



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 75 за 2017 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

Шарова Ю.С., Смирнова Н.С.,  
Багдасаров Г.А., Горев В.В.

Моделирование течений в  
экспериментальных  
газонаполненных  
капиллярах

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Моделирование течений в экспериментальных газонаполненных капиллярах / Ю.С.Шарова [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 75. 14 с. doi:[10.20948/prepr-2017-75](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-75)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-75>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М. В. Келдыша  
Российской академии наук**

**Ю. С. Шарова, Н. С. Смирнова, Г. А. Багдасаров, В. В. Горев**

**Моделирование течений в экспериментальных  
газонаполненных капиллярах**

**Москва – 2017**

***Ю. С. Шарова, Н. С. Смирнова, Г. А. Багдасаров, В. В. Горев***

**Моделирование течений в экспериментальных газонаполненных капиллярах**

Данная работа посвящена сравнению пространственных распределений параметров газа (таких как плотность, давление и скорость) вблизи открытых концов капилляра и внутри него, а также определению времени установления стационарного течения газа для вязкой и невязкой моделей газа. Моделирование процесса заполнения капилляра молекулярным водородом выполнялось с помощью программного комплекса MARPLE (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН) и коммерческого вычислительного кода ANSYS CFX. Моделирование капиллярного разряда проводилось с помощью кода MARPLE.

***Ключевые слова:*** математическое моделирование, газовая динамика, газонаполненный капилляр.

***Y. S. Sharova, N.S. Smirnova, G. A. Bagdasarov, V. V. Gorev,***

**Flow simulations in the experimental gas-filled capillaries**

This paper is devoted to the comparison of spatial distributions of gas parameters (such as density, pressure and velocity) near the open ends of the capillary and inside it, as well as the time needed to establish a constant flow for viscous and inviscid gas models. The results were obtained by modeling the capillary filling with molecular hydrogen using code MARPLE (Keldysh Institute of Applied Mathematics) and code ANSYS CFX. Discharge simulations were performed using the code MARPLE.

***Keywords:*** mathematical modeling, gas dynamics, gas-filled capillary.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 15-01-06195-а.

## Введение

Капиллярные разряды используются для получения "спокойной" плазмы с хорошо контролируемыми параметрами, что необходимо, например, при проведении экспериментов по взаимодействию лазерного излучения с плазмой с целью получения потоков ускоренных электронов [1]. Ускорение заряженных частиц происходит в кильватерной волне, порождаемой при прохождении мощного короткого лазерного импульса через плазму. Специфика разрядов так называемого диссипативного типа [2], характеризующихся малыми магнитными числами Рейнольдса, состоит в том, что распределение плотности плазмы (соответственно, электронной плотности) в сечении капилляра имеет минимум на его оси и монотонно возрастает в направлении стенок. Таким образом в канале капилляра формируется плазменный волновод, в котором проходящий лазерный импульс порождает кильватерную волну, ускоряющую инжектируемые электроны.

В качестве примера использования диссипативных капиллярных разрядов для получения ускоренных электронов можно привести эксперименты на лазерной установке лаборатории им. Лоуренса (США) [3]. Разряды инициировались в водороде, плотность плазмы была невысокой, на уровне  $\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Распределение плазмы с минимумом около оси капилляра способствовало увеличению длины дефазировки и, соответственно, повышению энергии ускоренных электронов. Эксперименты показали возможность ускорения относительно небольшого числа электронов ( $\approx 10^8$ ) до энергий порядка одного гигаэлектронвольта в капилляре трехсантиметровой длины.

Математическое моделирование играет важную роль в оптимизации параметров плазмы и предсказании достижимой энергии электронов в лазерно-плазменных экспериментах с капиллярными разрядами. Для согласования параметров внешнего лазерного импульса и волновода необходимо знать

распределение электронной плотности как внутри капилляра, так и вблизи его открытых концов и подводящих каналов [4]. Отметим, что, хотя внутри капилляра распределение параметров плазмы хорошо описывается в рамках одномерной теории [2], в других областях это распределение имеет существенно трехмерный характер и может быть получено лишь с помощью численного эксперимента в полной расчетной области.

Для получения адекватных результатов параметров разреженной плазмы вблизи открытых концов капилляра, а также вблизи подводящих каналов необходимо задать «правильное» начальное состояние. С учетом сложной геометрии капилляра и электродов такое начальное состояние также может быть получено только расчетным путем.

Целью данной работы является получение количественных оценок важности учета вязкости газа в численных экспериментах с капиллярными разрядами. Процесс моделирования был разбит на два этапа: на первом этапе моделировалось заполнение капилляра молекулярным водородом с целью получения установившихся параметров газа (плотности, скорости и давления), а также определения времени установления течения. На следующем этапе рассчитывались параметры плазмы в капиллярном разряде, начальные значения для которого брались из результатов первого этапа. Для моделирования использовались программный комплекс MARPLE (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН) и вычислительный код ANSYS CFX.

## **Газодинамическая модель**

Процесс заполнения капилляра молекулярным водородом можно описать в рамках модели совершенного вязкого сжимаемого газа. Соответствующая система нестационарных уравнений Навье–Стокса в декартовой системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \mathbf{g}_j}{\partial x_j} + \mathbf{w},$$

где суммирование ведется по  $j = 1, 2, 3$ , где  $\mathbf{q}$  – вектор консервативных переменных,  $\mathbf{f}_j$  и  $\mathbf{g}_j$  – векторы невязких и вязких потоков,  $\mathbf{w}$  – вектор внешних источников:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \mathbf{f}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_1 + \delta_{1,j} p \\ \rho u_j u_2 + \delta_{2,j} p \\ \rho u_j u_3 + \delta_{3,j} p \\ u_j (\rho E + p) \end{pmatrix} \quad \mathbf{g}_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{ij} u_j + h_j \end{pmatrix} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix}$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $u_j$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$ ,  $p$  – термодинамическое давление,  $E$  – полная удельная энергия газа  $\varepsilon + \frac{u^2}{2}$ ,  $\tau_{ij}$  и  $h_j$  – компоненты тензора вязких напряжений и теплового потока:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{i,j},$$

$$h_j = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j},$$

где  $T$  – температура газа,  $\mu$  и  $\lambda$  – коэффициенты вязкости и теплопроводности.

Приведенная модель, но без учета вектора вязких потоков  $\mathbf{g}_j$ , реализована в программном комплексе MARPLE [5]. Для аппроксимации уравнений используется модифицированная схема Лакса-Фридрихса второго порядка точности по пространственным переменным; второй порядок точности по времени достигается использованием схемы типа «предиктор-корректор» [6].

В коде ANSYS CFX [6] модель реализована с помощью метода контрольных объемов и схемы Upwind Differencing Scheme (схема «разностей вверх по потоку») первого порядка точности по пространственной переменной и схемы First Order Backward Euler (схема Эйлера) первого порядка точности по времени [7]. Несмотря на то что формальная погрешность аппроксимации в

кодах MARPLE и ANSYS CFX имеет разный порядок, практическая точность расчетов на нерегулярной сетке одинакова.

## **Постановка задачи**

Начальным этапом моделирования капиллярного разряда является расчет заполнения капилляра молекулярным водородом с целью определения момента времени, когда целесообразно инициировать электрический разряд. Критерием «поджига» является достаточная однородность заполнения капилляра.

Следующим этапом является моделирование динамики разряда в капилляре с целью определения параметров образуемой плазмы, а именно распределения электронных плотности и температуры, а также времени установления квазистационарного распределения этих параметров.

Геометрические параметры капилляра, а также начальные и граничные условия соответствуют эксперименту [1]: для моделирования использовался сапфировый капилляр с длиной 3,3 см и внутренним диаметром 0,05 см. В расчете воспроизведена реальная геометрия капилляра, с учетом диэлектриков и электродов, а также подводящих каналов нетривиальной формы (см. рис. 1).

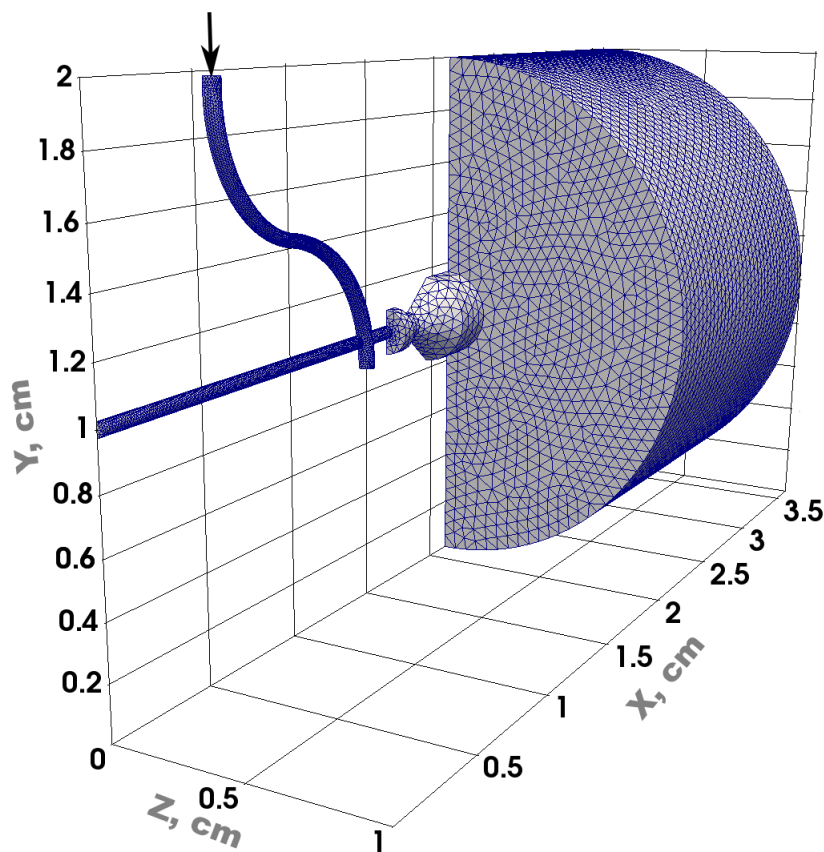


Рис. 1. Расчетная область капилляра

Подводящие каналы соединяются с резервуаром, наполненным молекулярным водородом, под давлением 40 торр и при комнатной температуре. Исходным состоянием внутри капилляра является вакуум (в расчете использовался тот же газ под давлением 1 торр), а в начальный момент времени  $t = 0$  газ из резервуара начинает попадать в капилляр через подводящие каналы (стрелка на рис.1).

В качестве расчетной области для моделирования этапа заполнения использовалась четверть полного капилляра с граничными условиями зеркальной симметрии на плоскостях  $X = 0$  и  $Z = 0$ . Истечение газа из резервуара в подводящий канал моделируется специальным граничным условием, основанным на решении задачи Римана. На остальных граничных элементах капилляра и подводящего канала задана постоянная температура 300 К, условие скольжения для расчета без вязкости в MARPLE и условие

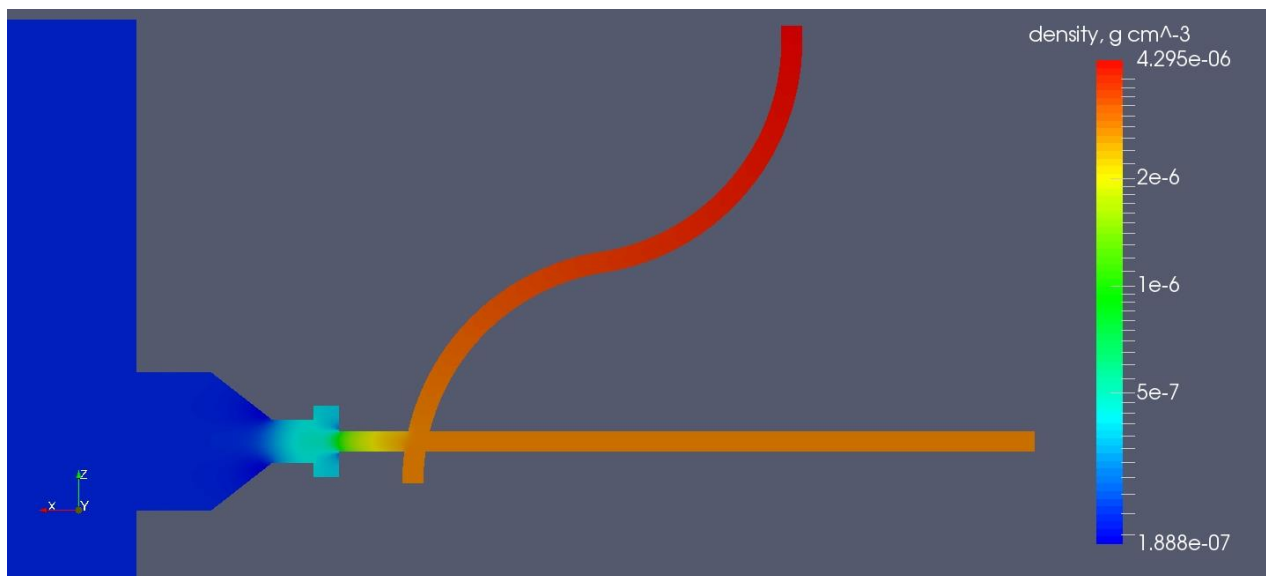


прилипания для вязкого расчета в ANSYS CFX. Для пространственной дискретизации используется нерегулярная тетраэдральная сетка, состоящая из 504 тыс. расчетных ячеек (см. рис. 1), одна и та же для расчетов с учетом вязкости (ANSYS CFX) и без него (MARPLE).

Моделирование второго этапа осуществлялось в упрощенной двумерной постановке. Расчетной областью выступал 60-градусный сектор радиуса 0.025 см с периодическими условиями на границах сектора. На внешней границе задавался экспериментальный ток [1]. Расчетная сетка состояла из 12 тыс. ячеек (100 ячеек по радиусу). Начальное распределение параметров газа бралось из результатов первого этапа.

## **Результаты расчетов заполнения капилляра**

На рис. 2а и 2б показано распределение плотности молекулярного водорода на моменты установления течения для вязкой и невязкой модели соответственно. Из рисунков видно, что полученные распределения газа качественно выглядят очень похоже в областях внутри капилляра и около его открытого конца: глубоко внутри капилляра и до начала подводящего канала устанавливается равномерное распределение газа, тогда как в области за подводящим каналом распределение становится существенно неоднородным. В расчете без учета вязкости газа (MARPLE) хорошо различимы ударные волны в области неоднородности, в то время как в расчете с учетом вязкости (ANSYS CFX) течение выглядит более «спокойным».



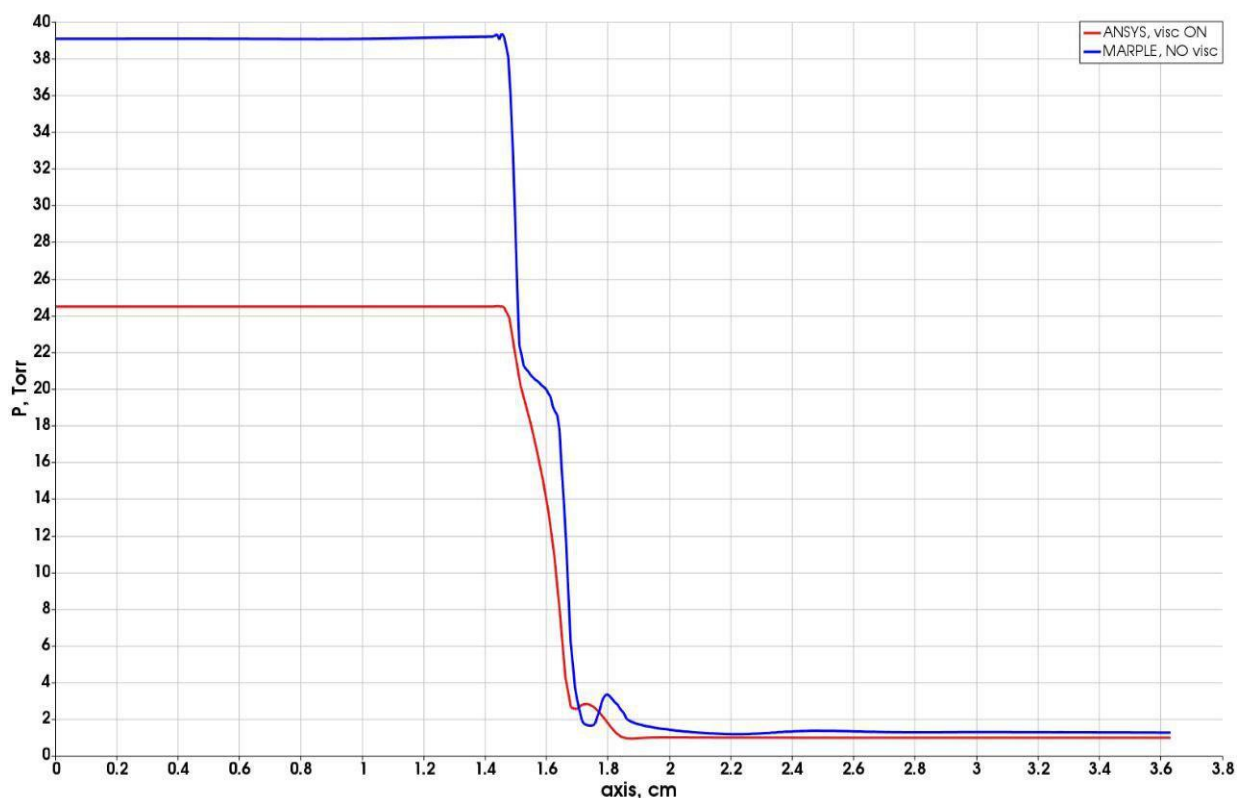
*Рис. 2а.* Распределение плотности водорода в расчетной области на момент времени  $t = 380$  мкс (ANSYS CFX)



*Рис. 2б.* Распределение плотности водорода в расчетной области на момент времени  $t = 510$  мкс (MARPLE)

Как видно, учет вязкости в исходной модели газа приводит не только к изменению структуры истечения газа из открытого конца капилляра, но также к уменьшению плотности газа внутри капилляра и подводящих каналов. На рис. 3 показано распределение давления водорода на оси капилляра на моменты установления стационарных течений в расчетах с учетом вязкости (ANSYS

CFX) и без него (MARPLE) – 380 мкс и 510 мкс соответственно. Из графика хорошо видна количественная разница между двумя расчетами, особенно внутри капилляра, в области между подводящими каналами, а именно: в расчете с вязкостью установившееся давление в капилляре на 39% ниже, чем в расчете без учета вязкости (24 торр против 39 торр).



*Рис. 3.* Распределение давления водорода на оси капилляра в расчетах с учетом (ANSYS CFX) и без учета вязкости (MARPLE) на моменты установления стационарного течения

Из-за отсутствия трения в расчете без вязкости развиваются большие скорости газа (см. рис. 4), относительно расчета с вязкой моделью, что приводит к увеличению времени достижения стационарного состояния.

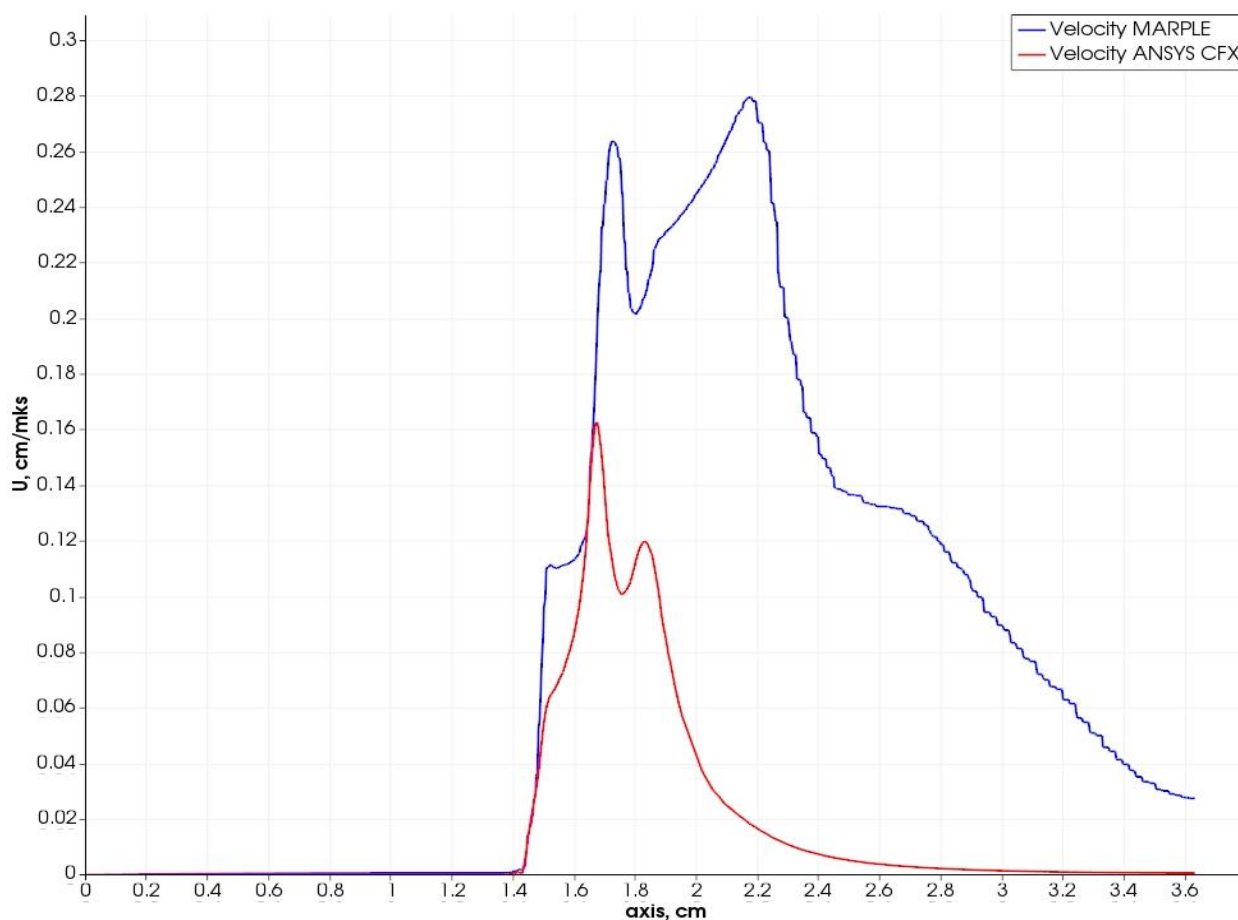


Рис. 4. Распределение скорости газа вдоль оси капилляра

## Результаты расчетов электрического разряда в капилляре

На рис. 5 приведен график распределения электронных плотности и температуры вдоль диаметра в центральной части капилляра, где распределение однородно [3]. В обоих расчетах на момент максимума тока ( $t=170$  нс) достигается квазиравномерное стационарное распределение плазмы в основном объеме и на оси капилляра (рис. 6). Существенная разница в значениях электронной плотности на оси капилляра обусловлена только лишь разницей в начальных условиях (плотности и давления плазмы) и составляет те же 40%. Подробное описание моделирования электрического разряда в капилляре приведено в работе [3]. Полученные результаты хорошо согласуются с теоретическими оценками [2].

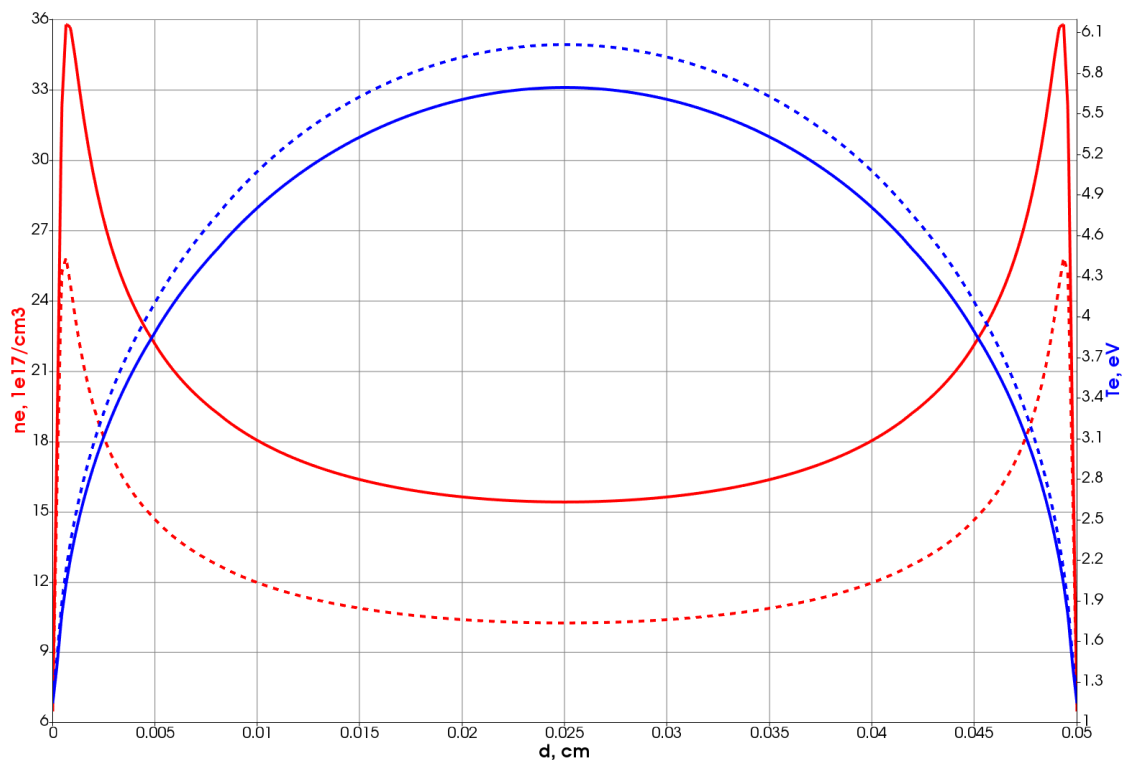


Рис. 5. Распределение радиальной концентрации электронов (красный) и температуры (синий) внутри капилляра

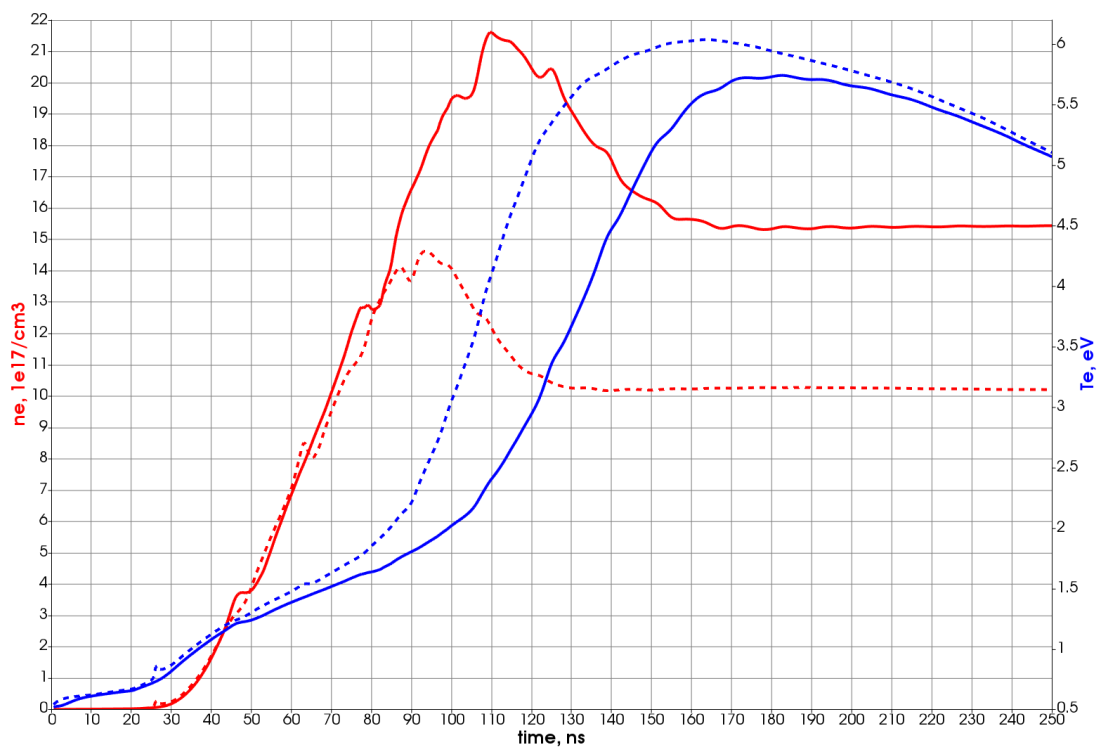


Рис. 6. Распределение концентрации электронов (красный) и температуры (синий) в зависимости от времени

## **Заключение**

Представленные в данной работе результаты численных экспериментов показывают важность учета вязкости газа на начальном этапе моделирования капиллярных разрядов, а именно при заполнении капилляра нейтральным газом. В то же время на следующем этапе – моделировании собственно разряда – вязкость уже не играет существенной роли и может быть исключена из решаемых уравнений с целью упрощения аппроксимаций.

Показано, что отсутствие вязкого трения в модели газа на этапе заполнения капилляра увеличивает время установления стационарного течения на 26% (510 мкс в расчете без учета вязкости против 380 мкс – с учетом вязкого трения). Также существенно изменяются количественные параметры установившегося течения, а именно, на 40% увеличивается давление газа внутри капилляра в расчете без учета вязкости. Тем не менее, анализ однородности полученных решений показал, что, как с учетом, так и без учета вязкости, в расчетах достигается качественно одинаковое квазиравномерное распределение газа в основном объеме капилляра. Также в обоих расчетах у выходного отверстия капилляра образуется существенная неоднородность.

Динамика образования плазменного канала в капиллярах с начальными данными из обоих расчетов заполнения одинакова – выход на квазистационарное решение совпадает и соответствует моменту максимума внешнего импульса тока (170 нс). Разница в начальных данных не развивается и остается на уровне 40%.

Авторы благодарят Ольховскую О. Г., Гасилова В. А. и Сасорова П. В. за полезные дискуссии и советы при подготовке данной работы.

## **Список литературы**

1. Benedetti C., Schroeder C. B., Esarey E., Geddes C. G. R., Leemans W. P. AIP Conf. Proc. 1299, pp. 250-255 (2010).

2. Боброва Н. А. Гидродинамика капиллярных разрядов и диссипативные процессы в многокомпонентной плазме, дис. ... д-ра физ.-мат. наук, М., 2010.
3. Bagdasarov G. A., Sasorov P. V, Gasilov V. A., Boldarev A. S., Olkhovskaya O. G., Bulanov S. S., Geddes C. G. R., Mao H.-S., Schroeder C. B., Esarey E., and Leemans W. P. Laser beam coupling with capillary discharge plasma for laser wakefield acceleration applications. В печати.
4. Leemans W. P. et al. Nature, Phys. 2 696 (2006).
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Программный комплекс MARPLE / Гасилов В. А., Багдасаров Г. А., Болдарев А. С., Дьяченко С. В., Карташева Е. Л., Ольховская О. Г.; правообладатель ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. – № 2012660911; заявл. 11.10.2012; зарег. 30.12.2012.
6. Gasilov V. A. et al. «Advances in Parallel Computing» 22, p.235 (2012).
7. ANSYS CFX [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-CFX> (дата обращения 20.05.2017).
8. Ansys CFX-Solver Theory Guide, p. 331.

## Оглавление

Введение .....	3
Газодинамическая модель .....	4
Постановка задачи.....	6
Результаты расчетов заполнения капилляра .....	8
Результаты расчетов электрического разряда в капилляре .....	11
Заключение.....	13
Список литературы.....	13