



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 21 за 2017 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**Сазонов В.В., Хубер Ф.,
Беляев М.Ю., Волков О.Н.,
Дунаева И.В.**

Результаты космического
эксперимента «Дальность»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Результаты космического эксперимента «Дальность» / В.В.Сазонов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 21. 43 с. doi:[10.20948/prepr-2017-21](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-21)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-21>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.Келдыша

В.В. Сазонов, Ф. Хубер, М.Ю.Беляев, О.Н.Волков, И.В.Дунаева

**РЕЗУЛЬТАТЫ КОСМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
«ДАЛЬНОСТЬ»**

Москва – 2017

Сазонов В.В., Хубер Ф., Беляев М.Ю., Волков О.Н., Дунаева И.В. Результаты космического эксперимента «Дальность». Обработаны беззапросные измерения радиальной скорости и приращений наклонной дальности Международной космической станции, выполненные с помощью расположенной на ее борту немецкой аппаратуры GTS2. Измерения и обработка проводились в рамках российско-германского эксперимента «Дальность». Эксперимент готовился в предположении, что ошибка измерений приращений дальности составит 1 м. В этом случае при использовании двух наземных приемников сигнала аппаратуры GTS2 в Штутгарте и в Москве обработка двух смежных (на одной четверти витка) сеансов измерений позволила бы на порядок уменьшить стандартные отклонения априорной оценки фазового вектора МКС. При совместной обработке 4 и более сеансов, проведенных в течение полусуток, можно было бы оценить фазовый вектор со стандартными отклонениями в несколько метров по координатам и несколько мм/с по компонентам скорости. Реальная точность измерений приращений наклонной дальности оказалась немногим менее 100м, а радиальной скорости – около 20м/с. Большие ошибки объясняются проблемами с функционированием аппаратуры на борту МКС. В июле 2014 г. она была отключена и эксперимент «Дальность» прекращен.

V.V. Sazonov, F. Huber, M.Yu. Belyaev, O.N. Volkov, I.V. Dunaeva. Results of space experiment Dalnost. We describe processing the non-interrogative measurements of the radial velocity and alteration of the slant range of International Space Station. The measurements were carried out by German equipment GTS2 in the context of the Russian-German experiment Dalnost. We planned the experiment assuming the accuracy of measured alterations of the range equaled 1 m. Then the use of two ground-based receivers of GTS2 signals in Stuttgart and Moscow and processing two adjacent measurement sessions (on the same quarter of an orbit revolution) would appreciably decrease standard deviations of a priori estimation of the station phase vector. The joint processing of four and more measurement sessions carried out during a half of a day would provide the estimation of the phase vector with standard deviations of a few meters on coordinates and a few mm/s on velocity components. Real accuracy of measurements of alterations of the range was a little less than 100 m, real accuracy of measurements of radial velocity was about 20 m/s. The large errors were explained by defects in GTS2 operation. The equipment GTS2 was turned off in July 2014 and the experiment Dalnost was stopped.

1. Краткая характеристика эксперимента «Дальность». Российско-германский космический эксперимент «Дальность» проводился в рамках реализации соглашения между Роскосмосом и Европейским космическим агентством. Эксперимент состоял в исследовании возможности высокоточного определения параметров орбитального движения МКС по беззапросным измерениям радиальной скорости и приращений наклонной дальности, выполняемым с помощью имеющейся на борту немецкой аппаратуры GTS2 [1]. В основе этой аппаратуры лежат новые сравнительно дешевые стандарты частоты. Ее использование вместе с несколькими наземными приемниками требует существенно меньших финансовых затрат, чем использование штатных российских наземных средств радиоконтроля орбиты, и согласно предварительным оценкам могло бы обеспечить достаточно высокую точность решения задачи.

Эксперимент осуществлялся с применением только одного приёмника, расположенного в Штутгарте (Германия). Планировалось использовать и второй приемник, размещенный в России. Использование двух и более приёмников позволило бы существенно повысить точность определения орбиты МКС. Однако из-за ненадежной работы аппаратуры GTS2 этот план не был реализован.

Ниже описаны методы и результаты обработки измерений аппаратуры GTS2, сделанных с помощью приемника в Штутгарте (ФРГ). Приведены априорные оценки точности определения орбиты МКС с использованием измерений от одного и двух приемников.

2. Данные измерений аппаратуры GTS2. Измерения аппаратуры GTS2 основаны на эффекте Доплера и выполнялись двумя способами. Первый способ, так называемый «кодовый Доплер», состоял в следующем. Аппаратура, расположенная на станции, генерировала периодическую последовательность временных меток с периодом 1с. Период выдерживался с высокой точностью. Эта последовательность передавалась по радио на Землю на частоте $f_0 = 400.1$ МГц. Аппаратура на Земле измеряла промежутки времени между принимаемыми временными метками, причем эти измерения также выполнялись с высокой точностью. Наземные измерения были организованы так. Приемная аппаратура генерировала последовательность импульсов с частотой $f_1 = 10.24$ МГц, которые подсчитывались специальным счетчиком. В момент получения временной метки с борта станции значения счетчика (целое число) запоминалось и запоминалось время получения по шкале времени GPS. Время запоминалось в виде целого числа секунд. Результатом измерений являются две последовательности целых чисел N_n, t_n ($n = 1, 2, \dots$). Первая выражает импульсы, вторая – значения моментов времени получения временных меток. Последовательность числа импульсов пересчитывалась в последовательность значений радиальной скорости станции по формуле

$$V_n = \frac{c(N_{n+1} - N_n)}{f_1(t_{n+1} - t_n)} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Здесь $c = 299792.5$ км/с – скорость света. Величину V_n относим к моменту вре-

мени $(t_n + t_{n+1})/2$.

Наряду с величинами V_n рассматривались и величины

$$\Delta D_n = \frac{c(N_n - N_1)}{f_1} \quad (n = 1, 2, \dots),$$

представляющие собой приращения наклонной дальности станции. Величина ΔD_n относится к моменту t_n .

От немецкой стороны были получены файлы с данными измерений, выполненных кодовым Доплером, образец содержимого которых приведен ниже

1052731458	7532958	-546
1052731459	7532837	-496
1052731460	7532755	-126
1052731461	7532634	-240
1052731462	7532552	-323
1052731464	7532349	388
1052731465	7532267	343
1052731466	7532185	458
1052731467	7532103	660
1052731468	7531982	624

Второй способ – так называемый «несущий Доплер» – использовал измерения доплеровского смещения несущей частоты f_0 принимаемого сигнала. Измерение выражается целым числом M , которое пересчитывается в смещение по формуле

$$\Delta f(M) = a_0 + a_1 M + a_2 M^2 + a_3 M^3 + a_4 M^4 \text{ (МГц)}.$$

Коэффициенты выпisanного полинома

$$a_0 = 1.34865e-003, \quad a_1 = -9.55527e-007, \quad a_2 = 8.41763e-012, \\ a_3 = 9.79210e-016, \quad a_4 = -4.75999e-020$$

были найдены в результате специальной калибровки (см. п. 8). Значению M отвечает радиальная скорость $V = -cf_0^{-1}\Delta f(M)$. Результатом измерений является последовательность V'_n значений радиальной скорости, относящихся к тем же моментам времени t_n , на которые имеются измерения «кодового Доплера».

Образец содержимого файлов с данными измерений, выполненных несущим Доплером, приведен ниже

```
%TICP>2013/07/17;07:00:16;1893;y;36.03;yynn;-411.024E-9;0.874062590869; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:17;1893;y;36.03;yynn;-411.282E-9;0.874062590869; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:18;1893;y;36.03;yynn;-412.251E-9;0.874062590869; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:19;1893;y;36.03;yynn;-413.586E-9;0.874062590869; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:20;1893;y;36.03;yynn;-413.707E-9;0.374041980007; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:21;1893;y;36.03;yynn;-413.636E-9;0.374032272769; ; ; ;
%TICP>2013/07/17;07:00:22;1893;y;36.04;yynn;-412.572E-9;0.374032272769; ; ; ;
```

В мае и июле 2013 г. с помощью аппаратуры GTS2 было проведено большое число сеансов измерений. Не все они оказались удачными из-за проблем с синхронизацией часов на борту станции и на Земле. Содержательные ре-

зультаты были получены для 13 сеансов: 8 – в мае и 5 – в июле.

Приемники сигналов аппаратуры GTS2 не были вполне готовы для выполнения высокоточных измерений. В частности, более или менее точные измерения удавалось получить только на коротких промежутках времени, содержащих момент пролета станции на минимальном расстоянии от приемника, причем это минимальное расстояние не должно было превышать 1000 км. В такой ситуации диапазон изменения индекса n в приведенных выше формулах – от 1 до $130 \div 150$.

Обработка измерений начиналась с их сглаживания, поскольку сырые измерения содержат довольно большой разброс. Сглаживание выполнялось посредством полиномиальной аппроксимации. Сглаживающие выражения имели вид

$$\Delta\hat{D}(t_n) = a_0 + a_1 t_n + a_2 t_n^2 + \dots + a_M t_n^M, \quad \hat{V}(t_n) = b_0 + b_1 t_n + b_2 t_n^2 + \dots + b_M t_n^M,$$

где a_m, b_m ($m = 0, 1, 2, \dots, M$) – коэффициенты. Значения коэффициентов находились методом наименьших квадратов – из условия минимума выражений

$$\sum_n [\Delta D_n - \Delta\hat{D}(t_n)]^2 \quad \text{и} \quad \sum_n [V'_n - \hat{V}(t_n)]^2.$$

Здесь суммирование выполняется по всем моментам времени с измерениями, попавшими в интервал, отобранный для обработки (в данных имелись небольшие пропуски). Во всех расчетах такого рода, описываемых в данной работе, выполнялся сдвиг времени так, чтобы начальный момент $t_1 = 0$.

Примеры сглаживания для двух сеансов приема измерений в Штутгарте приведены на рис. 1, 2. В левых частях этих рисунков приведены графики величин ΔD_n (вверху) и V'_n (внизу). Эти графики представляют собой ломаные, ординаты вершин которых – данные измерений, а абсциссы – моменты времени t_n . Звенья ломаных соединяют соседние по времени вершины. В средней части рисунков повторены левые графики, и рядом с ними плавными линиями изображены графики сглаживающих полиномов $\Delta\hat{D}(t)$ и $\hat{V}(t)$, построенных при $M = 8$. В правых частях рисунков приведены графики остатков (ошибок аппроксимации) $\Delta D_n - \Delta\hat{D}(t_n)$ и $V'_n - \hat{V}(t_n)$. Эти графики представляют собой ломаные, аналогичные ломаным в левых частях рисунков. Длинные звенья правых ломаных, заметно отклоняющиеся от вертикали, соответствуют пропускам в данных. Приведенные примеры сырых измерений типичны. Как можно увидеть из рисунков, разброс данных измерений весьма большой.

В последующей обработке сырые измерения ΔD_n и V'_n заменялись значениями сглаживающих полиномов $\Delta\hat{D}_n = \Delta\hat{D}(t_n)$ и $\hat{V}_n = \hat{V}(t_n)$. При этом восполнялись пропуски в данных, так что соотношение $t_{n+1} - t_n = 1$ с выполнялось при всех допустимых значениях входящих в него индексов.

Для проверки согласованности сглаженных данных использовалась более содержательная полиномиальная модель. Эти данные аппроксимировались вы-

ражениями

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{D}(t_n) &= a + d_1 t_n + d_2 t_n^2 + \dots + d_M t_n^M, \\ \tilde{V}(t_n) &= b + 2d_1 t_n + 2d_2 t_n^2 + \dots + M d_M t_n^{M-1},\end{aligned}$$

где a, b, d_1, \dots, d_M – коэффициенты. Значения коэффициентов находились методом наименьших квадратов – из условия минимума выражения

$$\sum_n \{ [\Delta\hat{D}_n - \Delta\tilde{D}(t_n)]^2 + W^2 [\hat{V}_n - \tilde{V}(t_n)]^2 \}.$$

Здесь $W = 1$ с и суммирование выполняется по всем моментам t_n , попавшим в обрабатываемый интервал времени. Примеры проверки согласованности данных приведены на рис. 3, 4. Эти рисунки относятся к данным, представленным на рис. 1 и 2 соответственно. В этих примерах $M = 10$. На верхних графиках рис. 3, 4 приведены графики полиномов $\Delta\hat{D}(t)$, $\Delta\tilde{D}(t)$ (слева) и $\hat{V}(t)$, $\tilde{V}(t)$ (справа). Поскольку эти графики в случае одноименных функций практически сливаются, под ними приведены графики разностей $\Delta\hat{D}(t) - \Delta\tilde{D}(t)$, $\hat{V}(t) - \tilde{V}(t)$. Как видно из рисунков, сглаженные данные согласованы неплохо. Во всяком случае, их рассогласование существенно меньше разброса в сырых данных.

3. Математическая модель движения станции и расчетные аналоги измерений наклонной дальности и радиальной скорости. Математическая модель движения станции основана на уравнениях движения ее центра масс, записанных в гринвичской системе координат с учетом нецентральности гравитационного поля Земли, сопротивления атмосферы и притяжения Луны и Солнца. Нецентральность поля учитывалась с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считалась неподвижной относительно земной поверхности, плотность атмосферы рассчитывалась согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004 [2], параметры этой модели на каждом интервале обработки измерений принимались постоянными. Положения Луны и Солнца вычислялись по приближенным аналитическим выражениям.

Как уже говорилось, эксперимент «Дальность» состоял в использовании данных измерений аппаратуры GTS2 для повышения точности определения движения станции. Такая постановка задачи предполагает, что это движение с какой-то точностью априори известно. Вообще, орбитальное движение МКС определяется разными способами, в том числе весьма точными, например, с использованием аппаратуры автономной спутниковой навигации. В описываемом эксперименте результаты высокоточного определения движения предполагалось использовать только для оценки результатов, полученных по данным GTS2. В качестве априорной информации использовалось знание движения с максимальной погрешностью около 2 км на интервале времени $2 \div 3$ сут. С такой (и даже с худшей точностью) знание орбитального движения МКС используется обычно при интерпретации выполненных на борту научных и технических экспериментов.

Для целей эксперимента желательно знать не только фазовый вектор станции в некоторый момент времени, близкий к интервалу с измерениями GTS2, но и соответствующую ковариационную матрицу. Однако получить ковариационную матрицу по ряду организационных причин было сложно. Кроме того, расчет указанных вектора и матрицы желательно было выполнять в рамках той же математической модели движения МКС, которая использовалась при обработке измерений аппаратуры GTS2. В такой ситуации априорная оценка орбитального движения станции находилась по ее двухстрочным элементам (two line elements). Использование этих элементов обеспечило произвольный выбор интервала обработки, уточнение при необходимости баллистического коэффициента станции, а также облегчило контакты с немецкой стороной. В данной работе результаты определения движения МКС по двухстрочным элементам использованы при моделировании обработки измерений аппаратуры GTS2 и для оценки точности этих измерений, выполненных в 2013 г.

Приведем основные соотношения, используемые при определении орбитального движения МКС. Посредством численного интегрирования указанных выше уравнений движения станции можно найти ее геоцентрический радиус-вектор \mathbf{r} и скорость \mathbf{v} относительно гринвичской системы координат в функции времени t . Решение уравнений движения с начальными условиями $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$, $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$ обозначим $\mathbf{r} = \boldsymbol{\varphi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{v} = \boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, b)$. Здесь учтена зависимость решения от баллистического коэффициента станции b . По двухстрочным элементам, относящимся к моментам времени t_k ($k = 1, 2, \dots, N$; $t_1 < t_2 < \dots < t_N$), для тех же моментов рассчитываются координаты станции и компоненты ее скорости в гринвичской системе координат. Эти величины объединим в векторы $\mathbf{r}_k \approx \boldsymbol{\varphi}(t_k, \boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{v}_k \approx \boldsymbol{\psi}(t_k, \boldsymbol{\beta})$ и будем рассматривать как данные измерений. Полагаем, что ошибки в измерениях координат и компонент скорости независимы и имеют нормальные распределения с нулевыми средними значениями. Стандартные отклонения ошибок координат (скоростей) одинаковы, но неизвестны. Стандартные отклонения ошибок координат обозначим σ , скоростей – σ/w , где $w = 1000\text{с}$. Отыскание вектора $\boldsymbol{\beta}$, задающего аппроксимирующее эти измерения решение уравнений движения, выполняется методом наименьших квадратов, а именно, сводится к минимизации функционала

$$\Phi(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^N \left\{ [\mathbf{r}_k - \boldsymbol{\varphi}(t_k, \boldsymbol{\beta})]^2 + w^2 [\mathbf{v}_k - \boldsymbol{\psi}(t_k, \boldsymbol{\beta})]^2 \right\}.$$

Минимизация Φ выполняется методом Гаусса-Ньютона. При сделанных допущениях оценка $\boldsymbol{\beta}_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению $\boldsymbol{\beta}$. Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычисляются по формулам

$$K_{\boldsymbol{\beta}} = \sigma_*^2 \mathbf{B}^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\boldsymbol{\beta}_*)}{6N - 7}.$$

Здесь B – вычисленная в точке β_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей в методе Гаусса-Ньютона, $2B \approx \partial^2 \Phi(\beta_*) / \partial \beta^2$.

Приведем формулы для вычисления вдоль найденного движения расчетных аналогов наклонной дальности и радиальной скорости станции, измеряемых беззапросным методом. Пусть в момент времени t_1 с борта станции передается временная метка, которая принимается на Земле в момент времени $t = t_1 + \tau$ антенной, расположенной в точке с радиусом-вектором \mathbf{r}_A . Расчетные наклонная дальность и радиальная скорость станции на момент приема составляют

$$D(t) = c\tau, \quad \tau = \frac{|\boldsymbol{\varphi}(t_1, \beta) - \mathbf{r}_A|}{c}, \quad V(t) = \frac{[\boldsymbol{\varphi}(t_1, \beta) - \mathbf{r}_A] \cdot \boldsymbol{\psi}(t_1, \beta)}{|\boldsymbol{\varphi}(t_1, \beta) - \mathbf{r}_A|}.$$

Здесь c – скорость света. Приемная антенна в Штутгарте имеет геодезические координаты: широта $48^\circ 44' 16.016''$, долгота $9^\circ 06' 45.573''$, высота 515.22м.

Примеры расчетов дальности и радиальной скорости МКС для антенны в Штутгарте приведены на рис. 5, 6. Эти рисунки построены для пролетов МКС, во время которых были получены измерения, представленные на рис. 1 – 4. В верхних частях рисунков приведены графики функций $D(t)$ и $V(t)$, вычисленных указанным только что способом, а также графики аппроксимирующих полиномов

$$D_{\text{ap}}(t) = h_0 + h_1 t + h_2 t^2 + \dots + h_M t^M, \\ V_{\text{ap}}(t) = h_1 + 2h_2 t + \dots + M h_M t^{M-1}.$$

Здесь h_0, h_1, \dots, h_M – коэффициенты, значения которых находились методом наименьших квадратов из условия минимума выражения

$$\sum_t \{ [D(t) - D_{\text{ap}}(t)]^2 + W^2 [V(t) - V_{\text{ap}}(t)]^2 \},$$

в котором $W = 1\text{с}$ и суммирование выполняется по значениям t , принадлежащим сетке с шагом 1 с на временных отрезках, приведенных на рисунках. Время в этих расчетах отсчитывалось от первого узла сетки. Пример на рис. 5 рассчитан при $M = 14$, пример на рис. 6 – при $M = 16$. При выбранных масштабах на координатных осях графики функций и аппроксимирующих их полиномов практически совпадают, поэтому в нижних частях рис. 5, 6 приведены графики разностей $D(t) - D_{\text{ap}}(t)$ и $V(t) - V_{\text{ap}}(t)$. Ошибки аппроксимации составили менее 2м по дальности и несколько менее 1м/с по радиальной скорости. Последнее значение нельзя признать малым для современных радиотехнических средств, но оно намного меньше ошибок измерений, реализуемых аппаратурой GTS2. По этой причине ниже функции $D_{\text{ap}}(t)$ и $V_{\text{ap}}(t)$ используются для сопоставления со сглаженными данными измерений $\Delta \hat{D}_n$ и \hat{V}_n .

4. Сопоставление данных измерений аппаратуры GTS2 с расчетными аналогами. Такое сопоставление выполнялось несколькими способами. Первый способ состоял в коррекции сглаженных данных с целью подогнать их под расчетные значения. Подгонка состояла в определении постоянных коэффициентов α_0 , α_1 , β и τ , обеспечивающих наиболее точное в смысле метода наименьших квадратов выполнение соотношений

$$\Delta\hat{D}_n + \alpha_0 + \alpha_1 t_n \approx D_{\text{ap}}(t_n + \tau), \quad \hat{V}_n + \beta \approx V_{\text{ap}}(t_n + \tau).$$

Смысл коэффициентов следующий. Коэффициент α_1 учитывает постоянную ошибку в подсчете числа импульсов между принимаемыми на Земле временными метками, передаваемыми с борта станции. Коэффициенты α_0 и β служат для компенсации постоянных смещений в измерениях. Сдвиг времени τ обеспечивает согласование шкалы времени UTC со шкалой времени измерений. Напомним, измерения привязываются (не очень точно) к шале времени GPS, а орбитальное движение рассчитывается в соответствии со шкалой времени UTC. Номинальное значение $\tau = 16$ с. Начало отсчета времени по шкале измерений выбирается так, чтобы $t_1 = 0$, аппроксимирующие полиномы строятся на отрезке времени, охватывающем моменты измерений с запасом на варьирование τ от 0 до 30 с.

Определение коэффициентов α_0 , α_1 , β и τ выполнялось в два этапа. На первом этапе при фиксированном значении τ посредством решения простейших линейных задач метода наименьших квадратов определялись остальные коэффициенты. Имеем

$$\alpha_0(\tau) = \frac{S_2 A_0 - S_1 A_1}{S_0 S_2 - S_1^2}, \quad \alpha_1(\tau) = \frac{S_0 A_1 - S_1 A_0}{S_0 S_2 - S_1^2},$$

$$\beta(\tau) = \frac{1}{S_0} \sum_n [V_{\text{ap}}(t_n + \tau) - \hat{V}_n], \quad S_1 = \sum_n t_n, \quad S_2 = \sum_n t_n^2,$$

$$A_0 = \sum_n [D_{\text{ap}}(t_n + \tau) - \Delta\hat{D}_n], \quad A_1 = \sum_n t_n [D_{\text{ap}}(t_n + \tau) - \Delta\hat{D}_n],$$

S_0 – число моментов времени с измерениями, включенных в обработку. Именно по этим моментам выполняется суммирование в выписанных суммах. На втором этапе разыскивался минимум функции

$$F(\tau) = \sum_n [D_{\text{ap}}(t_n + \tau) - \Delta\hat{D}_n - \alpha_0(\tau) - \alpha_1(\tau)t_n]^2 + \\ + W^2 \sum_n [V_{\text{ap}}(t_n + \tau) - \hat{V}_n - \beta(\tau)]^2.$$

Здесь $W = 3$ с – весовой коэффициент. Значения величин $\tau_* = \arg \min F(\tau)$, $\alpha_0^* = \alpha_0(\tau_*)$, $\alpha_1^* = \alpha_1(\tau_*)$ и $\beta^* = \beta(\tau_*)$ для нескольких обработанных интерва-

лов измерений приведены в табл. 1. В этой таблице каждый интервал характеризуется моментом кульминации МКС над антенной в Штутгарте. Время кульминации указано с погрешностью менее 2с. Для удобства ссылок интервалам присвоены номера. Упомянутые выше рис. 1, 3, 5 и упоминаемые ниже рис. 7, 9 относятся к интервалу 2, а рис. 2, 4, 6, 8 и 10 характеризуют интервал 6. В таблице кроме оценок параметров τ , α_0 , α_1 и β указаны также длины интервалов с измерениями, включенными в обработку, и среднеквадратичные значения величин $D_{\text{ap}}(t_n + \tau) - D_{\text{cor}}(t_n)$ и $V_{\text{ap}}(t_n + \tau) - V_{\text{cor}}(t_n)$, где $D_{\text{cor}}(t_n) = \Delta \hat{D}_n - \alpha_0 - \alpha_1 t_n$, $V_{\text{cor}}(t_n) = \hat{V}_n + \beta$. Эти среднеквадратичные значения обозначены соответственно σ_D и σ_V . Для интервалов 2 и 6 графики последовательностей $D_{\text{ap}}(t_n + \tau)$, $D_{\text{cor}}(t_n)$ и $V_{\text{ap}}(t_n + \tau)$, $V_{\text{cor}}(t_n)$, а также их разностей приведены на рис. 6, 8.

Выбор весового коэффициента W довольно субъективен. Поэтому представляет интерес рассмотреть однородные массивы данных. А именно, обрабатывать только измерения $\Delta \hat{D}_n$ или только измерения \hat{V}_n . Начнем с измерений $\Delta \hat{D}_n$. Для обработки этих измерений в приведенных выше формулах достаточно положить $W = 0$. Результаты такой обработки представлены в табл. 2. Графики последовательностей $D_{\text{ap}}(t_n + \tau)$, $D_{\text{cor}}(t_n)$ и их разности для интервалов 2, 6 приведены в левых частях рис. 8, 10.

Обработка измерений радиальной скорости выполнялась с использованием модели

$$\beta_0 + \beta_1 \hat{V}_n \approx V_{\text{ap}}(t_n + \tau).$$

Здесь β_0 и β_1 – постоянные коэффициенты, τ имеет прежний смысл. Номинальное значение $\beta_1 = 1$. Результаты такой обработки приведены в табл. 3, а для интервалов 2, 6 еще и в виде графиков в центральных частях рис. 8, 10. На этих графиках $V_{\text{cor}}(t_n) = \beta_0 + \beta_1 \hat{V}_n$. Отличие β_1 от 1 почти для всех интервалов весьма мало.

Выше речь шла об измерениях радиальной скорости, выполненных несущим Доплером. Но эту величину можно измерить и с помощью кодового Доплера (см. раздел 2). Результаты обработки измерений кодового Доплера приведены в табл. 4. Графики последовательностей $V_{\text{ap}}(t_n + \tau)$, $V_{\text{cor}}(t_n)$ и их разности для интервалов 2, 6 приведены в правых частях рис. 8, 10.

Анализ табл. 1 – 4 и рис. 7 – 10 показывает, что данные измерений аппаратуры GTS2 были весьма грубыми. Даже после коррекции этих данных ошибки измерений приращений наклонной дальности составляют немногим менее 100м, а радиальной скорости – около 10м/с. Здесь речь идет о нескольких наиболее точных вариантах обработки. Следует отметить, что измерения на интервалах 1 – 8 были получены в мае, а интервалы – в июле, и майские измерения характеризуются заметно меньшим разбросом оценок корректирующих параметров, нежели июльские. Следует отметить также, что из майских интерва-

лов с измерениями здесь приведены только те, для которых в аппаратуре GTS2 удалось точно выставить время по сигналам GPS (аппаратура работает в этом времени). Такая выставка времени удается не всегда. В июле она не удалась. Время июльских интервалов определялось по времени приема и, по-видимому, с меньшей точностью. Этим можно объяснить большой разброс в оценках τ в случае интервалов 9 – 13. Другая возможная причина – проблемы с функционированием аппаратуры на борту МКС. Возможно, были нарушения ее температурного режима. Один из основных элементов этой аппаратуры – высокостабильный кварцевый генератор частоты – для своего правильного функционирования требует поддержания заданной температуры.

5. Работа с аппаратурой GTS2 в конце 2013 г. В конце декабря 2013 г. с помощью аппаратуры GTS2 было проведено несколько сеансов измерений параметров движения МКС. Измерения охватывают более 30 пролетов станции над Штутгартом. В этих сеансах не планировалось получение высокоточных измерений, а выполнялись проверки аппаратуры для продления ее ресурса. Тем не менее, в 26 пролетах были получены измерения, пригодные для обработки по описанным выше методикам. Результаты обработки приведены в табл. 5 – 7. Табл. 5 содержит результаты обработки измерений приращения наклонной дальности кодовым Доплером. В этой таблице каждый интервал характеризуется моментом кульминации МКС над антенной в Штутгарте (в данном случае кульминация – пролет на кратчайшем расстоянии). Время кульминации указано с погрешностью менее 2с. Для удобства ссылок интервалам присвоены номера. В остальном таблица организована аналогично табл. 2. Напомним определение использованных в таблице параметров: σ_D – стандартное отклонение ошибок в скорректированных измерениях дальности, τ – смещение времени измерений относительно шкалы UTC (номинальное значение $\tau=16$ с), α_0 и α_1 – корректирующие коэффициенты, α_0 служит для компенсации неизвестной постоянной составляющей в измерениях, α_1 учитывает постоянную ошибку в подсчете числа импульсов между принимаемыми на Земле временными метками (см. предыдущий раздел), $\Delta N = \alpha_1 f_1 / c$ – оценка ошибки в измерениях этого числа импульсов. Сравнение данных в табл. 2 и 5 показывает, что декабрьские измерения заметно хуже привязаны ко времени, чем измерения, выполненные в мае и июле (ср. значения τ и α_0), тогда как величины σ_D , α_1 и ΔN для всех данных имеют примерно одинаковые значения и разброс.

Табл. 6 содержит результаты обработки измерений радиальной скорости несущим Доплером и организована аналогично табл. 3. Здесь τ имеет прежний смысл, β_0 и β_1 – корректирующие коэффициенты, β_0 компенсирует неизвестное постоянное смещение в измерениях, β_1 корректирует шкалу измерений. Номинальное значение $\beta_1=1$. Сравнение этих таблиц показывает, что декабрьские измерения обработаны с большим разбросом параметров, чем майские и июньские. Особенно интересно сравнить значения β_1 . Разброс значений этого параметра характеризует стабильность функционирования аппаратуры GTS2

(точнее, той ее части, которая отвечает за несущий Доплер), тогда разброс в значениях β_0 и τ можно в определенной степени отнести к установке внешних параметров. Следует отметить, что обработка декабрьских измерений несущего Доплера была выполнена с использованием результатов калибровки, проведенной в июле. Это обстоятельство могло повлиять на точность, хотя, в принципе, калибровка должна проводиться достаточно редко.

Табл. 7 содержит результаты обработки измерений радиальной скорости кодовым Доплером и организована аналогично табл. 4. Параметры, значения которых указаны в этой таблице, имеют тот же смысл, что и в табл. 6. Судя по значениям β_1 , соответствующая часть аппаратуры GTS2 была более стабильна.

Худшую точность измерений аппаратуры GTS2 в декабре по сравнению с измерениями в мае и июле можно в определенной степени объяснить декабрьскими усилиями по доработке аппаратуры и ее испытаниями, когда не принимались специальные меры по обеспечению точности.

В июле 2014 г. в работе аппаратуры GTS2 обнаружилось неустранимое неполадки, и она была выключена. Эксперимент «Дальность» завершился.

6. Моделирование обработки измерений аппаратуры GTS2. При определении параметров движения низкоорбитальных ИСЗ по данным траекторных измерений ошибки в знании координат δr и ошибки в знании компонент скорости δv связаны соотношением $\delta r \approx \omega_0 \delta v$, где ω_0 – среднее движение спутника (орбитальная частота). С некоторыми оговорками аналогичное соотношение $\delta D \approx \omega_0 \delta V$ можно принять и для установления относительной цены ошибок δD и δV в измерениях наклонной дальности и радиальной скорости, выполняемых одним измерительным пунктом. Согласно этому соотношению ошибке $\delta D = 10$ м соответствует ошибка $\delta V = 1$ см/с. Сделанная оценка показывает, что наиболее точными измерениями аппаратуры GTS2 являются измерения приращений наклонной дальности, выполняемые посредством кодового Доплера. Ниже приводится анализ использования этих измерений, выполненных на нескольких сеансах в двух пунктах – в Штутгарте и Москве, для уточнения параметров движения станции. Предполагается, что аппаратура работает штатно. Этот анализ показывает, что можно было бы получить с помощью аппаратуры GTS2.

Анализ основан на математическом моделировании обработки данных измерений. Данные измерений одного сеанса (полученные при пролете над одной из приемных антенн) представляют собой последовательность чисел

$$\tau_m, \Delta D_m \quad (m = 1, 2, \dots, M); \quad \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_M.$$

Здесь τ_m – момент приема временной метки, ΔD_m – результат измерения. Чтобы выписать расчетный аналог этих измерений, заметим, что измеряемая в момент t наклонная дальность станции выражается приближенной формулой

$$d(t, \beta) = |\varphi(t, \beta) - \mathbf{r}_A| - \frac{[\varphi(t, \beta) - \mathbf{r}_A] \cdot \psi(t, \beta)}{c}.$$

Эта формула получена из точного выражения для наклонной дальности в разделе 3 разложением в ряд по обратным степеням c и сохранением первых двух членов. Ее погрешность в случае движения МКС составляет $1 \div 2$ мм. Расчетный аналог измерения τ_m , ΔD_m представим в виде

$$\Delta D_m = l + d(\tau_m, \beta).$$

Здесь l – неизвестное постоянное смещение.

Движение станции предполагается априори известным, хотя и не с очень высокой точностью. Полагаем, что знание этого движения задается оценкой β_* вектора β и ее ковариационной матрицей, которую обозначим $\sigma_*^2 B^{-1}$ (см. раздел 3). Случайные ошибки в измерениях ΔD_m будем считать независимыми случайными величинами, имеющими одинаковые нормальные распределения с нулевым средним значением и стандартным отклонением σ_D . Обработка этих измерений в рамках метода наименьших квадратов с учетом априорной информации относительно вектора β приводит к минимизации функционала

$$\Phi_1(\beta, l) = \sum_{m=1}^M [\Delta D_m - d(\tau_m, \beta) - l]^2 + \frac{\sigma_D^2}{\sigma_*^2} (\beta - \beta_*)^T B (\beta - \beta_*) \quad (1)$$

по величинам β и l . При составлении функционала (1) желательно временной интервал с измерениями аппаратуры GTS2 расположить внутри интервала с двухстрочными элементами, использованными для получения априорной информации об орбитальном движении станции. В формуле (1) эту информацию учитывает последний член.

Число аргументов функционала (1) можно уменьшить, выполнив аналитически его минимизацию по смещению l . Остальные аргументы при этом фиксированы. В результате получаем новый функционал

$$\Phi_2(\beta) = \sum_{m=1}^M [D_m - d(\tau_m, \beta)]^2 - M \tilde{l}^2 + \frac{\sigma_D^2}{\sigma_*^2} (\beta - \beta_*)^T B (\beta - \beta_*), \quad (2)$$

$$\tilde{l} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [D_m - d(\tau_m, \beta)],$$

который надо минимизировать только по β .

Если одновременно обрабатывается несколько сеансов измерений аппаратуры GTS2, то в соответствующих функционалах метода наименьших квадратов каждому из них отвечает свой собственный член, аналогичный первому члену в правой части формулы (1), и два члена, аналогичных двум первым членам справа в формуле (2). Здесь предполагается, что каждому сеансу отвечает собственное значение l . Если сеансов с GTS2-измерениями много, то априорную информацию об орбитальном движении станции можно не учитывать – опустить последний член в (1) и (2).

Минимизация Φ_2 выполняется методом Гаусса-Ньютона. При сделанных допущениях оценка $\hat{\beta} = \arg \min \Phi_2(\beta)$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению β . Ковариационная матрица этой оценки и уточненная оценка дисперсии $\hat{\sigma}_D^2$ ошибок в измерениях координат вычисляются по формулам

$$\hat{K}_\beta = \hat{\sigma}_D^2 \hat{B}^{-1}, \quad \hat{\sigma}_D^2 = \frac{\Phi_2(\hat{\beta})}{M_S}.$$

Здесь \hat{B} – вычисленная в точке $\hat{\beta}$ матрица системы нормальных уравнений, возникающей в методе Гаусса-Ньютона, $2\hat{B} \approx \partial^2 \Phi_2(\hat{\beta}) / \partial \beta^2$, M_S – общее число измерений во всех обрабатываемых сеансах минус число сеансов и минус 7.

Аналогичным образом можно включить в обработку и измерения радиальной скорости станции, приписав им подходящий вес.

В качестве примера получения априорной информации об орбитальном движении станции рассмотрим результаты сглаживания двухстрочных элементов на интервале времени, характеризуемом значениями $t_1 = 11:32:29$ UTC 13.04.2011, $t_N = 18:07:36$ UTC 16.04.2011, $N = 15$. При сглаживании параметры модели атмосферы были взяты следующими: $F = 125$, $F_{81} = 104$, $K_p = 2$. В качестве точки t_0 взята точка t_1 . Результаты сглаживания: $\sigma_* = 479$ м, $b = 0.00328$ м²/кг, стандартные отклонения компонент вектора β_* – 310 м, 155 м, 267 м, 127 мм/с, 378 мм/с, 230 мм/с, $3.7 \cdot 10^{-5}$ м²/кг; среднеквадратичные ошибки сглаживания компонент векторов \mathbf{r}_k и \mathbf{v}_k – 483 м, 450 м, 430 м и 389 мм/с, 425 мм/с, 561 мм/с. Собственные числа матрицы B : 0.649, 11.9, 13.4, 19.3, 100, $6.89 \cdot 10^4$, $1.97 \cdot 10^7$ (в расчетах единицами измерения длины и времени служат 1000 км и 1000 с).

Для сглаживающего решения на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ были рассчитаны зоны видимости МКС из мест расположения двух антенн, принимающих сигнал аппаратуры GTS2 и расположенных в Штутгарте и Москве (в Москве гипотетическая антенна располагалась в точке с геодезическими координатами: широта $55^\circ 45.33333'$, долгота $37^\circ 37'$, высота 200 м). Примеры расчетов приведены на рис. 11 – 16. Здесь изображены графики наклонной дальности D и угла места α в функции времени. Зоны видимости выделялись условием $\alpha > 10^\circ$. Поиск зон проводился на равномерной сетке по времени с шагом 10 с. Характеристики всех найденных зон приведены в табл. 8. В ней для каждой зоны указаны число M узлов сетки, удовлетворяющих условию видимости, первый τ_1 и последний τ_M узлы в зоне, расстояние между этими узлами, т. е. продолжительность пребывания станции в зоне. Из таблицы и графиков видно, что примерно один раз в двое суток имеются три смежных витка, на каждом из которых станция видна и из Штутгарта, и из Москвы. На этих витках возможно достаточно точное определение ее орбитального движения.

Вдоль найденного движения станции были искусственно сгенерированы данные измерений аппаратуры GTS2. Они вычислялись в узлах указанной выше сетки, попавших в зоны видимости. Каждой зоне видимости каждой антенны соответствует свой сеанс измерений. Вычисления выполнялись по формулам раздела 3, затем в значения D_m вносились случайные ошибки, которые были независимы и имели (почти) нормальное распределение с нулевым средним значением и стандартным отклонением $\sigma_D = 1$ м. При минимизации этого функционала баллистический коэффициент станции не уточнялся, т. е. принималось $\beta = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0)$. Были исследованы несколько вариантов выбора сеансов для совместной обработки. Естественно, во всех этих вариантах с высокой точностью выполнялось соотношение $\hat{\beta} = \beta_*$. Однако здесь представляют интерес стандартные отклонения компонент вектора $\hat{\beta}$ и организация матрицы \hat{V} . Результаты вычисления этих стандартных отклонений и собственных чисел для некоторых наборов совместно обработанных сеансов представлены в табл. 9, 10.

Первый представленный набор включает все сеансы. Достигнутая в этом случае точность определения вектора $\hat{\beta}$ получилась весьма высокой. Второй набор включает два идущих подряд сеанса на одном орбитальном витке. Это – сеансы, показанные на рис. 13. Здесь точность определения существенно хуже, но все же на порядок лучше, чем в априорном решении, построенном по двухстрочным элементам. Третий набор – это все сеансы, компактно попавшие в отрезок времени длиной менее полусуток. Здесь точность определения вектора $\hat{\beta}$ достаточно высокая. Завершают таблицы результаты, полученные обработкой всех сеансов без привлечения априорной информации – они получены в случае, когда в минимизируемом функционале член, отвечающий за априорную информацию (последний член в формуле (2)), был опущен. По существу это – те же результаты, что и в первом рассмотренном варианте. Как видим, данные табл. 10 были обнадеживающими.

7. Наземная станция для приема сигналов аппаратуры GTS2. Наземная станция использует коммерческое любительское радиооборудование для приема сигналов в УКВ диапазоне. Антенна имеет тип кросс-яги. Она приспособлена для частоты 400 МГц из антенны, используемой в любительском диапазоне 430 МГц. Антенна должна быть установлена на мачте высотой не менее 5 м ($7 \div 8$ длин принимаемой волны) и иметь привод с двумя степенями свободы для отслеживания осью диаграммы направленности движения МКС. Привод управляется программой на персональном компьютере. Примеры антенн приведены на рис. 17. Такие антенны и привод стоят в Германии €1500÷2000. Цены на антенну и привод близки. Российские антенны гораздо дешевле, но подходящих отечественных приводов нет. Разумеется, можно использовать и более сложные антенны. Наземное оборудование, необходимое для интерпретации сигналов аппаратуры GTS2, достаточно сложное и дорогое. Оно должно измерять промежутки времени длиной около секунды с ошибкой менее 10^{-8} с и ча-

стоту в окрестности 400 МГц с ошибкой менее 10^{-2} Гц. В случае организации наземной станции в Москве (или Королеве) антенна и привод должны были обеспечиваться российской стороной, оборудование для интерпретации принимаемых сигналов обещала дать германская сторона. Однако с германским наземным и бортовым оборудованием возникли проблемы. Планируемой точности достичь не удалось, поэтому антенну в России развертывать не стали.

8. Калибровка несущего Доплера. С помощью специальной аппаратуры строилась зависимость целого числа импульсов N от частоты f . Частота изменялась с постоянным шагом 0.001 МГц в пределах от 400.089 МГц до 400.111 МГц. По найденным значениям f_k , N_k ($k = 1, 2, \dots, 23$) строились аппроксимирующие полиномы разной степени. Приведем некоторые результаты.

Аппроксимация эмпирической функции $N(f)$ полиномом первой степени $N = a_0 + a_1(f - f_0)$, $f_0 = 400.1$ МГц:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.97769565e+3, & \sigma_{a0} &= 1.1208e+2, \\ a_1 &= -1.18754842e+6, & \sigma_{a1} &= 1.6897e+4, \\ \text{MSE} &= 5.375e+2. \end{aligned}$$

Аппроксимация эмпирической функции $N(f)$ полиномом четвертой степени $N = a_0 + a_1(f - f_0) + a_2(f - f_0)^2 + a_3(f - f_0)^3 + a_4(f - f_0)^4$:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.39247e+3, & \sigma_{a0} &= 1.123e+1, \\ a_1 &= -1.08207e+6, & \sigma_{a1} &= 2.262e+3, \\ a_2 &= 2.09828e+7, & \sigma_{a2} &= 5.395e+5, \\ a_3 &= -1.33518e+9, & \sigma_{a3} &= 2.628e+7, \\ a_4 &= -9.72426e+10, & \sigma_{a4} &= 4.604e+9, \\ \text{MSE} &= 2.8593E+001. \end{aligned}$$

Аппроксимация эмпирической функции $\Delta f(N) = f(N) - f_0$ полиномом четвертой степени $\Delta f = a_0 + a_1N + a_2N^2 + a_3N^3 + a_4N^4$:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.34865e-003, & \sigma_{a0} &= 1.093e-5, \\ a_1 &= -9.55527e-007, & \sigma_{a1} &= 2.388e-9, \\ a_2 &= 8.41763e-012, & \sigma_{a2} &= 3.249e-13, \\ a_3 &= 9.79210e-016, & \sigma_{a3} &= 2.508e-17, \\ a_4 &= -4.75999e-020, & \sigma_{a4} &= 2.082e-21, \\ \text{MSE} &= 3.0950e-5. \end{aligned}$$

Последний полином использовался при обработке измерений, выполненных несущим Доплером. Графики исходных данных и результаты аппроксимации приведены на рис. 18.

9. Заключение. В данной работе описаны результаты обработки беззапросных измерений радиальной скорости и приращения наклонной дальности МКС, выполненных с помощью расположенной на ее борту немецкой аппаратуры GTS2. Измерения и их обработка проводились в рамках российско-германского эксперимента «Дальность». Ошибки измерений приращений наклонной дальности с помощью аппаратуры GTS2 составили немногим менее 100м, а радиальной скорости – около 20м/с. Большие ошибки объясняются, по видимому, проблемами с функционированием аппаратуры на борту МКС.

Эксперимент готовился в предположении, что ошибка измерений приращений дальности составит 1 м. В этом случае использование двух наземных приемников сигнала аппаратуры GTS2, один из которых установлен в Штутгарте, а другой – в Москве, и совместная обработка двух смежных (на одной четверти витка) сеансов измерений позволили бы на порядок уменьшить стандартные отклонения априорной оценки фазового вектора МКС. При совместной обработке 4 и более сеансов, проведенных в течение полусуток, можно получить стандартные отклонения фазового вектора на уровне нескольких метров по координатам и нескольких мм/с по компонентам скорости. Совместная обработка всех возможных сеансов, выполненных в течение нескольких суток, в случае невозмущенного движения станции позволила бы получить оценки фазового вектора со стандартными отклонениями менее 1 м по координатам и 1мм/с по компонентам скорости. Однако реальная точность измерений оказалась существенно хуже.

Были предприняты попытки улучшить функционирование аппаратуры GTS2, но завершить эту работу не удалось. Во время включения аппаратуры GTS2 летом 2014 г. обнаружили отсутствие сигнала на наземной станции в Штутгарте. По версии разработчиков аппаратуры GTS2 причина заключалась в расстыковке высокочастотного тракта передатчика 1400 МГц аппаратуры GTS-2 и обрыве в цепи антенны. Попытки вернуть бортовую аппаратуру в исходное состояние не увенчались успехом. Космический эксперимент «Дальность» был прекращен.

Литература

1. Huber F. Global transmission services – an example for commercial ISS utilization. Proceedings of the 2nd European Symposium of the Utilization of the International Space Station, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands. 16-18 November 1998 (ESA SP-433, February 1999).
2. ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли.

Таблица 1. Совместная обработка измерений приращения дальности кодовым Доплером и измерений радиальной скорости несущим Доплером

№ инт.	Момент кульминации (UTC)	Длина (с)	σ_D (м)	σ_V (м/с)	τ (с)	α_0 (км)	α_1 (м/с)	β (м/с)
1	04:25:48 19.05. 2013	88	142	70	12.62	440.0	2623	717
2	06:02:42 19.05.2013	146	71	59	12.69	776.0	2626	731
3	07:39:42 19.05. 2013	120	98	53	12.56	623.0	2607	728
4	03:37:09 20.05.2013	136	62	54	13.39	627.5	2606	756
5	05:13:55 20.05.2013	130	51	66	13.49	732.0	2622	700
6	06:50:56 20.05.2013	175	142	60	13.66	926.2	2618	776
7	08:27:41 20.05.2013	109	73	66	13.56	642.7	2598	780
8	06:02:09 21.05.2013	133	109	72	12.83	770.5	2633	685
9	06:12:24 18.07.2013	96	117	53	14.04	612.7	2311	385
10	07:49:26 18.07.2013	89	93	71	13.76	506.3	2596	758
11	05:24:02 19.07.2013	69	180	58	13.75	553.6	2419	505
12	07:01:04 19.07.2013	80	79	89	13.41	530.0	2626	644
13	08:37:51 19.07.2013	68	88	77	13.19	542.8	2607	754

Таблица 2. Обработка измерений приращения дальности кодовым Доплером

№ инт.	σ_D (м)	τ (с)	α_0 (км)	α_1 (м/с)	ΔN
1	139	12.70	439.9	2629	89.8
2	69	12.76	775.6	2631	89.9
3	95	12.66	622.5	2616	89.4
4	59	13.44	627.3	2610	89.1
5	45	13.58	731.5	2629	89.8
6	142	13.66	926.2	2618	89.4
7	69	13.71	642.2	2609	89.1
8	106	12.92	769.9	2630	89.8
9	115	14.23	612.0	2327	79.5
10	86	13.92	505.8	2611	89.2
11	176	13.99	553.4	2439	83.3
12	49	13.76	529.3	2657	90.7
13	66	13.59	542.5	2639	90.1

Таблица 3. Обработка измерений радиальной скорости несущим Доплером

№ инт.	σ_V (м/с)	τ (с)	β_0 (м/с)	β_1
1	38	14.61	985	0.9470
2	28	10.57	576	0.9873
3	20	11.10	602	0.9873
4	38	12.19	675	0.9946
5	14	10.69	472	0.9809
6	42	12.74	690	0.9863
7	46	12.36	691	0.9858
8	46	9.61	443	0.9867
13	38	12.62	276	0.9887
14	25	13.85	778	0.9732
15	12	16.79	844	0.9376
16	46	11.28	484	0.9781
17	39	14.31	903	0.9500

Таблица 4. Обработка измерений радиальной скорости кодовым Доплером

№ инт.	σ_V (м/с)	τ (с)	β_0 (м/с)	β_1
1	29	13.29	2681	0.9942
2	13	12.42	2601	0.9987
3	19	12.93	2634	0.9972
4	9.4	13.54	2614	0.9977
5	7.5	13.71	2640	1.0000
6	19	13.67	2622	1.0009
7	19	13.32	2585	1.0035
8	12	13.04	2637	0.9991
9	23	15.39	2415	0.9951
10	12	13.51	2578	1.0041
11	34	18.75	2802	0.9427
12	15	13.66	2652	1.0029
13	18	16.72	2863	0.9653

Таблица 5. Обработка измерений приращения дальности кодовым Доплером в декабре 2013 г.

№ инт.	Дата XII.2013 и момент кульминации (UTC)	Длина (с)	σ_D (м)	τ (с)	α_0 (км)	α_1 (м/с)	ΔN
1	16 18:04:12	52	35	91.2	990.5	2582	88.2
2	16 19:41:15	52	52	85.3	1603	2515	85.9
3	17 15:39:12	55	12	101.3	833.8	2639	90.1
4	17 17:15:57	54	33	89.4	1258	2621	89.5
5	17 18:53:00	54	142	92.3	1264	2688	91.8
6	17 20:29:49	102	59	91.2	683.2	2606	89.0
7	18 16:27:41	59	31	82.3	965.7	2614	89.3
8	18 18:04:42	69	51	93.7	1126	2567	87.7
9	18 19:41:38	66	93	80.2	599.9	2601	88.8
10	19 15:39:24	58	86	83.1	572.9	2582	88.2
11	19 17:16:21	50	20	97.3	1143	2592	88.5
12	19 18:53:22	75	84	83.2	873.3	2590	88.5
13	20 14:51:08	68	84	87.6	757.1	2617	89.4
14	20 16:27:59	53	150	93.0	1266	2551	87.1
15	20 18:05:02	58	30	88.0	1164	2630	89.8
16	20 19:41:44	54	72	102.4	967.6	2507	85.6
17	22 14:51:11	60	74	82.9	972.7	2549	87.1
18	22 16:28:12	50	107	93.9	1132	2611	89.2
19	22 18:05:08	63	94	81.5	564.3	2593	88.6
20	23 14:02:48	67	65	81.4	586.5	2613	89.2
21	23 15:39:48	46	48	88.8	1083	2704	92.4
22	23 17:16:44	73	91	82.9	939.3	2566	87.6
23	25 14:02:48	39	16	85.8	846.9	2593	88.6
24	25 15:39:49	42	66	95.2	990.9	2711	92.6
25	25 17:16:40	58	39	86.3	562.7	2635	90.0
26	26 14:51:19	41	131	93.2	1013	2505	85.6

Таблица 6. Обработка измерений радиальной скорости несущим Доплером
в декабре 2013 г.

№ инт.	σ_V (м/с)	τ (с)	β_0 (м/с)	β_1
1	7.67	86.8	513	0.993
2	32.3	87.0	986	0.966
3	72.8	57.9	-2826	1.145
4	64.1	110.5	2876	0.588
5	17.0	100.1	1772	0.841
6	56.0	89.6	775	0.984
7	75.3	94.5	2148	0.756
8	32.1	111.5	2220	0.784
9	49.9	88.0	1812	0.817
10	182	60.0	-1941	1.189
11	11.2	110.8	2052	0.784
12	50.4	90.1	1734	0.863
13	13.0	90.4	1134	0.935
14	10.6	91.7	713	0.984
15	18.3	94.5	1542	0.888
16	27.3	107.9	1251	0.915
17	9.13	80.5	582	1.012
18	4.51	95.3	1084	0.940
19	14.3	83.7	1205	0.929
20	7.44	82.2	1006	0.955
21	10.3	98.6	1921	0.802
22	11.4	84.6	1044	0.954
23	14.9	73.4	-388	1.086
24	32.6	86.5	235	1.074
25	17.7	87.0	1058	0.946
26	31.5	95.2	999	0.961

Таблица 7. Обработка измерений радиальной скорости кодовым Доплером
в декабре 2013 г.

№ инт.	σ_V (м/с)	τ (с)	β_0 (м/с)	β_1
1	3.54	89.6	2409	1.029
2	7.97	82.3	2261	1.040
3	2.48	101.4	2644	0.998
4	10.7	88.0	2504	1.017
5	10.7	101.4	3327	0.871
6	9.72	90.7	2569	1.007
7	6.35	92.4	2628	0.997
8	8.18	94.1	2596	0.994
9	14.0	79.6	2547	1.008
10	15.5	82.8	2558	1.005
11	2.80	98.1	2652	0.988
12	25.9	82.3	2511	1.008
13	7.58	85.8	2462	1.025
14	31.1	85.2	1938	1.084
15	8.28	87.9	2623	0.999
16	18.6	108.8	2908	0.934
17	11.5	84.2	2660	0.984
18	7.18	101.1	3106	0.899
19	11.1	79.7	2434	1.024
20	13.0	82.4	2698	0.983
21	2.96	92.6	2965	0.946
22	6.86	81.5	2441	1.021
23	1.75	89.0	2851	0.955
24	15.9	88.7	2206	1.076
25	12.4	86.2	2631	0.996
26	40.0	95.9	2716	0.979

Таблица 8. Сеансы модельных измерений аппаратуры GTS2

Сеанс	M	$\tau_1, 10^3 \text{ с}$	$\tau_M 10^3 \text{ с}$	$\tau_M - \tau_1, \text{ с}$
M1	20	31.733	31.923	190
S1	31	37.060	37.360	300
M2	32	37.350	37.660	310
S2	34	42.753	43.083	330
M3	31	43.053	43.353	300
S3	34	48.489	48.819	330
M4	20	48.789	48.979	190
S4	34	54.209	54.539	330
S5	15	59.995	60.135	140
S6	19	119.345	119.525	180
M5	29	119.585	119.865	280
S7	34	124.959	125.289	330
M6	32	125.259	125.569	310
S8	33	130.692	131.012	320
M7	28	130.972	131.242	270
S9	35	136.410	136.750	340
S10	30	142.144	142.434	290
M8	21	201.844	202.044	200
S11	31	207.183	207.483	300
M9	32	207.473	207.783	310
S12	34	212.881	213.211	330
M10	31	213.171	213.471	300
S13	33	218.615	218.935	320
M11	18	218.915	219.085	170
S14	34	224.331	224.661	330
S15	12	230.129	230.239	110

Таблица 9. Стандартные отклонения параметров найденных решений

Сеансы	$\hat{\sigma}$, м	Ст. отклонения компонент \mathbf{r}_0 , м			Ст. отклонения компонент \mathbf{v}_0 , мм/с		
Все сеансы	1.02	0.59	0.34	0.71	0.57	0.66	0.86
S2, M3	0.899	31	12	35	22	49	37
S1, M2, S2, M3	0.991	3.5	1.2	2.9	1.65	3.6	3.3
M1, S1, M2, S2, M3, S3, M4, S4, S5	1.02	1.8	0.63	1.5	1.0	1.9	1.6
Все сеансы без априорной инф.	1.02	0.59	0.34	0.71	0.57	0.66	0.86

Таблица 10. Собственные числа матрицы \hat{B}

Сеансы	Собственные числа					
Все сеансы	0.666	1.43	7.36	62.2	199	$1.44 \cdot 10^8$
S2, M3	$1.27 \cdot 10^{-4}$	$2.52 \cdot 10^{-3}$	0.0959	0.791	9.49	$1.29 \cdot 10^6$
S1, M2, S2, M3	0.0266	0.110	0.442	1.57	22.3	$2.08 \cdot 10^6$
M1, S1, M2, S2, M3, S3, M4, S4, S5	0.106	0.422	1.59	2.47	58.8	$4.51 \cdot 10^6$
Все сеансы без априорной инф.	0.666	1.43	7.36	62.2	199	$1.44 \cdot 10^8$

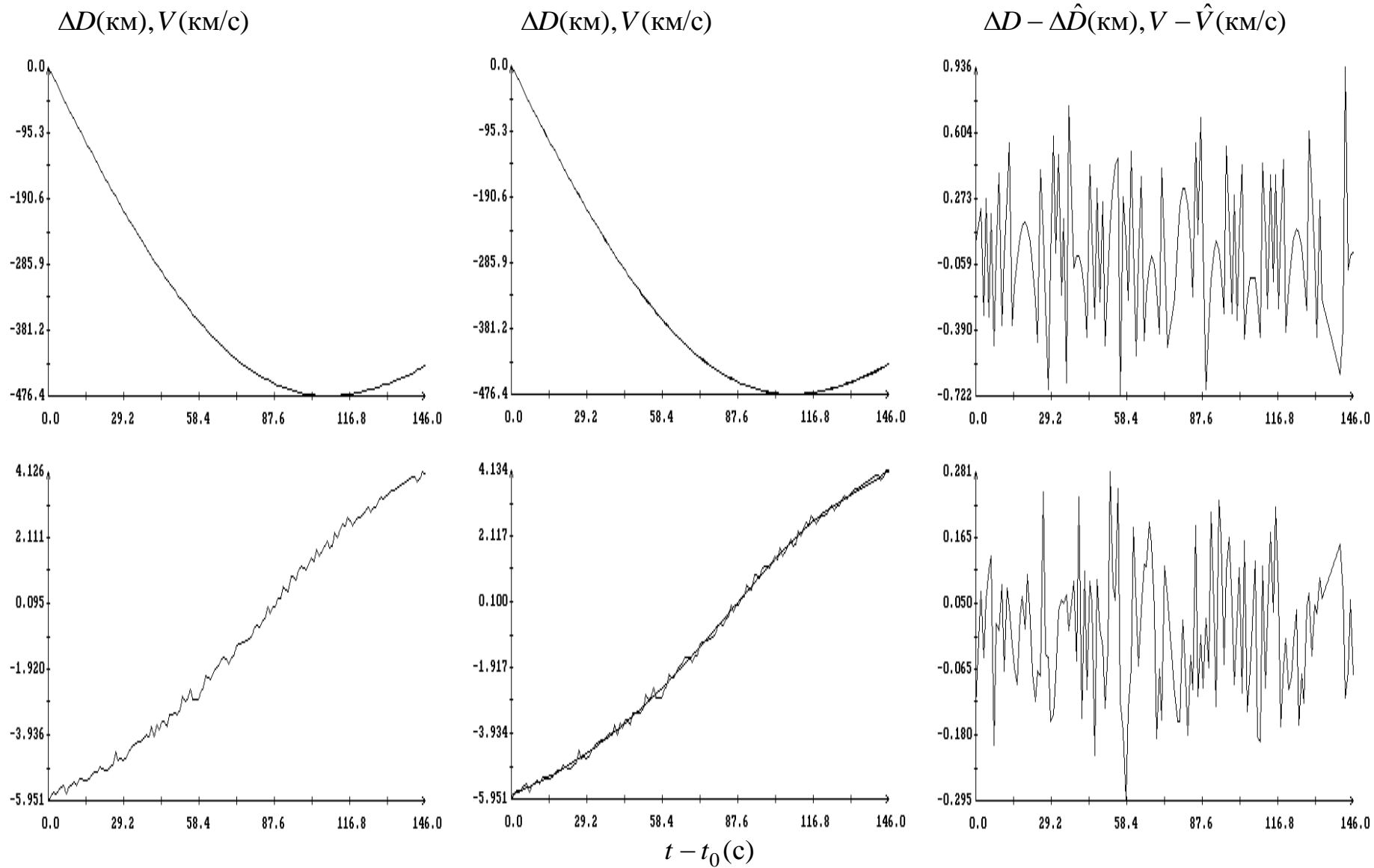


Рис. 1. Сглаживание данных измерений аппаратуры GTS2; $t_0 = 06:01:11$ (GPS) 2013.05.19.

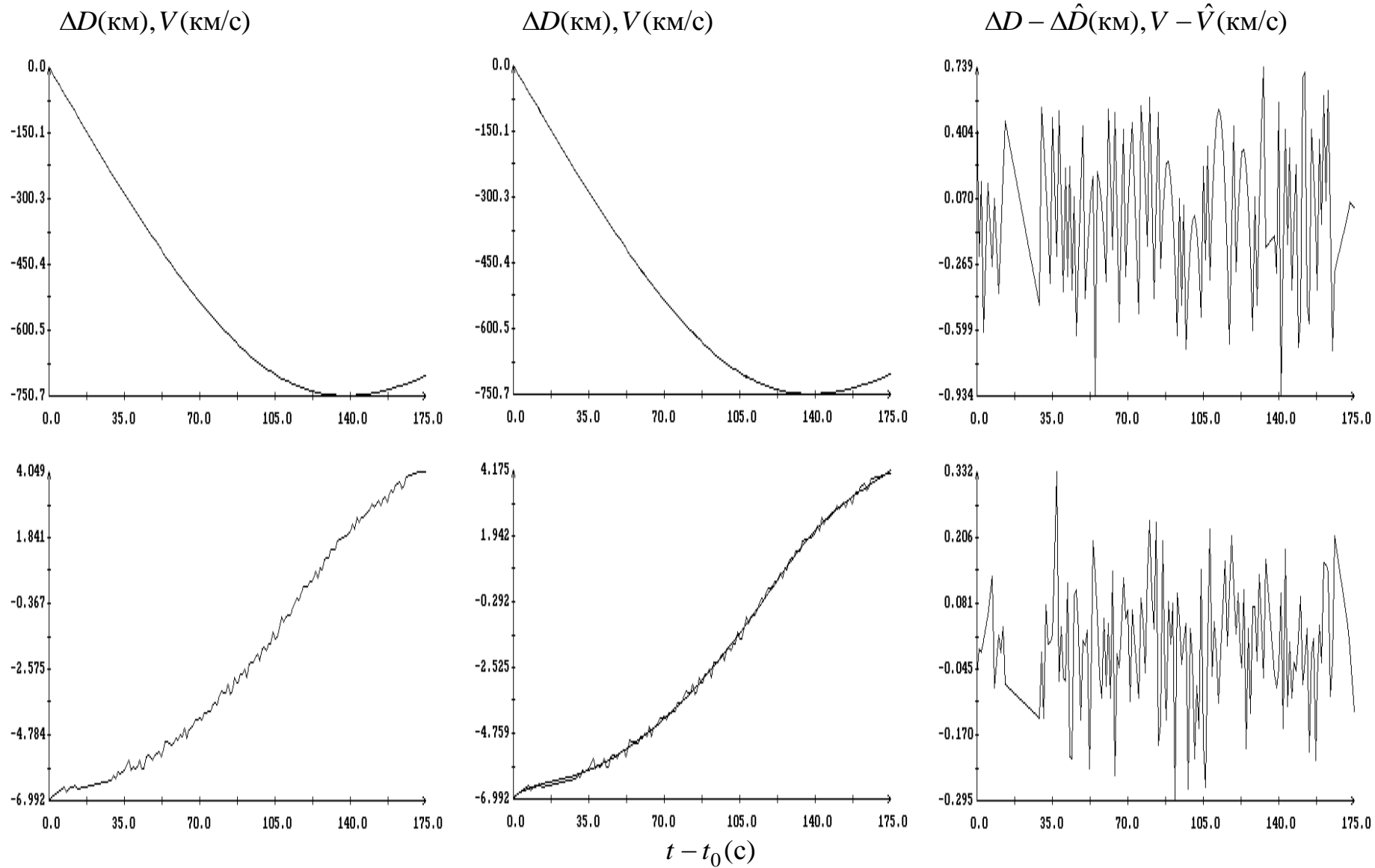


Рис. 2. Сглаживание данных измерений аппаратуры GTS2; $t_0 = 06:49:22$ (GPS) 2013.05.20.

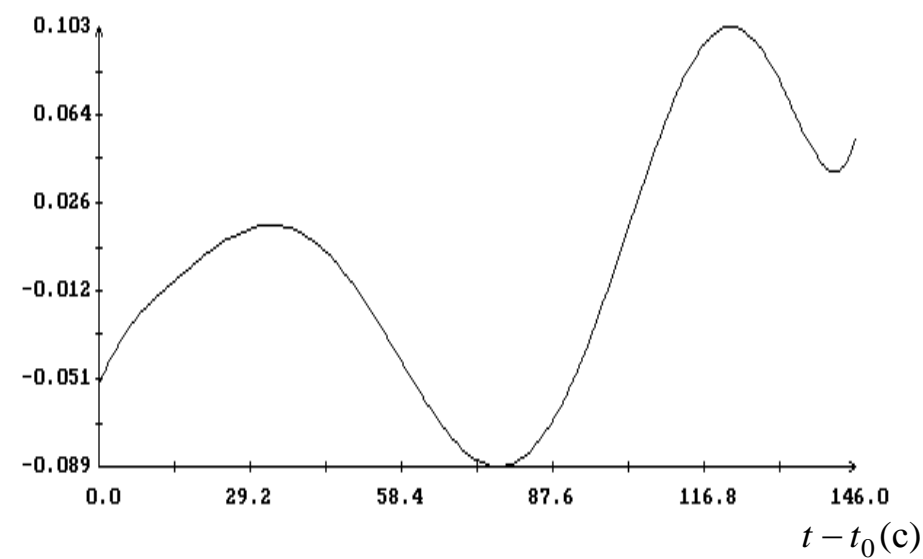
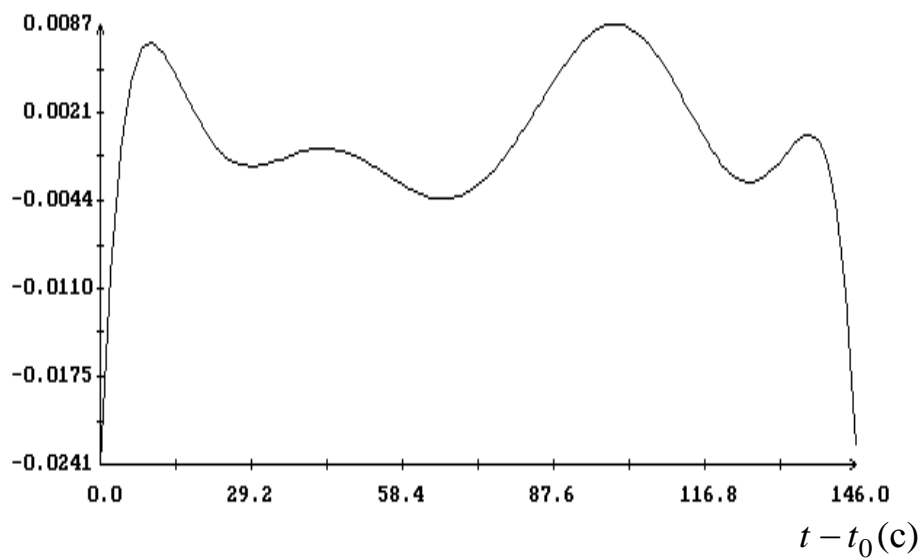
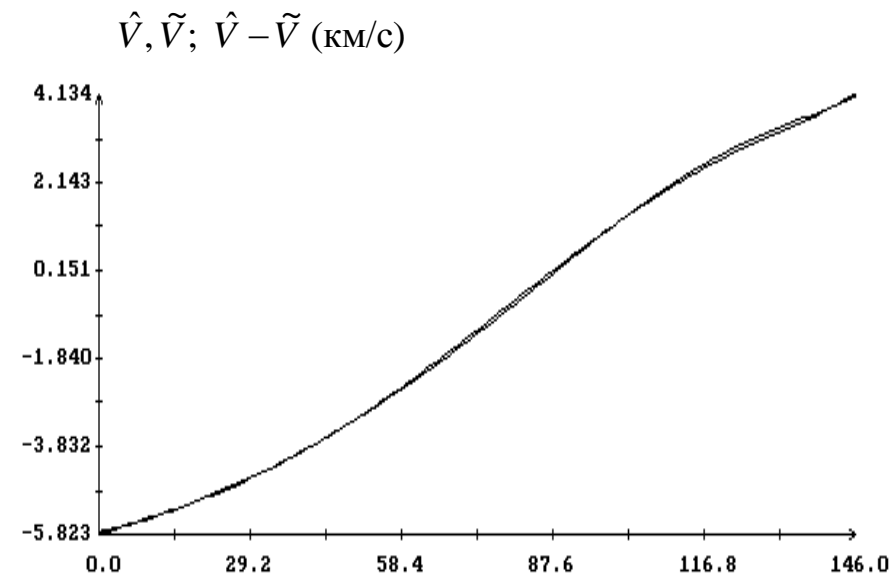
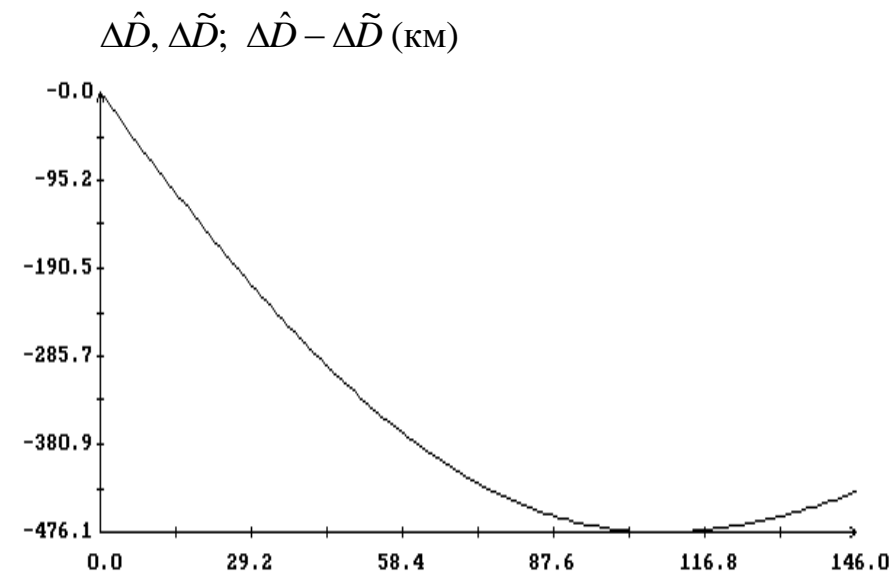


Рис. 3. Проверка согласованности сглаженных данных; $t_0 = 06:01:11$ (GPS) 2013.05.19.

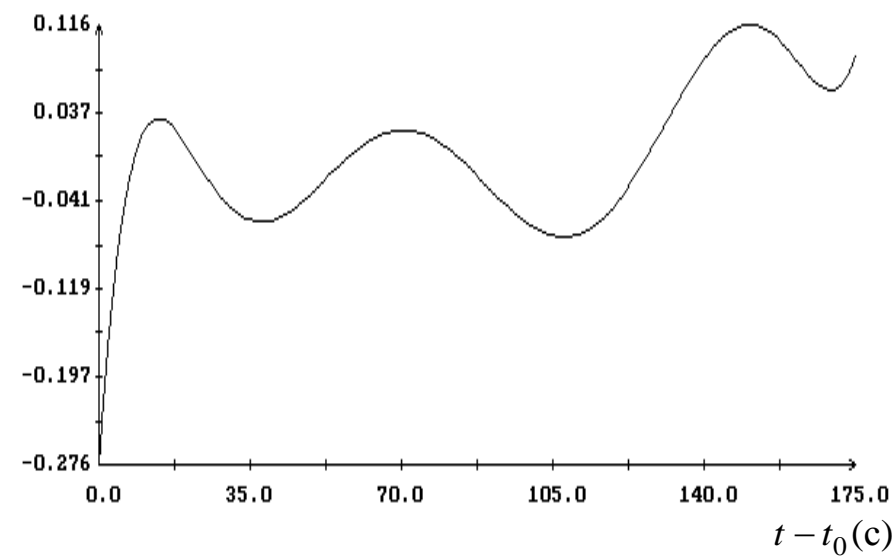
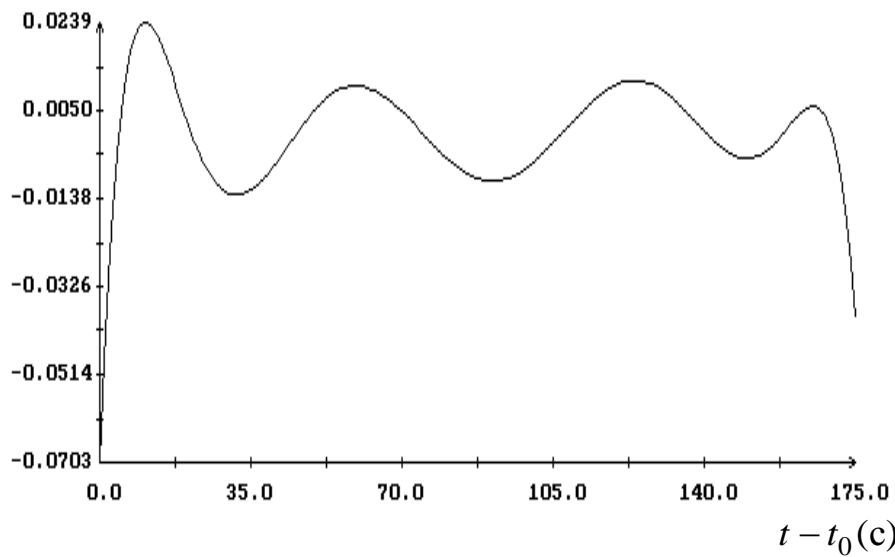
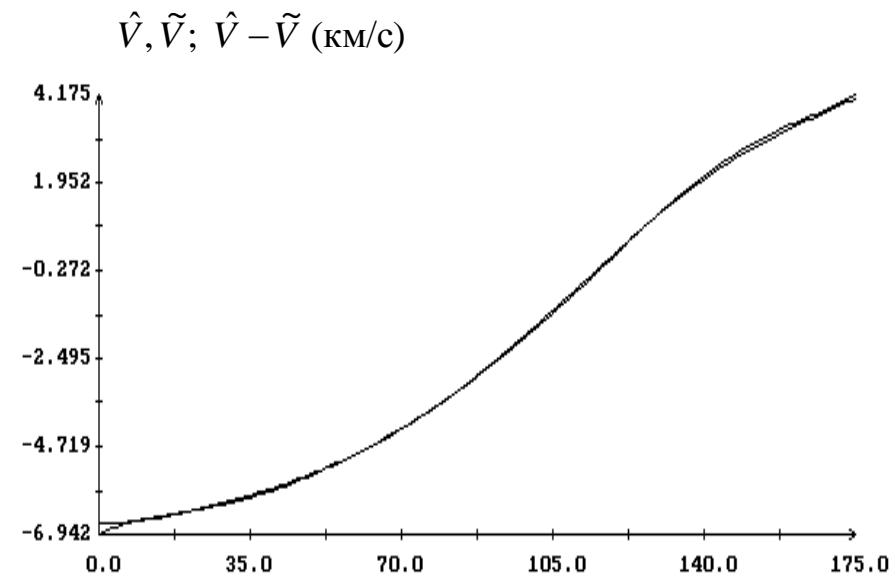
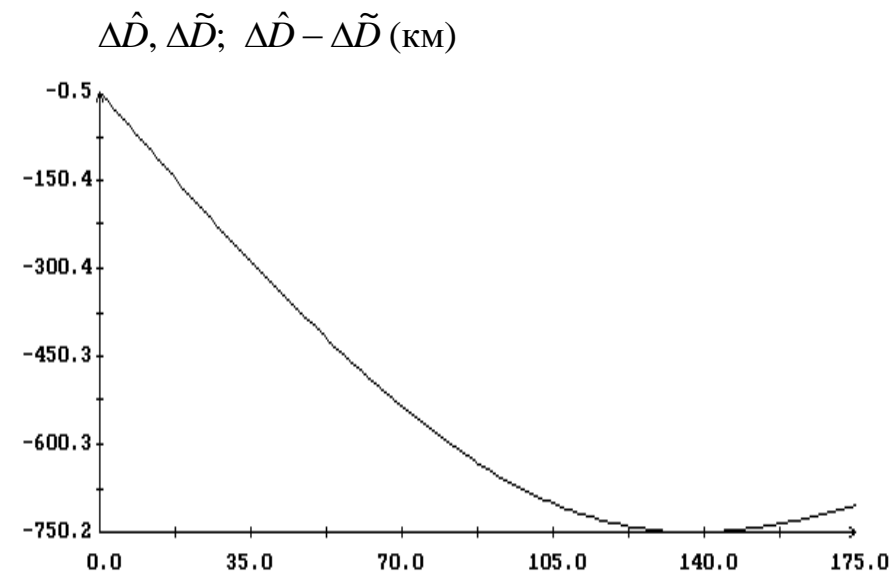


Рис. 4. Проверка согласованности сглаженных данных; $t_0 = 06:49:22$ (GPS) 2013.05.20.

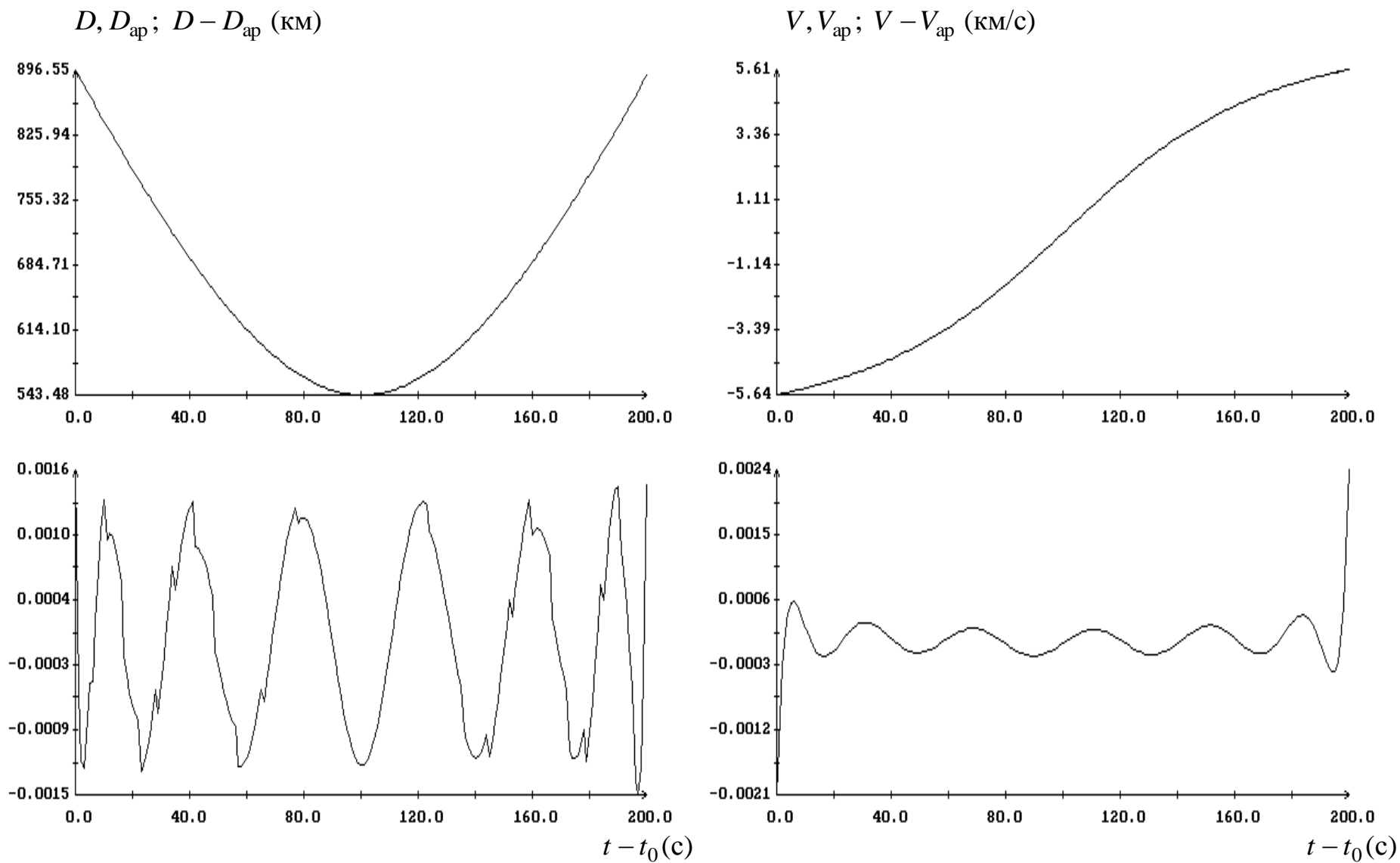


Рис. 5. Полиномиальная аппроксимация расчетных аналогов наклонной дальности и радиальной скорости;
 $t_0 = 06:01:01$ UTC 2013.05.19.

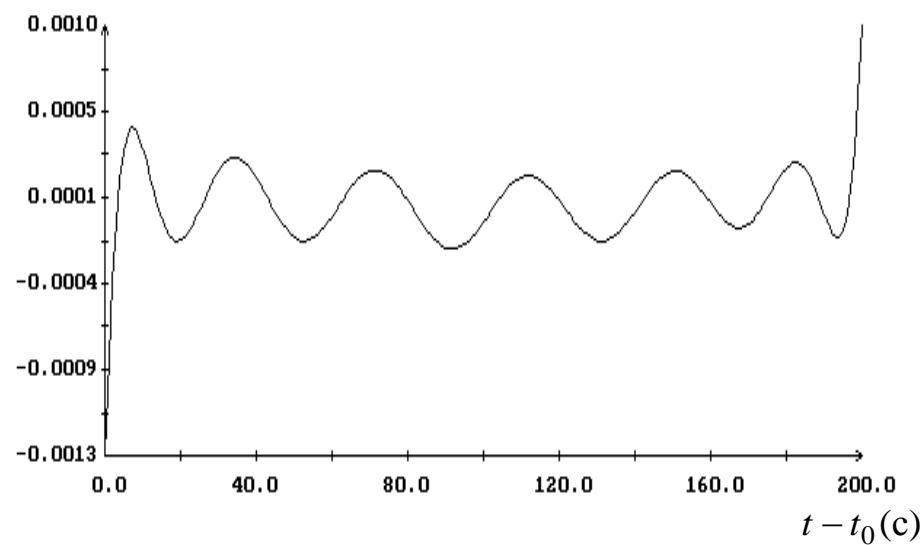
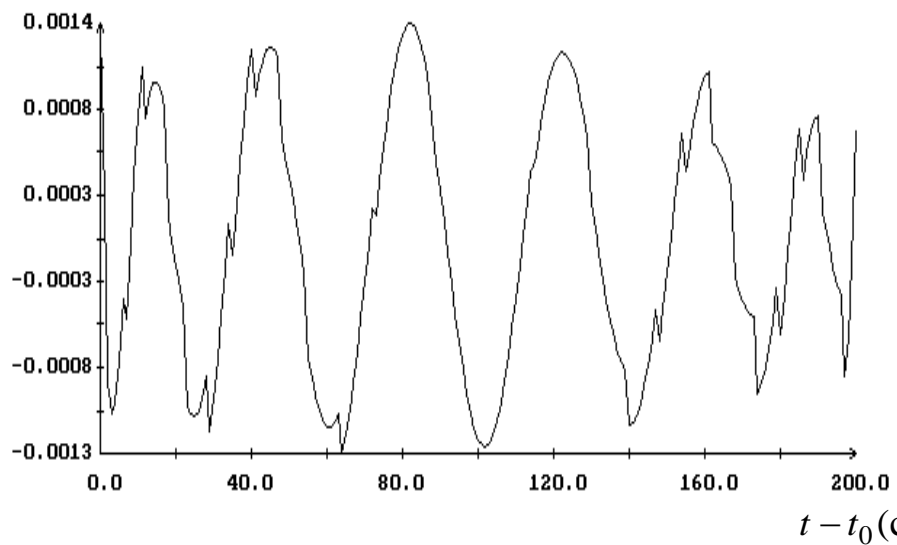
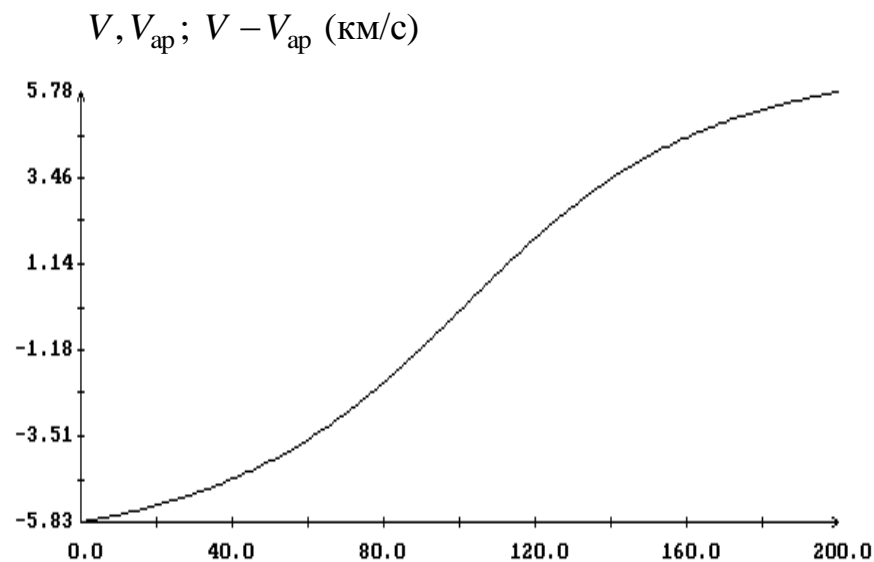
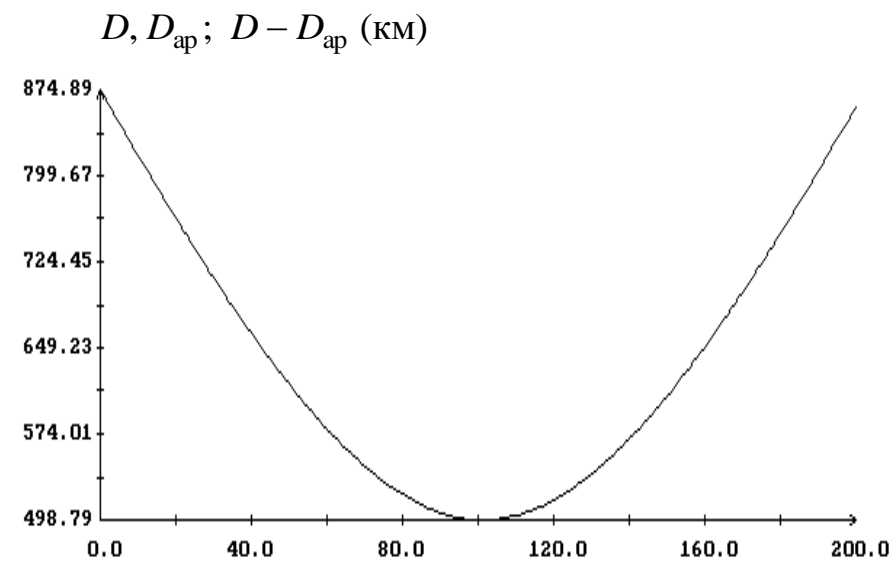


Рис. 6. Полиномиальная аппроксимация расчетных аналогов наклонной дальности и радиальной скорости;
 $t_0 = 06:49:15$ UTC 2013.05.20.

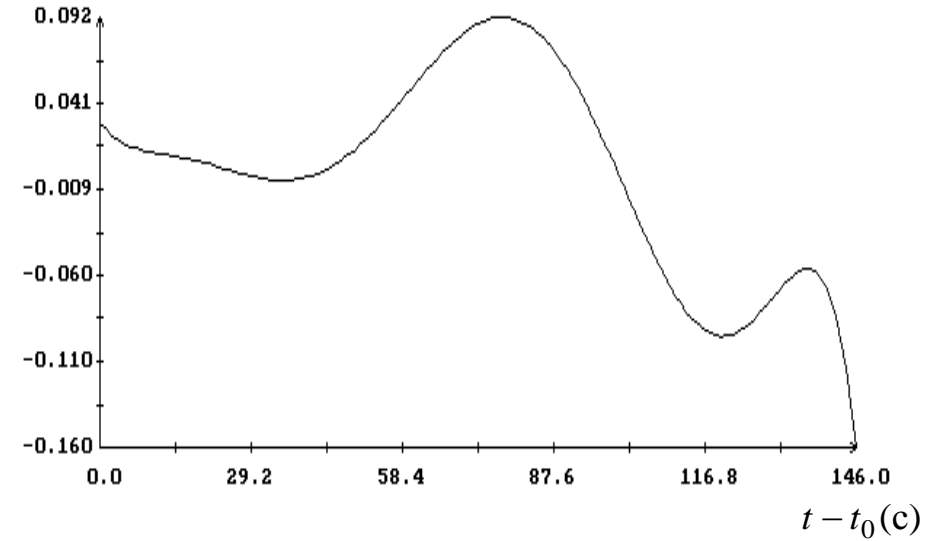
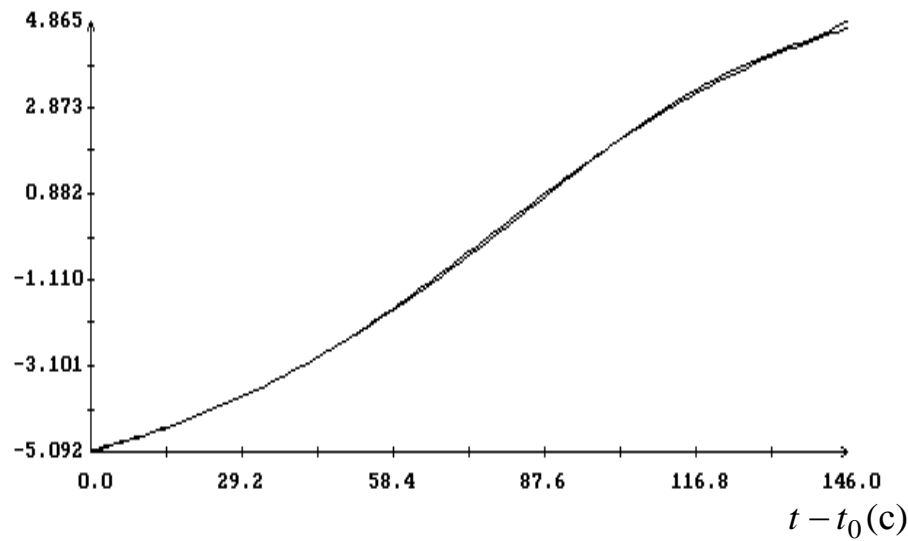
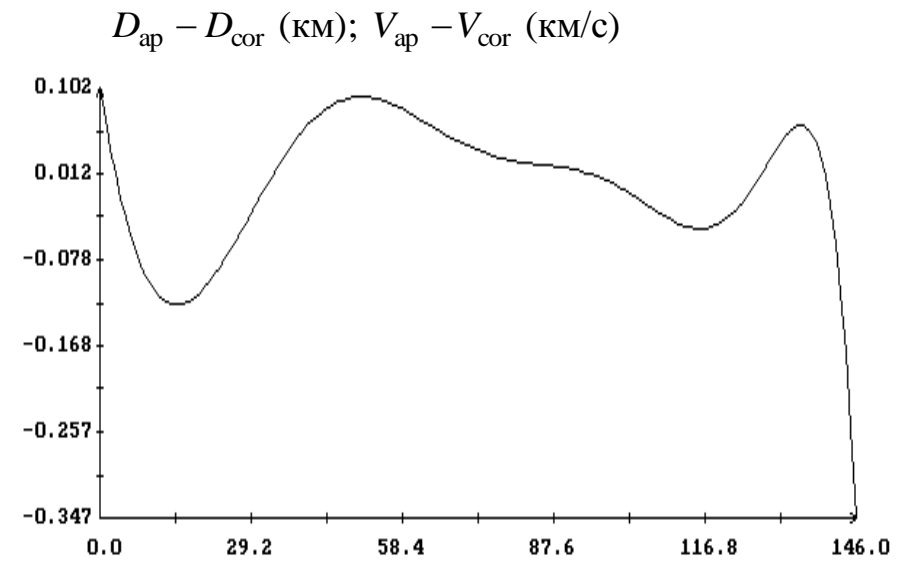
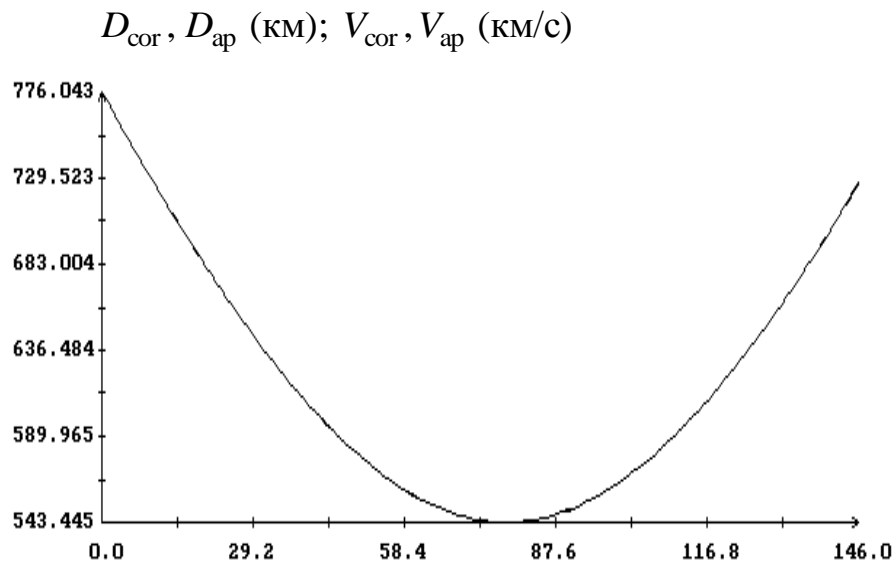


Рис. 7. Сопоставление скорректированных измерений наклонной дальности и радиальной скорости с их расчетными аналогами ; $t_0 = 06:01:11$ (GPS) 2013.05.19.

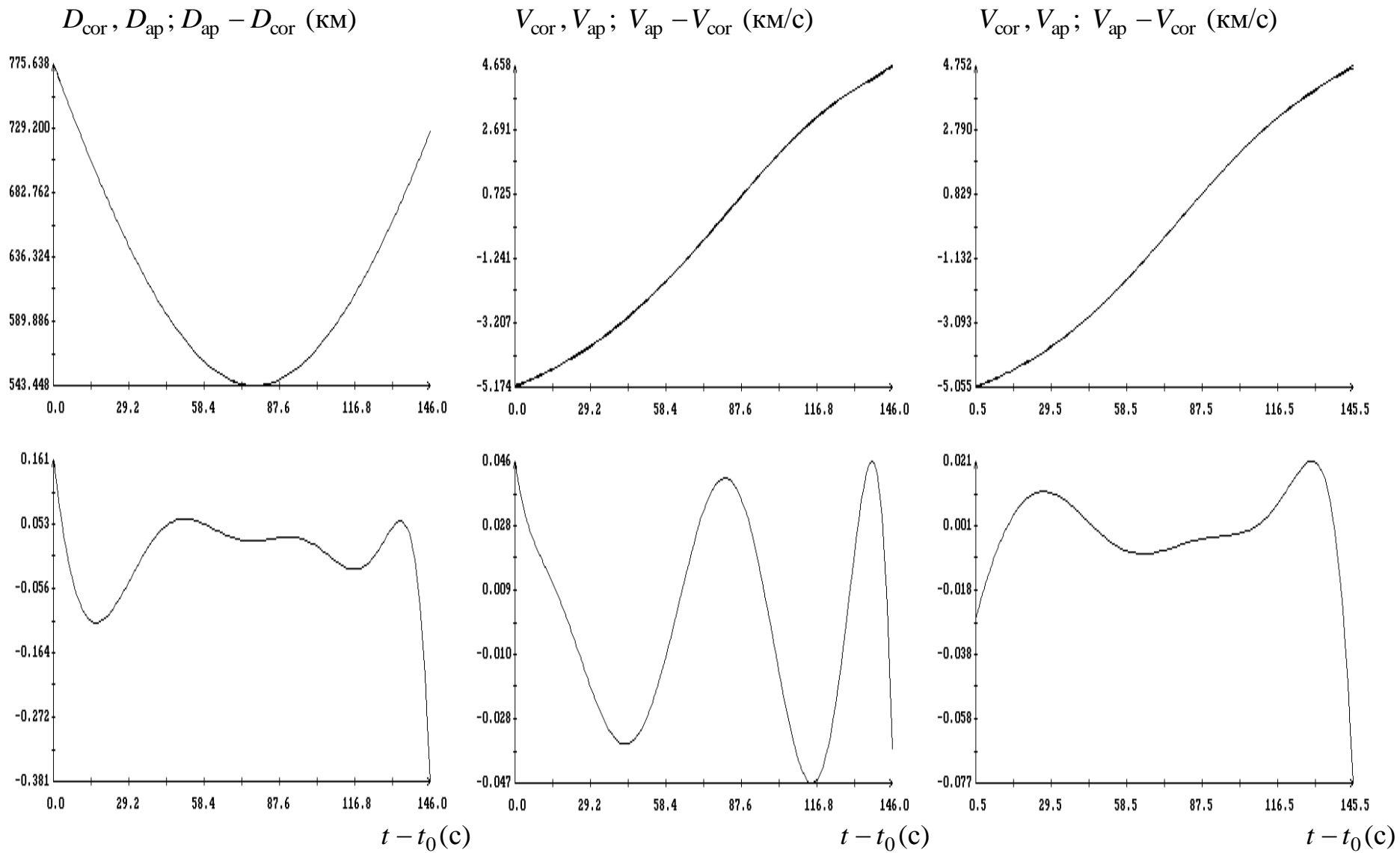


Рис. 8. Сопоставление скорректированных измерений наклонной дальности (слева) и радиальной скорости (в центре и справа) с их расчетными аналогами; $t_0 = 06:01:11$ (GPS) 2013.05.19.

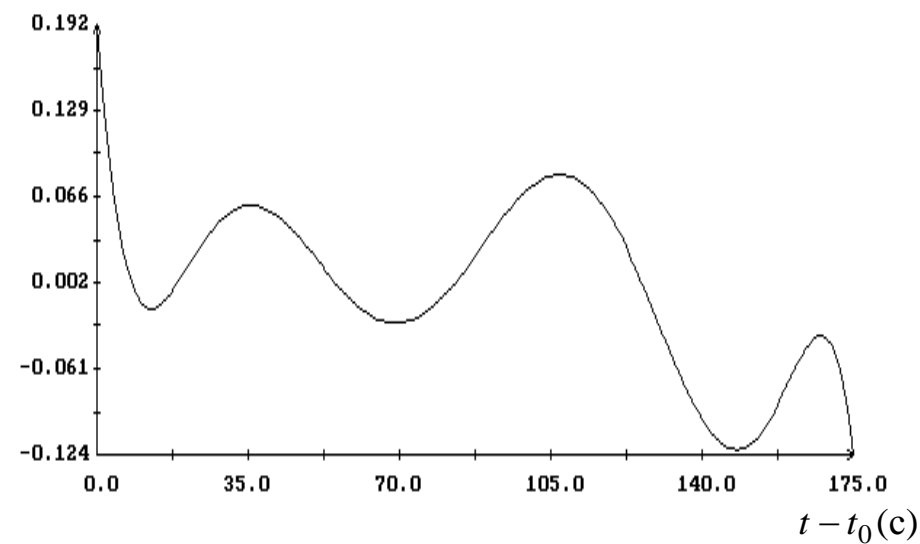
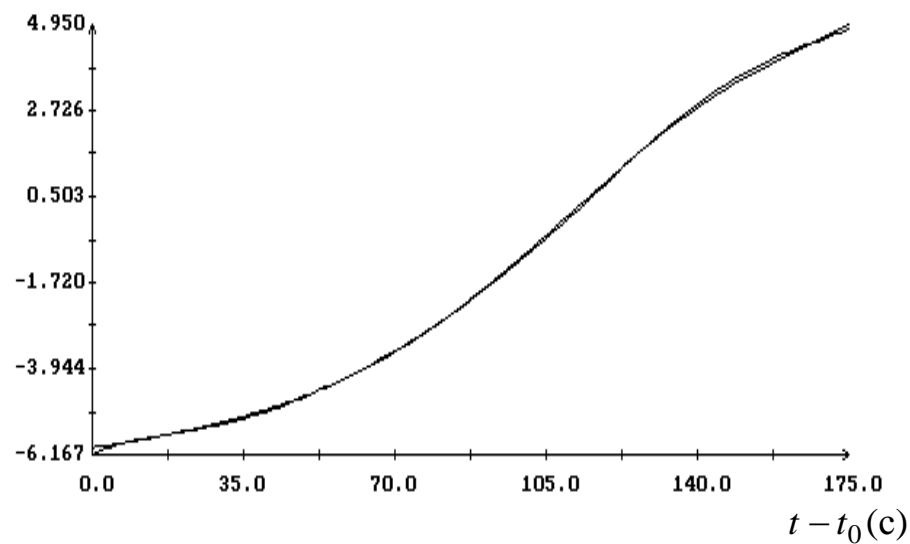
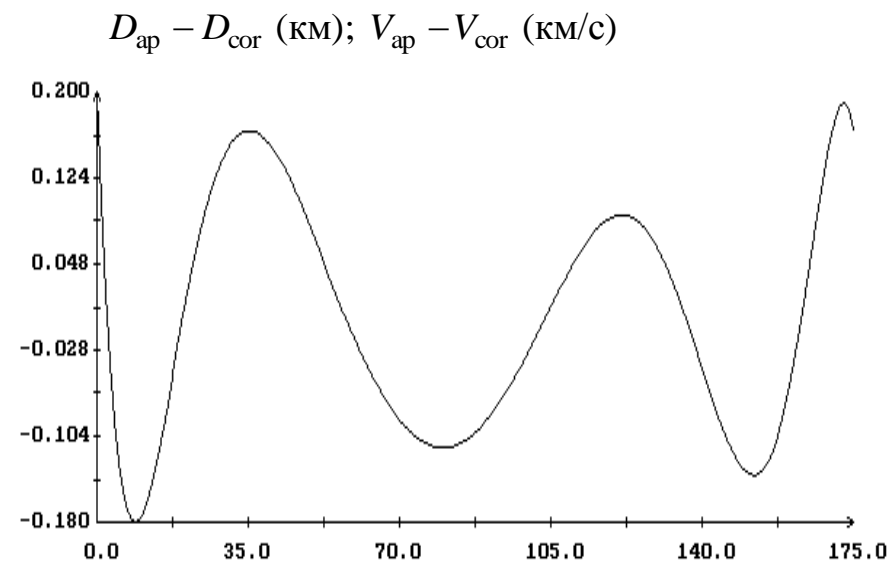
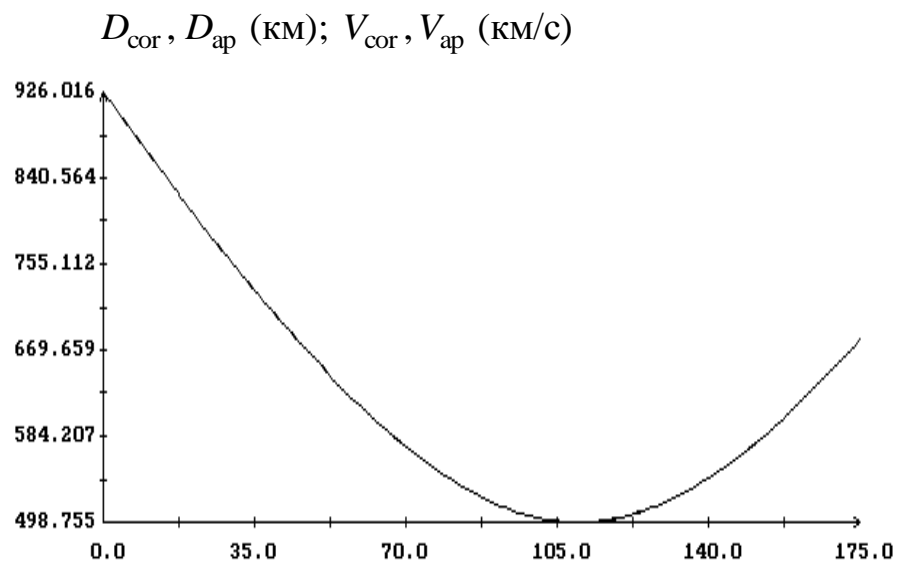


Рис. 9. Сопоставление скорректированных измерений наклонной дальности и радиальной скорости с их расчетными аналогами ; $t_0 = 06:48:53$ (GPS) 2013.05.20.

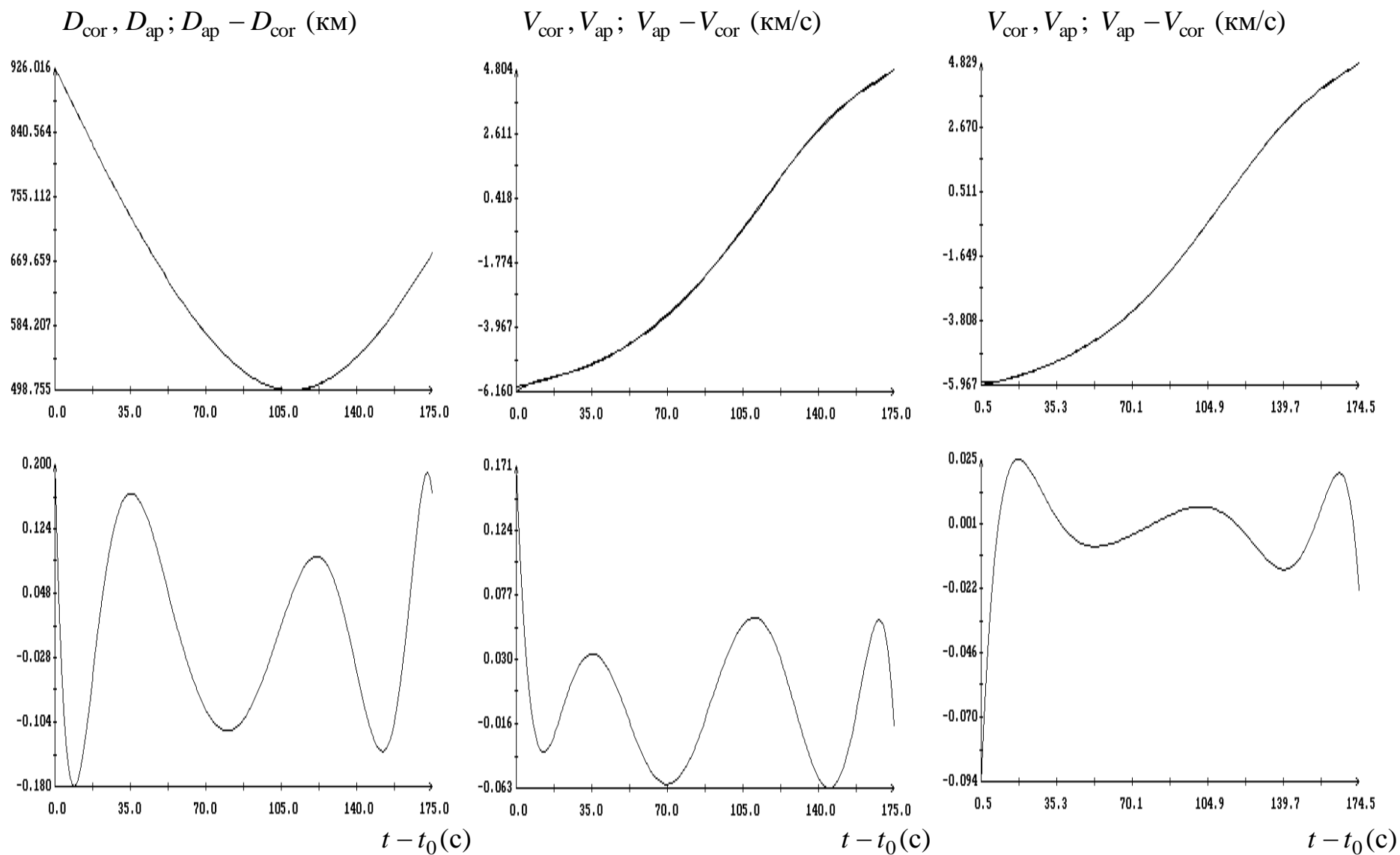


Рис. 10. Сопоставление скорректированных измерений наклонной дальности (слева) и радиальной скорости (в центре и справа) с их расчетными аналогами ; $t_0 = 06:48:53$ (GPS) 2013.05.20.

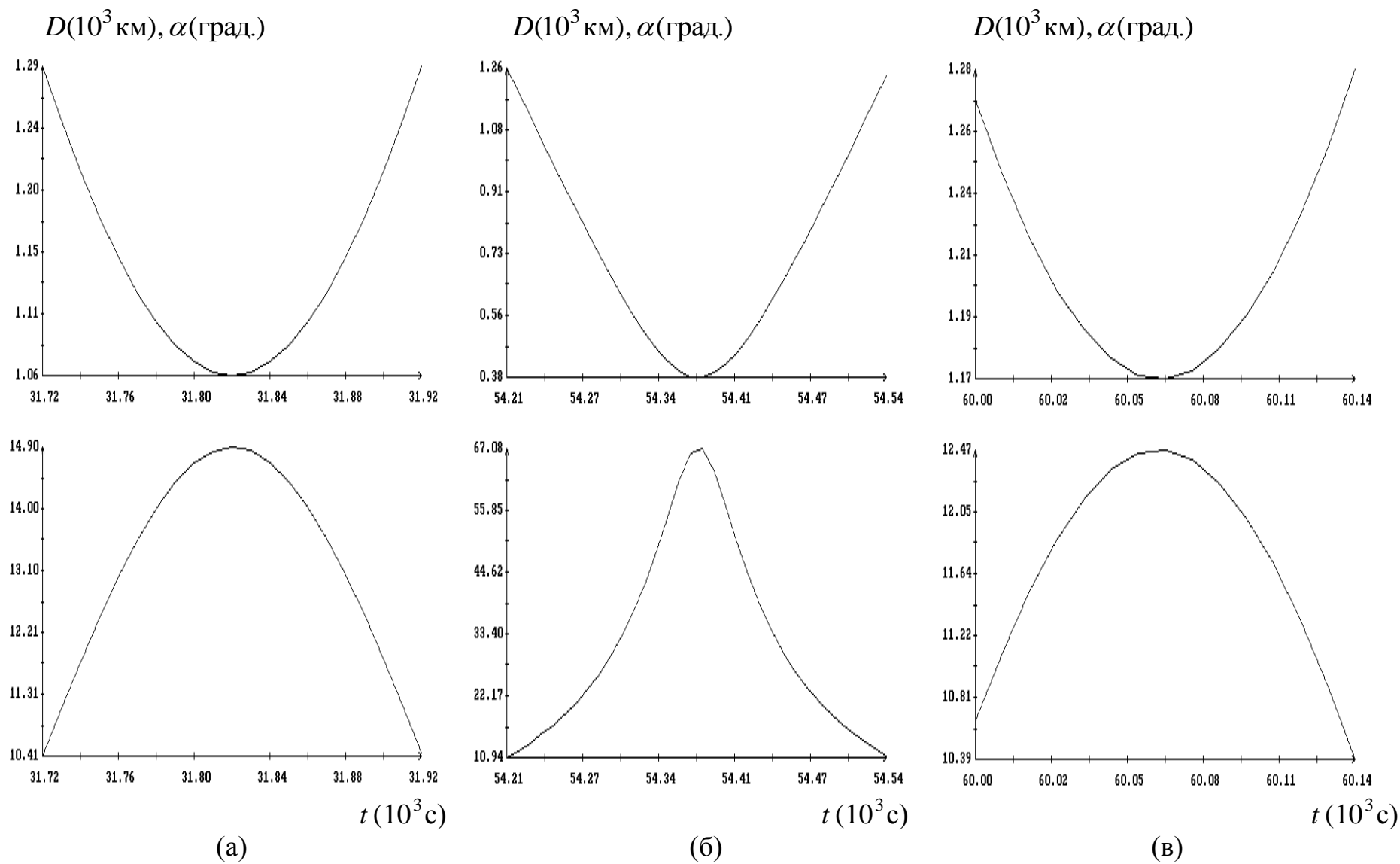


Рис. 11. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса М1, (б) – сеанса S4, (в) – сеанса S6; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.

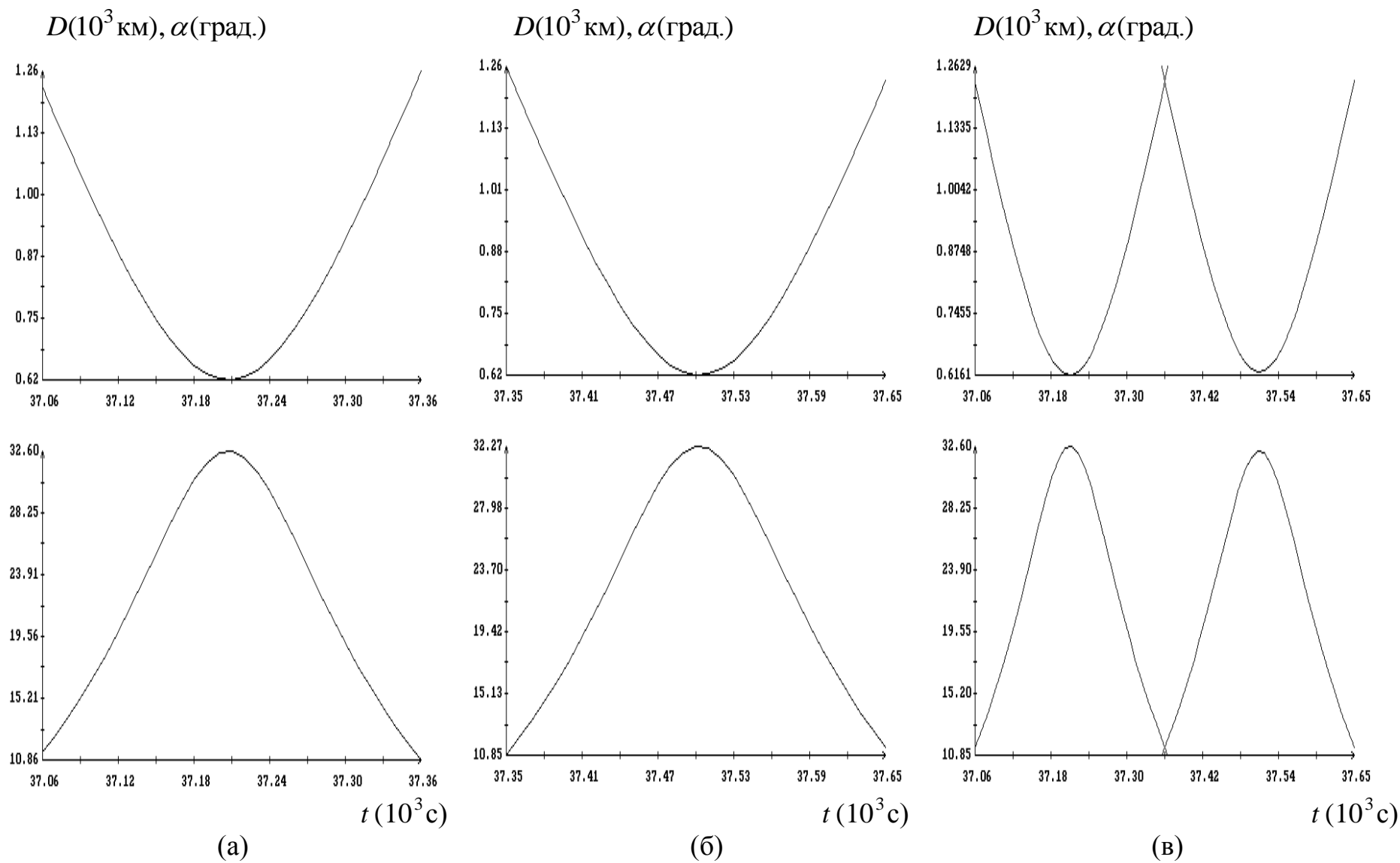


Рис. 12. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса S1, (б) – сеанса M2, (в) – сеансов S1 и M2; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.

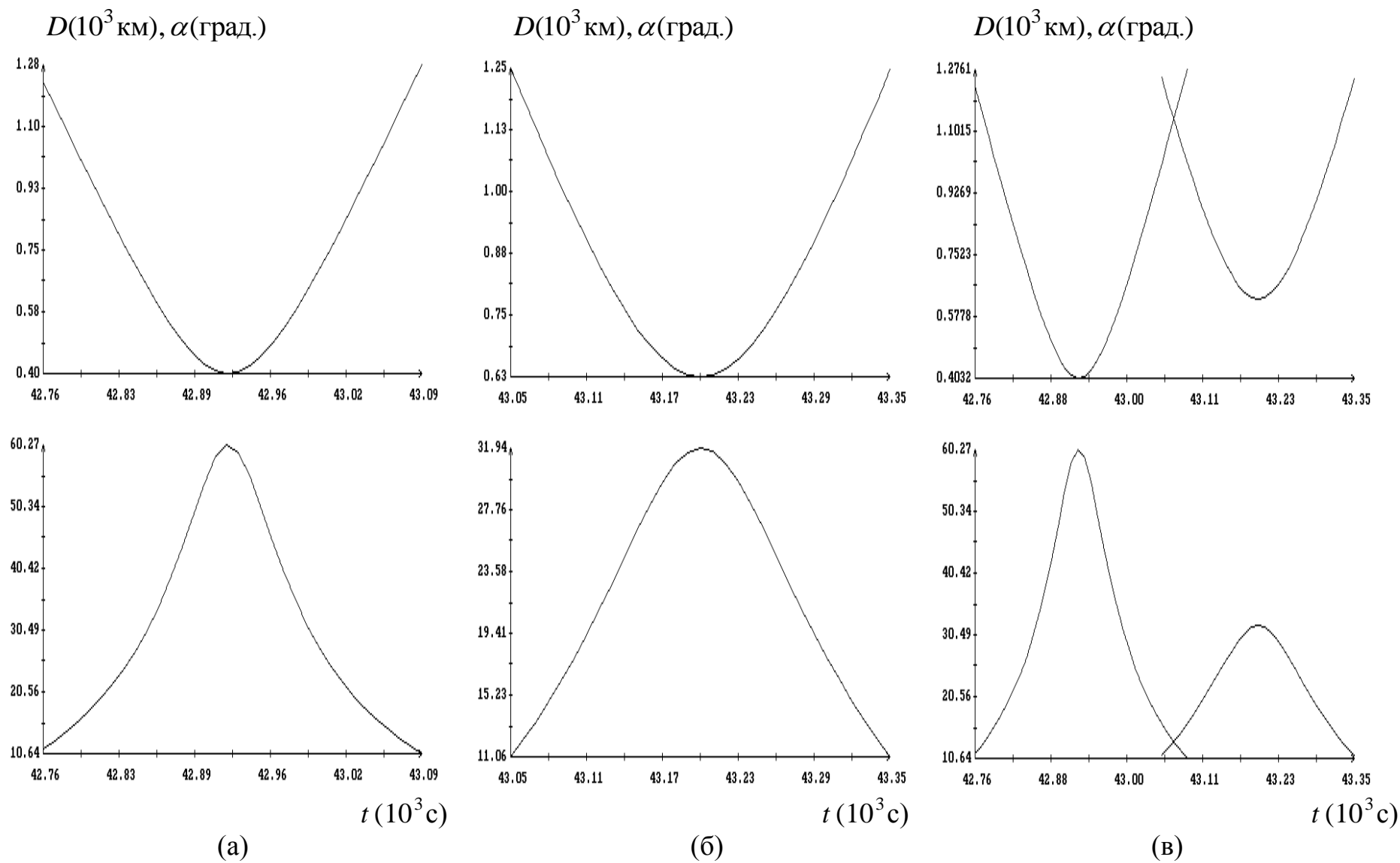


Рис. 13. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса S2, (б) – сеанса M3, (в) – сеансов S2 и M3; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.

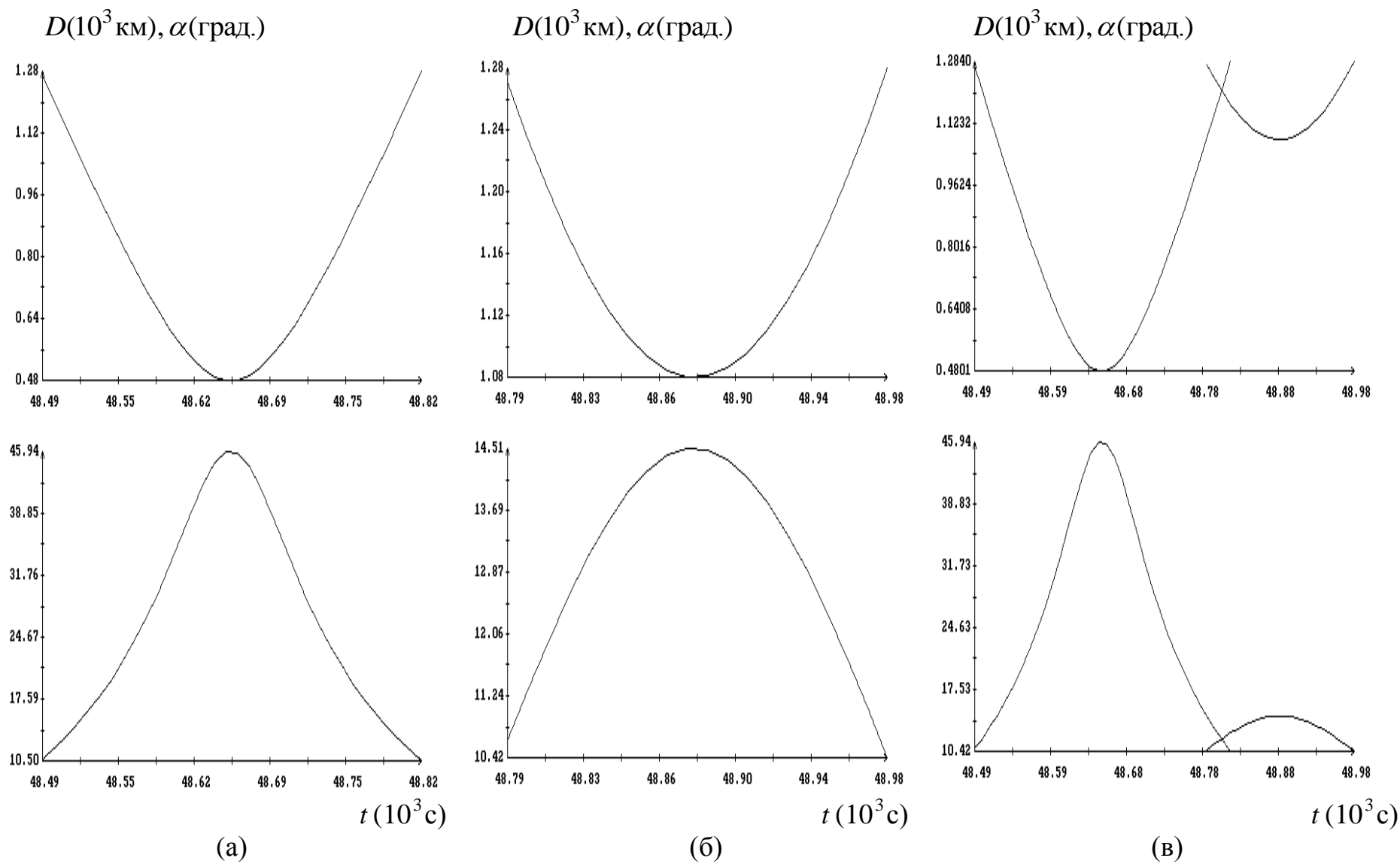


Рис. 14. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса S3, (б) – сеанса M4, (в) – сеансов S3 и M4; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.

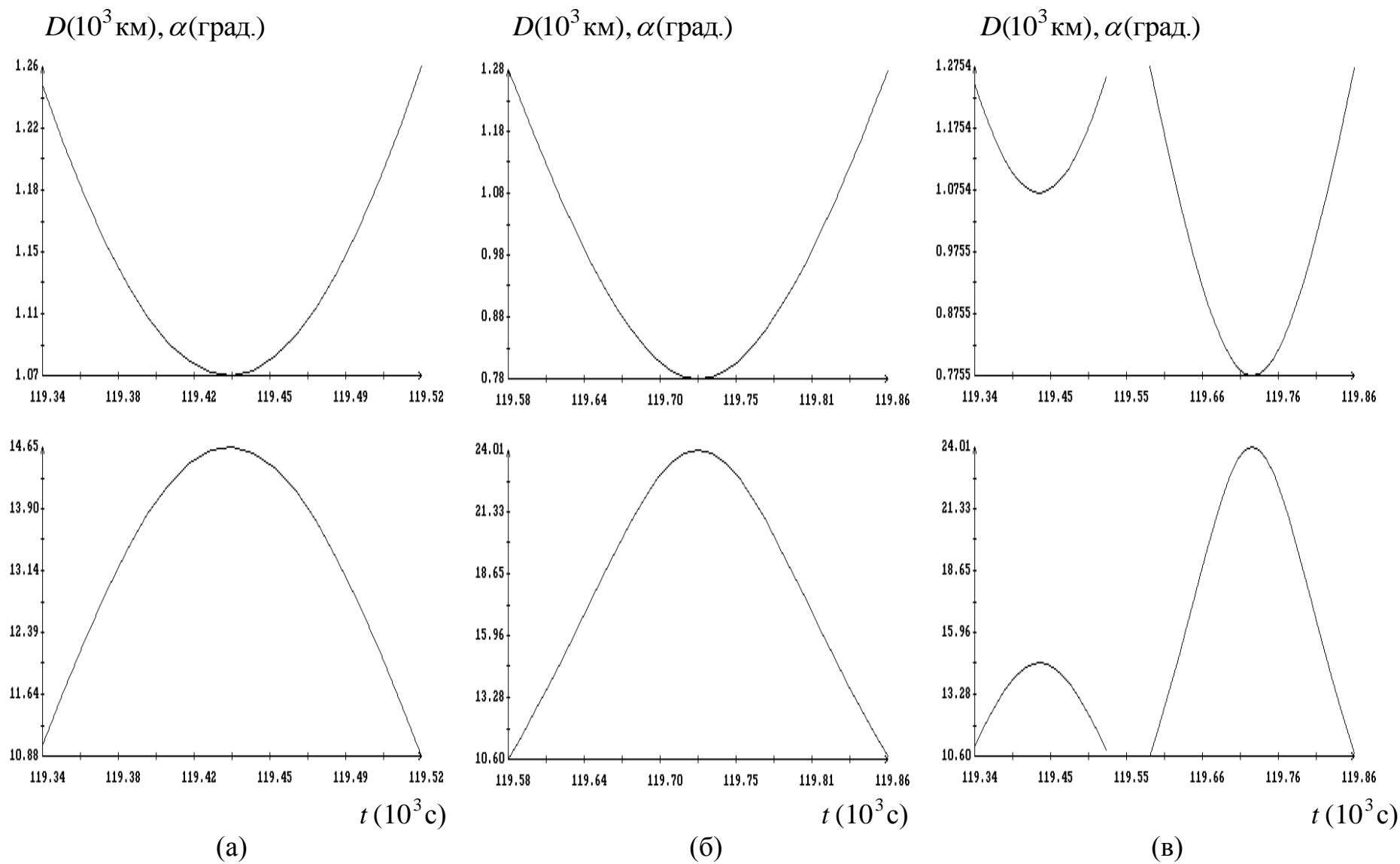


Рис. 15. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса S6, (б) – сеанса M5, (в) – сеансов S6 и M5; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.

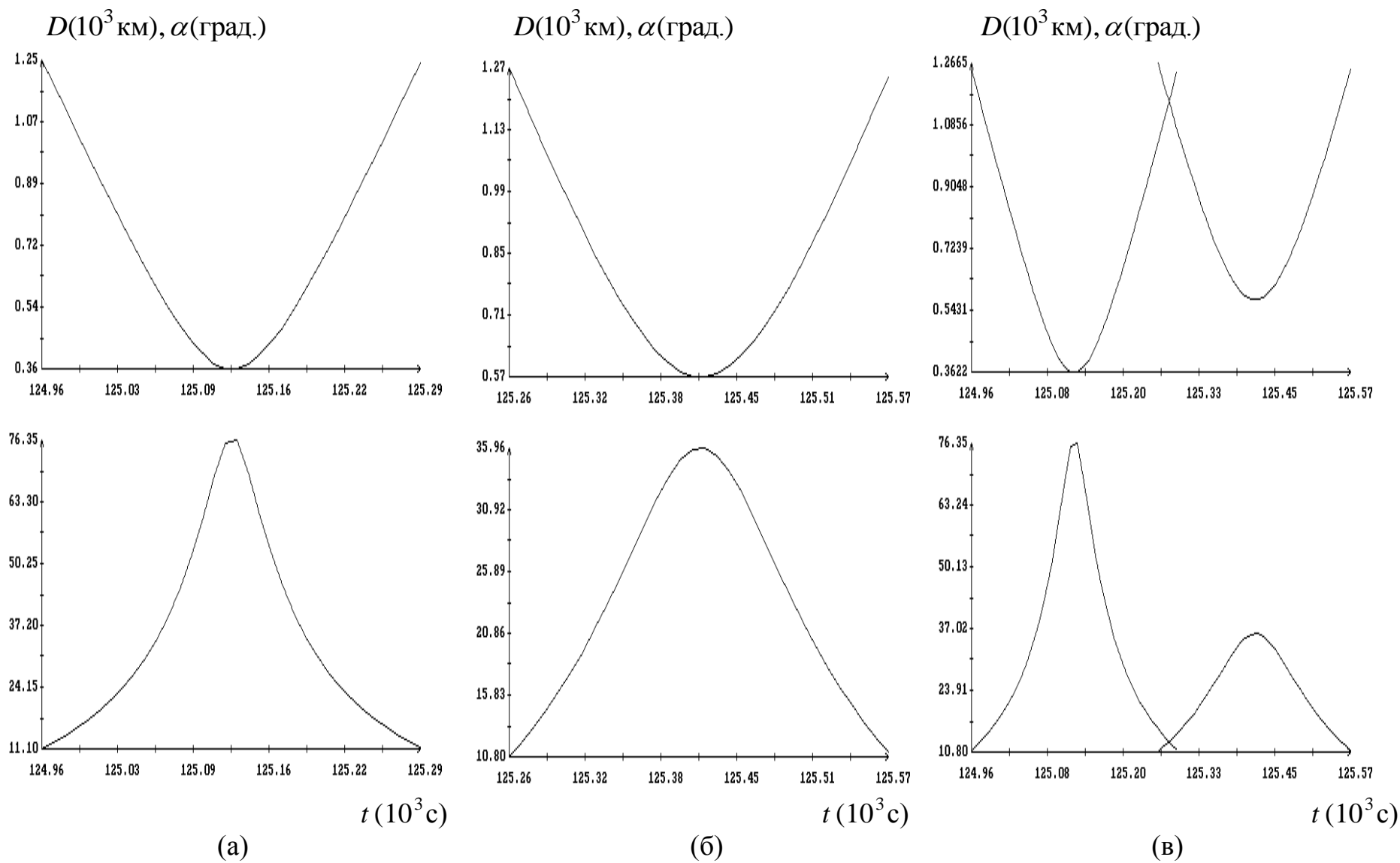


Рис. 16. Наклонная дальность и угол места МКС для (а) – сеанса S7, (б) – сеанса M6, (в) – сеансов S7 и M6; момент времени $t = 0$ на графиках соответствует 11:33:29 UTC 13.04.2011.



Рис. 17. Антенны типа кросс-яги. Слева – антенна наземной станции для приема сигналов аппаратуры GTS2 в Штутгарте, установлена на крыше одного из зданий технического университета Штутгарта на мачте, сваренной из трубы. Справа – аналогичная по размеру антенна, установлена на выдвижной мачте.

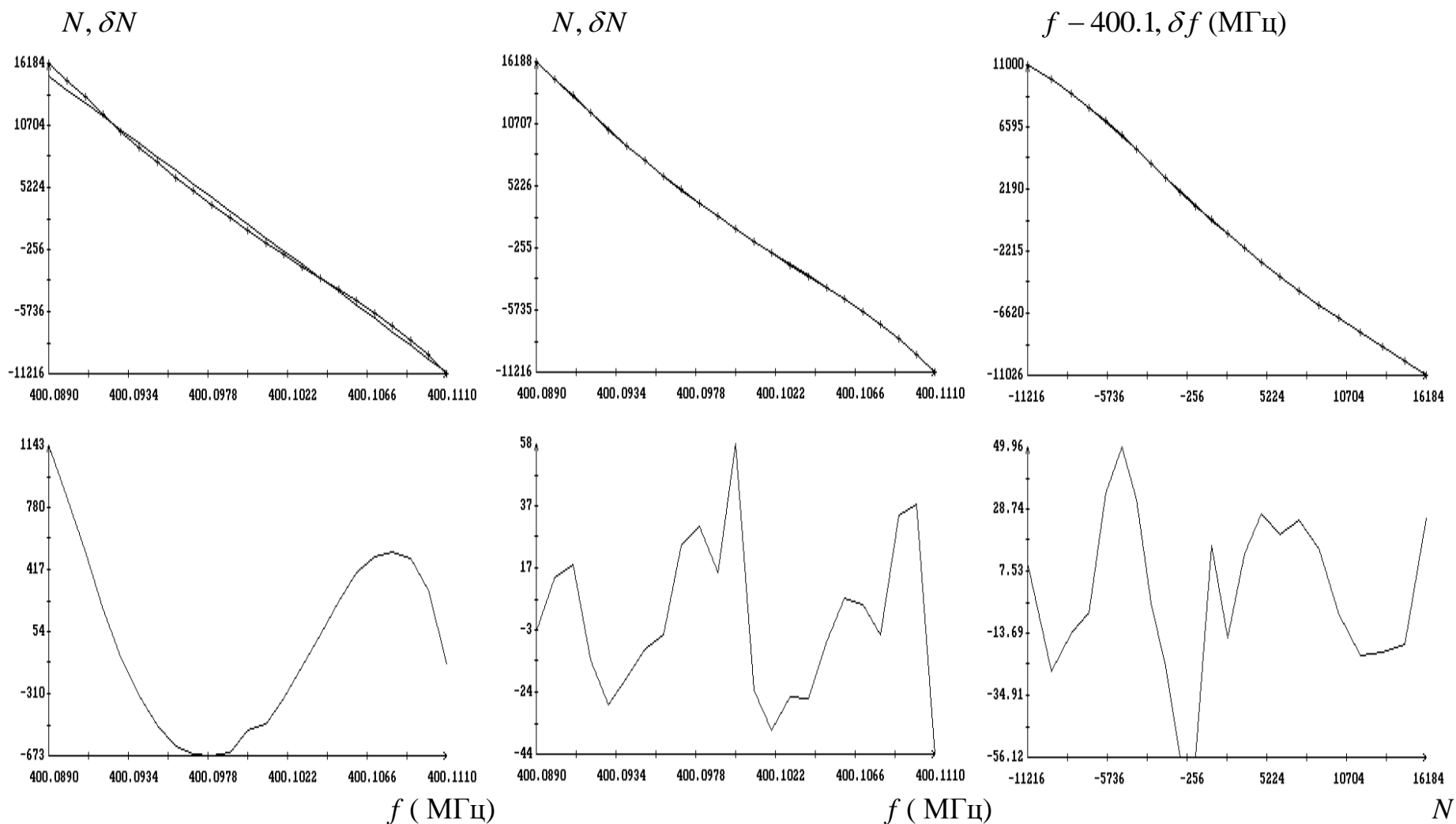


Рис. 18. Результаты калибровки. Верхние графики: слева и в центре – аппроксимация функции $N(f)$ (ее график отмечен маркерами) линейной функцией и полиномом степени 4, справа – аппроксимация разности $\Delta f = f - 400.1$ МГц полиномом степени 4. Нижние графики – ошибки аппроксимации (эмпирическая кривая минус полином).