



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Куренных А.Е., [Осипов В.П.](#),
Посадский А.И., [Судаков В.А.](#)

О повышении индекса
согласованности матрицы
парных сравнений в
системах поддержки
принятия решений

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: О повышении индекса согласованности матрицы парных сравнений в системах поддержки принятия решений / А.Е.Куренных [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 196. 16 с. doi:[10.20948/prepr-2018-196](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-196)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-196>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

**А.Е. Куренных, В.П. Осипов,
А.И. Посадский, В.А. Судаков**

**О повышении индекса согласованности
матрицы парных сравнений в системах
поддержки принятия решений**

Москва — 2018

Куренных А.Е., Осипов В.П., Посадский А.И., Судаков В.А.

О повышении индекса согласованности матрицы парных сравнений в системах поддержки принятия решений

Метод парных сравнений хорошо известен и находит широкое применение в совершенно различных научно-технических задачах по всему миру, его суть предельно ясна для эксперта, однако при большом количестве сравниваемых объектов его применение затруднительно и может приводить к ошибкам. Авторы данной работы предлагают метод, позволяющий находить некорректные оценки эксперта в матрице парных сравнений, а также найти необходимое значение, на которое можно скорректировать оценку, чтобы повысить согласованность суждений.

Ключевые слова: парные сравнения, матрица парных сравнений, повышение согласованности, индекс согласованности

Alexey Evgenevich Kurennykh, Vladimir Petrovich Osipov, Alexey Igorevich Posadsky, Vladimir Anatolevich Sudakov

Enlargement of paired-comparisons matrix's consistency index in decision support systems

Paired comparisons are well known and are widely used in different scientific and technical problems all over the world, it is easy to understand, but difficult to use it when the number of compared objects is big, that can lead to mistakes. Authors of this paper deal with method, that allows to find incorrect expert's marks in paired-comparisons matrix and also calculate a needed values to make incorrect marks better for the enlarge of paired-comparisons matrix consistency index.

Key words: paired-comparisons, paired-comparisons matrix, enlarge of consistency, consistency index

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-01-00382-а.

Введение

Матрица парных сравнений находит применение в различных задачах поддержки принятия решений, среди которых можно выделить методы парных сравнений критериев и альтернатив, метод взвешенной суммы на основе парных сравнений и метод анализа иерархий (МАИ), предложенный Томасом Саати. Рассматриваемые в данных методах матрицы являются положительными, квадратными и обратносимметричными, а сами методы ориентированы на использование алгоритма Саати – оценки выставляются одним экспертом [1].

Эксперт (респондент) попарно сравнивает каждые два объекта между собой, выставляя им оценки. Когда сравнение всех пар объектов закончено, получается матрица, удовлетворяющая критериям, описанным выше.

Несмотря на то что методы принятия решений основаны на субъективных предпочтениях эксперта или лица, принимающего решения (ЛПР), а формирование матриц парных сравнений для вышеперечисленных методов ориентировано на человека, существует ряд рекомендаций для их заполнения. Одна из них заключается в т.н. «согласованности суждений». Для матрицы парных сравнений (МПС) вводится показатель, называемый индексом согласованности (ИС), предложенный Т. Саати. При практическом использовании методов принятия решений вопросы повышения согласованности суждений представляют для ЛПР и экспертов достаточную сложность, поскольку наличие неточностей, ведущих к низкой согласованности, в первую очередь обусловлено «человеческим фактором». В случае если вышеуказанные рекомендации не соблюдаются, может оказаться, что получаемые векторные оценки, характеризующие свойства сравниваемых объектов, могут значительно отличаться от значений, полученных в результате «идеального эксперимента». А это, в свою очередь, ведет к некорректности решений, принимаемых на основе плохо согласованных исходных данных.

Во всех существующих системах поддержки принятия решений (СППР) в части функционала, предназначенного для сбора исходных данных (матриц парных сравнений в рассматриваемой задаче), а также проведения вычислений, отсутствует обеспечение для повышения согласованности матриц парных сравнений, единственное, что предоставляют СППР на пути к повышению согласованности – значение индекса согласованности. После получения его величины задачу повышения согласованности приходится решать эксперту или ЛПР путем анализа матрицы, а также повторного анализа предметной области, нахождения и исправления неточностей. Разработка, рассматриваемая в настоящей работе, должна на основе определенного алгоритма вырабатывать рекомендации для эксперта по внесению вариаций в элементы МПС, приводящие к повышению ее согласованности. При этом алгоритм нацелен не только на повышение согласованности матрицы, а также в приоритет отдается минимизация числа таких вариаций, а условие окончания его работы – выход

численной меры согласованности в допустимые пределы, которые приводятся в формализованной постановке задачи.

Рассмотрим подробнее все факторы, которые являются значимыми для эксперта в процессе исправления МПС:

- максимизация согласованности суждений в рассматриваемой МПС. Этот критерий является первостепенным в рамках рассматриваемой задачи повышения согласованности суждений. Для определенности в качестве критерия оптимизации используется специальная численная мера согласованности суждений в матрице парных сравнений. Эта величина была предложена Томасом Саати и называется индексом согласованности матрицы парных сравнений. Если рассматривать ИС, максимизация согласованности суждений сводится к минимизации ИС или же снижению его значения до 0.1 и меньших величин. Кроме ИС, можно рассматривать еще один показатель – индекс относительной согласованности (ОС), ситуация с ним противоположна: максимизация согласованности суждений сводится к максимизации ОС или же повышению его значения до 0.9 и больших величин. Выбор численной меры согласованности не влияет на результат и подход к корректировке матрицы;
- минимизация числа измененных элементов матрицы. Данный показатель вводится для удобства эксперта с целью упрощения анализа получаемой в результате работы алгоритма матрицы. Анализ небольшого числа измененных элементов матрицы потребует от эксперта меньшее количество усилий, а также временных затрат. Этот критерий обладает высоким приоритетом и может вводиться как ограничение в постановке оптимизационной задачи либо может рассматриваться как элемент векторного критерия оптимизации;
- минимум максимальной вариации одного элемента. Данный критерий также вводится для удобства эксперта и указывает на то, что субъективность суждений важна и не может быть вытеснена компьютерным алгоритмом. Этот фактор может задаваться в следующем виде: вариация одного элемента может составлять не более 30% от исходного значения;
- минимум суммарных вариаций по всем варьируемым элементам. Этот показатель ограничивает величину общих вариаций, применяемых к рассматриваемой матрице парных сравнений.

Постановка задачи

Рассмотрим формализованную постановку задачи повышения согласованности суждений при использовании МПС. Для этого введем следующие обозначения.

Пусть имеется квадратная, положительная обратнo-симметричная матрица A размера n , где $a_{i,j} = 1/a_{j,i}$ для $i, j = \overline{1, n}$.

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Тогда для нее можно ввести следующую численную меру согласованности, называемую «индексом согласованности»:

$$IS = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad (2)$$

где λ_{\max} – максимальное собственное значение матрицы A . Согласно существующим рекомендациям значение ИС не должно превышать 0.1. Стоит отметить, что данный показатель, предложенный Томасом Саати, показывает, на самом деле, не степень согласованности МПС, а ее степень рассогласованности.

Запишем формализованную постановку оптимизационной задачи для случая использования индекса согласованности матрицы парных сравнений.

$$\begin{aligned} \min & \quad \frac{\lambda_{\max}(|a_{i,j}|) - n}{n - 1} \\ & a_{i,j} \in S \\ & i, j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (3)$$

При следующих ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} K \rightarrow \min \\ |\Delta_{i,j}| \leq \theta_{i,j} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\Delta_{i,j}| \leq \Theta \end{array} \right. \quad (4)$$

Здесь вводятся следующие обозначения:

$|a_{i,j}|$ – матрица парных сравнений A ;

$\lambda_{\max}(|a_{i,j}|)$ – максимальное собственное значение матрицы A ;

n – размер матрицы A ;

S – фундаментальная шкала, в соответствии с которой эксперт выставляет оценки превосходства одного объекта над другим;

K – количество изменяемых элементов в матрице;

$\Delta_{i,j}$ – величина, на которую при необходимости варьируются элементы матрицы A ;

$\theta_{i,j}$ – ограничение на максимальную вариацию одного элемента, может задаваться константой либо задаваться процентом от варьируемого элемента матрицы;

Θ – ограничение на суммарную вариацию по всем элементам.

Также можно рассмотреть формализованную постановку задачи в виде задачи многокритериальной оптимизации, рассматривая свертку численной меры согласованности и параметров, входящих в ограничения.

$$\begin{aligned} \min_{\substack{a_{i,j} \in S \\ K \in N^+ \\ \Delta_{i,j} \in \mathfrak{R}}} & f\left(\frac{\lambda_{\max}(|a_{i,j}|) - n}{n - 1}, K, |\Delta_{i,j}|, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\Delta_{i,j}|, \bar{w}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь w – вектор, используемый для задания свертки критериев оптимизации. В рассматриваемой постановке задачи его размерность равна 4.

Выбор и обоснование метода решения поставленной задачи

Существующие методы повышения согласованности [2], основанные на свойстве, изложенном в [3], обладают рядом общих недостатков:

- дополнительные вычисления для получения идеальной матрицы;
- ориентация на вектор весов исходной матрицы, что ведет к невозможности изменения итоговой ранжировки критериев/альтернатив. Этот недостаток приведет к использованию хорошо согласованной матрицы парных сравнений, однако принимаемые на ее основе решения могут являться неправильными, т.к. ранжировка будет определяться исходными ошибочными суждениями;
- получаемая матрица будет значительно отличаться от исходной, что потребует от эксперта дополнительных трудозатрат на ее анализ.

Предлагаемый авторами метод принципиально отличается от вышеизложенных тем, что не требует нахождения какой-либо «идеальной» матрицы или приближения к ней. Вся информация, необходимая для повышения согласованности, берется из введенной экспертом матрицы. В основе подхода лежат лишь два принципа, характерные для идеальной матрицы, – суждения должны быть транзитивны, а элементы матрицы – жестко связаны между собой.

Транзитивность суждений – главная аксиома, принимаемая в теории принятия решений, ее выполнение является обязательным для высокой согласованности матрицы парных сравнений. Суть данной аксиомы заключается в том, что если имеются три альтернативы P, Q, R и $P \succ Q$, а $Q \succ R$, то обязательно должно выполняться $P \succ R$.

Данный метод ориентирован главным образом на повышение согласованности суждений при минимальном числе вносимых вариаций в исходную матрицу парных сравнений. Отыскание элементов, которые нарушают выполнение данных условий, – ключ к повышению согласованности МПС. В первую очередь, данный метод предлагает вычислить количественную меру согласованности каждого элемента исходной матрицы со всеми остальными. После этого элементы матрицы можно проранжировать в соответствии с уменьшением степени их согласованности. Прежде всего вносить изменения необходимо в элементы, которые окажутся в начале данного списка, поскольку они больше остальных снижают согласованность суждений. Рассмотрим этот метод более подробно, формализовав его.

Пусть имеются три альтернативы P, Q, R , для которых эксперт следующим образом выставил свои оценки: $P \succ Q$, а $Q \succ R$, но при этом $R \succ P$. Это, несомненно, нарушает требование к транзитивности, хотя такая ситуация вполне имеет место.

Второе требование, характерное для идеальной матрицы парных сравнений, является непосредственным следствием первого и позволяет перейти к числовому выражению степени нетранзитивности связи между элементами МПС. Если значение $a_{i,j}$ выражает превосходство альтернативы i над альтернативой j и $a_{j,k}$ показывает степень предпочтительности варианта j над вариантом k , то $a_{i,k}$ должно быть равно $a_{i,j} * a_{j,k}$ для непротиворечивых суждений.

Кроме того, известно одно свойство идеально согласованной матрицы, которое ляжет в основу данного метода поиска элементов МПС, нарушающих требование к численной мере согласованности. Данное свойство заключается в том, что все элементы идеальной матрицы связаны и между ними должно выполняться соотношение:

$$\frac{a_{i,j}}{a_{k,j}} = const, \quad (6)$$

где i, k – номера строк матрицы, а $j = \overline{1, n}$. Основываясь на этом соотношении, можно рассматривать строки матрицы как вектора, которые являются коллинеарными в случае абсолютно согласованной МПС. Для коллинеарных векторов косинус угла между ними равен 1, в случае, когда матрицу парных сравнений вводит человек, о косинусе, равном 1, разумеется, речи быть не может, однако данное значение можно использовать как ориентир при решении нашей задачи. Отметим также, что при увеличении или уменьшении угла между векторами степень согласованности матрицы будет снижаться. А значение косинуса угла, отличное от 1, будет служить индикатором элемента матрицы $a_{i,j}$, который плохо согласован со всеми остальными.

Далее предлагается определить значение косинуса для всех строк МПС. Воспользуемся для этого следующими формулами:

$$(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad (7)$$

$$(\vec{x}, \vec{y}) = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos(\vec{x}, \vec{y}). \quad (8)$$

Приравнивая соотношения (7) и (8), можно получить формулу для нахождения интересующего нас косинуса, а обобщая ее на матрицу, получим следующее соотношение:

$$\xi_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^n a_{i,k} a_{j,k}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n a_{i,k}^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n a_{j,k}^2}}. \quad (9)$$

В полученной матрице на главной диагонали будут стоять единицы, поскольку для определения косинуса при этом используются одинаковые вектора. Остальные значения, как и свойственно для косинуса, будут удовлетворять неравенству $0 \leq \xi_{i,j} \leq 1$. Чем ближе значение $\xi_{i,j}$ к единице, тем лучше данное парное сравнение согласовано с остальными, а близость значения к нулю указывает на плохую согласованность. Полученная матрица Ξ может быть использована в качестве отправной точки в процессе повышения согласованности матрицы A . Малое значение косинуса угла будет указывать на элемент матрицы A , который необходимо изменить.

Описание алгоритма для предложенного метода повышения согласованности

В основе алгоритма заложено нахождение матрицы косинусов углов между векторами матрицы парных сравнений. Малое, близкое к нулю, значение косинуса, как уже было отмечено ранее, свидетельствует о наличии плохо согласованного элемента матрицы. Главная задача алгоритма – сформировать для ЛПР или эксперта рекомендации по внесению изменений в элементы, соответствующие косинусы которых являются близкими к нулю. Эта задача раскладывается на две:

- идентифицировать элементы матрицы, которые необходимо скорректировать;
- определить, на какое значение необходимо скорректировать найденный элемент.

Решение первой подзадачи достаточно тривиально: пара индексов $[i,j]$, соответствующих низкому значению косинуса $\xi_{i,j}$ в матрице Ξ , позволяет однозначно найти элемент $a_{i,j}$ матрицы A , который нужно изменить, поскольку отношение между индексами данных матриц рефлексивно.

Решение второй подзадачи является уже менее тривиальной задачей, поскольку в данном методе внесение изменений элементов является более осмысленным, по сравнению с двумя предыдущими методами, и предполагает учет свойств согласованной матрицы парных сравнений, а именно строгой связи между ее элементами. Опишем подробнее процесс формирования значения, на которое необходимо изменить элемент МПС, который был идентифицирован как плохо согласованный со всеми остальными.

Как было отмечено ранее, если значение $a_{i,j}$ выражает превосходство альтернативы i над альтернативой j и $a_{j,k}$ показывает степень предпочтительности варианта j над вариантом k , то $a_{i,k}$ должно быть равно $a_{i,j} * a_{j,k}$ для непротиворечивых суждений – положим данное свойство в основу формирования значения, на которое необходимо варьировать элемент МПС. Для придания конкретики условимся, что элемент $\xi_{i,k}$ матрицы Ξ имеет достаточно малое значение, чтобы считать элемент $a_{i,k}$ матрицы A плохо согласованным. Тогда величина, на которую необходимо изменить данный элемент, равняется следующему значению:

$$\Delta_{i,k} = a_{i,j} * a_{j,k} - a_{i,k} . \quad (10)$$

Данная вариация будет максимально эффективной при условии, что согласованность элементов $a_{i,j}$ и $a_{j,k}$ является достаточной, т.е. элементы

матрицы косинусов $\xi_{i,j}$ и $\xi_{i,k}$ достаточно близки к единице. Поэтому при выборе индекса j целесообразно использовать только те значения, которые имеют близкое к единице значение косинуса.

После определения значения $\Delta_{i,k}$ по формуле (10) прикладная программа, которая использует данный алгоритм, может выдавать эксперту рекомендацию следующего содержания: «Элемент $a_{i,k}$ плохо согласуется с оценками, приведенными в матрице, предлагается изменить его на величину $\Delta_{i,k}$ », у пользователя есть возможность принять данное замечание, отказаться от него либо предложить свое значение $\Delta_{i,k}$, которое он посчитает более целесообразным. После этого начинается следующая итерация алгоритма:

- выполняется проверка наличия в матрице Ξ элементов с малыми значениями;
- в случае если такие значения присутствуют, происходит расчет вариации, которую необходимо применить к вновь найденному элементу.

И эти шаги повторяются либо до тех пор, пока индекс согласованности МПС не выйдет в область допустимых значений, т.е. пока $ИС_A > 0.1$, либо пока согласованность всех элементов матрицы не будет выведена на необходимый уровень, т.е. все элементы матрицы Ξ будут близки к единице (данное условие не является абсолютно необходимым, однако его выполнение может быть потребовано экспертом или ЛПР).

При использовании данного подхода естественным образом возникает проблема использования шкалы, в соответствии с которой выставляются оценки степени превосходства одной альтернативы над другой. Как уже было отмечено, ранее одна из основных шкал, используемая в методе анализа иерархий, оперирует с оценками от 1 до 9, а также соответствующими им обратными значениями. Однако в процессе применения вышеописанного метода может сложиться ситуация, когда получаемая оценка будет выходить за пределы допустимых значений, например, в следующем случае: $a_{i,j} = 2$ и $a_{j,k} = 5$, тогда должно выполняться $a_{i,k} = 10$, что недопустимо для выбранной шкалы. Следовательно, после получения всех необходимых коррекций необходимо каким-то образом установить соответствие между оценками, полученными по результатам использования алгоритма, и оценками, используемыми в общепринятой шкале. Для большей наглядности представим вышеописанные шаги алгоритма на следующей UML-диаграмме активностей (рис. 1).

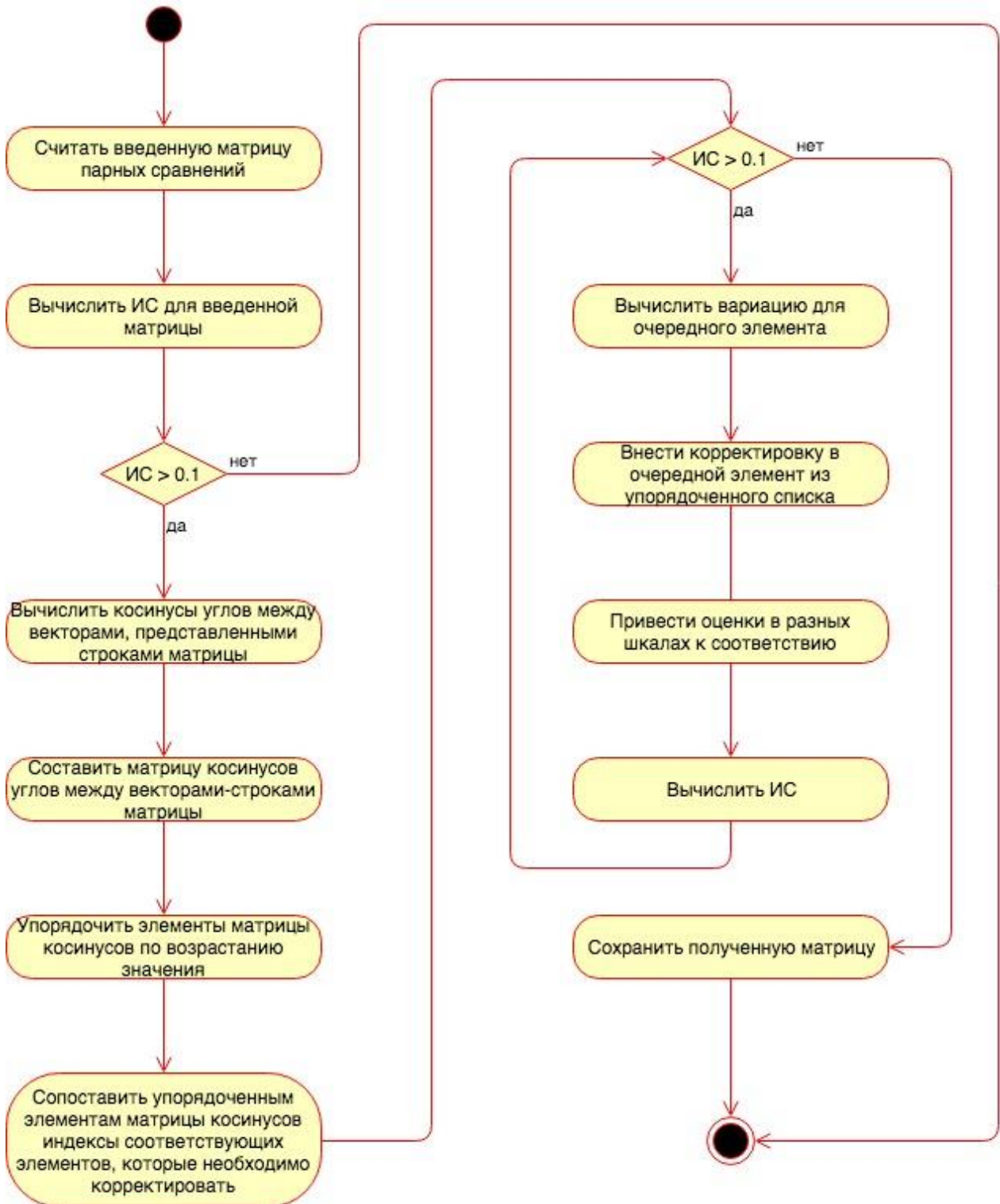


Рис. 1. UML-диаграмма активностей для повышения согласованности матрицы парных сравнений

Результаты тестовых прогонов алгоритма

Для исследования предложенных методов и алгоритмов повышения согласованности суждений была разработана программа, имитирующая процесс ввода экспертом матрицы парных сравнений, а также проведена ее последующая корректировка с целью повышения согласованности. Программа была разработана на языке C# версии 7.0 с использованием платформы .NET core версии 2.0, среда разработки – MS Visual Studio Code.

Сведения о реализации:

- в программе случайным образом генерируется 1000 матриц парных сравнений размером от 3×3 до 10×10 , каждая из них является положительной, обратносимметричной квадратной матрицей;
- для каждой из них применяется рассмотренный алгоритм повышения согласованности суждений, а по выборке из 1000 матриц собирается статистика.

Основные результаты тестирования приводятся в таблице 1.

Таблица 1

Статистические показатели тестирования алгоритма

Размер матрицы	Среднее время работы алгоритма, мс	Средняя сумма квадратов отклонений элементов	Средняя вариация элемента матрицы, %	Среднее количество итераций	Среднее изменение ИС матрицы	Количество изменений рангов альтернатив
3×3	0.276	14.754	41.328	1.507	0.104	100
4×4	1.065	37.052	64.99	2.928	0.167	160
5×5	3.66	67.7913	68.848	5.556	0.218	192
6×6	9.933	132.205	100.22	10.645	0.391	211
7×7	18.031	185.578	99.684	16.207	0.444	235
8×8	26.439	265.691	109.537	23.477	0.663	263
9×9	38.502	375.0551	127.81	30.922	0.695	266
10×10	53.328	448.334	127.737	38.434	0.728	283

Анализируя представленные результаты, можно отметить следующие факты:

- среднее время расчетов возрастает с увеличением размера матрицы. Однако стоит иметь в виду, что это время исключительно компьютерных расчетов, а человеку потребуется гораздо больше, чтобы проанализировать полученные результаты и сделать выводы о их пригодности либо скорректировать их;
- средняя сумма квадратов отклонений, вычисляемая по формуле (11), в среднем также возрастает, что обусловлено случайностью при получении исходных матриц парных сравнений.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{i,j} - a'_{i,j})^2. \quad (11)$$

Однако важнейшим показателем является то, что данные значения сравнительно невелики. Действительно, учитывая, что при использовании фундаментальной шкалы выставления оценок значение может измениться от $\frac{1}{9}$ до 9, средняя сумма квадратов отклонений 37.052 для матрицы размера 4 – небольшое значение;

- процент изменения значений матрицы – показатель, не зависящий напрямую от размера матрицы, чисто теоретически, он может быть самым различным (в пределах, определяемых шкалой);
- среднее количество итераций – это количество элементов, которые необходимо было варьировать, чтобы повысить согласованность матрицы, их количество также невелико в сравнении с другими методами и на фоне общего числа элементов матриц;
- среднее изменение ИС матрицы увеличивается с увеличением размеров матрицы. Это определяется тем, что согласованность матриц большего размера в среднем ниже при их случайной генерации;
- самый главный с точки зрения поддержки принятия решений показатель – количество случаев, когда изменялся ранг сравниваемых объектов. Именно это изменение рангов показывает, изменится ли качество и правильность принимаемых решений при использовании данного метода. Причем в этой статистике приведены только случаи, когда изменялся ранг «лучшего» объекта.

Заключение

В данной работе была рассмотрена важная проблема, характерная для задач поддержки принятия решений – проблема согласованности суждений эксперта в матрице парных сравнений. Данная проблема хорошо известна, известны методы определения низкой согласованности (ИС, индекс относительной согласованности и др.), однако отсутствуют способы повышения согласованности суждений, удовлетворяющие определенным критериям преобразования исходной матрицы.

С целью выработки методического и алгоритмического обеспечения для решения данной проблемы в настоящей работе были рассмотрены различные подходы к решению данной задачи, как предложенные другими исследователями (идеальная матрицы, дихотомическое приближение к идеальной матрице), так и совершенно новые (алгоритм поиска и варьирования элементов, снижающих согласованность матрицы парных сравнений, итерационные приближения к хорошо согласованным матрицам). Для каждого из подходов были приведены математическое описание и обоснование возможности их применения для решения данной задачи. Предложенные математические модели были приведены к алгоритмам, на основе которых была создана компьютерная программа для тестирования рассмотренных методов. Данная программа была разработана на языке C# для платформы .NET CORE, предполагающей ее использование на персональном компьютере под управлением unix-подобной операционной системы. В этой программе, имитирующей процесс корректировки матрицы с целью повышения ее согласованности, была выполнена проверка работоспособности каждого из методов на 1000 матриц различной размерности, были оценены числовые характеристики каждого алгоритма, а также оценено качество получаемых результатов.

В результате сравнения полученных числовых характеристик были подтверждены недостатки уже существующих методов повышения согласованности (метод идеальной матрицы, метод дихотомического приближения к идеальной матрице), а также обоснована невозможность применения методов итерационных приближений к хорошо согласованным матрицам. Однако, кроме отрицательных результатов вышеперечисленных подходов, были отмечены положительные и удовлетворяющие поставленной задаче результаты, показанные методом поиска и варьирования элементов, в связи с чем этот метод был признан наиболее рациональным для повышения согласованности суждений эксперта в матрице парных сравнений.

Метод поиска и варьирования элементов был внедрен в систему распределенных web-сервисов для поддержки принятия решений ws-dss.com. В совокупности с предложенным [3] и внедренным ранее [4] модулем имитационного моделирования для систем поддержки принятия решений модуль повышения согласованности суждений позволяет обеспечить достаточную достоверность и адекватность исходных данных для ранжирования объектов и принятия решений.

Библиографический список

1. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети. Пер. с англ. / Науч. ред. Андрейченков А.В., Андрейченкова О.Н. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
2. Ярыгин А.Н., Ярыгин О.Н. Относительное ранжирование интеллектуальных компетентностей с помощью интерактивных парных сравнений // Вектор науки ТГУ. – 2011. – Т.16 №2. – С. 413-417.
3. Saaty T. Mathematics of the brain: generalization from Eigen vectors to eigen functions. J Psychol Cognition. 2017;2(2):113-122.
4. Куренных А.Е., Судаков В.А. Поддержка принятия решений на основе имитационного моделирования // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 2. С. 348–353. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-348-353.
5. Sudakov Vladimir, Nesterov Victor, Kurennykh Alexey. Integration of decision support systems “Kosmos” and WS-DSS with computer models // IEEE XPLORE Management of Large-Scale System Development (MLSD), 2017 Tenth International Conference, 2017.

Оглавление

Введение	3
Постановка задачи.....	5
Выбор и обоснование метода решения поставленной задачи	6
Описание алгоритма для предложенного метода повышения согласованности..	9
Результаты тестовых прогонов алгоритма	12
Заключение.....	13
Библиографический список.....	15