

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 130 за 2017 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

Борисов В.Е., <u>Давыдов А.А.,</u> Луцкий А.Е., <u>Ханхасаева Я.В.</u>

Численное исследование обтекания модели космического аппарата

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Численное исследование обтекания модели космического аппарата / В.Е.Борисов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 130. 19 с. doi:<u>10.20948/prepr-2017-130</u> URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-130</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М. В. Келдыша Российской академии наук

В. Е. Борисов, А. А. Давыдов, А. Е. Луцкий, Я. В. Ханхасаева

Численное исследование обтекания модели космического аппарата

В. Е. Борисов, А. А. Давыдов, А. Е. Луцкий, Я. В. Ханхасаева Численное исследование обтекания модели космического аппарата

Работа посвящена численному исследованию обтекания модели космического аппарата с помощью разработанного авторами программного комплекса для расчета трехмерных турбулентных течении вязкого сжимаемого газа. Для моделей турбулентности Спаларта–Аллмараса и SST Ментера проведен сравнительный анализ влияния выбора модели на характер течения, представлено сравнение с экспериментальными данными.

Ключевые слова: уравнения URANS, модель турбулентности Спаларта– Аллмараса, модель турбулентности SST Ментера, возвращаемый космический аппарат.

V. E. Borisov, A. A. Davydov, A. E. Lutsky, Y. V. Khankhasaeva Numerical study of the flow around spacecraft model

The paper is devoted to a numerical study of the flow around spacecraft model using developed software for simulation of three-dimensional turbulent flows of a viscous compressible gas. A comparative analysis of the influence of the choice of Spalart–Allmaras or Menter SST turbulent models on the flow is presented. Numerical results are compared with published experimental data.

Key words: URANS equations, Spalart–Allmaras turbulent model, SST turbulent model, re-entering body

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты № 15-01-08575, 17-08-00909

Оглавление

Введение						
1 Постановка задачи	4					
1.1 Модель КА	4					
1.2 Уравнения URANS	5					
1.3 Модель турбулентности Спаларта–Аллмараса	7					
1.4 Модель турбулентности SST Ментера	8					
2 Результаты расчетов	9					
Заключение						
Список литературы						

Введение

Многие космические аппараты (КА), в особенности возвращаемые, имеют характерную форму: затупленный цилиндр, сопряженный с хвостовым конусом («юбкой»). В качестве примеров можно указать на первые пилотируемые космические аппараты США серии «Меркурий» [1] и отечественную возвращаемую баллистическую капсулу «Радуга» [2].



Рис. 1. КА Friendship 7 «Меркурий» (слева), ВБК «Радуга» (справа)

Вопросы аэродинамики аппаратов такого типа тщательно исследовались экспериментально и численно как в СССР (позднее РФ), так и за рубежом. В частности, на основании обзора аэродинамических характеристик, измеренных в различных аэродинамических трубах США, Франции, Германии и других стран, в серию эталонных моделей AGARD¹ были включены две геометриче-

¹ Advisory Group for Aerospace Research and Development – совещательный комитет при НАТО по научноисследовательским и опытно-констукторским работам в области авиации и космонавтики

ские компоновки гиперзвуковой баллистической модели, представляющей собой цилиндр, имеющий носовую часть в виде притупленного конуса с расширяющейся хвостовой частью или без нее (НВ-2 и НВ-1 соответственно). Данная задача на примере тел различных конфигураций была подробно исследована экспериментально [3-14], теоретически [13-16] и численно [3,17-21]. Численные исследования проводились как в рамках уравнений Эйлера, так и Навье–Стокса с различными моделями турбулентности.

Сверхзвуковое обтекание подобных тел характеризуется несколькими явлениями, такими как наличие головной ударной волны, присоединенной ударной волны от кормового расширения, области отрывного и вихревого течения, взаимодействие ударных волн с пограничным слоем и друг с другом. Существенное влияние на аэродинамические характеристики оказывает отрыв потока с подветренной стороны аппарата, который сильно влияет на сопротивление, подъемную силу, нагрев и стабильность аппарата, особенно при больших углах атаки. Взаимодействие пограничного слоя с ударной волной от кормового расширения также существенно влияет на аэродинамические характеристики. Увеличение давления на ударной волне от «юбки» вызывает возникновение зоны рециркуляции при угле, образованном расширением. Благодаря этим эффектам течение вокруг подобных тел имеет сложную трехмерную структуру, которая налагает определенные требования на использующийся для численного моделирования алгоритм. При наличии подробных и хорошо документированных экспериментальных и расчетных данных подобные течения являются хорошим объектом верификации и валидации численных алгоритмов.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности применения широко используемых в настоящее время моделей турбулентности Спаларта– Аллмараса (SA) и SST (Shear Stress Transport) Ментера для моделирования задач данного класса. В этих целях проведены сравнительный анализ и сопоставление с экспериментальными данными обтекания модели космического аппарата [3], полученными в Делфтском техническом университете (Delft University of Technology).

1 Постановка задачи

1.1 Модель КА

Рассматриваемая модель [3] (рис.2) представляет собой цилиндр, затупленный по сфере, с конической «юбкой», переходящей в цилиндр, и плоской донной областью. За единицу длины взят продольный размер тела. Число Маха набегающего потока M = 4.04, угол атаки $\alpha = 10^{\circ}$.



Рис. 2. Схема модели

Размеры на рис. 1 указаны в соответствии с [3]. В расчетах в качестве единицы длины брался 1 метр. Соответственно, число Рейнольдса, отнесенное к длине модели, $\text{Re} = 7.6 \cdot 10^6$.

1.2 Уравнения URANS

В качестве математической модели будем использовать систему нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS), в декартовой системе координат принимающую вид:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \sum_{j} \frac{\partial \mathbf{f}_{j}}{\partial x_{j}} = \sum_{j} \frac{\partial \mathbf{g}_{j}}{\partial x_{j}},\tag{1}$$

где

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_1 + \delta_{1,j} p \\ \rho u_j u_2 + \delta_{2,j} p \\ \rho u_j u_3 + \delta_{3,j} p \\ u_j (\rho E^* + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{ij} u_i + h_j \end{pmatrix},$$

q – вектор консервативных переменных, **f**_j и **g**_j – векторы конвективных и диссипативных потоков соответственно. Здесь ρ – плотность, u_j – компоненты вектора скорости u, τ_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений, δ_{ij} – тензор Кронекера, E^* – полная энергия турбулентного течения:

$$E^{*} = E + k_{z}$$

где E — полная энергия осредненного течения, k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций. Термодинамическое давление p вычисляется по уравнению состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1)\rho \left(E - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{3} u_j^2 \right).$$

Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$ (для воздуха). Компоненты тензора вязких напряжений и вектора теплового потока имеют вид

$$\begin{split} \tau_{ij} &= \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \,\mu_{eff} \, \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \,\delta_{i,j} - \frac{2}{3} \,\rho k \delta_{i,j}, \\ h_j &= \lambda_{eff} \, \frac{\partial T}{\partial x_j}. \end{split}$$

Т – температура газа, определяемая по формуле

$$T = \frac{p}{\rho R},$$

где R – газовая постоянная, для воздуха $R = 287 \, \text{Дж/(кг} \cdot \text{K})$.

«Эффективное» значение коэффициентов вязкости и теплопроводности определяется как

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t,$$
 $\lambda_{eff} = C_p \left(\frac{\mu}{\Pr} + \frac{\mu_t}{\Pr_t} \right)$

Здесь C_p – коэффициент удельной теплоемкости газа при постоянном давлении. Рг и \Pr_t – ламинарное и турбулентное числа Прандтля, для воздуха принимается $\Pr = 0.7$, $\Pr_t = 0.9$. Молекулярная вязкость определяется следующей степенной зависимостью:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^s,$$

где s = 0.76, μ_0 – молекулярная вязкость при опорной температуре T_0 .

Величина μ_t обозначает добавочную турбулентную вязкость, которая определяется моделью турбулентности.

Начальные и граничные условия для системы уравнений (1) ставятся стандартным образом [24].

1.3 Модель турбулентности Спаларта-Аллмараса

В работе используется вариант однопараметрической модели турбулентности Спаларта–Аллмарса (SA) для сжимаемых течений [25] с модификацией Эдвардса [26]. В рамках этой модели осредненная величина кинетической энергии турбулентных пульсаций не может быть найдена напрямую, в силу чего полагается k = 0.

Турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1}, \qquad f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}^3}, \qquad \chi \equiv \rho \frac{\tilde{\nu}}{\mu}$$

где $\tilde{\mathcal{V}}$ – модельная величина, которая определяется из основного уравнения модели

$$\frac{\partial \rho \tilde{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{v} u) = \rho (P_{\tilde{v}} - D_{\tilde{v}} + T_{\tilde{v}}) + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \nabla \cdot [(\mu + \mu_t) \nabla \tilde{v}] + \frac{C_{b2}}{\sigma_{\tilde{v}}} \rho (\nabla \tilde{v})^2 - \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}} \rho} (\mu + \rho \tilde{v}) \nabla \rho \cdot \nabla \tilde{v}.$$
(2)

Величины $P_{\tilde{v}}$ и $D_{\tilde{v}}$, отвечающие соответственно за производство и диссипацию турбулентности, и $T_{\tilde{v}}$ – за определение ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое, записываются в виде

$$\begin{split} P_{\tilde{v}} &= C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}_{\tilde{v}}, \qquad D_{\tilde{v}} = \left(C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{k_r^2}f_{t2}\right)\left[\frac{\tilde{v}}{s}\right]^2, \qquad T_{\tilde{v}} = f_{t1}(\Delta U)^2, \\ f_w &= g\left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right]^{1/6}, \qquad g = r + C_{w2}(r^6 - r). \end{split}$$

Здесь ΔU – модуль разности между скоростями в потоке и ближайшей точке ламинарно-турбулентного перехода, d – расстояние от твердой стенки.

В модификации Эдвардса модели Спаларта–Аллмараса [26] величины \tilde{S} и *r* имеют вид

$$\tilde{S} = \sqrt{S} \left[\frac{1}{\chi} + f_{v1} \right], \qquad S = \sum_{i,j=1}^{3} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2,$$
$$r = \tanh \left(\frac{\tilde{V}}{\tilde{S}k_r^2 d^2} \right) / \tanh(1.0).$$

Остальные величины являются константами модели и представлены в таб. 1.

Таблица 1. Константы модели SA

$\sigma_{\widetilde{v}}$	k _r	C_{b1}	C_{b2}	C_{v1}	C_{w1}	C_{w2}	C_{w3}
$\frac{2}{3}$	0.41	0.1335	0.622	7.1	$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}$	0.3	2.0

При моделировании полностью турбулентного пограничного слоя учет f_{t1} и f_{t2} не вносит существенных изменений в решение, поэтому обычно ими пренебрегают [25].

1.4 Модель турбулентности SST Ментера

Наряду с моделью SA в работе также используется модифицированный вариант двухпараметрической модели SST (Shear Stress Transport) Ментера [27], т.н. SST-2003.

Турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max(\omega, SF_2/\alpha)},$$

где, как и ранее, k – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, а ω имеет смысл удельной диссипации. Данные величины определяются из уравнений модели:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left((\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k \right) + P_k - \beta^* \rho \omega k, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left((\mu + \sigma_{\omega} \mu_t) \nabla \omega \right) + \gamma_s \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{w_2}}{\omega} \nabla k \nabla \omega.$$

(4)Член P_k вычисляется в виде

$$P_k = \min(P, 10\beta^* \rho \omega k).$$

Здесь

$$P = \mu_t S^2$$
, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$.

Стыковочные функции SST модели определяются согласно формулам:

$$F_{1} = \tanh(\arg_{1}^{4}), \quad \arg_{1} = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^{*}\omega d}, \frac{500\mu}{\rho\omega d^{2}}\right), \frac{4\rho\sigma_{w_{2}}k}{CD_{kw}d^{2}}\right],$$
$$CD_{kw} = \max\left(\frac{2\rho\sigma_{w_{2}}}{\omega}\nabla k\nabla\omega, 1.0\times10^{-10}\right),$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\mu}{\rho\omega d^2}\right),$$

где *d* – расстояние от твердой стенки.

Коэффициенты SST модели определяются в виде:

 $\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$, $\phi = \sigma_k, \sigma_w, \gamma_s, \beta$. Остальные величины являются константами модели и представлены в таб. 2.

Таблица 2. Константы модели SST

σ_{k_1}	$\sigma_{k_1} \sigma_{k_2} \sigma_{w_1} \sigma_{w_2} \beta_1$		β_2	γ_{s_1}	γ_{s_2}	β^{*}	α	α_1	α_2	α ₃		
0.85	1.0	0.5	0.856	0.075	0.0828	5/9	0.44	0.09	0.31	1.0	0.4	0.2

2 Результаты расчетов

Численные расчеты проводились с помощью разработанного авторами программного комплекса, предназначенного для моделирования трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа на высокопроизводительных вычислительных системах. В комплексе реализованы алгоритмы для описанной выше математической модели на основе уравнений URANS, для замыкания которых используются модели турбулентности Спаларта–Аллмараса и SST Ментера. Кроме того, был выполнен расчет обтекания с использованием уравнений Навье–Стокса без осреднения.

Уравнения модели аппроксимируются по пространству с помощью метода конечных объемов со схемами реконструкции 2-го (TVD) [28] или 3-го (WENO3) [23] порядка точности. Для вычисления невязких потоков на гранях расчетных ячеек используется обобщенный метод С. К. Годунова. Для аппроксимации уравнений по времени применяются явная и неявная схемы (на основе метода LU-SGS).

Расчеты проводились в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН на суперкомпьютерах К–100 и К–60 [29] с использованием от 84 до 112 вычислительных ядер на задачу.



Рис. 3. Расчетная сетка

Расчетная сетка состояла из 5963967 шестигранных ячеек и имела сгущения к боковой поверхности тела, а также к донной области (рис. 3).



Рис. 4. Теневые изображения основных деталей течения [3]. Расчет (слева) и эксперимент (справа)

Ряд деталей течения можно видеть на теневых изображениях, см. рис. 4. Здесь слева показан результат расчета с использованием модели SA, справа — экспериментальные данные [3]. С нижней (наветренной) стороны ударная волна перед конусом пересекается с головной ударной волной приблизительно на уровне перехода конуса в хвостовой цилиндр.



Рис. 5. Поле давления на поверхности тела. Расчет с моделью SA

На рис. 5 представлено распределения поля давления на поверхности тела. Рост давления на подветренной стороне перед конусом соответствует области отрыва.

Поле давления и линии тока около «юбки» показаны на рис. 6. Отчетливо видно отрывную зону и область возвратного течения на подветренной стороне тела в области перехода от цилиндра к конусу. За донным срезом образуется мощный тороидальный вихрь. Более подробно пространственные структуры вихрей можно увидеть на рис. 7 и 8. В расчетах по модели SST наблюдается несколько бо́льшая (вытянутая вверх по течению) рециркуляционная зона на подветренной стороне модели по сравнению с моделью SA. Вихревые структуры за донным срезом также имеют некоторые различия.



Рис. 6. Поле давления и мгновенные линии тока около «юбки». Расчеты с моделями SA (слева) и SST (справа)



Рис. 7. Вихревая структура на подветренной поверхности тела. Расчет с моделью SA

12



Рис. 8. Вихревая структура за донным срезом тела. Расчет с моделью SA

В работе [3] приведены данные по распределению давления на поверхности модели в плоскости симметрии (z = 0). Результаты сравнения численных и экспериментальных данных представлены на рис. 9, 10.



Рис. 9. Распределение давления на нижней поверхности тела в плоскости z=0



Рис. 10. Распределение давления на верхней поверхности тела в плоскости z=0

Как видно на этих рисунках, результаты расчетов с моделями SA и SST вполне удовлетворительно согласуются друг с другом и с экспериментальными данными. Решение уравнений Навье–Стокса без осреднения фактически не выходит на стационарный режим. Мгновенное распределение давления на верхней стороне модели существенно отличается от данных URANS и эксперимента. Эти отличия связаны со структурой решения, см. рис. 11.

Область отрыва перед хвостовым конусом имеет существенно больший размер в сравнении с URANS расчетом. Течение в донной области имеет достаточно хаотический характер и меняется со временем.

Особенности течения в донной области оказывают существенное влияние на аэродинамические характеристики летательных аппаратов. В частности, донное сопротивление вносит значительный вклад (до 40%) в общее сопротивление [14]. Достаточно точные оценки для величины донного давления дает приближенная формула из работы [22]:

$$P_{b} = 0.15 + \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^{2}\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma}}}.$$
(4)

Для рассматриваемого случая M=4.04 формула (4) дает $P_b = 0.233$. Результат расчетов с моделью SST $P_b = 0.214$ оказывается значительно ближе к этому значению, чем для SA $P_b = 0.136$. Следует отметить также, что данные по SST практически не зависят от радиуса, тогда как для SA наблюдается отчетливый максимум вблизи оси симметрии модели.



Рис. 11. Распределение давления и мгновенные линии тока для численного решения уравнений Навье–Стокса (без осреднения)



Рис. 12. Распределение давления на дне модели в плоскости симметрии

Заключение

Проведено численное моделирование обтекания модели космического аппарата (рис. 2) при числе Маха набегающего потока M = 4.04 и угле атаки $\alpha = 10^{\circ}$ по осреднённым уравнениям Навье–Стокса с моделями турбулентности Спаларта–Аллмараса и SST (Ментера), а также без осреднения. Выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными из работы [3]. Показано, что результаты расчетов с моделями SA и SST вполне удовлетворительно согласуются друг с другом и с экспериментальными данными. Напротив, решение уравнений Навье–Стокса без осреднения существенно отличается от данных URANS и эксперимента.

Список литературы

- Alexander C. C.; Grimwood, J. M.; Swenson L. S. (1966). This New Ocean: a History of Project Mercury (PDF). USA: NASA. ISBN 1934941875.
- Гудилин В. Е., Слабкий Л. И. Космические грузовые корабли «Прогресс», «Прогресс-М» и их модификации // Ракетно-космические системы (История. Развитие. Перспективы). – М., 1996. – 326 с.
- 3. Houtman E. M., Bannink W. J., Timmerman B. H. Experimental and Computational Study of a Blunt Cylinder-Flare Model in High Supersonic Flow, Report LR-796, 1995.
- Henderson J. H. Jet Effects on Base Pressures of Cylindrical and Flared Afterbodies at Free-Stream Mach Numbers of 1.65, 1.82 and 2.21, ARGMA TR 1G3R, June 1960; U.S. Army Ordnance Missile Command, Redstone Arsenal, Ala., classification change to unclassified March 21,1961.
- 5. Delery J., Siriex M. Base flow behind missiles Missile Aerodynamics // AGARD LS 98,1979, P.6-1-6-78.
- 6. Becker J. V. and Korycinski P. F. Heat Transfer and Pressure Distribution at Mach Number of 6.8 on Bodies with Conical Flares and Extensive Flow Separation, TN D-1260, April 1962, NASA.
- 7. Goldberg T. J. Turbulent Separation Associated with Axisymmetric Flared Bodies, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 4, No. 11, Nov. 1967, pp. 1551-1553.
- 8. Krasil'shchikov A. P. et al. Experimental Studies of Bodies of Revolution in Hypersonic Flows. Fizmatlit, Moscow, 2007.

- Coleman G. T. A Study of Hypersonic Boundary Layers over a Family of Axisymmetric Bodies at Zero Incidence. Preliminary Report and Data Tabulation, Imperial College of Science and Technology. England, I. C. Aero. Rept. 73-06, 1973
- 10. Robinson M. L. Boundary layer effects in supersonic flow over cylinderflare bodies // 4th Australian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics, 1971.
- 11. Peake D. J., Tobak M. Three-dimensional interactions and vortical flows with emphasis on high speeds, NASA TM 81169, 1980.
- Адамов Н. П., Васенёв Л. Г., Звегинцев В. И., Мажуль И. И., Наливайченко Д. Г., Новиков А. В., Харитонов А. М., Шпак С.И. Исследования характеристик гиперзвуковой аэродинамической трубы АТ-303. Часть 2. Аэродинамика эталонной модели HB-2 // Теплофизика и аэромеханика, 2006, том 13, № 2.
- Rakich John V. and Menees Gene P. A theoretical and experimental study of hypersonic flow over flared bodies at incidence, NASA TN D-3218, 1966.
- 14. Jorgensen Leland H.; and Graham Lawrence A. Predicted and Measured Aerodynamic Characteristics for Two Types of Atmosphere-Entry Vehicles. NASA TM X-1103, 1965.
- 15. Hall C. R., Jr., Mueller T. J., and Roache P. J. Influence of initial flow direction on the turbulent base pressure in supersonic axisymmetric flow, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 7, No. 12 (1970), pp. 1484-1488.
- Лаврухин Г. Н., Терентьева А. В. Исследования течений за донным срезом тел, обтекаемых потоком газа // Обзор ОНТИ ЦАГИ, № 452, 1972.
- 17. Kravtsov A. N., Lunin V. Yu., Melnichuk T. Yu., Panyushkin A. V. Features of the pressure distribution on the conical tail part // 15th International Symposium on Flow Visualization, June 25-28, 2012, Minsk, Belarus.
- Hung C. M. and Chaussee D. S. Computation of Supersonic Turbulent Flows over an Inclined Ogive-Cylinder-Flare, AIAA Journal, Vol. 19, No. 9 (1981), pp. 1139-1144.
- Inouye, Mamoru; Rakich, John; and Lomax, Harvard. A Description of Numerical Methods and Computer Programs for Two-Dimensional and Axisymmetric Supersonic Flow Over Blunt-Nosed and Flared Bodies. NASA TN D-2970, 1965.
- Gaitonde Datta, Shang J. S., and Edwards J. R. Structure of a Supersonic Three-Dimensional Cylinder/Offset-Flare Turbulent Interaction, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 34, No. 3 (1997), pp. 294-302.

- Bonfiglioli, Aldo & Paciorri, Renato & Di Mascio, Andrea. (2012). The Role of Mesh Generation, Adaptation, and Refinement on the Computation of Flows Featuring Strong Shocks. Modelling and Simulation in Engineering. 15. 10.1155/2012/631276.
- 22. Зубков А. И., Гаранин А. Ф., Сафронов В. Ф., Сухановская Л. Д., Третьяков П. К. Сверхзвуковое обтекание осесимметричных тел при горении в передних и донных зонах отрыва // Теплофизика и аэромеханика, 2005, том 12, № 1.
- 23. Cravero I., Semplice M. On the accuracy of WENO and CWENOreconstructions of third order on nonuniform meshes // Journal of Scientific Computing. 2016. V. 67. № 3. P. 1219–1246.
- 24. Быков Л. В., Молчанов А. М., Щербаков М. А., Янышев Д. С. Вычислительная механика сплошных сред в задачах авиационной и космической техники. М.: ЛЕНАНД, 2015, 688 с.
- 25. Allmaras S. R., Johnson F. T. and Spalart P. R. Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model / Seventh International Conference on CFD (ICCFD7), Big Island, Hawaii, 9-13 July 2012.
- Edwards J. R., Chandra S. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields // AIAA Journal. 1996. Vol. 34, no. 4. P. 756–763.
- Menter F. R., Kuntz M. and Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, pp. 625–632.
- 28. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001, 608 с.
- 29. Вычислительные ресурсы ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. URL: <u>http://www.kiam.ru/MVS/resourses/</u>