $(-m_p \mathbf{b})$. Приближенная формула для расчета микроускорений имеет вид [12]

$$\mathbf{b} = \mathbf{d} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{d}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_E}{|\mathbf{r}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{d} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^2} - \mathbf{d} \right] + c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{d} – радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника – точки O , $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника, точка над буквой означает дифференцирование по времени t , μ_E – гравитационный параметр Земли, \mathbf{r} – геоцентрический радиус-вектор точки O , \mathbf{v} – скорость этой точки относительно поверхности Земли, ρ_a – плотность атмосферы в точке O , c – баллистический коэффициент спутника.

Формула (1) выведена для общего случая без каких-либо частотных ограничений. Однако если спутник имеет большие инерционные характеристики и его вращательное движение рассчитывается как движение твердого тела (такое движение обычно очень медленное), то формула (1) дает именно квазистатическое микроускорение.

Формула (1) использовалась для расчета реальных квазистатических микроускорений, имевших место на летавших спутниках [1 – 7], и для прогноза квазистатических микроускорений на проектируемых спутниках [8 – 10]. В последнем случае разрабатывается математическая модель движения спутника – уравнения движения, выбирается режим движения, этот режим моделируется – находится соответствующее решение уравнений движения, и вдоль найденного решения микроускорение в заданной точке борта рассчитывается по формуле (1). Именно так формула (1) применяется ниже.

3. Уравнения движения спутника. Спутник считаем твердым телом, центр масс которого движется по геоцентрической орбите. Для описания движения спутника введем три правых декартовых системы координат.

Связанная со спутником система $Ox_1x_2x_3$ образована его главными центральными осями инерции. Несколько упрощая модель, полагаем, что оси этой системы связаны с характерными элементами конструкции спутника: ось Ox_1 параллельна его продольной оси, ось Ox_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей. Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов и координаты

наты точек относятся к системе $Ox_1x_2x_3$. Базисные орты этой системы обозначим $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.

Начало гринвичской системы $Sy_1y_2y_3$ находится в центре Земли, плоскость Sy_1y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось Sy_1 пересекает гринвичский меридиан, ось Sy_3 направлена к Северному полюсу.

В орбитальной системе $OX_1X_2X_3$ оси OX_3 и OX_2 направлены соответственно вдоль геоцентрического радиус-вектора точки O и вектора кинетического момента орбитального движения спутника. Базис этой системы – $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$.

Матрицу перехода от орбитальной системы к гринвичской системе обозначим $\|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где c_{ij} – косинус угла между осями Sy_i и OX_j . Элементы этой матрицы выражаются через компоненты векторов \mathbf{r} и \mathbf{v} (см. (1)) в гринвичской системе координат. Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской и орбитальной системам обозначим соответственно $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$ и $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$; b_{ij} и a_{ij} – косинусы углов, которые ось Ox_j образует с осями Sy_i и OX_i .

Матрицу $\|a_{ij}\|$ параметризуем углами γ , δ и β , которые введем с помощью следующего условия. Орбитальная система переводится в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси OX_2 , 2) на угол β вокруг новой оси OX_3 , 3) на угол γ вокруг оси OX_1 , полученной после первых двух поворотов и совпадающей с осью Ox_1 . Элементы матрицы $\|a_{ij}\|$ выражаются через эти углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin \delta \cos \beta, & a_{21} &= \sin \beta, \\ a_{12} &= \cos \delta \sin \gamma + \sin \delta \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \cos \delta \cos \gamma - \sin \delta \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ a_{31} &= -\cos \delta \cos \beta, \\ a_{32} &= -\sin \delta \sin \gamma + \cos \delta \sin \beta \cos \gamma, \\ a_{33} &= -\sin \delta \cos \gamma - \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \end{aligned}$$

и связаны с элементами матриц $\|b_{ij}\|$ и $\|c_{ij}\|$ соотношениями

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^3 c_{ik} a_{kj} \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, другая его движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс записывается в гринвичской системе координат относительно компонент векторов \mathbf{r} и \mathbf{v} (см.

(1)). В ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Подсистема уравнений вращательного движения образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент угловой скорости спутника и кинематическими уравнениями Пуассона для элементов первых двух строк матрицы $\|b_{ij}\|$. В уравнениях Эйлера учитываются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также управляющий момент, создаваемый токовыми катушками. Для гравитационного момента существует простое аналитическое выражение [13]. Аэродинамический момент \mathbf{M}_a вычислялся в предположении, что спутник имеет форму прямого кругового цилиндра с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами – солнечными батареями. Цилиндр имеет радиус R и высоту L , его ось совпадает с осью Ox_1 . Пластины расположены в плоскости Ox_1x_3 симметрично относительно оси Ox_1 . Стороны пластин параллельны осям Ox_1 и Ox_3 . Суммарная площадь пластин составляет S_b . Координаты геометрических центров масс цилиндра и пластин суть $(z_c, 0, 0)$ и $(z_b, 0, 0)$. Полагаем, что молекулы атмосферы при столкновении с поверхностью спутника испытывают абсолютно неупругий удар. Тогда формула для аэродинамического момента имеет вид [13]

$$\mathbf{M}_a = \rho_a |\mathbf{v}| (\mathbf{v} \times \mathbf{P}). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{v})$ – первый момент геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость Π_v , перпендикулярную вектору \mathbf{v} . Вектор \mathbf{P} лежит в плоскости Π_v и вычисляется относительно проекции на Π_v точки O . Формула (3) выдерживает преобразование $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P} + p\mathbf{v}$, где p – произвольный скаляр. По этой причине условие $\mathbf{P} \in \Pi_v$ можно соответствующим образом изменить. Для рассматриваемого спутника можно взять

$$|\mathbf{v}| \mathbf{P} = Q \mathbf{e}_1, \quad Q = \pi R^2 z_c |v_1| + S_b z_b |v_2| + 2RLz_c \sqrt{v_2^2 + v_3^2}.$$

Здесь v_i – компоненты вектора \mathbf{v} .

Допущения, сделанные при выводе формулы аэродинамического момента, позволяют выписать явное выражение для входящего в формулу (1) баллистического коэффициента спутника. Этот коэффициент имеет вид $c = S_v/m$, где S_v – площадь геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость Π_v , m – масса спутника. В данном случае

$$|\mathbf{v}|S_v = \pi R^2 |v_1| + S_b |v_2| + 2RL\sqrt{v_2^2 + v_3^2},$$

и аэродинамический член формулы (1) принимает вид

$$c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v} = \rho_a \left(\frac{\pi R^2}{m} |v_1| + \frac{S_b}{m} |v_2| + \frac{2RL}{m} \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right) \mathbf{v}. \quad (4)$$

Ниже расчет микроускорений выполняется по формулам (1), (4), но в подсистеме уравнений орбитального движения спутника баллистический коэффициент считается постоянным. Это упрощение облегчает использование реальных баллистических данных при математическом моделировании вращательного движения спутника, поскольку сопротивление атмосферы в уравнениях движения центра масс обычно учитывается с постоянным баллистическим коэффициентом.

При выводе выражений для $|\mathbf{v}| \mathbf{P}$ и $|\mathbf{v}| S_v$ не учитывалось взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение также оправдано, поскольку для положений спутника, в которых указанное затенение существенно, вклад в указанные выражения членов, содержащих множитель $S_b |v_2|$, мал.

Момент, создаваемый токовыми катушками, имеет вид

$$\mathbf{M}_c = \mathbf{L} \times \mathbf{B}. \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{L} = (L_1, L_2, L_3)$ – магнитный момент катушек, $\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)$ – магнитная индукция МПЗ в точке O .

Подсистема уравнений вращательного движения спутника имеет вид

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 &= (I_2 - I_3)(\omega_2 \omega_3 - \nu x_2 x_3) + L_2 B_3 - L_3 B_2, \\ I_2 \dot{\omega}_2 &= (I_3 - I_1)(\omega_3 \omega_1 - \nu x_3 x_1) + L_3 B_1 - L_1 B_3 + \rho_a Q v_1, \\ I_3 \dot{\omega}_3 &= (I_1 - I_2)(\omega_1 \omega_2 - \nu x_1 x_2) + L_1 B_2 - L_2 B_1 - \rho_a Q v_2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{b}_{11} &= b_{12} \omega_3 - b_{13} \omega_2 + \omega_E b_{21}, & \dot{b}_{21} &= b_{22} \omega_3 - b_{23} \omega_2 - \omega_E b_{11}, \\ \dot{b}_{12} &= b_{13} \omega_1 - b_{11} \omega_3 + \omega_E b_{22}, & \dot{b}_{22} &= b_{23} \omega_1 - b_{21} \omega_3 - \omega_E b_{12}, \\ \dot{b}_{13} &= b_{11} \omega_2 - b_{12} \omega_1 + \omega_E b_{23}, & \dot{b}_{23} &= b_{21} \omega_2 - b_{22} \omega_1 - \omega_E b_{13}, \end{aligned}$$

Здесь ω_i и x_i – компоненты векторов $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{r} , I_i – моменты инерции спутника относительно осей Ox_i ($i = 1, 2, 3$), $\nu = 3\mu_E |\mathbf{r}|^{-5}$, ω_E – угловая скорость вращения Земли. Третья строка матрицы перехода $\|b_{ij}\|$ вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк. Переменные b_{1i} и b_{2i} зависимы. Они связаны условиями ортогональности матрицы $\|b_{ij}\|$, которые должны учитываться при задании начальных условий этих переменных.

Компоненты вектора магнитной индукции МПЗ в точке O рассчитыва-

ются по формулам

$$B_i = \sum_{j=1}^3 B_{yj} b_{ji} \quad (i=1, 2, 3),$$

где B_{yi} – компоненты вектора магнитной индукции МПЗ в гринвичской системе координат. Эти компоненты определяются моделью IGRF. Приведем использованные в расчетах числовые значения параметров описанной модели. Параметры спутника: $m = 6440$ кг, $I_1 = 2600$ кг·м², $I_2 = 11100$ кг·м², $I_3 = 10900$ кг·м², $R = 1.3$ м, $L = 5.0$ м, $S_b = 33$ м², $z_b = -1$ м, $z_c = 0.3$ м. Микроускорение $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ рассчитывалось в точке P с координатами $(-1$ м, 0.7 м, 0.5 м). Эта точка находится на внутренней стенке рабочего отсека спутника, примерно на ее середине. Вблизи этой точки возможна установка научной аппаратуры. Параметры модели атмосферы во всех расчетах были следующие: $F = 137.0$, $F_{81} = 117.086$, $K_p = 2.444$.

Начальные условия движения центра масс спутника задавались в момент 10:13:07 декретного московского времени 05.05.2013. На этот момент элементы орбиты составляли: высота в апогее 575.2 км, высота в перигее 546.8 км, наклонение 64.87° , аргумент широты перигея -124.65° , долгота восходящего узла (отсчитывается от точки весеннего равноденствия эпохи даты) -16.73° .

Начальные условия уравнений (6) задавались в тот же момент времени, что и начальные условия принятой орбиты. Этот момент служил началом отсчета времени – точкой $t = 0$. Начальные условия $b_{1i}(0)$ и $b_{2i}(0)$ задавались формулами (2), в которых матрица $\|a_{ij}\|$ выражалась через углы γ , δ и β , матрица $\|c_{ij}\|$ отвечала моменту $t = 0$. Формулы (2) использовались также для расчета углов γ , δ , β вдоль решений уравнений (6).

4. Режим гравитационной ориентации спутника. Уравнения (6) громоздки и неудобны для пояснения режима гравитационной ориентации спутника. Этот режим и способ его стабилизации поясним с помощью более простых уравнений, учитывающих только главные факторы. А именно, предположим, что орбита центра масс спутника круговая и неизменна в абсолютном пространстве, имеет радиус r и наклонение i ; на спутник действуют только гравитационный момент и магнитный момент, создаваемый катушками; МПЗ представляет собой поле диполя с дипольным моментом m_E , расположенным в центре Земли и направленным противоположно оси Sy_3 . Вращательное движение такого спутника описывается уравнениями

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 &= (I_2 - I_3)(\omega_2 \omega_3 - 3\omega_0^2 a_{32} a_{33}) + L_2 B_3 - L_3 B_2, \\ I_2 \dot{\omega}_2 &= (I_3 - I_1)(\omega_3 \omega_1 - 3\omega_0^2 a_{33} a_{31}) + L_3 B_1 - L_1 B_3, \\ I_3 \dot{\omega}_3 &= (I_1 - I_2)(\omega_1 \omega_2 - 3\omega_0^2 a_{31} a_{32}) + L_1 B_2 - L_2 B_1, \\ \dot{\gamma} &= \omega_1 - \tan \beta (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\dot{\delta} = \frac{1}{\cos \beta} (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma) - \omega_0, \quad \dot{\beta} = \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma,$$

$$B_i = \sum_{j=1}^3 B_{Xj} a_{ji} \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$B_{X1} = \frac{m_E}{r^3} \sin i \cos u, \quad B_{X2} = \frac{m_E}{r^3} \cos i, \quad B_{X3} = -\frac{2m_E}{r^3} \sin i \sin u, \quad \dot{u} = \omega_0.$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{\mu_E / r^3}$ – среднее движение спутника (орбитальная частота), u – аргумент широты точки O . Величины a_{ij} выражаются через углы γ , δ и β по формулам п. 3.

При $L_1 = L_2 = L_3 = 0$ уравнения (7) допускают четыре стационарных решения, которые можно задать соотношениями

$$\sin \gamma = \sin \delta = \beta = 0, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = \omega_0 \cos \gamma. \quad (8)$$

Эти решения описывают положения равновесия спутника в орбитальной системе координат. В них оси Ox_1 и Ox_2 совпадают с осями $\pm OX_3$ и $\pm OX_2$ соответственно. Выбор знаков здесь произволен. Достаточные условия устойчивости по Ляпунову решений (8) выражаются неравенствами [13]: $I_1 < I_3 < I_2$. Для рассматриваемого в данной работе спутника эти неравенства выполнены.

Из-за разного рода возмущающих факторов (эллиптичность орбиты, аэродинамический момент и др.) система (6) не имеет решений, точно соответствующих решениям (8). Но она имеет решения, для которых соотношения (8) выполнены приближенно на некотором не очень продолжительном отрезке времени. Чтобы обеспечить достаточно точное выполнение этих соотношений длительное время (стабилизировать режим гравитационной ориентации), можно использовать управляющий момент (5), создаваемый катушками.

5. Управление вращательным движением. Магнитный момент катушек, обеспечивающий стабилизацию, будем искать в виде [11]

$$\mathbf{L} = \kappa_u \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|^2}, \quad (9)$$

где $\kappa_u > 0$ – постоянный коэффициент, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ – управление, вид которого предстоит установить. Подставив выражение (9) в формулу (5), получим формулу для момента, создаваемого токовыми катушками,

$$\mathbf{M}_c = -\kappa_u \mathbf{u} + \frac{\kappa_u (\mathbf{u} \cdot \mathbf{B})}{|\mathbf{B}|^2} \mathbf{B}. \quad (10)$$

Если в последней формуле отбросить слагаемое $\kappa_u |\mathbf{B}|^{-2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B}$, то она перейдет в формулу

$$\mathbf{M}_c = -\kappa_u \mathbf{u}, \quad (11)$$

которая обеспечила бы широкие возможности для построения законов управления. Слагаемое $\kappa_u |\mathbf{B}|^{-2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B}$ сужает эти возможности, но если осуществлять управление на промежутках времени длиной виток и более, то в ряде случаев влияние этого слагаемого можно нивелировать. Положительным фактором здесь является достаточно большое наклонение орбиты спутника.

Закон управления магнитным моментом катушек, стабилизирующий режим гравитационной ориентации, построим исходя из энергетических соображений. Обобщенная энергия механической системы, описываемой уравнениями (7) в случае $L_1 = L_2 = L_3 = 0$, выражается формулой

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 I_i (\omega_i^2 - 2\omega_0 \omega_i a_{2i} + 3\omega_0^2 a_{3i}^2),$$

а ее производная по времени в силу уравнений (7), (9) имеет вид

$$\dot{E} = \mathbf{L} \cdot [\mathbf{B} \times (\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2)], \quad \mathbf{E}_2 = (a_{21}, a_{22}, a_{23}).$$

При $\mathbf{L} = 0$ обобщенная энергия является первым интегралом уравнений (7). Этот интеграл использовался в [13] в качестве функции Ляпунова при исследовании устойчивости стационарных решений (8). На этих решениях и только на них E достигает глобального минимума, равного $E_{\min} = \omega_0^2 (3I_1 - I_2) / 2$.

Примем закон управления в виде (9), взяв

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2. \quad (12)$$

Получим

$$\dot{E} = -\frac{\kappa_u}{|\mathbf{B}|^2} |(\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2) \times \mathbf{B}|^2 \leq 0.$$

При выполнении достаточных условий устойчивости $I_1 < I_3 < I_2$ стационарные решения (8) исчерпывают точки строгого минимума E , поэтому закон управления (12) обеспечивает гашение возмущенного движения спутника в режиме трехосной гравитационной ориентации.

Строгое доказательство этого утверждения опирается на теорему 14.1 [14], условиям которой удовлетворяет система (7), (9), (12). Надо только убедиться, что множество $(\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2) \times \mathbf{B} = 0$ в расширенном фазовом пространстве системы (7) при $\mathbf{L} = 0$ не содержит целых траекторий в окрестности каждой точки (8). Проверку этого факта можно свести к анализу линеаризованных уравнений.

Закон управления (9), (12) можно использовать и для стабилизации установившихся решений системы (6), близких решениям (8). На решениях системы (6), (9), (12) будем рассматривать функцию E , в которой

$$\omega_0 = \frac{|\mathbf{r} \times (\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega}_E \times \mathbf{r})|}{|\mathbf{r}|^2}, \quad \boldsymbol{\omega}_E = \omega_E (b_{31}, b_{32}, b_{33})$$

($\boldsymbol{\omega}_E = (0, 0, \omega_E)$ в системе $Cy_1y_2y_3$). Производная \dot{E} будет отрицательной лишь при достаточно большом значении $|\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2|$. С убыванием E уменьшается и $\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2$. В результате функция E , не достигнув минимума, начинает колебаться в окрестности некоторого значения, которое при правильном выборе коэффициента κ_u будет близко к E_{\min} . Это значит, соответствующее решение системы (6), (9), (12) будет лежать в окрестности одного из решений (8).

Для реализации закона (12) необходимо располагать информацией об угловой скорости и ориентации спутника. Как указано выше, ее можно получить, обрабатывая на борту спутника показания трехосного магнитометра. Известны примеры успешного решения этой задачи. Такая обработка позволяет получить полную информацию о вращательном движении спутника.

Стационарные решения (8) при $\gamma = 0$ можно стабилизировать, используя вместо (12) закон $\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{e}_2$ (при $\gamma = \pi$ надо взять $\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} + \omega_0 \mathbf{e}_2$), который обозначим (12а). Преимущество закона (12а) перед законом (12) в том, что для его реализации необходимо иметь информацию только о векторах $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{B} . Эту информацию можно получить непосредственно от бортовых датчиков без сложной обработки.

Возможна еще одна реализация закона управления, стабилизирующего режим гравитационной ориентации. Управление возьмем в виде [9]

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_1 (\boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{E}_2) + \mathbf{K}_2 [(\mathbf{E}_2 \times \mathbf{e}_2) + (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{E}_3)], \quad (13)$$

где $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$, $\mathbf{K}_2 = \text{diag}(k'_1, k'_2, k'_3)$ – постоянные матрицы с положительными диагональными элементами. Закон управления (9), (13) позволяет реализовать более точную ориентацию спутника и получить меньшую область вариации вектора микроускорений. Управление (13) также возможно использовать в упрощенном виде, с помощью замены $\omega_0 \mathbf{E}_2$ на $\pm \omega_0 \mathbf{e}_2$. Полученное таким образом управление обозначим (13а).

7. Электромагнитная система управления. В предлагаемой системе управления каждая компонента L_i вектора \mathbf{L} реализуется собственной токовой катушкой. Система имеет три одинаковых катушки [8]. Их витки образуют окружности большого круга сферы, являющейся внешней оболочкой спускаемого аппарата. Витки катушек, реализующих компоненты L_2 и L_3 , расположены соответственно в плоскостях Ox_1x_3 и Ox_1x_2 . Плоскость катушки, реализующей компоненту L_1 , параллельна плоскости Ox_2x_3 .

Каждая катушка имеет диаметр $D = 2.1$ м и содержит N витков алюминиевого провода с диаметром сечения d . Магнитный момент, создаваемый такой катушкой, равен $L = NSI$, где $S = \pi D^2/4$ – площадь круга, охватываемого одним витком, I – ток, проходящий через катушку. Электрическое сопротивление катушки $R = 4ND\rho_{Al}/d^2$, где $\rho_{Al} = 2.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м – удельное сопротивление алюминия; напряжение на обоих концах обмотки катушки $U = RI$; мощность,

потребляемая катушкой, $W = UI = RI^2$; масса катушки $M = \pi^2 N D d^2 \gamma_{Al} / 4$, где $\gamma_{Al} = 2.71 \cdot 10^3$ кг/м³ – плотность алюминия.

Соотношения между всеми указанными функциями иллюстрируются следующими числовыми оценками. Пусть $N = 10$, $d = 0.002$ м, тогда $R = 0.588$ Ом, $M = 0.562$ кг. В таблице 1 приведены числовые значения силы тока, напряжения и электрической мощности в зависимости величины магнитного момента, создаваемого одной катушкой, использованные при моделировании.

Таблица 1

Магнитный момент L , А·м ²	Сила тока I , А	Напряжение U , В	Мощность W , Вт
1.0	0.029	0.017	0.0005
30.0	0.870	0.510	0.445
60.0	1.740	1.020	1.780

Приведем числовые значения параметров законов управления, использованные при моделировании $\kappa_u = 7.5$ Н·м·с, $k_1 = 10$, $k_2 = 5$, $k_3 = 6$, $k'_1 = 0.012$ с⁻¹, $k'_2 = 0.010$ с⁻¹, $k'_3 = 0.003$ с⁻¹.

8. Математическое моделирование режима гравитационной ориентации. Цель моделирования – показать, что выбранные законы управления обеспечивают гашение возмущенного движения и стабилизацию режима гравитационной ориентации, а также оценить уровень остаточных микроускренений в этом режиме. Начальные условия для моделирования задавались в виде

$$\gamma(0) = 0 \text{ или } \pi, \quad \delta(0) = \beta(0) = 0 \quad \omega_1(0) = \omega_2(0) - \omega_0 = \omega_3(0) = 0.01^\circ/\text{с}.$$

Предполагалось, что такие начальные условия формируются штатной системой управления ориентацией спутника. Для $\gamma(0)$ бралось то значение, при котором ось Ox_2 в момент $t = 0$ составляла острый угол с направлением на Солнце. Решения уравнений (6) с такими начальными условиями вычислялись на отрезке $0 \leq t \leq 2 \cdot 86.4 \cdot 10^3$ секунд (2 сут). Результаты интегрирования уравнений (6), (9) с законами управления (12) и (12а) приведены на рис. 1 – 5. На рис. 1 – 3 представлены графики зависимости от времени углов γ , δ , β и величин ω_i , b_i . Графики, относящиеся к разным законам, изображены линиями разных цветов. Рис. 4, 5 относятся к закону (12а). На рис. 4 изображены графики магнитных моментов катушек, на рис. 5 разными цветами – графики компонент управляющих моментов (10) и (11). Аналогичные графики для закона (12) не приводятся, поскольку они очень похожи на соответствующие графики для закона (12а). На перечисленных рисунках представлены два временных интервала. Слева показаны пятичасовые интервалы, примыкающие к начальной точке $t = 0$. На них происходило гашение возмущенного движения, обусловленного ошибками в задании начальной угловой скорости спутника. Справа показаны более поздние интервалы длительностью 43 часа с устано-

вившимся режимом движения спутника. В этом режиме имеют место колебания рассматриваемых функций с доминирующей орбитальной частотой $\omega_0 \approx 0.00109 \text{ с}^{-1}$. Уровень микроускорений на рис. 3 весьма мал, причем размер области вариации микроускорения \mathbf{b} оказался намного меньше максимального значения $|\mathbf{b}|$.

Результаты интегрирования системы уравнений (6), (9) с управлениями (13) и (13а) изображены на рис. 6 – 10. Эти рисунки устроены аналогично рис. 1 – 5. Здесь также представлены два временных интервала. Слева показаны трехчасовые интервалы, примыкающие к точке $t=0$, справа показаны интервалы длительностью 45 часов. Левые интервалы иллюстрируют гашение возмущенного движения, правые – установившееся движение. По сравнению с управлениями (12) и (12а), управления (13) и (13а) обеспечивают более точную ориентацию спутника, меньшую длительность переходных процессов и меньшую область вариации микроускорения.

В некоторых работах, например в [11], управление (9) предлагалось реализовывать с постоянным значением $|\mathbf{V}|^2$. Чтобы оценить это предложение, на рис. 11 – 13 представлены результаты интегрирования системы уравнений (6), (9), (12а) в двух случаях. В первом случае величина $|\mathbf{V}|^2$ в уравнении (9) рассчитывалась согласно принятой модели МПЗ (графики черного цвета), во втором случае эта величина принималась постоянной: $|\mathbf{V}|^2 = 1.5 \cdot 10^9 \text{ нТл}^2$ (графики красного цвета). Содержание рис. 11 – 13 аналогично рис. 1 – 3. Результаты моделирования показали, что существенного различия между указанными случаями нет. В каждом из них обеспечивается стабилизация режима гравитационной ориентации и малый уровень микроускорений.

На рис. 14 приведены графики мгновенной освещенности панелей солнечных батарей, построенные для решения уравнений (6), (9), (12а). Освещенность здесь выражена в процентах, 100% достигаются в положении, в котором ось Ox_2 точно направлена на Солнце. Графики построены с учетом прохождения спутника через тень Земли. Теневым участкам полета отвечает нулевая освещенность. Эти участки рассчитывались в предположении, что поверхность Земли ограничена сферой радиусом 6378 км. На верхнем графике показано изменение освещенности панелей солнечных батарей на интервале времени 2 суток. На нижнем графике показано изменение средней за виток освещенности панелей солнечных батарей на каждом орбитальном витке. Продолжительность одного витка составляет 1 час 36 мин., т.е. за 2 суток полета спутник совершает 30 витков. На рис. 15, который организован аналогично рис. 14, приведены графики освещенности панелей солнечных батарей для решения уравнений (6), (9), (12а) на даты 11 – 13.05.2013 (время начала моделирования $t=0$ соответствовало 12:00:00 декретного московского времени 11.05.2013). Угол между плоскостью орбиты и вектором направления на Солнце при этом составляет примерно 46.7° , что является максимальным значением для данной орбиты на отрезке времени длиной несколько месяцев.

На рис. 16, 17 представлены результаты интегрирования системы уравнений (6) при $L_1 = L_2 = L_3 = 0$ (неуправляемое движение спутника) в двух случаях. В первом на спутник действуют гравитационный и аэродинамический моменты (графики черного цвета), во втором на спутник действует только гравитационный момент (графики красного цвета). Здесь на интервале времени 8 суток изображены графики зависимости от времени углов γ , δ , β и компонент угловой скорости. Результаты, представленные этих рисунках, показали, что использование управления для рассматриваемого спутника, помимо гашения начальных возмущений, необходимо для парирования дестабилизирующего действия аэродинамического момента. При этом управление необязательно использовать непрерывно, достаточно через определенные интервалы времени включать его на несколько часов, например, один раз в 2 суток, чтобы парировать нарастание возмущенного движения.

Рассматриваемая электромагнитная система управления вращательным движением спутника может быть реализована в виде отдельной аппаратуры, слабо связанной с остальными системами его борта, подобно аппаратам *Мираж*, *Гравитон* и *КСКМ* на спутниках «Фотон-12», «Фотон М-2», «Бион М» и «Фотон М-4».

Данная работа выполнена в рамках проекта РФФИ 14-01-00423.

Литература

1. Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11* // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 4. с. 419-435.
2. Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2003. Т. 41. № 1. с. 45-56.
3. Абрашкин В.И., Волков М.В., Егоров А.В., Зайцев А.С., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях угловой скорости и микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон-12* // Космические исследования. 2003. Т. 41. № 6. с. 632-651.
4. Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11* // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 2. с. 185-200.
5. Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2007. Т. 45. № 5. с. 450-470.
6. Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Анализ низ-

- кочастотной составляющей в измерениях микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон М-2* // *Космические исследования*. 2008. Т. 46. № 5. с. 463-483.
7. Бойзелинк Г., Ван Бавинхов К., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника «Фотон М-3» по данным бортовых измерений магнитного поля Земли // *Космические исследования*. 2010. Т. 48. № 3. с. 252-265.
 8. Абрашкин В.И., Пузин Ю.А., Сазонов В.В. Электромагнитная система управления вращательным движением спутника, обеспечивающая малый уровень микроускорений на его борту // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2010. № 22.
 9. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем остаточных микроускорений электромеханическими исполнительными органами // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2008. № 13.
 10. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем микроускорений электромеханическими исполнительными органами // *Космические исследования*. 2012. Т. 50. № 5. с. 380-393.
 11. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М., Машиностроение, 1975.
 12. Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Стажков В.М., Зыков С.Г., Рябуха С.Б., Асеведо Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции "Мир" и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепломассопереноса // *Космические исследования*. 1999. Т. 37. № 1. с. 86-101.
 13. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
 14. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.

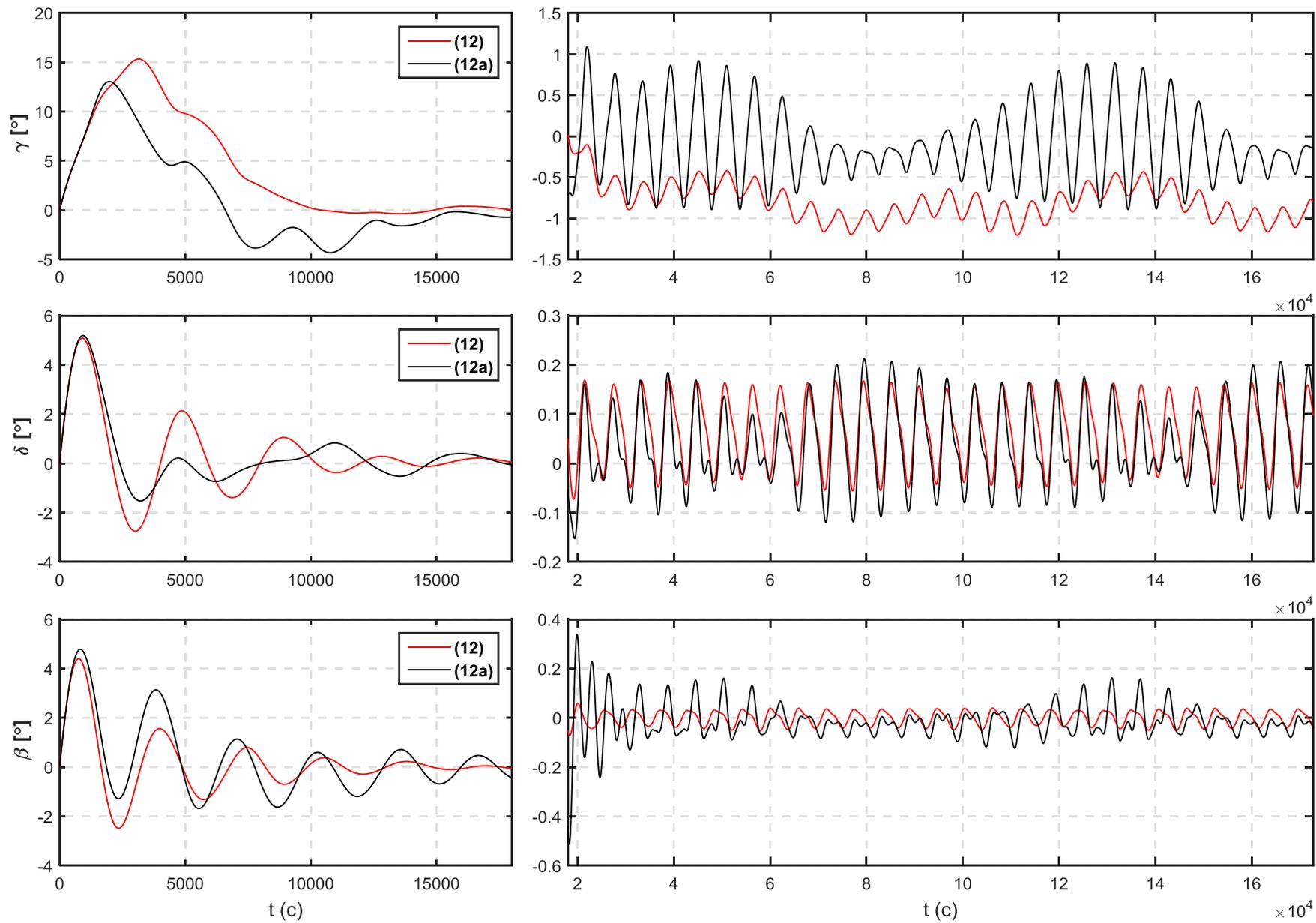


Рис. 1. Углы ориентации спутника при использовании управлений (12) и (12а).

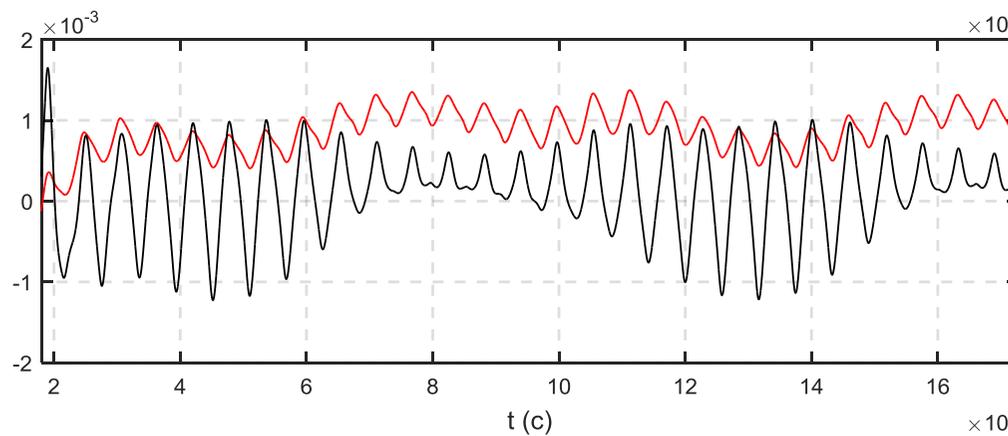
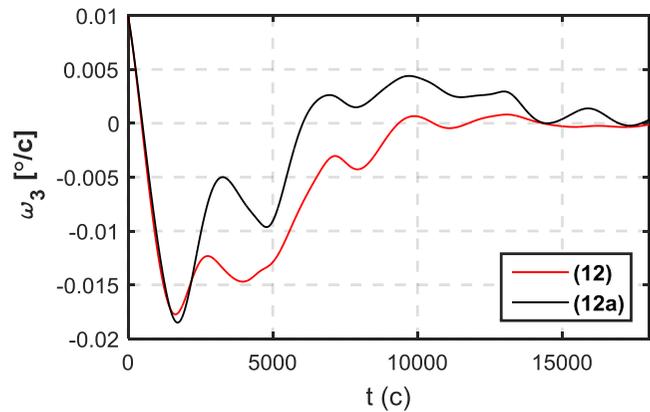
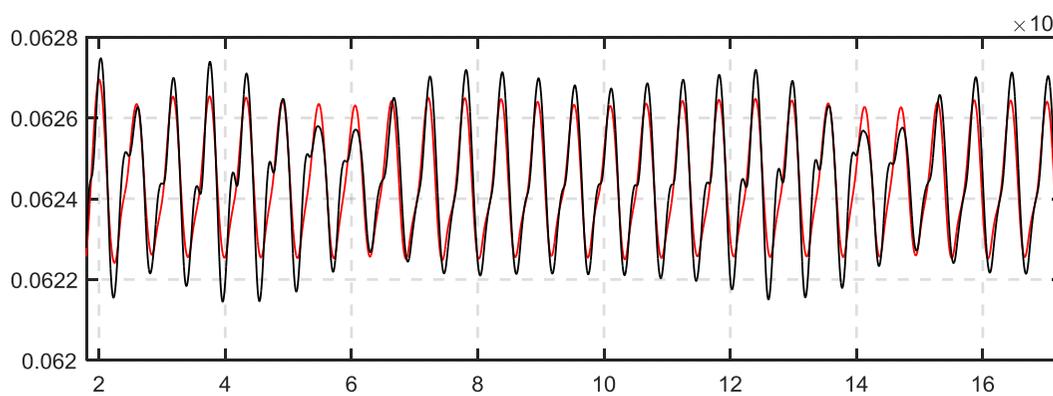
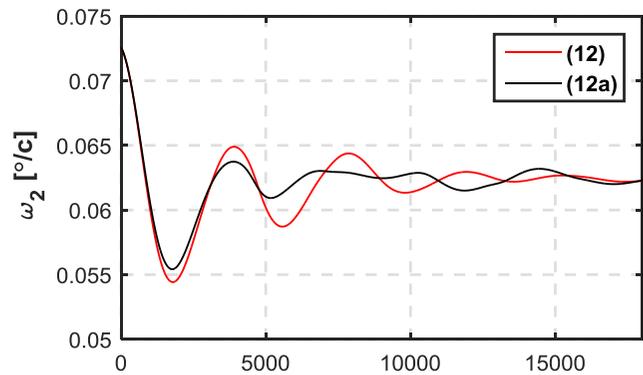
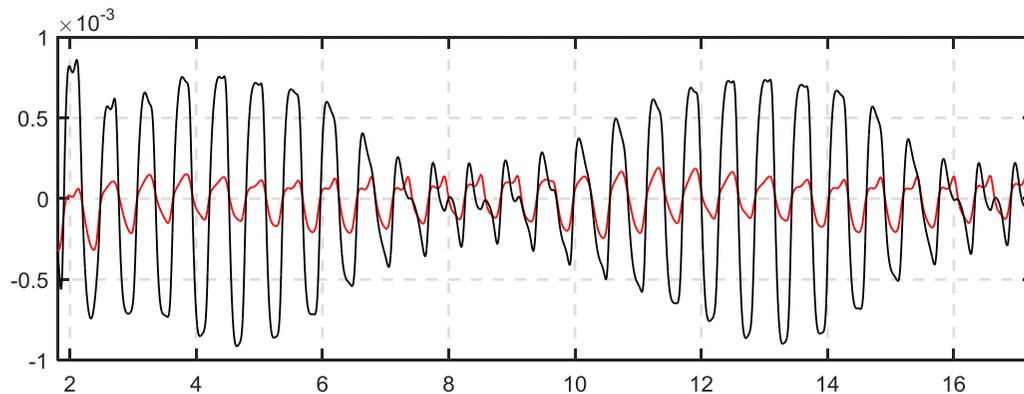
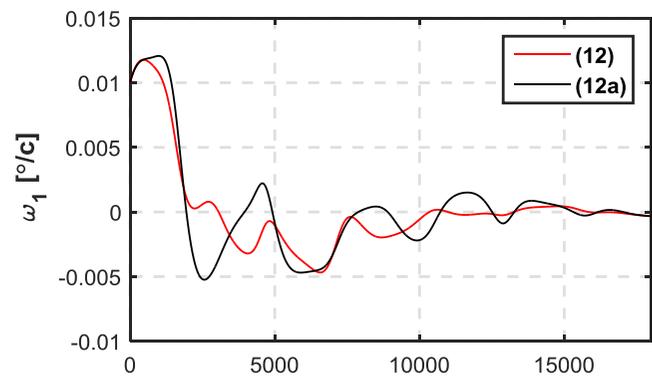


Рис. 2. Угловая скорость спутника при использовании управлений (12) и (12а).

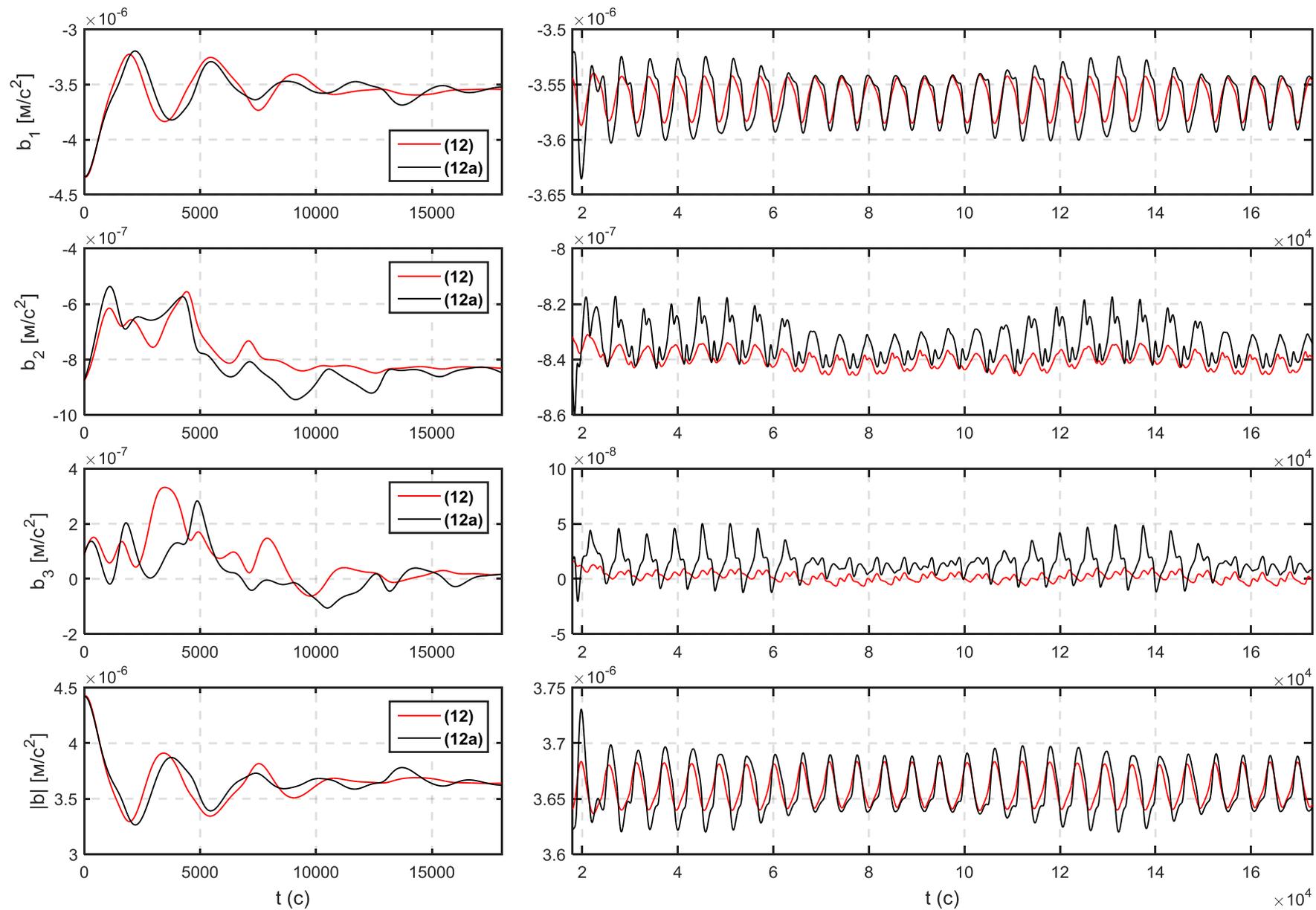


Рис. 3. Микроускорение на борту спутника при использовании управлений (12) и (12а).

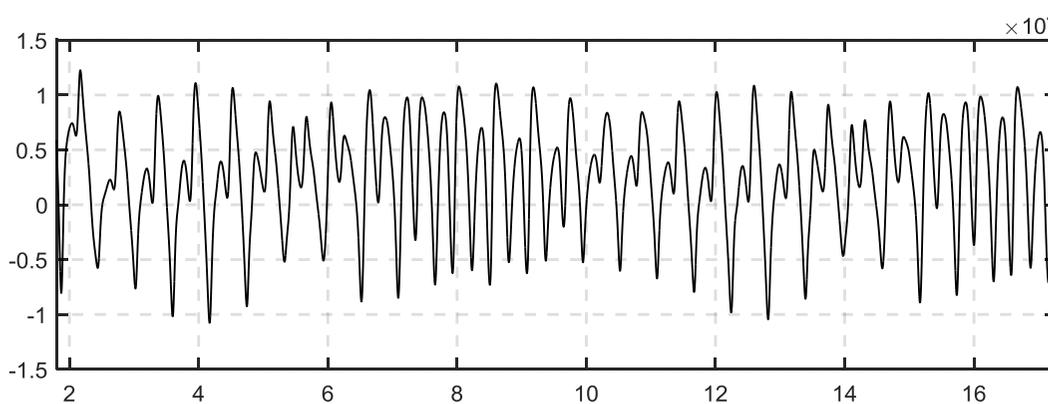
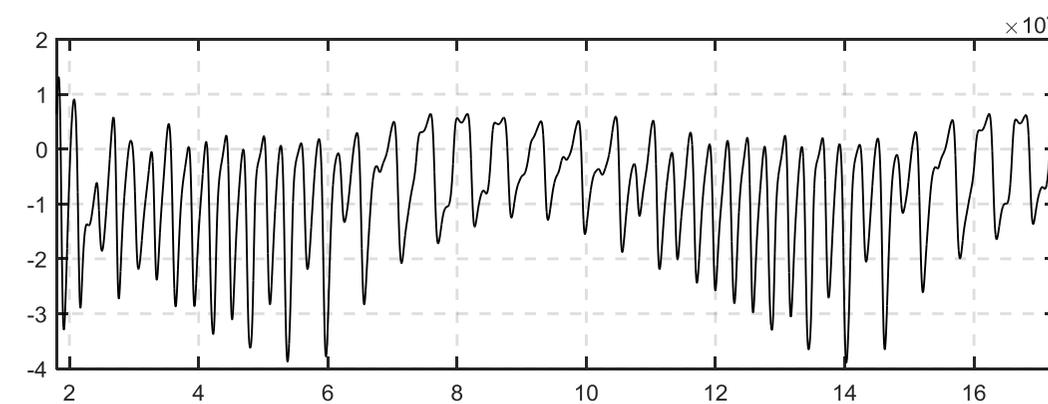
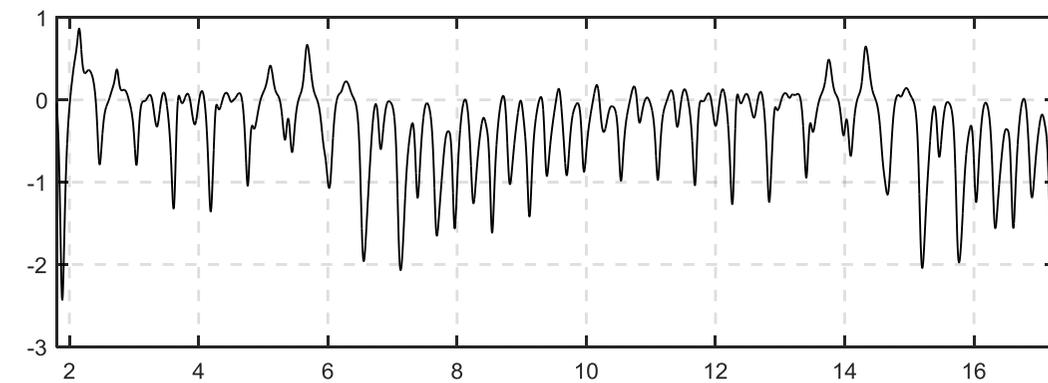
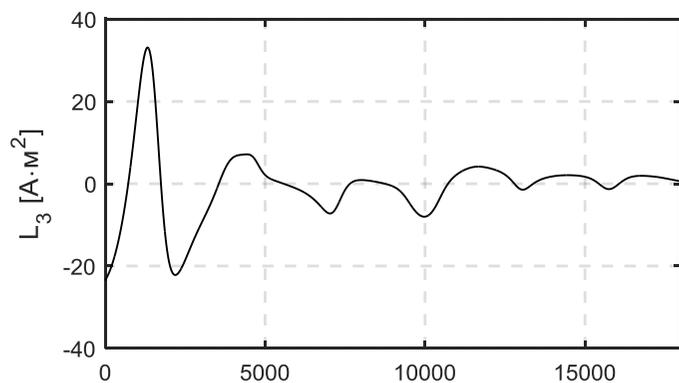
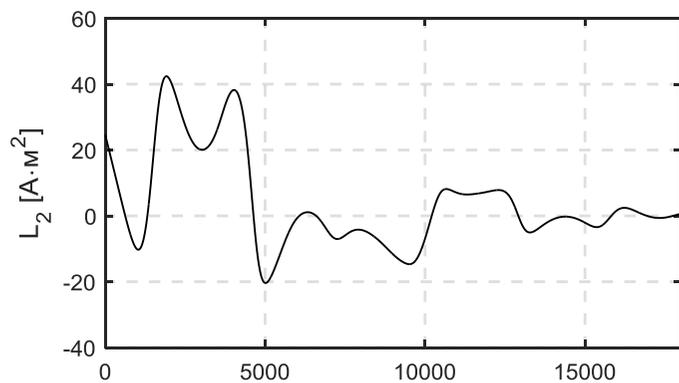
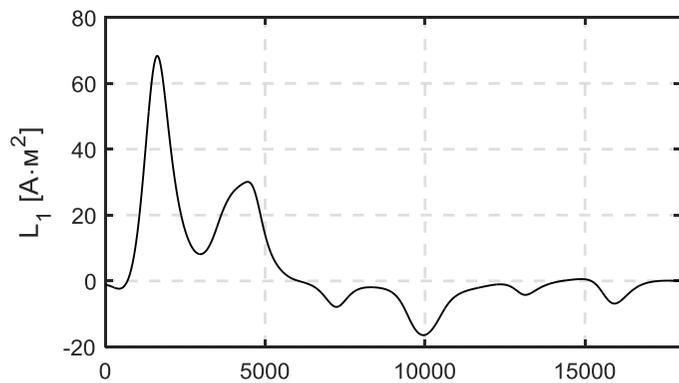


Рис. 4. Магнитный момент катушек при использовании управления (12а).

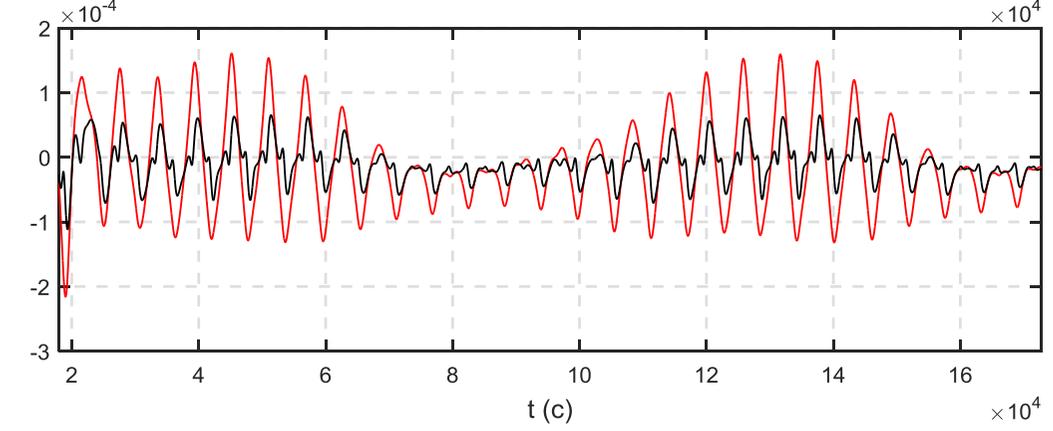
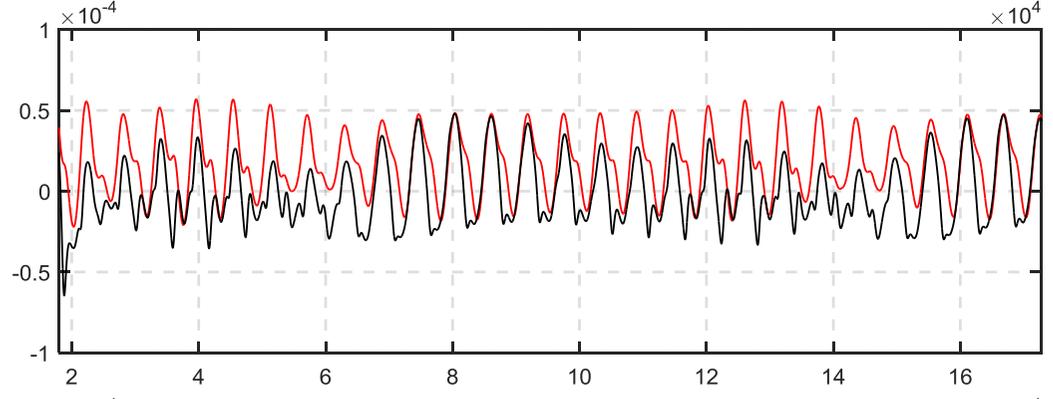
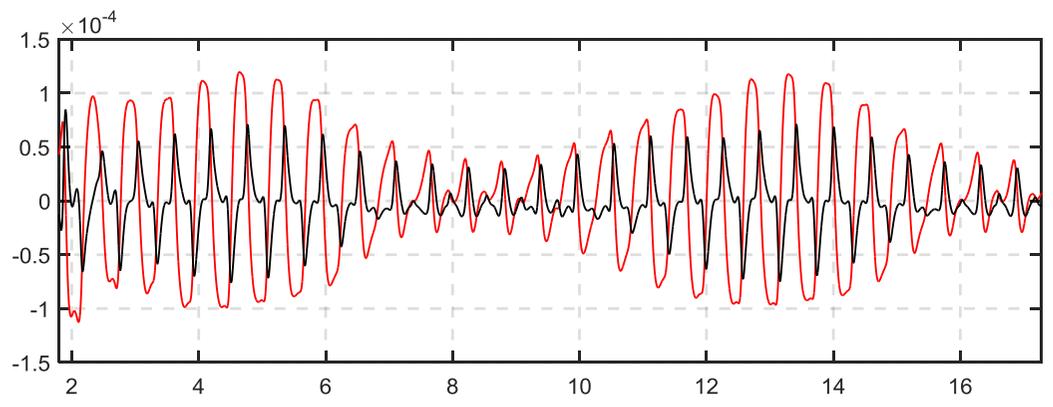
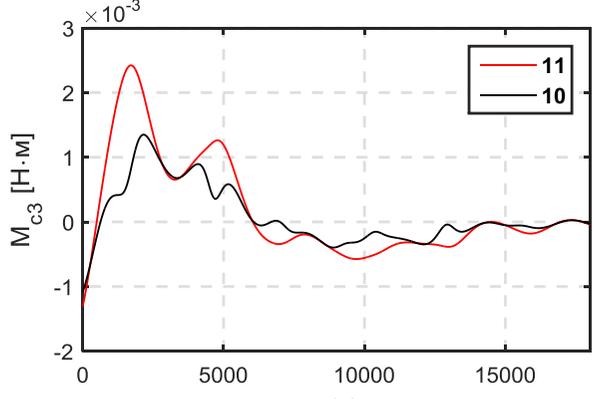
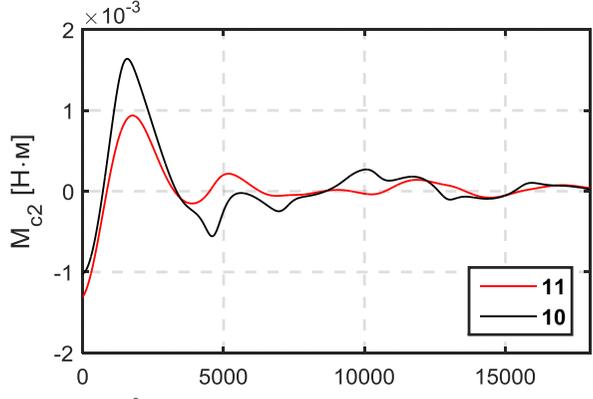
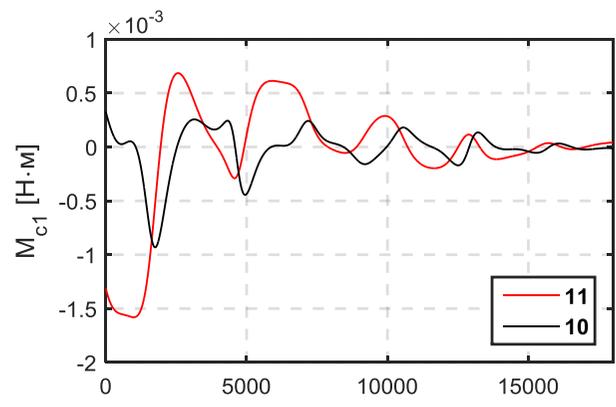


Рис. 5. Моменты (10) и (11) при использовании управления (12а).

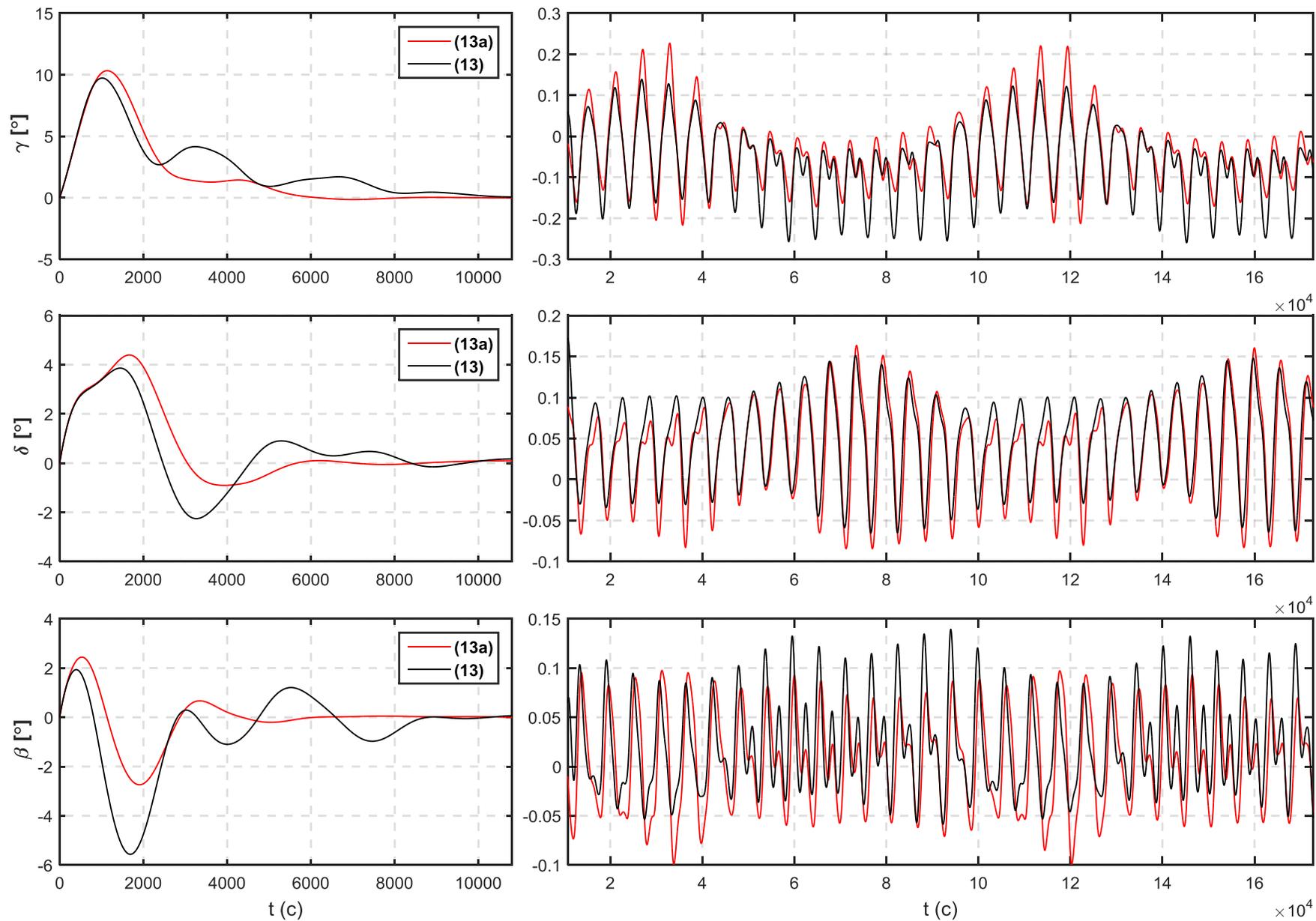


Рис. 6. Углы ориентации спутника при использовании управлений (13) и (13а).

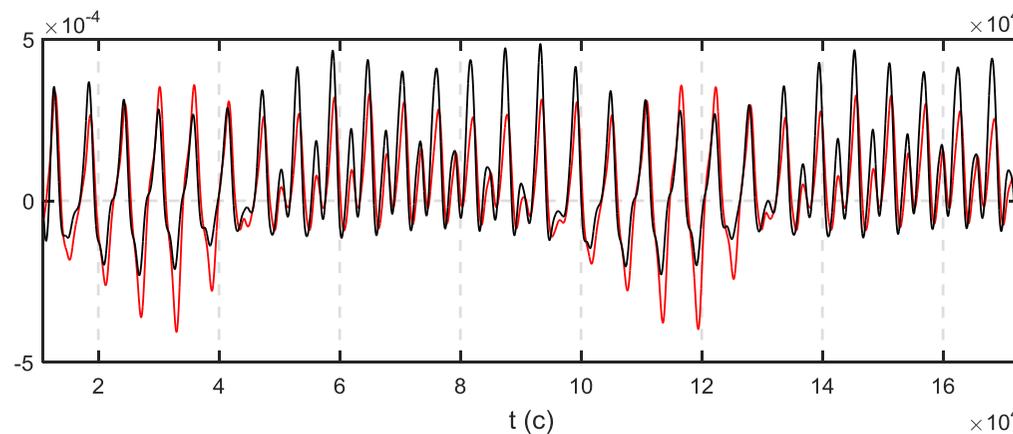
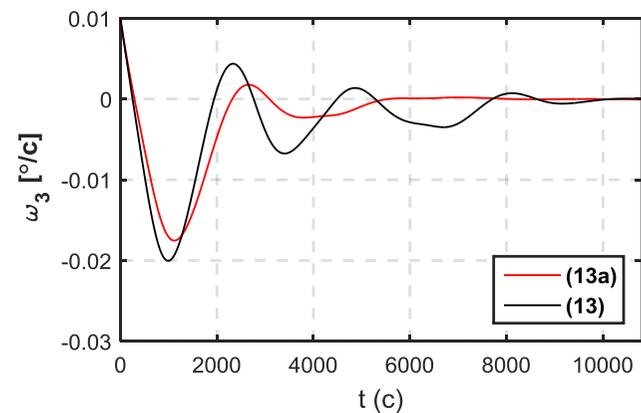
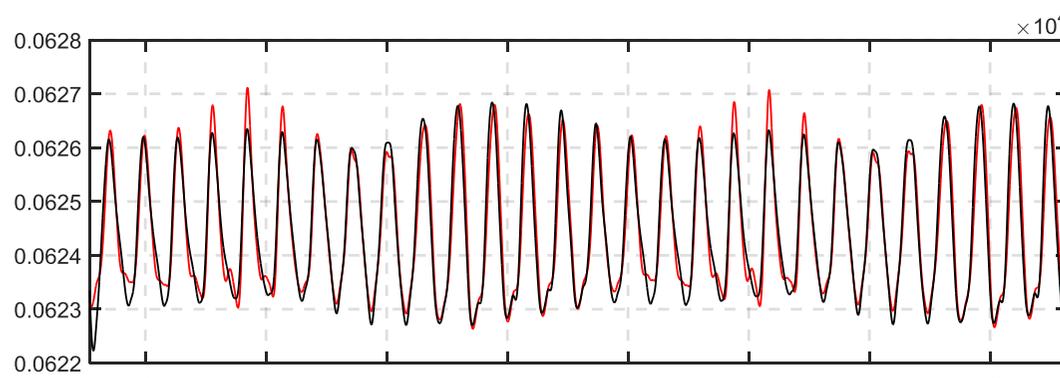
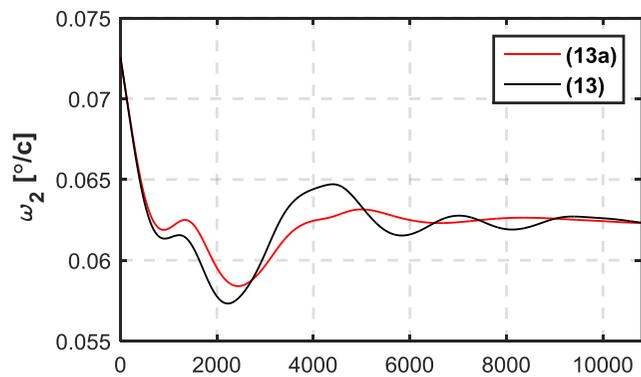
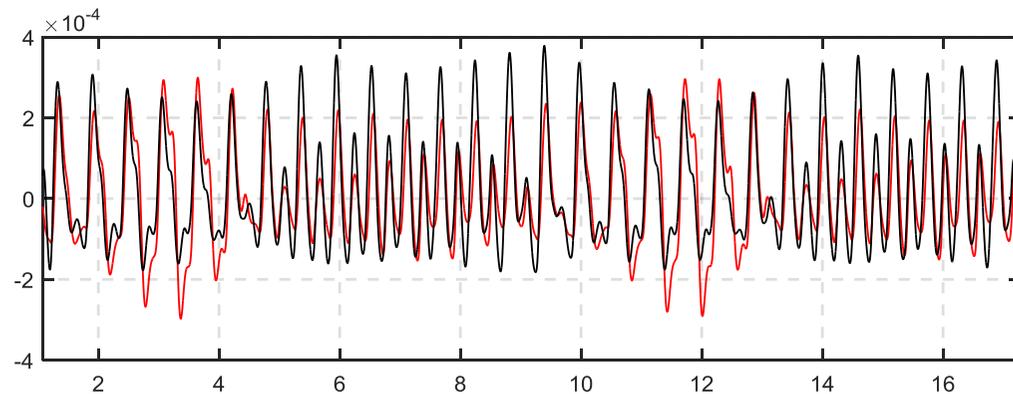
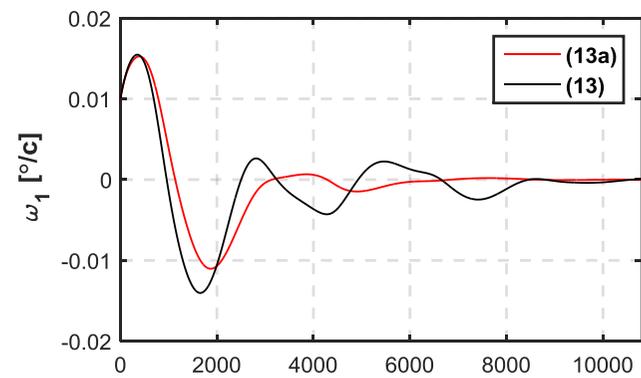


Рис. 7. Угловая скорость спутника при использовании управлений (13) и (13а).

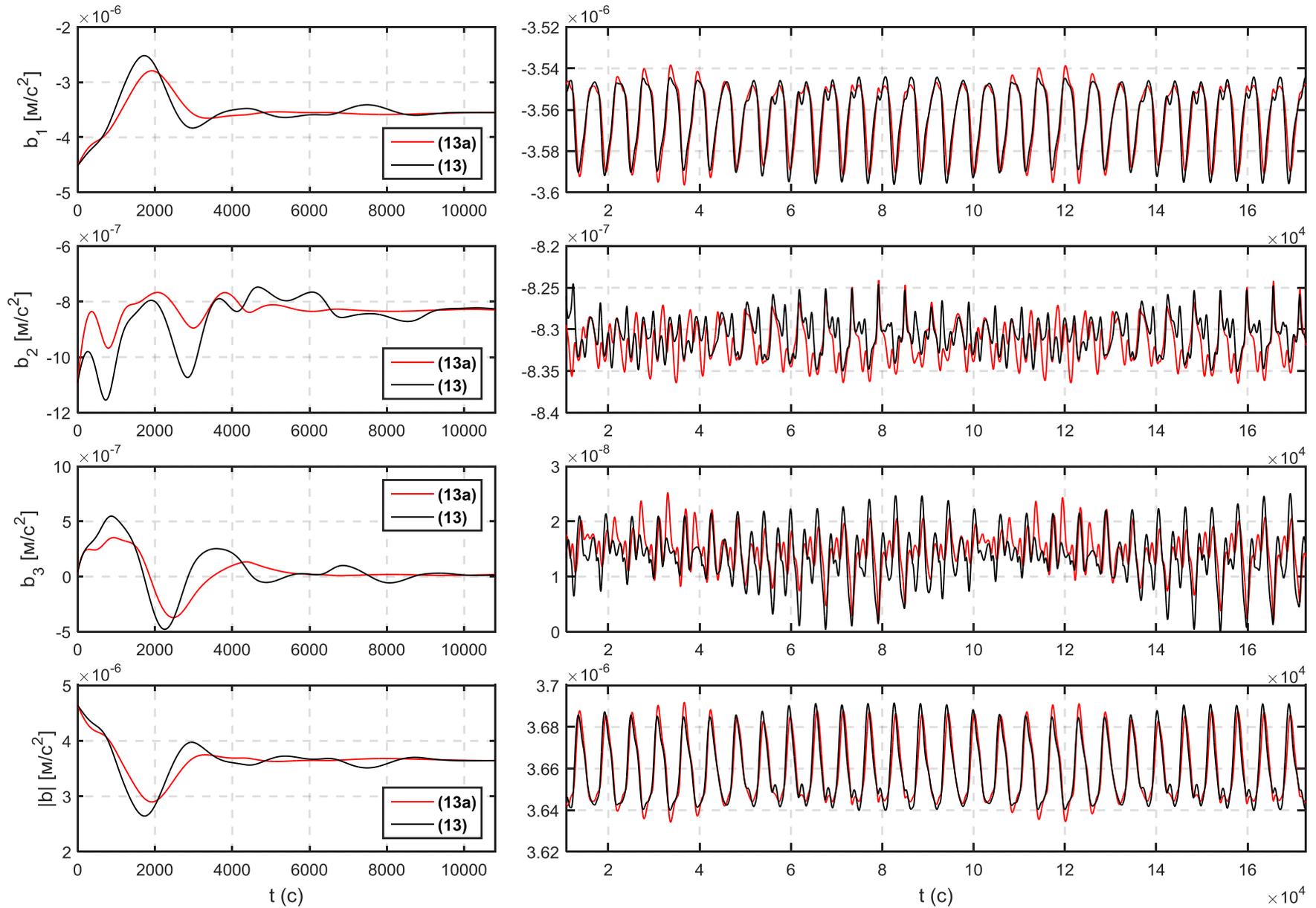


Рис. 8. Микроускорение на борту спутника при использовании управлений (13) и (13а).

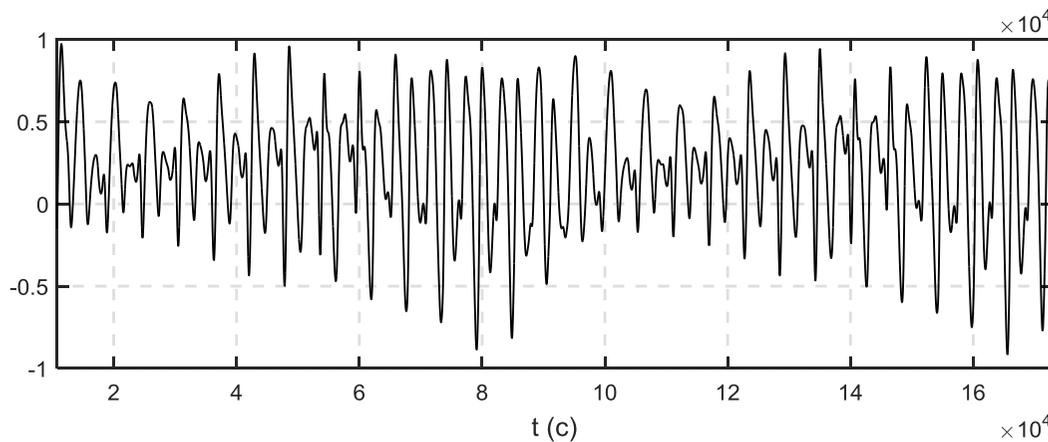
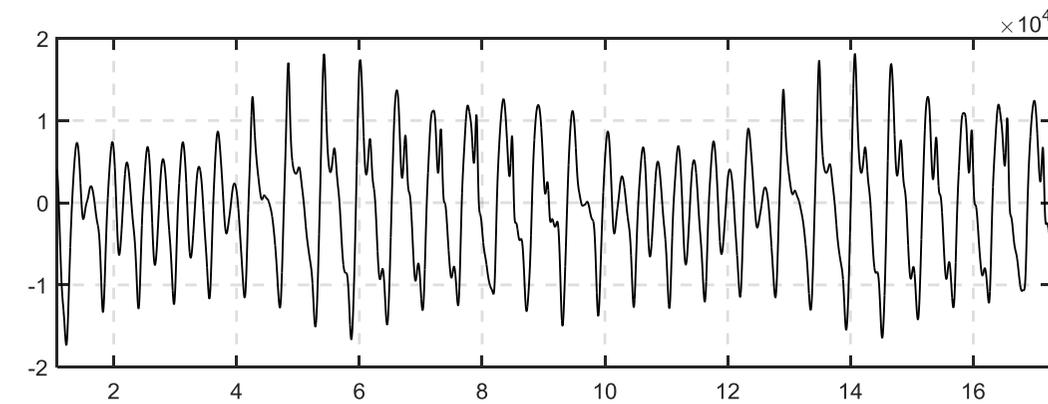
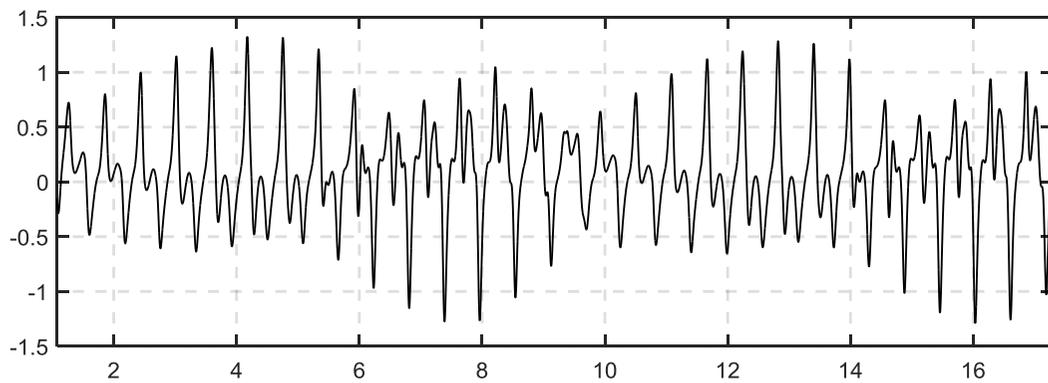
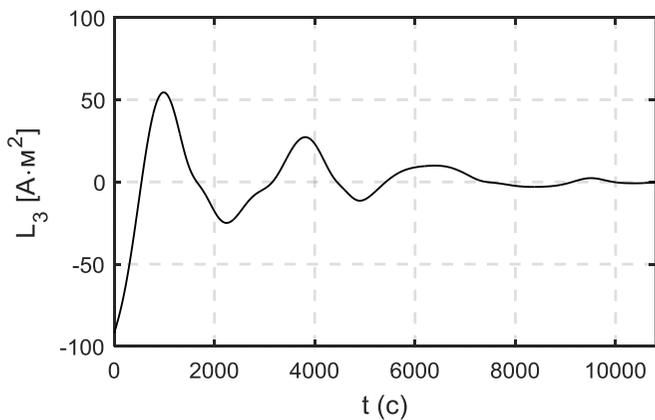
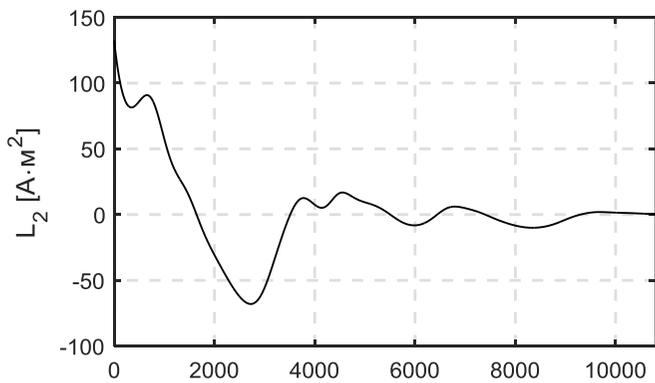
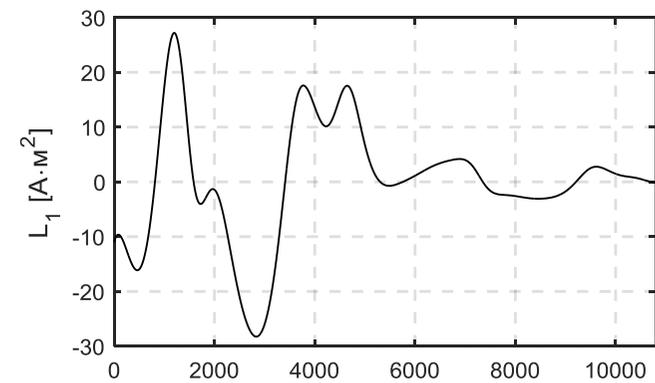


Рис. 9. Магнитный момент катушек при использовании управления (13).

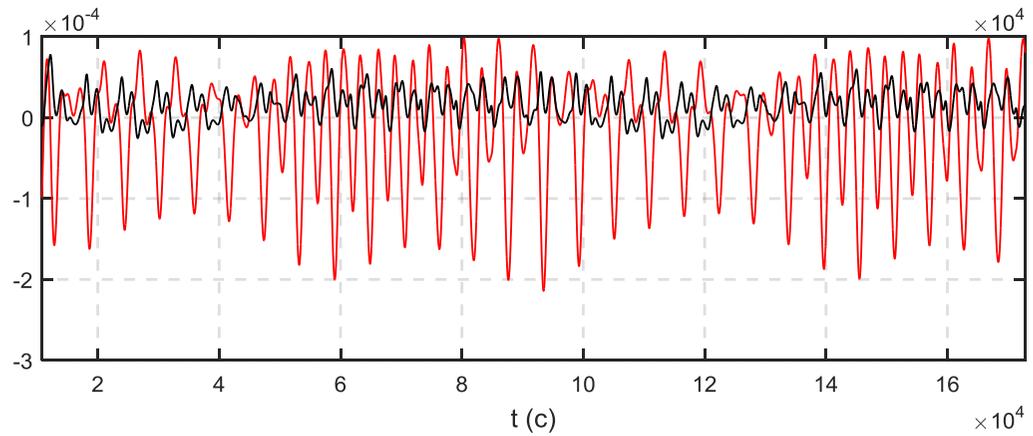
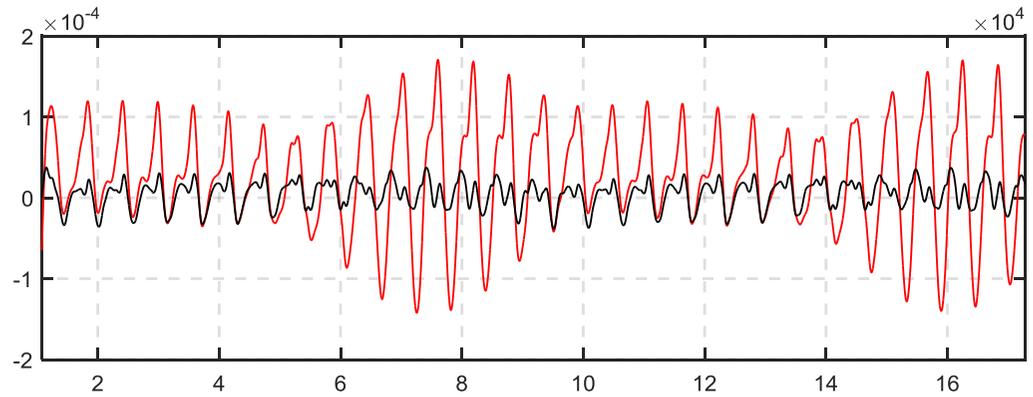
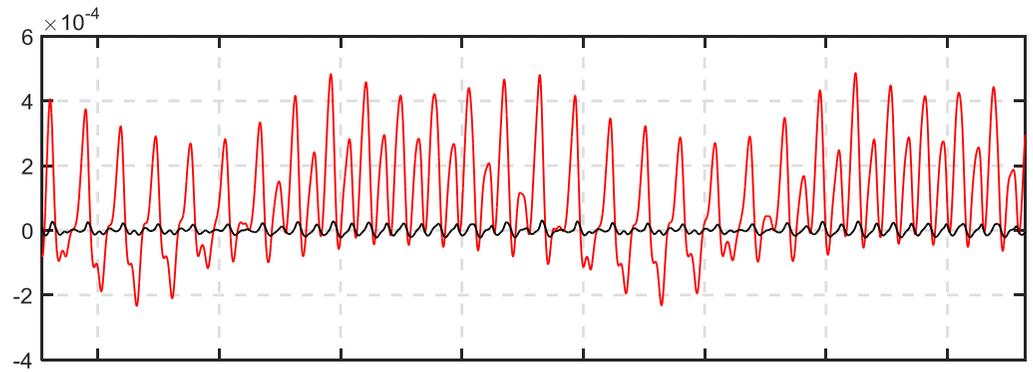
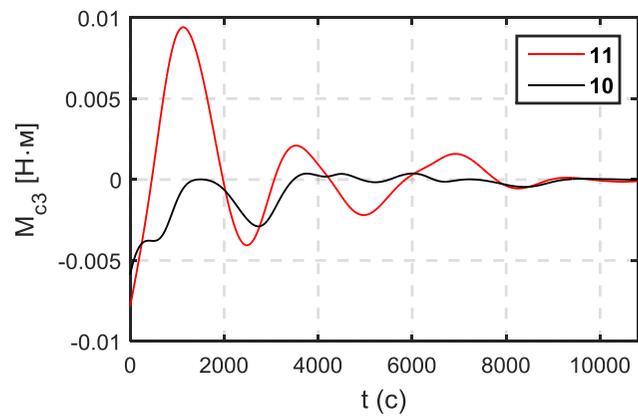
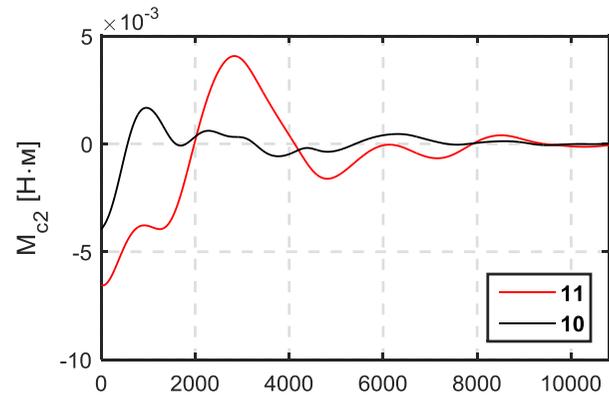
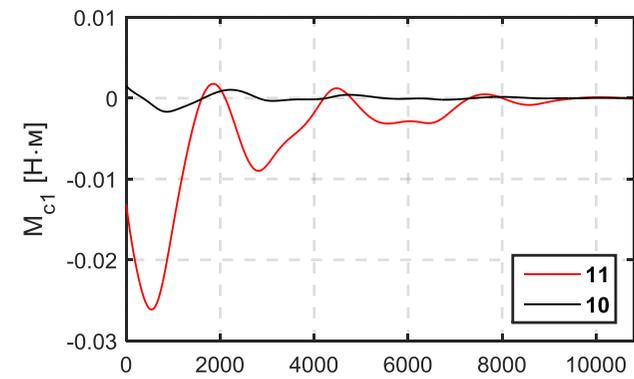


Рис. 10. Моменты (10) и (11) при использовании управления (13).

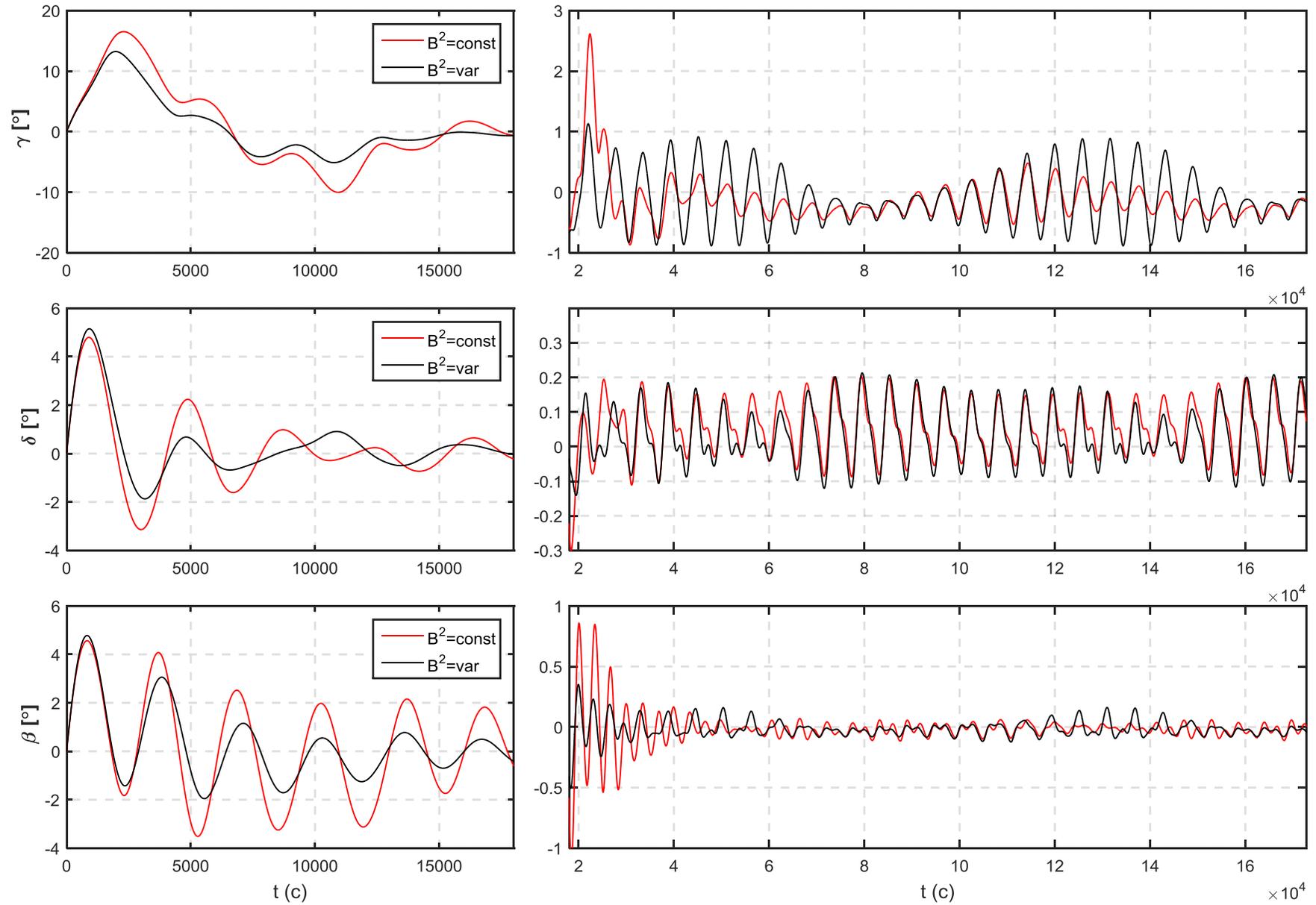


Рис. 11. Углы ориентации спутника для различных $|\mathbf{B}|^2$ при использовании управления (12а).

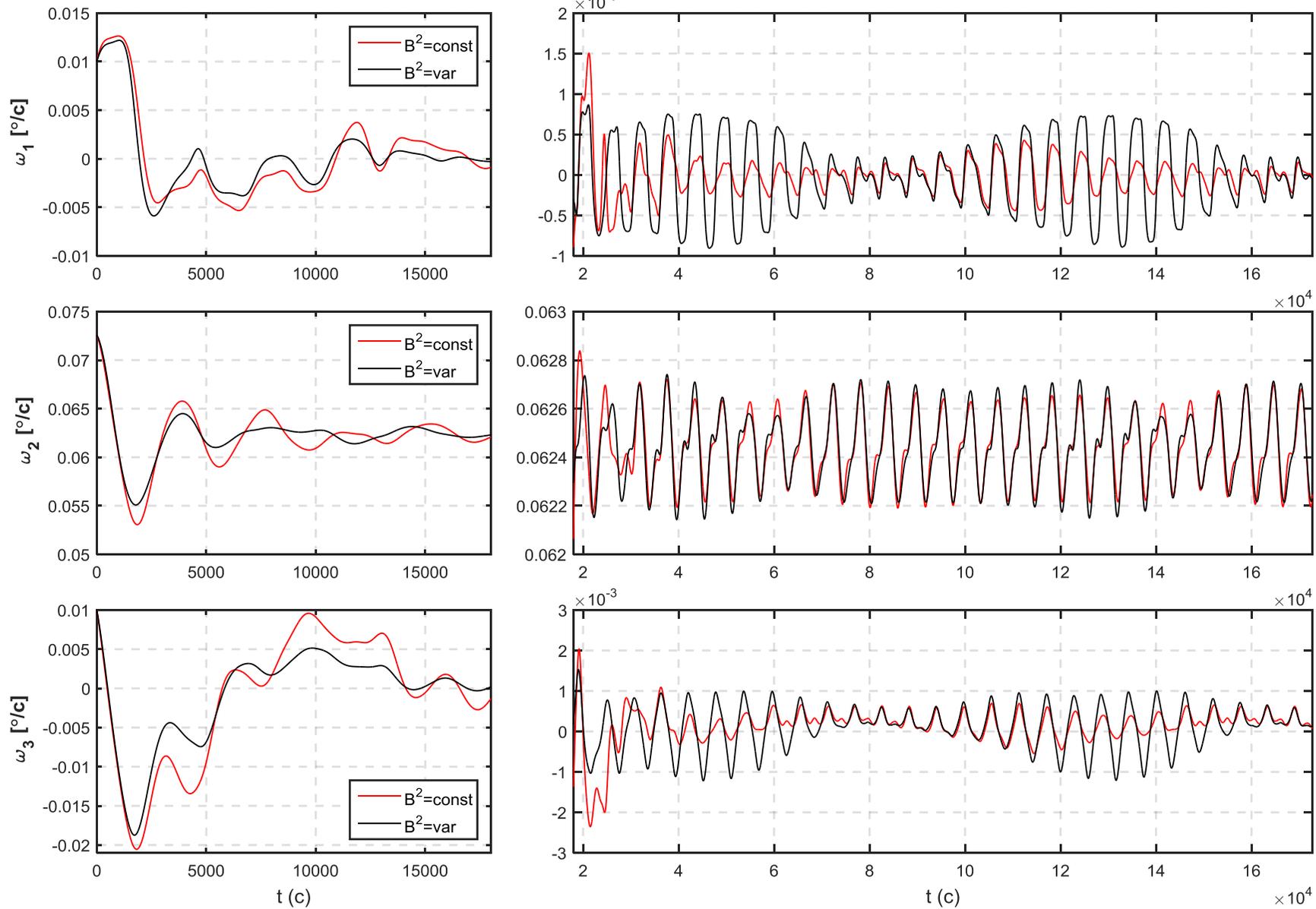


Рис. 12. Угловая скорость спутника для различных $|\mathbf{B}|^2$ при использовании управления (12а).

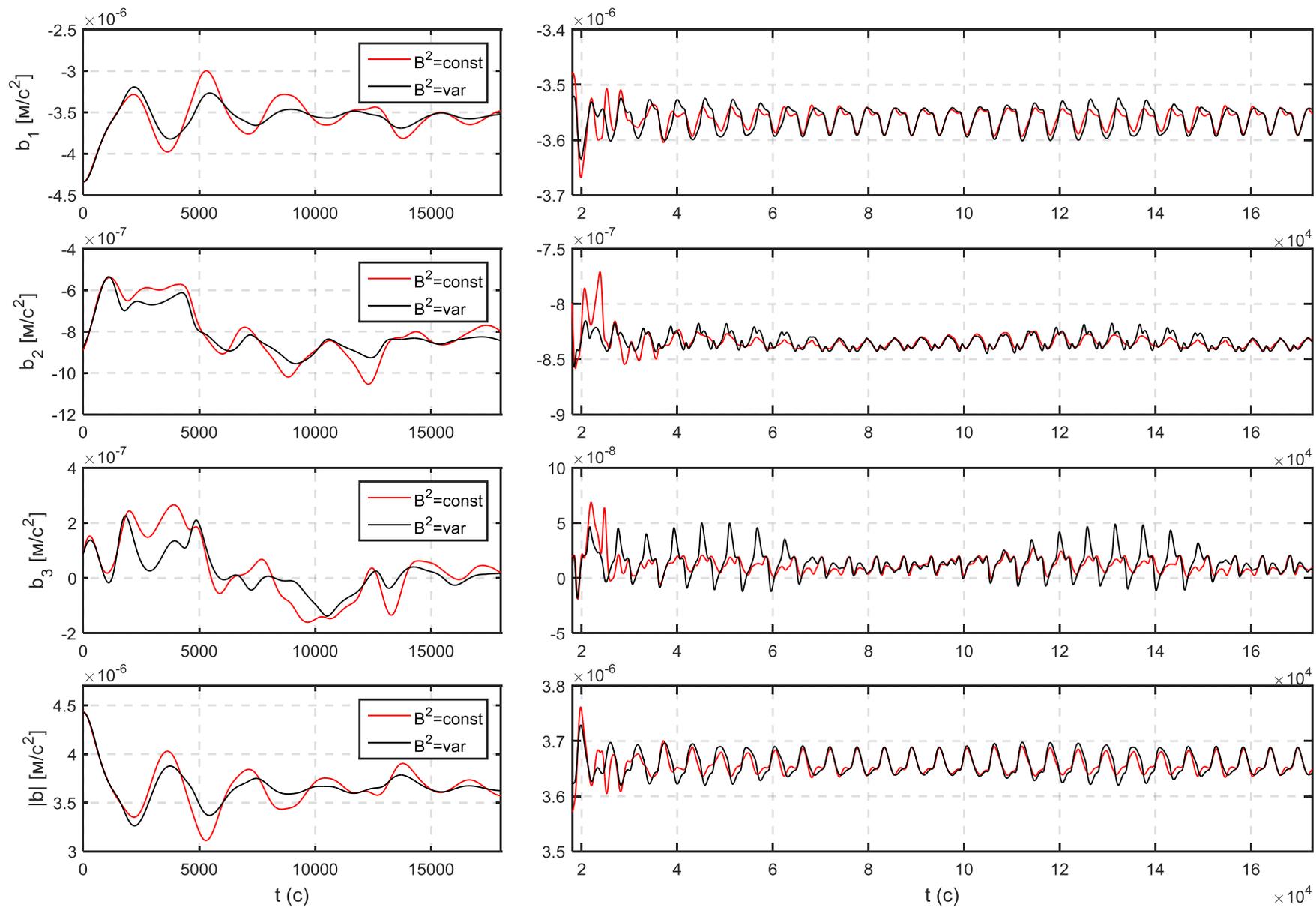


Рис. 13. Микроускорение на бортуспутника для различных $|\mathbf{B}|^2$ при использовании управления (12а).

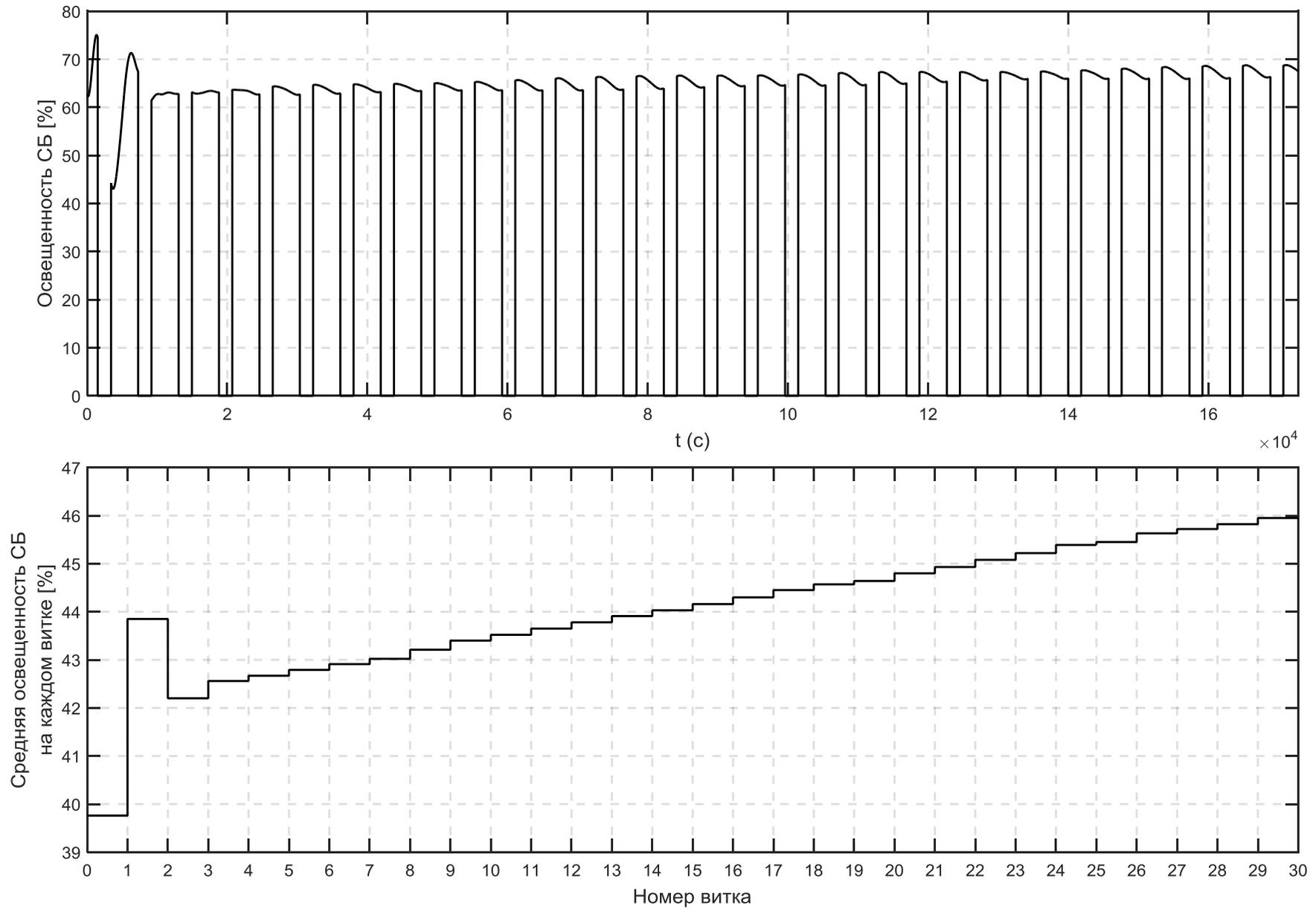


Рис. 14. Освещенность панелей солнечных батарей при использовании управления (12а) 05.05.2013.

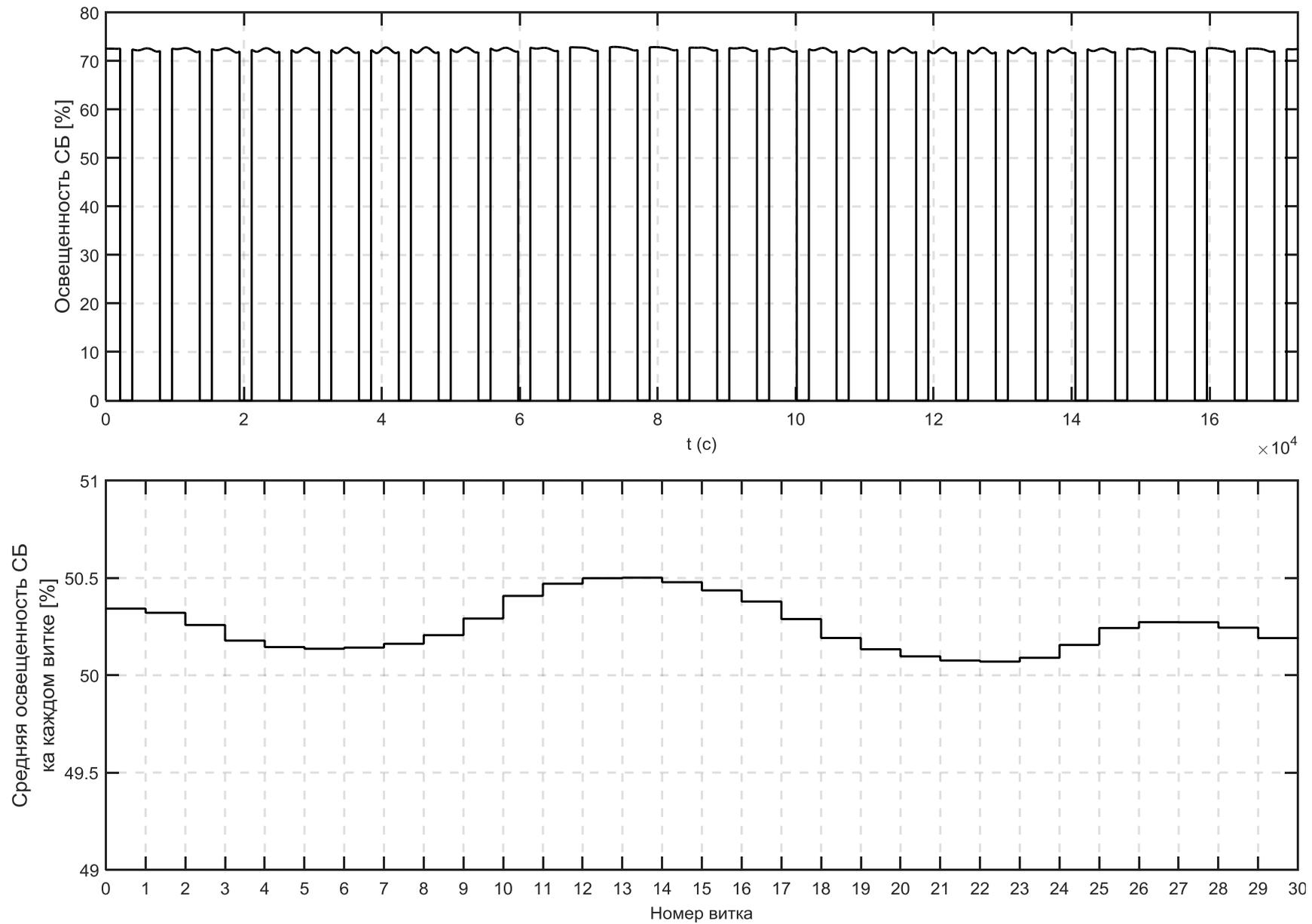


Рис. 15. Освещенность панелей солнечных батарей при использовании управления (12а) 11.05.2013.

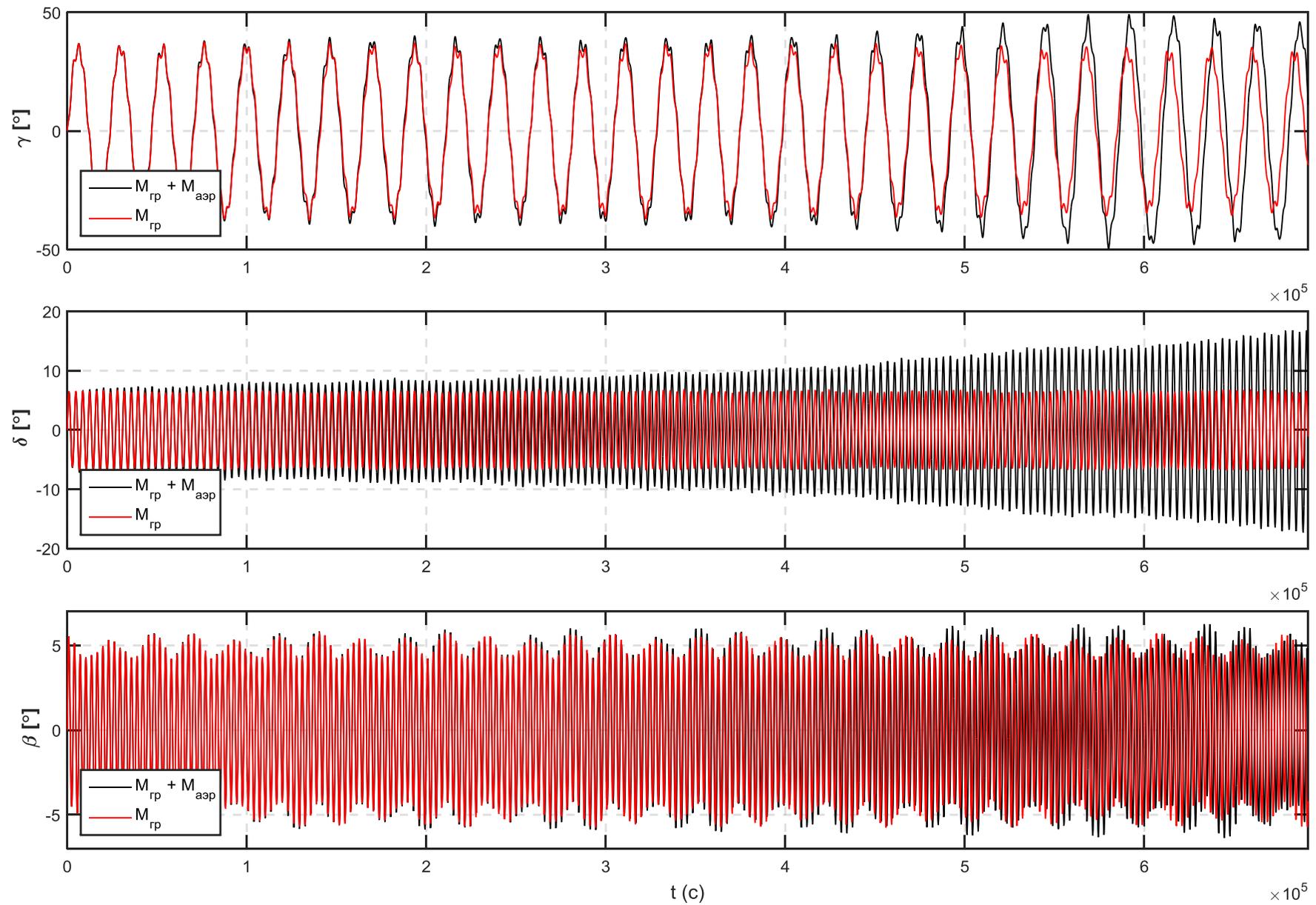


Рис. 16. Углы ориентации спутника в его неуправляемом движении.

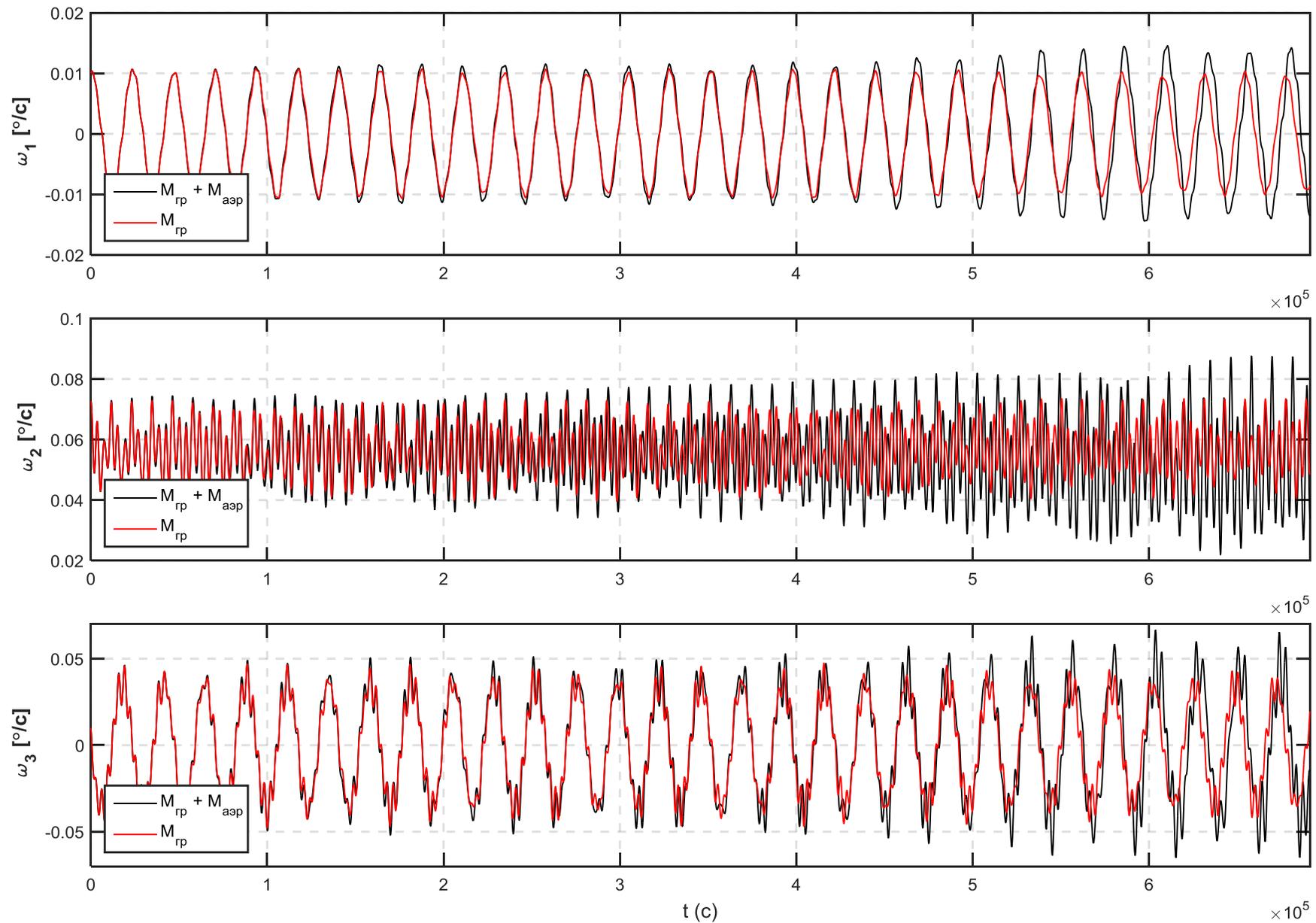


Рис. 17. Угловая скорость спутника в его неуправляемом движении.