



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 59 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Ситдигов Р.М., Филиппов Д.Д.,
Митрушкин Д.А.

Численное моделирование
многофазных течений в
сопряжённой системе
«пласт-скважина-УЭЦН»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Ситдигов Р.М., Филиппов Д.Д., Митрушкин Д.А. Численное моделирование многофазных течений в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 59. 28 с. doi:[10.20948/prepr-2016-59](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-59)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-59>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Р.М. Ситдиков, Д.Д. Филиппов, Д.А. Митрушкин

**Численное моделирование многофазных течений
в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН»**

Москва — 2016

Ситди́ков Р.М., Фили́пов Д.Д., Митру́шкин Д.А.

Численное моделирование многофазных течений в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН»

Аннотация. Работа посвящена физико-математической формализации, разработке и программной реализации вычислительных алгоритмов для моделирования нестационарных трёхфазных течений в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН». В скважине, включающей в себя межтрубное пространство и НКТ, рассматривается одномерное неизотермическое течение в рамках модели потока дрейфа. В трёхмерном пласте рассматривается изотермическая фильтрация в приближении модели чёрной нелетучей нефти. Работа ЭЦН моделируется при помощи его напорной характеристики с использованием энергетических параметров насоса для учёта теплообмена флюидов в скважине с корпусом УЭЦН. Проведена верификация модели путём сравнения результатов расчёта с аналитическим решением и коммерческими гидродинамическими симуляторами, а также представлены результаты тестовых расчётов работы скважины.

Ключевые слова: многофазное нестационарное течение, модель потока дрейфа, модель чёрной нелетучей нефти, установка электроцентробежного насоса (УЭЦН), сопряжённая система «пласт-скважина-УЭЦН»

*Rustam Maratovich Sitdikov, Danil Denisovich Filippov,
Dmitry Aleksandrovich Mitrushkin,*

Numerical simulation of multiphase flows in the coupled «reservoir-well-ESP» system

Abstract. The following study describes physical and mathematical formulation for coupled unsteady three-phase flow in reservoir-well-ESP (electrical submersible pump) system. Authors developed and implemented a numerical algorithm for simulation of one-dimensional non-isothermal flow in both tubing and annulus using a drift-flux model. A three-dimensional isothermal black-oil model was used to describe fluid flow in the reservoir. For ESP simulation authors considered both energy and head-capacity characteristics of the pump to account for heat transfer between fluids in the well and the ESP. The model was validated by comparing the simulation results with analytical solution and the results obtained with a commercial simulation package. Test simulations of well performance are also presented.

Key words: unsteady multiphase flow, drift-flux model, black-oil model, electric submersible pump system (ESP), coupled «reservoir-well-ESP» system

Введение

В настоящее время значительная часть фонда нефтяных скважин эксплуатируется с использованием погружных электроцентробежных насосных установок (УЭЦН). Однако на многих месторождениях работа УЭЦН связана с большими трудностями, среди которых можно выделить: трудоёмкий процесс вывода скважины на стационарный режим после ремонтных работ, подбор оптимального УЭЦН для эффективной работы скважины в течение всего периода эксплуатации от запуска до отказа и выбор временного режима работы УЭЦН.

В связи с этим повышение эффективности добычи нефти с помощью УЭЦН является для нефтедобывающей отрасли особо актуальной задачей. Одним из перспективных направлений её решения является разработка технологий подбора, запуска и эксплуатации установок электроцентробежных насосов, а также прогнозирование работы скважины и контроля её основных параметров с применением более точных представлений о нестационарных процессах, происходящих как в скважине и погружном оборудовании, так и в пласте.

Как было отмечено ранее, при эксплуатации нефтяной скважины важным технологическим мероприятием является вывод скважины на постоянный режим работы, который зависит от многочисленных факторов. Правильные технологические решения при проведении данного мероприятия должны обеспечить оптимизацию самого процесса и увеличение ресурсных возможностей погружного оборудования. Несмотря на высокую значимость описываемого процесса, на производстве пренебрегают возможностью планирования работ по выводу на режим скважин, оборудованных УЭЦН, из-за сложности или невозможности использования в промысловых условиях существующих способов прогнозирования. В результате получается неоптимальное и неэффективное проведение данных работ.

В то же время большинство скважин действующего фонда являются средне- и малодобитными. В связи с этим перспективным направлением при использовании УЭЦН является эксплуатация скважины в режиме периодического кратковременного включения (ПКВ). При режиме ПКВ происходит периодическое включение ЭЦН, при котором временной режим ЭЦН состоит из периодов откачки и накопления флюидов в скважине. Данный метод позволяет увеличить эффективность работы скважины и кроме того снизить энергопотребление и увеличить межремонтный период (МРП) работы скважины за счёт уменьшения износа элементов УЭЦН и использования производительных насосов с большим типоразмером и КПД. Кроме того, режим ПКВ позволяет уменьшить влияние таких осложняющих работу скважины факторов, как отложение солей и механических примесей, а также перегрев погружного электродвигателя (ПЭД) из-за недостаточного охлаждения корпуса двигателя омывающими его флюидами.

Таким образом, задача моделирования работы скважины, оснащённой электрическим центробежным насосом (ЭЦН), при различных режимах эксплуатации находит актуальное применение для решения обозначенных проблем.

Обзор литературы

В настоящее время существует несколько методов гидродинамического моделирования многофазного потока в скважине, основанных на численном решении уравнений, полученных из уравнений Навье-Стокса путем введения некоторых упрощающих допущений. Среди них следует выделить модель потока дрейфа.

Теоретическим основам двухфазных потоков в скважине посвящено множество исследований отечественных и зарубежных авторов. В работах многих крупных учёных, таких как Р.И. Нигматулин [1], С.С. Кутателадзе [2], исследовались газожидкостные потоки в вертикальных и наклонных скважинах. Значительный вклад в изучение двухфазных течений в скважинах внесли работы зарубежных авторов. Фундаментальные научные труды таких учёных, как G.V. Wallis [3], N. Zuber и J.A. Findlay [4], посвящены изучению гидродинамики стационарных двухфазных течений, а также приближённого метода описания течения с помощью модели потока дрейфа. Модель потока дрейфа описывает относительное движение фаз с учётом их проскальзывания и неравномерного распределения скоростей. Для оценки газосодержания и связи скоростей в данной модели используются эмпирические корреляции, полученные в ходе экспериментальных исследований для различных режимов течения. Получению этих зависимостей, а также другим практическим задачам, связанным с газожидкостными потоками при эксплуатации скважин, посвящены многочисленные работы известных учёных, а именно W.E. Gilbert [5], K.E. Brown [6], J. Orkiszewski [7], J.P. Brill и H.D. Beggs [8], A.R. Hasan и C.S. Kabir [9], Y. Taitel и A.E. Dukler [10], T. Hibiki и M. Ishii [11], H. Mukherjee [12], A.M. Ansari [13], O. Shoham и D. Barnea [14] и другие. В работе [15] представлена модель нестационарного трёхфазного течения в скважине.

Исследованию в области моделирования работы скважины, оборудованной установкой электрического центробежного насоса (УЭЦН), посвящены многочисленные работы [16, 17, 18]. Среди них можно выделить работы Н.В. Мальцева [19] и Д.В. Конопки [20], в которых рассматривался процесс вывода скважины на режим с использованием псевдостационарной модели работы системы «пласт-скважина-насос».

Модели работы ЭЦН и исследования эффектов, происходящих в скважине и влияющих на изменение напорных характеристик насоса при его эксплуатации, описаны в работах [21, 22]. Основной подход в моделировании работы ЭЦН заключается в использовании его напорной характеристики, связывающей развиваемый насосом напор и его дебит.

Методы сопряжения моделей для пласта и скважины представлены в научных трудах зарубежных авторов [23, 24]. В данных работах используют совместное решение уравнений, описывающих многофазные течения в пласте и скважине.

Постановка задачи

В работе исследуются нестационарные процессы, происходящие при эксплуатации нефтяных скважин, оборудованных погружными установками электроцентробежного насоса (УЭЦН). Для моделирования процесса работы скважины рассматривается совместная система «пласт-скважина-УЭЦН». Данная система состоит из установки ЭЦН, эксплуатационной колонны, насосно-компрессорных труб (НКТ), пласта и флюидов, находящихся в скважине и пласте и взаимосвязанных друг с другом. Схематичный вид системы «пласт-скважина-УЭЦН» представлен на рис. 1.

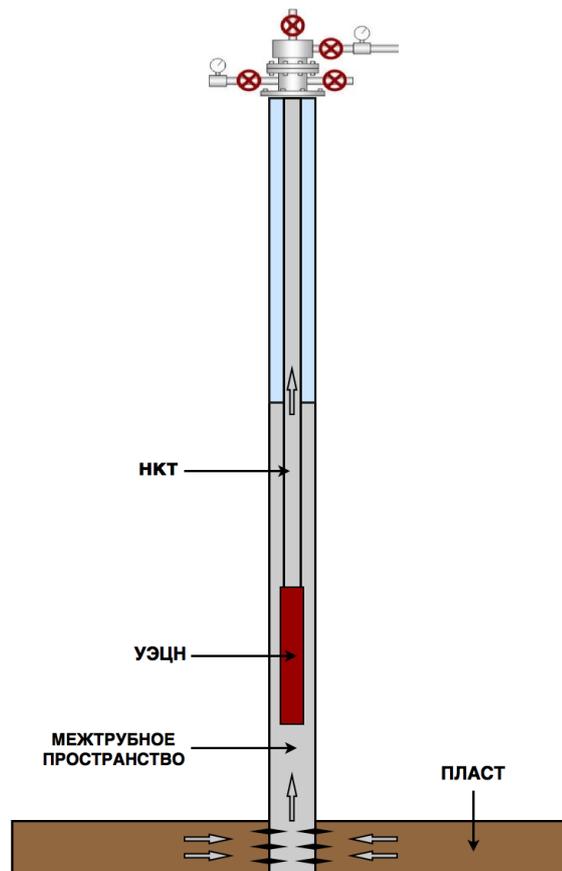


Рис. 1. Схематичный вид системы «пласт-скважина-УЭЦН»

При моделировании работы скважины, включающей межтрубное пространство и НКТ, в ней рассматривается одномерное неизотермическое течение трёх компонент: вода/нефть/газ. Физико-математическая модель течения в скважине основана на дифференциальных уравнениях для законов сохранения массы, импульса и энергии применительно к многофазной среде в приближении модели нелетучей нефти (Black Oil model). Закон сохранения импульса записывается применительно к многофазной смеси, уравнения связи для скоростей фаз определяются согласно модели потока дрейфа, описывающей эффект проскальзывания газовой фазы относительно жидкой фазы в

пузырьковом и пробковом режимах течения. В качестве определяющих уравнений для модели потока дрейфа используются эмпирические корреляции для описания параметров модели.

Для учёта притока из пласта при длительной эксплуатации скважины в данной работе рассматривается трёхфазная изотермическая фильтрация в трёхмерном пласте вокруг скважины с учётом фазовых переходов согласно модели нелетучей нефти. Гидродинамическая связь пласта со скважиной осуществляется по формуле Писмана. Входящие в уравнение неразрывности скорости фаз определяются законом Дарси с учётом гравитационных сил.

Физико-математическая модель работы ЭЦН основана на применении напорной характеристики насоса для определения дебита ЭЦН при заданных давлениях на входе и выходе насоса. Также для оценки температурного режима скважины и УЭЦН используются зависимости потребляемой мощности и КПД от дебита насоса.

Физико-химические свойства флюидов задаются с помощью корреляции Стендинга [25], как для недонасыщенной, так и насыщенной нефти. При этом вязкость фаз считается постоянной. Для описания трёхфазных относительных фазовых проницаемостей (ОФП) используется модель Бейкера [26].

Полученная модель замыкается уравнениями баланса насыщенностей и начально-краевыми условиями, соответствующими конкретной задаче. В качестве начальных условий выбирается гидростатическое равновесное состояние в системе «пласт-скважина». Граничные условия в виде непроницаемой стенки или постоянного давления для данной модели задаются на устье скважины и на контуре питания пласта.

1. Модель сопряжённой системы «пласт-скважина-УЭЦН»

1.1 Модель скважины

Для моделирования нестационарного неизотермического одномерного трёхфазного потока в скважине, включающей в себя межтрубное пространство и НКТ, используются фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии для гетерогенных сред в рамках модели потока дрейфа. При описании физико-химических свойств флюидов применяется трёхкомпонентная модель чёрной нелетучей нефти Маскета-Мереса (Black Oil model) [27], когда углеводородная система аппроксимируется двумя компонентами: нелетучим (нефтью) и летучим (газом), растворимым в нефтяной фазе. Предполагается, что сосуществуют три отдельные фазы: нефть, газ и вода. Нефть не смешивается с водой и не обменивается с ней массой, а газ растворим в нефти и не растворим в воде. Также в основу модели нелетучей нефти положены предположения о том, что нефтяная и водная компоненты не могут переходить в газовую фазу.

В данной постановке задачи ось z направлена вертикально вверх. В приближении нелетучей нефти законы сохранения масс каждой компоненты при стандартных условиях в межтрубном пространстве запишутся в следующем виде:

закон сохранения нефтяной компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{S_o v_o}{B_o} \right) = \frac{\tilde{Q}_o^{res}}{B_o} \delta_{res} - \frac{\tilde{Q}_o^{pump}}{B_o} \delta_{pump}; \quad (1)$$

закон сохранения водной компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{S_w v_w}{B_w} \right) = \frac{\tilde{Q}_w^{res}}{B_w} \delta_{res} - \frac{\tilde{Q}_w^{pump}}{B_w} \delta_{pump}; \quad (2)$$

закон сохранения газовой компоненты

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o R_s}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{S_o v_o R_s}{B_o} + \frac{S_g v_g}{B_g} \right) = \\ & = \left(\frac{\tilde{Q}_g^{res}}{B_g} + \frac{\tilde{Q}_o^{res} R_s}{B_o} \right) \delta_{res} - \left(\frac{\tilde{Q}_g^{pump}}{B_g} + \frac{\tilde{Q}_o^{pump} R_s}{B_o} \right) \delta_{pump}, \end{aligned} \quad (3)$$

где S_α – объёмная доля фазы α , B_α – объёмный коэффициент фазы α , v_α – скорость фазы α , R_s – растворимость газа в нефти, \tilde{Q}_α^{res} – объёмный дебит фазы α , добываемой из единичного объёма пласта в единицу времени, \tilde{Q}_α^{pump} – объёмный дебит фазы α , откачиваемой ЭЦН из единичного объёма межтрубного пространства в единицу времени, δ_{res} – дельта-функция Дирака, локализованная в межтрубном пространстве в точке расположения источника массы, характеризующего приток флюидов к скважине, δ_{pump} – дельта-функция Дирака, локализованная в межтрубном пространстве в точке расположения массового стока, характеризующего процесс откачивания флюидов насосом.

При подходе, используемом в модели потока дрейфа, закон сохранения импульса записывается для многофазной смеси:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{\alpha} (S_{\alpha} \rho_{\alpha} v_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial z} \sum_{\alpha} (S_{\alpha} \rho_{\alpha} v_{\alpha}^2) = -\frac{\partial P}{\partial z} - g \cos \theta \rho_m - \frac{f}{2d} \rho_m v_m |v_m|, \quad (4)$$

где P – давление многофазной смеси, S_α – объёмная доля фазы α , B_α – объёмный коэффициент фазы α , v_α – скорость фазы α , ρ_α – плотность фазы α , g – ускорение свободного падения, θ – угол между осью скважины и вертикалью, $\rho_m = \sum_{\alpha} S_{\alpha} \rho_{\alpha}$ – плотность многофазной смеси, v_m – вектор скорости многофазной смеси, d – эффективный диаметр трубы, $f = f(S_\alpha, v_\alpha, P)$ – коэффициент трения, зависящий от давления, насыщенностей и скоростей фаз.

Для замыкания полученной системы уравнений в рамках модели потока дрейфа скорость газовой фазы определяется в виде

$$v_g = C_o v_m + v_d, \quad (5)$$

где C_o – параметр распределения в системе газ-жидкость, учитывающий форму профилей газосодержания и скорости смеси, v_d – скорость дрейфа в системе газ-жидкость, характеризующая разность между истинной скоростью газа и средней скоростью смеси, v_m – скорость трёхфазной смеси. Параметр распределения C_o и скорость дрейфа v_d определяются по корреляционным зависимостям для определённого режима течения [28]. Схематичный вид распределения профилей скорости и концентрации газа, а также локального механизма скольжения фаз представлен на рис. 2.



Рис. 2. Схематичный вид профилей скорости и газосодержания

Скорость смеси определяется следующим уравнением:

$$v_m = S_g v_g + (1 - S_g) v_l. \quad (6)$$

Таким образом, уравнение, определяющее скорость жидкой (нефть + вода) фазы v_l , представляется в виде

$$v_l = \frac{1 - S_g C_o}{1 - S_g} v_m + \frac{S_g}{1 - S_g} v_d. \quad (7)$$

Для определения параметра распределения C_o в системе газ-жидкость используются зависимости

$$C_0 = \frac{A}{1 + (A - 1)\gamma^2}, \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{S_g - B}{1 - B}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad (9)$$

где параметры A и B выбираются в зависимости от режима течения. В данной работе для моделирования пузырькового и снарядного режима использовались значения $A = 1.2$ и $B = 0$.

В то же время для системы газ-жидкость корреляция для скорости дрейфа v_d описывается с помощью уравнений

$$v_d = \frac{(1 - S_g C_0) C_0 K(S_g) v_c}{S_g C_0 \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} + 1 - S_g C_0}, \quad (10)$$

$$K(S_g) = \begin{cases} 1.53/C_0 & \text{при } S_g \leq a_1, \\ K_u(d^*) & \text{при } S_g \geq a_2, \\ 1.53/C_0 + \frac{(K_u(d^*) - 1.53/C_0)(S_g - a_1)}{a_2 - a_1} & \text{при } a_1 < S_g < a_2, \end{cases} \quad (11)$$

$$v_c = \left(\frac{\sigma_{gl} g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{1/4}, \quad d^* = d \left(\frac{g (\rho_l - \rho_g)}{\sigma_{gl}} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

$$m(\theta) = m_0 (\cos\theta)^{n_1} (1 + \sin\theta)^{n_2}, \quad (13)$$

где ρ_g и $\rho_l = \frac{S_o \rho_o + S_w \rho_w}{S_o + S_w}$ – плотности газовой и жидкой фазы соответственно, $\sigma_{gl} = \frac{S_o \sigma_{go} + S_w \sigma_{gw}}{S_o + S_w}$ – поверхностное натяжение на границе газ-жидкость, K_u – критическое число Кутателадзе, являющееся функцией от безразмерного диаметра трубы d^* [29], v_c – характеристическая скорость, $m(\theta)$ – параметр, учитывающий наклон скважины. Для цилиндрической трубы используются данные значения $m_0 = 1.85$, $n_1 = 0.21$, $n_2 = 0.95$, $a_1 = 0.06$, $a_2 = 0.21$.

Зависимости для связи скоростей в системе нефть-вода определяются аналогичным способом. Так, скорости нефтяной и водной фаз определяются следующими уравнениями:

$$v_o = \frac{S_o}{S_o + S_w} C_0^* v_l + S_o v_d^* m_g(\theta, S_g), \quad (14)$$

$$v_w = v_l - v_o, \quad (15)$$

где C_0^* – параметр распределения в двухфазной системе нефть-вода, v_d^* – скорость дрейфа в системе нефть-вода, m_g – дополнительный параметр для учёта влияния газа на проскальзывание нефти относительно воды [29].

Данная скорость дрейфа v_d^* и характеристическая скорость v_c^* определяются в виде

$$v_d^* = 1.53 v_c^* (1 - S_g)^{n^*} m^*(\theta), \quad v_c^* = \left(\frac{\sigma_{ow}(\gamma_w - \gamma_o)}{\gamma_w^2} \right)^{1/4}, \quad (16)$$

где параметр $m^*(\theta)$, характеризующий наклон скважины, описан в работе [23], межфазные натяжения определены в работах [23, 30]. Для цилиндрических труб используются значения $C_0^* = 1$, $n^* = 1$.

Закон сохранения энергии трёхфазной смеси в межтрубном пространстве имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \sum_{\alpha} S_{\alpha} \rho_{\alpha} \left(u_{\alpha} + \frac{1}{2} v_{\alpha}^2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \sum_{\alpha} S_{\alpha} \rho_{\alpha} v_{\alpha} \left(h_{\alpha} + \frac{1}{2} v_{\alpha}^2 \right) = \\ & = -g \cos \theta \sum_{\alpha} S_{\alpha} \rho_{\alpha} v_{\alpha} + \sum_{\alpha} \tilde{Q}_{\alpha}^{res} \rho_{\alpha} h_{\alpha} \delta_{res} - \sum_{\alpha} \tilde{Q}_{\alpha}^{pump} \rho_{\alpha} h_{\alpha} \delta_{pump} + \sum_i E_i, \end{aligned} \quad (17)$$

где u_{α} – внутренняя энергия фазы α , h_{α} – энтальпия фазы α , $\sum_i E_i$ – сумма тепловых источников и стоков, ответственных за конвективный теплообмен флюидов со стенками колонных труб и корпусом элементов УЭЦН.

Для внутренней энергии и энтальпий фаз используются следующие соотношения:

$$u_{\alpha} = c_{P,\alpha} (T - T_{stc}), \quad (18)$$

$$h_{\alpha} = u_{\alpha} + \frac{P}{\rho_{\alpha}}, \quad (19)$$

где $c_{P,\alpha}$ – теплоёмкость фазы α при постоянном давлении, T и P – температура и давление многофазной смеси, T_{stc} – температура при стандартных условиях.

1.2 Модель пласта

Фильтрационный процесс течения флюидов в пористых средах описывается фундаментальным законом сохранения массы и законом Дарси в совокупности с уравнениями фазового состояния [31, 32, 33]. Рассматривается физико-математическая модель изотермической трёхфазной фильтрации в трёхмерном

пласте в приближении модели нелетучей нефти с учётом гравитационных сил. В качестве допущений в работе пренебрегается действием капиллярных сил. Таким образом, законы сохранения массы каждой компоненты принимают следующий вид:

закон сохранения нефтяной компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi S_o}{B_o} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\vec{v}_o}{B_o} \right) = - \frac{\tilde{Q}_o^{res}}{B_o} \delta_{res}; \quad (27)$$

закон сохранения водной компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi S_w}{B_w} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\vec{v}_w}{B_w} \right) = - \frac{\tilde{Q}_w^{res}}{B_w} \delta_{res}; \quad (28)$$

закон сохранения газовой компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi S_o R_s}{B_o} + \frac{\varphi S_g}{B_g} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{R_s \vec{v}_o}{B_o} + \frac{\vec{v}_g}{B_g} \right) = - \left(\frac{\tilde{Q}_g^{res}}{B_g} + \frac{R_s \tilde{Q}_o^{res}}{B_o} \right) \delta_{res}, \quad (29)$$

где φ – пористость, S_α – насыщенность фазой α , B_α – объёмный фактор фазы α , \vec{v}_α – вектор скорости фильтрации фазы α , R_s – растворимость газа в нефти, \tilde{Q}_α^{res} – объёмный дебит фазы α , добываемой из единичного объёма пласта в единицу времени, δ_{res} – дельта-функция Дирака, локализованная в точке расположения массового стока в пласте.

Соотношение между скоростью фильтрации и градиентом давления в каждой фазе описывается обобщённым законом Дарси. Дифференциальная форма этого соотношения имеет вид

$$\vec{v}_\alpha = - \frac{\hat{K} k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla P - g \rho_\alpha \nabla h), \quad (30)$$

где \vec{v}_α – вектор скорости фильтрации фазы α , \hat{K} – тензор абсолютной проницаемости, $k_{r\alpha}$ – относительная фазовая проницаемость по фазе α , μ_α – динамическая вязкость фазы α , ρ_α – плотность фазы α , g – ускорение свободного падения, P – плотность многофазной смеси, h – глубина, ориентированная вниз по направлению.

Для замыкания полученной системы уравнений используется балансовое соотношение насыщенностей фаз:

$$\sum_\alpha S_\alpha = 1. \quad (31)$$

1.3 Модель УЭЦН

Для моделирования работы электрического центробежного насоса используются его характеристические кривые [34], выбираемые для конкретного насоса из базы данных, полученной в ходе экспериментальных исследований. Насос характеризуется своей моделью с заданным типоразмером и основными геометрическими и рабочими параметрами. Вид характеристических кривых ЭЦН, описывающих зависимости напора, потребляемой мощности и КПД от дебита насоса, представлен ниже на рис. 3. Данные характеристики необходимы для определения дебита ЭЦН и учёта теплообмена флюидов в скважине с корпусом УЭЦН.

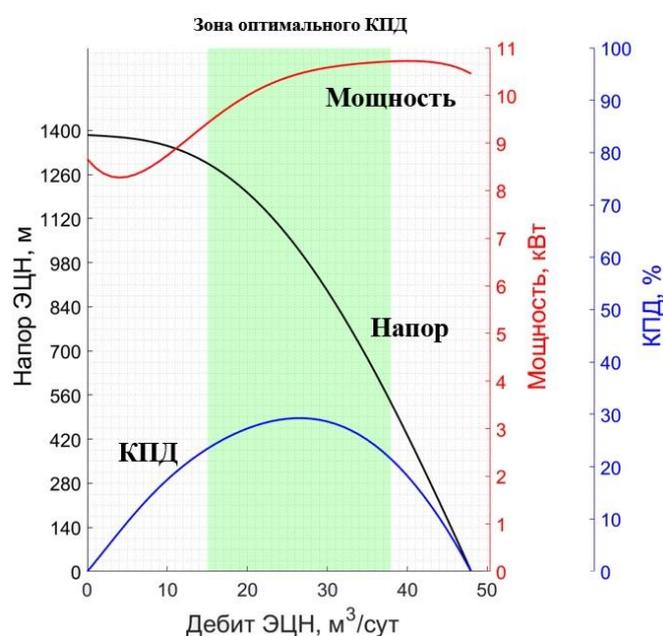


Рис. 3. Характеристические кривые ЭЦН

Уравнение, описывающее напорную характеристику насоса, представлено в виде

$$\Delta P_{pump} = P_{out} - P_{in} = g\rho_m \sum_i K_i Q_{pump}^{i-1}, \quad (32)$$

где ΔP_{pump} – депрессия, развиваемая ступенями насоса, P_{out} – давление на выходе насоса, P_{in} – давление на входе насоса, Q_{pump} – дебит насоса, ρ_m – плотность многофазной смеси, K_i – полиномиальные эмпирические коэффициенты, определённые для каждого насоса и зависящие от количества рабочих ступеней и частоты питающего тока.

1.4 Модель притока к скважине

Для гидродинамической связи пласта со скважиной используется формула Писмана [35], основанная на допущении того, что вблизи скважины течение описывается аналитическим решением, выраженным формулой Дююи, граничные условия для которого определяются из численного решения задачи для пласта. В результате объёмный дебит фазы α из пласта Q_α^{res} и эквивалентный радиус r_e при диагональном виде тензора абсолютной проницаемости определяются следующим образом:

$$Q_\alpha^{res} = V \tilde{Q}_\alpha^{res} = WI \frac{k_\alpha}{\mu_\alpha} (P_{res} - P_{well} - g\rho_\alpha \Delta z), \quad (33)$$

$$WI = \frac{2\pi \Delta z \sqrt{K_{xx} K_{yy}}}{\ln(r_e/r_{well}) + s}, \quad r_e = \frac{0.28 \sqrt{\sqrt{\frac{K_{yy}}{K_{xx}}} (\Delta x)^2 + \sqrt{\frac{K_{xx}}{K_{yy}}} (\Delta y)^2}}{\left(\frac{K_{yy}}{K_{xx}}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{K_{xx}}{K_{yy}}\right)^{\frac{1}{4}}}, \quad (34)$$

где V – объём расчётной пластовой ячейки, P_{res} – давление в пластовой ячейке, в которой расположены перфорационные отверстия, P_{well} – давление в ячейке с перфорационными отверстиями в межтрубном пространстве, Δx , Δy , Δz – геометрические размеры пластовой ячейки, r_{well} – радиус скважины, s – скин-фактор, K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} – диагональные элементы тензора абсолютной проницаемости.

2. Численная схема

В данной работе используется неравномерная регулярная блочно-центрированная сетка. Для дискретизации закона сохранения импульса в скважине применяется сетка, разнесённая по пространству. Также уравнения, полученные в предыдущей главе, дискретизируются методом конечных объёмов.

Таким образом, неявная конечно-объёмная аппроксимация закона сохранения массы нефтяной компоненты в пласте принимает вид

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta t} \left(V \left[\left(\frac{\varphi S_o}{B_o} \right)^{n+1} - \left(\frac{\varphi S_o}{B_o} \right)^n \right] \right)_{i,j,k} - T_{ox,i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} (P_{i+1,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + \\
& + T_{ox,i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i-1,j,k}^{n+1}) - T_{oy,i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} (P_{i,j+1,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + \\
& + T_{oy,i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j-1,k}^{n+1}) - T_{oz,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{i,j,k+1}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + \\
& + T_{oz,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k-1}^{n+1}) + g(T_{oz}\rho_o)_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} (z_{k+1} - z_k) - \\
& - g(T_{oz}\rho_o)_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1} (z_k - z_{k-1}) = - \left(\frac{Q_o^{res}}{B_o} \right)_{i,j,k}^{n+1} \delta_{res},
\end{aligned} \tag{35}$$

где V – объём расчётной пластовой ячейки, Δt – временной шаг, \hat{T}_α – тензор проводимости для фазы α , который определяется в виде

$$\hat{T}_\alpha = \frac{\hat{K} k_{r\alpha}}{\mu_\alpha B_\alpha}, \tag{36}$$

где \hat{K} – тензор абсолютной проницаемости, $k_{r\alpha}$ – относительная проницаемость по фазе α , μ_α – динамическая вязкость фазы α , B_α – объёмный фактор фазы α .

Для аппроксимации межблочной проводимости применяется двухточечная противопотоковая схема:

$$T_{\alpha,i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{2\Delta x \Delta y}{\mu_\alpha} \left(\frac{\Delta z_{i,j,k}}{K_{zz,i,j,k}} + \frac{\Delta z_{i,j,k+1}}{K_{zz,i,j,k+1}} \right)^{-1} \left(\frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}}. \tag{37}$$

В то же время, функции, зависящие от давления, а именно, плотность, объёмный коэффициент и растворимость газа в нефти, аппроксимируются центральной разностью:

$$B_{\alpha,i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [B_{\alpha,i,j,k} + B_{\alpha,i,j,k+1}]. \tag{38}$$

Для аппроксимации ОФП используется следующая противопотоковая схема:

$$k_{r\alpha,i,j,k+\frac{1}{2}} = \begin{cases} k_{r\alpha,i,j,k} & \text{при } P_{i,j,k} - P_{i,j,k+1} + \rho_{\alpha,i,j,k+\frac{1}{2}} g(z_{k+1} - z_k) \geq 0; \\ k_{r\alpha,i,j,k+1} & \text{при } P_{i,j,k} - P_{i,j,k+1} + \rho_{\alpha,i,j,k+\frac{1}{2}} g(z_{k+1} - z_k) < 0. \end{cases} \tag{39}$$

Дискретизованное уравнение закона сохранения массы нефтяной компоненты в межтрубном пространстве выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left(V \left[\left(\frac{S_o}{B_o} \right)^{n+1} - \left(\frac{S_o}{B_o} \right)^n \right] \right)_k + A_{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{S_o v_o}{B_o} \right)_{k+\frac{1}{2}}^{n+1} - \\ & - A_{k-\frac{1}{2}} \left(\frac{S_o v_o}{B_o} \right)_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = \left(\frac{Q_o^{res}}{B_o} \right)_k^{n+1} \delta_{res} - \left(\frac{Q_o^{pump}}{B_o} \right)_k^{n+1} \delta_{pump}, \end{aligned} \quad (40)$$

где V – объём расчётной ячейки, A – площадь поперечного сечения на грани ячейки.

Для аппроксимации конвективного члена используется схема против потока:

$$\left(\frac{S_o v_o}{B_o} \right)_{k+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \left(\frac{S_o}{B_o} \right)_k v_{o,k+\frac{1}{2}} & \text{при } v_{o,k+\frac{1}{2}} \geq 0, \\ \left(\frac{S_o}{B_o} \right)_{k+1} v_{o,k+\frac{1}{2}} & \text{при } v_{o,k+\frac{1}{2}} < 0. \end{cases} \quad (41)$$

Для совместного решения системы уравнений, составленной из полученных дискретизованных уравнений, строится полностью неявная численная схема. Для её линеаризации используется метод Ньютона. В итоге, на каждой итерации система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) решается стабилизированным методом бисопряжённых градиентов (BiCGstab(1)) с использованием неполного блочного разложения с нулевым заполнением (ILU(0)).

Кроме того, в программной реализации численной схемы разработаны методы изменения вектора переменных в зависимости от состояния многофазной системы (одно-, двух-, трёхфазная система), проверки выполнения принципов материального баланса и автоматического выбора временного шага в процессе расчёта в зависимости от количества ньютоновских итераций.

3. Тестовые расчёты

3.1 Гравитационное разделение фаз

При эксплуатации скважины в периодическом режиме в моменты выключения ЭЦН происходит гравитационное разделение фаз, которое необходимо учитывать при моделировании работы скважины. Так, в качестве тестового расчёта проводилось моделирование процесса трёхфазной сегрегации в вертикальной трубе с параметрами, представленными в таблице 1.

Начальные параметры системы при многофазной сегрегации

Величина	Значение
Глубина, м	100
Объёмная доля воды, %	30
Объёмная доля нефти, %	40
Объёмная доля газа, %	30
Газосодержание, м ³ /м ³	5
Давление насыщения, атм	10
Давление, атм	10

Распределение насыщенностей фаз в трубе в различные моменты времени представлено на рис. 4, 5 и 6. На данных рисунках можно наблюдать процесс гравитационного разделения фаз с учётом процесса разгазирования нефти при значениях давления ниже давления насыщения. Именно выделением газа из нефти объясняется уменьшение нефтенасыщенности вблизи межфазной границы нефть-газ при перераспределении давления в трубе на рис. 5.

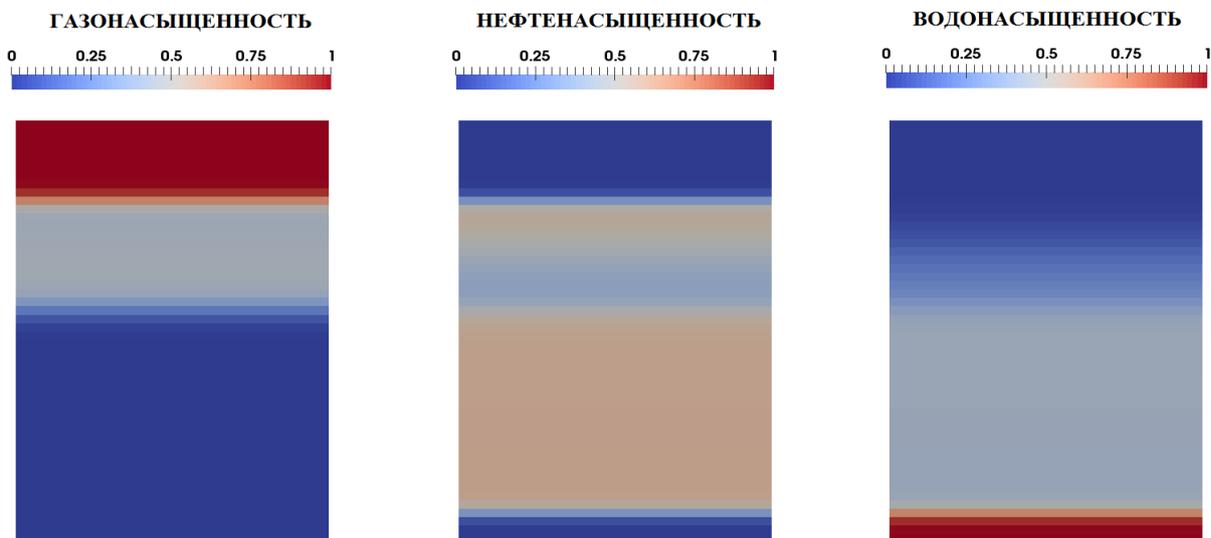


Рис. 4. Насыщенности фаз в трубе в момент времени 30 мин.

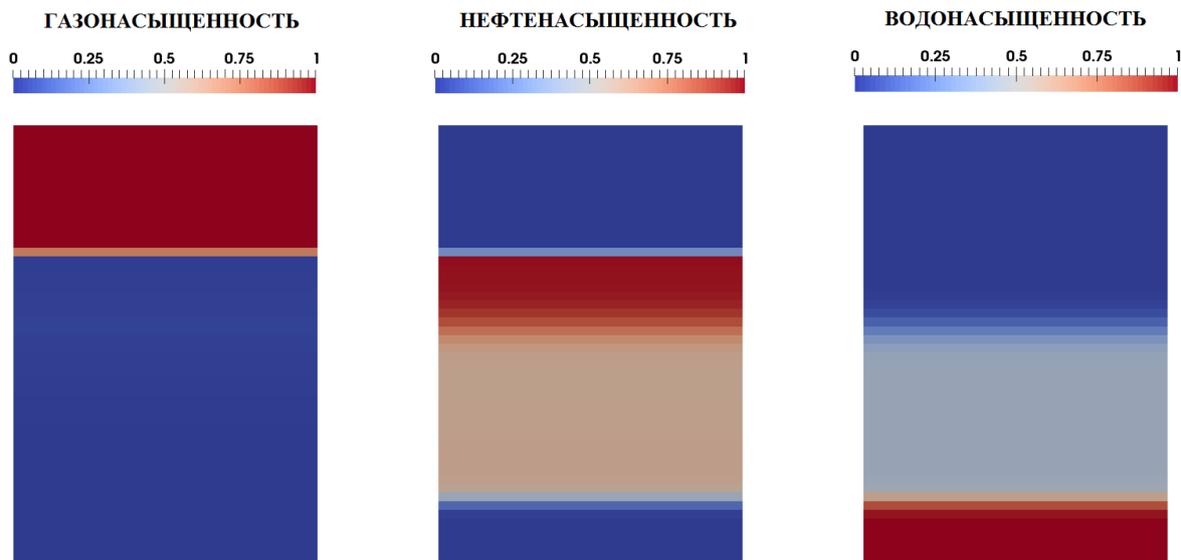


Рис. 5. Насыщенности фаз в трубе в момент времени 1 час

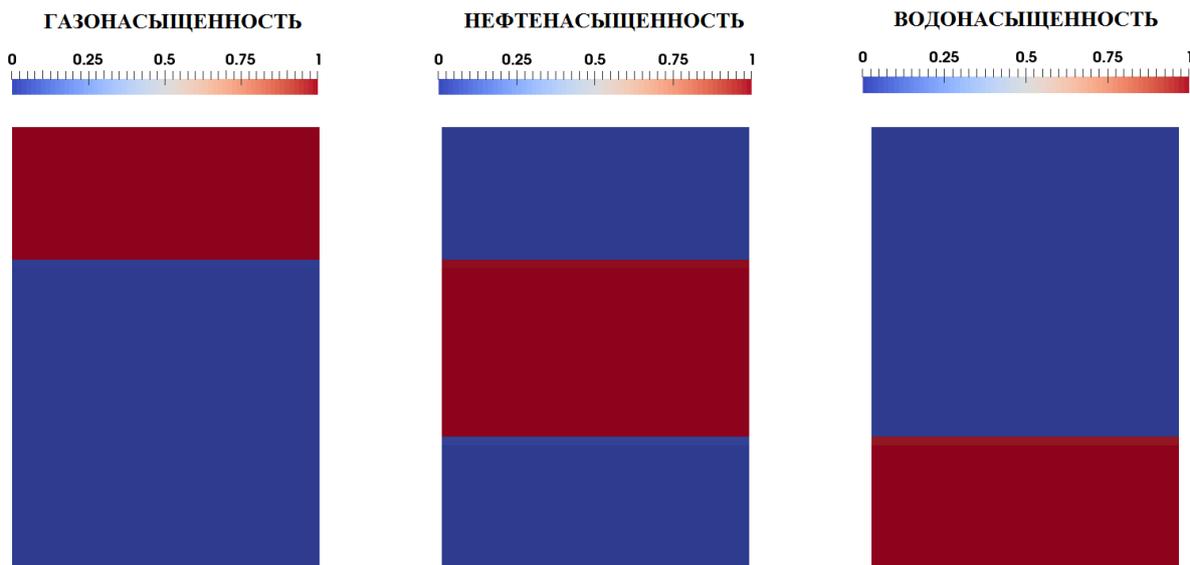


Рис. 6. Насыщенности фаз в трубе в момент времени 2.5 часа

На рис. 6 наблюдается полное разделение фаз и достижение гидростатического равновесия.

3.2 Решение задачи Сода

Для тестирования и оценки качества численного алгоритма на аналитическом решении разработанная модель была сведена к однофазной модели газовой динамики. Был проведён тестовый расчёт задачи Сода о течении газа в ударной трубе, сформулированной в работе [36]. В данной задаче

рассматривалось нестационарное одномерное течение политропного газа с показателем адиабаты, равным 1.4, в трубе, описываемое уравнениями Эйлера. Начальные условия представляют собой разрыв плотности и давления в середине трубы; в начальный момент газ слева и справа от данной границы покоится. Параметры задачи представлены в таблице 2. Решение задачи Сода состоит из ударной волны, движущейся в область низкого давления, веера волн разрежения, расширяющегося в область высокого давления, и контактного разрыва. Распределения плотности, давления и скорости в сравнении с точными аналитическими решениями в момент времени 0.2 с. представлены на рис. 7.

Таблица 2

Начальные параметры для задачи Сода

Величина	Значение (слева / справа)
Плотность, кг/м ³	1 / 0.125
Скорость, м/с	0 / 0
Давление, Па	1 / 0.1

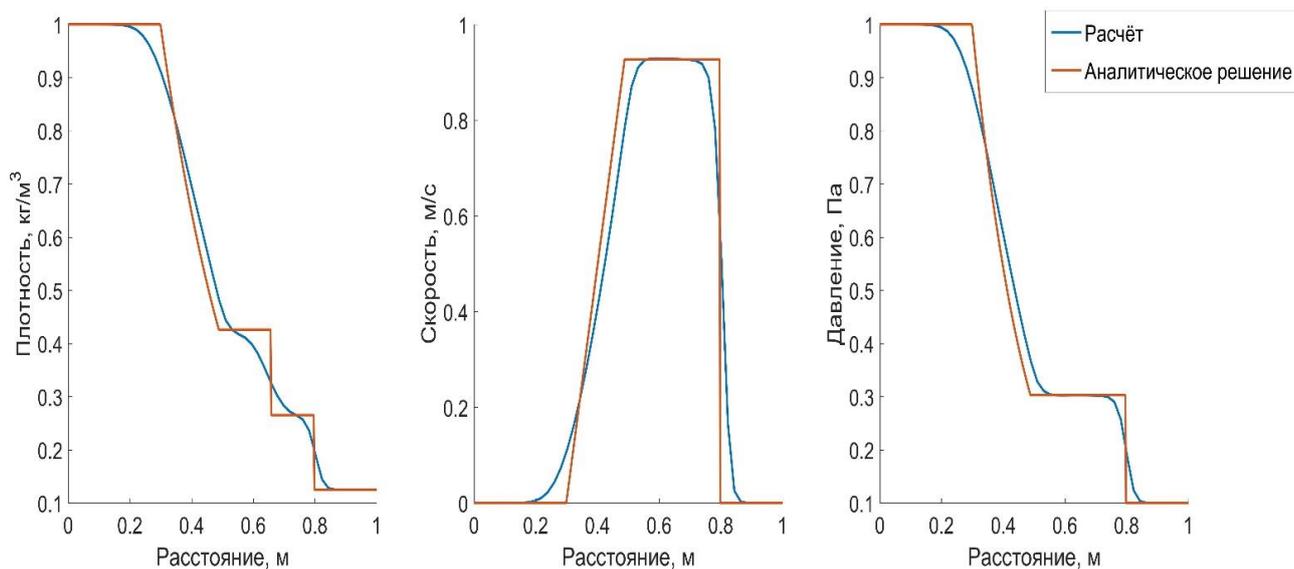


Рис. 7. Графики зависимости плотности, скорости и давления от расстояния в задаче Сода в момент времени 0.2 с

Отметим отсутствие нефизических осцилляций решения в расчётах движущихся ударных волн и контактного разрыва, а также корректность воспроизведения профилей плотности, скорости и давления. Размывание фронта волн связано с использованием в нашей работе численной схемы против потока первого порядка точности.

3.3 Верификация модели пласта

В данной работе проводился тестовый расчёт работы пластового модуля для разработанной программной реализации модели многофазной фильтрации в пласте. Рассматривалась изотермическая трёхфазная фильтрация в пласте с одной вертикальной добывающей скважиной, работающей в режиме постоянного дебита. При достижении заданного минимального значения забойного давления скважина переключалась в режим работы по забойному давлению. В начальный момент времени свободный газ отсутствовал, а на контуре питания пласта было задано граничное условие непротекания. Параметры пластовой системы представлены в таблице 3.

Таблица 3

Начальные параметры модели пласта

Величина	Значение
Геометрические размеры, м	2000/2000/12
Пористость, %	15
Абсолютная проницаемость ($K_x/K_y/K_z$), мД	50/50/50
Давление, атм	230
Газосодержание, м ³ /м ³	2
Давление насыщения, атм	225
Дебит нефти, м ³ /сут	15
Минимальное забойное давление, атм	210

На рис. 8 представлены графики зависимости дебитов нефти и газа от времени на забое скважины, приведённые к стандартным условиям, и продемонстрировано сравнение результатов численного расчёта с данными, полученными с помощью коммерческого симулятора. Максимальное отклонение абсолютных значений составило 2%, что говорит о хорошем совпадении результатов.

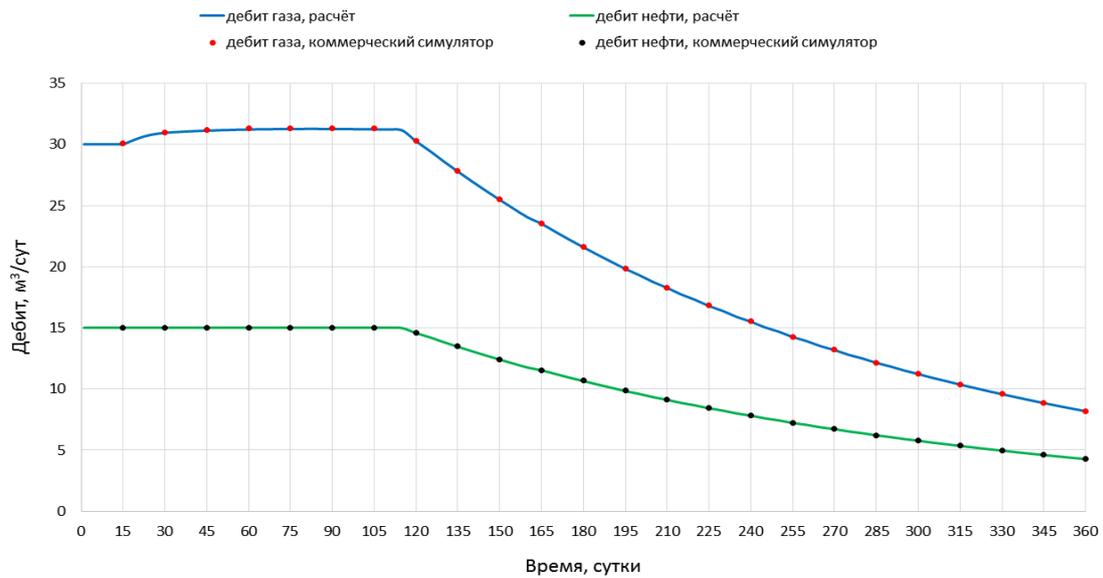


Рис. 8. Графики зависимости нефти и газа от времени

Увеличение дебита газа приблизительно на 15 сутки работы скважины связано с процессом выделения газа из нефти при давлении ниже давления насыщения нефти газом, а снижение дебитов нефти и газа на 115 сутки – с переходом на режим работы скважины по забойному давлению.

На рис. 9 и 10 представлены графики зависимости давления и газонасыщенности от времени в ячейке пласта, в которой расположен элемент скважины с перфорационными отверстиями. На данных рисунках также можно наблюдать процесс разгазирования нефти.

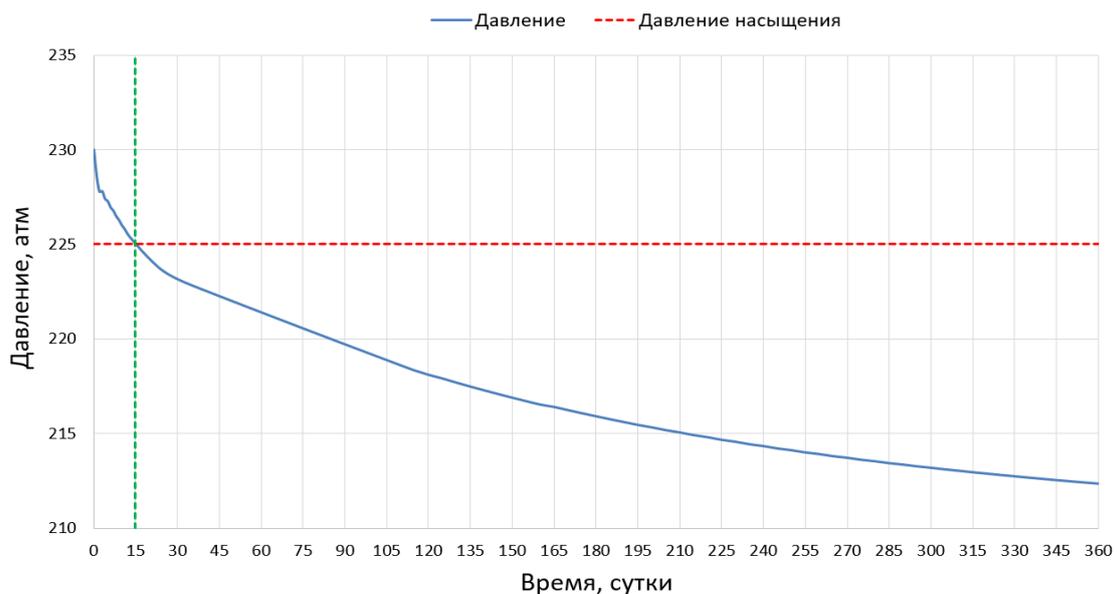


Рис. 9. Распределение давления в ячейке пласта, содержащей элемент скважины с перфорационными отверстиями

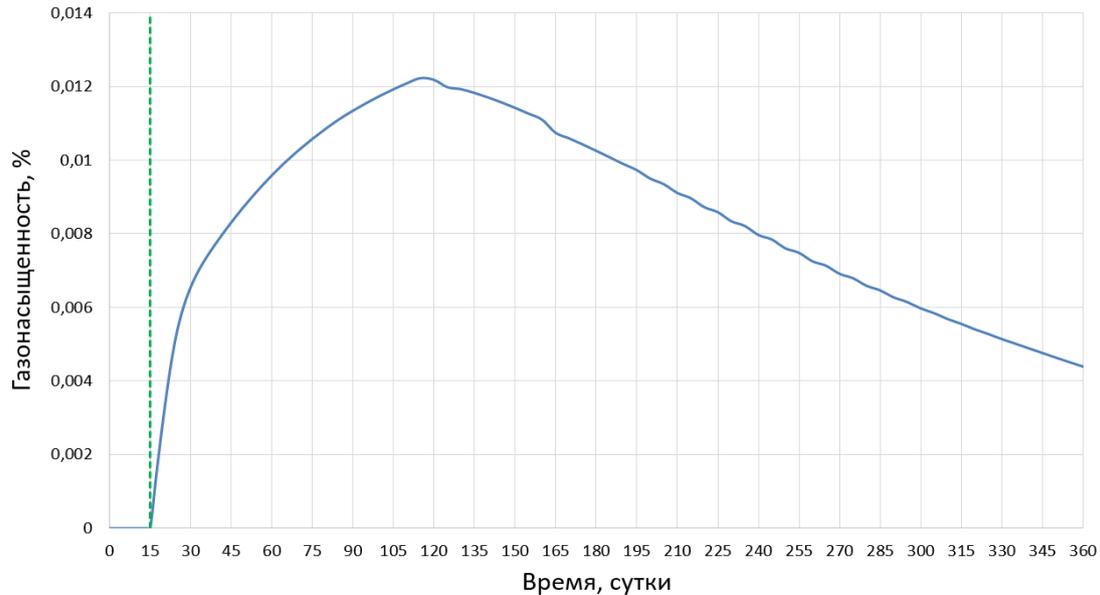


Рис. 10. Распределение газонасыщенности в ячейке пласта, содержащей элемент скважины с перфорационными отверстиями

3.4 Верификация модели скважины

Для проведения верификации численной модели скважины был проведён тестовый расчёт двухфазного течения (нефть/вода) в вертикальной трубе глубиной 400 м и радиусом 0.1 м. В начальный момент труба была полностью заполнена водой. В нижней точке трубы был расположен массовый источник нефти с интенсивностью 1 кг/с, характеризующий работу пласта. Граничные условия на забое трубы заданы в виде непроницаемой стенки, а на устье задан свободный выход с заданным давлением, равным 5 атм. Рассматривалось совместное двухфазное течение в трубе. Полученные в ходе моделирования результаты сравнивались с данными коммерческого симулятора многофазных течений в скважине, представленными на рис. 11.

На данном рисунке продемонстрировано совпадение результатов с данными коммерческого симулятора многофазного течения в скважине. Максимальное отклонение абсолютных значений составило 12%. Отличие результатов главным образом заключается в использовании разных физико-математических моделей для описания течения флюидов. В рассматриваемом коммерческом симуляторе используется многожидкостная модель, в то время как в данной работе используется модель потока дрейфа.

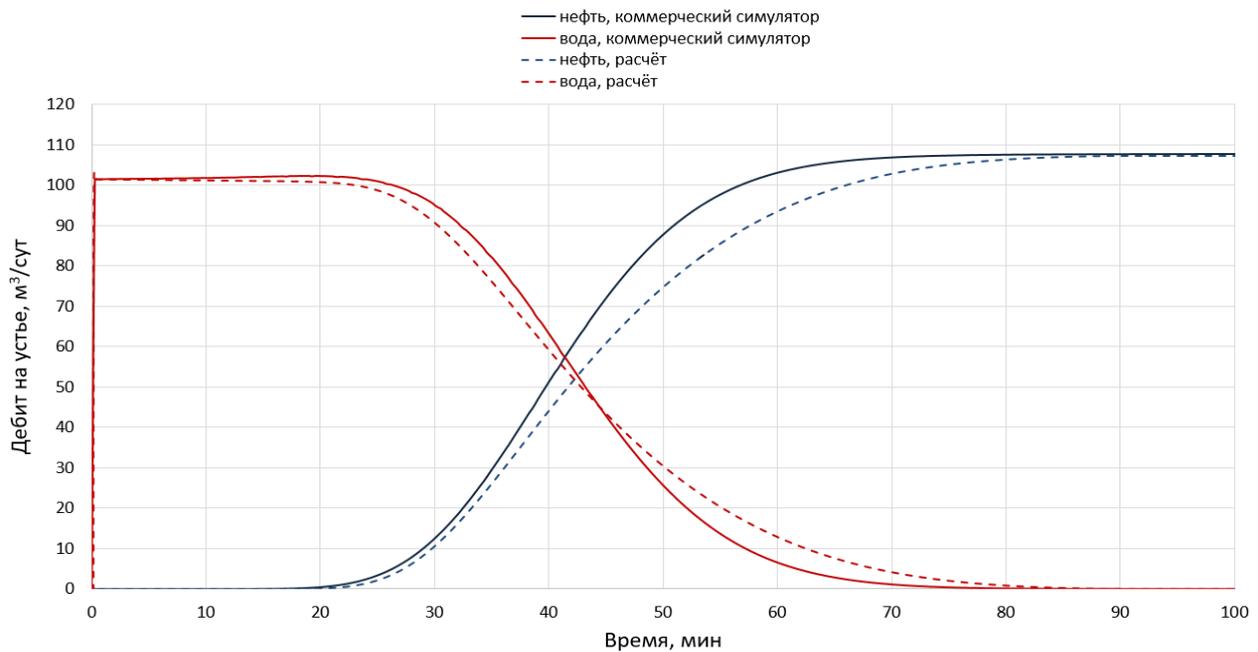


Рис. 11. Графики зависимости дебита нефти и воды на устье от времени

3.5 Вывод скважины ПКВ на режим

Вывод скважины на режим является сложным технологическим процессом. При этом скважина считается вышедшей на режим, если ее дебит и динамический уровень стабильны, а объем жидкости, отобранной из скважины равен двум объемам ее обсадной колонны, но не менее двух объемов использованной при ремонте жидкости глушения. Еще одним критерием выхода скважины на режим считается условие равенства затрубного и линейного давлений, которое применимо для большинства скважин.

Кроме того, на эксплуатацию скважины влияет множество различных технических и физических факторов, осложняющих прогнозирование работы скважины. В связи с этим возникает необходимость моделирования вывода скважины на режим с определением времени данного процесса. Для данной цели был реализован вычислительный программный модуль, позволяющий также контролировать динамические параметры работы скважины.

В качестве тестового расчёта было проведено моделирование вывода скважины на режим ПКВ. В качестве начальных параметров системы «пласт-скважины-УЭЦН» использованы значения, представленные в таблице 4. Граничные условия заданы в виде постоянных значений давлений на устье и на контуре питания пласта.

Начальные параметры системы «пласт-скважина-УЭЦН»

Величина	Значение
Рабочий цикл ЭЦН (откачка/накопление), мин	30/30
Глубина скважины, м	2500
Глубина погружения УЭЦН, м	2400
Радиус скважины, м	0.1
Радиус НКТ, м	0.05
Геометрические размеры пласта, м	1000/1000/10
Пористость, %	20
Абсолютная проницаемость ($K_x/K_y/K_z$), мД	100/100/10
Давление насыщения, атм	50
Газосодержание, м ³ /м ³	5
Пластовая температура, °С	80
Температура на устье скважины, °С	20
Граничное давление на контуре питания пласта, атм	80.5
Граничное устьевое давление, атм	5
Нефтенасыщенность в скважине, %	20
Водонасыщенность в скважине, %	5
Нефтенасыщенность в пласте, %	100

На рис. 12, 13, 14, иллюстрирующих графики зависимости забойного давления, дебита ЭЦН и притока нефти из пласта от времени в пластовых условиях, можно наблюдать выход скважины ПКВ на режим приблизительно через 12 часов после запуска скважины.

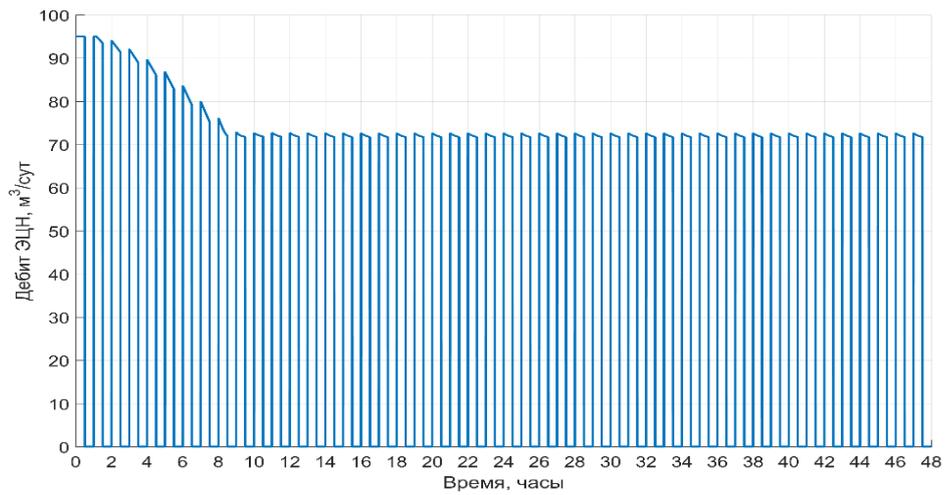


Рис. 12. График зависимости дебита ЭЦН от времени

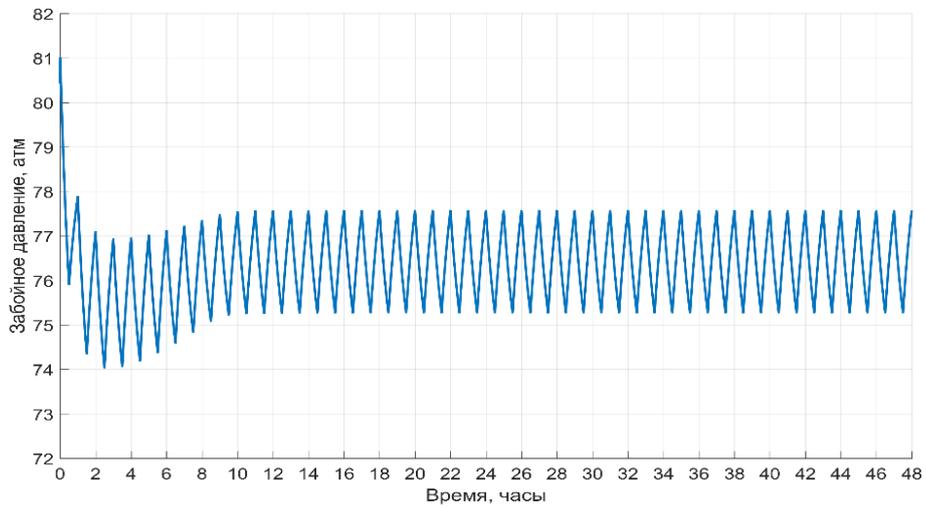


Рис. 13. График зависимости забойного давления от времени

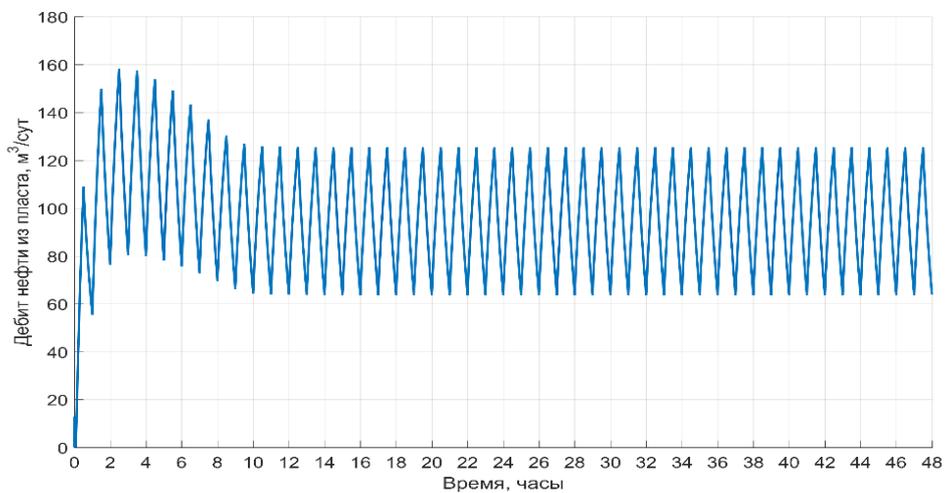


Рис. 14. График зависимости дебита нефти из пласта от времени

При выходе скважины на режим также можно заметить изменение тренда среднего значения дебита нефти в первые 10 часов работы, связанные с процессом притока флюидов из пласта в скважину. По результатам расчёта можно также оценить такие динамические параметры при эксплуатации скважины, как дебит ЭЦН и забойное давление, необходимые для дальнейшего прогнозирования работы скважины.

Заключение

В данной работе проведена формализация физико-математической модели трёхфазного течения в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН». Для данной модели разработаны и программно реализованы вычислительные алгоритмы для моделирования работы скважины, оборудованной УЭЦН, в различных режимах работы.

В работе продемонстрированы решения ряда тестовых задач, а именно, гравитационное разделение трёхфазной смеси в вертикальной трубе для учёта данного процесса при моделировании работы скважины и сравнение результатов численного расчёта течения политропного газа в задаче Сода с аналитическим решением данной задачи.

Проведён тестовый расчёт двухфазного течения в трубе с целью верификации модели течений в межтрубном пространстве и НКТ. Отмечено качественное удовлетворительное совпадение полученных в ходе расчёта результатов с данными коммерческого симулятора многофазного течения в скважине.

Также проведено сравнение результатов гидродинамического моделирования пласта с коммерческим симулятором. Подтверждена адекватность модели и достигнуто хорошее совпадение результатов.

Проведён тестовый расчёт по выводу скважины ПКВ на режим с учётом нестационарных процессов, протекающих в сопряжённой системе «пласт-скважина-УЭЦН». Определены основные параметры работы скважины и время её выхода на режим.

Возможно дальнейшее применение результатов данной работы для решения многочисленных задач, возникающих при эксплуатации скважины, например, при подборе УЭЦН и определении его оптимального энергоэффективного режима работы.

Библиографический список

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т.1, 2. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976. 296 с.
3. Wallis G.B. One-dimensional two-phase flow. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, 1969. P. 408.

4. Zuber N., Findlay J.A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems // *Journal of heat transfer*, 1965. V. 87(4). P. 453-468.
5. Gilbert W.E. Flowing and gas-lift well performance // *Drill. & Prod. Prac.* 1954. V. 13. P. 126-157.
6. Fancher G.H.Jr., Brown K.E. Prediction of pressure gradients for multiphase flow in tubing // *Soc. Pet. Eng. J. March*, 1963. P. 59-69.
7. Orkiszewski J. Prediction two-phase pressure drops in vertical pipes // *JPT*. June, 1967. P. 829.
8. Beggs H.D., Brill J.P. A study of two-phase flow in inclined pipes // *JPT*. May, 1973. P. 607-617.
9. Hasan A.R., Kabir C.S. A study of multiphase flow behavior in vertical wells // *SPEPE*. May, 1988. P. 263-272.
10. Taitel Y., Dukler A.E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near-horizontal gas-liquid flow // *AIChE Journal*. V. 22(1), 1976. P. 47.
11. Hibiki T., Ishii M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, V. 46(25), 2003. P. 4935-4948.
12. Brill J.P., Mukherjee H. Multiphase flow in wells. Monograph series, SPE, Richardson, Texas. V. 17. 1999.
13. Ansari A.M., Sylvester A.D., Sarica C., Shoham O., Brill J.P. A comprehensive mechanistic model for upward two-phase flow in wellbores // *SPEPF J.* May, 1994. P. 143-152.
14. Barnea D., Shoham O., Taitel Y. Flow pattern transition for vertical downward two-phase flow // *Chem. Eng. Sci.* 1982. V. 37. P. 741-744.
15. Livescu S., Durlofsky L.J., Aziz K. Application of a new fully coupled thermal multiphase wellbore flow model. SPE Symposium on Improved Oil Recovery, Tulsa, Oklahoma, USA, 20-23 April, 2008.
16. Ведерников В.А. Модели и методы управления режимами работы и электропотреблением погружных центробежных установок: Автореф. дис. д-ра техн. наук. Тюмень, 2006. 32 с.
17. Меньшов Б.Г., М.С. Ершов, А.Д. Яризов. Электротехнические установки и комплексы в нефтегазовой промышленности. М.: Недра, 2000. 488 с.
18. Богданов А.А. Погружные центробежные электронасосы для добычи нефти. М.: Недра, 1968. 272 с.
19. Мальцев Н.В. Разработка физико-математической модели процесса освоения скважин с помощью УЭЦН: Автореф. канд. дис. М.: РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина, 2013. 21 с.
20. Конопля Д.В. Возможность планирования работ по выводу скважины на режим // *Нефтяное хозяйство*. 2008. № 7. с. 114-116.
21. Ляпков П.Д. О влиянии вязкости жидкости на характеристику погружных центробежных насосов // *Труды ВНИИ им. Крылова*. 1964. Вып. 41. с. 71-107.

22. Мищенко И.Т., Кокорев В.И., Мальцев Н.В. Методика расчета характеристик УЭЦН при перекачке вязких газожидкостных смесей // Нефть, газ и бизнес. 2013. № 1. с. 62-65.
23. Zhou Y. Parallel general-purpose reservoir simulation with coupled reservoir models and multisegment wells. Stanford: A dissertation submitted to the department of energy resources engineering and the committee on graduate studies of Stanford university in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, 2012.
24. Jiang Y. Techniques for modeling complex reservoirs and advanced wells. Stanford: A dissertation submitted to the department of energy resources engineering and the committee on graduate studies of Stanford university in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, 2007.
25. Standing M.B. A Pressure-volume-temperature correlation for mixtures of California oil and gases // Drill. & Prod. Prac., API, 1947.
26. Baker L.E. Three-phase relative permeability correlations. Presented at the SPE Enhanced Oil Recovery Symposium, Tulsa, Oklahoma, 16-21 April 1988.
27. Muskat M., Meres M.W. The flow of heterogeneous fluids through porous media // Phys., V. 7, Sept. 1936. P. 346–363.
28. Shi H., Holmes J., Diaz L., Durlofsky L.J., Aziz K. Drift-flux parameters for three-phase steady-state flow in wellbores // SPE Journal, V. 10(2), 2005. P. 130-137.
29. Shi H., Holmes J., Durlofsky L.J., Aziz K., Alkaya B., Oddie G. Drift-flux modeling of two-phase flow in wellbores // SPE Journal, V. 10(1), 2005. P. 24-33.
30. Beggs H. Production optimization using NODAL analysis. Oil and Gas Consultants International, Inc., Tulsa, 1991.
31. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2004. 416 с.
32. Chen Z. Reservoir Simulation. Mathematical Techniques in Oil Recovery. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
33. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов: Учеб. пособие. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2003. 128 с.
34. Мищенко И. Т. Расчеты в добыче нефти. М.: Недра, 1989. 245 с.
35. Peaceman D.W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability. Presented at the SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Jan 31-Feb 3, 1982.
36. Sod G.A. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1978. V. 27. N 1. P. 1-31.

Оглавление

Введение	3
Обзор литературы.....	4
Постановка задачи.....	5
1. Модель сопряжённой системы «пласт-скважина-УЭЦН».....	6
1.1 Модель скважины	6
1.2 Модель пласта	10
1.3 Модель УЭЦН	12
1.4 Модель притока к скважине	13
2. Численная схема	13
3. Тестовые расчёты	15
3.1 Гравитационное разделение фаз.....	15
3.2 Решение задачи Сода	17
3.3 Верификация модели пласта.....	19
3.4 Верификация модели скважины.....	21
3.5 Вывод скважины ПКВ на режим.....	22
Заключение.....	25
Библиографический список.....	25