



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**Беляев М.Ю., Матвеева Т.В.,
Монахов М.И., Рулев Д.Н.,
Сазонов В.В.**

Реконструкция
вращательного движения
кораблей «Прогресс» в
режиме одноосной
солнечной ориентации по
данным измерений тока
солнечных батарей

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Реконструкция вращательного движения кораблей «Прогресс» в режиме одноосной солнечной ориентации по данным измерений тока солнечных батарей / М.Ю.Беляев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 211. 45 с. doi:[10.20948/prepr-2018-211](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-211)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-211>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

**М.Ю. Беляев, Т.В. Матвеева, М.И. Монахов, Д.Н. Рулев,
В.В. Сазонов**

**РЕКОНСТРУКЦИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КОРАБЛЕЙ
«ПРОГРЕСС» В РЕЖИМЕ ОДНООСНОЙ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ
ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ ТОКА СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ**

Москва – 2018

Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В.

Реконструкция вращательного кораблей «Прогресс» в режиме одноосной солнечной ориентации по данным измерений тока солнечных батарей

Реконструировано неуправляемое вращательное движение транспортных грузовых кораблей «Прогресс» М-24М, М-25М, МС-05 и МС-06 в режиме одноосной солнечной ориентации (так называемая закрутка на Солнце). Начальные условия движения в этом режиме – закрутка корабля с угловой скоростью около $2.2^\circ/\text{с}$ вокруг нормали к плоскости солнечных батарей, направленной на Солнце. Продолжительность режима – несколько орбитальных витков. Реконструкция выполнена с помощью интегральной статистической методики по телеметрическим значениям тока, снимаемого с его солнечных батарей. В результате определяется вращательное движение корабля относительно направления Земля–Солнце. Проведено исследование спектра колебаний тока во время закрутки, поясняющее возможность реконструкции на основании таких, на первый взгляд, малоинформативных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 17-01-00143).

Ключевые слова: транспортный грузовой корабль, одноосная солнечная ориентация, измерения тока солнечных батарей, обработка данных измерений, реконструкция вращательного движения.

Belyaev M.Yu., Matveeva T.V., Monakhov M.I., Rulev D.N., Sazonov V.V.

Reconstruction of spacecraft Progress attitude motion in single axis solar orientation mode by measurements of current from solar arrays

We reconstructed the uncontrolled attitude motion of the cargo spacecraft Progress М-24М, М-25М, МС-05 и МС-06 in the single-axis solar orientation mode (so-called solar rotation). At the beginning of the oriented motion, the spacecraft rotated around the normal to solar batteries with angular rate 2.2 deg./s and the normal was directed to the Sun. The oriented motion lasted for a few orbit revolutions. The reconstruction was made using measurements of the electric current from spacecraft solar arrays. The measurement data, collected in a time interval about a few tens of minutes, were processed simultaneously by statistical methods and integration of the spacecraft attitude motion equations. As a result, the spacecraft attitude motion was reconstructed relative to the direction Earth – Sun. The investigation of the current specter showed the possibility of this way of motion reconstruction using current measurements, which seemed to be not informative for this purpose.

This work was supported by RFBR (project 17-01-00143).

Key words: cargo spacecraft, single-axis solar orientation mode, measurements of the current from solar arrays, measurement data processing, reconstruction of attitude motion.

1. Одноосная солнечная ориентация ТГК «Прогресс». Одноосная солнечная ориентация (закрутка на Солнце) – один из штатных режимов автономного полета транспортных грузовых кораблей (ТГК) «Прогресс». В этом режиме корабль совершает движение, близкое к стационарному вращению вокруг своей главной центральной оси максимального момента инерции, отклонение которой от направления на Солнце не превосходит нескольких градусов. Такое движение – одна из возможных реализаций режима одноосной солнечной ориентации ТГК. Начальные условия движения в этом режиме – закрутка корабля с угловой скоростью $\sim 2.2^\circ/\text{с}$ вокруг направленной на Солнце нормали к плоскости солнечных батарей. По своим амплитудно-частотным характеристикам микроускорения на борту ТГК в этом режиме очень удачно подходят для экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН [1, 2]. С одной стороны, они достаточно велики в области низких частот, а с другой стороны, имеют чисто дискретный спектр с небольшим числом гармоник. Это упростит анализ показаний датчика.

Для такого анализа необходимо знать реальные квазистатические микроускорения, имевшие место во время проведения экспериментов. Эти микроускорения можно найти расчетным путем, реконструировав вращательное движение ТГК. Реконструкция движения, происходившего во время закруток, выполняется по телеметрическим значениям компонент угловой скорости корабля в его строительной системе координат и тока, вырабатываемого солнечными батареями [3–5]. Данные измерений, собранные на некотором интервале времени, обрабатываются совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения ТГК относительно центра масс. В результате обработки оцениваются начальные условия движения корабля относительно направления Земля–Солнце и параметры используемых математических моделей.

Если измерения угловой скорости отсутствуют, то движение корабля в режиме солнечной закрутки можно реконструировать только по измерениям тока СБ. Точность при этом будет ниже, чем при использовании двух видов измерений, но микроускорения найти удастся. Ниже проведено исследование, поясняющее возможность реконструкции по таким малоинформативным, на первый взгляд, данным. Приведены примеры реконструкции неуправляемого вращательного движения ТГК «Прогресс» МС-05 (№ 435), МС-06 (№ 436), М-24М (№ 423), М-25М (№ 424).

2. Математическая модель вращательного движения ТГК и данные измерений тока солнечных батарей. ТГК считается твердым телом. Для записи уравнений движения корабля относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, вводятся две правых декартовых системы координат. Строительная система $Oy_1y_2y_3$ жестко связана с корпусом ТГК. Точка O – центр масс корабля, ось Oy_1 параллельна его продольной оси и направлена от стыковочного узла к агрегатному отсеку, ось Oy_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей (СБ). Светочувствительная сторона СБ об-

ращена к полупространству $y_2 > 0$. Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции ТГК. Оси Ox_i составляют малые углы с осями Oy_i ($i = 1, 2, 3$).

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $Oy_1y_2y_3$ будем задавать углами γ , α и β , которые введем посредством следующего условия. Система $Oy_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами. Первый поворот совершается вокруг оси Oy_2 на угол α . Второй поворот совершается на угол β вокруг оси Oy_3 , полученной после первого поворота. Третий поворот совершается на угол γ вокруг оси Oy_1 , полученной после первых двух поворотов и совпадающей с осью Ox_1 . Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ обозначим $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} – косинус угла между осями Oy_i и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются через введенные углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos\alpha \cos\beta, & a_{12} &= \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma, \\ a_{21} &= \sin\beta, & a_{22} &= \cos\beta \cos\gamma, \\ a_{31} &= -\sin\alpha \cos\beta, & a_{32} &= \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma, \\ & & a_{13} &= \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma, \\ & & a_{23} &= -\cos\beta \sin\gamma, \\ & & a_{33} &= \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma. \end{aligned}$$

Введем обозначения: s_i – компоненты орта направления «Земля – Солнце», ω_i – компоненты абсолютной угловой скорости ТГК ($i = 1, 2, 3$). Оба набора компонент относятся к системе координат $Ox_1x_2x_3$. Уравнения движения ТГК относительно центра масс образованы динамическими уравнениями Эйлера

$$\dot{\omega}_1 = \mu\omega_2\omega_3, \quad \dot{\omega}_2 = \frac{\mu' - \mu}{1 - \mu\mu'}\omega_1\omega_3, \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'\omega_1\omega_2 \quad (1)$$

и кинематическими уравнениями Пуассона

$$\dot{s}_1 = s_2\omega_3 - s_3\omega_2, \quad \dot{s}_2 = s_3\omega_1 - s_1\omega_3, \quad \dot{s}_3 = s_1\omega_2 - s_2\omega_1. \quad (2)$$

Здесь точка над символом означает дифференцирование по времени t ,

$$\mu = \frac{J_2 - J_3}{J_1}, \quad \mu' = \frac{J_2 - J_1}{J_3},$$

J_i – моменты инерции ТГК относительно осей Ox_i . Уравнения (1), (2) являются упрощенными: в (1) не учитываются действующие на ТГК внешние механические моменты, в (2) предполагается, что направление «Земля–Солнце» неизменно в инерциальном пространстве. Согласно результатам [3] точность этих

уравнений достаточна для описания закруток ТГК на интервалах времени несколько часов.

Приближенные проектные значения углов γ , α , β и параметров μ , μ' известны: $\gamma = \alpha = \beta = 0$, $\mu = 0.14$, $\mu' = 0.87$. В табл. 1, взятой из [4], приведены оценки этих величин для ТГК № 423 и № 428 вместе с их стандартными отклонениями. Эта таблица – результат обработки измерений угловой скорости, выполненных в режиме закрутки на Солнце. При обработке измерений тока СБ в принципе можно уточнить μ , μ' , γ и β . Оценки μ и μ' получаются более или менее адекватными, γ оценивается заметно хуже, и следует взять $\beta = 0$.

Данные измерений тока СБ представляют собой три ряда значений, получаемые от трех датчиков:

$$t_n, I_1^{(n)}, I_2^{(n)}, I_3^{(n)} \quad (n=1, 2, \dots, N).$$

Здесь $I_j^{(n)}$ – приближенное значение тока, фиксируемое в момент времени t_n датчиком с номером j ($j=1, 2, 3$), $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Показания датчиков почти одинаковы, поэтому измерением тока в момент t_n считается величина $I_n = [I_1^{(n)} + I_2^{(n)} + I_3^{(n)}]/3$. Величины I_n не обрабатывались непосредственно. Предварительно они подвергались линейному преобразованию: из них исключалась низкочастотная составляющая, не связанная с вращательным движением ТГК (см. ниже). Расчетный аналог тока СБ:

$$I = I_0(a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23}s_3). \quad (3)$$

Здесь I_0 – ток СБ при нулевом угле падения на них солнечных лучей. Величины $I_0 a_{2i}$ ($i=1, 2, 3$) уточняются при обработке данных измерений. Соотношения (1) – (3) не содержат угла α . Этот параметр по измерениям тока оценить нельзя.

3. Исследование возможности реконструкции движения ТГК по измерениям тока солнечных батарей. Движение ТГК в режиме солнечной закрутки происходило с большой угловой скоростью в окрестности стационарного решения уравнений (1), принадлежащего семейству

$$\omega_1 = \omega_3 = 0, \quad \omega_2 = \Omega. \quad (4)$$

Здесь Ω – произвольная постоянная, которую ниже будем считать положительной (таковы условия закрутки). Решения этого семейства описывают стационарные вращения ТГК вокруг его главной центральной оси максимального момента инерции. Для отыскания решений уравнений (1), близких к (3), можно воспользоваться линеаризованными уравнениями

$$\dot{\omega}_1 = \mu\Omega\omega_3, \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'\Omega\omega_1, \quad \omega_2 = \Omega.$$

Решив эти уравнения, получим приближенные формулы общего решения уравнений (1)

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \lambda(A \sin \nu t + B \cos \nu t), & \omega_2 &= \Omega, \\ \omega_3 &= A \cos \nu t - B \sin \nu t, & \lambda &= \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}, & \nu &= \Omega \sqrt{\mu \mu'}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь A , B и Ω – произвольные постоянные. Формулы (5) тем точнее, чем меньше абсолютные величины отношений A/Ω и B/Ω .

Если формулы (5) подставить в уравнения (2), то получившиеся уравнения будут иметь решения, в которых $s_2 \approx 1$, $|s_1| \ll 1$, $|s_3| \ll 1$. Такие решения характерны для режима закрутки на Солнце. Для них можно поучить простые приближенные формулы. Положим $s_2 = 1 + \Delta s_2$, где вследствие соотношения

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \quad (6)$$

имеем $\Delta s_2 \approx -(s_1^2 + s_3^2)/2$. Переменные s_1 , s_3 и Δs_2 определяются приближенными уравнениями

$$\dot{s}_1 = -\Omega s_3 + \omega_3, \quad \dot{s}_3 = \Omega s_1 - \omega_1, \quad \Delta \dot{s}_2 = s_3 \omega_1 - s_1 \omega_3. \quad (7)$$

Общее решение первых двух уравнений (7) имеет вид

$$\begin{aligned} s_1 &= \xi_1 + \frac{(1 - \mu')\omega_1}{(1 - \mu\mu')\Omega}, & s_3 &= \xi_3 + \frac{(1 - \mu)\omega_3}{(1 - \mu\mu')\Omega}, \\ \xi_1 &= c_1 \cos \Omega t - c_2 \sin \Omega t, & \xi_3 &= c_1 \sin \Omega t + c_2 \cos \Omega t. \end{aligned}$$

Здесь c_1 , c_2 – произвольные постоянные. Подстановка последних выражений в последнее уравнение (7) приводит к соотношению

$$\begin{aligned} \Delta \dot{s}_2 &= \xi_3 \omega_1 - \xi_1 \omega_3 + \frac{(\mu' - \mu)\omega_1 \omega_3}{(1 - \mu\mu')\Omega} = \\ &= \frac{\lambda - 1}{2} [(Ac_1 + Bc_2) \cos(\Omega - \nu)t + (Bc_1 - Ac_2) \sin(\Omega - \nu)t] + \\ &= \frac{\lambda + 1}{2} [(Bc_2 - Ac_1) \cos(\Omega + \nu)t + (Ac_2 + Bc_1) \sin(\Omega + \nu)t] + \\ &\quad + \frac{\lambda(\mu' - \mu)}{2(1 - \mu\mu')} [2AB \cos 2\nu t + (A^2 - B^2) \sin 2\nu t]. \end{aligned}$$

Интегрируя это соотношение, находим

$$\begin{aligned} \Delta s_2 &= \frac{\lambda - 1}{2(\Omega - \nu)} [(Ac_1 + Bc_2) \sin(\Omega - \nu)t - (Bc_1 - Ac_2) \cos(\Omega - \nu)t] + \\ &= \frac{\lambda + 1}{2(\Omega + \nu)} [(Bc_2 - Ac_1) \sin(\Omega + \nu)t - (Ac_2 + Bc_1) \cos(\Omega + \nu)t] + \\ &\quad + \frac{\lambda(\mu' - \mu)}{4\nu(1 - \mu\mu')} [2AB \sin 2\nu t - (A^2 - B^2) \cos 2\nu t] + \text{const.} \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно формуле (3) телеметрические значения тока СБ выражаются полигармонической функцией с частотами Ω , $\Omega \pm \nu$, ν и 2ν . Частоты Ω и ν входят в (3) через s_1 и s_3 . Им отвечают амплитуды:

$$\sqrt{c_1^2 + c_2^2} \text{ в } s_1 \text{ и } s_3, \quad \frac{\lambda(1-\mu')\sqrt{A^2 + B^2}}{(1-\mu\mu')\Omega} \text{ в } s_1, \quad \frac{(1-\mu)\sqrt{A^2 + B^2}}{(1-\mu\mu')\Omega} \text{ в } s_3.$$

Частоты $\Omega - \nu$ и $\Omega + \nu$ входят в (3) через s_2 с амплитудами

$$\frac{1-\lambda}{2(\Omega-\nu)}\sqrt{(A^2 + B^2)(c_1^2 + c_2^2)} \quad \text{и} \quad \frac{1+\lambda}{2(\Omega+\nu)}\sqrt{(A^2 + B^2)(c_1^2 + c_2^2)}.$$

Частота 2ν также входит через s_2 , но ей отвечает малая амплитуда. Из сказанного следует, что, выполнив спектральный анализ телеметрических значений тока СБ, можно найти частоты Ω , ν и величину $\sqrt{\mu\mu'} = \nu/\Omega$. Отношение R амплитуд с частотами $\Omega - \nu$ и $\Omega + \nu$ имеет вид

$$R = \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{\Omega+\nu}{\Omega-\nu}.$$

Найдя это отношение из периодограмм, можно оценить

$$\lambda = \frac{1-R'}{1+R'}, \quad R' = R \frac{\Omega-\nu}{\Omega+\nu}$$

и найти $\mu = \lambda\sqrt{\mu\mu'}$ и $\mu' = \sqrt{\mu\mu'}/\lambda$. Далее, анализируя гармоники с частотами Ω и ν , можно найти отношения $\Omega\sqrt{c_1^2 + c_2^2}/\sqrt{A^2 + B^2}$, c_1/c_2 и A/B и т. д. Таким образом, телеметрические значения тока СБ содержат достаточно богатую информацию о движении ТГК в режиме закрутки на Солнце, причем даже сравнительно простой анализ позволяет получить некоторые оценки, связанные с таким движением. Применение спектрального анализа этим не ограничивается: он позволяет адекватно устранить низкочастотную составляющую в значениях тока.

Приведем основные соотношения используемого спектрального анализа [6]. Пусть I_n ($n=1, 2, \dots, N$) – исследуемые данные измерений. Значение I_n отвечает моменту времени (точке) t_n , причем $0=t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Для большинства соседних точек $t_{n+1} - t_n \approx 1$ с, но иногда в данных встречаются пропуски. Сначала из исследуемых данных выделяются отдельные гармонические составляющие (гармоники). С этой целью данные аппроксимируются функцией

$$I(t) = a_0 + a \cos 2\pi f t + b \sin 2\pi f t, \quad (9)$$

где a_0 , a , b и f – параметры. Значения параметров разыскиваются методом наименьших квадратов. Составим выражение

$$\Psi = \sum_{n=1}^N [I_n - I(t_n)]^2. \quad (10)$$

Согласно методу наименьших квадратов определение параметров a_0 , a , b и f сводится к минимизации по ним выражения (10).

Функция $\Psi = \Psi(a_0, a, b, f)$ имеет, как правило, много локальных минимумов, поэтому ее минимизация проводится поэтапно. Сначала в результате решения ряда одинаковых линейных задач наименьших квадратов вычисляются значения функции

$$\Psi_1(f) = \min_{a_0, a, b} \Psi(a_0, a, b, f)$$

в узлах достаточно мелкой равномерной сетки на отрезке $0 \leq f \leq F$, строится график этой функции, и находятся приближенные значения точек минимума. Значения f для достаточно значимых (по величине Ψ_1) минимумов являются частотами искоемых гармоник. В случае $t_{n+1} - t_n = 1$ с для полного анализа данных надо взять $F = 0.5$ Гц, но в данной задаче оказалось возможным принять $F = 0.025$ Гц. Пусть описанным способом найдены частоты f_k ($k = 1, 2, \dots, M$; $M \ll N$). Отвечающий этим частотам тренд ищем в виде

$$I(t) = a_0 + \sum_{k=1}^M (a_k \cos 2\pi \lambda_k t + b_k \sin 2\pi \lambda_k t), \quad (11)$$

где a_0 , a_k , b_k и $\lambda_k \approx f_k$ ($k = 1, 2, \dots, M$) – постоянные параметры. Значения этих параметров находятся минимизацией функции, заданной соотношениями (10), (11). В минимизации этой функции состоит второй этап поиска гармоник, содержащихся в телеметрических значениях тока СБ. Решаемая на втором этапе задача метода наименьших квадратов является нелинейной. Ее решение находилось методом Гаусса–Ньютона [7]. Начальным приближением служили значения частот $\lambda_k = f_k$ и значения коэффициентов a_k , b_k , определяемых из линейной задачи метода наименьших квадратов (10), (11) при указанном начальном наборе частот.

Чтобы проконтролировать найденное решение простыми средствами, на первом этапе наряду с функцией $\Psi_1(f)$ рассматривалась функция

$$P(f) = \left[\sum_{n=1}^N (I_n - \bar{I}) \cos 2\pi f t_n \right]^2 + \left[\sum_{n=1}^N (I_n - \bar{I}) \sin 2\pi f t_n \right]^2, \quad \bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n,$$

называемая периодограммой Шустера. Пусть исследуемая функция $I(t)$ имеет вид (11). Тогда $a_0 = \bar{I}$, периодограмма имеет локальные максимумы в точках $f_k \approx \lambda_k$, причем $a_k^2 + b_k^2 \approx 4P(f_k)N^{-2}$ ($k = 1, 2, \dots, M$). Точность выписанных соотношений увеличивается с ростом N . Таким образом, исследование миниму-

мов периодограммы позволяет получить оценки частот и амплитуд гармонических составляющих функции $I(t)$.

Ниже для наглядности вместо графиков функций $\Psi_1(f)$ и $I(f)$ приводятся графики функций

$$E(f) = \sqrt{\frac{\Psi_1(f)}{N-3}}, \quad A(f) = \frac{2}{N} \sqrt{P(f)}. \quad (12)$$

Минимумы функции $E(f)$ дают оценки среднеквадратичной ошибки аппроксимации функции $x(t)$ выражением (9), максимумы функции $A(f)$ – оценки амплитуды $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Результаты спектрального анализа данных измерений тока СБ, а также результаты предваряющего этот анализ исключения из данных измерений низкочастотной составляющей приведены на рис. 1, 2, 4, 5, 7, 9 – 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25. Все рисунки в данной работе сгруппированы по отрезкам измерений, поэтому нумерация рисунков, относящихся к спектральному анализу, не является сплошной. Преобразование и анализ данных выполнялись над отрезками данных, основные характеристики которых приведены в табл. 2. Таблица содержит номера отрезков измерений, их начальные точки t_1 , даты этих точек, длины интервалов $t_N - t_1$, числа N включенных в обработку моментов времени с измерениями и некоторые результаты обработки. В подписях к рисункам рядом с номером рисунка в скобках указан номер интервала, к которому данный рисунок относится. Время t на всех рисунках данной работы служит обозначением реального времени $t - t_1$.

Подготовка данных для спектрального анализа и реконструкции движения с помощью описанной в п. 2 математической модели состояла в их предварительной коррекции. Из измерений тока исключалась составляющая, которая, по-видимому, обусловлена светом, отраженным от земной поверхности. Эту составляющую трудно выделить точно. Приближенное выделение основано на частотных соображениях. Составляющая, обусловленная отраженным от Земли светом, – низкочастотная. Она довольно сложно зависит от времени, и в ее представлении рядом Фурье необходимо учесть несколько гармоник с частотами, кратными $\omega_{\text{осв}} = \pi / (t_N - t_1)$. Здесь $[t_1, t_N]$ – обрабатываемый отрезок времени с измерениями, его длина не превышает времени полета ТГК по освещенному участку орбиты. Составляющая тока, обусловленная прямым солнечным светом, – высокочастотная. Ее основные частоты Ω , ν и $\Omega \pm \nu$ существенно больше $\omega_{\text{осв}}$. В такой ситуации составляющую, обусловленную отраженным от Земли светом, можно выделить с помощью низкочастотной фильтрации.

Использованный способ фильтрации состоял в следующем. Сначала строилась аппроксимация низкочастотной составляющей с помощью выражения (конечного ряда Фурье)

$$\chi(t) = a_{M+1} + a_{M+2}(t - t_1) + \sum_{m=1}^M a_m \sin \frac{\pi m(t - t_1)}{t_N - t_1}, \quad (13)$$

коэффициенты которого a_1, a_2, \dots, a_{M+2} наилучшим образом в смысле метода наименьших квадратов сглаживают точки (t_n, I_n) , $n = 1, 2, \dots, N$. Графики этих выражений изображены плавными линиями в верхней части перечисленных рисунков, имеющих индекс (а). В тех же системах координат изображены графики исходных данных. Они представляют собой ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки (t_n, I_n) . Число M в (13) выбиралось методом проб и ошибок для каждого отрезка данных. Правила выбора приведены ниже. Окончательное значение этого числа, при котором построено используемое в дальнейшей обработке выражение (13), приведено в табл. 2.

Выбор M контролировался спектральным анализом. Для пробного выражения (13) вычислялось его среднее значение $\langle \chi \rangle$ на сетке $\{t_n\}$. Функция $\chi(t) - \langle \chi \rangle$ считалась той посторонней составляющей, которую следует удалить из данных измерений. Удаление состояло в замене величин I_n величинами $I_n - \chi(t_n) + \langle \chi \rangle$ с сохранением прежних обозначений. Примеры ломаных, проходящих через новые точки (t_n, I_n) , приведены в нижней части рисунков с индексом (а). Для модифицированных таким образом значений тока вычислялись периодограммы (12). Примеры графиков этих периодограмм приведены на рисунках с индексом (б). На графиках видны несколько значимых пиков (минимумов функции $E(f)$ и максимумов функции $A(f)$), отвечающих гармоническим составляющим в данных измерений. Выделялись 4 или 5 наиболее значимых пиков. Частоты пиков обозначим f_1, \dots, f_5 . Нумерация частот определяется соотношениями $2\pi f_1 \approx \nu$, $2\pi f_2 \approx \Omega - \nu$, $2\pi f_3 \approx \Omega$, $2\pi f_4 \approx \Omega + \nu$, причем $f_1 < f_2 < f_3 < f_4$. Частота $f_5 < f_1$ введена для описания низкочастотной составляющей в измерениях и обнаруживалась не на всех приведенных периодограммах. Число M в (13) выбиралось минимальным среди тех чисел, что оставляли на периодограммах не менее четырех значимых пиков. Пикам приписывались частоты f_1, f_2, \dots . При этом учитывались следующие обстоятельства. Во-первых, описанное преобразование измерений с помощью выражения (13) практически исключает из измерений составляющие с частотами меньше $M(t_N - t_1)^{-1}/2$. Во-вторых, наиболее значимый пик отвечает частоте $f_3 \approx \Omega/2\pi$. В-третьих, должны выполняться указанные выше приближенные соотношения для частот f_1, f_2 и f_4 , рассчитываемые по найденному из периодограмм значению f_3 и проектному значению $\sqrt{\mu\mu'}$.

Значения частот f_k , найденные по периодограммам, уточнялись при построении аппроксимации измерений выражением (11). Графики этих выражений приведены плавными линиями в верхней части рассматриваемых рисунков, имеющих индекс (в). В одних системах координат с ними изображены графики аппроксимируемых данных – ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки (t_n, I_n) . В нижней части рисунков (в) приведены графики ошибок аппроксимации – ломаные с вершинами в точках $(t_n, I_n - I(t_n))$. Затем по

уточненным частотам $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ находились оценки величин Ω , μ и μ' . Эти оценки, а также частоты λ_k и амплитуды $A_k^\circ = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ приведены в подписях к рисункам. Частоты выражены в герцах, амплитуды – в амперах.

Для отрезков 1, 2, 4, 6 приведены графики для нескольких вариантов выбора M . Они иллюстрируют влияние этого выбора на получаемые результаты. Для остальных отрезков приведено значение M , используемое в последующей обработке (см. табл. 2). Для отрезка 6 использовались два значения M . Найденные оценки параметров μ и μ' имеют большой разброс. Для интервала 4 получено $\mu' > 1$, хотя вследствие неравенства $J_2 < J_1 + J_3$ должно быть $\mu' < 1$.

4. Методика реконструкции движения ТГК по измерениям тока солнечных батарей и результаты реконструкции. Значения угла β малы (см. табл. 1) и оцениваются с большой ошибкой. В такой ситуации целесообразно положить в (3) $\beta = 0$. Тогда

$$I = A_2 s_2 + A_3 s_3, \quad A_2 = I_0 \cos \gamma, \quad A_3 = -I_0 \sin \gamma,$$

где γ – угол между осями Ox_2 и Oy_2 . Реконструкцией движения ТГК по скорректированным измерениям тока СБ будем считать решение уравнений (1), (2), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{n=1}^N [I_n - A_2 s_2(t_n) - A_3 s_3(t_n)]^2. \quad (14)$$

Минимизация выполняется по начальным условиям решения уравнений (1), (2) и параметрам μ , μ' , A_2 , A_3 . Начальные условия уравнений (1) обозначим $\omega_{i0} = \omega_i(t_1)$ ($i = 1, 2, 3$). Решения уравнений (2) должны удовлетворять условию (5). Это условие выполняется при всех t , если оно выполнено в начальной точке t_1 . По этой причине начальные условия переменных s_i выражались через независимые параметры z_1 и z_2 по формулам

$$s_1(t_1) = \frac{2z_1}{1 + z_1^2 + z_2^2}, \quad s_2(t_1) = \frac{1 - z_1^2 - z_2^2}{1 + z_1^2 + z_2^2}, \quad s_3(t_1) = \frac{2z_2}{1 + z_1^2 + z_2^2}.$$

В большинстве случаев использования режима закрутки на Солнце $|z_1| \ll 1$, $|z_2| \ll 1$, и такую параметризацию можно приближенно представить в виде $s_1 \approx 2z_1$, $s_2 \approx 1$, $s_3 \approx 2z_2$. Последние соотношения поясняют смысл параметров z_1 и z_2 . В результате функционал (14) представляет собой функцию 9 параметров: ω_{10} , ω_{20} , ω_{30} , μ , μ' , z_1 , z_2 , A_2 , A_3 .

Функционал (14) можно упростить. В уравнения (2) вместо решения уравнений (1) подставим формулы (5) и будем рассматривать Φ как функцию величин A , B , Ω , λ , ν , z_1 , z_2 , A_2 , A_3 . Такое упрощение использовалось для поиска начального приближения точки минимума Φ .

Минимум функционала (14) не единствен. Уравнения (1), (2) выдерживают замену переменных

$$\omega_1 \rightarrow -\omega_1, \quad \omega_3 \rightarrow -\omega_3, \quad s_1 \rightarrow -s_1, \quad s_3 \rightarrow -s_3,$$

поэтому наборы параметров $\pm\omega_{10}$, ω_{20} , $\pm\omega_{30}$, μ , μ' , $\pm z_1$, $\pm z_2$, A_2 , $\pm A_3$ задают равные значения Φ . В такой ситуации единственность реконструкции движения корабля может иметь место лишь в том случае, когда это движение представляет собой стационарное вращение (4) и ось Ox_2 точно направлена на Солнце. Этот факт надо иметь в виду при использовании найденных реконструкций. Ниже приводится только одна из них.

Минимизация функционала (14) выполнялась методом Гаусса–Ньютона. Точность аппроксимации скорректированных измерений тока и оценок уточняемых параметров характеризовались в рамках метода наименьших квадратов соответствующими стандартными отклонениями. Пусть Φ_{\min} – значения функционала Φ в точке минимума, C – вычисленная в этой точке матрица системы нормальных уравнений, используемых в методе Гаусса–Ньютона (матрица $2C$ приближенно равна матрице квадратичной формы $d^2\Phi$). Тогда формулы стандартного отклонения σ ошибок в измерениях и ковариационной матрицы K уточняемых параметров можно записать в виде

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Phi_{\min}}{N-9}}, \quad K = \sigma^2 C^{-1}.$$

Стандартные отклонения уточняемых параметров – квадратные корни из соответствующих диагональных элементов матрицы K – обозначим σ_{ω_1} , σ_{ω_2} , σ_{ω_3} , σ_{μ} , $\sigma_{\mu'}$, σ_{z_1} , σ_{z_2} , σ_{A_2} , σ_{A_3} .

Результаты обработки скорректированных измерений тока приведены в табл. 2 и на рис. 3, 6, 8, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 27. Таблица содержит оценки параметров ω_{10} , ω_{20} , ω_{30} , μ , μ' , z_1 , z_2 , A_2 , A_3 и их стандартные отклонения для каждого из обработанных интервалов, рисунки иллюстрируют найденные реконструкции движения ТГК. Для интервала 6 приведено два набора параметров, отвечающих разным значениям M . Интервал 12 образован объединением интервалов 10 и 11.

На перечисленных рисунках с индексом (а) приведены графики решений системы (1), на рисунках с индексом (б) – графики решений системы (2). На рисунках с индексом (в) приведены найденные аппроксимации измерений тока. В верхней части этих рисунков плавными линиями изображены графики функции $\hat{I}(t) - A_2 s_2(t) - A_3 s_3(t)$, $t_1 \leq t \leq t_N$. В тех же системах координат изображены графики скорректированных измерений. Они представляют собой ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки (t_n, I_n) , $n = 1, 2, \dots, N$. В нижней части рисунков (в) изображены графики ошибок аппроксимации – ло-

маные с вершинами в точках $(t_n, I_n - \hat{I}(t_n))$. В подписях к рисункам повторены некоторые данные из табл. 2.

По поводу рисунков (в) необходимо отметить, что описанная в п. 3 коррекция измерений тока сохраняет их среднее значение по обрабатываемому интервалу. Но если из данных измерений удаляется низкочастотная составляющая, обусловленная отраженным от Земли светом, то при коррекции следовало бы уменьшить это среднее. Например, принять в качестве удаляемой составляющей функцию $\chi(t) - \langle \chi \rangle + \text{const}$, $\text{const} > 0$. Однако значение const неизвестно, поэтому было взято $\text{const} = 0$. В определенной степени этот недостаток компенсируется тем, что параметры A_2 и A_3 уточняются.

Как видим, аппроксимация измерений получилась правдоподобной, но оценки параметров μ и μ' в некоторых случаях довольно далеки от своих априорных (и достаточно точных) значений. В частности, для интервала 4 получено $\mu' > 1$. Оценки параметров A_2 , A_3 позволяют найти $I_0 = \sqrt{A_2^2 + A_3^2}$ и $\gamma = -\text{arctg}(A_3/A_2)$. Оценки I_0 получаются достаточно близкими к априорному значению $I_0 = 29 \text{ А}$, оценки γ имеют большой разброс.

Точность построенных реконструкций движения корабля по описанной методике характеризуется стандартными отклонениями уточняемых параметров. Анализ этих стандартных отклонений вместе с анализом собственных векторов матрицы C , отвечающих ее нескольким минимальным собственным числам, позволяет понять характер неопределенности, которая возникает при реконструкции движения. Анализ основан на формуле

$$C^{-1} = \sum_{k=1}^8 v_k v_k^T, \quad v_k = \frac{u_k}{\sqrt{p_k}},$$

где p_k и u_k – собственные числа и ортонормированные собственные векторы матрицы C . Вектор v_k – также собственный вектор матрицы C , отвечающий ее собственному числу p_k , но не нормированный. Его норма изменена так, чтобы его компоненты (будем обозначать их $v_{k,\omega 1}$, $v_{k,\omega 2}$, $v_{k,\mu}$ и т.п.) характеризовали вклад в стандартные отклонения уточняемых параметров. Например, для стандартного отклонения σ_μ имеет место формула

$$\sigma_\mu^2 = \sigma^2 \sum_{k=1}^8 v_{k,\mu}^2,$$

и если $|v_{1,\mu}| \gg |v_{k,\mu}|$ ($k = 2, 3, \dots, 8$), то $\sigma_\mu \approx \sigma |v_{1,\mu}|$. Таким образом, наибольшие стандартные отклонения имеют те определяемые параметры, которым отвечают наибольшие по модулю компоненты векторов v_k . Назовем эти векторы векторами чувствительности.

В качестве примера такого анализа исследуем точность реконструкции движения на интервале 8. Собственные числа матрицы C имеют значения:

$$p_1 = 2.56692, \quad p_2 = 3.19603, \quad p_3 = 172.183, \quad p_4 = 4516.17, \quad 44571.0,$$

496030, 1.03569e+8, 1.30962e+8, 1.33505e+9.

Тот факт, что минимальное собственное число положительно, означает принципиальную возможность реконструкции движения описанным способом. Компоненты используемых ниже векторов упорядочены в соответствии с записью: ω_{10} , ω_{20} , ω_{30} , μ , μ' , z_1 , z_2 , A_2 , A_3 . Наиболее значимые векторы чувствительности в рассматриваемом примере

$$v_1 = (0, 0, 0, 0, 0.19, 0.01, -0.03, 0.50, 0.32)^T,$$

$$v_2 = (0, 0, 0, 0, 0.53, 0.01, -0.01, 0.16, 0.07)^T,$$

$$v_3 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, -0.04, 0.06)^T, \quad v_4 = (0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0.01, 0, 0)^T.$$

Компоненты, обозначенные здесь нулями, и компоненты остальных векторов чувствительности не превосходят по абсолютной величине 0.003. Как видим, наименее точно определяются параметры μ' , z_2 , A_2 , A_3 (ср. табл. 2).

Для интервала 5 собственные числа матрицы C имеют значения:

$$p_1 = 0.0356735, \quad p_2 = 1.91462, \quad p_3 = 211.720, \quad p_4 = 1133.53, \quad p_5 = 1462.90, \\ 94248.1, \quad 4.34621e+7, \quad 6.84175e+7, \quad 4.82080e+8.$$

Наиболее значимые векторы чувствительности:

$$v_1 = (0, 0, 0, 0, 0.08, 0.05, -0.35, 5.01, -1.69)^T,$$

$$v_2 = (0, 0, 0, 0, 0.72, 0.01, 0, -0.01, 0)^T, \quad v_3 = (0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0.02, 0.06)^T,$$

$$v_4 = (0, 0, 0, -0.02, 0, 0.02, 0, 0, 0)^T, \quad v_5 = (0, 0, 0, 0.02, 0, 0.02, 0, 0, 0)^T.$$

Компоненты, обозначенные нулями, и компоненты остальных векторов чувствительности не превосходят по абсолютной величине 0.004. В этом примере задача реконструкции движения обусловлена заметно хуже, чем в предыдущем, но так же наименее точно определяются параметры μ' , z_2 , A_2 и A_3 (ср. табл. 2).

Следует заметить, что измерения тока, выполненные в 2017 г., оказались хуже согласованными с принятой математической моделью (п. 2), чем измерения, выполненные в предыдущие годы. Одно из возможных объяснений состоит в том, что в общем случае телеметрические значения тока представляют собой не весь ток, вырабатываемый СБ, а только его часть, потребляемую кораблем. Измерения 2017 г. выполнялись во время обычного рутинного полета, тогда как измерения 2014 и 2015 гг. выполнялись в рамках экспериментов, в которых с батареей специально снимался весь ток СБ. Возможно также, что причина в свете, отраженном от поверхности Земли.

5. Заключение. Реконструировано неуправляемое вращательное движение ТГК «Прогресс» №№ 423, 424, 434, 435 в режиме закрутки на Солнце. Реконструкция выполнена с помощью интегральной статистической методики по телеметрическим значениям тока, снимаемого с его солнечных батарей. Данные

телеметрии, собранные на освещенном участке орбиты, обрабатывались совместно с помощью интегрирования уравнений вращательного движения ТГК. В результате обработки оценивались начальные условия движения корабля относительно направления Земля – Солнце и параметры используемых математических моделей. Проведено исследование, поясняющее возможность реконструкции на основании таких, на первый взгляд, малоинформативных данных.

Во-первых, с помощью спектрального анализа выделены гармонические составляющие в исходных данных, несущие информацию о движении ТГК и некоторых его параметрах. Предложена методика удаления из этих данных посторонней низкочастотной составляющей, обусловленной, по-видимому, отраженным от Земли солнечным светом.

Во-вторых, исследована обусловленность задачи метода наименьших квадратов, лежащей в основе используемой интегральной статистической методики. Показано, что в принципе задача является невырожденной, хотя для некоторых отрезков обрабатываемых данных ее обусловленность может быть плохой. В таких случаях реконструкция движения может оказаться недостаточно точной.

Литература

1. Путин Г.Ф., Глухов А.Ф., Бабушкин И.А., Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Иванов А.И., Сазонов В.В. Исследование микроускорений на борту Международной космической станции с помощью датчика конвекции // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 5. С. 373-379.
2. Путин Г.Ф., Глухов А.Ф., Бабушкин И.А., Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Иванов А.И., Максимова М.М., Сазонов В.В. Эксперименты с датчиком конвекции ДАКОН-М // Космические исследования. 2017. Т. 55. № 4. С. 278-284.
3. Беляев М.Ю., Легостаев В.П., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Отработка методов проведения экспериментов в области микрогравитации в автономном полете грузового корабля Прогресс М-20М // Космическая техника и технологии. 2014. № 3(6). С. 19-32.
4. Эксперименты с вращательным движением космических кораблей «Прогресс» // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 4.
5. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Режимы неуправляемого вращательного движения корабля Прогресс М-29М // Космические исследования. 2018. Т. 56. № 1. С. 54-67.
6. Теребиж В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике. М., Наука, 1992.
7. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.

Таблица 1. Оценки параметров тензора инерции ТГК № 423 (ноябрь 2014) и № 428 (июль 2015)

ТГК №	μ	$\sigma_{\mu} \times 10^4$	μ'	$\sigma_{\mu'} \times 10^4$	γ	$\sigma_{\gamma} \times 10^5$	α	$\sigma_{\alpha} \times 10^3$	β	$\sigma_{\beta} \times 10^4$
423	0.193	7.7	0.867	3.5	-0.0711	8.5	0.0059	2.4	-0.0033	1.8
423	0.182	51	0.899	25	-0.0716	56	0.0137	15	-0.0033	13
423	0.196	28	0.859	12	-0.0718	24	-0.0046	8.8	-0.0019	6.7
423	0.196	22	0.867	11	-0.0705	21	0.0072	6.9	-0.0034	5.9
423	0.197	27	0.863	12	-0.0727	20	0.0072	8.3	-0.0031	6.4
423	0.194	15	0.877	6.6	-0.0698	10	0.0100	4.6	-0.0026	3.3
423	0.196	46	0.863	20	-0.0729	26	-0.0026	14	-0.0026	11
423	0.196	54	0.834	23	-0.0725	28	0.0149	17	-0.0035	13
428	0.162	31	0.880	17	-0.1107	19	-0.0053	10	-0.0102	11
428	0.163	6.7	0.884	3.5	-0.1082	12	0.0058	2.2	-0.0120	2.6
428	0.161	20	0.891	11	-0.1106	31	0.0018	6.2	-0.0111	7.6
428	0.143	50	0.925	9.1	-0.1122	220	0.0541	6.8	-0.0163	5.6

Таблица 2. Результаты обработки измерений тока

№ инт.	ТГК №	Дата	t_1 (ДМВ)	$t_N - t_1$ (с)	N	M	σ (А)	ω_{10}	ω_{20}	ω_{30}	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$	$\sigma_{\omega 3}$
								$(10^{-3} c^{-1})$			$(10^{-6} c^{-1})$		
1	434	22.02.17	19:10:46	2953	2954	10	0.222	6.468	34.612	8.495	88	13	119
2	434	22.02.17	21:00:02	2265	2266	7	0.162	0.043	33.643	13.175	71	13	48
3	434	22.02.17	23:36:25	1413	1414	5	0.119	1.089	40.828	-1.147	27	68	65
4	434	23.02.17	19:15:31	2268	2269	12	0.272	8.055	38.039	38.076	38	46	50
5	434	23.02.17	21:09:29	2403	2404	10	0.169	-0.077	41.360	0.336	49	134	107
6	435	14.06.17	21:00:01	2603	2604	10	0.229	0.609	27.316	-0.197	62	82	105
6'	435	14.06.17	21:00:01	2603	2604	12	0.165	0.382	26.666	0.232	72	145	68
7	423	01.11.14	09:39:41	4201	3947	15	0.172	-0.848	41.886	-2.379	21	41	44
8	423	17.11.14	21:34:16	2771	2726	10	0.0834	0.793	42.639	-0.533	14	27	32
9	424	26.04.15	00:40:46	3315	3309	15	0.186	0.376	38.549	3.603	23	44	44
10	424	26.04.15	02:10:47	3321	3322	10	0.153	1.182	38.684	-0.819	18	22	34
11	424	26.04.15	00:40:46	8722	6631	-	0.183	0.405	38.629	3.362	15	13	30

Таблица 2 (продолжение). Результаты обработки измерений тока

№ инт.	μ	σ_{μ} $\times 10^4$	μ'	$\sigma_{\mu'}$ $\times 10^3$	z_1 $\times 10^4$	σ_{z_1} $\times 10^4$	z_2 $\times 10^4$	σ_{z_2} $\times 10^4$	A_2 (A)	σ_{A_2} (A)	A_3 (A)	σ_{A_3} (A)
1	0.475	11	0.742	27	251	9.8	1128	14	30.27	0.0091	-0.02	0.021
2	0.461	11	0.775	17	69	7.4	1457	7.5	30.01	0.0071	0.17	0.017
3	0.224	9.6	0.669	420	783	14	-612	13	29.00	0.015	4.34	0.75
4	0.151	0.61	1.886	12	-487	9.6	127	23	29.90	0.010	0.27	0.029
5	0.117	4.9	0.320	123	284	10	2175	596	16.00	0.84	1.10	0.28
6	0.185	29	0.571	234	-669	87	455	65	28.79	0.078	-1.08	0.090
6'	0.260	35	0.525	302	-1275	246	65	77	29.35	0.37	-0.67	0.12
7	0.215	1.5	0.801	14	423	18	-2357	27	27.81	0.071	-2.08	0.028
8	0.190	2.5	0.886	47	621	16	-1502	24	27.62	0.044	-1.78	0.028
9	0.186	1.8	0.861	9.3	-931	17	-1216	25	26.56	0.042	-2.31	0.025
10	0.177	1.5	0.898	25	2295	30	14	20	27.30	0.075	-2.02	0.025
11	0.187	17	0.849	445	-1057	12	-1186	17	26.56	0.032	-2.31	0.018

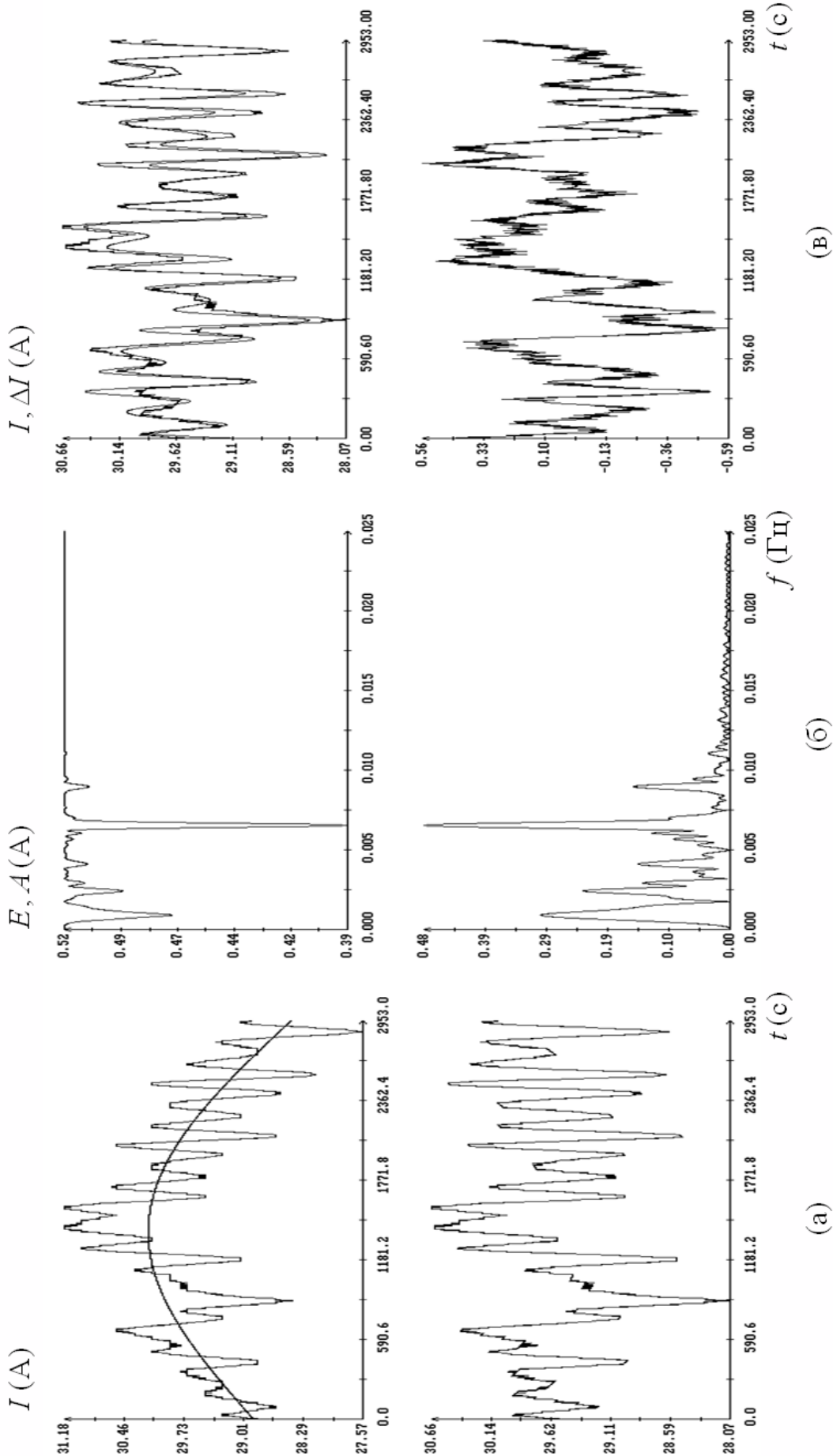


Рис. 1 (1). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 1$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00236$, $A_1^i = 0.24$, $\lambda_2 = 0.00418$, $A_2^i = 0.15$, $\lambda_3 = 0.00654$, $A_3^i = 0.49$, $\lambda_4 = 0.00893$, $A_4^i = 0.16$, $\lambda_5 = 0.00093$, $A_5^i = 0.33$, $\sigma = 0.23A$. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^\circ/c$, $\mu = 0.134$, $\mu' = 0.985$.

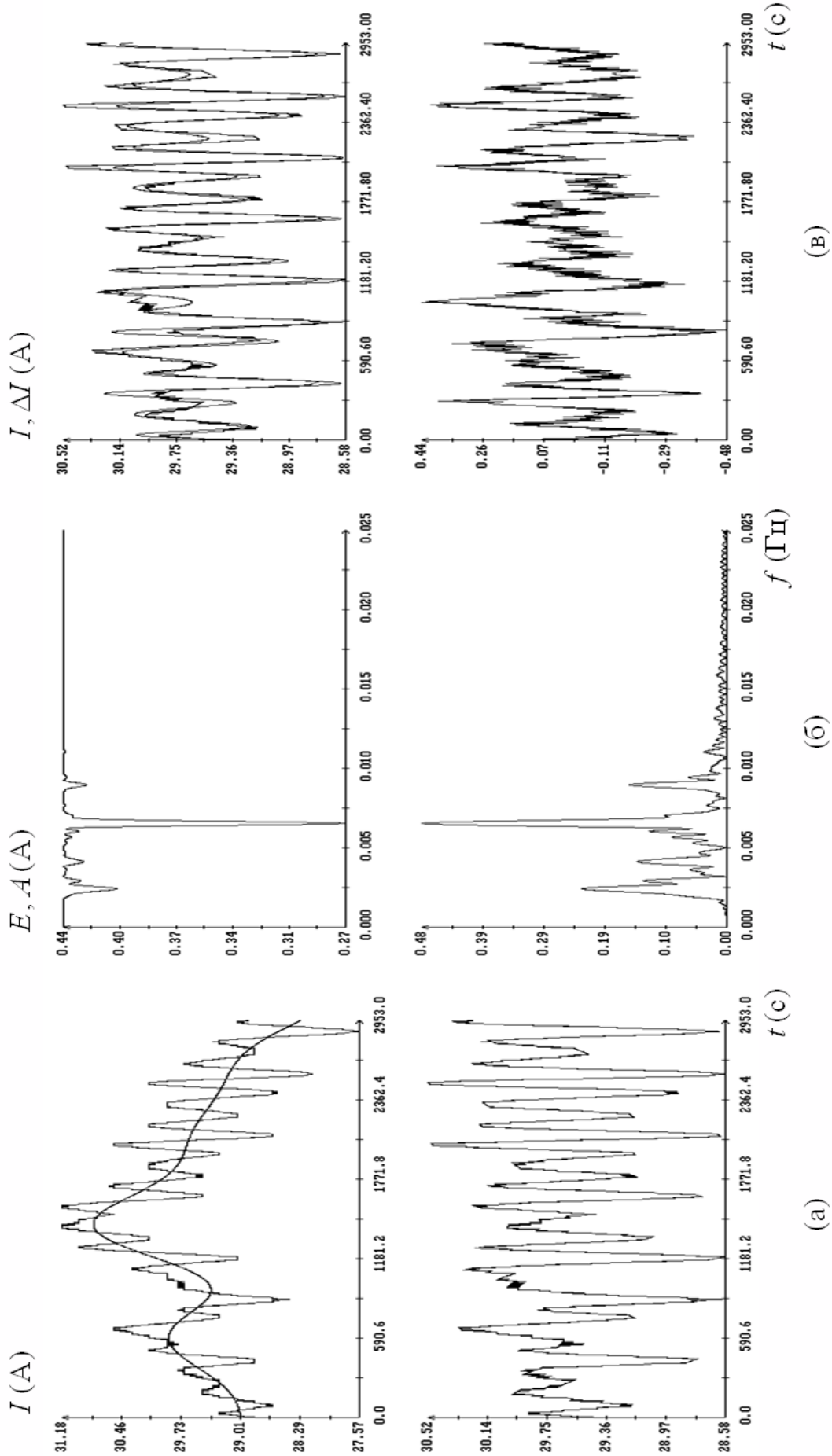


Рис. 2 (1). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=10$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00240$, $A_1^{\circ} = 0.24$, $\lambda_2 = 0.00419$, $A_2^{\circ} = 0.14$, $\lambda_3 = 0.00654$, $A_3^{\circ} = 0.49$, $\lambda_4 = 0.00893$, $A_4^{\circ} = 0.15$, $\sigma = 0.16A$.
 Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^{\circ}/c$, $\mu = 0.136$, $\mu' = 0.963$.

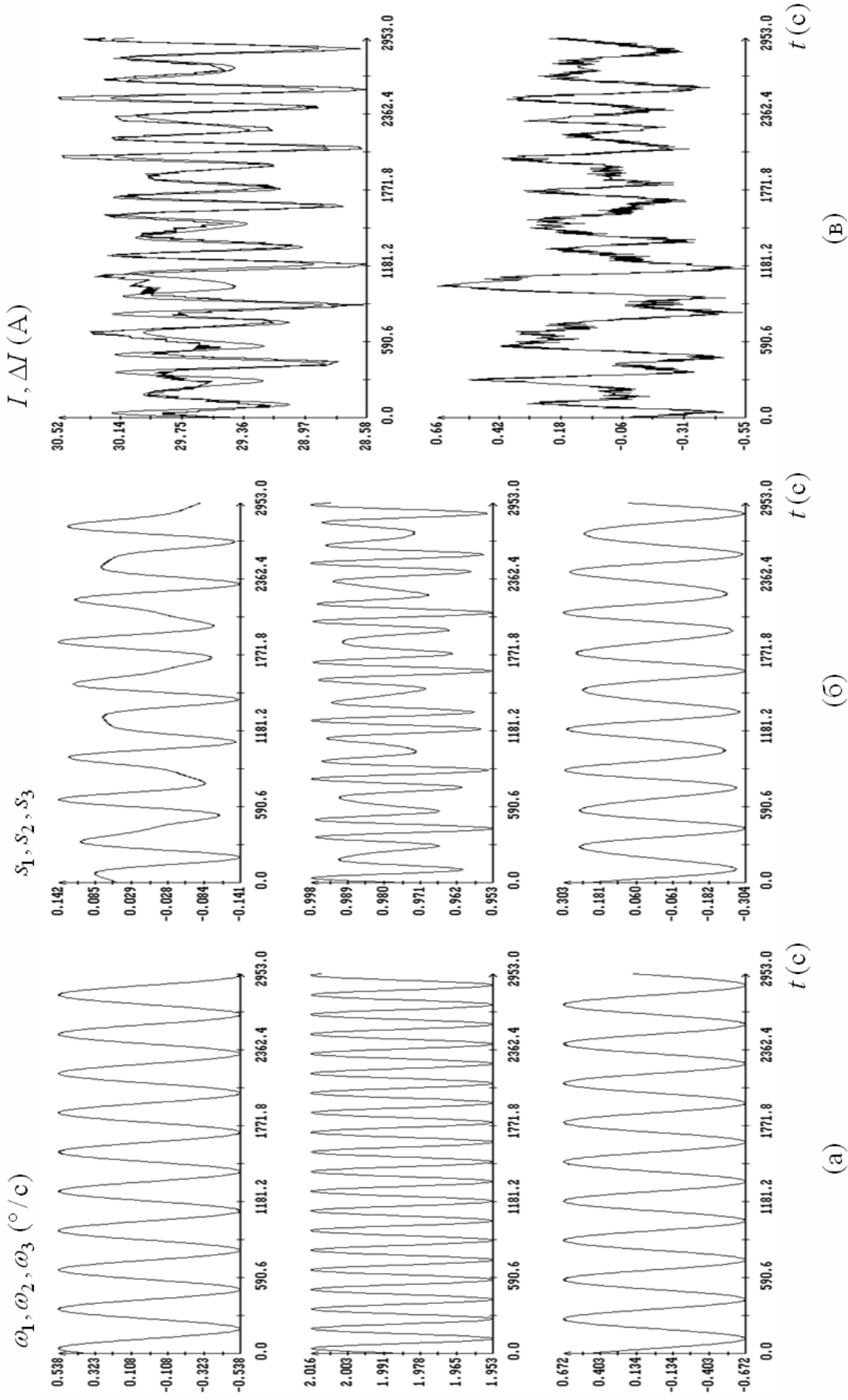


Рис. 3 (1). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.22$ А. Оценки параметров модели: $\mu = 0.475$, $\mu' = 0.742$, $A_2 = 30.3$ А, $A_3 = -0.24$ А.

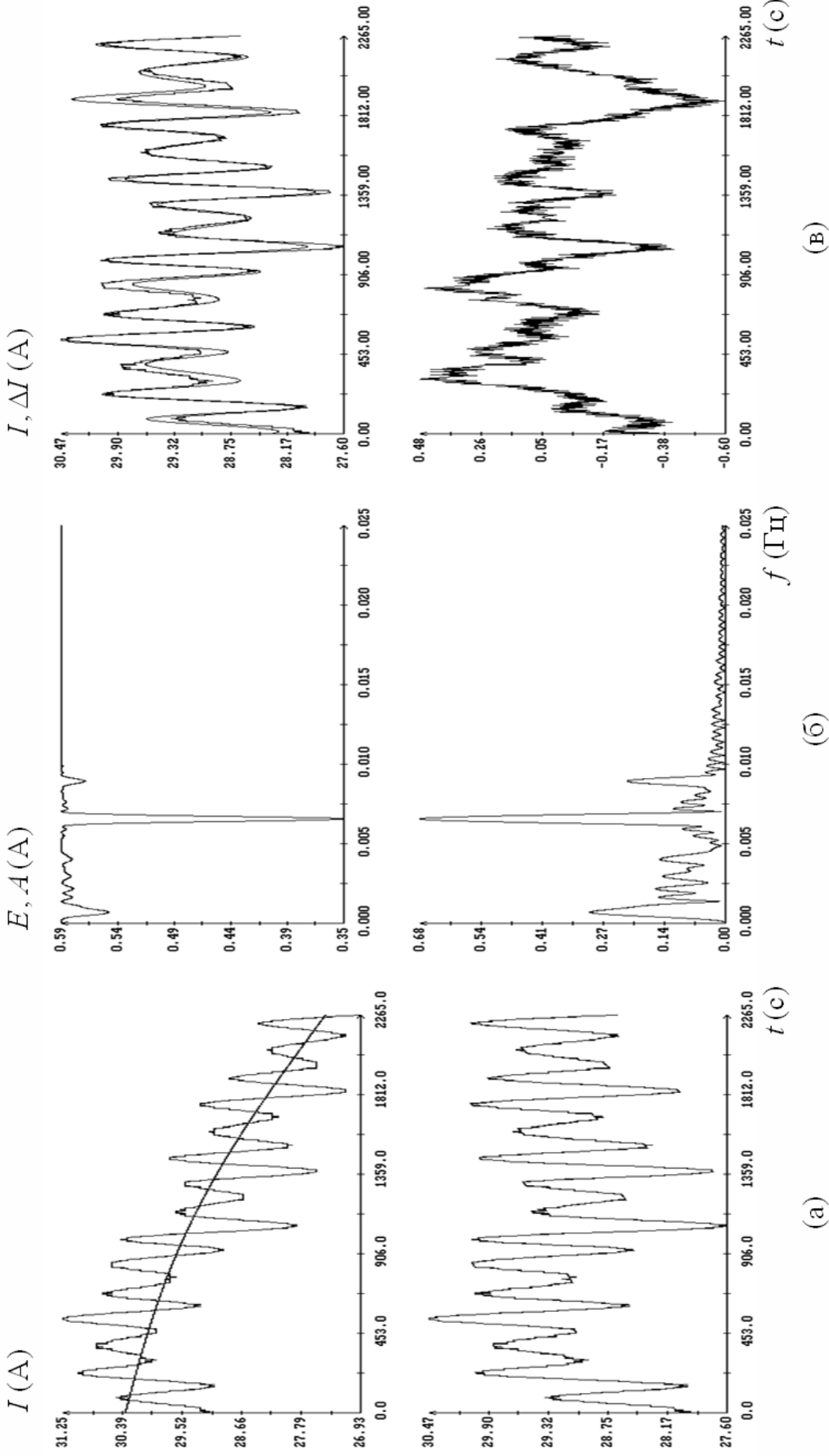


Рис. 4 (2). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 1$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00286$, $A_1^i = 0.10$, $\lambda_2 = 0.00413$, $A_2^i = 0.14$, $\lambda_3 = 0.00656$, $A_3^i = 0.67$, $\lambda_4 = 0.00892$, $A_4^i = 0.20$, $\lambda_5 = 0.00075$, $A_5^i = 0.31$, $\sigma = 0.20$ А. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^\circ/\text{с}$, $\mu = 0.186$, $\mu' = 0.720$.

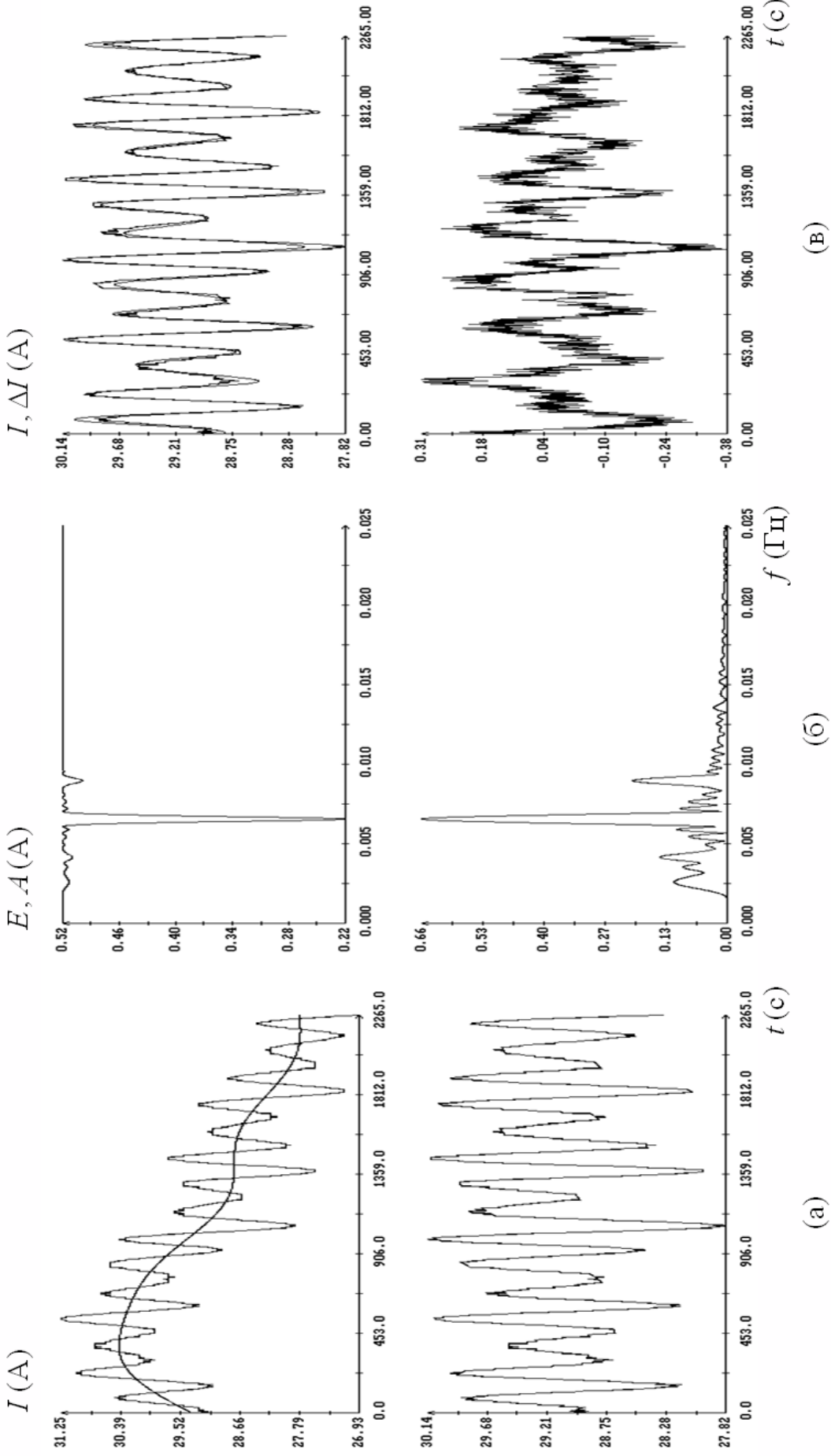


Рис. 5 (2). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 7$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00255$, $\lambda_1^* = 0.13$, $\lambda_2 = 0.00417$, $\lambda_2^* = 0.15$, $\lambda_3 = 0.00655$, $\lambda_3^* = 0.66$, $\lambda_4 = 0.00895$, $\lambda_4^* = 0.19$, $\sigma = 0.12A$. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^\circ / c$, $\mu = 0.166$, $\mu' = 0.802$.

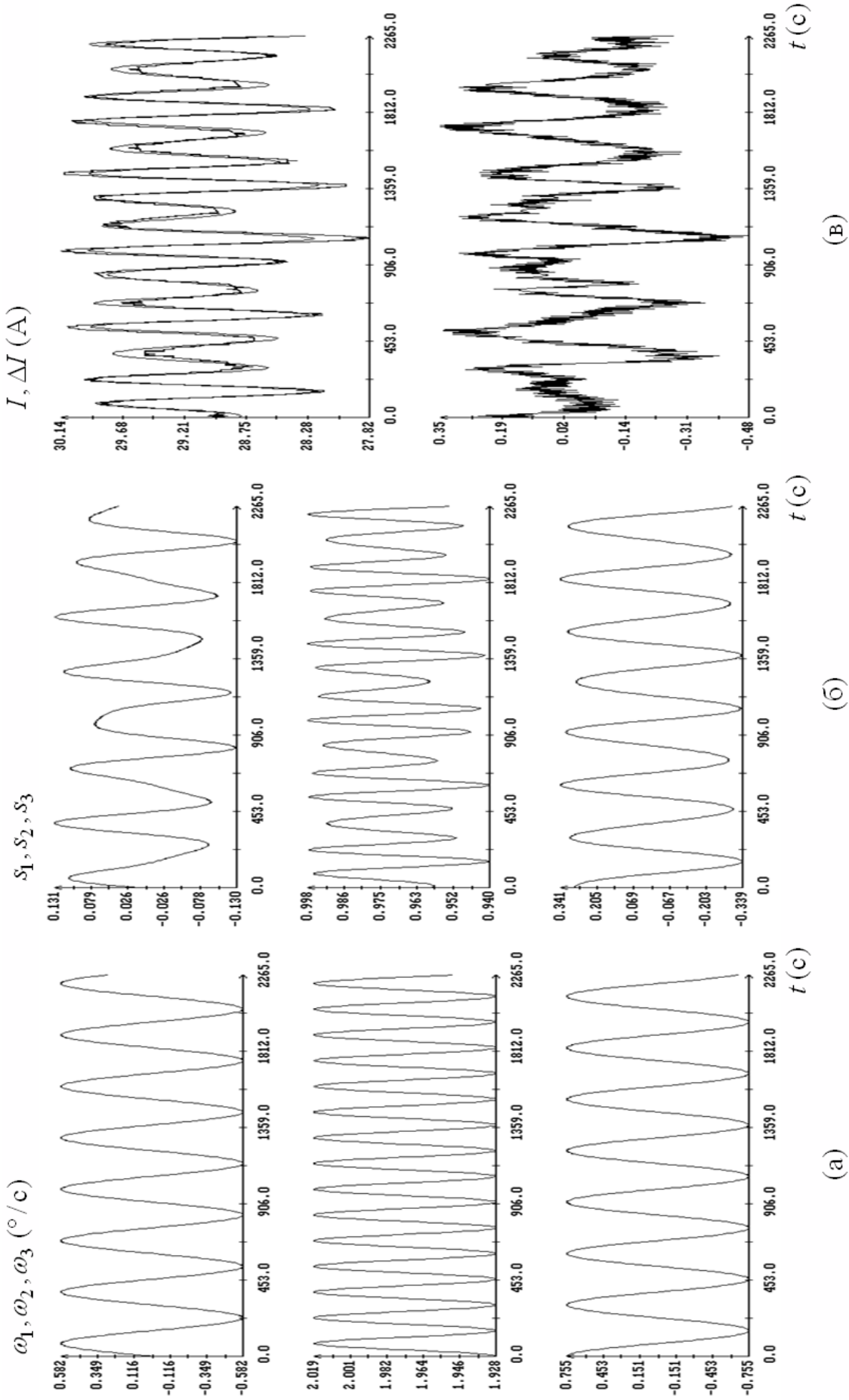


Рис. 6 (2). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.16$ А. Оценки параметров модели: $\mu = 0.461$, $\mu' = 0.775$, $A_2 = 30.0$ А, $A_3 = 0.17$ А.

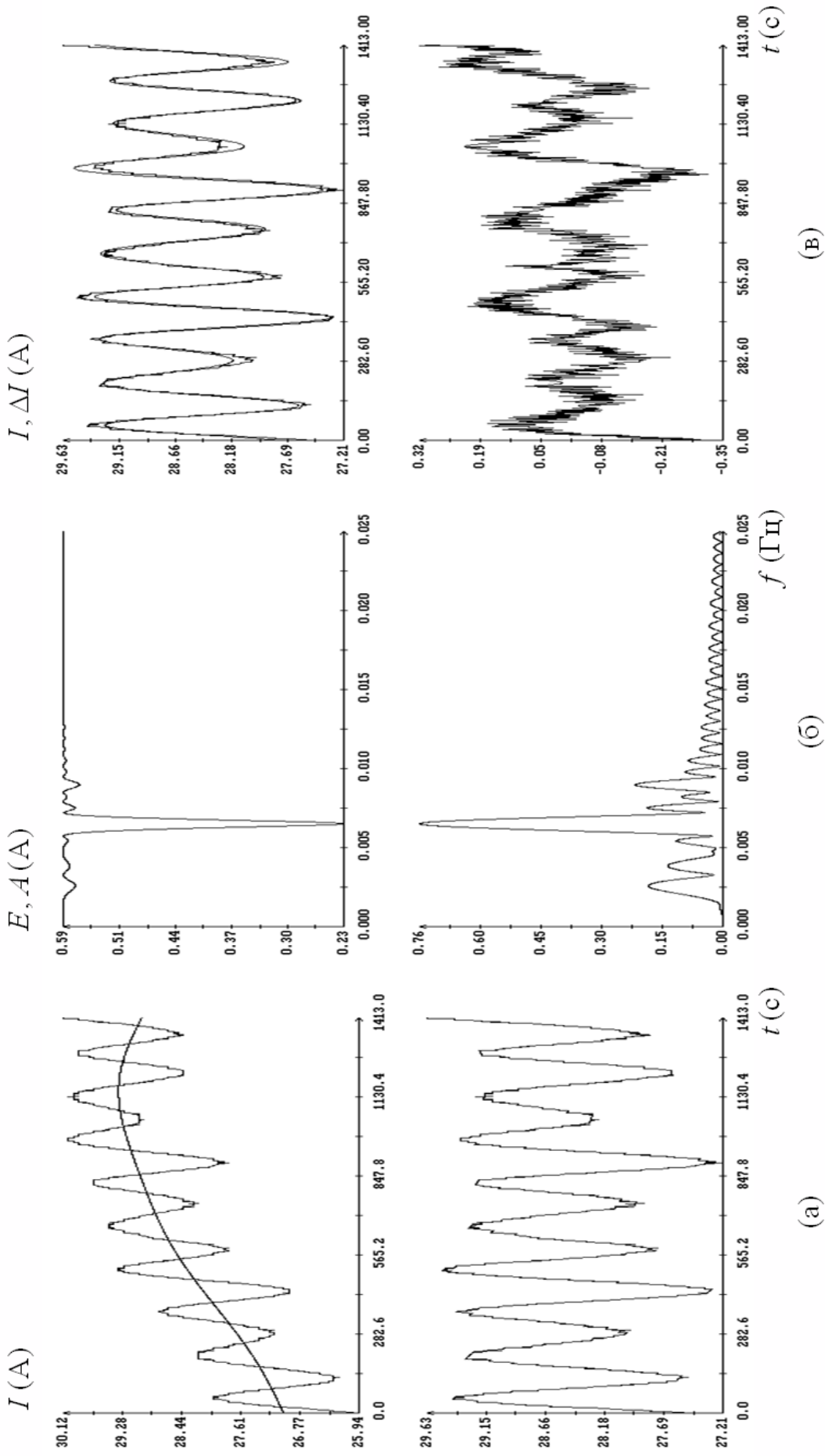


Рис. 7 (3). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 5$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00255$, $A_1^* = 0.23$, $\lambda_2 = 0.00451$, $A_2^* = 0.09$, $\lambda_3 = 0.00650$, $A_3^* = 0.78$, $\lambda_4 = 0.00892$, $A_4^* = 0.15$, $\sigma = 0.11A$. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.34^\circ/\text{с}$, $\mu = 0.184$, $\mu' = 0.625$.

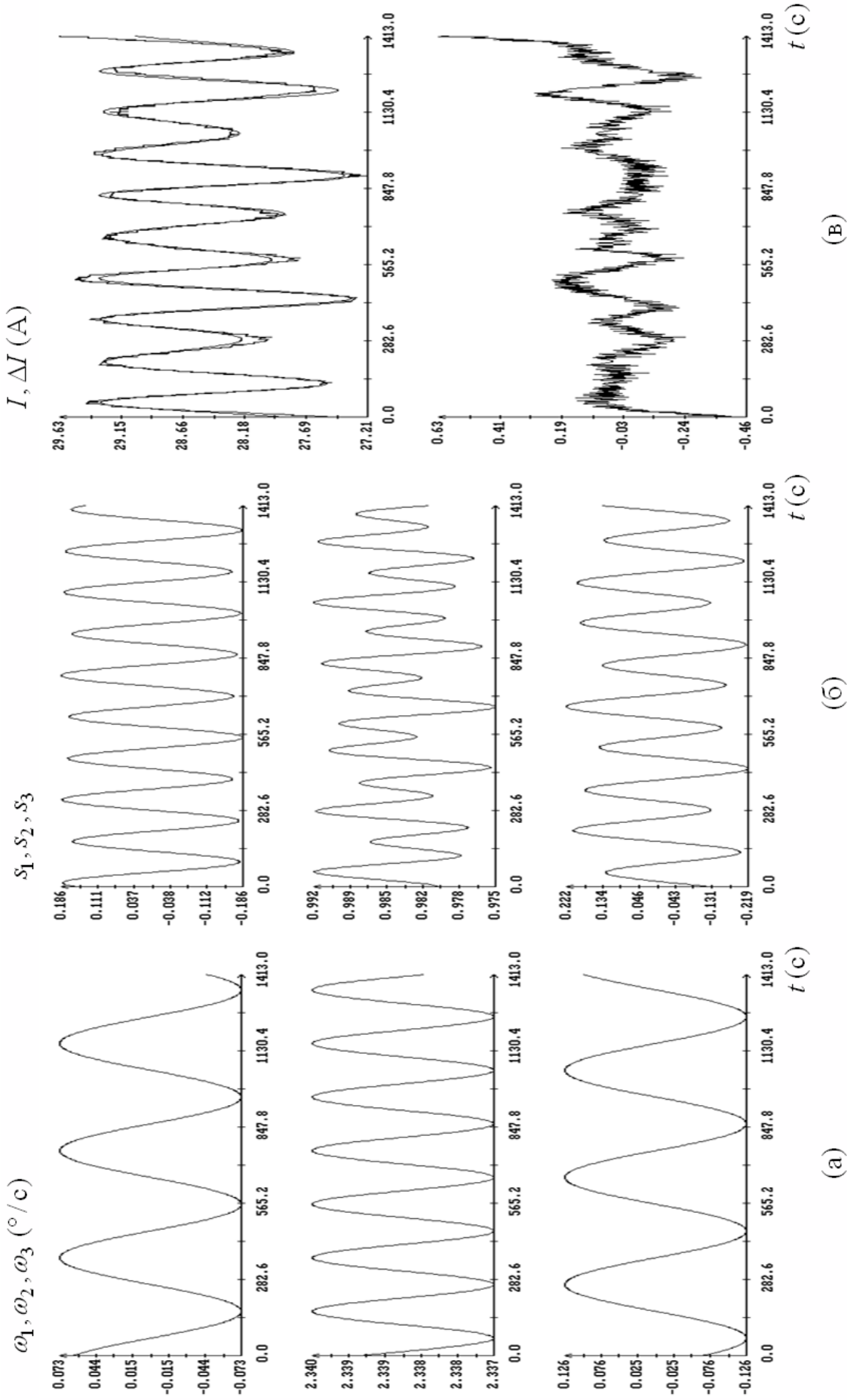


Рис. 8 (3). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.12 \text{ A}$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.224$, $\mu' = 0.669$, $A_2 = 29.0 \text{ A}$, $A_3 = 4.3 \text{ A}$.

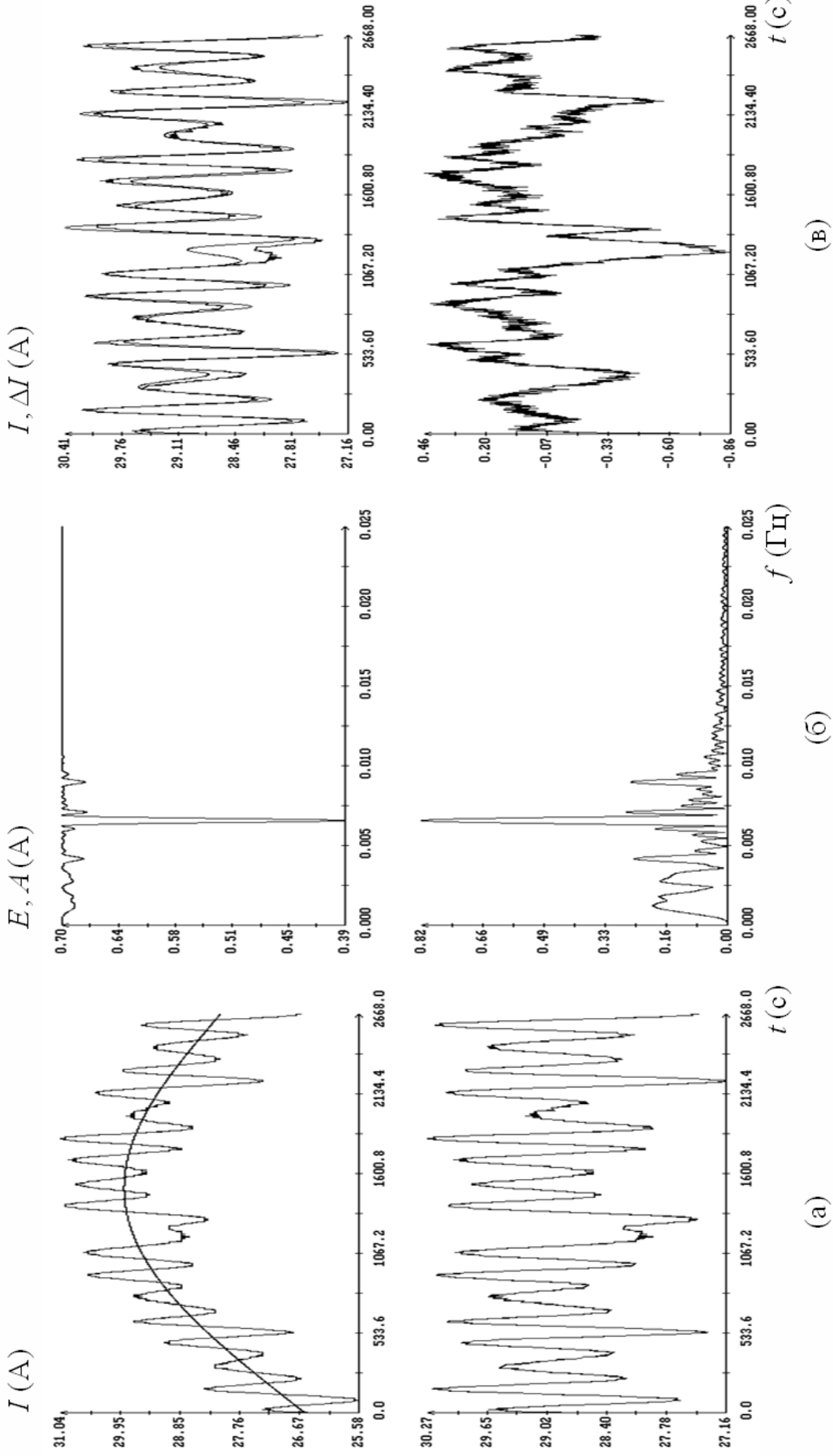


Рис. 9 (4). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=1$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00291$, $A_1^* = 0.21$, $\lambda_2 = 0.00418$, $A_2^* = 0.24$, $\lambda_3 = 0.00656$, $A_3^* = 0.81$, $\lambda_4 = 0.00897$, $A_4^* = 0.23$, $\lambda_5 = 0.00163$, $A_5^* = 0.19$, $\sigma = 0.25A$. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^\circ/c$, $\mu = 0.121$, $\mu' = 1.100$.

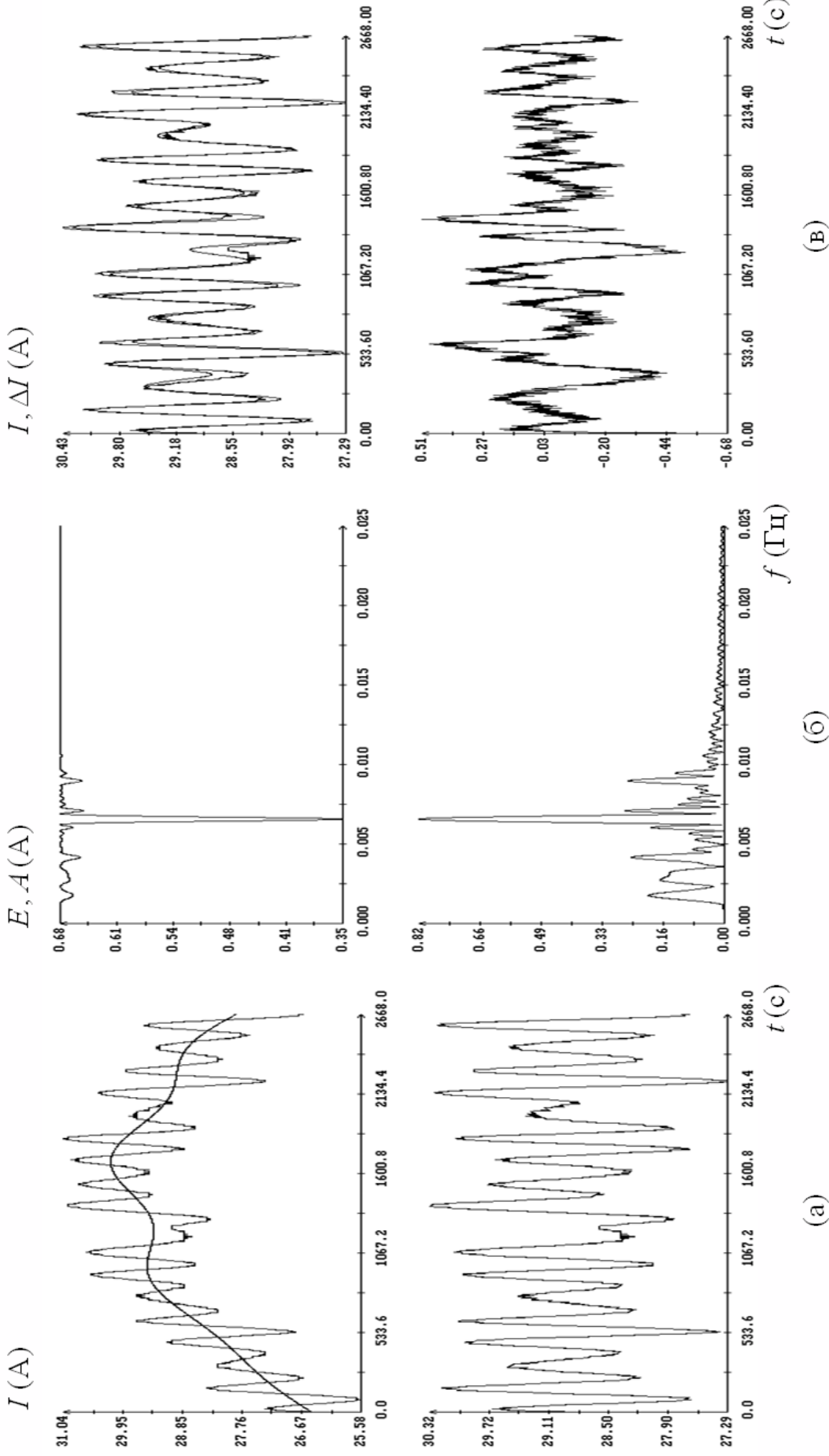


Рис. 10 (4). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 7$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00295$, $A_1^{\circ} = 0.20$, $\lambda_2 = 0.00418$, $A_2^{\circ} = 0.23$, $\lambda_3 = 0.00656$, $A_3^{\circ} = 0.81$, $\lambda_4 = 0.00896$, $A_4^{\circ} = 0.23$, $\lambda_5 = 0.00170$, $A_5^{\circ} = 0.21$, $\sigma = 0.17$ А. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^{\circ}/с$, $\mu = 0.127$, $\mu' = 1.041$.

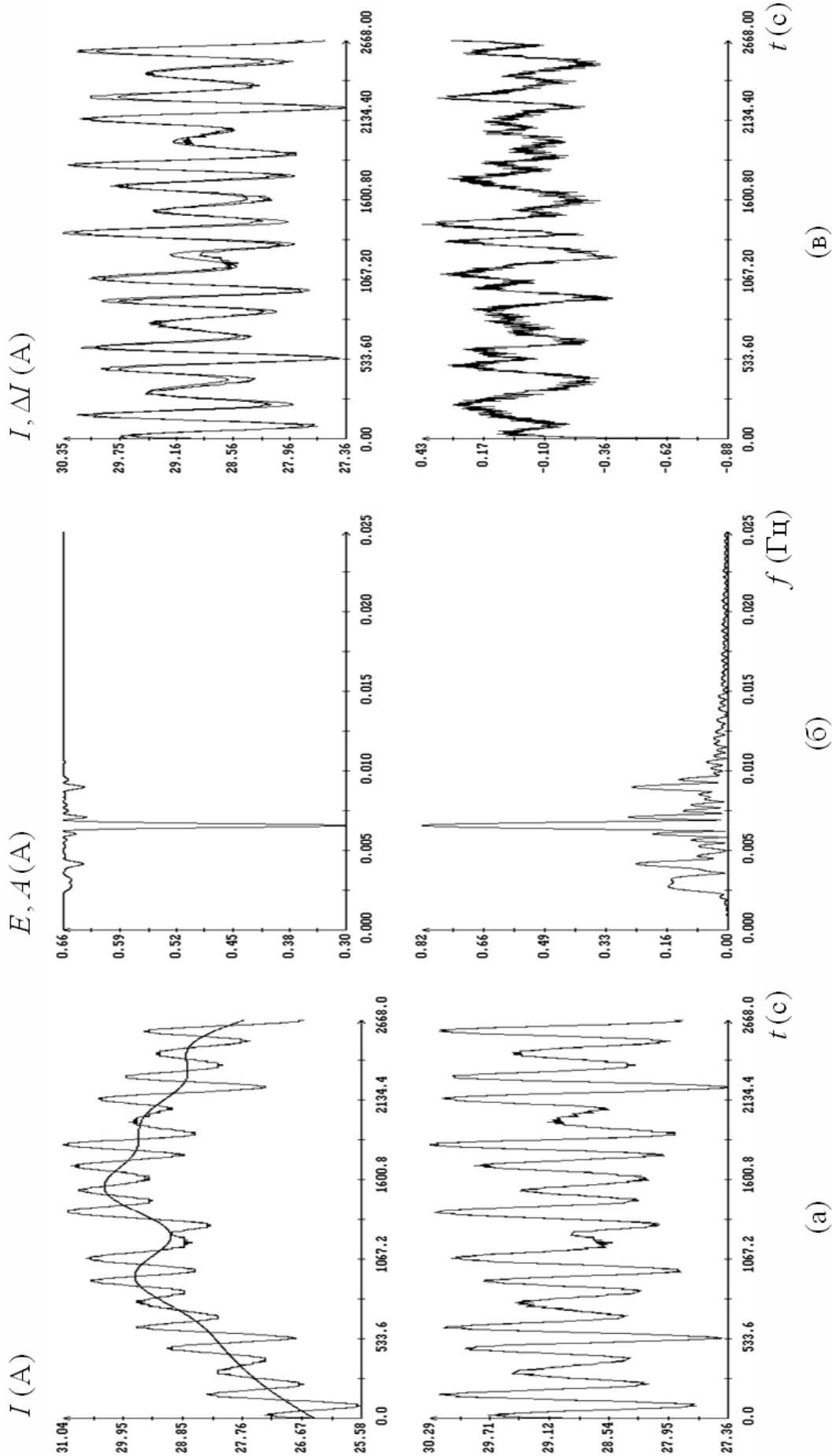


Рис. 11 (4). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 12$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00285$, $A_1^\circ = 0.18$, $\lambda_2 = 0.00415$, $A_2^\circ = 0.25$, $\lambda_3 = 0.00656$, $A_3^\circ = 0.81$, $\lambda_4 = 0.00896$, $A_4^\circ = 0.22$, $\sigma = 0.16$ A. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.36^\circ / c$, $\mu = 0.116$, $\mu' = 1.153$.

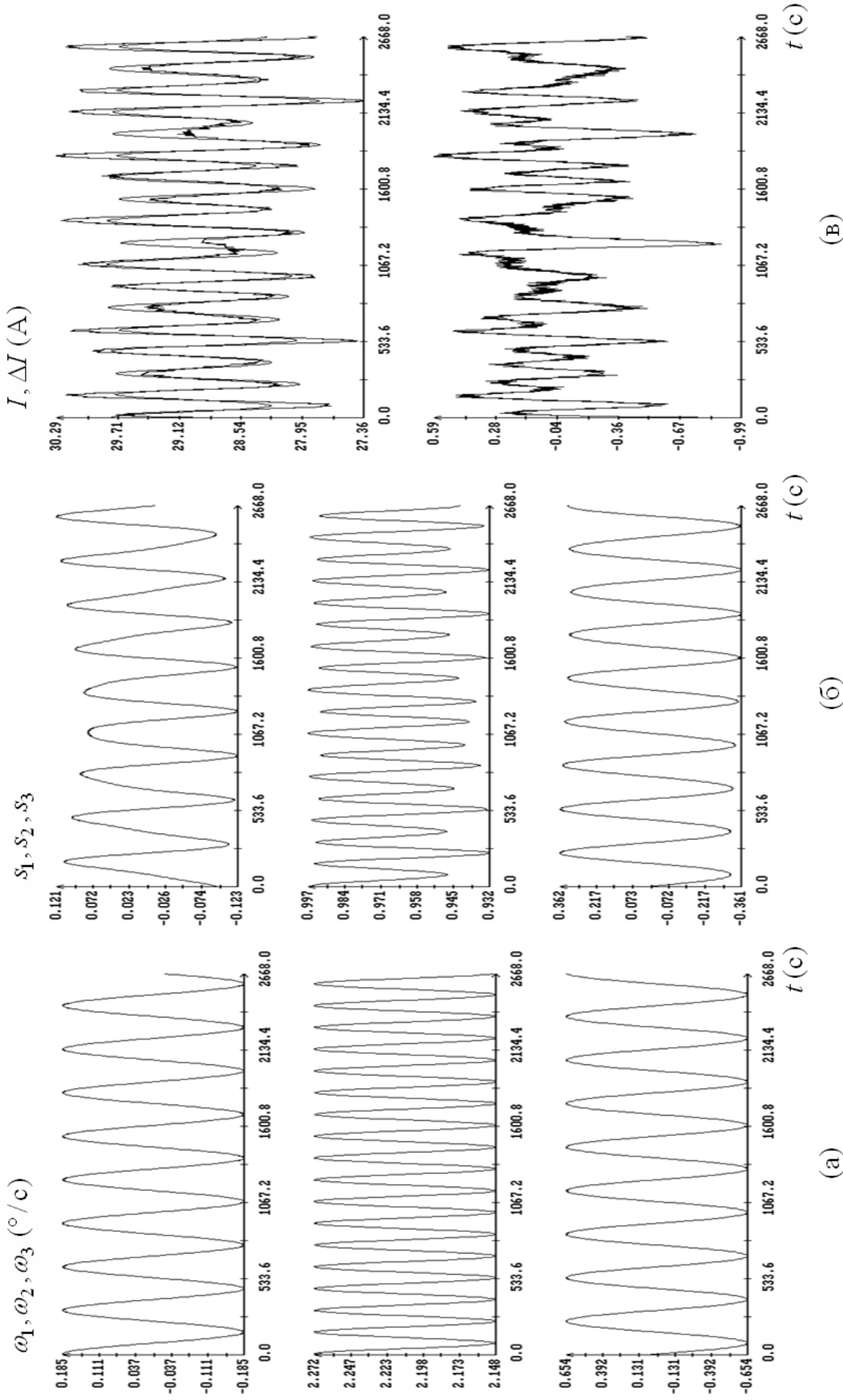


Рис. 12 (4). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.27A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.151$, $\mu' = 1.886$, $A_2 = 29.90A$, $A_3 = 0.27A$.

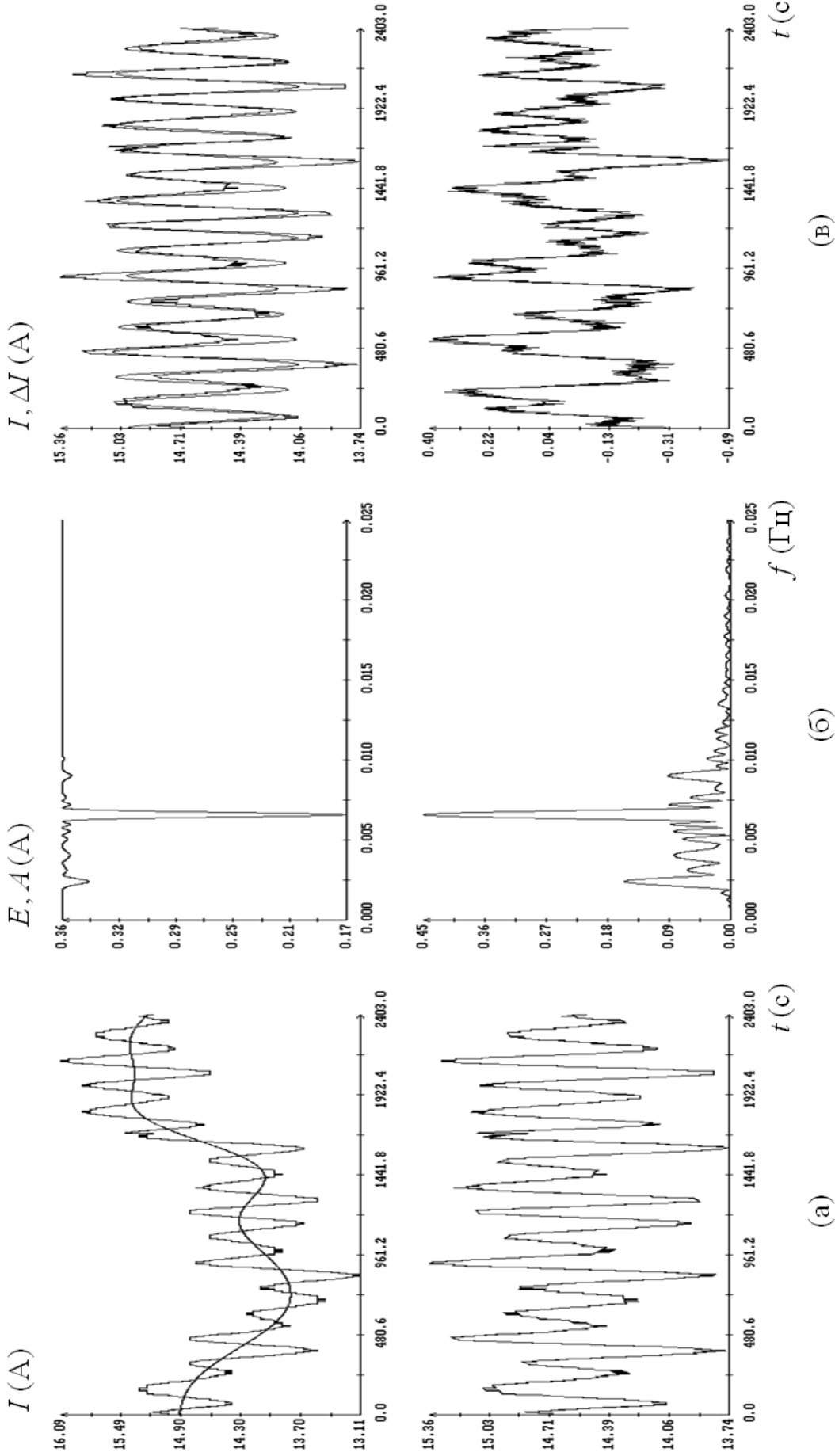


Рис. 13 (5). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=10$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00238$, $A_1^{\circ} = 0.16$, $\lambda_2 = 0.00417$, $A_2^{\circ} = 0.09$, $\lambda_3 = 0.00659$, $A_3^{\circ} = 0.46$, $\lambda_4 = 0.00895$, $A_4^{\circ} = 0.10$, $\sigma = 0.87$ A. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.37^{\circ}/\text{с}$, $\mu = 0.145$, $\mu' = 0.963$.

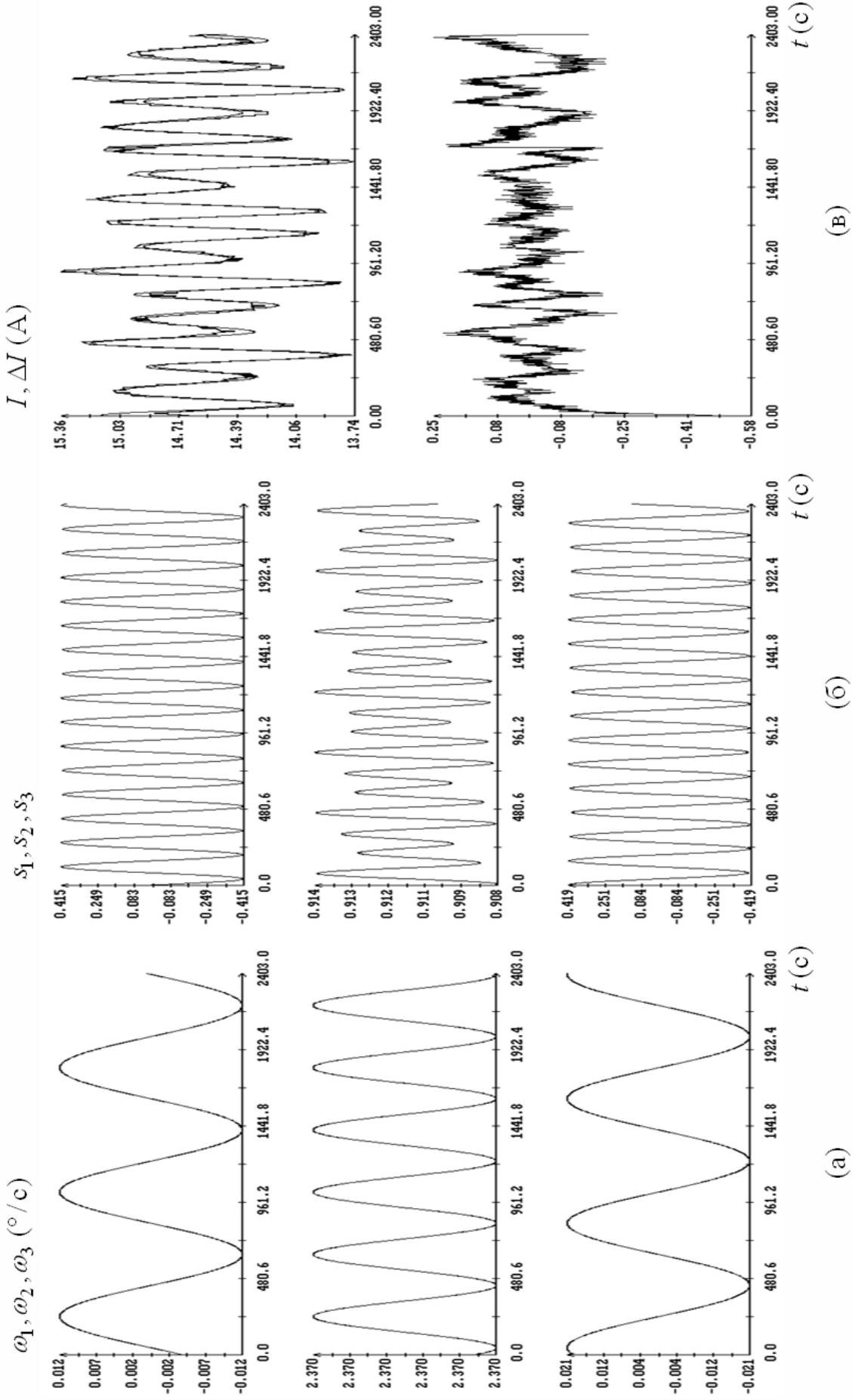


Рис. 14 (5). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.17$ A. Оценки параметров модели: $\mu = 0.117$, $\mu' = 0.320$, $A_2 = 16.0$ A, $A_3 = 1.1$ A.

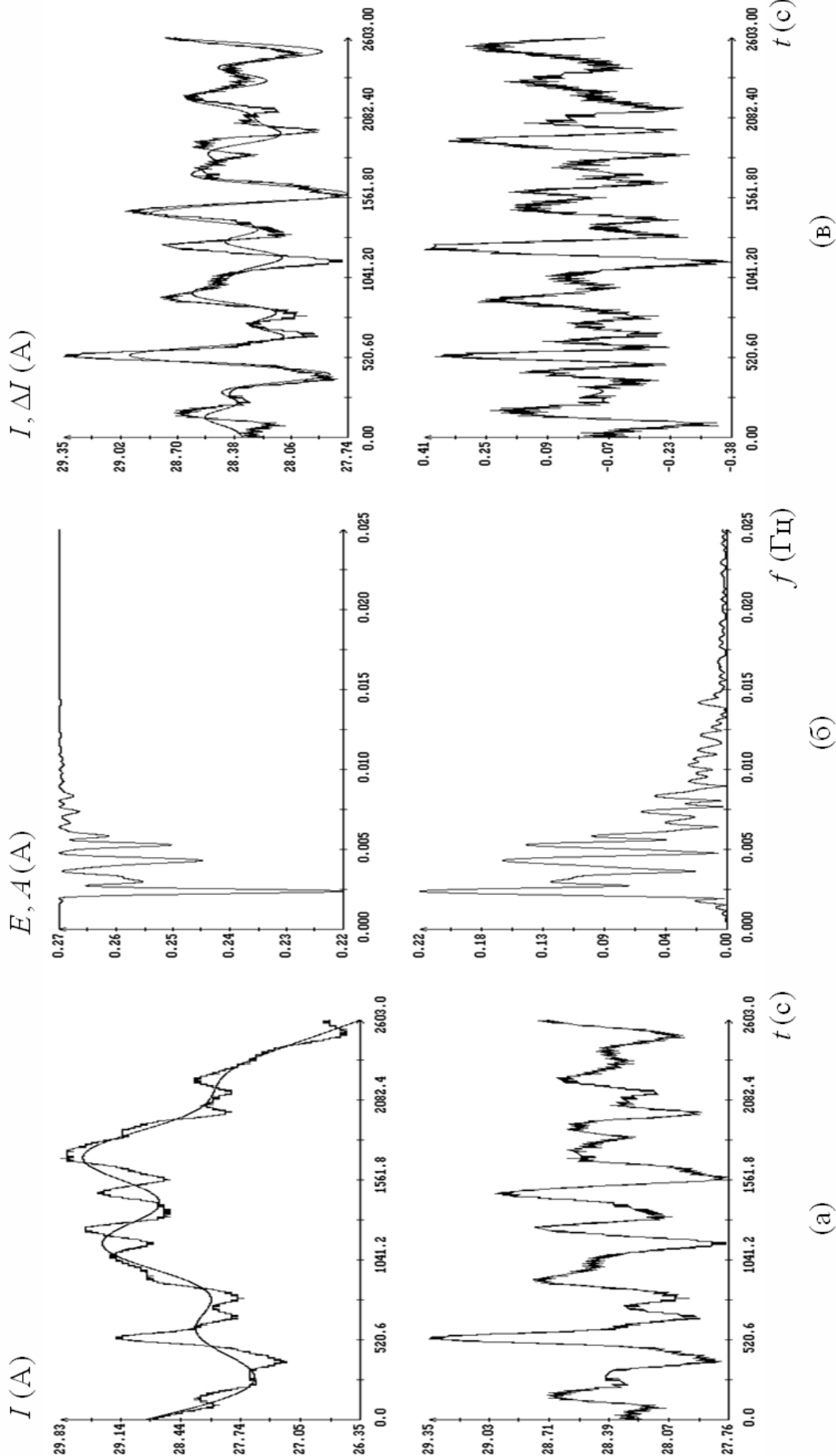


Рис. 15 (б). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=10$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00240$, $A_1^{\circ} = 0.24$, $\lambda_2 = 0.00332$, $A_2^{\circ} = 0.11$, $\lambda_3 = 0.00425$, $A_3^{\circ} = 0.16$, $\lambda_4 = 0.00526$, $A_4^{\circ} = 0.14$, $\sigma = 0.14A$.
 Оценки параметров модели: $\Omega = 1.53^{\circ}/c$, $\mu = 0.073$, $\mu' = 0.714$.

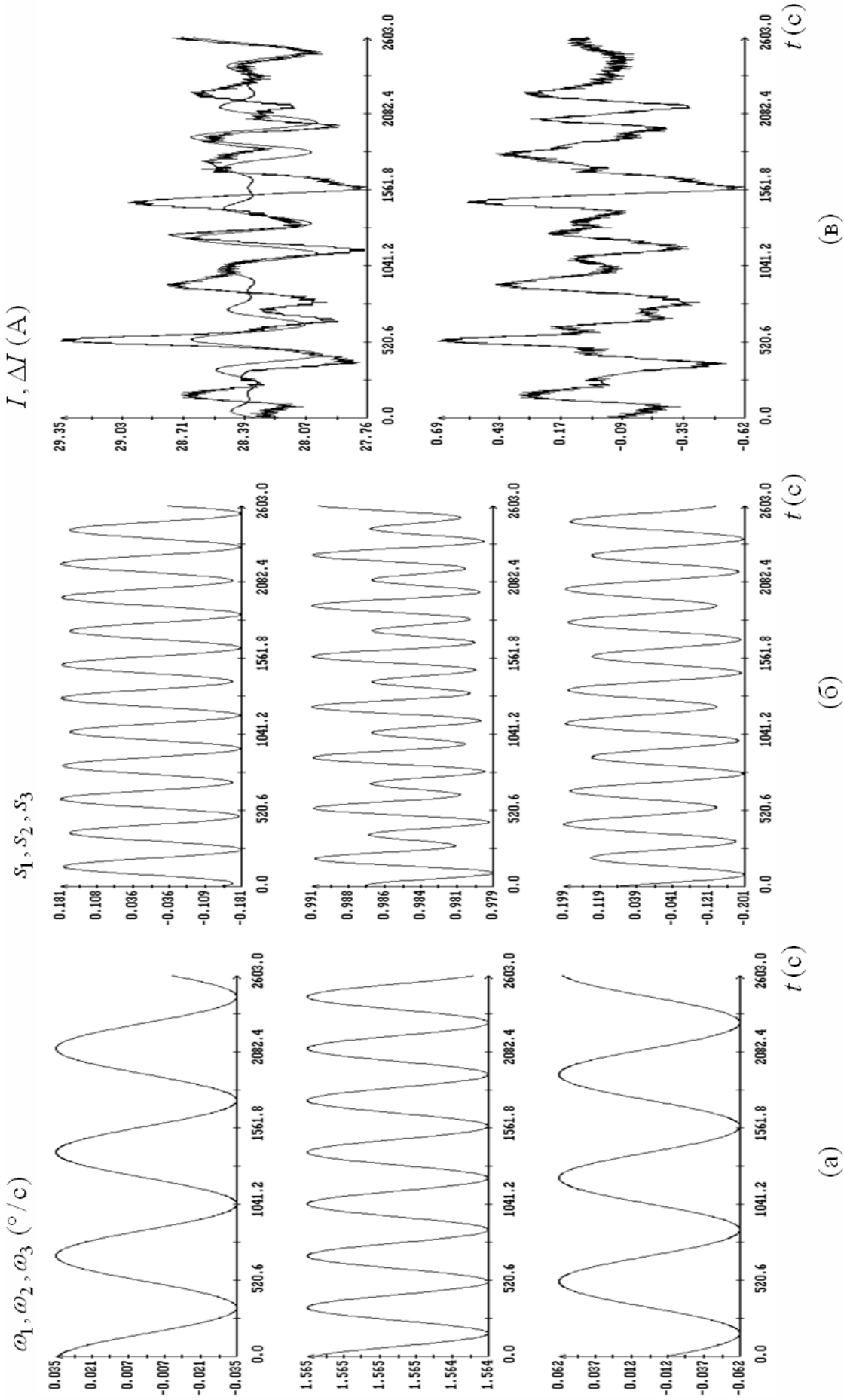


Рис. 16 (б). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.23$ А. Оценки параметров модели: $\mu = 0.185$, $\mu' = 0.571$, $A_2 = 28.8$ А, $A_3 = -1.1$ А.

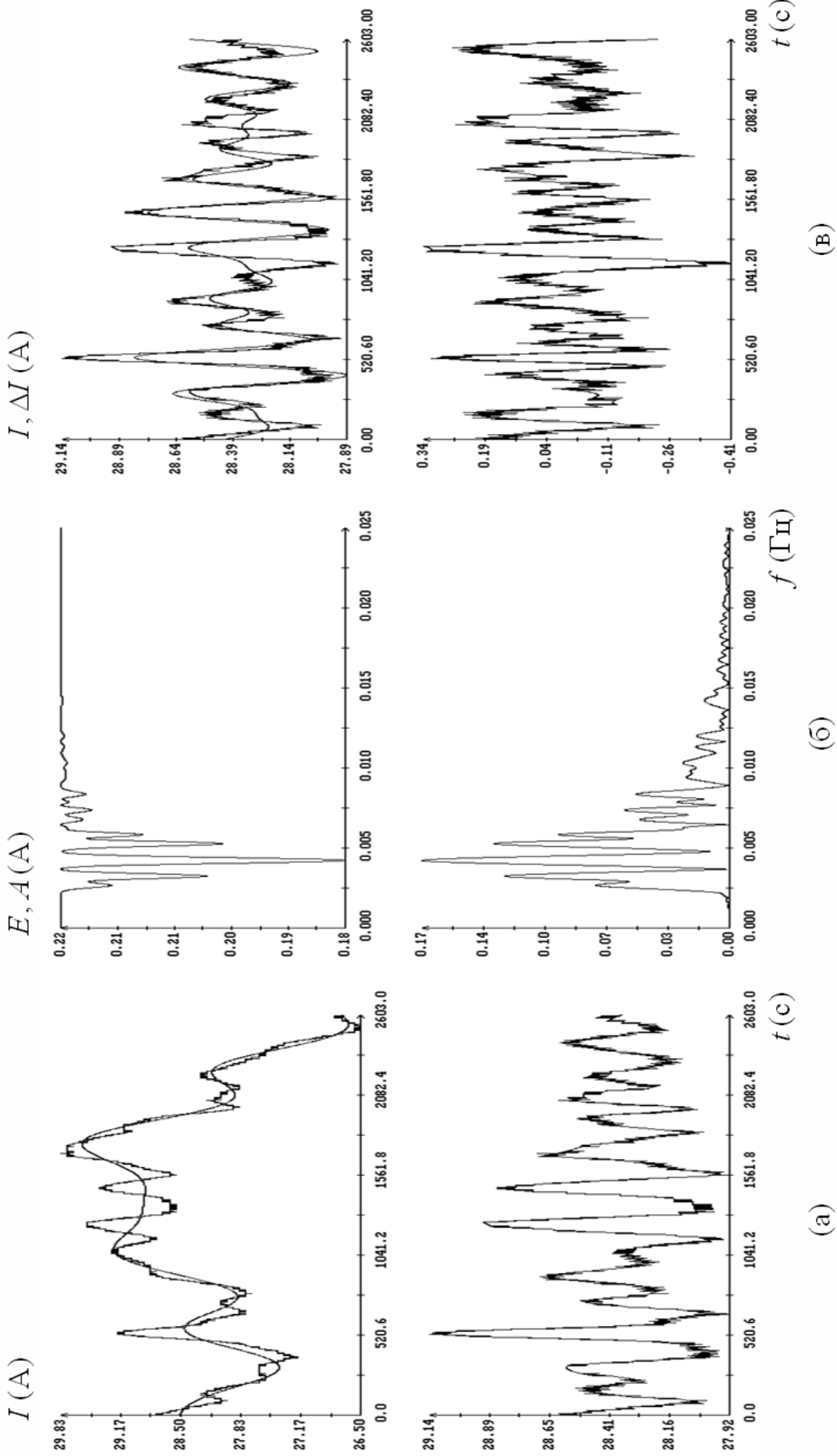


Рис. 17 (6'). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=12$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00302$, $A_1^0 = 0.08$, $\lambda_2 = 0.00332$, $A_2^0 = 0.11$, $\lambda_3 = 0.00423$, $A_3^0 = 0.17$, $\lambda_4 = 0.00525$, $A_4^0 = 0.13$, $\sigma = 0.14A$. Оценки параметров модели: $\Omega = 1.89^\circ / c$, $\mu = 0.211$, $\mu' = 0.854$.

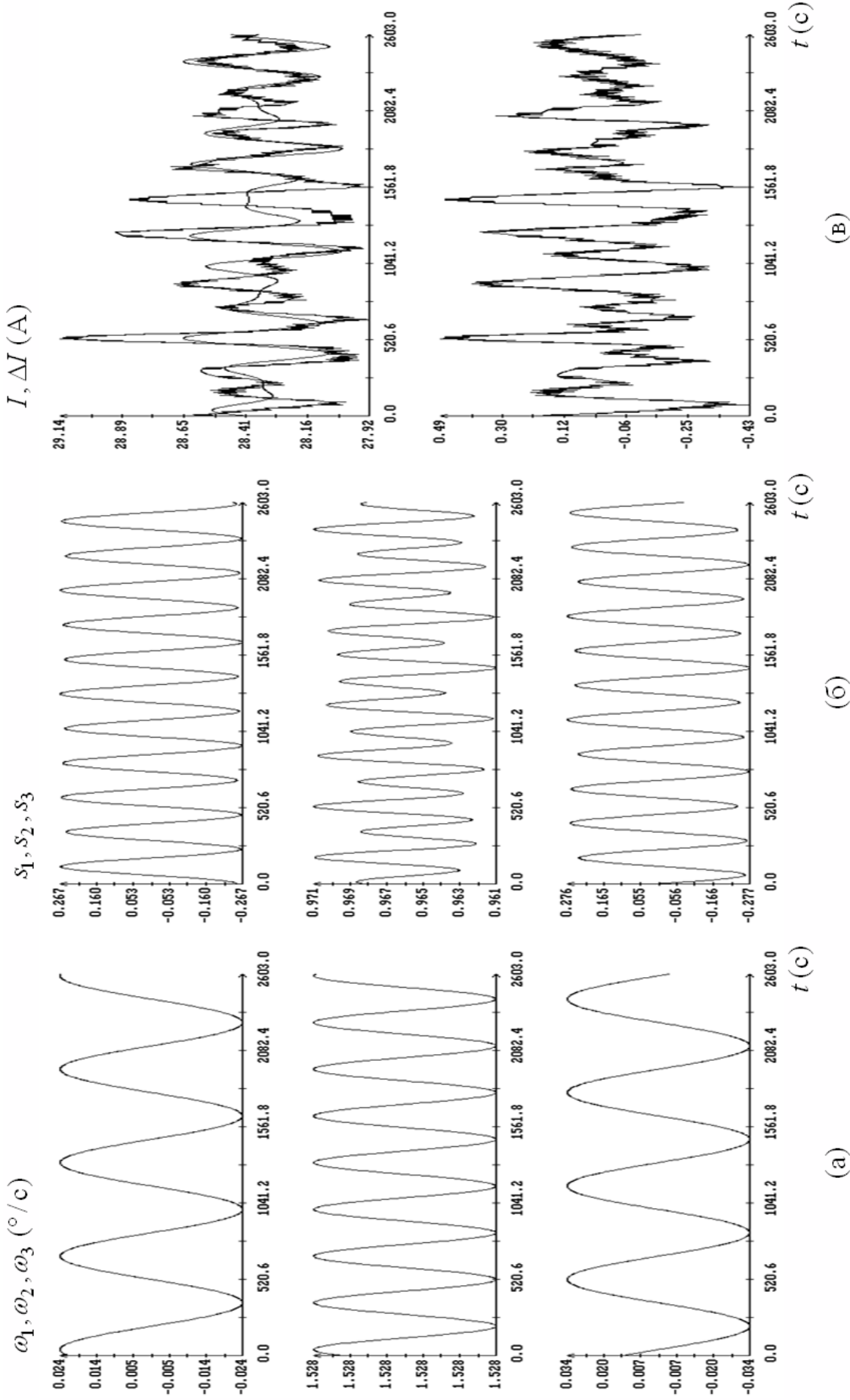


Рис. 18 (б'). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.17A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.260$, $\mu' = 0.525$, $A_2 = 29.4A$, $A_3 = -0.67A$.

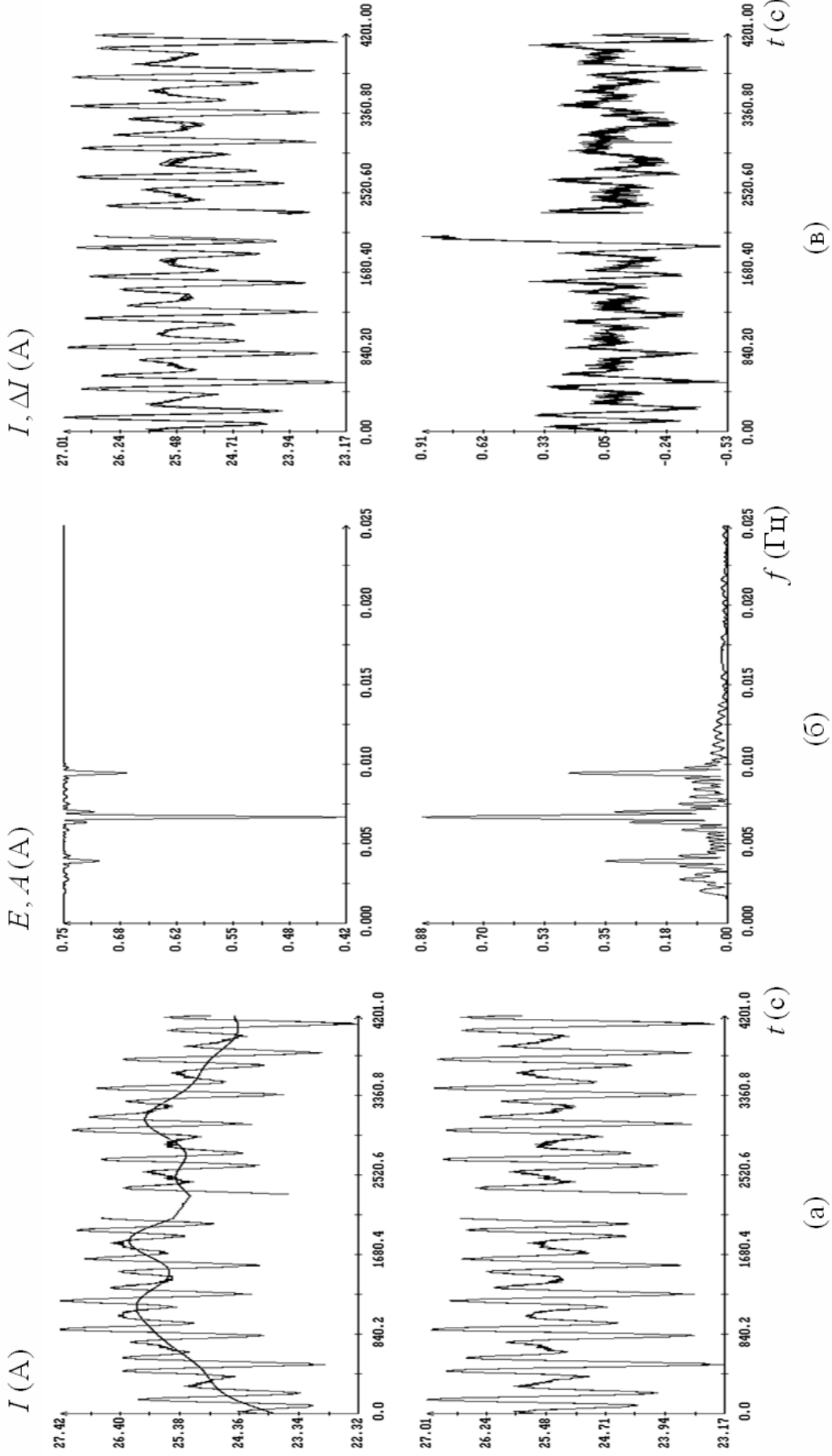


Рис. 19 (7). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 15$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00276$, $A_1^\circ = 0.13$, $\lambda_2 = 0.00391$, $A_2^\circ = 0.32$, $\lambda_3 = 0.00668$, $A_3^\circ = 0.84$, $\lambda_4 = 0.00945$, $A_4^\circ = 0.42$, $\sigma = 0.17A$.
Оценки параметров модели: $\Omega = 2.40^\circ/c$, $\mu = 0.216$, $\mu' = 0.798$.

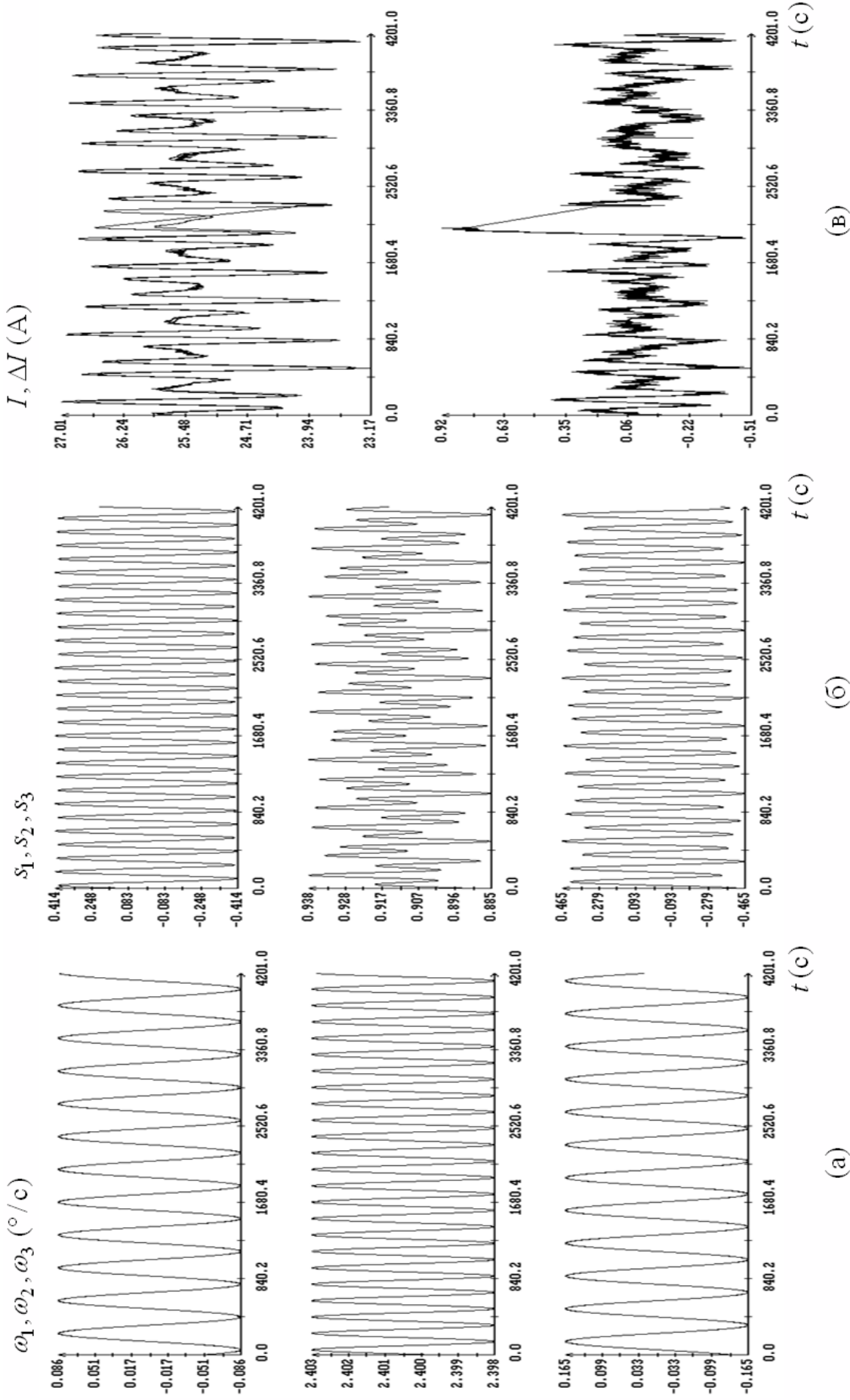


Рис. 20 (7). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.18A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.215$, $\mu' = 0.801$, $A_2 = 27.8A$, $A_3 = -2.1A$.

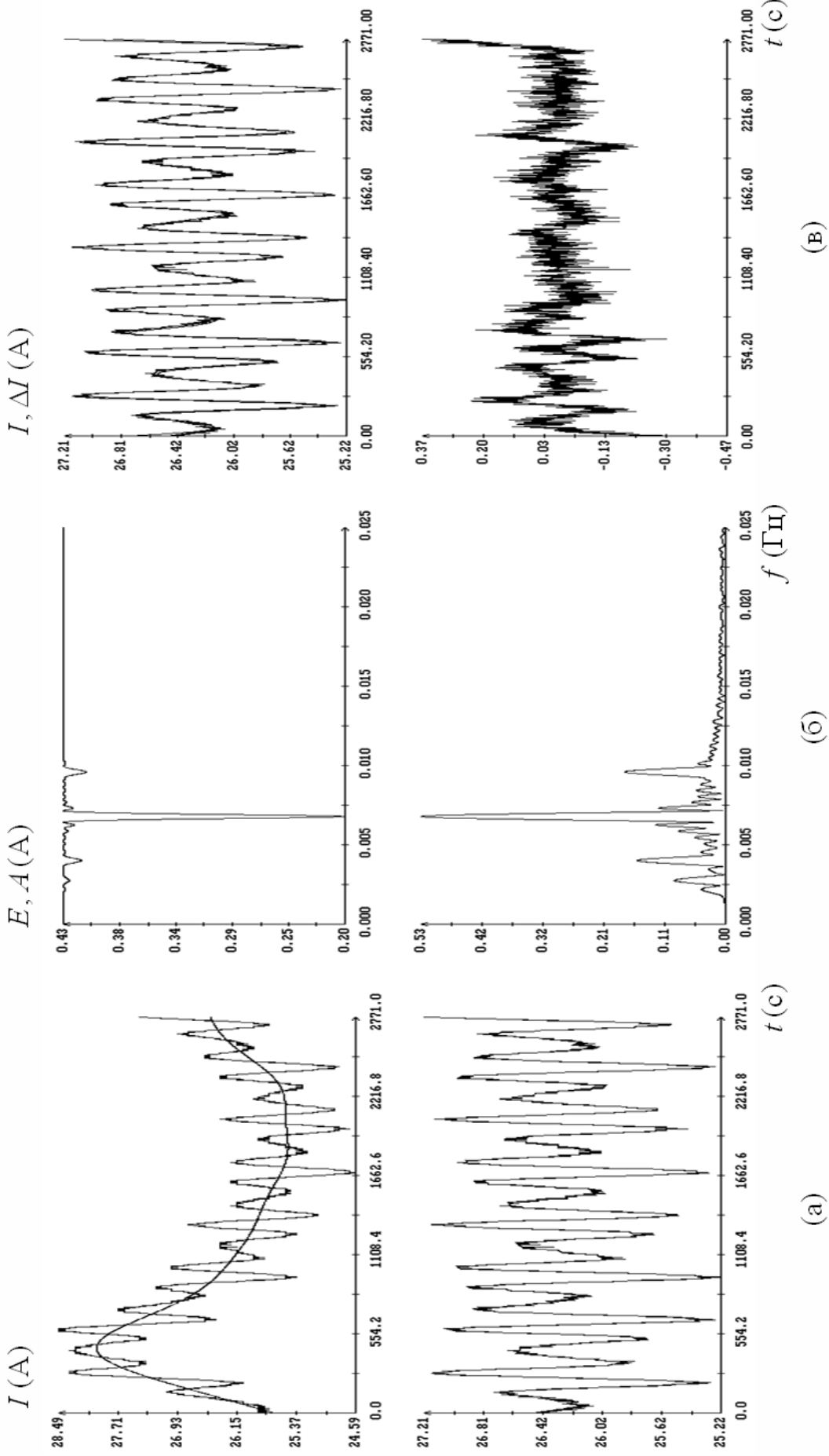


Рис. 21 (8). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M=10$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00272$, $A_1^0 = 0.077$, $\lambda_2 = 0.00403$, $A_2^0 = 0.16$, $\lambda_3 = 0.00678$, $A_3^0 = 0.54$, $\lambda_4 = 0.00958$, $A_4^0 = 0.19$, $\sigma = 0.077$ А. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.44^\circ / c$, $\mu = 0.189$, $\mu' = 0.884$.

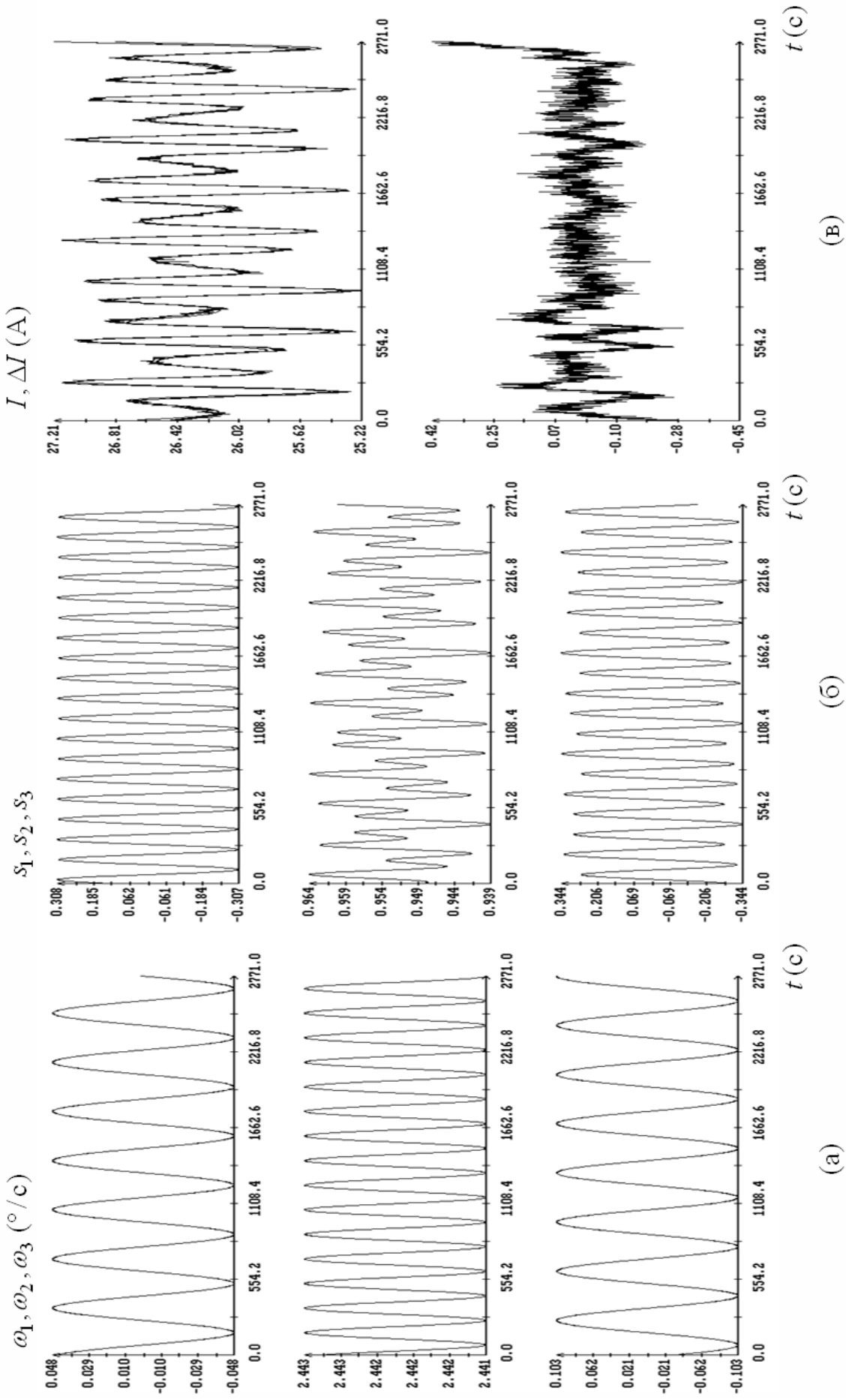


Рис. 22 (8). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.083A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.190$, $\mu' = 0.886$, $A_2 = 27.6A$, $A_3 = -1.8A$.

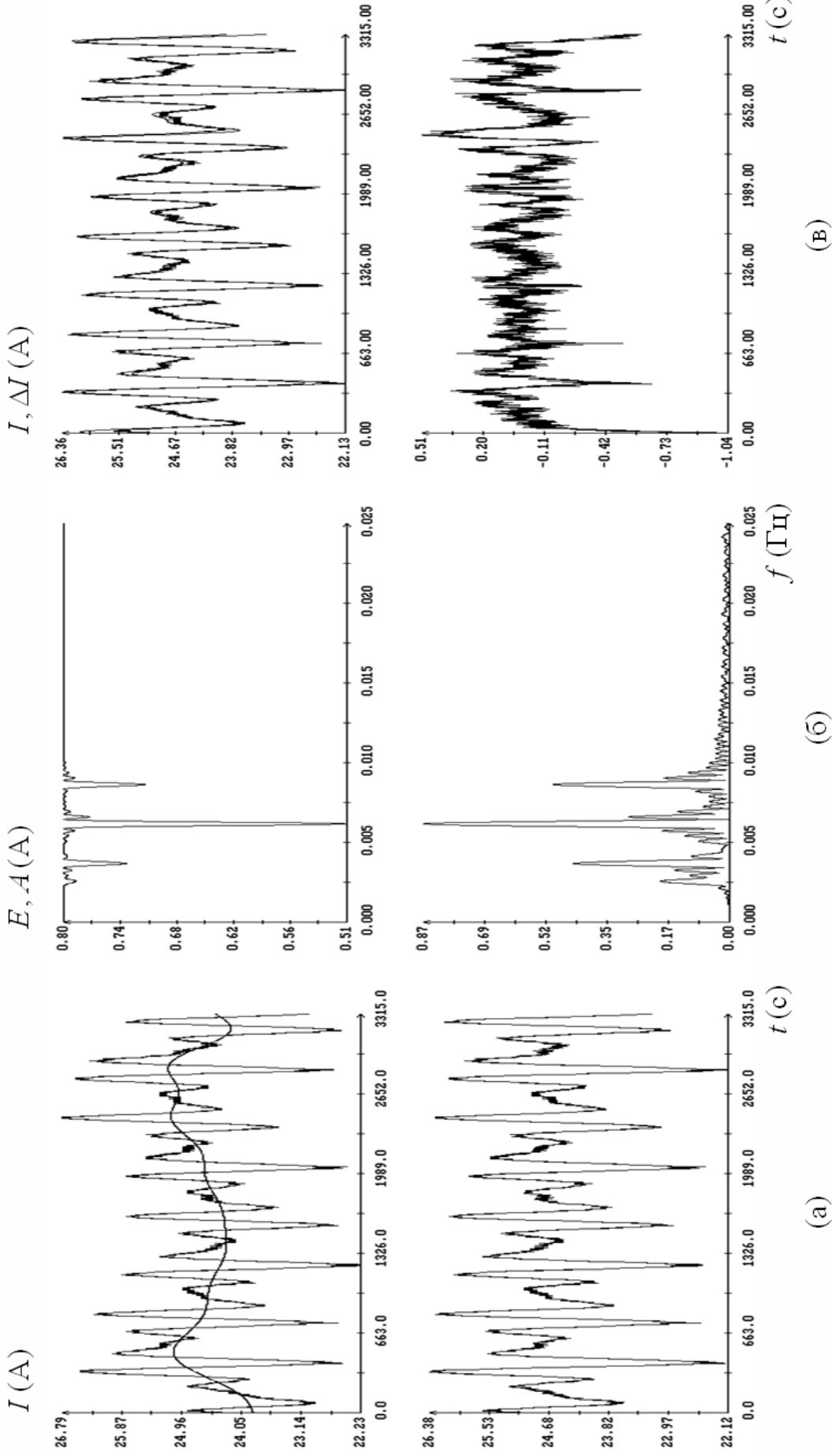


Рис. 23 (9). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 15$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00250$, $A_1^{\circ} = 0.20$, $\lambda_2 = 0.00371$, $A_2^{\circ} = 0.43$, $\lambda_3 = 0.00616$, $A_3^{\circ} = 0.86$, $\lambda_4 = 0.00861$, $A_4^{\circ} = 0.49$, $\sigma = 0.16A$.
Оценки параметров модели: $\Omega = 2.22^{\circ}/c$, $\mu = 0.183$, $\mu' = 0.867$.

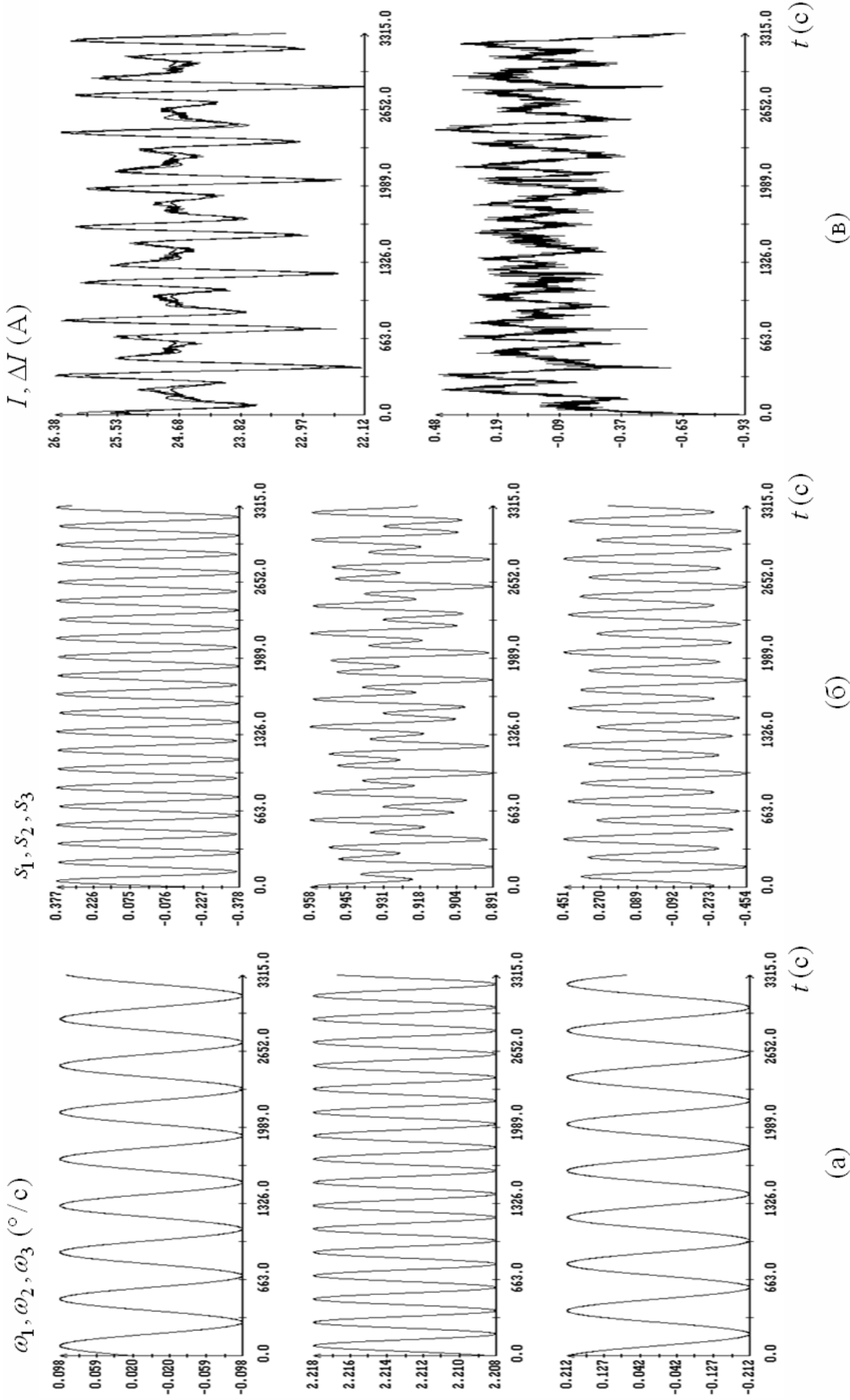


Рис. 24 (9). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.19$ А. Оценки параметров модели: $\mu = 0.186$, $\mu' = 0.861$, $A_2 = 26.6$ А, $A_3 = -2.3$ А.

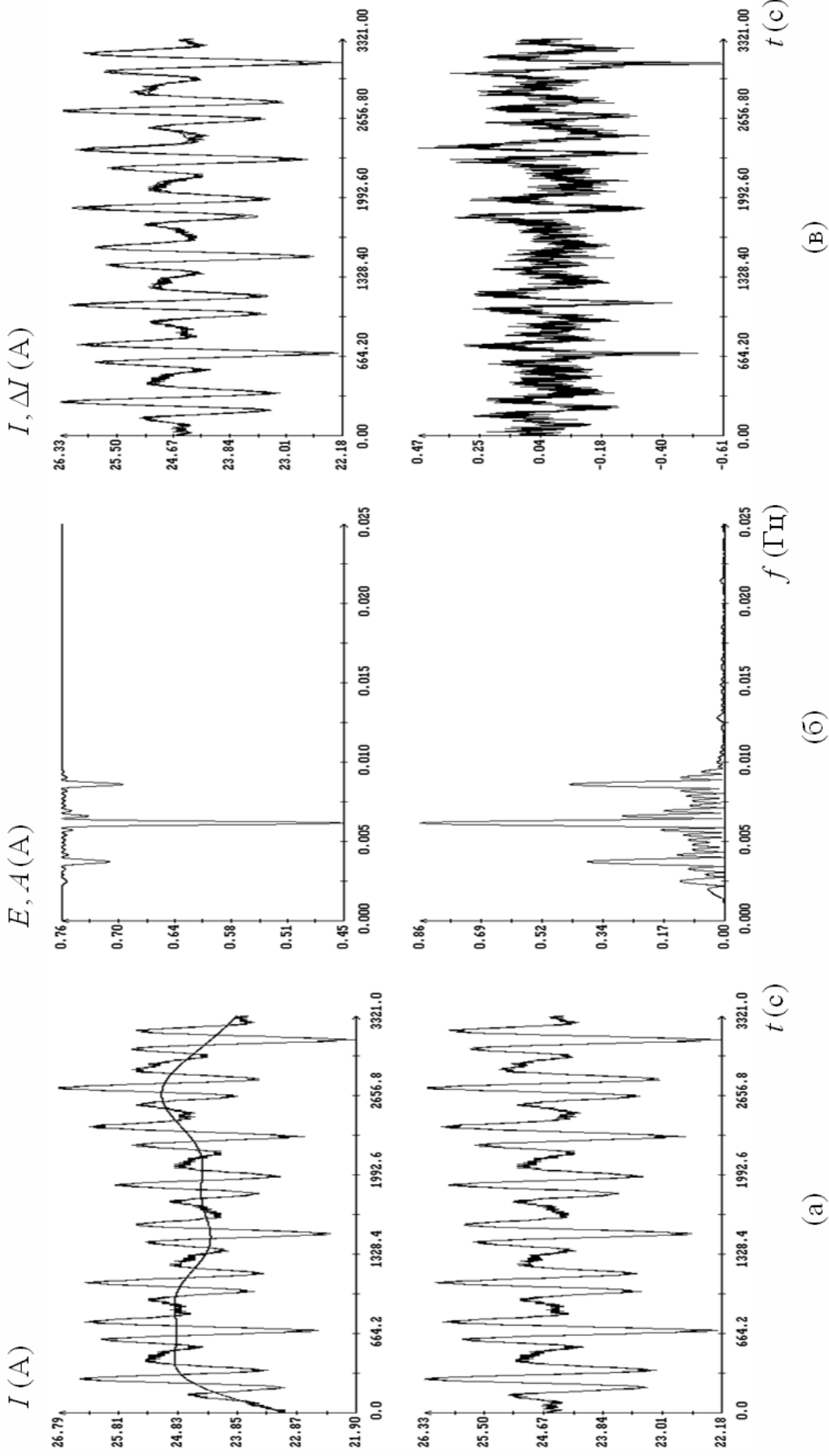


Рис. 25 (10). Предварительная обработка измерений тока; (а) – удаление низкочастотной составляющей ($M = 10$); (б) – спектры скорректированных измерений; (в) – частоты и амплитуды аппроксимации скорректированных измерений: $\lambda_1 = 0.00246$, $A_1^\circ = 0.13$, $\lambda_2 = 0.00371$, $A_2^\circ = 0.40$, $\lambda_3 = 0.00616$, $A_3^\circ = 0.87$, $\lambda_4 = 0.00816$, $A_4^\circ = 0.45$, $\sigma = 0.13$ А. Оценки параметров модели: $\Omega = 2.22^\circ / \text{с}$, $\mu = 0.178$, $\mu' = 0.892$.

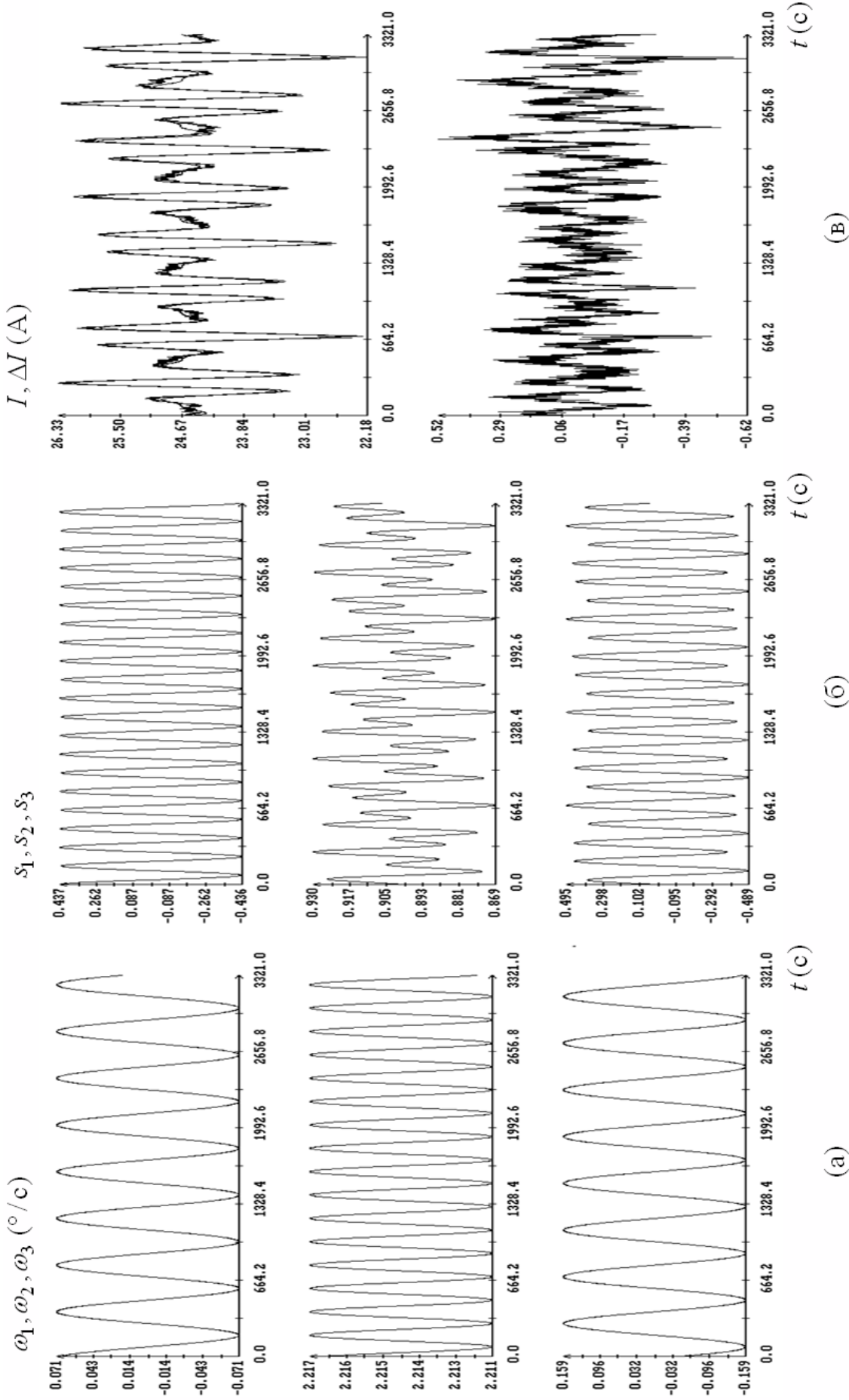


Рис. 26 (10). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.15A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.177$, $\mu' = 0.898$, $A_2 = 27.3A$, $A_3 = -2.0A$.

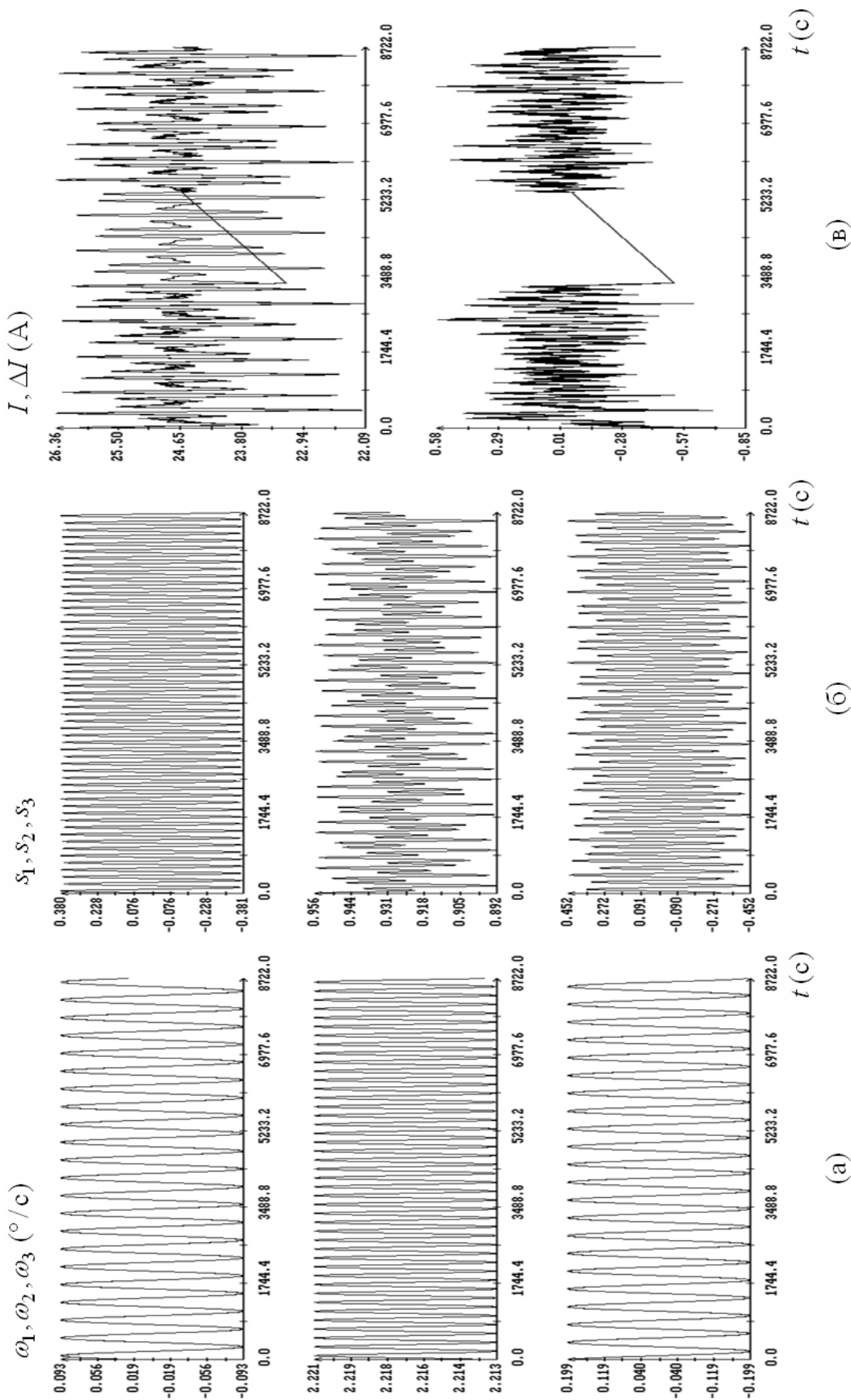


Рис. 27 (11). Обработка измерений тока; (а) – решение уравнений (1); (б) – решение уравнений (2); (в) – аппроксимация скорректированных значений тока, $\sigma = 0.18A$. Оценки параметров модели: $\mu = 0.187$, $\mu' = 0.849$, $A_2 = 26.6A$, $A_3 = -2.3A$.