



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Давыдов А.А.,
Константиновская Т.В.,
Луцкий А.Е.

Численное моделирование
вихревого следа за крылом
на больших удалениях от
крыла в сверхзвуковом
потоке

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Давыдов А.А., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е. Численное моделирование вихревого следа за крылом на больших удалениях от крыла в сверхзвуковом потоке // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 95. 15 с. doi:[10.20948/prepr-2017-95](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-95)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-95>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.А. Давыдов, Т.В. Константиновская, А.Е. Луцкий

**Численное моделирование
вихревого следа за крылом
на больших удалениях от крыла
в сверхзвуковом потоке**

Москва — 2017

Давыдов А.А., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е.

Численное моделирование вихревого следа за крылом на больших удалениях от крыла в сверхзвуковом потоке

Аннотация. В работе представлено численное исследование концевой вихря в сверхзвуковом режиме на значительном удалении от крыла при числе Маха $M=3$. Угол атаки крыла составляет 10° . Для описания течения использовались уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу, с моделью турбулентности Спаларта–Аллмараса. Расчеты были произведены в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Использовалась параллельная реализация алгоритмов моделирования турбулентных течений на многопроцессорных вычислительных системах.

Ключевые слова: концевой вихрь, сверхзвуковые течения, численные расчеты, URANS, LES

Davydov A.A., Konstantinovskaya T.V., Lutsky A.E.

Numerical simulation of a vortex wake behind a wing at a wide distance from the wing in supersonic flow

In this paper we present a wingtip vortex numerical study in the supersonic regime at a wide distance from the wing with the Mach number $M=3$. The wing incidence is 10° . Reynolds's averaged Navier-Stokes equations with the Spalart-Allmaras turbulence model were used to describe the flow. Numerical simulations were made in Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences. A parallel implementation of algorithms for simulating turbulent flows on multiprocessor computer systems was used.

Key words: wingtip vortex, supersonic flow, numerical simulation, URANS, LES

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 16-01-00764 и 17-08-00909.

Введение

Изучение формирования и структуры концевых вихрей является важной задачей аэрогазодинамики. Концевой вихрь представляет собой структуру, которая может образовываться за различными элементами летательного аппарата (ЛА), в частности около боковой кромки крыла, благодаря наличию перепада давлений, создающего подъемную силу.

До настоящего времени основные исследования посвящены концевым вихрям, образующимся в дозвуковых и трансзвуковых режимах. Подобные режимы представляют большой интерес для гражданской авиации, в особенности с точки зрения пропускной способности аэропортов. Любой ЛА может встретить на своем пути вихревой след, оставленный другим ЛА, что может быть крайне опасным. При попадании такого следа на крыло ЛА может развиться интенсивное движение крена, что может привести к произвольной смене курса, высоты полета и т.п. Также с созданием новых самолетов, например таких больших, как Airbus A-380, этот вопрос требует постоянных дополнительных исследований.

Всесторонние обзоры работ, посвященных исследованию структуры и поведения концевых вихрей, были даны в [1], [2] и [3].

Кроме того, дозвуковым режимам посвящены, например, экспериментальные работы [4,5,6]. В них рассматривается область формирования вихря и ближняя область вихревого следа на крыле с профилем NACA0012 с двумя различными законцовками – круглой и прямоугольной – при низких скоростях и $Re_c=7.4*10^5$, где $Re_c=cU_\infty/\nu$, где c – длина хорды, U_∞ – скорость невозмущенного потока, ν – кинематическая вязкость.

Сверхзвуковым течениям посвящено значительно меньше работ. Особенно мало для сверхзвуковых режимов экспериментальных данных [7-10]. Это связано, в частности, с принципиальными проблемами измерения локального числа Маха и направления потока в эксперименте. Комплексное расчетно-экспериментальное исследование концевого вихря в сверхзвуковом потоке ($Ma=6$) приведено в работе [11].

Численные методы для расчетов турбулентных течений активно развиваются в связи с возросшей производительностью вычислительных систем.

Стоит отметить работу [12]. Авторы представляют разработки в численных методах для подхода LES (метод моделирования крупных вихрей) при моделировании формирования и эволюции концевого вихря. Используют пакет программ, основанный на неявной схеме LES (SVV-iLES) с применением метода исчезающей вязкости (SVV). Метод исчезающей вязкости впервые был введен Е. Tadmor для невязкого вихря Бюргерса [13]. Численные результаты авторы показывают на расчетах для крыла с профилем NACA 0012 и числа Рейнольдса $Re_c=1.2*10^6$.

Авторы работы [14] проводят численные исследования с помощью LES для изучения динамики концевой вихря, образованного крылом с профилем NASA0012 с круглой боковой кромкой при числе Рейнольдса $Re=2.0 \cdot 10^5$.

В силу изложенного дальнейшие исследования концевых вихрей являются вполне актуальными. Актуальность исследования обусловлена следующим:

1) отсутствием надёжных методов моделирования закономерностей распространения и диссипации вихревого следа при сверхзвуковых скоростях;

2) практическим приложением результатов исследования для решения ряда задач:

- снижения заметности ЛА,
- воздействия на несущие поверхности ЛА, расположенные ниже по потоку,
- возможности попадания ЛА в спутный след,
- воздействия вихревого следа на наземные сооружения.

Целью данной работы является моделирование и исследование вихревого следа, распространяющегося в сверхзвуковом потоке на больших удалениях от генератора завихренности. Для получения результатов использовались высокоэффективные алгоритмы моделирования турбулентных течений с реализацией на многопроцессорных вычислительных системах.

Ранее в работе [11] были представлены результаты численных исследований концевой вихря в сравнении с экспериментальными данными в сверхзвуковом потоке для режима при числе Маха $M=6$ при различных углах атаки крыла (4, 12 и 18 градусов) на малых удалениях от крыла – чуть более 6 хорд от оси крыла.

Данная работа является продолжением упомянутой выше. Сейчас рассмотрен случай, где число Маха $M=3$ и угол атаки крыла $\alpha=10^\circ$. При этом область проведения численных расчетов значительно расширена вниз по потоку и составляет более 30 хорд крыла от оси крыла.

Параллельные алгоритмы численного решения реализованы на многопроцессорной системе К-60 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [15]. Проведен анализ изменения газодинамических величин в вихревом следе по мере удаления от крыла вниз по потоку.

Математическая модель и численный алгоритм

Для проведения расчетов для данной работы использован пакет программ Pulsar, разработанный и программно реализованный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Данный комплекс программ основан на современных методах сквозного счета с использованием TVD и WENO схем высоких порядков точности.

Для описания течений совершенного вязкого сжимаемого газа используется система нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (URANS) с однопараметрической моделью турбулентности Спаларта–Аллмараса (SA) для сжимаемых течений [16] с модификацией Эдвардса [17]. Для дискретизации уравнений используется метод конечных

объемов, который, в отличие от метода конечных разностей, применим к любой геометрии, оперирует различными сетками и позволяет избежать проблем с метрическими сингулярностями обобщенных координат.

Более полное описание используемых численных алгоритмов и математической модели можно найти в [18].

Параллельные алгоритмы численного решения были реализованы на многопроцессорной системе К-60 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [15].

Численные расчеты

Для проведения численных расчетов вихревого следа в сверхзвуковом течении используется прямое крыло с острыми передней и задней кромками. Крыло имеет ромбовидное основание и следующие параметры: хорда 30 мм, полуразмах 95 мм, угол атаки $\alpha=10^\circ$.

Схема модели крыла, использованного для проведения численных расчетов, представлена на рис. 1. Там же показаны поверхностные ячейки расчетной сетки. Используется сетка с достаточно большим числом узлов, а именно, общее число ячеек сетки составляет 15 296 688. С целью более аккуратного описания течения, особенно около боковой кромки крыла (рис. 1) – зоны, где происходит формирование вихря, а также в зоне вихревого следа, по всей расчетной области сетка сгущается.

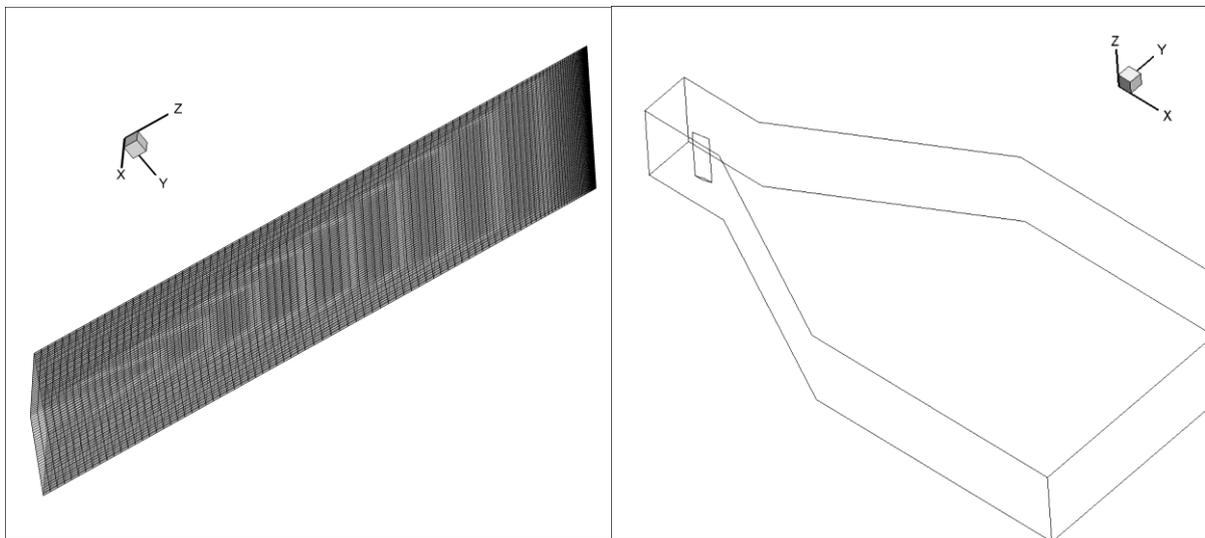


Рис. 1. Схема модели крыла-генератора вихря с граничными ячейками на нем (слева) и расчетной области (справа)

Результаты

Проведем детальный анализ характеристик концевых вихря. Для начала рассмотрим свойства вихря вдоль его оси. На рисунках ниже приведены графики значений газодинамических величин вдоль оси концевых вихря.

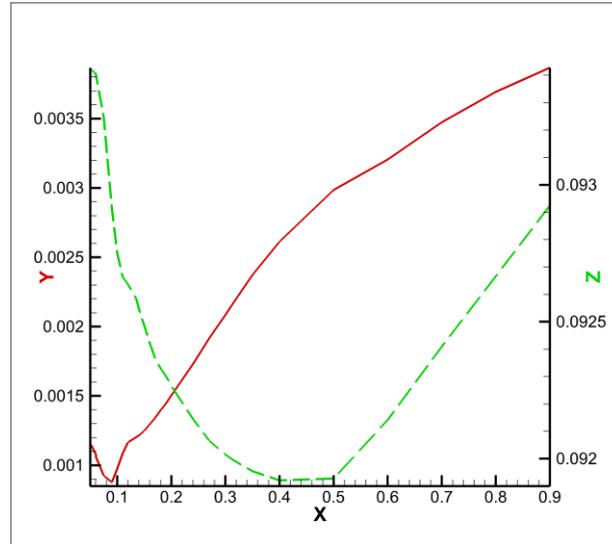


Рис. 2. Координаты y и z оси вихря вдоль координаты x (направление основного потока)

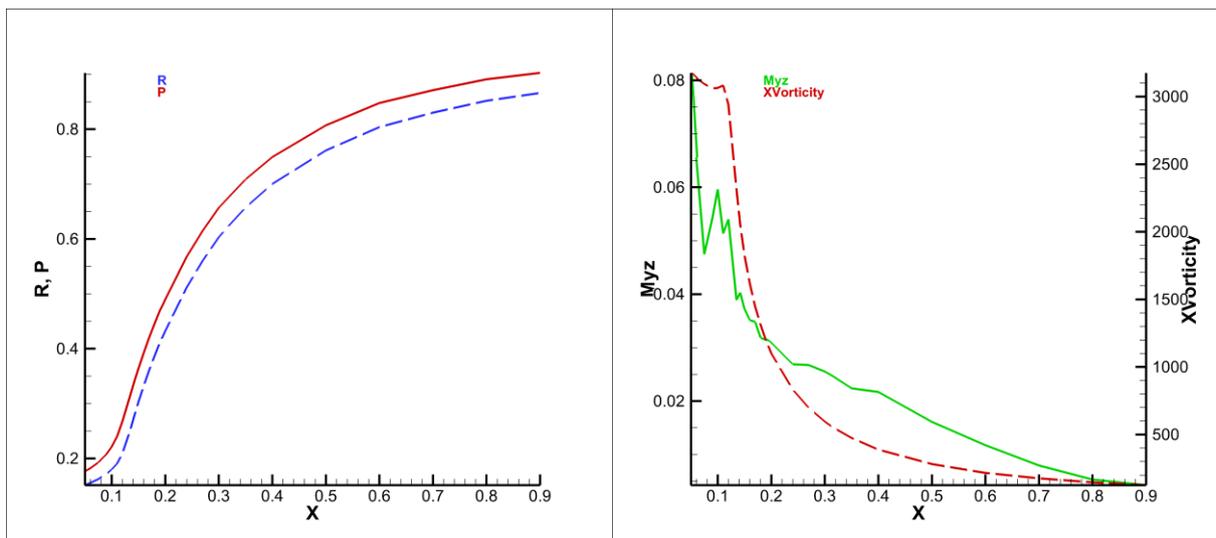


Рис. 3. Графики значений величин на оси вихря вдоль координаты x (направление основного потока): плотности (R) и давления (P) (слева); тангенциального числа Маха (Myz) и продольной завихренности ($XVorticity$) (справа)

Оценено положение оси концевого вихря. Из приведенных данных (см. рис. 2) видно, что ось вихря не идет строго в соответствии с направлением основного течения (вдоль оси x), не является прямой линией и не лежит в одной плоскости. Координата y оси вихря растет при удалении от крыла начиная со значений $x=0.1$. Координата z при удалении от крыла сначала уменьшается (т.е. вихрь смещается к плоскости крепления крыла), а потом начинает расти (после значения около $x=0.4$, что составляет чуть более 12 хорд от оси крыла).

С ростом координаты x (т.е. при удалении от крыла вниз по потоку) интенсивность концевого вихря падает, что сопровождается ростом плотности

и давления (см. рис. 3), которые к концу расчетной области практически достигают значений на бесконечности.

Также на рис. 3 показана эволюция значений тангенциального числа Маха My_z и продольной завихренности $XVorticity$ на оси концевой вихря при удалении от крыла вниз по потоку. Величины My_z и $XVorticity$ вычислены по формулам:

$$My_z = \frac{\sqrt{V^2 + W^2}}{\sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}}; \quad XVorticity = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z},$$

где $(U;V;W)$ – вектор скорости потока; ρ – плотность, P – давление.

Сравнительный анализ полученных результатов моделирования показал, что центр вихря характеризуется сильным падением плотности, давления, числа Маха, максимумом продольной завихренности на оси вихря. Так, например, в сечении $x=0.12$ (что соответствует 4 хордам от оси крыла) аэрогазодинамические величины имеют в центре вихря следующие значения: $\rho=0.209$, $U=3.1$, $P=0.268$, $XVorticity=2937$ против значений соответственно в невозмущенном потоке: $\rho=1$, $U=3.55$, $P=1$, $XVorticity=0$.

Проанализированы подробно свойства концевой вихря по его ширине. Для этого были рассмотрены графики некоторых параметров потока вдоль линии, проходящей вдоль оси y в сечении, перпендикулярном направлению основного потока (фиксированного x) для различных значений x .

На оси концевой вихря зафиксировано падение плотности и давления, что видно из рис. 4.

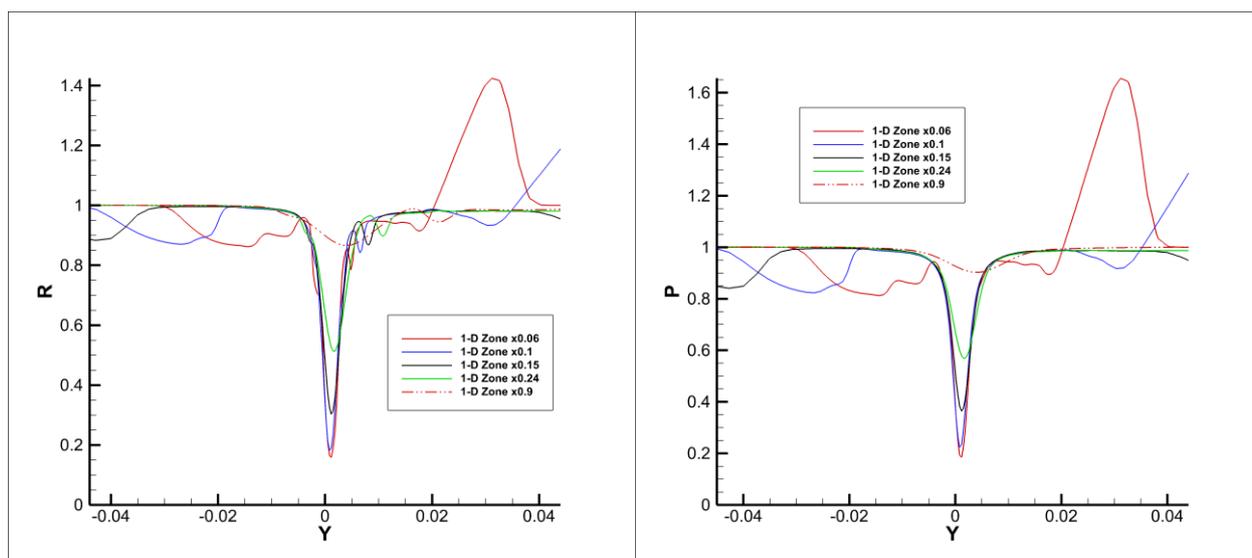


Рис. 4. Графики плотности $R(\rho)$ (слева) и давления P (справа) поперек оси вихря в различных сечениях фиксированного x

Также на оси концевого вихря наблюдается максимум продольной завихренности $XVorticity$, что проиллюстрировано на рис. 5 (слева).

В концевом вихре зафиксированы максимумы окружной скорости (и, соответственно, числа Маха My_z , вычисленного по этой компоненте скорости, см. рис. 5 справа).

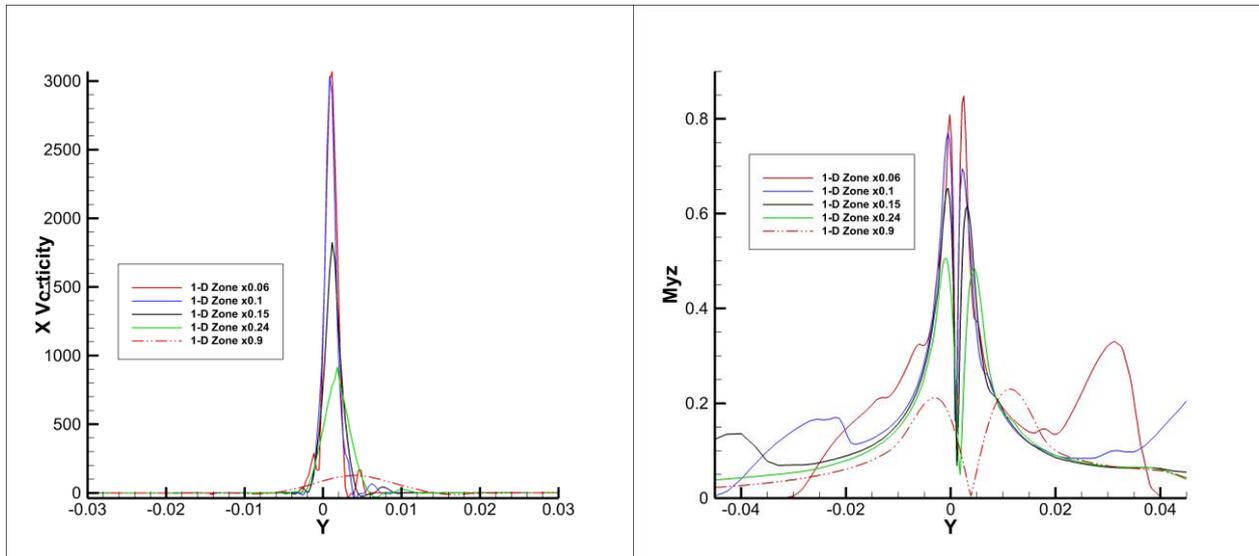


Рис. 5. Графики завихренности $XVorticity$ (слева) и тангенциального числа Маха My_z (справа) поперек оси вихря в различных сечениях фиксированного x

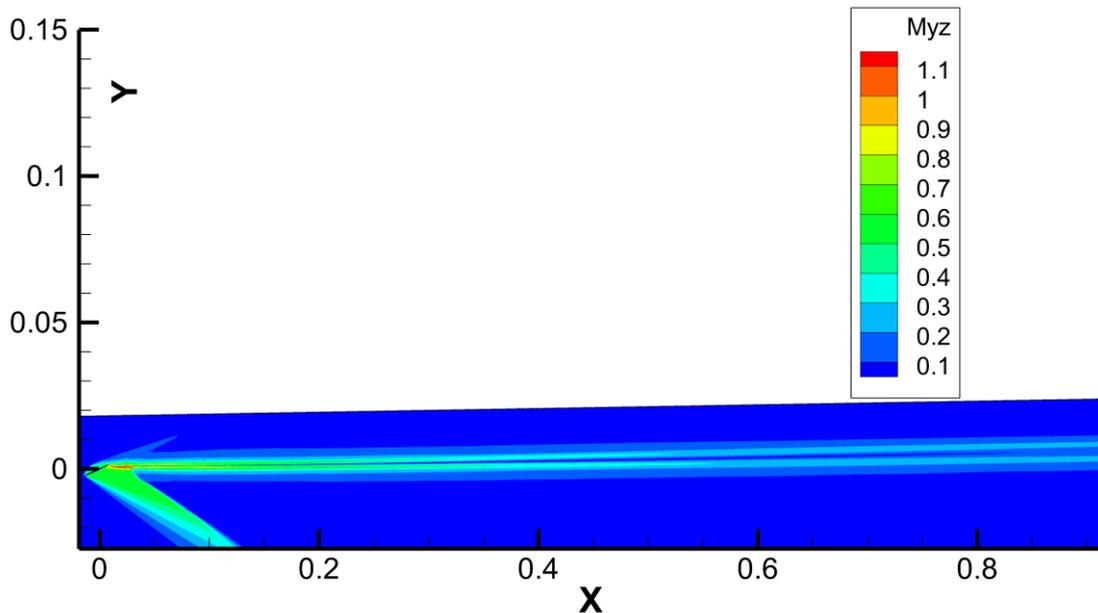


Рис. 6. Распределение тангенциального числа Маха My_z вдоль потока вблизи оси концевого вихря

На рис. 6 представлено распределение тангенциального числа Маха M_{uz} в плоскости, проходящей близко к оси концевой вихря. Из него видно, что вихревой след распространяется вниз по потоку далеко за кромку крыла, по всей расчетной области, что составляет 30 хорд крыла от оси крыла.

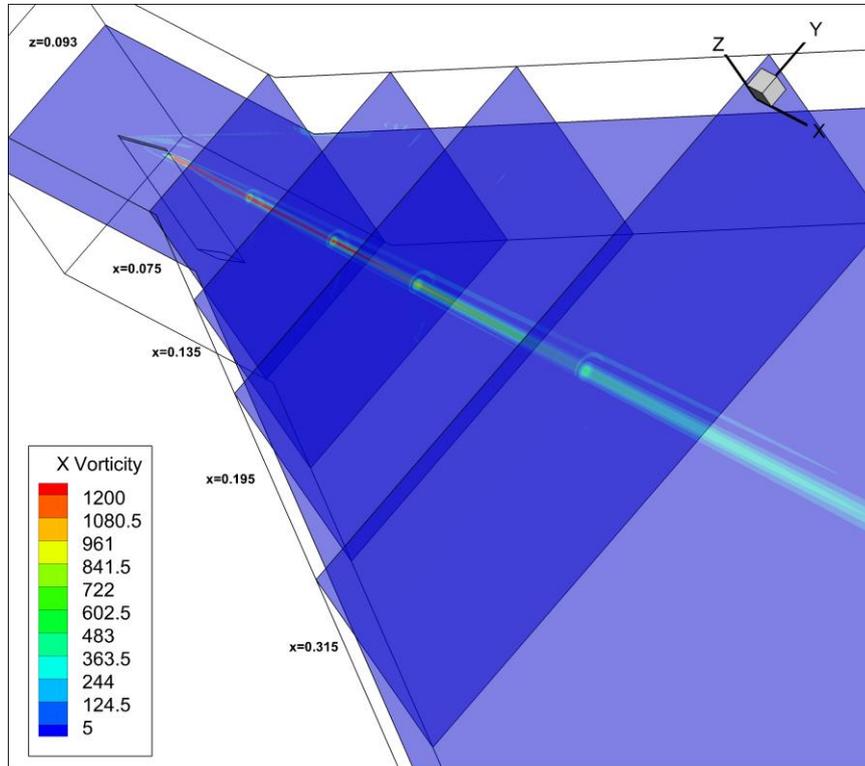


Рис. 7. X-ая (продольная) компонента вектора ротора скорости потока (или завихренности)

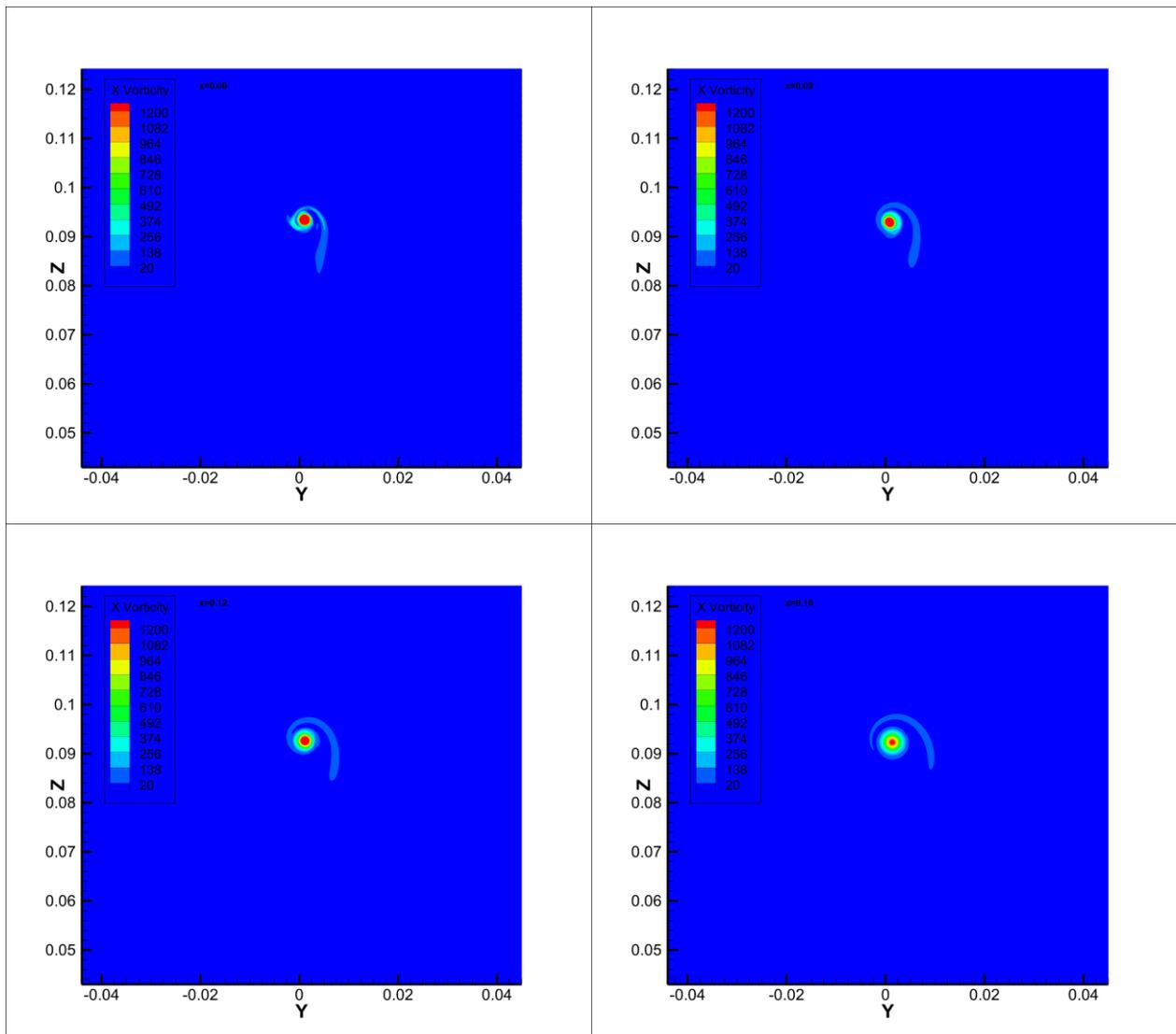
При анализе полученных результатов было отмечено, что после формирования концевой вихря на боковой кромке крыла начинается зона устойчивого интенсивного вихря. Эта зона характеризуется низкими значениями плотности, давления и высокими значениями продольной завихренности в центре вихря, а также высокими значениями тангенциального числа Маха в вихревом следе. Далее идет зона, где вихрь начинает терять интенсивность и распадаться, что естественно, т.к. происходит контакт с внешним потоком и основным механизмом затухания вихря является разница значений скоростей в вихревом следе и в основном потоке при условии наличия вязкости. Особенно стоит отметить, что переход из одной зоны в другую происходит достаточно быстро на уровне сечений x около пяти хорд от оси крыла (т.е. на уровне $x=0.15$), где наблюдается заметное уменьшение продольной завихренности $XVorticity$ (см. рис. 7), уменьшение максимальных значений тангенциального числа Маха M_{uz} и увеличение значений давления P и плотности $\rho(R)$ (см. рис. 4 и рис. 5).

При этом на удалении 10 хорд от оси крыла вниз по потоку (что соответствует $x=0.3$) вихрь остается достаточно интенсивным: плотность и

давление на его оси ($R=0.602884$; $P=0.656677$) значительно меньше соответствующих значений в невозмущенном потоке ($R=1$; $P=1$). На удалении 30 хорд от оси крыла вниз по потоку концевой вихрь продолжает быть заметным, хоть и теряет свою интенсивность, что выражается, например, в дальнейшем увеличении значений плотности и давления до $R=0.866105$, $P=0.902544$ (против значения 1 в невозмущенном потоке).

Для более наглядной иллюстрации интенсивности и размера вихревого следа приведены данные в нескольких сечениях, перпендикулярных вектору скорости набегающего потока.

На рис. 8 показана продольная компонента вектора ротора скорости $XVorticity$ в сечениях, перпендикулярных основному потоку при $x=0.06$, $x=0.09$, $x=0.12$, $x=0.18$, $x=0.24$, $x=0.3$, $x=0.4$ и $x=0.5$.



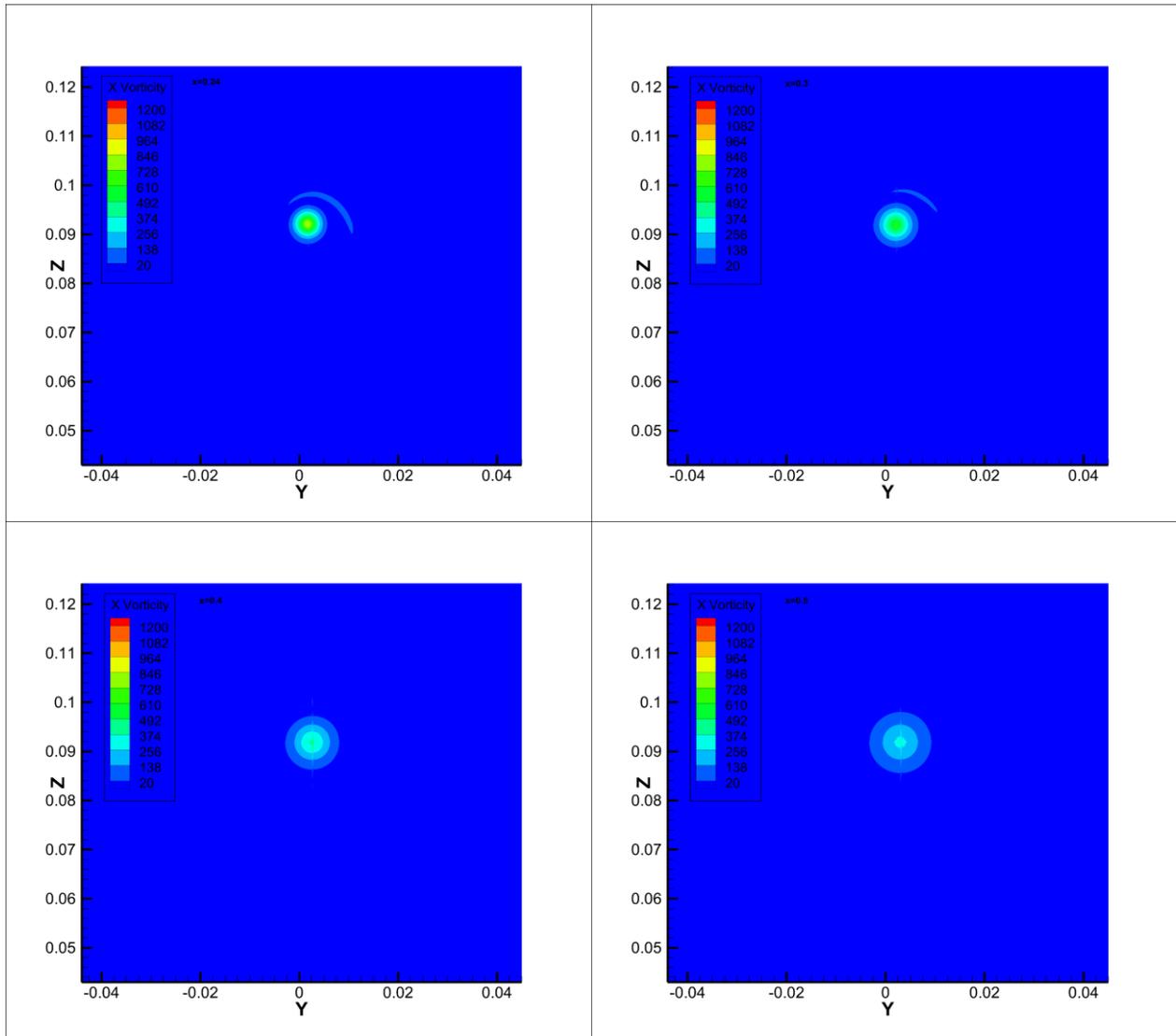
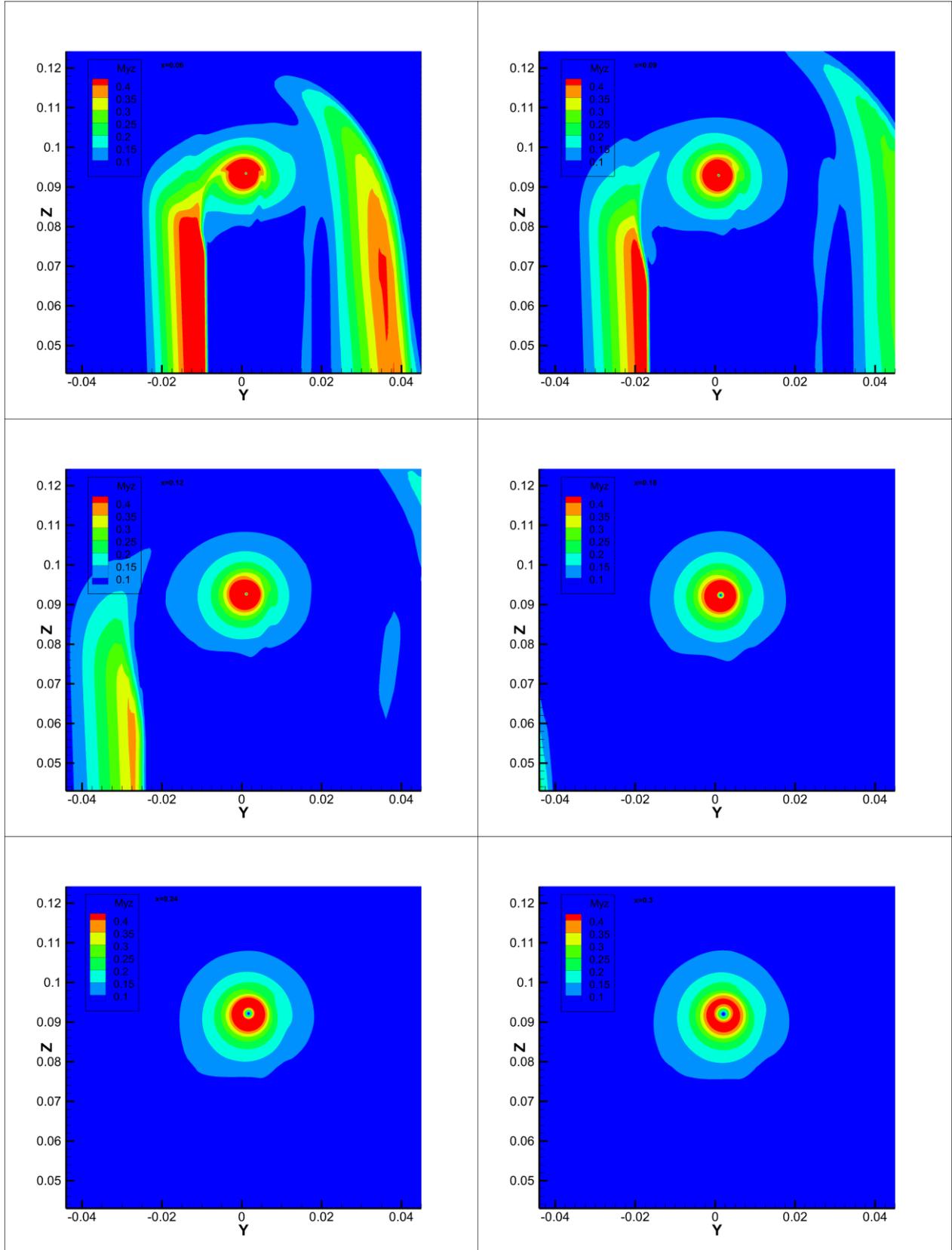


Рис. 8. Продольная компонента ротора скорости X Vorticity в сечениях, перпендикулярных направлению основного потока

На рис. 9 показано тангенциальное число Маха $M_{\text{уз}}$ в сечениях $x=0.06$, $x=0.09$, $x=0.12$, $x=0.18$, $x=0.24$, $x=0.3$, $x=0.4$ и $x=0.5$. По этим значениям четко видно положение центра вихря, более точный график координат которого приведен на рис. 2.



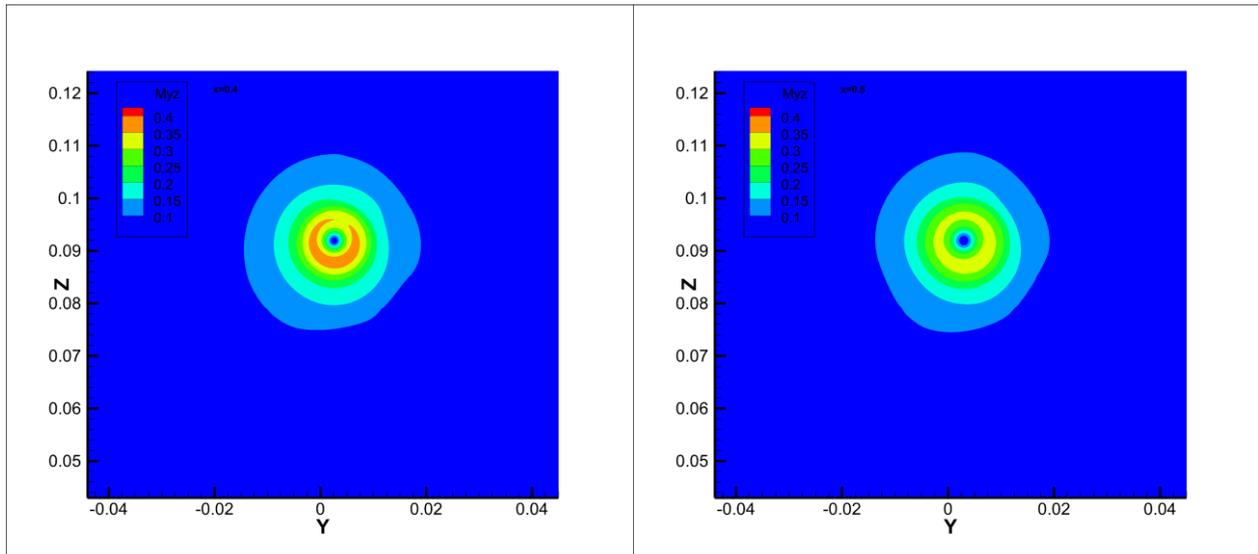


Рис. 9. Тангенциальное число Маха M_{yz} в сечениях $x=0.06$, $x=0.09$, $x=0.12$, $x=0.18$, $x=0.24$, $x=0.3$, $x=0.4$ и $x=0.5$

Стоит отметить, что при исследовании различных течений, в частности при исследовании вихревого следа, не стоит ограничиваться применением одного критерия. Изучение различных критериев/характеристик дает более полное представление о течении. Так, например, по тангенциальному числу Маха хорошо виден центр вихря (см. рис. 9), однако границы вихря остаются размытыми, и более четкое представление о них можно получить по ротору скорости (завихренности) (см. рис. 8).

Заключение

В представленной работе даны результаты численного исследования концевой вихря в сверхзвуковом потоке при числе Маха $M=3$ на больших удалениях от крыла. Для расчетов использовались алгоритмы моделирования турбулентных течений и их параллельная реализация для запуска на многопроцессорных вычислительных системах.

Из полученных численных результатов видно, что концевой вихрь распространяется далеко вниз по потоку, по всей расчетной области. В нашем случае рассмотрена область до тридцати хорд крыла. По мере удаленности от крыла вниз по потоку наблюдается уменьшение тангенциального числа Маха в вихревом следе, уменьшение продольной завихренности и рост плотности и давления на оси вихря. Что закономерно, т.к. вихрь затухает и, в конечном счете, значения всех величин в нем выходят на уровень соответствующих величин в набегающем потоке.

Ось концевой вихря представляет собой кривую, причем координата y оси вихря уменьшается по мере удаления от крыла вниз по потоку, а координата z сначала уменьшается, а затем растет.

Полученный вихревой след можно условно разделить на две зоны: "интенсивного" вихря и "затухающего" вихря с достаточно резким переходом между ними в области значений x около пяти хорд от оси крыла (т.е. $x=0.15$).

В нашей работе получены усредненные стационарные величины потока. Численное моделирование влияния начальных возмущений в набегающем потоке на параметры течения в следе за крылом, изучение пульсаций давления и других газодинамических величин должны стать предметом дальнейших исследований.

Список литературы

- [1] Green S.I. and Acosta A.J. Unsteady flow in trailing vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 227:107-134, 6, 1991.
- [2] Spalart Philippe R. Airplane trailing vortices. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1):107-138, 1998.
- [3] Rossow Vernon J. Lift-generated vortex wakes of subsonic transport aircraft. *Progress in Aerospace Sciences*, 35(6):507-660, 1999.
- [4] Giuni M. and Green R.B. Vortex formation on squared and rounded tip. *Aerospace Science and Technology*, 29 (1). pp. 191-19, 2013.
- [5] Giuni M. Formation and early development of wingtip vortices. PhD thesis, University of Glasgow, 2013.
- [6] Giuni Michea and Benard Emmanuel. Analytical/Experimental Comparison of the Axial Velocity in Trailing Vortices. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011.
- [7] Smart M.K., Kalkhoran I.M., Bentson J. Measurements of supersonic wing tip vortices. *AIAA Journal*, 1995, v.33, №10, p.1761-1768.
- [8] Kalkhoran I.M., Smart M.K. Aspects of shock wave-induced vortex breakdown. *Progress in Aerospace Sciences*, 2000, v.30, p.63-95.
- [9] Боровой В.Я. Течение и теплообмен в областях взаимодействия пограничного слоя со скачками уплотнения. – М.: Машиностроение, 1986.
- [10] Боровой В.Я., Кубишина В.Я., Скуратов А.С., Яковлева Л.С. Вихрь в сверхзвуковом потоке и его влияние на течение и теплообмен на затупленном теле. // *Механика жидкости и газа*, 2000, №5, с.66-76.
- [11] Давыдов А.А., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е., Харитонов А.М., Шевченко А.М., Шмаков А.С. Моделирование сверхзвукового течения в ядре концевой вихря при числе Маха 6. // *Матем. моделирование*, **24**:6 (2012), 67–82; *Math. Models Comput. Simul.*, **5**:1 (2013), 25–36.
- [12] Lombard Jean-Eloi W., Moxey David, Sherwin Spencer J., Hoessler Julien F.A., Dhandapani Sridar, and Taylor Mark J. Implicit Large-Eddy Simulation of a Wingtip Vortex, *AIAA Journal*, Vol. 54, No. 2 (2016), pp. 506-518.
- [13] Tadmor E. Convergence of spectral methods for nonlinear conservation laws, *SIAM J. Numer. Anal.* 26 (1) (1989) pp. 30-44.

[14] Garmann Daniel J. and Visbal Miguel R. Investigation of the Unsteady Tip Vortex Structure on a NACA0012 Wing at Fixed Incidence. 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA SciTech Forum, (AIAA 2017-1002).

[15] Вычислительные системы www.kiam.ru

[16] Allmaras S.R., Johnson F.T. and Spalart P.R. Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model. Seventh International Conference on CFD (ICCFD7), Big Island, Hawaii, 9-13 July 2012.

[17] Edwards J.R., Chandra S. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields. AIAA Journal. 1996. Vol. 34, no. 4. P. 756–763.

[18] Борисов В.Е., Луцкий А.Е. Моделирование перехода между регулярным и маховским отражением ударных волн с помощью неявной схемы на основе методов LU-SGS и BiCGStab // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 68. 36 с. doi:10.20948/prepr-2016-68.