



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Козлов А.Н., Коновалов В.С.,
Савельев В.В.

Сравнительный анализ
равновесных конфигураций
и переноса излучения в
ловушках-галатях
«Тримикс» и «Тримикс-3М»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Козлов А.Н., Коновалов В.С., Савельев В.В. Сравнительный анализ равновесных конфигураций и переноса излучения в ловушках-галатях «Тримикс» и «Тримикс-3М» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 182. 28 с. doi:[10.20948/prepr-2018-182](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-182)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-182>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.Н. Козлов, В.С. Коновалов, В.В. Савельев

**Сравнительный анализ
равновесных конфигураций
и переноса излучения
в ловушках-галатях
«Тримикс» и «Тримикс-3М»**

Москва — 2018

Козлов А.Н., Коновалов В.С., Савельев В.В.

Сравнительный анализ равновесных конфигураций и переноса излучения в ловушках-галатеях «Тримикс» и «Тримикс-3М»

Представлены равновесные магнитоплазменные конфигурации, полученные для ловушек-галатей на основе уравнения Грэда-Шафранова. Проведено исследование спектрального поля излучения и его интегральных характеристик в магнитных ловушках «Тримикс» и «Тримикс-3М».

Ключевые слова: ловушки-галатеи, уравнение Грэда-Шафранова, равновесные конфигурации, перенос излучения

*Andrey Nikolaevich Kozlov , Venyamin Sergeevich Konovalov,
Vyacheslav Vladimirovich Savelyev*

Comparative analysis of the equilibrium configurations and radiation transport in the Galatea traps "Trimix" and "Trimix-3M"

The equilibrium magnetoplasma configurations obtained for the Galatea traps based on the Grad-Shafranov equation are presented. The spectral field of radiation and its integral characteristics in the magnetic traps "Trimix" and "Trimix-3M" are investigated.

Key words: Galatea traps, Grad-Shafranov equation, equilibrium configurations, radiation transport

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10278).

Оглавление

Введение	3
Уравнение Грэда-Шафранова	5
О численном решении задачи с уравнением Грэда-Шафранова.....	8
Равновесные конфигурации в ловушке «Тримикс»	10
3D модель переноса излучения.....	12
Поле излучения в ловушке-галатеи «Тримикс».....	16
Равновесные конфигурации и поле излучения в ловушке «Тримикс-3М».....	18
Заключение.....	23
Библиографический список.....	24

Введение

Существует несколько направлений исследований в области управляемого термоядерного синтеза. Наиболее разработанные направления связаны с токамаками, стеллараторами и инерционным термоядерным синтезом. В то же время продолжают исследования по магнитному удержанию плазмы в ловушках с погруженными в плазму токонесущими проводниками. Такие ловушки называют также «Галатеями» в соответствии с работами [1-3]. К данному типу установок относятся ловушка «Диполь» с одним левитирующим проводником (см., например, [4-12]), токамакообразные «Левитроны» и «Сфератор» [13-15], мультипольные «Галатеи» с несколькими левитирующими кольцевыми проводниками [16-18], «Торнадо» [19-21], левитирующий октуполь [22], а также мультипольные ловушки «Тримикс» и «Тримикс-3М» с различным числом левитирующих проводников с током [1-3, 23-32].

Магнитное поле в ловушках-галатеях предполагается использовать в качестве «забора», который окружает основной плазменный объем, учитывая эффект диамагнетизма и стремление плазмы переместиться в область с более слабым магнитным полем. Известно, что резкая граница между плазмой и полем является устойчивой при условии $(\mathbf{n}_o, \nabla) \mathbf{H} > 0$, где \mathbf{n}_o – внешняя нормаль к границе плазмы. Данное условие означает, что силовые линии магнитного поля должны быть вогнуты в плазменный объем. При этом сам плазменный объем должен иметь остроугольные участки границы. Это означает, что в равновесных конфигурациях могут быть щели, появления которых можно избежать, замыкая друг на друга остроугольные участки. Такое замыкание можно осуществить магнитными слоями, содержащими сепаратрисы, пересечение которых отвечает нулевым значениям магнитного поля \mathbf{H} . С одной стороны, сепаратрисы могут опираться на основной плазменный объем, а с другой стороны – охватывать проводники с током. Это приводит к тому, что появляются плазменные слои или так называемые мантии, которые требуют отрыва токонесущих проводников, создающих магнитную конфигурацию. Соответствующие магнитоплазменные конфигурации могут быть созданы с помощью левитирующих проводников с током, погруженных в плазму и называемых «миксинами» [2].

Начиная с основополагающих работ по магнитному удержанию плазмы, включая ловушки-галатеи [33], современные экспериментальные исследования «Галатей» проводятся большей частью в ловушках дипольного типа [4-12], а также в мультипольных ловушках «Тримикс-3М» [23-32]. Для теоретических исследований стационарных равновесных магнитоплазменных конфигураций используется уравнение Грэда-Шафранова [34-36]. Наряду с теоретическими и экспериментальными работами в последние годы проведен ряд численных исследований ловушек-галатей. Эти исследования основаны, в первую очередь, на численном решении уравнения Грэда-Шафранова для различных

равновесных магнитоплазменных конфигураций (см., например, [2, 37-45]). Некоторые численные исследования связаны с моделированием процесса формирования квазиравновесных конфигураций в рамках эволюционных плазмодинамических моделей (см., например, [46]).

Кроме того, проведены исследования левитирующих состояний сверхпроводящих колец, их равновесия и устойчивости в поле силы тяжести [26-31]. Отдельное внимание было уделено проблеме инъекции плазмы в ловушки-галатеи. Решение данной проблемы связано, в частности, с преодолением барьерного магнитного поля [32].

В настоящее время изучение ловушек-галатей направлено на решение задачи о принципиальной возможности удержания плазмы в установках данного типа. При этом речь идет об исследованиях низкотемпературной плазмы и возможности ее устойчивого удержания на протяжении длительного промежутка времени. Проводимые исследования являются одним из необходимых этапов, который должен предшествовать переходу на следующий этап изучения равновесных конфигураций плазмы термоядерных параметров.

Спектральные характеристики излучающего объема плазмы являются одним из существенных факторов современных исследований низкотемпературной плазмы. Экспериментальные и численные исследования позволяют одновременно определять локальные значения макроскопических параметров плазмы и характеристики излучения. Это открывает новые возможности для проведения комплексных исследований и валидации численных моделей с учетом экспериментальных данных. Этим обусловлена актуальность разработки численных моделей переноса излучения, предназначенных для исследования магнитоплазменных конфигураций в различных магнитных ловушках по удержанию плазмы. Исследование переноса излучения в ловушках-галатеях представляет интерес как для стационарных магнитоплазменных конфигураций, полученных в результате решения уравнения Грэда-Шафранова, так и для эволюционных плазмодинамических моделей формирования квазиравновесных конфигураций в магнитных ловушках для удержания плазмы.

В данной работе представлена трехмерная численная модель для решения задачи переноса излучения в равновесных магнитоплазменных конфигурациях в ловушках-галатеях. При этом учитывается ряд факторов, связанных с описанием геометрии излучающего объема, с учетом теневых областей, с деталями описания основных механизмов излучения и поглощения, а также спектра излучения. Для решения уравнения переноса излучения использованы методы длинных и коротких характеристик. Основные проблемы, связанные с моделированием переноса излучения, отражены в имеющейся литературе (см., например, [47-61]). Одна из моделей радиационной магнитной газодинамики на основе метода длинных характеристик для изучения процессов в потоках ионизирующегося газа и плазмы в канале квазистационарного плазменного ускорителя представлена в работах [62-63].

Уравнение Грэда-Шафранова

Исследование равновесных конфигураций магнитных ловушек проводится, как правило, на основе уравнения Грэда-Шафранова, которое является следствием уравнений статического равновесия в магнитной газодинамике: $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$, $\mathbf{V} = 0$. Из условий статического равновесия также следуют общие свойства равновесных МГД конфигураций. Следует заметить, что данные условия отвечают задачам управляемого термоядерного синтеза (УТС) на основе магнитных ловушек, для которых характерное время удержания много меньше характерного времени плазменных процессов: $\tau_{\text{удерж.}} \ll \tau_{\text{пл. проц.}}$

МГД уравнения в случае статического равновесия и пренебрежения диссипативными факторами существенно упрощаются:

$$\nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}], \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad (3)$$

где P – давление плазмы.

В общем случае имеем семь уравнений для семи неизвестных. При наличии симметрии все можно свести к одному уравнению. При условии осевой симметрии ($\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$) с учетом (3) введем функцию магнитного потока $\psi = \psi(r, z)$:

$$H_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (4)$$

При этом уравнение $\text{div } \mathbf{H} = 0$ выполнено тождественно. Применим операцию дивергенции к соотношению (2) и учтем, что $\text{div rot } \mathbf{H} = 0$. Тогда имеем $\text{div } \mathbf{j} = 0$. Введем функцию полоидального электрического тока $I = I(r, z)$:

$$j_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial z}; \quad j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial r}. \quad (5)$$

В этом случае уравнение $\text{div } \mathbf{j} = 0$ выполнено тождественно. Из соотношения (1) следует, что

$$\vec{H} \nabla P = \frac{D(P, \psi)}{D(r, z)} = 0; \quad \vec{j} \nabla P = \frac{D(P, I)}{D(r, z)} = 0.$$

Тем самым давление остается постоянным на магнитных силовых линиях и на линиях электрического тока, т.е. на магнитотоковых поверхностях, схематично представленных на рис.1.

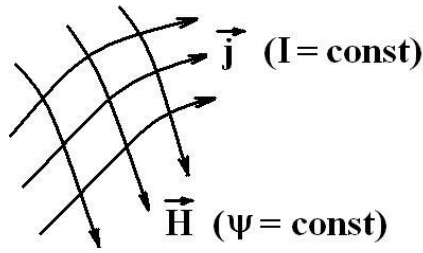


Рис. 1. Схематичное представление магнитотоковых поверхностей

Здесь I – метка линий электрического тока, ψ – метка магнитных поверхностей. Это означает, что давление является функцией указанных переменных $P = P(\psi, I)$. Очевидными являются следующие выводы. Для удержания плазмы силовые линии магнитного поля должны оставаться целиком в пределах некоего конечного объема. Если плазменный объем окружен холодной стенкой, то должен быть ряд слоев, каждый из которых образован силовыми линиями, не выходящими за пределы конечного объема. Возьмем за основу функцию магнитного потока $\psi(r, z)$. Тогда $I = I(\psi)$, т.к. магнитная поверхность одновременно является токовой поверхностью.

Рассмотрев r -компоненту уравнения (2), получим

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} j_r \quad \text{или} \quad -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial z}.$$

Для z -компоненты уравнения (2) имеем

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} j_z \quad \text{или} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial r}.$$

Из данных соотношений следует, что

$$r H_\varphi = \frac{4\pi}{c} I. \quad (6)$$

Для уравнения (2) φ -компонента приводит к соотношениям

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{4\pi}{c} j_\varphi \quad \text{или} \quad -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{4\pi}{c} j_\varphi.$$

Последнее уравнение можно переписать в следующем виде

$$\Delta^* \psi = -\frac{4\pi}{c} r j_\varphi, \quad (7)$$

где $\Delta^* = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)$.

Уравнение (1), точнее его r -компонента, дает соотношение

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{c} (j_\varphi H_z - j_z H_\varphi),$$

в котором $j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{d I(\psi)}{d \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r}$.

С учетом (4) и (6) получим $\frac{d P(\psi)}{d \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{c} \left(j_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{d I(\psi)}{d \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} H_\phi \right)$.

Откуда следует, что

$$\frac{j_\phi}{c} = r \frac{d P(\psi)}{d \psi} + \frac{4 \pi}{c^2 r} I(\psi) \frac{d I(\psi)}{d \psi}.$$

Подставив j_ϕ в (7), приходим к уравнению Грэда-Шафранова в следующей форме:

$$\Delta^* \psi = -4 \pi r^2 \frac{d P}{d \psi} - \left(\frac{4 \pi}{c} \right)^2 I(\psi) \frac{d I}{d \psi}.$$

Уравнение Грэда-Шафранова можно записать в обобщенном виде:

$$\Delta^* \psi + g(r, z, \psi) = 0.$$

При наличии внешних токов \mathbf{j}_{ex} имеем $rot \vec{H} = \frac{4 \pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_{ex})$ и

$$g(r, z, \psi) = 4 \pi r^2 \frac{d P}{d \psi} + \left(\frac{4 \pi}{c} \right)^2 I(\psi) \frac{d I}{d \psi} + \frac{4 \pi}{c} r j_\phi^{ex}.$$

Вместо (4) может быть использована другая нормировка:

$$H_r = -\frac{1}{2 \pi r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad \text{и} \quad H_z = \frac{1}{2 \pi r} \frac{\partial \Psi}{\partial r},$$

где переменная Ψ также является функцией магнитного потока. Тогда в отсутствие полоидального тока и $I(\psi) = 0$ приходим к уравнению Грэда-Шафранова в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -16 \pi^3 r^2 \frac{d P(\Psi)}{d \Psi} - \frac{8 \pi^2 r}{c} j_\phi^o(r, z). \quad (8)$$

Здесь в правой части уравнения явно выделено распределение плотности внешнего тока $j_\phi^o(r, z)$, заданного соответствующей функцией координат

(r, z) . Плазменный ток определяется выражением $j_p = 2 \pi r c \frac{d P(\Psi)}{d \Psi}$.

Уравнение (8) – это нелинейное эллиптическое уравнение второго порядка. Функция $P(\Psi)$, определяющая распределение давления плазмы, является произвольной также заданной функцией одного аргумента Ψ . Решив уравнение (8), получаем распределения магнитного поля $\Psi(r, z)$ и давления $P(\Psi(r, z))$. При этом давление определено с точностью до константы.

Для численного решения удобнее использовать другую форму уравнения (8), вводя векторный потенциал магнитного поля \mathbf{A} , определяемый

соотношением $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$. Если выразить Ψ через азимутальную компоненту A_φ векторного потенциала магнитного поля так, что $\Psi = 2\pi r A$, где $A = A_\varphi$, то уравнение (8) запишем в виде

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A}{\partial r} \right) = -8\pi^2 r \frac{dP}{d\Psi} - \frac{4\pi}{c} j_\varphi^o. \quad (9)$$

О численном решении задачи с уравнением Грэда-Шафранова

Задача определения равновесной магнитоплазменной конфигурации решается в несколько этапов. Сначала вакуумное магнитное поле или линии уровня функции $\Psi = \text{const}$ определяются из решения уравнения (9) с $P \equiv 0$ и граничным условием $\Psi = 0$ на всех границах, включая стенки цилиндра и ось симметрии, отвечающую оси z , например, на рис. 2 и 3. В результате находим сепаратрисы вакуумного магнитного поля $\Psi = \Psi_s$. Сепаратрисам отвечают линии $\Psi = \text{const}$, выходящие из нулевых точек магнитного поля. Соответственно, точкам пересечения сепаратрис отвечают нулевые значения магнитного поля. Далее предполагаем, что плазменные токи не меняют кардинально геометрию магнитного поля, и соответственно зададим параметры плазмы и ее давление. Данное предположение подтверждают результаты проведенных расчетов с учетом давления в уравнении (9).

Функцию $P(\Psi)$ выберем так, чтобы плазма в основном находилась в окрестности сепаратрисы вакуумного магнитного поля $\Psi = \Psi_s$, обходящей три тока одного направления. Задание функции $P(\Psi)$ предполагает, что часть плазмы будет лежать вблизи сепаратрисы $\Psi = \Psi_s$, обхватывая внешние проводники тонкими слоями, называемыми мантиями. Данным условиям отвечает функция

$$P(\Psi) = P_o \exp(-(\Psi - \Psi_s)^2 / \delta^2), \quad (10)$$

где P_o – значение максимального давления на сепаратрисе, а параметр δ определяет «толщину» плазменной конфигурации.

На завершающем этапе уравнение (9) решается численно для функции $P(\Psi)$, заданной с помощью соотношения (10). Численные алгоритмы, использованные при решении задачи о равновесных магнитоплазменных конфигурациях, основаны на разностной аппроксимации уравнения (9) на прямоугольной сетке. Для нахождения решения системы разностных уравнений используются различные методы, включая метод минимальных невязок и метод установления при условии перехода к параболическому уравнению с добавлением производной по времени и последующим расщеплением по координатным направлениям.

Для определенности рассмотрим метод минимальных невязок для численного решения уравнения (9). Это уравнение решается в области $0 \leq r \leq R_{\max}$, $Z_{\min} \leq z \leq Z_{\max}$. В рассматриваемом случае имеем $Z_{\min} = -Z_{\max}$.

Фактически из-за симметрии задачи решение нужно искать в половине этой области с соответствующими граничными условиями при $z=0$. В общем случае граница $z=0$ может и не отвечать условию симметрии. Тогда следует рассматривать полную область.

Введем в области равномерную разностную сетку (r_i, z_j) , где $r_i = ih_r$, $z_j = jh_z$, $i=0,1,\dots,N_r$, $j=0,1,\dots,N_z$. Здесь h_r и h_z – шаги сетки по двум направлениям. На этой сетке рассмотрим естественную аппроксимацию уравнения (9) на очередном шаге $k+1$ итерационного процесса в методе минимальных невязок

$$\begin{aligned} \frac{r_{i+1} A_{i+1,j}^{k+1} - r_i A_{i,j}^{k+1}}{r_{i+1/2} h_r^2} - \frac{r_i A_{i,j}^{k+1} - r_{i-1} A_{i-1,j}^{k+1}}{r_{i-1/2} h_r^2} + \frac{A_{i,j+1}^{k+1} - 2A_{i,j}^{k+1} + A_{i,j-1}^{k+1}}{h_z^2} = \\ = -\frac{4\pi}{c} j_{\varphi}^o(r_i, z_j) - 8\pi^2 r_i q(\Psi_{i,j}^k), \end{aligned} \quad (11)$$

где $1 \leq i \leq N_r - 1$ и $1 \leq j \leq N_z - 1$. Здесь $q(\Psi) = \frac{dP(\Psi)}{d\Psi}$ – заданная функция от переменной Ψ , $j_{\varphi}^o(r, z)$ – известная функция координат (r, z) . На границе области имеем граничное условие $\Psi_{i,j} = 0$.

На начальном этапе решается линейная задача при условии, что $q(\Psi) = 0$. Данная задача может быть решена многими способами, в том числе методом минимальных невязок. Пусть решение этой задачи найдено и на первоначальном шаге итерационного процесса определены значения $A_{i,j}^o$ и $\Psi_{i,j}^o$. По найденному вакуумному магнитному полю вычисляем значение функции магнитного потока на сепаратрисе Ψ_s и задаем функцию $q(\Psi)$ с учетом соотношения (10).

Далее можно найти решение нелинейной задачи (11) при $q(\Psi) \neq 0$, используя итерационный алгоритм в рамках метода минимальных невязок. Запишем задачу для разностного уравнения (11) в обобщенном виде

$$L A = F, \quad (12)$$

где L – линейный оператор или матрица, а величину $A = A_{i,j}$ для $i=0,1,\dots,N_r$ и $j=0,1,\dots,N_z$ можно рассматривать как вектор размерности $(N_r + 1) \times (N_z + 1)$. Действие оператора L определяется левой частью уравнения (11) и граничными условиями. При этом $F = F_{i,j}$ является известным вектором, который отвечает правой части уравнения (11) с той же размерностью. Решение уравнения (12) находится с помощью итерационного процесса в рамках метода минимальной невязки следующим образом:

$$\begin{aligned}
 d_{i,j}^k &= L A_{i,j}^k - F_{i,j}, \\
 \tau_{k+1} &= (L d^k, d^k) / (L d^k, L d^k), \\
 A_{i,j}^{k+1} &= A_{i,j}^k - \tau_{k+1} d_{i,j}^k.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Обозначение в круглых скобках в соотношениях (13) предполагает суммирование по индексам i и j . Если итерационный процесс (13) сходится для достаточно больших значений шага k , то значения $A_{i,j}^k$ определяют приближенное решение нелинейной задачи для разностного уравнения (11). Существование такого решения имеет и физическое обоснование, поскольку токи в плазме значительно меньше токов в проводниках. Расчеты равновесных магнитоплазменных конфигураций для ловушек-галатей «Тримикс» и «Тримикс-3М» проведены на сетке 100x100.

Равновесные конфигурации в ловушке «Тримикс»

Исследование переноса излучения рассмотрено на примере двух ловушек-галатей. Осесимметричная плазменная ловушка «Тримикс» схематично представлена на рис. 2 и обладает конфигурацией магнитного поля и электрических токов типа тэта-пинча, поскольку в цилиндрической системе координат (r, φ, z) имеем $\nabla = (\partial/\partial r, 0, \partial/\partial z)$, $\mathbf{H} = (H_r, 0, H_z)$ и $\mathbf{j} = (0, j_\varphi, 0)$, где \mathbf{H} – напряженность магнитного поля, \mathbf{j} – плотность электрического тока.

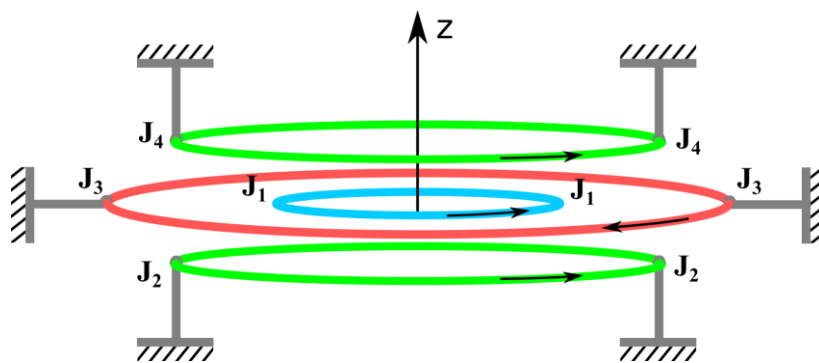


Рис. 2. Схема установки «Тримикс»

Схематично установка состоит из четырех кольцевых проводников с токами J_1 , J_2 , J_3 и J_4 . Некоторые из кольцевых проводников с токами являются опорными. На самом деле в проведенных экспериментах все проводники были закреплены. В будущем предполагается, что часть проводников может левитировать в магнитном поле поддерживающих кольцевых проводников. В трех кольцевых проводниках токи J_1 , J_2 и J_4 направлены в одну сторону. Кольцевые проводники с токами противоположного направления J_1 и J_3 расположены в одной плоскости.

Считаем, что вакуумное магнитное поле ловушки создается токами в кольцевых проводниках, помещенных в идеально проводящий цилиндр радиусом $R = 70$ см. Высота расчетной области вдоль оси z меняется в интервале $[-40, 40]$ в соответствии с рис. 3. Границы области при $z = 40$ и $z = -40$ также отвечают идеально проводящим поверхностям.

Кольцевые проводники представляют собой катушки, намотанные из более тонких проводников с током $J_c = 1.5$ кА. Тогда кольцевые токи $J_i = N_i J_c$ определяются числом витков N_i в обмотке для каждой катушки или проводника с током. В рассматриваемом примере имеем $N_1 = 25$, $N_2 = 20$, $N_3 = 21$ и $N_4 = 20$. Результаты численного решения уравнения (9) иллюстрирует рис. 3.

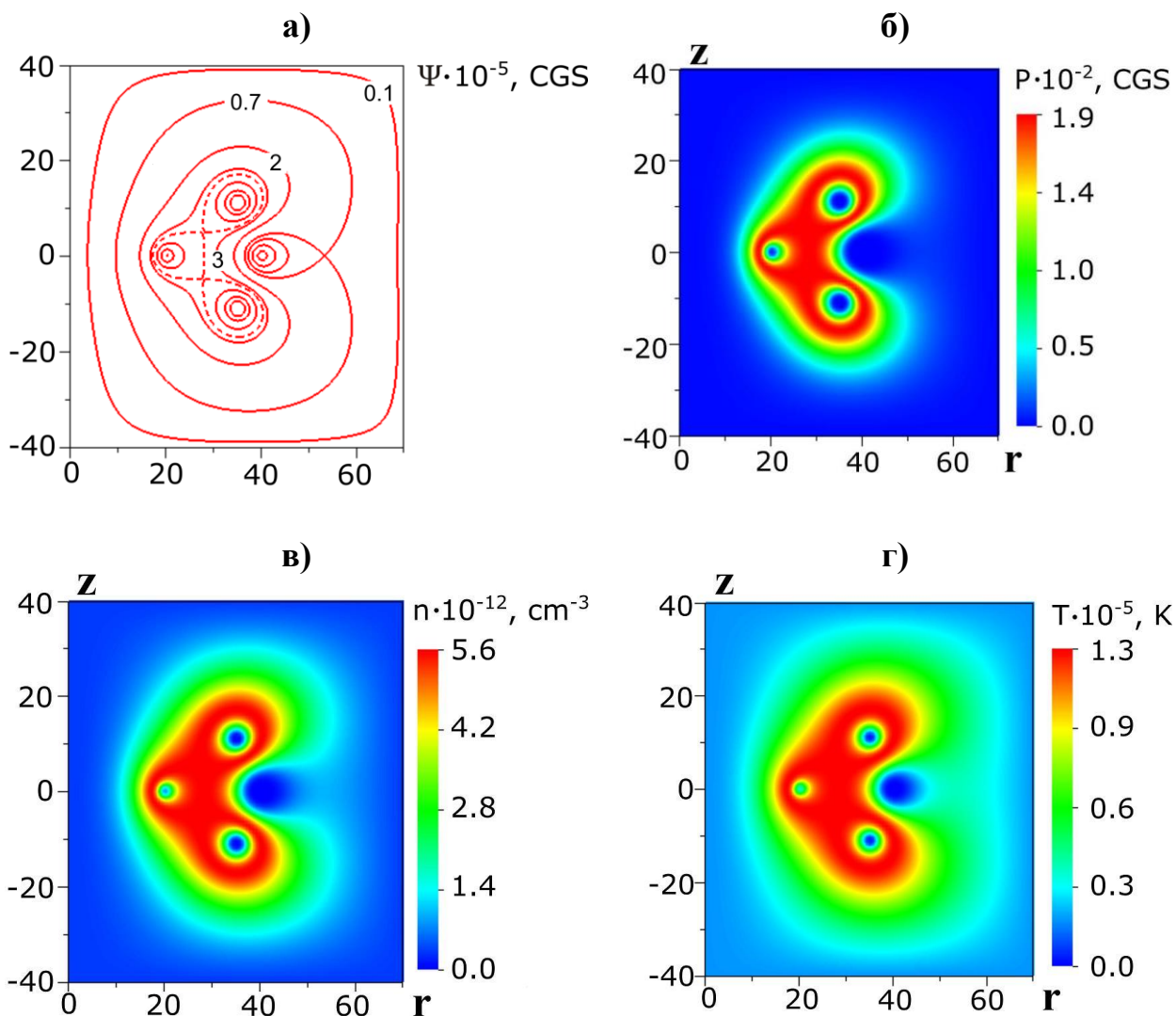


Рис. 3. Распределения а) линий магнитного поля или линий уровня функции Ψ , б) давления, в) концентрации и г) температуры в ловушке-галатее «Тримикс» при $P_o = 16$ Па

На рис. 3а и 3б представлены распределения функции $\Psi(r, z)$ и давления $P(r, z)$ при $\Psi_s = 3.3 \cdot 10^5$ (CGS), $\delta = 1.5 \cdot 10^5$ (CGS) и $P_o = 16$ Па. Считая, что температуры электронной и ионной компонент мало отличаются $T_i \approx T_e = T$ и плазма является квазинейтральной $n_i = n_e = n$, давление равно $P = k_B n T_i + k_B n T_e = 2 k_B n T$. При этом указанная величина P_o соответствует, например, следующим значениям концентрации частиц $n_o = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и температуры $T_o = 10$ эВ. Сепаратрисе на рис. 3а отвечает штриховая кривая. Распределение функции $\Psi(r, z)$ и положение сепаратрисы близки к тем, что соответствуют вакуумному магнитному полю. Давление представлено в единицах системы измерения CGS.

Считая плазму идеально проводящей, естественно использовать адиабатическое уравнение состояния $P = P_o (n/n_o)^\gamma$, где $\gamma = 5/3$ – показатель адиабаты для плазмы. Получим распределения концентрации $n = n_o (P/P_o)^{1/\gamma}$ и температуры $T = P/(2 k_B n)$, представленные на рис. 3в и 3г соответственно.

3D модель переноса излучения

Для заданных значений концентрации и температуры задачу о переносе излучения в ловушках-галатях необходимо решать в трехмерной постановке, поскольку плотность энергии излучения U и плотность потока энергии излучения \mathbf{W} определяются через интегральные соотношения от интенсивности излучения $I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ вдоль выбранного направления и для определенного участка спектра:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^\infty \int_{\Omega} I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) d\Omega d\nu, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \int_{\Omega} I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\Omega d\nu. \quad (14)$$

Скорость распространения излучения, как правило, существенно выше характерной скорости плазодинамических процессов в магнитной газодинамике. Поэтому можно ограничиться решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \eta_\nu(\mathbf{r}) - \kappa_\nu(\mathbf{r}) \cdot I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}), \quad (15)$$

где интенсивность излучения $I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ с частотой ν , распространяющегося в направлении телесного угла $\mathbf{\Omega}$, отвечает точке с координатой \mathbf{r} .

В результате расчетов будет показано, что плотность энергии излучения U существенно меньше тепловой или внутренней энергией среды и $U \ll \rho \varepsilon$. При этом поток энергии излучения $W \sim cU$ в эволюционных уравнениях радиационной магнитной газодинамики (РМГД) может играть определенную роль в перераспределении энергии.

Излучательная способность η_ν и коэффициент поглощения κ_ν зависят от состояния среды, ее плотности и температуры, а также спектрального параметра ν , связанного с энергией фотона $h\nu$. Для определения их значений необходимы, в общем случае, расчет спектра атома и вычисление населенностей состояний атомов. Испускание и поглощение света, связанные с переходами электрона из одного энергетического состояния в другое, отвечают связанно-связанным, связанно-свободным и свободно-свободным процессам. Соответственно, коэффициент поглощения и излучательная способность складываются из трех частей, отвечающих а) поглощению и излучению в линиях, б) фотоионизации и фоторекомбинации и в) рассеянию. Эти величины определяются с помощью следующих соотношений [47,50,52,53]:

$$\begin{aligned} \kappa_\nu &= \sum_{\substack{k < j \\ k, j=1}}^{K-1} n_k \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{kj} \phi_{kj}(\nu) \left(1 - \frac{n_j g_k}{n_k g_j} \right) + n_e \sigma_K^{ff}(\nu) (1 - e^{-h\nu/k_B T}) + \\ &+ \sum_{k=1}^{K-1} n_k \sigma_k^{PI}(\nu) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \frac{n_i g_k}{n_k \Sigma_i} \exp\left(\frac{h\nu_k - h\nu}{k_B T} \right) \right), \\ \eta_\nu &= \sum_{\substack{k > j \\ j, k=1}}^{K-1} n_k \frac{g_j \pi e^2}{g_k m_e c} f_{jk} \phi_{jk}(\nu) \frac{h\nu^3}{\pi c^2} + n_e \frac{h\nu^3}{\pi c^2} \sigma_K^{ff}(\nu) e^{-h\nu/k_B T} + \\ &+ \sum_{k=1}^{K-1} n_i n_e \frac{(h\nu)^3}{4 \hbar^2 \pi^2 c^2} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \sigma_k^{PI}(\nu) \frac{g_k}{\Sigma_i} \exp\left(\frac{h\nu_k - h\nu}{k_B T} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где ν – частота фотона, n_k – населенность или концентрация k -го состояния атома, g_k – статистический вес k -го состояния атома, f_{kj} – сила осцилляторов при переходе атома из k -го в j -е состояние, $\phi_{kj}(\nu)$ – профиль линии соответствующего связанно-связанного перехода, $\sigma_k^{PI}(\nu)$ – сечение фотоионизации из k -го состояния, $\sigma_K^{ff}(\nu)$ – сечение обратного тормозного поглощения [53]. Суммирование в формулах проводится по всем состояниям, за исключением состояния $k=K$, отвечающего ионам с концентрацией n_i . Излучательная способность (16) отвечает количеству энергии частоты ν самопроизвольно или спонтанно излучаемой в 1 см^{-3} вещества в 1 сек в единичном интервале частот. Профиль линии, учитывающий разные по природе механизмы уширения, определяется по формуле Фойгта:

$$\phi_{kj}(\nu) = \frac{\gamma_e}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-s^2} ds}{(\nu - \nu_{kj} - s D)^2 + (\gamma_e)^2}, \quad (17)$$

где D – ширина Доплера, γ_e – суммарная ширина, обусловленная взаимодействием атома с окружающими его ионами, электронами и излучением. Профиль линии Фойгта имеет вид колоколообразной кривой, характерная ширина которой соответствует времени жизни состояния. Эффективная методика вычисления профиля Фойгта изложена в [51]. Взаимодействие с электронами является существенным фактором для низкотемпературной плазмы и характерных концентраций $n \sim 10^{14} \div 10^{17} \text{ см}^{-3}$. В этом случае для вычисления величины γ_e можно ограничиться уширением электронным ударом, используя известные формулы [52,53].

В условиях локального термодинамического равновесия (ЛТР) населенности состояний связаны уравнением Саха и формулой Больцмана:

$$x_k = \frac{n_a}{n} \frac{g_k}{\sum_a} \exp(-(E_k - E_1)/k_B T). \quad (18)$$

На рис. 4 представлены характерные зависимости коэффициента поглощения и излучательной способности водородной плазмы для указанных параметров среды с учетом 6 уровней энергии, отвечающих излучению в линиях. Излучательная способность, отвечающая единичному интервалу частот в (16), на рис. 4 отнесена к единичному интервалу энергии фотонов в 1 эВ. На рисунках отдельно выделены α - и β -линии серии Лаймана. Ранее было показано, что эти линии переносят значительную долю энергии линейчатого спектра, поэтому профили этих линий описываются более детально, чем профили остальных линий. Для детального описания этих спектральных линий использовался профиль Фойгта (17). При этом на ширину линии приходится несколько спектральных групп, подробно описывающих форму ядра и крыльев линий. В то же время линии в остальной части спектра описываются в рамках одной группы. В задаче о переносе излучения рассмотрена спектральная область энергий от 0 до 20 эВ, и количество спектральных групп не менее 175.

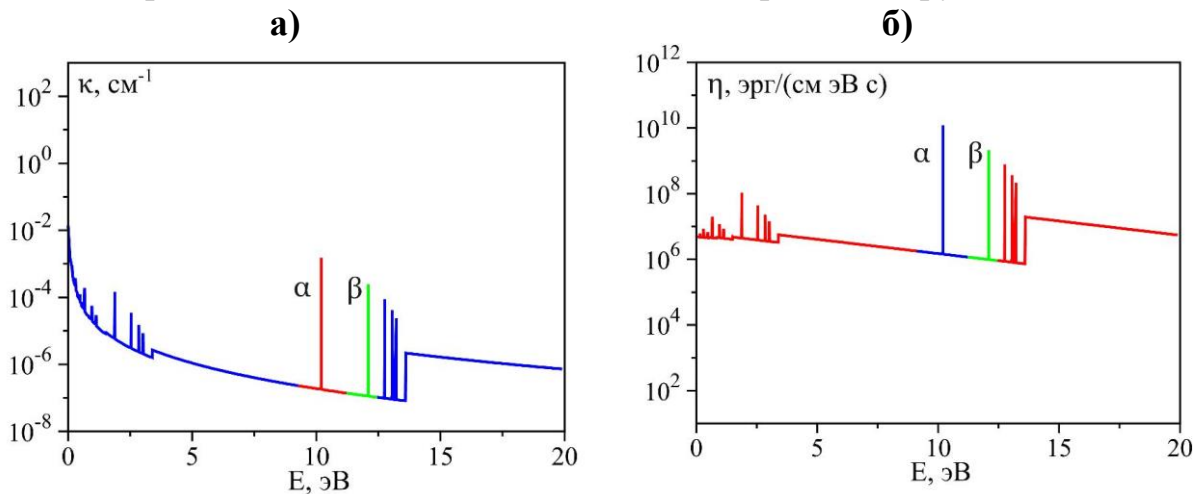


Рис. 4. Зависимость а) коэффициента поглощения и б) излучательной способности от энергии излучения для концентрации $n = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и температуры $T = 5 \text{ эВ}$

В силу соотношений (14) задачу о переносе излучения необходимо решать в трехмерной постановке задачи. Пространственная 3D сетка, представленная на рис. 5, построена для полуцилиндра с учетом аксиальной симметрии задачи. На плоскости полукруглого сечения для генерации сетки используется вычислительный код Gmsh, и количество четырехугольников в полукруглом сечении равно 4745. Вдоль оси z сетка равномерная с количеством слоев, равным 100. Общее число гексаэдральных ячеек для 3D сетки равно 474500 с характерным размером ребра порядка 1 см.

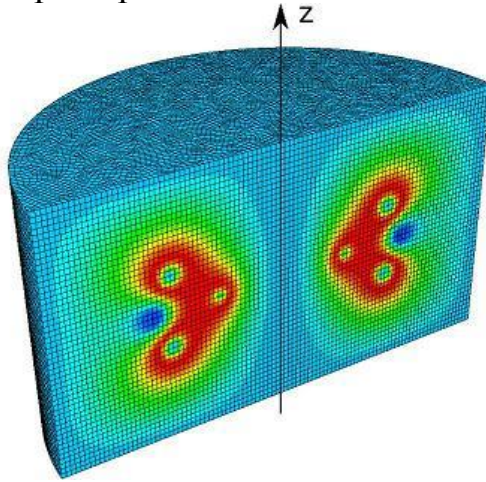


Рис. 5. 3D сетка для расчета переноса излучения

Дополнительная угловая сетка по азимутальному и полярному углу строится с учетом аксиальной симметрии задачи для каждого узла или ячейки, расположенной в продольном плоскостном сечении, включающем ось z . Элементы угловой сетки представлены на рис. 6а. Угловая сетка для указанных узлов получена путем равномерного разбиения телесного угла $\Omega = 2\pi$ на 220 угловых элементов. В соответствии с используемым методом длинных характеристик (см, например, [48, 50, 62, 63]) осуществляется трассировка луча для того, чтобы определить точки его пересечения S_i с гранями ячеек трехмерной координатной сетки и место падения луча на одну из границ трехмерной области (см. рис. 6б).

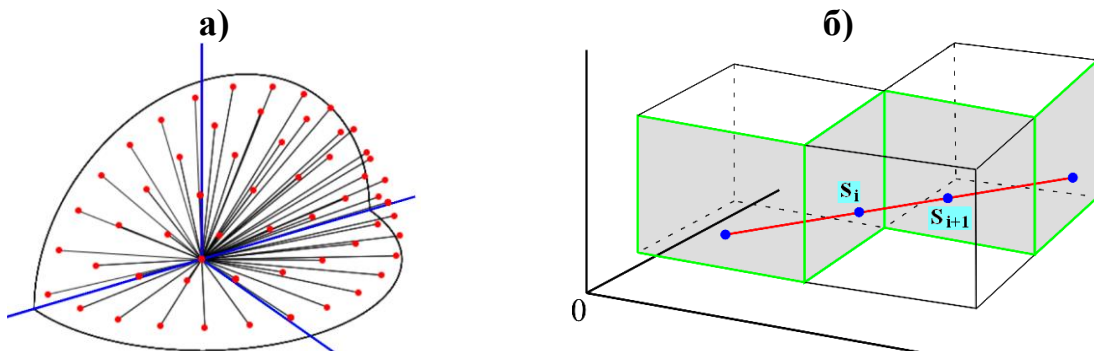


Рис. 6. а) Угловая сетка и направление лучей в телесном угле;
б) Трассировка луча сквозь неравномерную 3D сетку

Коэффициенты κ_ν и η_ν вычисляются для среднего значения плотности и температуры в центре ячейки. Значение интенсивности на характеристике, проходящей через любое количество однородных областей или ячеек с известными коэффициентами поглощения и излучательными способностями, определяется в результате сшивки решений на границе однородных областей. В результате интенсивность вычисляется для каждого узла координатной сетки, для каждого луча угловой сетки и для всех участков спектра.

Поле излучения в ловушке-галатее «Тримикс»

На рис. 7 представлено распределение плотности энергии излучения U , на фоне которого черными стрелками изображено векторное поле плотности потока энергии излучения \mathbf{W} в ловушке-галатее «Тримикс». Данное поле излучения соответствует распределениям плотности и температуры, изображенным на рис. 3в и 3г. Расчет переноса излучения проведен в условиях ЛТР, когда населенности состояний вычисляются по формуле Больцмана (18). На рисунке дано распределение размерных значений U и плотности потока энергии излучения \mathbf{W} . Масштаб векторов \mathbf{W} определяется модулем вектора $W = 2.4 \cdot 10^2$ эрг / (сек см²), который указан на рисунке.

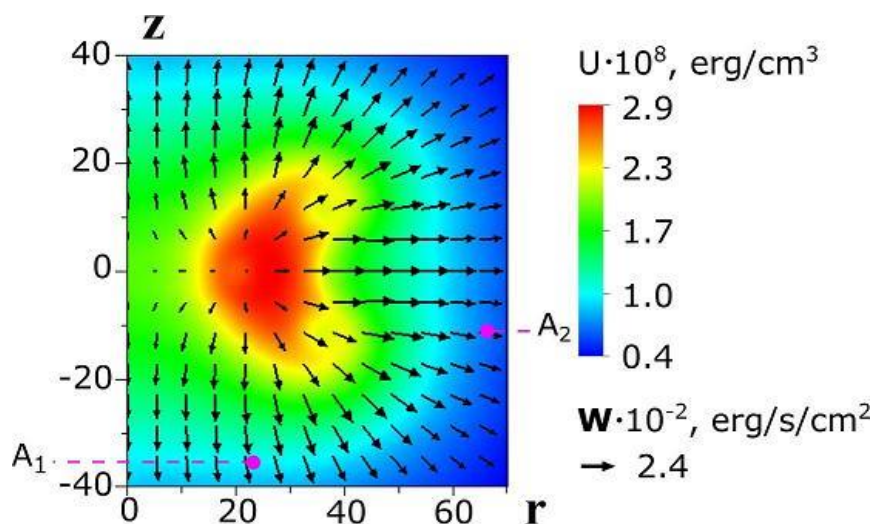


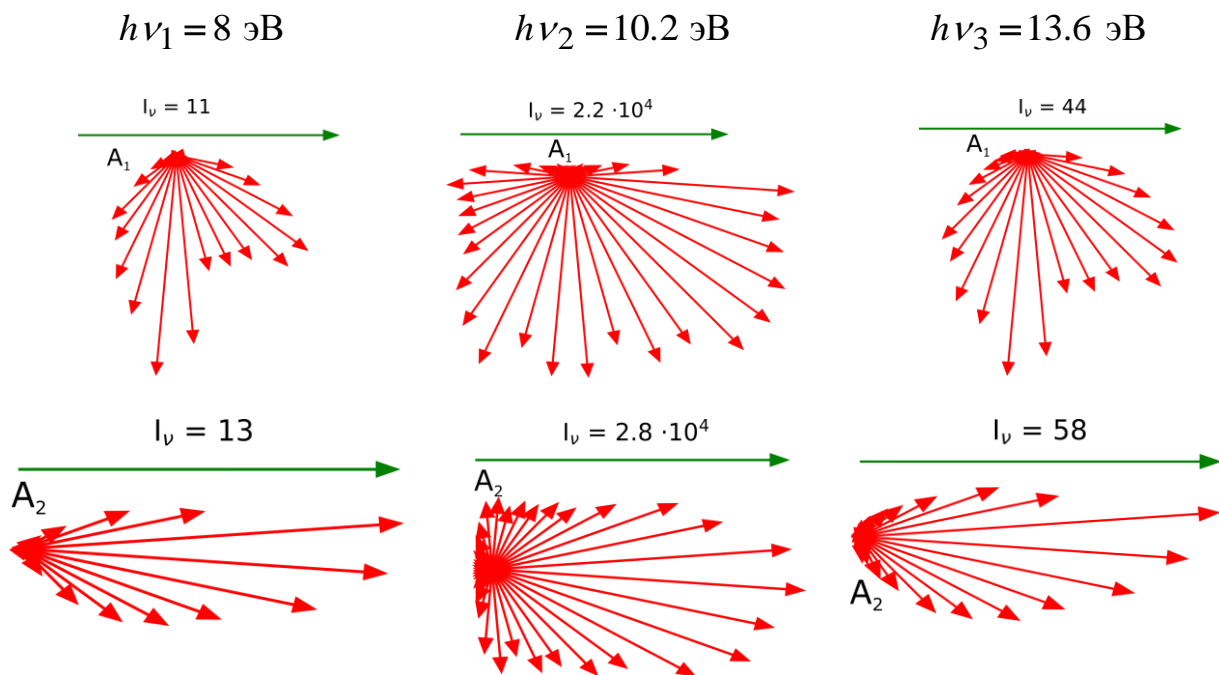
Рис. 7. Распределение плотности энергии излучения и векторное поле плотности потока энергии излучения в ловушке-галатее «Тримикс»

Результаты расчета, представленные на рис. 7, указывают на то, что плотность потока энергии излучения, равная по величине $W \sim cU$, может играть определенную роль в перераспределении энергии. Поток энергии излучения направлен во все стороны от основной кольцевой области магнитоплазменной конфигурации, где наблюдаются максимальные значения температуры. В то же время сравнение рис. 7 и 3б показывает, что плотность энергии излучения мала и $U \ll \rho \varepsilon = P/(\gamma - 1)$. Соответственно, излучение объема плазмы в целом не

может оказать существенного влияния на магнитоплазменную конфигурацию в ловушке-галатее «Тримикс» для рассмотренных параметров задачи. Следует отметить, что распределение плотности энергии излучения на рис. 7 подчеркивает контуры магнитоплазменной конфигурации, характерные для ловушек-галатей с силовыми линиями магнитного поля, вогнутыми в плазменный объем, по крайней мере на части плазменного объема, что обеспечивает первичную устойчивость конфигурации.

В таблице 1 для отдельных участков спектра представлены диаграммы направленности излучения в плоскости сечения (r, z) для двух точек A_1 и A_2 , отмеченных на рис. 7. Масштаб векторов определен значением интенсивности и соответствующей длиной вектора, изображенного сверху на каждой диаграмме. Интенсивность измеряется в единицах эрг / (см² сек эВ).

Таблица 1. Диаграммы направленности излучения для различных участков спектра и двух точек A_1 и A_2 конфигурации «Тримикс»



Излучение для энергии фотонов $h\nu_3 = 13.6$ эВ соответствует рекомбинационной части спектра. Для энергии $h\nu_2 = 10.2$ эВ, отвечающей α -линии Лаймана, длина свободного пробега фотонов $l_\nu \sim 1/\kappa_\nu$ является относительно малой величиной. Точка A_1 расположена в нижней части области, а точка A_2 находится с внешней стороны конфигурации. Видно, что интенсивность в точках A_1 и A_2 для энергии фотонов, отвечающей α -линии Лаймана, существенно превышает интенсивность для других участков спектра.

Учитывая возможное в перспективе сопоставление с экспериментальными данными, включая спектроскопию магнитоплазменных конфигураций в ловушках-галатях, разработанная численная методика исследования переноса излучения позволяет определить спектральную интенсивность излучения в любом диапазоне частот для любых лучей, выходящих из объема плазмы в направлении детектора. Полученные результаты будут способствовать проведению комплексных экспериментальных и расчетно-теоретических исследований ловушек-галатей, в том числе с использованием спектрометра.

Равновесные конфигурации и поле излучения в «Тримикс-3М»

На рис. 8 схематично представлена осесимметричная плазменная ловушка «Тримикс-3М». Данная установка состоит из семи кольцевых проводников с токами, часть из которых является опорными. В проведенных экспериментах все проводники были закреплены. В дальнейшем предполагается левитация части проводников в магнитном поле дополнительных поддерживающих кольцевых проводников. В четырех кольцевых проводниках токи J_1 , J_3 , J_5 и J_6 имеют одно и то же направление. В трех проводниках токи J_2 , J_4 и J_7 имеют противоположное направление. Проводники с токами J_2 , J_4 и J_7 являются ключевыми для создания необходимой равновесной конфигурации.

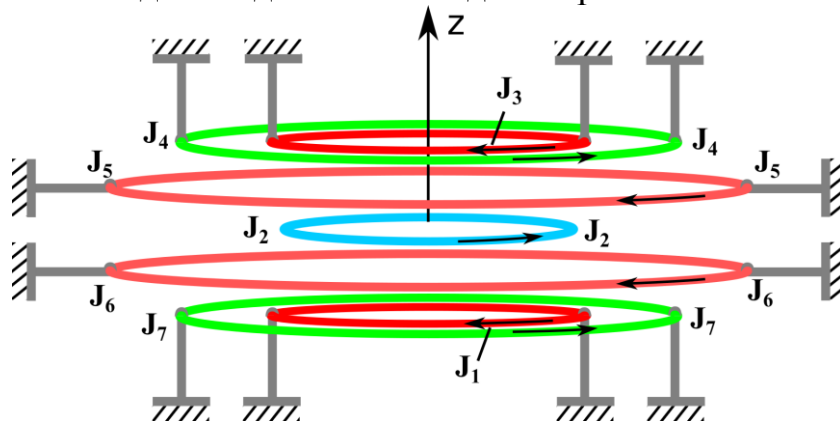


Рис. 8. Схема установки «Тримикс-3М»

По-прежнему считаем, что вакуумное магнитное поле ловушки создается токами в кольцевых проводниках, помещенных в идеально проводящий цилиндр радиусом $R = 70$ см. Высота расчетной области вдоль оси z также меняется в интервале $[-40, 40]$ в соответствии с рис. 9, и границы области при $z = 40$ и $z = -40$ также отвечают идеально проводящим поверхностям.

Кольцевые проводники являются катушками, которые намотаны из более тонких проводников с током $J_c = 1.5$ кА. Соответственно, кольцевые токи $J_i = N_i J_c$ также определяются числом витков N_i в обмотке для каждого проводника с током. В рассматриваемом примере имеем $N_1 = 8$, $N_2 = 25$, $N_3 = 8$, $N_4 = 20$, $N_5 = 11$, $N_6 = 11$ и $N_7 = 20$.

Расчет вакуумного магнитного поля на основе уравнения (9) при $P=0$ позволил определить значение функции магнитного потока на сепаратрисе Ψ_s . В соответствии с (10) функция $P(\Psi)$ задана при $\Psi_s = 3.3 \cdot 10^5$ (CGS), $\delta = 1.5 \cdot 10^5$ (CGS) и $P_o = 19$ Pa. При этом давление $P_o = 2 k_B n_o T_o$ соответствует, например, следующим значениям концентрации частиц $n_o = 5.9 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$ и температуры $T_o = 10$ эВ. В результате численного решения уравнения Грэда-Шафранова с заданной функцией $P(\Psi)$ получена равновесная магнитоплазменная конфигурация в ловушке-галатее «Тримикс-3М», представленная на рис. 9.

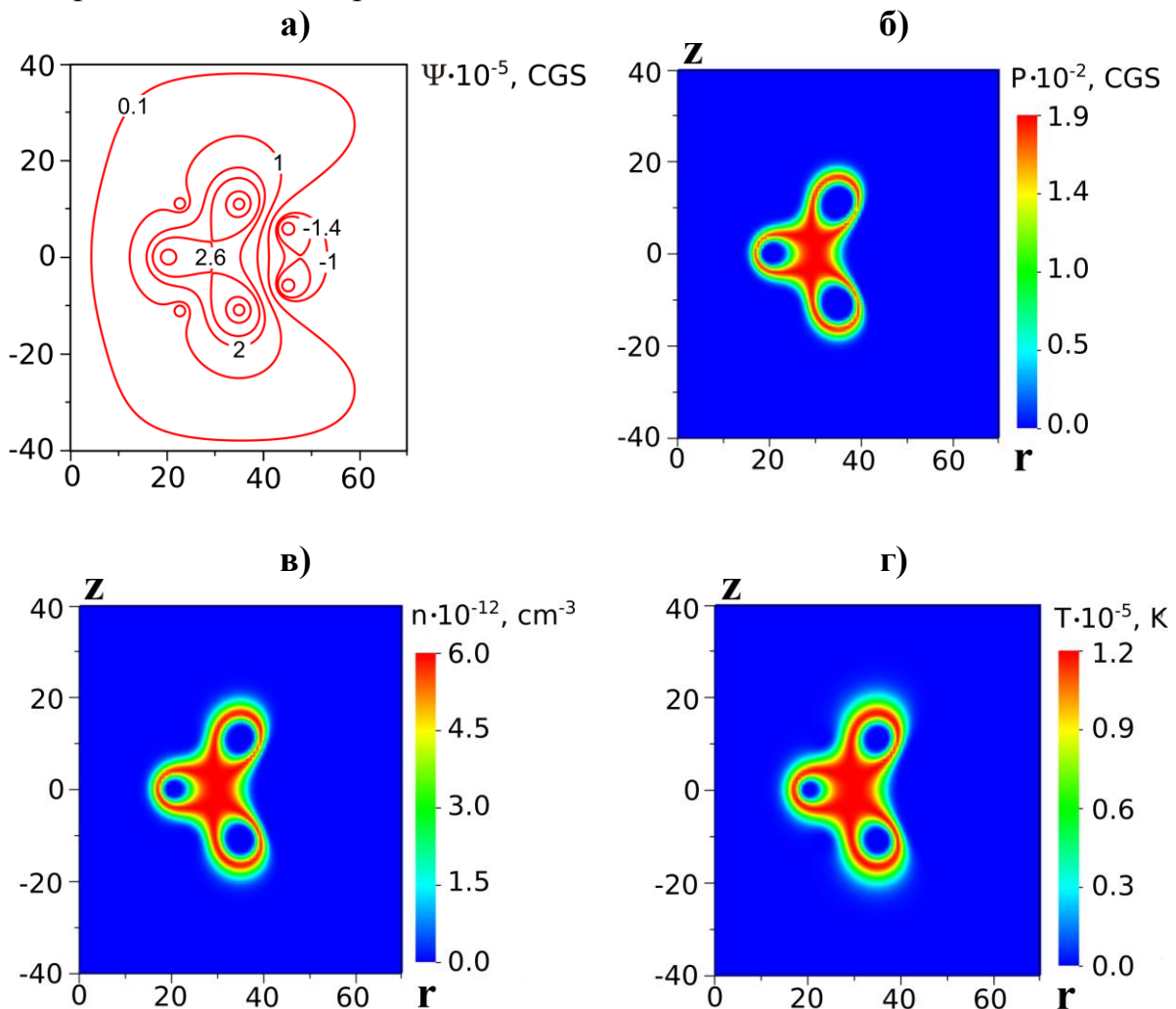


Рис. 9. Распределения а) линий магнитного поля или линий уровня функции Ψ , б) давления, в) концентрации и г) температуры в ловушке «Тримикс-3М» для $P_o = 19$ Pa

На рис. 9а изображены линии магнитного поля, включая сепаратрисы магнитного поля, одна из которых обходит три тока одного направления J_2 , J_4 и J_7 аналогично ранее рассмотренной ловушке «Тримикс». В отличие от

предшествующей ловушки, в модернизированной ловушке «Тримикс-3М» дополнительные кольцевые проводники с током могут обеспечить более устойчивую магнитоплазменную конфигурацию. За исключением мантлий, огибающих проводники, равновесная конфигурация окружена магнитным полем, вогнутым в основной плазменный объем по всему периметру (см. рис. 9б). На рис. 9в и 9г представлены распределения концентрации $n = n_o (P/P_o)^{1/\gamma}$ и температуры $T = P/(2k_B n)$ для указанных выше значений n_o и T_o . Сравнение рис. 3г и 9г показывает, что область, занимаемая горячей плазмой, существенно меньше в ловушке «Тримикс-3М». Для распределений концентрации и температуры на рис. 9в и 9г построено поле излучения.

Рис. 10 иллюстрирует распределение плотности энергии излучения U в ловушке-галатее «Тримикс-3М». Векторное поле плотности потока энергии излучения \mathbf{W} представлено черными стрелками. Расчет переноса излучения по-прежнему проведен в условиях ЛТР с учетом формулы Больцмана (18). На рисунке дано распределение размерных значений U и плотности потока энергии излучения \mathbf{W} . Масштаб векторов \mathbf{W} определяется модулем вектора $W = 1.8 \cdot 10^2$ эрг / (сек см²), который указан на рисунке.

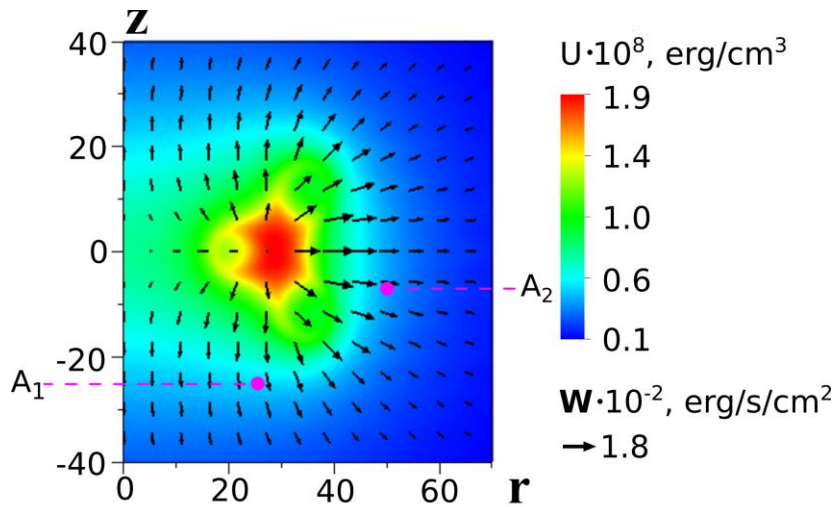
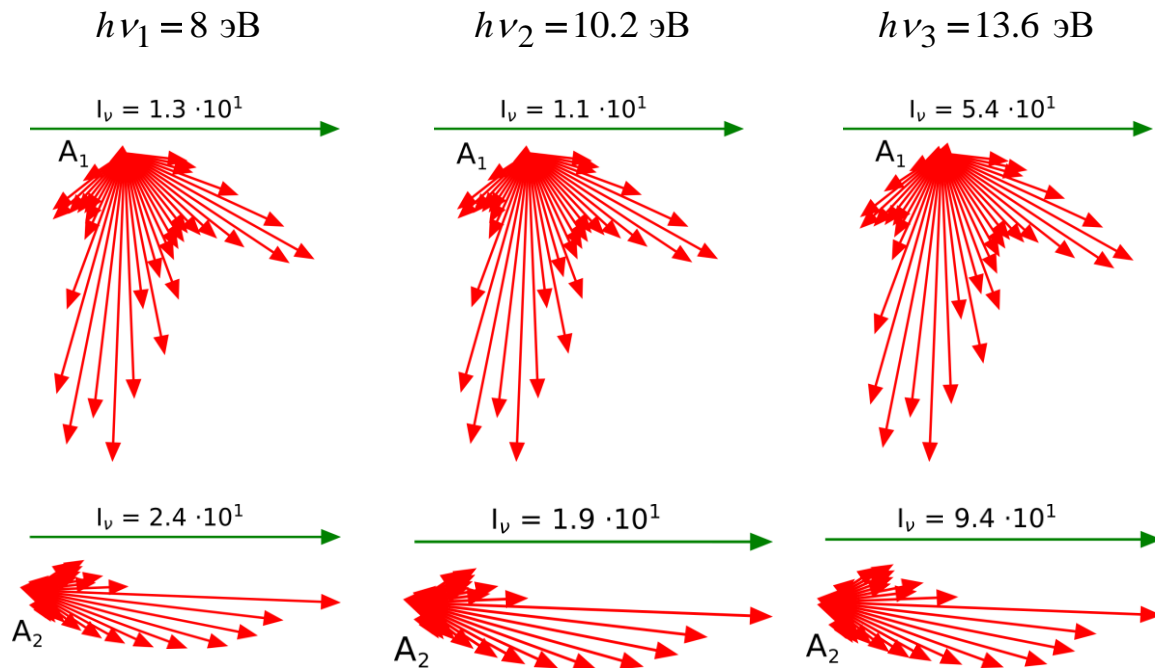


Рис. 10. Распределение плотности энергии излучения и векторное поле плотности потока энергии излучения в «Тримикс-3М» для $P_o = 19$ Па

В отличие от ловушки «Тримикс», на рис. 10 видно, что распределение плотности энергии излучения подчеркивает контуры магнитоплазменной конфигурации, для которой силовые линии магнитного поля оказываются вогнутыми в основной плазменный объем. Как и ранее, расчет показывает, что плотность потока энергии излучения, равная по величине $W \sim cU$, может играть определенную роль в перераспределении энергии. При этом поток энергии излучения направлен во все стороны от высокотемпературной области магнитоплазменной конфигурации. Сравнение рис. 10 и 9б подтверждает, что

плотность энергии излучения существенно меньше внутренней энергии единицы объема $U \ll \rho \varepsilon = P/(\gamma - 1)$. Поэтому излучение объема плазмы для рассмотренных параметров задачи не должно оказывать заметного влияния на магнитоплазменную конфигурацию в ловушке-галатее «Тримикс-3М».

Таблица 2. Диаграммы направленности излучения для различных участков спектра и двух точек A_1 и A_2 конфигурации «Тримикс-3М»



Для двух точек A_1 и A_2 , отмеченных на рис. 10, в таблице 2 для отдельных участков спектра представлены диаграммы направленности излучения в плоскости сечения (r, z) . Масштаб векторов определен значением интенсивности и соответствующей длиной векторов, указанных сверху на каждой диаграмме. Интенсивность излучения измеряется в единицах эрг / (см² сек эВ). По-прежнему точка A_1 расположена в нижней части области, а точка A_2 находится с внешней стороны конфигурации. Диаграммы отвечают трем участкам спектра. В отличие от ловушки «Тримикс», значения интенсивности в точках A_1 и A_2 для энергии фотонов $h\nu_2 = 10.2$ эВ, отвечающей α -линии Лаймана, уже не превышают существенно и по порядку величины соответствуют значениям интенсивности для других участков спектра. При этом значения интенсивности излучения для всех участков спектра в ловушке «Тримикс-3М» существенно меньше, чем аналогичные значения интенсивности в ловушке «Тримикс» (см. таблицу 1). Это связано с тем, что в ловушке «Тримикс-3М» область нагретой плазмы на рис. 9г существенно меньше, чем область горячей плазмы на рис. 3г в ловушке «Тримикс».

Рассмотрим влияние характерного давления P_o , одного из основных параметров задачи, на равновесную конфигурацию и перенос излучения в ловушке «Тримикс-3М». На рис. 11а и 11б представлены распределения функции магнитного потока $\Psi(r, z)$ и давления $P(r, z)$ при $\Psi_s = 3.3 \cdot 10^5$ (CGS), $\delta = 1.5 \cdot 10^5$ (CGS) и $P_o = 36$ Pa. Считаем, что значение характерной температуры $T_o = 10$ эВ остается прежним. Тогда увеличение характерного давления P_o почти в два раза приводит к увеличению характерной концентрации до значения $n_o = 1.1 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$. Сравнение рис. 9 и 11 показывает, что очертания магнитоплазменной конфигурации практически не изменились. По-прежнему равновесная конфигурация окружена магнитным полем, вогнутым в основной плазменный объем по всему периметру, окружающему основной объем, за исключением узких областей, окружающих три «миксины» или три тока одного направления J_2 , J_4 и J_7 .

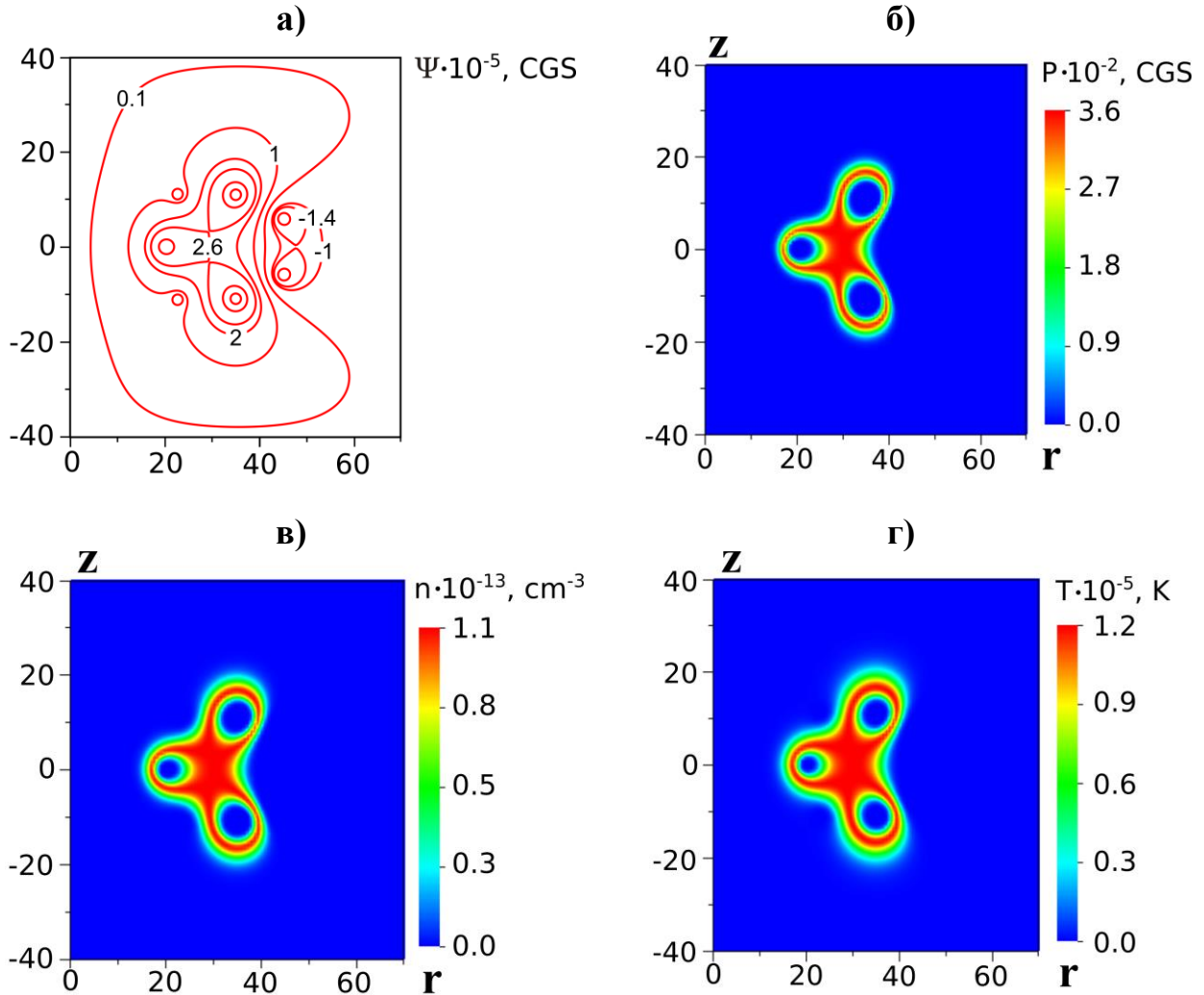


Рис. 11. Распределения а) линий магнитного поля или линий уровня функции Ψ , б) давления, в) концентрации и г) температуры в ловушке «Тримикс-3М» для $P_o = 36$ Pa

На рис. 12 изображено соответствующее распределение плотности энергии излучения U в ловушке-галатее «Тримикс-3М» при $P_0 = 36$ Па. Векторное поле плотности потока энергии излучения \mathbf{W} также представлено черными стрелками. Как и на предшествующих аналогичных рисунках, на рис. 12 дано распределение размерных значений U и плотности потока энергии излучения \mathbf{W} . При этом масштаб векторов \mathbf{W} определяется модулем вектора $W = 6.5 \cdot 10^2$ эрг / (сек см²), указанным на рисунке. Сравнивая рис. 10 и 12, видим, что почти двукратное увеличение характерного давления P_0 приводит к трехкратному увеличению интегральных параметров излучения.

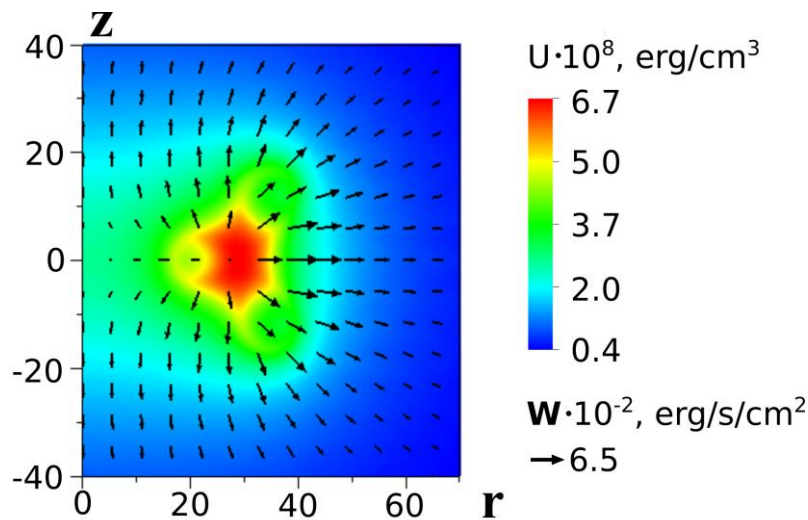


Рис. 12. Распределение плотности энергии излучения и векторное поле плотности потока энергии излучения в «Тримикс-3М» для $P_0 = 36$ Па

Таким образом, интегральные характеристики излучения существенно зависят от параметров равновесных магнитоплазменных конфигураций.

Заключение

Численное исследование равновесных магнитоплазменных конфигураций проведено для магнитных ловушек-галатей «Тримикс» и «Тримикс-3М» с погруженными в плазму левитирующими проводниками с током. Равновесные конфигурации получены на основе уравнения Грэда-Шафранова в области, содержащей различное количество токонесущих проводников. Исследовано поле излучения для двух ловушек-галатей с помощью 3D модели переноса излучения, включающей основные механизмы излучения и поглощения света. Модель переноса излучения разработана в приближении локального термодинамического равновесия, используя метод длинных характеристик. Определено спектральное поле излучения, и построены диаграммы направленности излучения для отдельных точек магнитоплазменных конфигураций. Выявлены существенные различия в поле излучения для

рассматриваемых ловушек, что обусловлено значительным отличием областей горячей плазмы в ловушках «Тримикс» и «Тримикс-3М». Рассчитаны интегральные характеристики излучения с учетом аксиальной симметрии равновесных конфигураций. Представлены двумерные распределения плотности энергии излучения, а также векторные поля плотности потока энергии излучения в ловушках-галатеех. Установлено, что в зависимости от значения параметра характерного давления плазмы существенно меняются интегральные характеристики излучения в равновесных магнитоплазменных конфигурациях.

Библиографический список

1. Морозов А.И. О галатеех – плазменных ловушках с омываемыми плазмой проводниками // Физика плазмы. 1992. Т. 18, № 3. С. 305-316.
2. Морозов А.И., Савельев В.В. О галатеех-ловушках с погруженными в плазму проводниками. // Успехи физических наук. 1998. Т. 168, № 11. С. 1153-1194.
3. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
4. Nishiura M., Kawazura Y., Yoshida Z., Kenmochi N., Yano Y., Saitoh H., Yamasaki M., Mushiake T., Kashyap A., Takahashi N., Nakatsuka M., and Fukuyama A. Ion cyclotron resonance heating system in the RT-1 magnetospheric plasma // Nuclear Fusion. 2017. V. 57. 086038. doi:10.1088/1741-4326/aa720d
5. Kesner J. and Mauel M. Plasma Confinement in a Levitated Magnetic Dipole. // Plasma Physics Reports. 1997. V. 23, No. 9. P. 742–750.
6. Saitoh H., Yoshida Z., Nishiura M., Kawazura Y., Horn-Stanja J., and Sunn Pedersen T. Chaos of energetic positron orbits in a dipole magnetic field and its potential application to a new injection scheme // Phys. Rev. E. 2016. V. 94. 043203.
7. Sato N., Kasaoka N., and Yoshida Z. Thermal equilibrium of non-neutral plasma in dipole magnetic field // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. 042508.
8. Yoshida Z., Saitoh H., Yano Y., Mikami H., Kasaoka N., Sakamoto W., Morikawa J., Furukawa M., and Mahajan S.M. Self-organized confinement by magnetic dipole: recent results from RT-1 and theoretical modeling // Plasma Phys. Control. Fusion. 2013. V. 55. 014018. doi:10.1088/0741-3335/55/1/014018
9. Boxer A.C., Bergmann R., Ellsworth J.L., Garnier D.T., Kesner J., Mauel M.E. and Woskov P. Turbulent inward pinch of plasma confined by a levitated dipole magnet // Nature Physics. 2010. V. 6, No. 3. P. 207-212. doi:10.1038/nphys1510
10. Garnier D.T., Boxer A.C., Ellsworth J.L., Kesner J. and Mauel M.E. Confinement improvement with magnetic levitation of a superconducting dipole // Nuclear Fusion. 2009. V. 49. 055023. doi:10.1088/0029-5515/49/5/055023
11. Zhukovsky A., Michael P.C., Schultz J.H., Smith B.A., Minervini J.V., Kesner J., Radovinsky A., Garnier D., Mauel M. First integrated test of the superconducting magnet system for the Levitated Dipole Experiment (LDX) // Fusion Engineering and Design. 2005, V. 75-79, Part B. P. 29-32.

12. Davis M. S., Mauel M. E., Garnier D. T., and Kesner J. Pressure profiles of plasmas confined in the field of a magnetic dipole // *Plasma Phys. and Controlled Fusion*. 2014. V. 56. 095021. doi:10.1088/0741-3335/56/9/095021
13. Сахаров А.Д. Теория магнитного термоядерного реактора. Часть II // Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Изд-во АН СССР. 1958. Т. 1. С. 20-30.
14. Yoshikawa S. Experiments on Plasma Confinement in Internal-Ring Devices // *Nuclear Fusion*. 1973. V. 13. P. 433-449.
15. Edlington T., Fletcher W.H.W., Riviere A.C. and Todd T.N. Particle confinement scaling experiments in the Culham Levitron // *Nuclear Fusion*. 1980. V. 20, No. 7. P. 825-832. doi: 10.1088/0029-5515/20/7/004
16. Фирсов О.Б. Плазма в «магнитной сетке» // Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Изд-во АН СССР. 1958. Т. 3. С. 327-335.
17. Ohkawa T., Kerst D.W. Multipole magnetic field configurations for stable plasma confinement // *Nuovo Cimento*. 1961. V. 22, No. 4. P. 784-799.
18. Kerst D.W., Dory R.A., Wilson W.E., Meade D.M., and Erickson C.W. Motion of plasma and lifetimes of energetic ions in a toroidal octupole magnetic field // *Physical Review Letters*. 1965. V. 15. P. 396-398.
19. Скорняков Г.В. Некоторые вопросы топологии магнитного поля // *ЖТФ*. 1962. Т. 32. С. 777-781.
20. Peregood B.P., Lehnert B. Magnetic traps with a spherical separatrix: Tornado traps // *Nuclear Instruments and Methods*. 1981. V. 180, No. 2-3. P. 357-386.
21. Абрамова К.Б., Воронин А.В., Смирнов А.Н., Зорин В.Г. Источник многозарядных ионов, использующий закрытую магнитную ловушку Торнадо // *ЖТФ*. 2001. Т. 71, № 10. С. 112-119.
22. Prager S.C. High beta multipoles // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. 1983. V. 207, No. 1-2. P. 187-196. doi:10.1016/0167-5087(83)90236-3
23. Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Козинцева М.В., Липатов А.С., Васильев В.И., Струнников В.М. Инжекция плазмы в Галатею «Тримикс» // *Физика плазмы*. 2006. Т. 32, № 3. С. 195–206.
24. Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Липатов А.С., Козинцева М.В. Параметры плазмы в модернизированной ловушке Галатее «Тримикс-М» // *Журнал технической физики*. 2007. Т. 77, № 12. С. 15-20.
25. Бишаев А.М., Бугрова А.И., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Липатов А.С., Савельев В.В., Сигов А.С., Смирнов П.Г., Тарелкин И.А., Храмцов П.П. Исследование диамагнитного эффекта в мультипольных ловушках-галатеех // *Журнал технической физики*. 2013. Т. 83, № 4. С. 34-40.
26. Bishaev A.M., Bush A.A., Behtin M.A., Gavrikov M.B., Gordeev I.S., Bugrova A.I., Kamentsev K.Ye., Kozintseva M.V., Savel'ev V.V., Safronov A.A., Shaposhnikov M.I., Smirnov P.G. About levitation of superconducting rings for magnetic system of multipole plasma trap // *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics*. 2013. № 1. P. 48-50.

27. Bishaev A.M., Bush A.A., Gavrikov M.B., Denis'uk A.I., D'yakonitsa O.Y., Kamentsev K.Ye., Kozintseva M.V., Kolesnikova T.G., Savel'ev V.V., Smirnov P.G., Shapovalov M.M., Voronchenko S.A. About stability of levitating states of superconducting myxini of plasma traps-galateas // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2015. № 1. P. 16-19.
28. Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. Потенциальная энергия системы сверхпроводящих колец, захвативших магнитные потоки, в поле силы тяжести // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38, вып. 19. С. 23-29.
29. Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Гордеев И.С., Денисюк А.И., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. Равновесие системы сверхпроводящих колец в однородном поле силы тяжести // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 5. С. 61-68.
30. Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Денисюк А.И., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. Левитирующие состояния сверхпроводящих колец в поле закрепленного кольца с постоянным током // Журнал технической физики. 2014. Т. 84, № 6. С. 155-158.
31. Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. Об устойчивости состояний равновесия сверхпроводящего кольца, левитирующего в поле закрепленного кольца с постоянным током // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, № 11. С. 137-140.
32. Бишаев А.М., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Савельев В.В. Прохождение плазменных сгустков через поперечный магнитный барьер // Журнал технической физики. 2018. Т. 88, № 1. С. 22-27.
33. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Изд-во АН СССР. 1958. Т. I - IV.
34. Шафранов В.Д. О равновесных МГД-конфигурациях // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, вып. 3(9). С. 710-722.
35. Грэд Г., Рубин Г. Гидромагнитные равновесия и бессиловые поля // Физика горячей плазмы и термоядерные реакции. Под ред. В.Ф. Калинина. Избр. докл. иностр. ученых в трудах по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958; Русск. перевод: Изд. Гл. упр. по использованию атомной энергии при СМ СССР, 1959. С. 131-138.
36. Шафранов В.Д. Равновесие плазмы в магнитном поле // Вопросы теории плазмы. Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат. 1963, вып. 2. С. 92-131.
37. Брушлинский К.В., Савельев В.В. Магнитные ловушки для удержания плазмы // Математическое моделирование. 1999. Т. 11, № 5. С. 3-36.
38. Костомаров Д.П., Медведев С.Ю., Сычугов Д.Ю. Математическое моделирование МГД-равновесия плазмы // Математическое моделирование. 2008. Т. 20, № 5. С. 3-34.

39. Брушлинский К.В., Гольдич А.С. Математическая модель тороидальной магнитной ловушки "Галатейя-Пояс" // Дифференциальные уравнения. 2016. Т. 52, № 7. С. 887-895.
40. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. Долгопрудный: Издат. Дом "Интеллект", 2017.
41. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2009. 200 с.
42. Ren J., Liu Y.Q., Liu Y., Medvedev S.Yu., Wang Z., Xia G. A comparative study of ideal kink stability in two reactor-relevant tokamak plasma configurations with negative and positive triangularity // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2016. V. 58, No. 11, Ar. 115009. doi: 10.1088/0741-3335/58/11/115009
43. Merle A., Sauter O., Medvedev S. Yu. Pedestal properties of H-modes with negative triangularity using the EPED-CN model // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017, V. 59, No. 10, Ar. 104001.
44. Medvedev S.Yu., Martynov A.A., Drozdov V.V., Ivanov A.A., Poshekhonov Yu.Yu. High resolution equilibrium calculations of pedestal and SOL plasma in tokamaks // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017, V. 59, No. 2, Ar. 025018. doi: 10.1088/1361-6587/aa5396
45. Брушлинский К.В., Кондратьев И.А. Сравнительный анализ расчетов равновесия плазмы в тороидальных и цилиндрических магнитных ловушках // Математическое моделирование. 2018. Т. 30, № 6. С. 76-94.
46. Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Давыдова Н.А. Плазменные конфигурации в ловушках-галатейях и токовых слоях // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 7. С. 107-120.
47. Михалас Д. Звездные атмосферы (1 часть). М.: Мир, 1982. 352 с.
48. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
49. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
50. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. – Lawrence Livermore National Laboratory, 2000.
51. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.
52. Фортон В.Е. Уравнения состояния вещества: от идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М.: Физматлит. 2012. 492 с.
53. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
54. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 934 с.
55. Имшенник В.С., Морозов Ю.П. Радиационная релятивистская газодинамика высокотемпературных явлений. М.: Атомиздат, 1981. 88 с.
56. Марчук Г.И., Лебедев В.И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1981. 454 с.

57. Chetverushkin B.N., Olkhovskaya O.G., Gasilov V.A. Solution of the radiative transfer equation on parallel computer systems // *Doklady Mathematics*. 2015. V. 92, No. 2. P. 528-531.
58. Voronkov A., Sychugova E. CDSN - Method for solving the transport equation // *Journal of Transport Theory and Stat. Phys.* 1993. V. 22. P. 221-245.
59. Сушкевич Т.А. Математические подходы к переносу излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.
60. Carlson B.G. A Method of Characteristics and Other Improvements in Solutions Methods for the Transport Equations // *NSE*. 1976. V. 61. P. 408-425.
61. Очкин В.Н. Спектроскопия низкотемпературной плазмы. М.: Физматлит. 2010. 592 с.
62. Козлов А.Н., Коновалов В.С. 3D модель переноса излучения в потоках ионизирующего газа и плазмы // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. 2016. №86, 32с. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-86>
63. Kozlov A.N., Konovalov V.S. Numerical study of the ionization process and radiation transport in the channel of plasma accelerator // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (CNSNS)*. 2017. V. 51. P. 169-179.