



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 93 за 2017 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Козлов А.Н.

МГД модель
взаимодействия потока
плазмы из КСПУ с
магнитным полем кольцевых
проводников с током

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Козлов А.Н. МГД модель взаимодействия потока плазмы из КСПУ с магнитным полем кольцевых проводников с током // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 93. 36 с. doi:[10.20948/prepr-2017-93](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-93)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-93>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.Н. Козлов

**МГД модель взаимодействия потока
плазмы из КСПУ с магнитным полем
кольцевых проводников с током**

Москва — 2017

Козлов А.Н.

МГД модель взаимодействия потока плазмы из КСПУ с магнитным полем кольцевых проводников с током

В работе рассматривается инжекция потоков плазмы, генерируемой в квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ), в область с магнитным полем, создаваемым кольцевыми проводниками с током. Исследования проведены на основе системы МГД уравнений, представленных в терминах векторного потенциала магнитного поля, с учетом электропроводности, теплопроводности и переноса излучения. Рассмотрено взаимодействие потока плазмы с магнитным полем одного кольца с током, системы колец, образующих соленоид, а также с магнитным полем многопробочной ловушки.

Ключевые слова: магнитная газодинамика, течения плазмы, плазменный ускоритель, кольцевые проводники с током, многопробочная ловушка

Andrey Nikolaevich Kozlov

MHD model of the interaction of the plasma flow from the QSPA with the magnetic field of the ring conductors with a current

In this work, the injection of plasma flows generated in the quasi-steady plasma accelerator (QSPA) into a region with a magnetic field created by the ring conductors with a current is considered. The investigations were carried out on the basis of the set of the MHD equations represented in terms of the vector potential of the magnetic field, taking into account the electrical conductivity, thermal conductivity, and radiation transport. The interaction of the plasma flow with the magnetic field of one ring with current, the system of rings forming a solenoid, and also with the magnetic field of the multi-mirror trap are considered.

Key words: magnetogasdynamics, plasma flows, plasma accelerator, ring conductors with a current, multi-mirror trap

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10278).

Оглавление

Введение	3
МГД уравнения в терминах векторного потенциала магнитного поля.....	4
Эффект МГД динамо в компрессионных потоках плазмы	10
Влияние теплопроводности вдоль и поперек магнитного поля	14
Взаимодействие потока с магнитным полем одного кольца и соленоида	18
Инжекция плазмы в многопробочную ловушку	24
Заключение.....	31
Библиографический список.....	32

Введение

Исследование высокоскоростных потоков плазмы в каналах квазистационарных плазменных ускорителей (КСПУ) направлено, в частности, на решение задачи инжекции в термоядерные установки. Использование плазменных ускорителей в качестве инжекторов в магнитные системы для удержания плазмы предполагает согласованное поступление потоков из ускорителей в магнитные ловушки. Данная проблема и задача взаимодействия потока плазмы с магнитным полем, создаваемым проводниками с током в системах для удержания плазмы, могут быть рассмотрены на основе нестационарных МГД моделей и расчетов течений плазмы в трехкомпонентном магнитном поле.

Изучению течений плазмы в магнитных полях, а также физических процессов в КСПУ и магнитоплазменных компрессорах (МПК) посвящен целый ряд теоретических, численных и экспериментальных работ (см., например, [1-24]). Эти и другие работы формируют одно из направлений в вычислительной плазмодинамике и физике плазмы, которая охватывает широкий круг исследований, в том числе в области радиационной плазмодинамики, управляемого термоядерного синтеза (УТС), плазмостатики, включая исследования в области устойчивости (см., например, [25-62]). Современные исследования в плазменных ускорителях направлены на изучение течений плазмы при наличии дополнительного продольного магнитного поля [13-16], изучение приэлектродных процессов, обусловленных эффектом Холла и предшествующих явлению кризиса тока [17], изучение компрессионных потоков [18], динамики примесей [19] и переноса излучения [20, 21]. Кроме того, разрабатываются численные модели различного уровня сложности для изучения процесса ионизации в канале плазменного ускорителя [20-24].

Простейшие плазменные ускорители состоят из двух коаксиальных электродов, подключенных к электрической цепи. В результате пробоя между электродами формируется фронт ионизации, отвечающий фазовому переходу от газообразного состояния материи к плазме. В простейших системах процессы происходят при наличии основной азимутальной компоненты магнитного поля. Азимутальное поле генерируется электрическим током, проходящим вдоль внутреннего электрода. В свою очередь, радиальный плазменный ток, протекающий между электродами, и азимутальное магнитное поле обеспечивают ускорение плазмы за фронтом ионизации благодаря силе Ампера $\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}$, где \mathbf{j} — ток в плазме. В соответствии с экспериментами КСПУ в полной компоновке является двухступенчатой системой. Первая ступень включает ряд малых плазменных ускорителей, в которых происходят ионизация поступающего газа и предварительное ускорение плазмы. Вторая ступень представляет собой ускоритель больших размеров, подключенный к отдельной цепи питания. Вторая ступень обеспечивает окончательное ускорение плазмы. Данные многофункциональные системы предназначены для

различных технологических приложений и термоядерных исследований, в том числе по программе ИТЭР [6,7], а также представляют интерес для разработки перспективных мощных электрореактивных плазменных двигателей, поскольку ускорители являются системами проточного типа, в которых на входе непрерывно подается газ.

Плазменные ускорители могут быть использованы для наполнения различных магнитных ловушек. К ним относятся ловушки «Галатеи» с левитирующими проводниками, погруженными в плазму (см., например, [63-67]), и многопробочные ловушки, например, установка ГОЛ-3 в новосибирском Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера [68]. Последние достижения на данной многопробочной ловушке связаны с нагревом плазмы до высоких значений температуры с помощью СВЧ технологии. Однако использование высокоскоростных потоков плазмы для наполнения многопробочных ловушек, рассматриваемое в данной работе, может оказаться более эффективным способом достижения конечного результата в решении проблемы УТС.

Исследованию процессов в магнитных ловушках для удержания плазмы, в том числе их математическому моделированию и расчетам, посвящено большое количество работ. Один из элементов исследований, проводимых для различных магнитных ловушек, связан с изучением взаимодействия потока плазмы с магнитным полем кольцевых проводников с током. Существуют различные способы включения в модель и расчетную область кольцевых проводников. Один из таких способов был рассмотрен ранее в упрощенных моделях (см., например, [69]). В данной работе предложен иной способ включения в модель кольцевых проводников с током для исследования взаимодействия потока плазмы из КСПУ с магнитным полем, создаваемым проводниками. Проблемы взаимодействия потоков плазмы с магнитным полем представляют интерес и для других направлений исследований по программе УТС, связанных с токамаками, стеллараторами и инерционным термоядерным синтезом на основе лазеров.

МГД уравнения в терминах векторного потенциала магнитного поля

Теоретические и численные исследования процессов для достаточно плотной плазмы проводятся в рамках МГД моделей (см., например, [1-5, 26-41, 51-53]). Численные модели магнитной газодинамики для изучения процессов в КСПУ основаны на различных модификациях МГД уравнений и разработаны, в частности, для классической системы (см., например, [1-5, 14, 16, 18]) и двухжидкостной модели с учетом эффекта Холла [13-15, 17]. Двухжидкостная модель с учетом инерции электронов в рамках уравнений С.И. Брагинского [33] в настоящее время также реализована в ряде конкретных приложений (см., например, [70, 71]). В рамках радиационной магнитной газодинамики одновременно с МГД задачей решается уравнение переноса излучения (см.,

например, [20-21]). Учет тех или иных диссипативных факторов и различных процессов обусловлен деталями постановок задач.

В данной работе рассматривается двумерное осесимметричное течение плазмы в канале между двумя коаксиальными профилированными электродами и на выходе из ускорителя в том случае, когда внутренний электрод короче внешнего и когда внешняя граница плазменного объема ограничена изолятором. В задаче участвуют все три компоненты магнитного поля и скорости $\mathbf{H} = (H_z, H_r, H_\varphi)$, $\mathbf{V} = (V_z, V_r, V_\varphi)$ при наличии в канале ускорителя продольного магнитного поля, дополнительного к основному азимутальному полю, а также при наличии продольного поля, создаваемого кольцевыми проводниками с током. Плазму можно рассматривать как квазинейтральную среду $n_i = n_e = n$, учитывая ее параметры, представленные далее. Инерцией электронов ($m_e \ll m_i$) и током смещения пренебрегаем. Эксперименты в КСПУ и оценки показывают также, что можно рассматривать случай однотемпературной смеси $T_i \approx T_e = T$. В рамках рассматриваемой одножидкостной модели ($\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}$) постановка задачи включает уравнения радиационной магнитной газодинамики с учетом конечной проводимости среды, теплопроводности и переноса излучения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} &= 0, & \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P &= \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}], \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \operatorname{div} (\rho \varepsilon \mathbf{V}) + P \operatorname{div} \mathbf{V} &= \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \operatorname{div} \mathbf{q} - \operatorname{div} \mathbf{W}, & (1) \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] - c \operatorname{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, & \mathbf{j} &= \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \\ \frac{d}{d t} &= \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla), & \rho &= m_i n, \quad P = P_i + P_e = 2 k_B n T, \quad \varepsilon = 2 c_v T. \end{aligned}$$

Все переменные в системе МГД уравнений имеют обычный смысл. Величина $\sigma = e^2 n_e \tau_e / m_e$ определяет электропроводность среды, вектор \mathbf{q} отвечает потоку тепла, обусловленному теплопроводностью, а \mathbf{W} – плотность потока энергии излучения. Вязкостью компонент плазмы пренебрегаем в силу малости соответствующих диссипативных слагаемых.

Плотность потока энергии излучения \mathbf{W} , а также плотность энергии излучения U определяются через интенсивность излучения $I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ вдоль выбранного направления телесного угла $\boldsymbol{\Omega}$ и для определенного участка спектра с частотой ν

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_{\Omega} I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d \boldsymbol{\Omega} d \nu, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \int_{\Omega} I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \boldsymbol{\Omega} d \boldsymbol{\Omega} d \nu. \quad (2)$$

В МГД уравнениях плотность энергии излучения U можно не учитывать, так как она мала по сравнению с тепловой или внутренней энергией среды

($U \ll \rho \varepsilon$). Однако поток энергии излучения $W \sim c U$ может играть определенную роль в перераспределении энергии. Скорость распространения излучения существенно выше характерных скоростей плазмодинамических процессов. В этом случае поле излучения мгновенно подстраивается под распределение параметров потока, и можно ограничиться решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \eta_\nu(\mathbf{r}) - \kappa_\nu(\mathbf{r}) \cdot I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}), \quad (3)$$

где $I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ интенсивность излучения с частотой ν в направлении телесного угла $\boldsymbol{\Omega}$ отвечает точке с координатой \mathbf{r} .

Коэффициент поглощения $\kappa_\nu(\mathbf{r})$ и излучательная способность $\eta_\nu(\mathbf{r})$ в уравнении (3) зависят от состояния среды, ее плотности и температуры, а также спектрального параметра ν , связанного с энергией фотона $h\nu$ (см., например, [35, 45, 55, 57, 59]). Для определения их значений необходимы в общем случае расчет спектра атома и вычисление населенностей состояний атомов. В предположении локального термодинамического равновесия населенности состояний связаны формулой Больцмана. Процессы испускания и поглощения света связаны с переходами электрона из одного энергетического состояния в другое. Соответственно коэффициент поглощения и излучательная способность складываются из трех частей, отвечающих поглощению и излучению в линиях, фотоионизации и фоторекомбинации, а также рассеянию. Более детально постановка задачи о переносе излучения для потока плазмы в КСПУ изложена в [20,21]. В целом влияние переноса излучения не значительно для исследуемых течений плазмы.

Для численного решения задачи с уравнениями (1) – (3) используются безразмерные переменные и параметры. Единицами измерения являются длина канала L , характерные значения концентрации или плотности n_o ($\rho_o = m_i n_o$), температуры T_o и азимутальной составляющей магнитного поля на входе в канал $H_o = 2 J_p / c R_o$, где R_o – характерный радиус, J_p – разрядный ток в системе. С помощью данных величин формируются единицы скорости $V_o = H_o / \sqrt{4\pi\rho_o}$, времени $t_o = L / V_o$, тока в плазме $j_o = c H_o / 4\pi L$, а также единица измерения компоненты вектора потенциала $A_o = H_o L = \frac{2 J_p L}{c R_o}$.

Система МГД уравнений в безразмерных переменных содержит такие безразмерные параметры, как отношение характерного газового давления к магнитному $\beta = 8\pi P_o / H_o^2$ ($P_o = 2k n_o T_o$), магнитную вязкость $\nu = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4\pi L V_o \sigma$, которая обратно пропорциональна магнитному числу Рейнольдса, а также безразмерное значение коэффициента теплопроводности $\tilde{\kappa}$. Магнитное число Рейнольдса отвечает спитцеровской зависимости проводимости от температуры $\text{Re}_m = \sigma_o T^{3/2}$, где величина σ_o выражается через исходные размерные параметры и физические константы.

Переход к безразмерному значению плотности потока энергии излучения \mathbf{W} в (1) и (2) осуществляется с помощью следующей единицы измерения:
 $W_o = V_o H_o^2 / 4\pi$.

Ранее проведенные исследования течений плазмы в КСПУ при наличии слабого дополнительного продольного магнитного поля показали, что продольное поле может изменить динамику плазмы в окрестности электродов, повлиять на приэлектродные процессы и связанные с ними негативные явления, не оказывая заметного влияния на процесс ускорения основного потока плазмы [15, 17]. Дополнительное продольное магнитное поле в канале ускорителя может быть создано с помощью катушки Гельмгольца, которая представляет собой два одинаковых кольцевых витка, расположенных на расстоянии радиуса витка. Напряженность поля в такой системе катушек с током мало отличается в различных точках.

При наличии всех трех компонент магнитного поля важным фактором в МГД моделях является сохранение свойства соленоидальности магнитного поля. В представленной численной модели осесимметричных течений плазмы используется векторный потенциал \mathbf{A} магнитного поля так, что $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$. Используя векторный потенциал магнитного поля в осесимметричном случае ($\partial/\partial\varphi = 0$), имеем

$$H_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r}, \quad (4)$$

где A_φ – азимутальная компонента векторного потенциала \mathbf{A} . Соотношения (4) при условии аксиальной симметрии обеспечивают точное выполнение соотношения $\text{div } \mathbf{H} = 0$. В осесимметричном случае систему МГД уравнений (1) можно записать в безразмерном виде в терминах A_φ -компоненты векторного потенциала и H_φ -компоненты магнитного поля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho V_z^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_z V_r) &= j_\varphi \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \\ \frac{\partial (\rho V_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) \right] &= \frac{1}{r} \left(\rho V_\varphi^2 + P - \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{j_\varphi}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r}, \\ \frac{\partial D_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z D_\varphi)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r D_\varphi)}{\partial r} &= \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r}, \\ \frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho \varepsilon V_r)}{\partial r} &= -P \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r)}{\partial r} \right) - \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r W_r)}{\partial r} \right) + \\ &+ \nu \left\{ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right]^2 + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right)^2 + j_\varphi^2 \right\} - \left(\frac{\partial q_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r q_r)}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial (V_r H_\varphi)}{\partial r} = \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) - r \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{v}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right),$$

$$\frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} = v \left(\Delta A_\varphi - \frac{A_\varphi}{r^2} \right),$$

где $j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\Delta A_\varphi + \frac{A_\varphi}{r^2}$ – азимутальный ток, $\Delta A_\varphi = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right)$, $D_\varphi = r \rho V_\varphi$, $\varepsilon = \beta T / (\gamma - 1)$ и $P = \beta \rho T$. Уравнения (5) содержат семь независимых переменных ρ , T , V_z , V_r , V_φ , H_φ , A_φ .

Численное интегрирование уравнений (5) ведется в области переменных (z, r) , соответствующей форме канала, например, изображенного на рис.1. Уравнения, включая безразмерные параметры, и условия на границах определяют динамику потока.

На входе в канал ($z=0$) полагаем, что плазма подается с известными значениями плотности и температуры $\rho(r) = f_1(r)$, $T(r) = f_2(r)$. Если не рассматривается дополнительное уравнение электрической цепи, считаем, что ток поддерживается постоянным и поступает в систему только через электроды, т.е. $j_z = 0$ при $z=0$ или $r H_\varphi = r_0 = const$ ($r_0 = R_0 / L$). Предполагаем, что подача плазмы осуществляется вдоль определенного направления, например вдоль координатных линий.

Данные граничные условия являются традиционными для численных моделей динамики плазмы в каналах в отсутствие продольного магнитного поля. При его наличии необходимы граничные условия для V_φ и A_φ . Считаем, что во входном сечении $z=0$ плазма не вращается и азимутальная скорость равна нулю $V_\varphi = 0$. Кроме того, зададим на входе $H_z \neq 0$. Следуя [13], воспользуемся уравнением радиального равновесия

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(P + \frac{H_\varphi^2}{2} + \frac{H_z^2}{2} \right) = \frac{\rho V_\varphi^2}{r} - \frac{H_\varphi^2}{r}. \quad (6)$$

На входе в канал при условии $r H_\varphi = r_0 = const$ и $V_\varphi = 0$ из (6) получим, что

$$P + H_z^2 / 2 = const. \quad (7)$$

В случае холодной плазмы ($\beta = 0$) при $z=0$ имеем $H_z(r) = H_z^0 = const$. Интегрируя (4), найдем

$$\psi(r) = r A_\varphi = 0.5 H_z^0 r^2. \quad (8)$$

В общем случае $\beta \neq 0$ необходимы дополнительные согласования граничных условий. Соотношение (7) отвечает уравновешенному в радиальном

направлении потоку плазмы на входе. Это возможно, в частности, для двух очевидных способов подачи. Во-первых, традиционные в численных моделях условия на входе $\rho = 1$ и $T = 1$ при любом β приводят в случае радиального равновесия к $H_z(z = 0, r) = H_z^0 = \text{const}$ и соотношению (8). Во-вторых, если $\beta \ll 1$, возможна произвольная подача, в том числе в соответствии с аналитической моделью [13], где $\rho(z = 0, r) = r_0^2 / r^2$ и плотность у внутреннего электрода существенно выше, что практикуется в экспериментах.

В данной работе граничные условия на электродах $r = r_k(z)$ и $r = r_a(z)$, образующих стенки канала ускорителя, предполагают их эквипотенциальность ($E_\tau = 0$) и непроницаемость поверхности для плазмы ($V_n = 0$). При наличии продольного магнитного поля необходимо дополнительное соотношение. В плазмодинамике $H_n = 0$ является типичным и естественным условием, связывающим компоненты магнитного поля на границе плазма–проводник. Оно приводит, в частности, к сохранению магнитного потока вдоль канала. Таким образом, на электродах выполнены следующие условия:

$$E_\tau = 0, \quad V_n = 0, \quad H_n = 0. \quad (9)$$

В случае конечной проводимости при $V_n = 0$ соотношение $E_\tau = 0$, где электрическое поле определяется с помощью закона Ома $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c}(\mathbf{V} \times \mathbf{H})$,

даёт $\nu j_z + \nu r_{k,a}^I j_r + S V_\varphi H_n = 0$. Здесь $r_{k,a}^I = \frac{d r_{k,a}}{d z}$, $S = \sqrt{1 + (r_{k,a}^I)^2}$.

Равенство $H_n = 0$ на самом деле отвечает более точному соотношению $E_\varphi = 0$,

которое при $V_n = 0$ приводит к $H_n = \frac{\nu j_\varphi}{S V_z}$. Для идеально проводящей плазмы,

когда магнитная вязкость $\nu = 0$, из $E_\varphi = 0$ следует общепринятое условие $H_n = 0$. В представленных далее численных экспериментах $\nu \ll 1$ и $H_n = 0$.

В средней части канала происходит переход скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала [4], которая равна $C_s = \sqrt{C_g^2 + C_A^2}$ в отсутствии продольного магнитного поля и при наличии единственной азимутальной компоненты поля, где $C_g^2 = \gamma P / \rho$ и $C_A^2 = H^2 / 4 \pi \rho$. Соответственно, на выходе из канала ускорителя имеем сверхзвуковое течение плазмы.

Изолятор является границей между объемом плазмы и вакуумным магнитным полем, создаваемым кольцевыми проводниками с током. Это позволяет избежать моделирования обтекания плазмой отдельных проводников, что является трудоемкой и не столь актуальной задачей. В данном случае основная цель исследований связана с ответом на ряд

принципиальных вопросов и необходимостью изучения влияния магнитного поля колец с током или внешнего магнитного поля на высокоскоростные потоки плазмы.

Красный цвет, в частности на рисунках 5а, 10 и 13, соответствует току в плазме \mathbf{j} , разрядному току J_p , протекающему в том числе вдоль внутреннего электрода, а также токам в кольцевых проводниках J_k .

Черный цвет на рисунках отвечает поверхности электродов, на которых ставятся стандартные граничные условия (9). При этом условие $H_n = 0$ с учетом (4) означает, что на поверхности электродов при наличии продольного магнитного поля, в том числе внешнего электрода, который будем считать анодом, азимутальная компонента векторного потенциала постоянна $A_\varphi = const$.

Зеленым цветом на указанных рисунках, а также на рисунках 6, 8, 11 и 14 при $z > 1$, выделен изолятор, который обладает определенными свойствами и на котором граничные условия имеют следующий вид:

$$V_n = 0, \quad j_n = 0, \quad A_\varphi = A(z). \quad (10)$$

Соответственно, на изоляторе значения азимутальной компоненты векторного потенциала A_φ и функции магнитного потока $\psi = r A_\varphi$ задаются. Функция $A(z)$ вдоль изолятора определяется на основе решения задачи о вакуумном внешнем магнитном поле, создаваемом проводником с током или системой проводников. Значения функции $A(z)$ на изоляторе и на поверхности области, сопряженной с каналом ускорителя и также ограничивающей плазменный объем, будут определены в дальнейшем.

Алгоритм численного решения уравнений (5) включает отображение области на единичный квадрат в плоскости (y, z) с помощью соотношения

$$r = (1 - y) r_k(z) + y r_a(z). \quad (11)$$

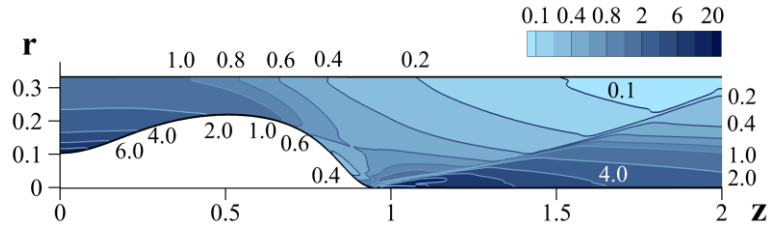
Для расчета гиперболической части МГД уравнений используется разностная схема с коррекцией потоков [50]. Магнитная вязкость и теплопроводность учитываются с помощью метода потоковой прогонки [72]. Стационарные или квазистационарные течения рассчитываются методом установления в процессе численного решения исходной нестационарной МГД задачи. Метод численного интегрирования уравнения переноса излучения изложен в [20, 21, 48].

Эффект МГД динамо в компрессионных потоках плазмы

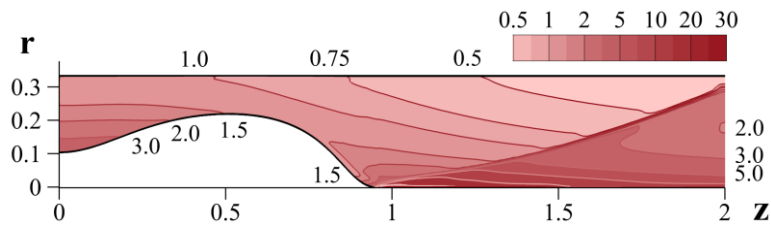
На рис. 1 представлено стационарное течение дейтерий-тритиевой (D-T) плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале ускорителя, но при отсутствии кольцевых проводников с током. Расчет проведен без учета теплопроводности для следующих параметров задачи: $J_p = 300$ кА, $n_0 = 10^{15}$ см⁻³, $T_0 = 2$ эВ, $L = 60$ см, $R_0 = 20$ см, $\sigma_0 = 386$ и $\beta = 0.009$. Для D-T плазмы масса иона равна $m_i = 2.5 \cdot m_p$. Значение продольного магнитного

поля на входе равно $H_z^0 = 0.03$. Масштаб векторов на рис. 1в, 1г определяется значениями $H_* = 0.1$ и $V_* = 1.5 \cdot V_0$, где единица скорости равна $V_0 = 1.3 \cdot 10^7$ см/с для указанных параметров, а единицей магнитного поля является единица азимутального магнитного поля.

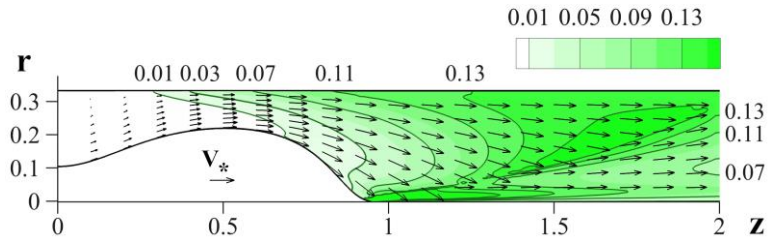
а)



б)



в)



г)

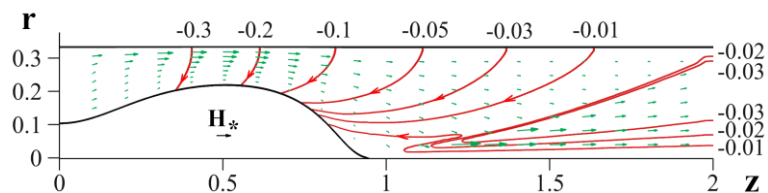


Рис. 1. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля в потоке плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале ускорителя ($H_z^0 = 0.03$). Расчет проведен без учета теплопроводности

Геометрия канала отвечает аналитическим исследованиям двумерных течений плазмы [13,14]. В аналитической модели в приближении холодной плазмы плотность на входе в канал меняется по закону $\rho(z=0, r) = r_0^2 / r^2$. Предполагая изэнтропичность поступающей плазмы ($S = c_v \ln P / \rho^\gamma = const$), имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z=0$. В расчетах считаем, что плотность и температура меняются на входе по указанным законам.

В соплообразном канале формируется трансзвуковое течение, и в наиболее узкой части канала происходит переход скорости потока через скорость

быстрой магнитозвуковой волны. На рис. 1а и 1б отчетливо видно, что на выходе из ускорителя формируется коническая ударная волна. Рис. 1в демонстрирует, что при наличии слабого продольного магнитного поля в канале наблюдается постепенно нарастающее вращение плазмы, а на конической ударной волне происходит излом линий потока. Угол наклона конической ударной волны зависит от величины продольного магнитного поля на входе и возрастает с ростом H_z^0 . Здесь и далее будем считать, что внешний электрод является анодом. Этому соответствует направление электрического тока, представленное на рис. 1г. В соответствии с этим рисунком на ударной волне также наблюдается резкое увеличение значений продольного магнитного поля. Тем самым, на ударной волне происходит генерация продольного магнитного поля, отвечающая эффекту МГД динамо во вращающихся потоках плазмы.

На рис. 2 представлены соответствующие одномерные графики зависимости МГД переменных в продольном направлении вдоль средней координатной линии при $y = 0.5$ с учетом отображения расчетной области в переменных (z, r) на плоскость координат (y, z) с помощью соотношения (11). Рис. 2 являются иллюстрацией поведения МГД переменных на конической ударной волне, где, в данном случае при $z \approx 1.7$, происходит скачкообразное изменение всех переменных, включая плотность, температуру и, соответственно, давление. Распределение азимутальной скорости на рис. 2б позволяет констатировать, что в окрестности ударной волны плазма вращается с относительно высокой скоростью, но за ударной волной скорость вращения резко уменьшается. При этом в окрестности ударного перехода азимутальный ток имеет максимальные значения (рис. 2е), и на ударном переходе наблюдаются резкое увеличение или генерация продольного магнитного поля (рис. 2д).

Резкое усиление продольного магнитного поля в окрестности зоны компрессии было также диагностировано в экспериментах [9], проведенных ранее для исследования влияния внешнего магнитного поля на компрессионные течения. До недавнего времени ответ на “вопрос о том, является ли это случайностью или закономерностью” (см. [9]), оставался открытым.

Эффект усиления и поддержания магнитного поля, называемый гидромагнитным динамо или МГД динамо (см., например, [73,74]), может возникнуть в результате движения проводящей среды при определенных условиях, включая астрофизические процессы (см., например, [75]). Известно, что данный эффект невозможен при движении однородно-проводящей жидкости вдоль плоских поверхностей. В то же время он может возникнуть в результате вращательных движений проводящей среды вдоль поверхностей другого типа, в частности цилиндрических и тороидальных. Необходимым условием работы гидромагнитного динамо является достаточно высокое значение магнитного числа Рейнольдса $Re_m \geq 10$. Все эти условия выполнены в случае компрессионного течения плазмы на выходе из КСПУ, где

формируется коническая ударная волна и во вращающемся потоке перед ударной волной присутствует слабое затравочное продольное магнитное поле.

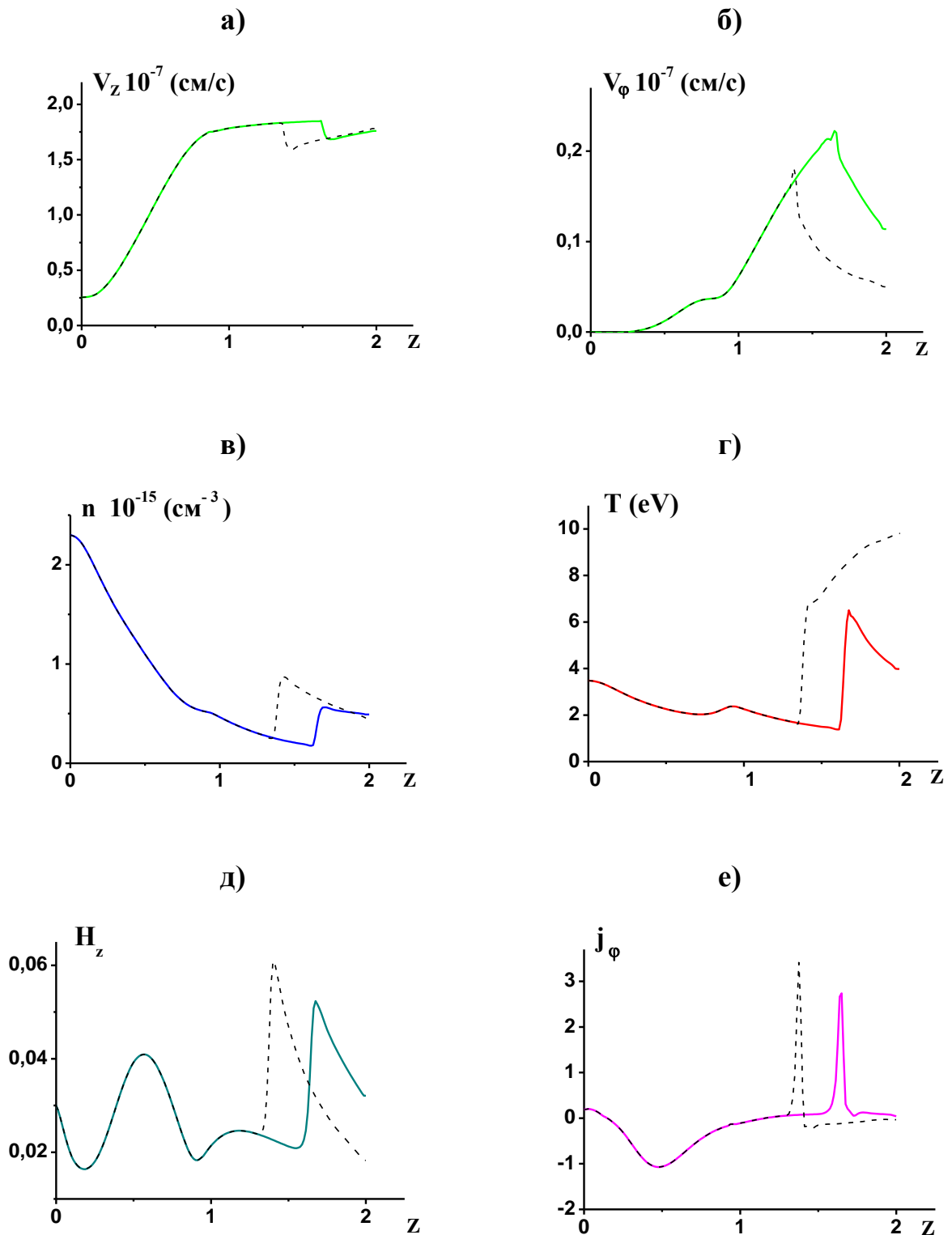


Рис. 2. Изменение МГД переменных в потоке плазмы вдоль средней координатной линии при наличии продольного магнитного поля ($H_z^0 = 0.03$). Штриховые кривые отвечают расчетам течения с учетом теплопроводности

Существует несколько теоретических подходов для объяснения различных механизмов усиления и поддержания магнитного поля. В данном случае речь идет о кинематическом динамо, когда генерация поля происходит при определенном течении плазмы. Пренебрегая магнитной вязкостью, можно считать, что магнитное поле заморожено в плазму и силовые линии поля приклеены к движущейся среде. При этом сохраняется магнитный поток через поверхность любого контура, движущегося со средой. На ударной волне в КСПУ и МПК наблюдается излом линий потока. Сопутствующая деформация контура может привести к усилению магнитного поля, что и происходит (см. рис. 1г, 2д). Имеющиеся теоретические описания природы МГД динамо, как правило, не раскрывают одну из главных причинно-следственных связей генерации магнитного поля с возникающими токами. На рис. 2е видно, что особенности поведения магнитного поля на конической ударной волне связаны, в частности, с пиком в распределении азимутального тока $j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r}$,

который достигает максимума на ударном переходе, где компоненты H_r и H_z резко меняются. В свою очередь, резкое изменение азимутальной скорости на ударной волне означает, что скорости вращения среды по обе стороны ударного перехода существенно различаются.

Выявленный эффект генерации магнитного поля на конической ударной волне в КСПУ является наглядным примером МГД динамо, способствующим изучению фундаментальных и прикладных проблем, связанных с эффектом.

Влияние теплопроводности вдоль и поперек магнитного поля

Рассмотрим влияние микроскопического потока тепла в уравнении для внутренней энергии в системе МГД уравнений (1). Основной вклад в поток тепла обусловлен электронной компонентой $\mathbf{q} \approx \mathbf{q}_e$, и сам поток обычно определяется с помощью соотношения $\mathbf{q} = -\kappa \nabla T$, где κ – коэффициент теплопроводности. Воспользуемся данными, полученными в рамках двухжидкостной МГД модели [33]. В общем случае поток тепла определяется как суммы двух слагаемых $\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_u^e + \mathbf{q}_T^e$. Часть потока тепла \mathbf{q}_u^e связана с различием в движении компонент и зависит от разности между скоростями ионной и электронной компонент $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i$. При условии квазинейтральности $n_i = n_e = n$ имеем $\mathbf{j} = en(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e)$ и $\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{j}}{en}$. Пусть

$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{H}}{H}$ – единичный вектор вдоль магнитного поля. Следуя работе [33], введем вектора параллельные и ортогональные вектору \mathbf{h} :

$$\mathbf{u}_{//} = \mathbf{h}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{h}), \quad \mathbf{u}_{\perp} = \mathbf{h} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{h}).$$

Из общего соотношения $\mathbf{q}_u^e = \beta_{//}^u \mathbf{u}_{//} + \beta_{\perp}^u \mathbf{u}_{\perp} + \beta_{\Lambda}^u [\vec{h} \mathbf{u}]$ следует, что при больших значениях $\omega_e \tau_e$ данный поток равен $\mathbf{q}_u \approx 0.7 n_e k_B T_e \mathbf{u}_{//}$. В рассматриваемой одножидкостной модели вкладом \mathbf{q}_u^e в общий поток тепла пренебрежем.

Основной вклад в поток тепла обусловлен градиентом температуры

$$\mathbf{q}_T^e = -\kappa_{//}^e \nabla_{//} (k_B T_e) - \kappa_{\perp}^e \nabla_{\perp} (k_B T_e) + \dots$$

Электронной теплопроводности поперек магнитного поля отвечает формула

$$\kappa_{\perp}^e = \frac{1}{m_e} k_B n_e T_e \tau_{ei} \gamma_{\perp}(\chi) \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right], \quad (12)$$

где $\gamma_{\perp}(\chi) = \frac{11.92 + 4.664 \chi^2}{3.77 + 14.79 \chi^2 + \chi^4}$ – функция, учитывающая влияние замагниченности электронной компоненты плазмы и зависимость от параметра Холла или параметра замагниченности $\chi = \omega_e \tau_{ei}$. Здесь $\omega_e = \frac{e H}{m_e c}$ и

$\tau_{ie} = \tau_e = \frac{3 \sqrt{m_e} (k_B T_e)^{3/2}}{4 \sqrt{2 \pi} \Lambda e^4 Z_i^2 n_i}$ – характерное время столкновения электронов с

ионами. Теплопроводность вдоль магнитного поля определяется соотношением

$$\kappa_{//}^e = \frac{1}{m_e} k_B n_e T_e \tau_{ei} \gamma_{//} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right], \quad (13)$$

которое содержит параметр $\gamma_{//} = 3.1616$.

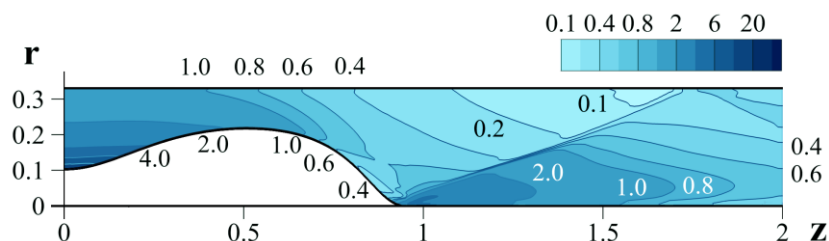
В результате расчетов с учетом теплопроводности поперек (12) и вдоль (13) магнитного поля установлено, что потоки тепла вдоль поля оказывают существенное влияние на динамику плазмы в канале КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля.

На рис. 3 представлено установившееся течение D-T плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале ускорителя при отсутствии кольцевых проводников с током, но с учетом теплопроводности. Расчет проведен для тех же параметров задачи: $J_p = 300$ кА, $n_o = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 2$ эВ, $L = 60$ см, $R_o = 20$ см, $\sigma_o = 386$ и $\beta = 0.009$. Значение продольного магнитного поля на входе равно $H_z^o = 0.03$. Масштаб векторов на рис. 1в, 1г определяется теми же значениями $H_* = 0.1$ и $V_* = 1.5 \cdot V_o$.

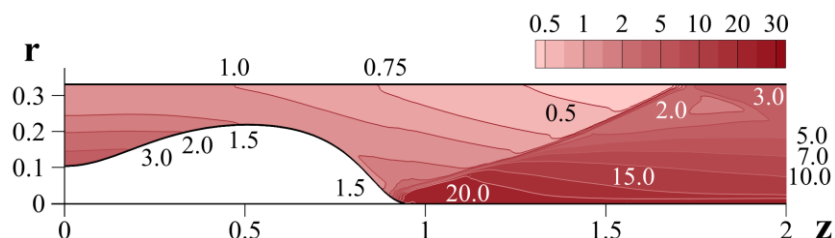
Сравнивая распределения МГД переменных, представленных на рис. 1 и 3, видно, что в случае учета теплопроводности существенно меняется наклон образующей конической ударной волны, а также значительно расширяется область высоких температур в окрестности зоны компрессии. При этом

сохраняются особенности течения, отвечающего рис. 1 без учета теплопроводности. По-прежнему наблюдается постепенно нарастающее вращение плазмы при наличии слабого продольного магнитного поля, а на конической ударной волне происходит излом линий потока. На ударной волне также наблюдаются резкое увеличение значений продольного магнитного поля и его генерация в компрессионном потоке плазмы.

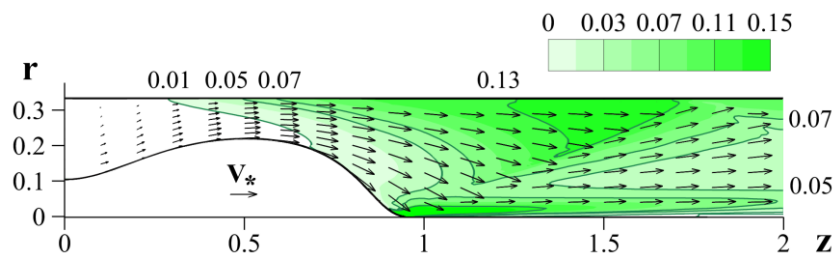
а)



б)



в)



г)

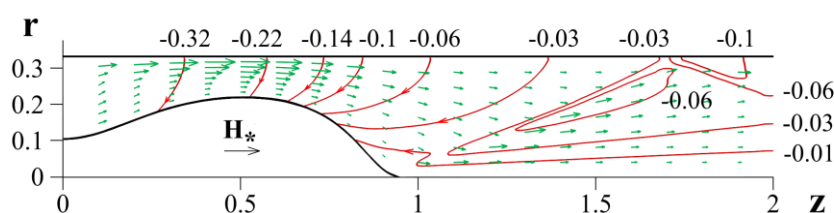


Рис. 3. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля в потоке при наличии продольного магнитного поля

($H_z^0 = 0.03$). Расчет проведен с учетом теплопроводности

Для сравнения на рис. 2 пунктиром представлены соответствующие одномерные графики зависимости МГД переменных в продольном направлении вдоль средней координатной линии при $y = 0.5$. Для данной координатной линии скачкообразное изменение всех переменных, включая плотность, температуру и, соответственно, давление, происходит уже при $z \approx 1.4$ вместо $z \approx 1.7$. По-прежнему в окрестности ударной волны азимутальный ток имеет максимальные значения (рис. 2е) и на ударном

переходе наблюдаются резкое увеличение или генерация продольного магнитного поля (рис. 2д). Однако при условии учета конечной проводимости наблюдается существенное изменение за ударной волной в распределении температуры, представленное пунктиром на рис. 2г. Соответствующее изменение составляющей теплопроводности в направлении магнитного поля $\kappa_{//}^e$ представлено на рис. 4а вдоль средней координатной линии. Пунктирная кривая на данном рисунке соответствует величине $\omega_e \tau_e$. Для рассматриваемого течения значения коэффициента теплопроводности поперек магнитного поля значительно меньше и $\kappa_{\perp}^e \sim 10^{-6}$. Поэтому именно теплопроводность вдоль магнитного поля оказывает заметное влияние на динамику плазмы в канале КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля.

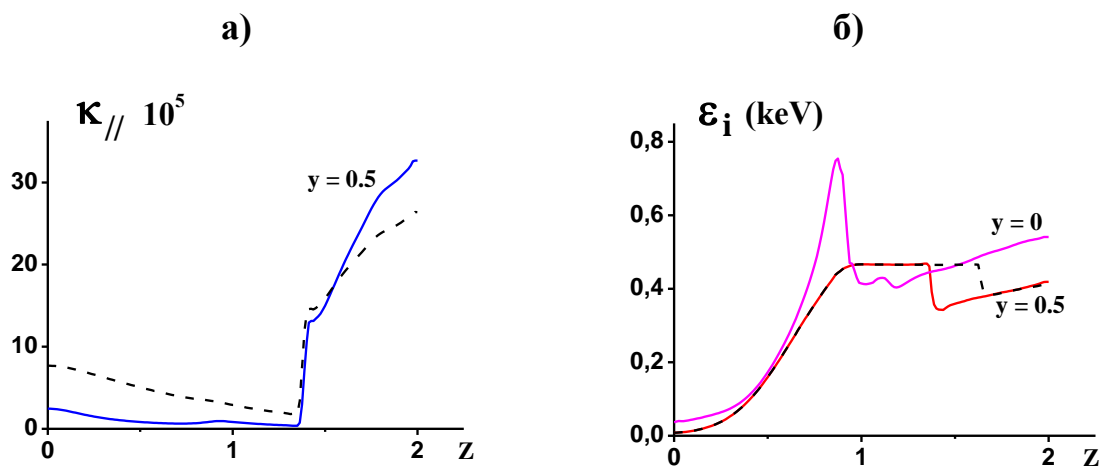


Рис. 4. Изменение в потоке плазмы при наличии продольного магнитного поля
а) значения составляющей теплопроводности в направлении магнитного поля вдоль координатной линии $y = 0.5$, штриховая кривая отвечает значениям $\omega_e \tau_e$;
б) энергии ионов вдоль канала ускорителя при $y = 0.5$ и $y = 0$, штриховая кривая отвечает расчетам без учета теплопроводности при $y = 0.5$

Одной из важных характеристик плазменных ускорителей является энергия ионов $\epsilon_i = m_i V_i^2 / 2$ на выходе. На рис. 4б изображены соответствующие одномерные графики зависимости энергии ионов ϵ_i вдоль средней координатной линии для $y = 0.5$, а также вдоль линии $y = 0$, которые определяются соотношением (11). Ускорение плазмы происходит в пределах соплообразной части канала при $0 < z \leq 1$. После этого при $z > 1$ плазма не ускоряется. Особенности распределения при $y = 0$ и $z \approx 1$ связаны с резким уменьшением скорости и энергии ионов в области компрессии, расположенной за внутренним электродом. Следует также отметить, что наблюдается определенная зависимость ускорения различных слоев плазмы в зависимости от их удаления от оси системы. Скачкообразное изменение переменных при

$z \approx 1.4$ вызвано переходом через коническую ударную волну. Пунктирная кривая на рис. 4б отвечает расчетам при $y = 0.5$ без учета теплопроводности.

Таким образом, установлено, что теплопроводность вдоль магнитного поля существенно влияет на динамику плазмы в канале КСПУ при наличии продольного магнитного поля.

Взаимодействие потока с магнитным полем одного кольца и соленоида

На рис. 5а схематично изображена геометрия области для численного исследования задачи с одним кольцевым проводником с током. Проводник с током расположен вне расчетной области, что позволяет избежать моделирования обтекания плазмой отдельных проводников. Красным цветом изображены токи в плазме \mathbf{j} , разрядный ток J_p , протекающий, в том числе вдоль внутреннего электрода, а также ток в кольцевом проводнике J_k . Черный цвет отвечает поверхности электродов, а зеленый – поверхности изолятора.

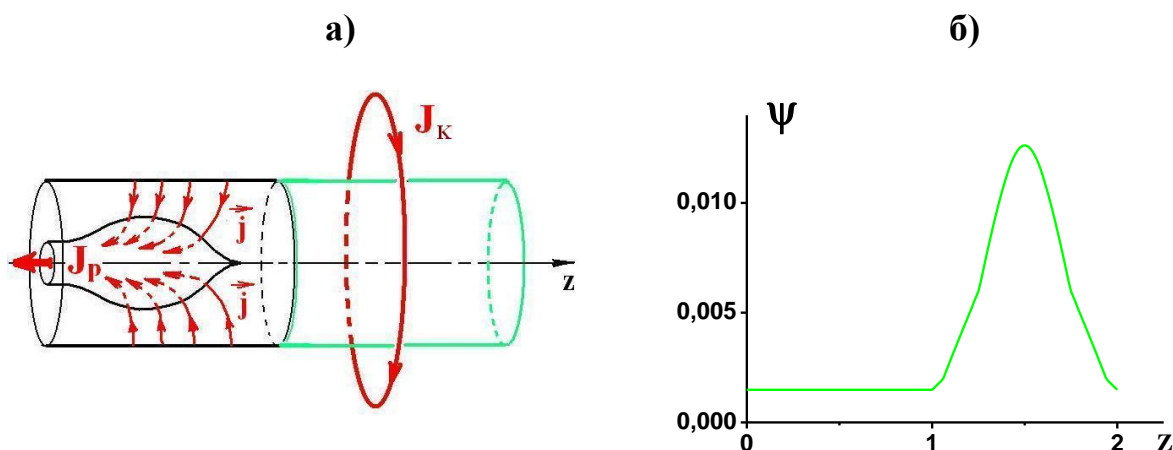


Рис. 5. а) Схематическое изображение одного кольцевого проводника с током, плазменного ускорителя и геометрии области, ограничивающей плазму;

б) распределение функции $\psi = r A_\varphi$ вдоль изолятора для $J_k / J_p = 0.1$

Чтобы определить значения функции $A_\varphi = A(z)$ на изоляторе, в данном случае цилиндрической поверхности, сопряженной с каналом ускорителя и также ограничивающей плазменный объем, следует обратиться к соотношениям, определяющим вакуумное магнитное поле, создаваемое кольцевыми проводниками (см, например, [28], стр. 164).

Для одного кольцевого проводника с током J_k в безразмерных переменных азимутальная компонента векторного потенциала равна

$$A_\varphi^k = 2 \frac{J_k}{J_p} \frac{R_k}{F} \sqrt{\frac{R_k}{r}} \left[\left(1 - \frac{1}{2} F^2 \right) G - U \right], \quad (14)$$

где G и U – полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода:

$$G = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-F^2 \sin^2 \theta}}, \quad U = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-F^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad F^2 = \frac{4rR_k}{(R_k+r)^2 + (z-z_k)^2},$$

R_k – радиус кольца с током, z_k – положение кольца с током в цилиндрической системе координат, для которой $z=0$ отвечает входу в канал плазменного ускорителя. В силу принципа суперпозиции полей, который справедлив также для магнитного поля, в случае нескольких проводников с индексом $k=1, \dots, K$ суммарное значение азимутальной компоненты векторного потенциала равно

$$A_\varphi = \sum_{k=1}^K A_\varphi^k. \quad (15)$$

Соотношение (14) для одного кольца или соответствующая сумма (15) для нескольких колец позволяют определить значение функции $A(z)$ на изоляторе и границе расчетной области, ограничивающей плазменный объем.

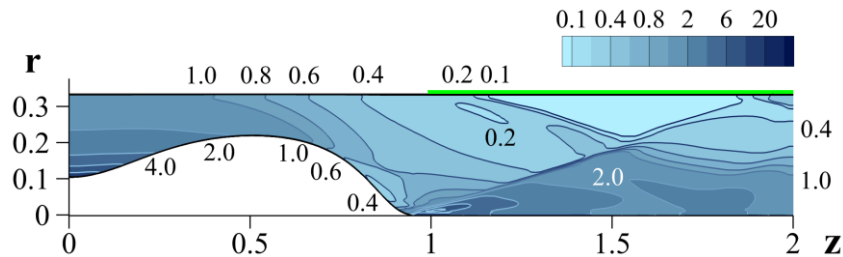
На рис. 5б представлено распределение функции магнитного потока $\psi = r A_\varphi$, отвечающей азимутальной компоненте векторного потенциала, вдоль изолятора при $y=1$ для одного кольцевого проводника с током $J_k = 0.1 \cdot J_p$. В данном случае кольцо с током расположено в плоскости $z = z_k = 1.5$ и его радиус равен $R_k = 1.5 \cdot r_o$, где $r_o = R_o / L = 0.33$.

Рис. 6 иллюстрирует динамику установившегося потока плазмы из КСПУ, взаимодействующего с магнитным полем одного кольцевого проводника с указанным выше током. Изолятор, на котором заданы значения A_φ и $\psi = r A_\varphi$, дополнительно отмечен зеленым цветом на внешней границе расчетной области при $1 < z < 2$ для всех представленных распределений МГД величин. Расчет течения проведен при наличии дополнительного продольного поля в канале ускорителя и прежних параметрах задачи: $H_z^o = 0.03$, $n_o = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$, $R_o = 20 \text{ см}$, которые в рассматриваемом случае D-T плазмы приводят к тем же значениям $\sigma_o = 386$ и $\beta = 0.009$. При условии неравномерной подачи на входе в канал ускорителя имеем $\rho(z=0, r) = r_o^2 / r^2$, $T = \rho^{\gamma-1}$. Масштаб векторов на рис. 6в и 6г определяется прежними значениями $H_* = 0.1$ и $V_* = 1.5 \cdot V_o$, где единица скорости равна $V_o = 1.3 \cdot 10^7 \text{ см} / \text{с}$. Следует напомнить, что в качестве единицы магнитного поля выступает характерное значение его азимутальной компоненты, определяемое разрядным током в ускорителе $H_o = 2 J_p / c R_o$.

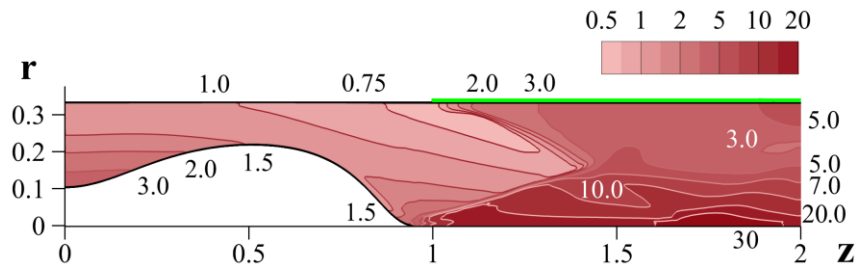
На рис. 6г видно, что магнитное поле, создаваемое кольцевым проводником с током, проникает в поток плазмы. Однако оно не проникает на всю глубину объема плазмы для использованных реальных значений магнитной вязкости. Не наблюдается ожидавшегося ярко выраженного ударного перехода, который мог бы сформироваться под действием магнитной преграды, создаваемой кольцом с током. Влияние магнитного поля кольцевого

проводника для исследуемых высокоскоростных потоков плазмы наблюдается лишь во внешней области, периферийной по отношению к большей части основного потока для заданного значения тока в кольце. В окрестности внешней границы при значениях $1.25 < z < 1.75$ сильное магнитное поле выталкивает плазму в силу ее диамагнетизма, что приводит к значительному разрежению. На рис. 6а этому отвечает светлая область. Здесь же наблюдается вращение в противоположном направлении так, что отдельные области в потоке вращаются в разные стороны согласно рис. 6в, на котором белый фон отвечает нулевым значениям азимутальной скорости вращения. Обтекание области сильного магнитного поля меняет прежнюю структуру течения, связанную с конической ударной волной, которая в результате деформируется.

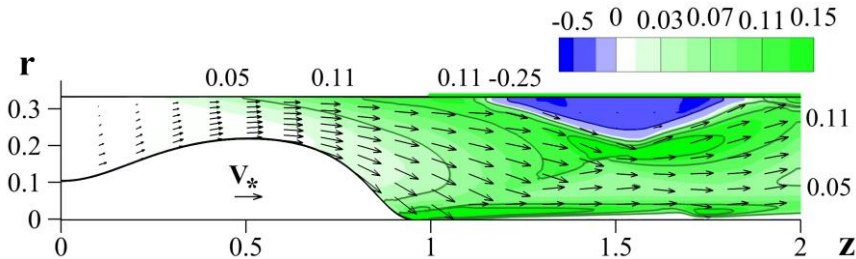
а)



б)



в)



г)

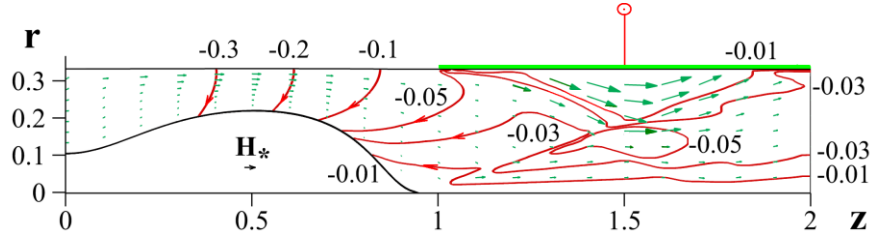


Рис. 6. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля при взаимодействии потока с магнитным полем одного проводника с током $J_K = 0.1 \cdot J_P$

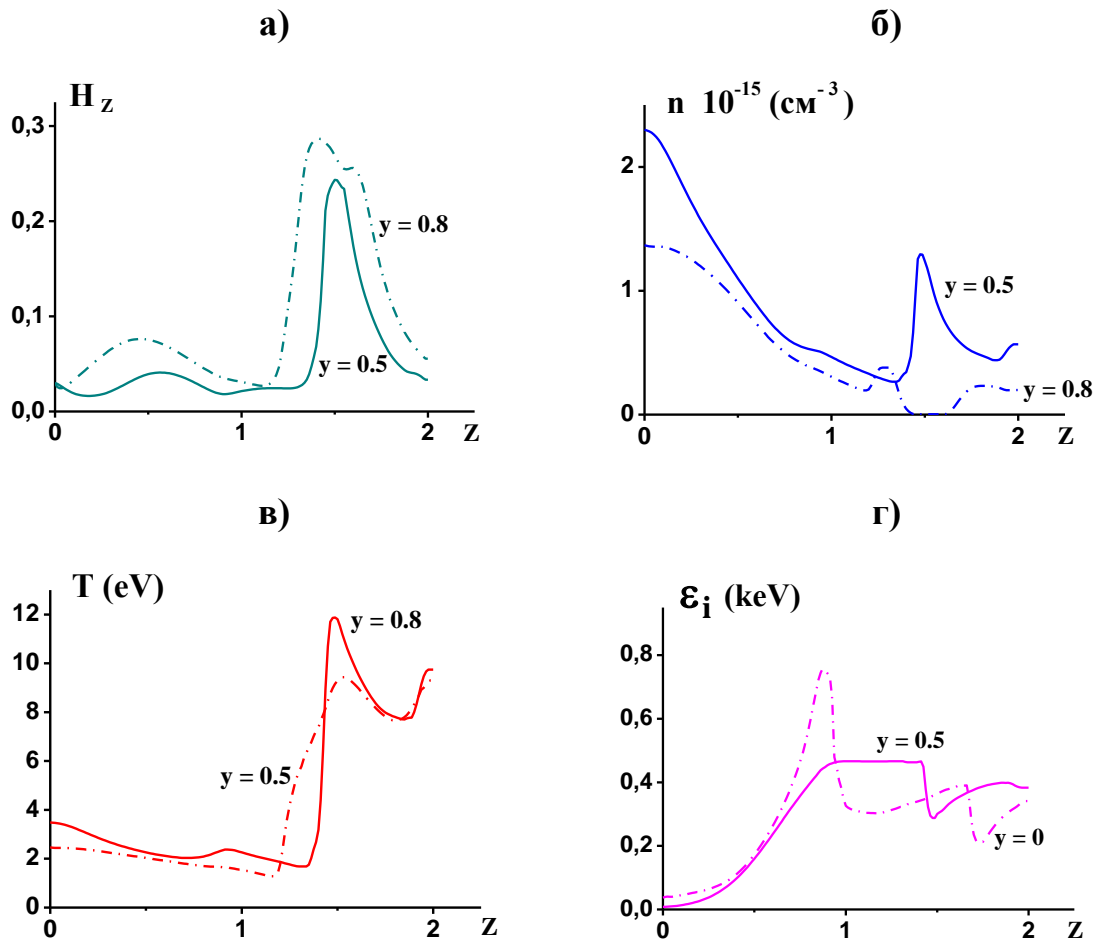
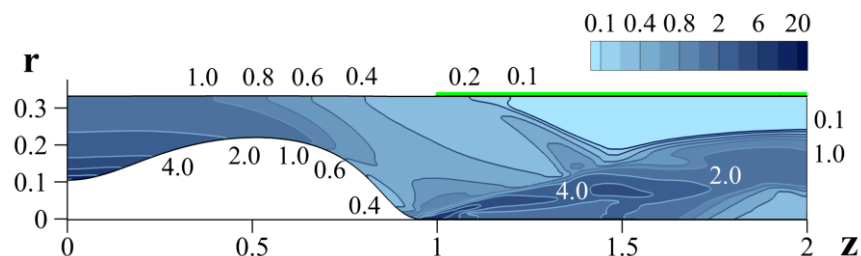


Рис. 7. Значения МГД переменных вдоль различных координатных линий при наличии одного кольцевого проводника с током $J_K = 0.1 \cdot J_P$

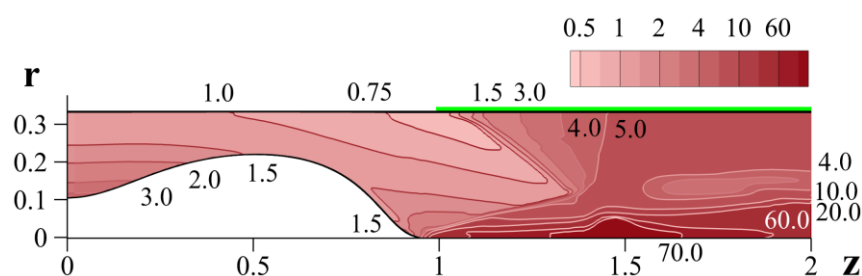
На рис. 7 для рассматриваемого варианта с одним кольцевым проводником с током $J_K / J_P = 0.1$ представлены соответствующие одномерные графики зависимости ряда МГД переменных вдоль двух различных координатных линий. Рис. 7а, отвечающий продольному магнитному полю H_z для значений $y = 0.8$ и $y = 0.5$, дополнительно иллюстрирует сужение области проникновения магнитного поля кольцевого проводника в поток плазмы по мере удаления от внешней границы, где продольное магнитное поле имеет максимальные значения. Сплошная кривая на рис. 7б соответствует распределению плотности при $y = 0.5$ и характеризует ударный переход при $z \approx 1.5$ на конической ударной волне. В то же время штрихпунктирная кривая для $y = 0.8$ указывает на то, что формируется лишь слабо выраженное увеличение концентрации перед областью сильного магнитного поля, создаваемого кольцом с током. Рис. 7в и 7г показывают, как меняется распределение температуры и энергии ионов при условии обтекания плазмой области сильного магнитного поля, создаваемого кольцевым проводником. Сравнение в распределении энергии ионов на рис. 7г и 4б для значений $y = 0$ и

$z > 1.5$ говорит о том, что обтекание области сильного поля приводит к частичной трансформации и преобразованию кинетической энергии в тепловую или внутреннюю энергию плазмы в окрестности оси системы. Следствием этой трансформации является локальный максимум в распределении температуры, наблюдаемый на рис. 8б для значений $z \sim 1.8$ в окрестности оси.

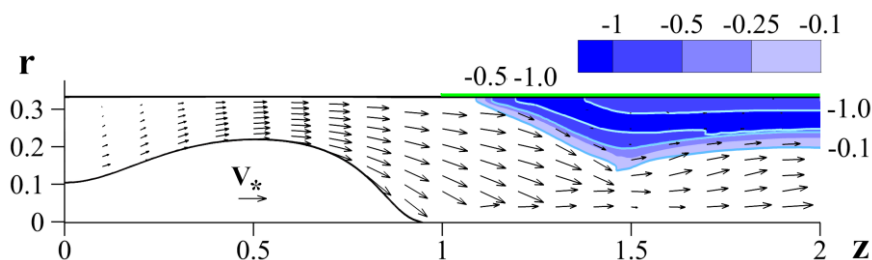
а)



б)



в)



г)

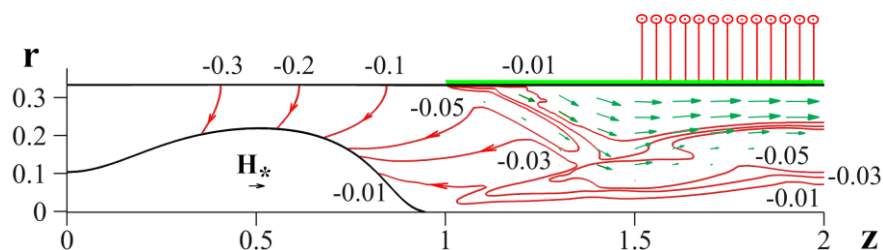


Рис. 8. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля при взаимодействии потока с магнитным полем кольцевых проводников, образующих соленоид

Близко расположенные проводники с током образуют соленоид. Инжекция потока из КСПУ в такую систему и взаимодействие плазмы с магнитным полем соленоида представлены на рис. 8 и 9. На изоляторе для $y = 1$ заданы значения функции $\psi = r A_\varphi$, представленной на рис. 9а. Эти значения соответствуют кольцевому току $J_\kappa = 0.2 \cdot J_p$ при $1 < z < 1.5$. Фиксированное значение

функции ψ при $1.5 < z < 2$ отвечает магнитному полю соленоида, по крайней мере на внешней границе расчетной области. В данном случае взаимодействие потока с магнитным полем соленоида рассматривается в отсутствие продольного магнитного поля в канале ускорителя при $H_z^0 = 0$ и прежних остальных параметрах расчета, указанных выше.

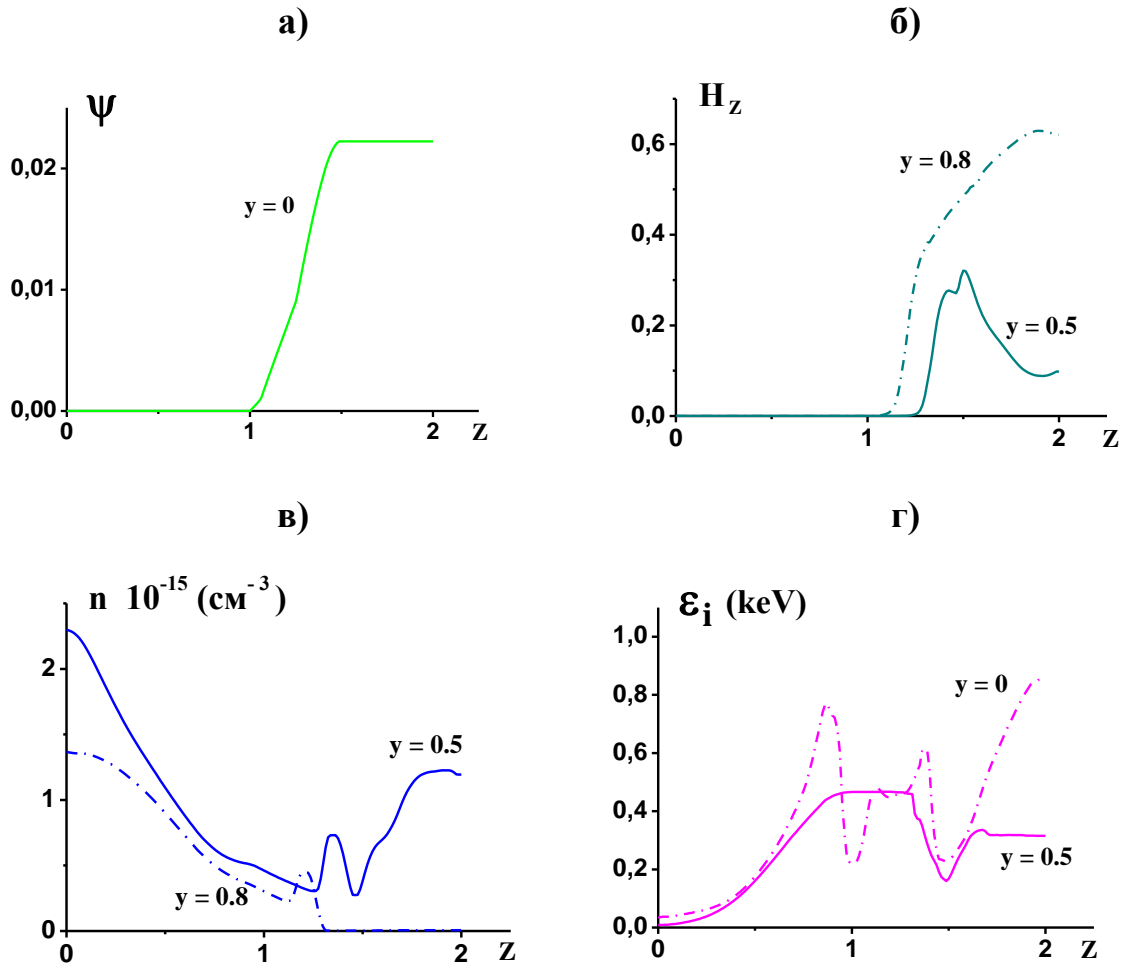


Рис. 9. Значения МГД переменных вдоль различных координатных линий при наличии кольцевых проводников, образующих соленоид

Сравнивая рис. 8г и бг, а также рис. 9б и 7а, мы видим, что более сильное магнитное поле проводников с током проникает в плазму на большую глубину, поскольку кольцевые токи в данном варианте больше, чем в предыдущем расчете. Масштаб векторов на рис. 8в и 8г определяется значениями $H_* = 0.3$ и $V_* = 1.5 \cdot V_0$. Плазма опять же выталкивается из области сильного магнитного поля в окрестности внешней границы теперь уже на всем протяжении соленоида при $1.25 < z < 2$, образуя здесь более глубокую и протяженную область разрежения, представленную на рис. 8а. В этой области разреженной плазмы происходит вращение в соответствии с рис. 8в, на котором белый фон по-прежнему отвечает нулевым значениям азимутальной скорости вращения. В

данном случае вращение локализовано, т.к. в основном потоке плазмы отсутствует продольное магнитное поле, которое также привело бы к вращению. Сравнение рис. 8б и 6б показывает, что в рассматриваемом варианте течения температура существенно больше в окрестности оси при значениях $z \sim 1.5$, поскольку плазме приходится обтекать более обширную область более сильного магнитного поля. Рассматриваемое обтекание более обширной области сильного магнитного поля приводит к более глубокой деформации прежней структуры течения, связанной с конической ударной волной.

Это подтверждают одномерные графики зависимости МГД переменных вдоль координатных линий, в частности изменение концентрации для значений $y = 0.8$ и $y = 0.5$, представленное на рис. 9в. Видно, что наблюдается относительно небольшое увеличение плотности перед областью сильного магнитного поля, создаваемого кольцевыми проводниками с током. Сравнение рис. 7г и 9г показывает, как меняется распределение энергии ионов при условии обтекания плазмой более обширной области более сильного магнитного поля, создаваемого кольцевыми проводниками с большим током и образующими в рассматриваемом случае соленоид. При этом происходит более значительная трансформация кинетической энергии в тепловую или внутреннюю энергию плазмы в окрестности оси системы при значениях $z \sim 1.5$. Здесь наблюдается локальный минимум в распределении энергии ионов согласно рис. 9г и одновременно в соответствии с рис. 8б существенно возрастают значения температуры по сравнению с их значениями на рис. 6б. Таким образом, выявлены основные закономерности, возникающие в процессе взаимодействия инжектируемой достаточно плотной высокоскоростной плазмы, генерируемой КСПУ, с магнитным полем одного кольцевого проводника с током и системой колец, образующих соленоид. Проведенные численные эксперименты показывают, что небольшие по величине токи в кольцевых проводниках создают магнитное поле, которое не оказывает значительного влияния на высокоскоростные потоки плазмы. При этом магнитное поле кольцевых проводников изолирует плазму от катушек с током, создавая своего рода канал для транспортировки плазмы.

Инжекция плазмы в многопробочную ловушку

Основные направления исследований по программе управляемого термоядерного синтеза связаны с токамаками, стеллараторами и инерционным термоядерным синтезом на основе лазеров. Однако все более широкое распространение получают альтернативные мало затратные схемы удержания плазмы. К ним относятся многопробочные ловушки.

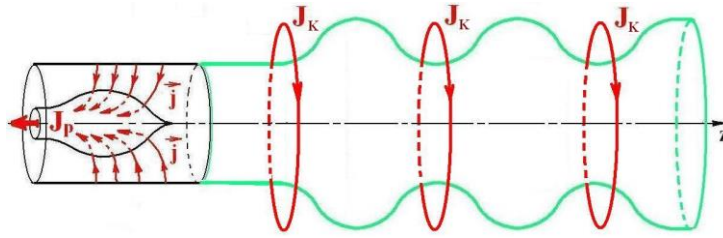


Рис. 10. Схематическое изображение плазменного ускорителя и кольцевых проводников с током в многопробочной ловушке с гофрированной поверхностью изолятора

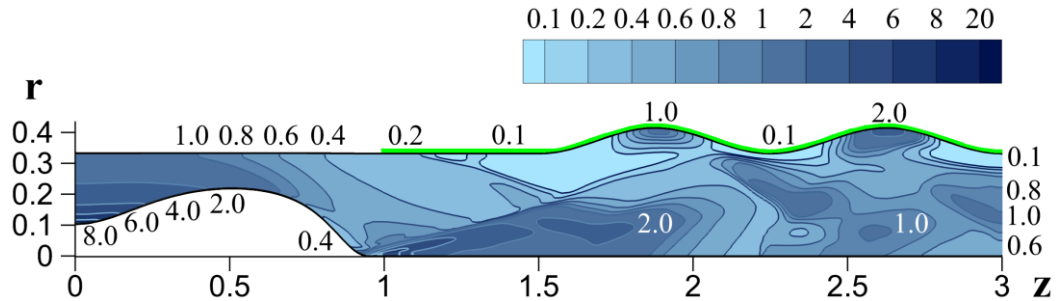
Многопробочная ловушка представляет собой ряд из простейших ловушек Будкера-Поста, каждая из которых состоит из двух катушек с токами одного направления. При этом области с сильным магнитным полем в окрестности катушек являются магнитными «пробками» или зеркалами. В классическом представлении данные ловушки предназначены для удержания разреженной бесстолкновительной плазмы, в которой частицы быстро осциллируют между пробками и медленно дрейфуют в азимутальном направлении, формируя дрейфовую поверхность. В данной работе впервые в рамках МГД модели исследован процесс заполнения многопробочной ловушки достаточно плотной плазмой из КСПУ.

На рис. 10 схематично изображен плазменный ускоритель, присоединенный к многопробочной ловушке, состоящей из нескольких катушек с током одного направления. Катушки или кольцевые проводники расположены на определенном удалении друг от друга, образуя чередующиеся области с сильным и слабым магнитным полем. Катушки находятся вне расчетной области, ограничивающей плазменный объем. Соответствующая граница выделена зеленым цветом на рис. 10 и является в данном случае гофрированной поверхностью изолятора. Данную поверхность можно выбрать так, чтобы линии магнитного поля, создаваемого катушкам, были бы касательными к поверхности при условии, что ток в проводниках задан и известно расположение катушек. Это означает, что функция магнитного потока $\psi = r A_\varphi = const$ сохраняется вдоль гофрированной поверхности изолятора. Соответственно, такая гофрированная поверхность является своего рода имитацией одной из магнитных поверхностей в многопробочной ловушке.

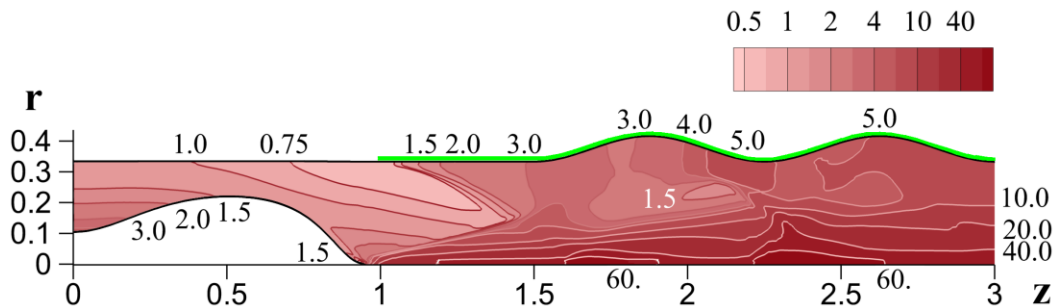
На рис. 11г представлены три кольцевых проводника, расположенные вне расчетной области. Эти проводники находятся на одинаковом расстоянии $\Delta z = 0.75$ начиная с первого кольцевого проводника в сечении $z = z_k = 1.5$. Радиус кольцевых проводников одинаковый и равен $R_k = 1.5 \cdot r_o$, где $r_o = R_o / L = 0.33$. Изолятор, ограничивающий расчетную область, для всех распределений МГД переменных, представленных на рис. 11, дополнительно отмечен зеленым цветом на внешней границе при значениях $1 < z < 3$. Токи в кольцевых проводниках равны $J_k = 0.1 \cdot J_p$. Функция $\psi = r A_\varphi$, заданная в

расчетах на изоляторе при значениях $z > 1$ и представленная рис. 12а, аппроксимирует реальные значения $r A_\varphi$, определенные на изоляторе с помощью соотношений (14) и (15) для пяти кольцевых проводников, два из которых расположены вне расчетной области.

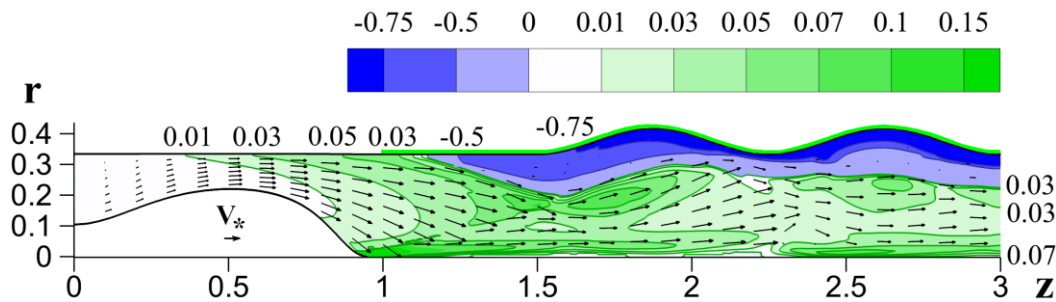
а)



б)



в)



г)

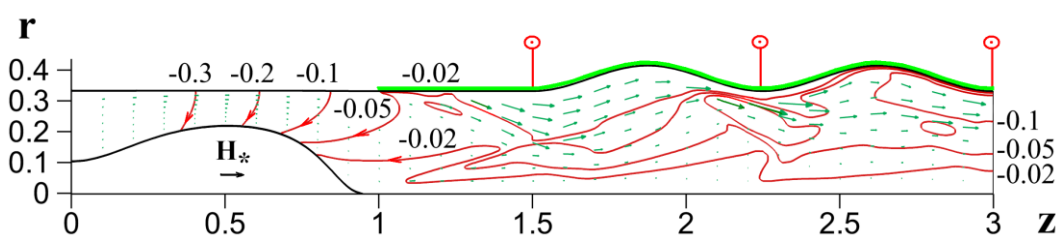


Рис. 11. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля при взаимодействии потока плазмы из КСПУ с магнитным полем многопробочной ловушки с гофрированной поверхностью изолятора

Рис. 11 демонстрирует квазистационарное течение плазмы, генерируемой КСПУ и взаимодействующей с магнитным полем многопробочной ловушки. Расчет течения проведен при наличии дополнительного продольного поля в

канале ускорителя $H_z^0 = 0.02$ и прежних остальных параметрах задачи: $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$, $R_0 = 20 \text{ см}$, которые в рассматриваемом случае D-T плазмы приводят к тем же значениям $\sigma_0 = 386$ и $\beta = 0.009$. При условии неравномерной подачи на входе в канал ускорителя по-прежнему имеем $\rho(z=0, r) = r_0^2 / r^2$ и $T = \rho^{\gamma-1}$. Масштаб векторов на рис. 11в и 11г определяется значениями $H_* = 0.3$ и $V_* = V_0$.

Наличие криволинейной внешней границы, отвечающей гофрированной поверхности изолятора, приводит к определенным особенностям в распределении МГД переменных. В соответствии с рис. 11г магнитное поле, создаваемое кольцевыми проводниками, проникает вглубь объема плазмы по всей длине изолятора, но глубина проникновения разная, и она больше в окрестности сечений, где находятся кольцевые проводники или катушки с током. Наряду с областями разрежения, в окрестности изолятора наблюдаются области с относительно плотной практически покоящейся плазмой, представленные на рис. 11а. Относительное уплотнение происходит в лакунах, или областях, расположенных в окрестности изолятора между кольцевыми проводниками и в наибольшей степени удаленных от оси системы. Различные области в потоке вращаются в разные стороны согласно рис. 11в. Вращение плазмы в окрестности изолятора и области сильного магнитного поля, где разреженная плазма практически покоится, происходит в одном направлении, а в основном потоке плазма вращается в противоположном направлении. В распределении температуры на рис. 11б наблюдаются локальные максимумы в окрестности оси системы. Здесь относительно высокие значения температуры являются следствием трансформации кинетической энергии в тепловую составляющую в процессе обтекания областей с сильным магнитным полем в сечениях, отвечающих кольцевым проводникам. Перераспределение энергии приводит даже к частичной остановке потока в окрестности оси там, где наблюдается второй локальный максимум температуры при $z \sim 2.3$.

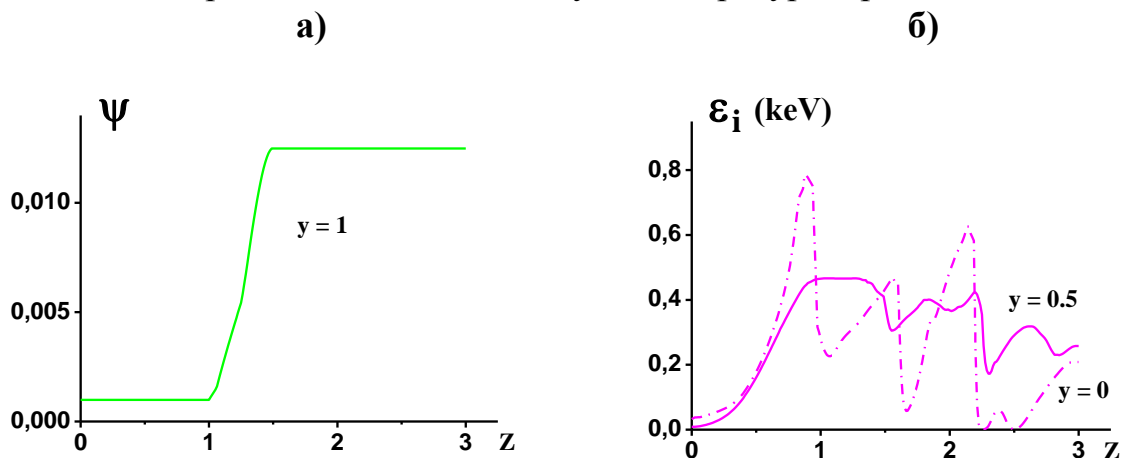


Рис. 12. а) Значения функции $\psi = r A_\varphi$, заданной на изоляторе; б) изменение энергии ионов вдоль координатных линий в многопробочной ловушке с гофрированной поверхностью

Одномерные графики изменения энергии ионов вдоль координатных линий $y=0.5$ и $y=0$ представлены на рис. 12б для рассматриваемой многопробочной ловушки с гофрированной поверхностью изолятора. Согласно графику для координатной линии $y=0$ энергия ионов имеет практически нулевые значения в диапазоне $2.2 < z < 2.5$, т.е. плазма, по сути, перестает двигаться в приосевой области, отвечающей локально высоким значениям температуры.

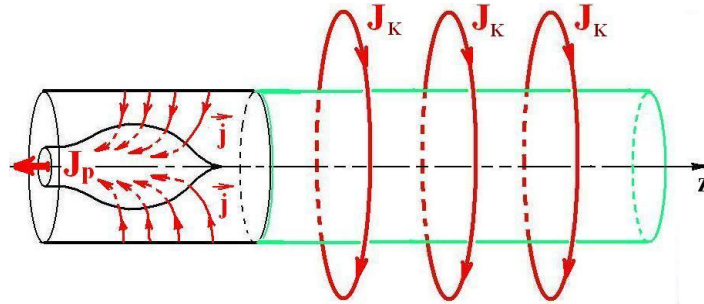


Рис. 13. Схематическое изображение плазменного ускорителя и системы кольцевых проводников с током в многопробочной ловушке с цилиндрической поверхностью изолятора

Рисунки 13, 14 и 15 иллюстрируют инъекцию плазмы в многопробочную ловушку с цилиндрической поверхностью изолятора. На рис. 13 схематично изображена расчетная область, отвечающая каналу плазменного ускорителя, сопряженному с многопробочной ловушкой. Катушки или кольцевые проводники по-прежнему расположены на одинаковом расстоянии друг от друга и находятся вне расчетной области, ограничивающей плазменный объем. Цилиндрическая граница, отвечающая изолятору, выделена зеленым цветом. В данном случае значения функции $\psi = r A_\phi$ меняются вдоль изолятора.

На рис. 14г отмечены три кольцевых проводника, расположенных на прежнем одинаковом расстоянии $\Delta z = 0.75$ начиная от первой катушки в плоскости $z = z_k = 1.5$. Радиус кольцевых проводников также равен $R_k = 1.5 \cdot r_o$. Изолятор на рис. 14 дополнительно выделен зеленым цветом на внешней границе для значений $1 < z < 3$. Токи в кольцевых проводниках, как и в предыдущем варианте, равны $J_k = 0.1 \cdot J_p$. Функция $\psi = r A_\phi$, заданная в расчетах на цилиндрической поверхности изолятора, представлена на рис. 15а и определена с помощью соотношений (14) и (15) для пяти кольцевых проводников, два из которых расположены вне расчетной области.

Рис. 14 демонстрирует двумерные распределения МГД переменных в квазистационарном потоке плазмы в канале КСПУ и многопробочной ловушке. Расчет проведен при условии неравномерной подачи плазмы на входе в канал, при тех же значениях дополнительного продольного поля в ускорителе $H_z^0 = 0.02$ и прежних параметрах задачи: $n_o = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 2 \text{ эВ}$,

$J_p = 300$ кА, $L = 60$ см, $R_o = 20$ см. Масштаб векторов на рис. 11в и 11г определяется значениями $H_* = 0.3$ и $V_* = V_o$.

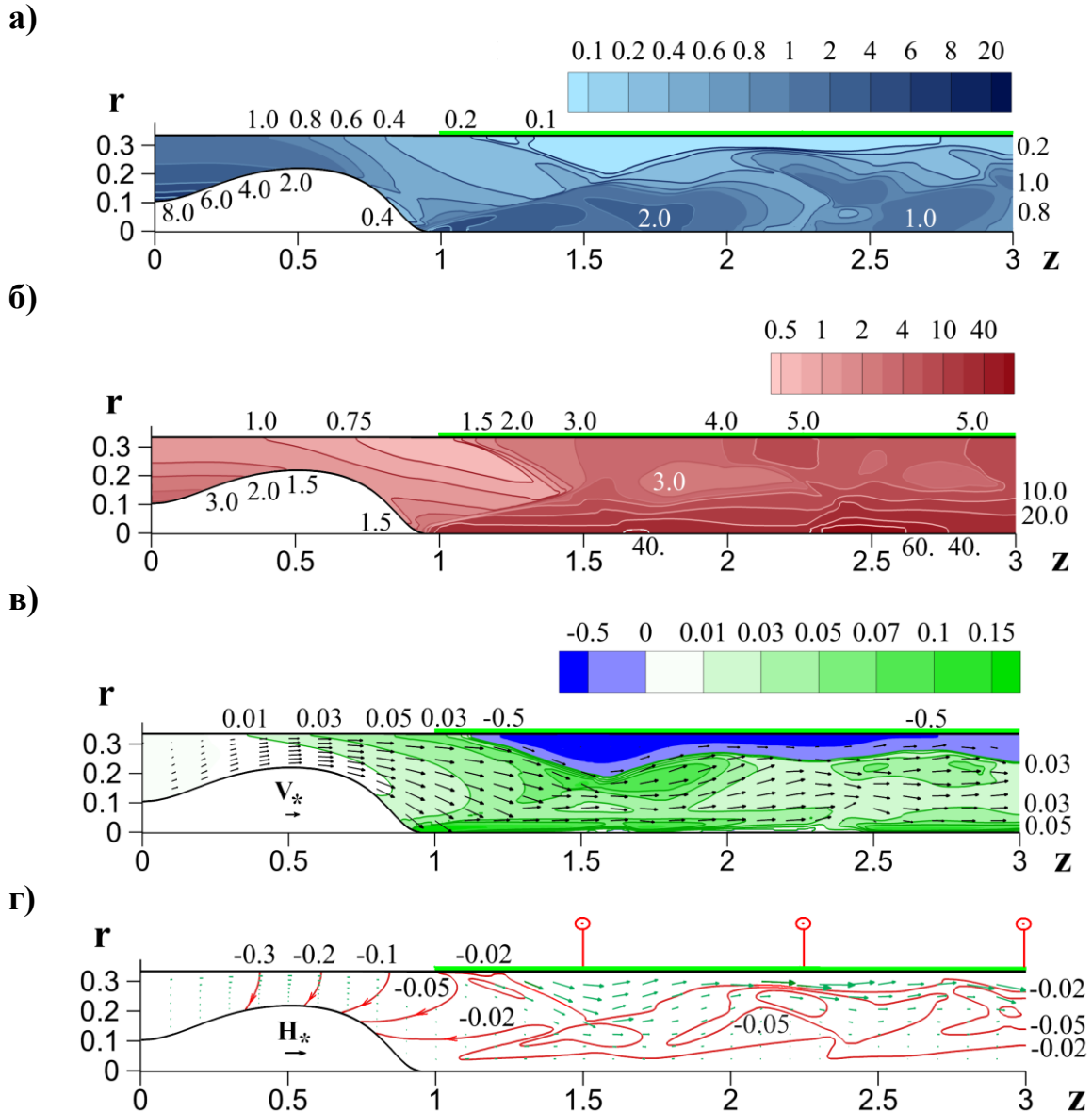


Рис. 14. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля при взаимодействии потока плазмы из КСПУ с магнитным полем системы кольцевых проводников в многопробочной ловушке с цилиндрической поверхностью изолятора

В рассматриваемом случае цилиндрической поверхности изолятора магнитное поле, создаваемое кольцевыми проводниками, также проникает вглубь объема плазмы по всей длине изолятора согласно рис. 14г, и наибольшая глубина проникновения отвечает окрестности сечений, в которых расположены кольцевые проводники. В отличие от предыдущего случая, отличительной особенностью в распределении плотности, представленной на рис. 14а, является то, что область разреженной плазмы формируется вдоль всей длины изолятора. На рис. 14в видно, что разреженная плазма практически покоится в

окрестности изолятора и области сильного магнитного поля, а вращение плазмы здесь и в основном потоке по-прежнему происходит в разных направлениях. В распределении температуры на рис. 14б в окрестности оси системы также наблюдаются локальные максимумы, которые являются следствием преобразования кинетической энергии в тепловую энергию в процессе обтекания областей с сильным магнитным полем и торможения потока на оси системы. Также происходит частичная остановка потока в окрестности оси и второго локального максимума температуры при $z \sim 2.4$.

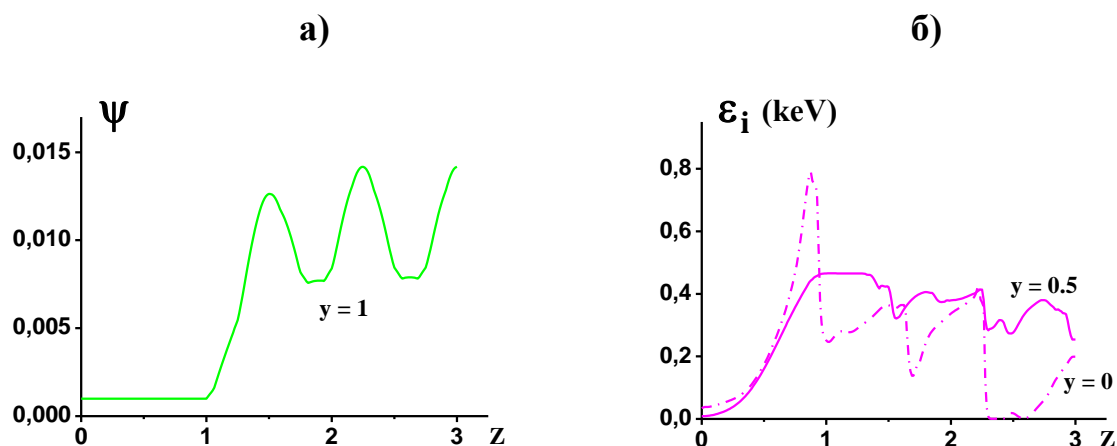


Рис. 15. а) Значения функции $\psi = r A_\varphi$, заданной на изоляторе;

б) изменение энергии ионов вдоль координатных линий в многопробочной ловушке с цилиндрической поверхностью изолятора

На рис. 15б представлены графики изменения энергии ионов вдоль координатных линий $y = 0.5$ и $y = 0$ для рассматриваемой многопробочной ловушки с цилиндрической поверхностью изолятора. График, отвечающий координатной линии $y = 0$, включая ось системы, показывает, что энергия ионов имеет практически нулевые значения в диапазоне $2.3 < z < 2.6$. Это означает, что в этой приосевой области, где температура имеет локально высокие значения, плазма не движется.

Таким образом, установлено, что процессы, протекающие в многопробочной ловушке для достаточно плотной плазмы, происходят по иному сценарию в отличие от традиционных теоретических представлений о динамике отдельных частиц разреженной плазмы в магнитном поле классической многопробочной ловушки. Использование высокоскоростных потоков достаточно плотной плазмы для инжекции в многопробочную ловушку приводит к тому, что магнитное поле, создаваемое кольцевыми проводниками или катушками с током, не проникает на всю глубину плазменного объема. В то же время магнитное поле кольцевых проводников изолирует катушки с током от высокоскоростных потоков плазмы. При этом образуется область разреженной практически покоящейся плазмы, которая отделяет основной поток плотной плазмы от катушек с током. Установлено также, что в

окрестности пересечений оси системы и плоскостей, отвечающих кольцевым проводникам, образуются области с относительно высокой температурой в результате трансформации кинетической энергии в тепловую энергию в процессе обтекания областей с сильным магнитным полем и последующего торможения потока на оси системы.

Заключение

Проведено исследование взаимодействия высокоскоростных потоков достаточно плотной плазмы с магнитным полем кольцевых проводников или катушек с током. Модель осесимметричных течений плазмы основана на модифицированной системе МГД уравнений, представленных в терминах векторного потенциала магнитного поля. МГД модель учитывает электропроводность и теплопроводность среды, а также перенос излучения. Разработанная модель включает теплопроводность вдоль и поперек магнитного поля. Рассмотрен эффект МГД динамо, или генерации магнитного поля на конической ударной волне в компрессионных потоках плазмы на выходе из КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля и возникающего вращения плазмы. Установлено, что теплопроводность вдоль магнитного поля существенно влияет на динамику плазмы в канале КСПУ с продольным магнитным полем.

При расположении на одной оси плазменного ускорителя и кольцевых проводников рассмотрена инжекция потоков плазмы в область с магнитным полем, создаваемым одним кольцом с током и набором колец, образующих соленоид, а также с магнитным полем многопробочной ловушки. Для одного кольцевого проводника с током и соленоида показано, что небольшие по величине токи в кольцевых проводниках создают магнитное поле, которое не оказывает значительного влияния на основной поток, изолируя его от катушек с током в результате образования слоя разреженной покоящейся плазмы между катушками и высокоскоростным потоком плотной плазмы.

Разработана модель инжекции потока плотной плазмы в многопробочную ловушку, совмещенную с плазменным ускорителем, при наличии дополнительного продольного магнитного поля в канале КСПУ. Исследование течений достаточно плотной плазмы в многопробочной ловушке привело к принципиально новому пониманию процессов, отличному от традиционных теоретических представлений о движении отдельных частиц разреженной плазмы в магнитном поле данной ловушки. Численное исследование инжекции высокоскоростных потоков плотной плазмы в многопробочную ловушку показало, что магнитное поле кольцевых проводников с током не проникает на всю глубину плазменного объема. При этом опять же образуется область разреженной практически покоящейся плазмы, которая отделяет катушки с током от основного потока плазмы. Расчеты показали также, что в окрестности пересечений оси системы и плоскостей поперечных сечений, отвечающих

кольцевым проводникам, образуются области с локально высокими значениями температуры, где поток тормозится и плазма перестает двигаться.

В результате проведенных исследований доказана возможность использования плазменных ускорителей в качестве инжекторов для многопробочных ловушек в рамках программы по управляемому термоядерному синтезу. При этом магнитное поле кольцевых проводников не оказывает существенного влияния на процесс инжекции высокоскоростного потока из плазменного ускорителя в многопробочную ловушку при условии, что токи в катушках соизмеримы и меньше разрядного тока в КСПУ.

Автор благодарит Людмилу Приходько и Вениамина Коновалова за помощь в подготовке графического материала.

Библиографический список

1. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Стационарные течения плазмы в магнитном поле. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 3-87.
2. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 88-163.
3. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
4. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
5. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. г. Долгопрудный: Издат. Дом "Интеллект", 2017.
6. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman I., Makhraj V.A., Neklyudov I.M., Solyakov D.G., Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of ITER transient heat loads on divertor surfaces. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2007. V. 49. P. A231-A239.
7. Klimov N., Podkovyrov V., Zhitlukhin A., Kovalenko D., Bazylev B., Landman I., Pestchanyi S., Janeschitz G., Federici G., Merola M., Loarte A., Linke J., Hirai T., Compan J. Experimental study of PFCs erosion under ITER-like transient loads at plasma gun facility QSPA. // Journal of Nuclear Materials. 2009. V. 390-391. P. 721-726.
8. Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V. V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Kvasov N.T., Danilyuk L.A. Materials surface modification using quasi-stationary plasma accelerators. // J. Surface and Coating Technology. 2004. V. 180-181. P. 392-395.
9. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы

- течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А. // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 6. С. 533-540.
10. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Physics. 2009. No. 1. P. 92-94.
 11. Garkusha I.E. High current plasma accelerators: physics and applications. // Journal of Kharkiv National University. Physical series: Nuclei, Particles, Fields. 2013. V. 1040. P. 28-39.
 12. Solyakov D.G. High-power plasma dynamic systems of quasi-stationary type in IPP NSK KIPT: results and prospects. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics(21). 2015. No. 1. P. 104-109.
 13. Козлов А.Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.
 14. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field. // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No.2. P.261-286.
 15. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем. // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.
 16. Brushlinskii K.V., Styopin E.V. On the magnetohydrodynamics flows in curved coaxial channels. // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, 2017, V. 788, No. 012009.
 17. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами. // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
 18. Kozlov A.N. The study of plasma flows in accelerators with thermonuclear parameters. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017. V. 59, No. 11. Ar. 115004, P. 1-7.
 19. Морозов А.И., Козлов А.Н. Эффект самоочистки потока водородной плазмы в ускорителе КСПУ. // Физика экстремальных состояний вещества. Под ред. Фортова В.Е. и др. Изд. ИПХФ РАН, Черногловка, 2007, С.316-319.
 20. Козлов А.Н., Коновалов В.С. 3D модель переноса излучения в потоках ионизирующегося газа и плазмы. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 86, 32 с. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-86>
 21. Kozlov A.N., Konovalov V.S. Numerical study of the ionization process and radiation transport in the channel of plasma accelerator. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (CNSNS). 2017. V. 51. P. 169-179.
 22. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
 23. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 155-167.
 24. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. Численные модели стационарных и пульсирующих течений ионизирующегося газа в каналах плазменных ускорителей. // ЖВМ и МФ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1405-1416.

25. Власов А.А. Теория многих частиц. М.: Гостехиздат, 1950. 345 с.
26. Alfven H. Cosmical electrodynamics. Oxford, N.Y., 1950. (Альфвен Х. Космическая электродинамика. М.: ИЛ, 1952. 291 с.).
27. Spitzer L. Physics of fully ionized gases. Interscience publishers LTD. NY. 1956. (Л. Спитцер. Физика полностью ионизованного газа. М.: ИЛ, 1957. 112 с.)
28. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1957; М.: Наука, 2-е изд., 1982. 620 с.
29. Франк-Каменецкий Д.А. Физические процессы внутри звезд. М.: Физматлит, 1959. 543 с.
30. Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз, 1961.
31. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
32. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с. (2-е изд. М.: Логос, 2005. 328 с.)
33. Брагинский С.И. Явление переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. вып. 1. С. 183-272.
34. Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат. 1963, вып. 3. С. 3-140.
35. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
36. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Физматлит, 1970. 672 с.
37. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. М.: Наука, 1971. 543 с.
38. Ландау Л.Д., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1972. 527с.
39. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с.
40. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978. 423 с.
41. Баранов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 337 с.
42. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
43. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982. 320 с.
44. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
45. Михалас Д. Звездные атмосферы (1 часть). М.: Мир, 1982. 352 с.
46. Мирнов С.В. Физические процессы в плазме токамаков. М.: Энергоатомиздат, 1983. 184 с.
47. Ватажин А.Б., Грабовский В.И., Лихтер В.А., Шульгин В.И. Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
48. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
49. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988. 303 с.

50. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
51. Трубников Б.А. Теория плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996. 464 с.
52. Имшенник В.С., Боброва Н.А. Динамика столкновительной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1997. 319 с.
53. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Лекции по электродинамике плазмopodobных сред. М.: изд. МГУ, 1999. 336 с.
54. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.
55. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. Livermore: Lawrence Livermore National Laboratory. 2000.
56. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.
57. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: Макс Пресс. 2004. 328 с.
58. Фортон В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы. М.: Физматлит, 2004. 528 с.
59. Фортон В.Е. Уравнения состояния вещества: от идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М.: Физматлит. 2012. 492 с.
60. Суржииков С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 640 с.
61. Ren J., Liu Y.Q., Liu Y., Medvedev S.Yu., Wang Z., Xia G. A comparative study of ideal kink stability in two reactor-relevant tokamak plasma configurations with negative and positive triangularity. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2016. V. 58, No. 11, Ar. 115009, P.1- 11.
62. Medvedev S.Yu., Martynov A.A., Drozdov V.V., Ivanov A.A., Poshekhonov Yu.Yu. High resolution equilibrium calculations of pedestal and SOL plasma in tokamaks. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017. V. 59, No. 2, Ar. 025018, P.1- 8.
63. Морозов А.И., Савельев В.В. О галатеех–ловушках с погруженными в плазму проводниками. // Успехи физических наук. 1998. Т. 168, № 11. С. 1153-1194.
64. Morozov A.I., Bugrova A.I., Bishaev A.M., Kozintseva M.V., and Lipatov A.S. Plasma parameters in the upgraded Trimyx-M Galathea. // Technical Physics. 2007. V. 52. P. 1546-1551.
65. Козинцева М.В., Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Каменцев К.Е., Нижельский Н.А., Савельев В.В., Сигов А.С. Свойства короткозамкнутых ВТСП катушек. // Журнал технической физики, 2017. № 6. С. 875-879.
66. Brushlinskii K.V., Goldich A.S. Mathematical model of the Galathea-Belt toroidal magnetic trap. // Differential Equations. 2016. V. 52, No. 7, P. 845-854.
67. Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Давыдова Н.А. Плазменные конфигурации в ловушках-галатеех и токовых слоях. // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 7, с. 107-120.

68. Burdakov A.V., Avrorov A.P., Arzhannikov A.V., Astrelin V.T., Batkin V.I., Beklemishev A.D., Burmasov V.S., Bykov P.V., Derevyankin G.E., Ivanenko V.G., Ivanov I.A. Development of extended heating pulse operation mode at GOL-3. // Fusion science and technology. 2013. V. 63. P. 29-34.
69. Савельев В.В. Динамика плазменной струи в магнитном поле квадрупольного типа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 1991. № 117, 14 с.
70. Гавриков М.Б., Савельев В.В. Взаимодействие уединенных волн в двухжидкостной магнитной гидродинамике в продольном магнитном поле. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2017. № 1. С. 59-77.
71. Гавриков М.Б., Таюрский А.А. Пространственное нелинейное поглощение альфвеновской волны диссипативной плазмой. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2017. № 2. С. 40–59.
72. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами. // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
73. Моффат Г.К. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 342 с.
74. Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А. Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука. 1980. 352 с.
75. Зелёный Л.М., Веригин М.И., Захаров А.В., Измоденов В.В., Скальский А.А. Гелиосфера и взаимодействие планет земной группы с солнечным ветром. // УФН. 2005. Т. 175, № 6. С. 643–655.