



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 253 за 2018 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Медведев С.Ю., Мартынов А.А.,
Савельев В.В., Козлов А.Н.

Расчеты идеальной МГД
устойчивости плазмы в
ловушке-галатее «Тримикс»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Расчеты идеальной МГД устойчивости плазмы в ловушке-галатее «Тримикс» / С.Ю.Медведев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 253. 16 с. doi:[10.20948/prepr-2018-253](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-253)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-253>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

**С.Ю. Медведев, А.А. Мартынов, В.В. Савельев,
А.Н. Козлов**

**Расчеты идеальной МГД устойчивости
плазмы в ловушке-галатее «Тримикс»**

Москва — 2018

Медведев С.Ю., Мартынов А.А., Савельев В.В., Козлов А.Н.

Расчеты идеальной МГД устойчивости плазмы в ловушке-галатее «Тримикс»

Проведены расчеты МГД устойчивости плазмы в ловушке-галатее с использованием кодов равновесия и устойчивости осесимметричных конфигураций на неструктурных расчетных сетках. Для равновесных конфигураций в магнитной ловушке «Тримикс» исследована зависимость инкрементов идеальных мод с различными тороидальными волновыми числами от величины давления.

Ключевые слова: ловушки-галатееи, равновесные конфигурации, МГД устойчивость, численное моделирование, неструктурные сетки

Sergey Yurievich Medvedev, Alexandr Alexandrovich Martynov, Vyacheslav Vladimirovich Savelyev, Andrey Nikolaevich Kozlov

Ideal MHD stability computations of plasma in the Galatea trap "Trimix"

MHD plasma stability of plasmas in Galatea traps was calculated using the equilibrium and stability codes for axisymmetric configurations on unstructured computational grids. For equilibrium configurations in the Trimix magnetic trap the dependence of the growth rates of ideal MHD modes with different toroidal wave numbers on the pressure magnitude was investigated.

Key words: Galatea traps, equilibrium configurations, MHD stability, numerical modeling, unstructured grids

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда, проект № 16-11-10278.

Оглавление

Введение	3
Равновесие с закрепленной границей.....	4
Равновесные конфигурации в ловушке «Тримикс» при увеличении давления ..	6
Энергетический принцип без предположения о вложенности магнитных поверхностей.....	8
Идеальная МГД устойчивость плазмы в галатеех.....	10
Оценка инкрементов идеальных МГД мод с различными тороидальными волновыми числами при увеличении давления в ловушке-галатее «Тримикс».	11
Заключение.....	14
Библиографический список.....	15

Введение

Наиболее разработанные направления исследований в области управляемого термоядерного синтеза связаны с токамаками, стеллараторами и инерционным термоядерным синтезом. Среди альтернативных систем с магнитным удержанием выделяются ловушки с погруженными в плазму токонесущими проводниками – «Галатеей» в соответствии с работами [1-3]. К данному типу установок относятся ловушка «Диполь» с одним левитирующим проводником, токамакообразные «Левитроны» и «Сфератор», мультипольные «Галатеей» с несколькими левитирующими кольцевыми проводниками, «Торнадо», левитирующий октуполь, а также мультипольные ловушки «Тримикс» и «Тримикс-3М» с различным числом проводников с током [4-10] (см. более подробную библиографию в [11]). Кроме того, регистрация в 2018 году фирмой Lockheed Martin патента на Компактный Термоядерный Реактор (Compact Fusion Reactor – CFR), основанный на принципах «Галатеей», привлекла новый интерес к этому направлению [12].

Начиная с основополагающих работ по магнитному удержанию плазмы, включая ловушки-галатеей, современные экспериментальные исследования «Галатеей» проводятся большей частью в ловушках дипольного типа, а также в мультипольных ловушках «Тримикс». Для теоретических исследований стационарных равновесных магнитоплазменных конфигураций используется уравнение Грэда-Шафранова [13]. Наряду с теоретическими и экспериментальными работами в последние годы проведен ряд численных исследований ловушек-галатеей. Эти исследования основаны, в первую очередь, на численном решении уравнения Грэда-Шафранова для различных равновесных магнитоплазменных конфигураций, а также связаны с моделированием процесса формирования квазиравновесных конфигураций в рамках эволюционных плазмодинамических моделей [14-16].

В настоящее время изучение ловушек-галатеей направлено на решение задачи о принципиальной возможности удержания плазмы в установках данного типа. При этом речь идет об исследованиях низкотемпературной плазмы и возможности ее устойчивого удержания на протяжении длительного промежутка времени. Исследования МГД устойчивости плазмы в галатееях являются одним из необходимых этапов, который должен предшествовать переходу на следующий этап изучения равновесных конфигураций плазмы термоядерных параметров. Для решения этой задачи можно использовать обширный опыт, накопленный при изучении устойчивости более сложных равновесных конфигураций с тороидальным полем, в том числе и со сложной топологией магнитных поверхностей, характерной для мультипольных ловушек.

В данной работе представлены расчеты равновесия и устойчивости плазмы в ловушке-галатеее с использованием программного инструментария,

разработанного и многократно проверенного на расчетах устойчивости плазмы в токамаках [17-19].

Равновесие с закрепленной границей

Исследование равновесных конфигураций магнитных ловушек проводится на основе уравнения равновесия Грэда-Шафранова для статического равновесия в магнитной газодинамике. С учетом общего представления осесимметричного магнитного поля \mathbf{B} , $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$:

$$\mathbf{B} = \nabla \psi \times \nabla \varphi + F \nabla \varphi, \quad (1)$$

из уравнения движения и закона Ампера

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (3)$$

следует уравнение для функции полоидального потока ψ (система единиц СИ):

$$\nabla \cdot (\nabla \psi / R^2) = -\mu_0 j_\varphi / R, \quad \mu_0 j_\varphi = \mu_0 R dp / d\psi + (FdF / d\psi) / R. \quad (4)$$

При этом давление $p(\psi)$ и диамагнитная функция $F(\psi)$ являются потоковыми величинами, т.е. постоянны на магнитной поверхности $\psi(R, Z) = \text{const}$. Полоидальный поток магнитного поля через магнитную поверхность равен $\Psi = 2\pi\psi$. Используется цилиндрическая система координат (R, φ, Z) .

Особенностью ловушек-галатей являются погруженные в плазму проводники и нулевое тороидальное магнитное поле. Метод решения уравнения равновесия и выбор правой части уравнения Грэда-Шафранова (4) для этого случая подробно описан в [11]. Задача определения равновесной конфигурации решается в несколько этапов. Вакуумное магнитное поле ловушки создается токами в кольцевых проводниках, помещенных в проводящий цилиндр радиусом $R = 0.7$ м (схема ловушки «Тримикс» показана на рис.1). Высота расчетной области вдоль оси Z меняется в интервале $[-0.4, 0.4]$. Границы области при $Z = 0.4$ и $Z = -0.4$ рассматриваются как идеально проводящие поверхности. Сначала вакуумное магнитное поле или линии уровня функции $\psi = \text{const}$ определяются из решения уравнения (4) с $p \equiv 0$ и граничным условием $\psi = 0$ на всех границах, включая стенки цилиндрической вакуумной камеры и ось симметрии, отвечающую оси Z . В результате находим сепаратрисы вакуумного магнитного поля $\psi = \psi_s$. Сепаратрисами являются линии $\psi = \text{const}$, проходящие через седловые точки магнитного поля. При отсутствии тороидального магнитного поля точкам пересечения сепаратрис – X-точкам – отвечают нулевые значения магнитного поля. Предполагая, что плазменные токи не меняют кардинально геометрию

магнитного поля, зададим параметры плазмы и ее давление. Функцию $p(\psi)$ выберем так, чтобы плазма в основном находилась в окрестности сепаратрисы вакуумного магнитного поля $\psi = \psi_s$, обходящей три тока одного направления. Задание функции $p(\psi)$ предполагает, что часть плазмы будет лежать вблизи сепаратрисы $\psi = \psi_s$, обхватывая внешние проводники тонкими слоями, называемыми мантиями. Данным условиям отвечает функция

$$p(\psi) = p_0 \exp(-(\psi - \psi_s)^2 / \delta^2), \quad (5)$$

где p_0 – значение максимального давления на сепаратрисе, а параметр δ определяет «толщину» плазменной конфигурации.

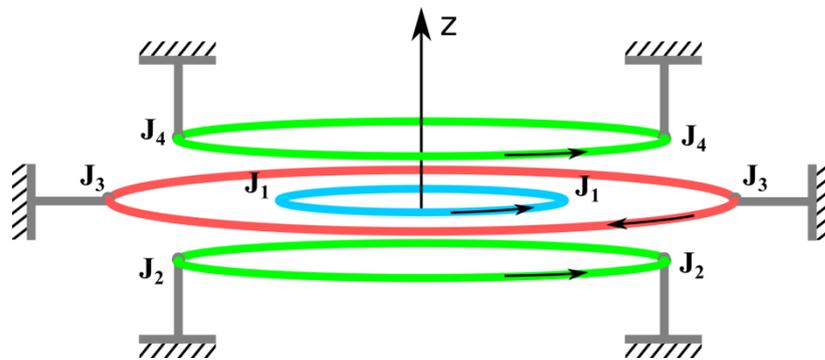


Рис. 1. Схема установки «Тримикс»

Для расчета устойчивости удобно выделить границу плазмы ребрами треугольной сетки, лежащими на магнитной поверхности. Это получается естественным образом, если ограничить расчетную область магнитными поверхностями, которые около проводников близки к окружностям в сечении $\varphi = \text{const}$. Таким образом, можно решать задачу равновесия (4) в многосвязной области с граничными условиями Дирихле для неизвестной функции ψ – это так называемая задача равновесия с закрепленной границей. Значения ψ на внутренних границах при этом полагаются равными соответствующим значениям на магнитных поверхностях некоторого опорного равновесия. В этом качестве может выступать, например, вакуумная конфигурация или равновесие с небольшим давлением. В настоящей работе в качестве опорного использовалось представленное в [11] равновесие со значением параметра $p_0 = 2\pi \cdot 16 \text{ Па}$, которое было рассчитано на прямоугольной сетке. На рис. 2а показаны линии уровня ψ для решения соответствующего уравнения (4) и магнитные поверхности, приближенные окружностями вблизи внутренних проводников.

На неструктурных треугольных сетках краевая нелинейная задача Дирихле (4), (5) при $F = 0$ (в отсутствие тороидального поля) решается при

помощи стандартного пакета `pdeTool` из Matlab (рис. 2б). Для опорного равновесия с током в проводниках 66 кА, значением ψ на сепаратрисе $\psi_s = 3e-3$ Вб/(2 π) и максимумом давления $p_0 = 2\pi \cdot 16$ Па величина плазменного тока $I_p = \int_S R dp / d\psi dS$ равняется 2.67 кА, что соответствует опорному равновесию. Кроме того, суммарная величина токов в проводниках, оцененная по решению задачи в многосвязной области через интегралы по контурам внутренних границ $\mu_0 I_{ext} = \int_L \nabla \psi \times \nabla \varphi \cdot d\mathbf{l}$, составила 65 кА, что свидетельствует о достаточной точности моделирования равновесия при помощи постановки с закрепленной границей (опорное равновесие было рассчитано на прямоугольной сетке 100x100).

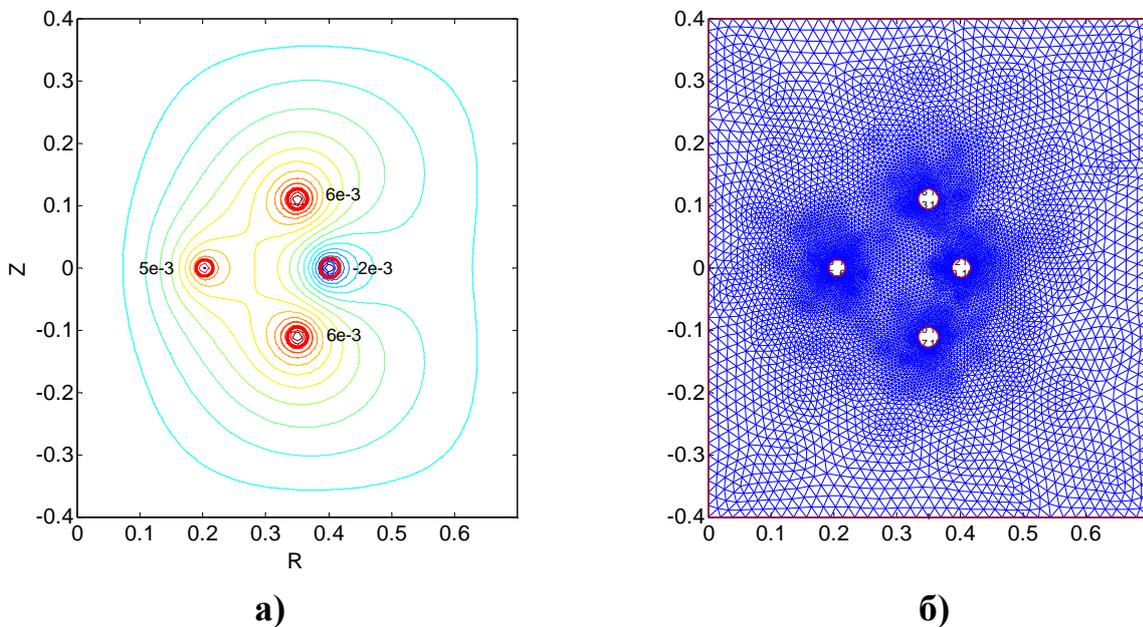


Рис. 2. а) Линии уровня ψ и магнитные поверхности вблизи проводников, приближенные окружностями (толстые красные линии). Подписаны значения ψ Вб/(2 π) на соответствующих магнитных поверхностях. Ток в проводниках 66 кА. б) Треугольная сетка в многосвязной области. Число точек $N=8857$.

Равновесные конфигурации в ловушке «Тримикс» при увеличении давления

На рис. 3 более подробно представлены результаты решения задачи (4), (5) для параметров плазмы, соответствующих опорному равновесию. Итерационный процесс, используемый функцией `pdenonlin`, достигает точности $1e-10$ по невязке разностных уравнений за 4 итерации. Сходимость становится медленнее с увеличением давления, и предельное значение близко к $p_0 = 2\pi \cdot 160$ Па. Для получения решения при таком давлении требуется более

подробная сетка и 8 итераций (рис. 4). Заметим, что при этом ток плазмы близок к току в проводниках, а токи в проводниках заметно меньше токов в опорном равновесии.

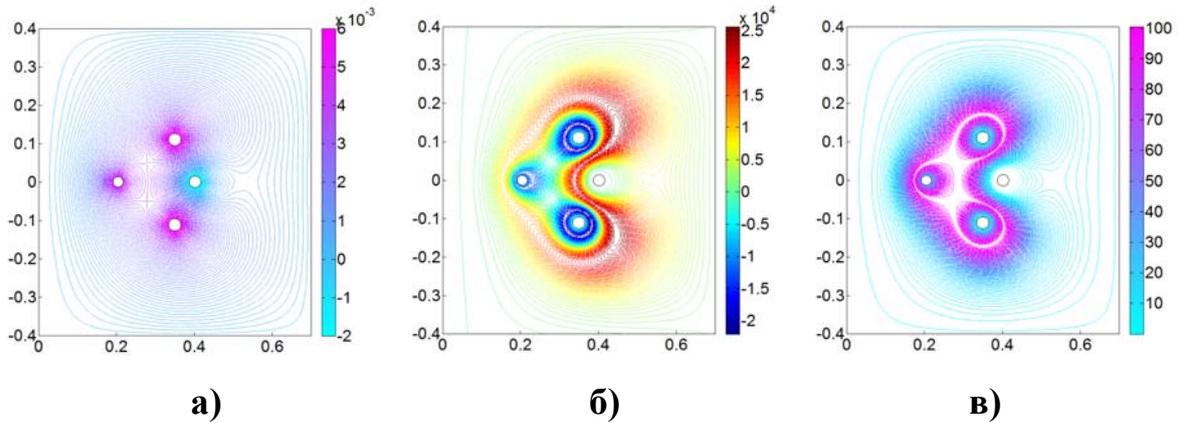


Рис. 3. Линии уровня а) ψ в Вб/(2π); б) плотности плазменного тока в кА/м²; в) давления в Па. Максимальное давление $p_0 = 2\pi \cdot 16$ Па. Ток в плазме 2.67 кА, ток в проводниках 65 кА. Число точек сетки N=8857.

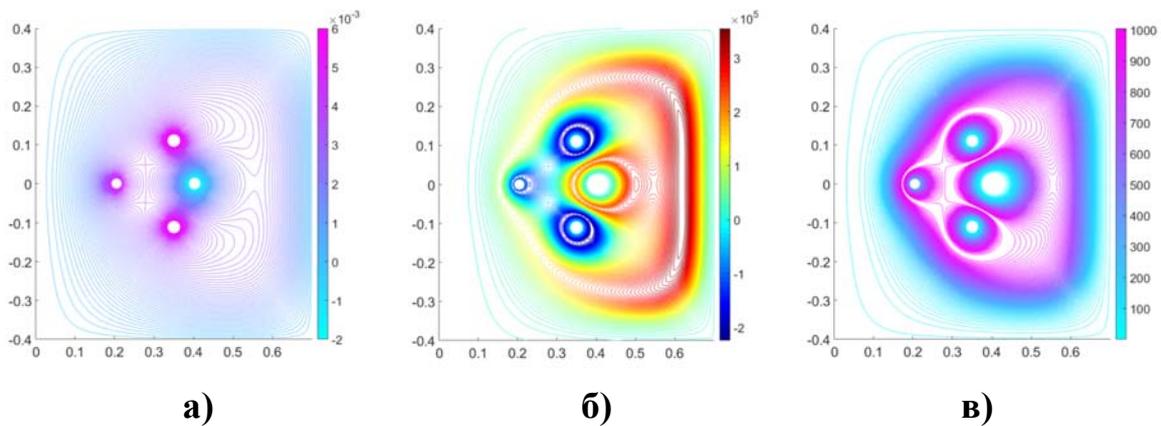


Рис. 4. Линии уровня а) ψ в Вб/(2π); б) плотности плазменного тока в кА/м²; в) давления в Па. Максимальное давление $p_0 = 2\pi \cdot 160$ Па. Ток в плазме 49.7 кА, ток в проводниках 54 кА. Число точек сетки N=140077.

Энергетический принцип без предположения о вложенности магнитных поверхностей

Существует два возможных подхода к исследованию устойчивости равновесных конфигураций без вложенных магнитных поверхностей. Если топология поверхностей не изменяется и существует несколько подобластей с вложенными поверхностями, как это имеет место в дублетных конфигурациях токамаков, то можно использовать формулировку стандартного энергетического принципа, основанного на проекциях смещения плазмы на направления, связанные с магнитным полем, как в коде KINX [17]. Использование магнитных проекций способствует явному учету анизотропии МГД-уравнений (в функционал возмущенной потенциальной энергии входит радиальная производная только от нормального к магнитным поверхностям смещения), что позволяет хорошо аппроксимировать спектр соответствующего эллиптического некомпактного оператора. В качестве альтернативы, пригодной для анализа устойчивости равновесий с магнитными островами, в коде MHD_NX [18] предлагается использовать вариационную формулировку задачи устойчивости (энергетический принцип) $\delta(W_F + W_S + W_V - \omega^2 K) = 0$ [20] на основе функционалов возмущений потенциальной и кинетической энергии, выраженных через возмущение электрического поля $\mathbf{E} = i\omega\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = -\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}$, где $\boldsymbol{\xi}$ – вектор смещения плазмы от положения равновесия, \mathbf{B} – равновесное магнитное поле, и предполагается экспоненциальная зависимость от времени $\exp(i\omega t)$. Тогда стандартные выражения для функционалов энергии (предполагая, что равновесная граница плазмы является магнитной поверхностью и, кроме того, показатель адиабаты $\Gamma = 0$) принимают вид:

$$W_F = \frac{1}{2} \int_{V_p} \left\{ |\nabla \times \mathbf{e}|^2 - \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}}{B^2} \mathbf{e} \cdot \nabla \times \mathbf{e} + \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{e}}{B^2} [2\mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{e} - \mathbf{t} \cdot \mathbf{e}] \right\} dV, \quad (6)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho |\mathbf{e}|^2 / B^2 dV, \quad \mathbf{t} = \mathbf{j} + B^2 \nabla \left(\frac{1}{B^2} \right) \times \mathbf{B},$$

где $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$ – плотность тока, ρ – массовая плотность, V_p – объем плазмы. В идеальной МГД требование отсутствия компоненты вдоль равновесного магнитного поля $\mathbf{e} \cdot \mathbf{B} = 0$ замыкает формулировку задачи устойчивости. Естественным образом учитывается также наличие вакуумной прослойки между плазмой и проводящей стенкой со следующим выражением для возмущения потенциальной энергии в объеме вакуума V_v :

$$W_V = \frac{1}{2} \int_{V_v} |\nabla \times \mathbf{e}|^2 dV, \quad (7)$$

где возмущенное магнитное поле $\delta\mathbf{B}_v = -\nabla \times \mathbf{e}$, и с требованием непрерывности тангенциальной составляющей \mathbf{e} через границу плазмы, предполагая отсутствие равновесного поверхностного тока, то есть непрерывность равновесного магнитного поля через границу плазма–вакуум (при этом также обнуляется интеграл по этой границе $W_s = 0$). На идеально проводящей стенке ставится условие $\mathbf{e} \times \mathbf{n} = 0$.

Энергетический принцип (6),(7) может быть обобщен и на случай равновесных конфигураций с плазмой за сепаратрисой, которая ограничивается диверторными пластинами. В области разомкнутых линий равновесного магнитного поля граничные условия на диверторных пластинах для задачи идеальной МГД устойчивости выглядят следующим образом:

$$\xi_{\perp} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \xi \cdot \mathbf{B} / B = 0 \quad \text{или} \quad \mathbf{e} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{n} = 0, \quad (8)$$

где \mathbf{n} – нормаль к диверторным пластинам. К такому простому виду приводятся следующие граничные условия на границе дебаевского слоя (sheath boundary conditions) [21]: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\perp} + v_{\parallel} \mathbf{B} / B$, $\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{n} = 0$, $v_{\parallel} = c_s$, где c_s – скорость звука, при низких бета и при альфвеновской скорости, намного превышающей скорость звука $v_A \gg c_s$. Формулировка вариационного принципа с граничными условиями (8) совпадает со стандартным вариационным принципом с точностью до одного несимметричного слагаемого W_d , которое нужно добавить к функционалу $W_F + W_V$ из (6):

$$W_d = \frac{1}{2} \int_{S_d} \mathbf{e} \cdot \delta \mathbf{j}_s dS, \quad (9)$$

где $\delta \mathbf{j}_s = \mathbf{n} \times \langle \delta \mathbf{B} \rangle$ – возмущенный поверхностный ток на диверторных пластинах S_d [22]. В коде устойчивости MHD_NX постановка граничных условий (8) на диверторных пластинах вполне естественна: требование $\mathbf{e} \cdot \mathbf{B} = 0$ заменяется условием $\mathbf{e} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{n} = 0$.

Чтобы расширить область применения кода, для неизвестного возмущения электрического поля \mathbf{e} используются общегеометрические проекции, не связанные с равновесным магнитным полем. Для аппроксимации задачи устойчивости на неструктурированных сетках используется метод конечных элементов с векторными базисными функциями для проекции вектора \mathbf{e} на плоскость постоянного тороидального угла, а также стандартные конечные элементы для проекции на тороидальное направление

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{pol} + e_{\phi} \nabla \phi: \quad \mathbf{e}_{pol} = \{W_{mn} = W_m \nabla W_n - W_n \nabla W_m\}, \quad e_{\phi} = \{W_i\}, \quad (10)$$

где W_i – скалярные двумерные кусочно-линейные базисные функции для каждого i -го узла сетки, а W_{mn} – векторные базисные функции для каждого ребра сетки. Выражения (10) естественно обобщаются на случай

четырёхугольных ячеек. При этом необходимым требованием для аппроксимации является выполнение тождества $\int \nabla \times \mathbf{e} \cdot d\vec{S} = \oint \mathbf{e} \cdot d\vec{l}$ по площади каждой ячейки. Условие непрерывности тангенциального электрического поля на границе плазма–вакуум $\langle \mathbf{e} \times \mathbf{n} \rangle = 0$ является естественным для этого варианта метода конечных элементов. Для того чтобы обеспечить выполнение условия $\mathbf{e} \cdot \mathbf{B} = 0$, используются множители Лагранжа на некотором подмножестве ребер или в узлах неструктурной сетки. Таким образом, задача сводится к решению задачи на собственные значения с седловой точкой, что, в частности, требует введения регуляризации для получения устойчивого треугольного LU разложения разреженных матриц со стандартным переупорядочением неизвестных.

Идеальная МГД устойчивость плазмы в галатях

Как обсуждается в обзоре [2], наиболее опасными МГД неустойчивостями плазменных конфигураций в галатях являются неустойчивости конвективного типа. При малых величинах $\beta = 2\mu_0 p / B^2$ возмущения электрического поля являются потенциальными и критерий устойчивости (Лонгмайер–Розенблют–Кадомцев) имеет вид:

$$(U\mathbf{n}_0 \cdot \nabla p) / (p\mathbf{n}_0 \cdot \nabla U) < \Gamma, \quad (11)$$

где \mathbf{n}_0 – единичный вектор нормали к магнитной поверхности, $U = \int 1/B dl$ – удельный объем магнитной трубки, Γ – показатель адиабаты.

Поскольку код идеальной МГД устойчивости MHD_NX [18] использует формулировку энергетического принципа (6) с возмущенным электрическим полем, а также векторные базисные функции, которые хорошо аппроксимируют ядро оператора $\nabla \times \mathbf{e}$, его использование для расчетов устойчивости плазмы в галатях представляется естественным и перспективным обобщением исследований устойчивости в системах магнитного удержания со сложной топологией магнитных поверхностей. Однако в существующей версии кода, которая использовалась для конфигураций с сильным равновесным продольным полем (в этом случае несжимаемость плазменного смещения обычно не влияет на факт устойчивости), работа давления при сжатии плазмы

$$\int_{V'} \Gamma p |\nabla \cdot \xi|^2 dV, \quad (12)$$

не входит в функционал потенциальной энергии. Другой особенностью формулировки задачи устойчивости является возможная сингулярность

компоненты смещения нормальной к магнитным поверхностям. Действительно, при нулевом равновесном тороидальном поле в выражение для возмущенного магнитного поля

$$\nabla \times (\xi \times \mathbf{B}) = \nabla(\xi \cdot \nabla \varphi) \times \nabla \psi - \nabla(\xi \cdot \nabla \psi) \times \nabla \varphi \quad (13)$$

входит производная по нормали к магнитным поверхностям только от $\xi \cdot \nabla \psi$, а не от физического радиального смещения по нормали к магнитной поверхности. Поскольку $\nabla \psi = 0$ в X-точках равновесного поля, смещение плазмы может иметь интегрируемую особенность в этих точках, если $\xi \cdot \nabla \psi \neq 0$. Эта особенность исчезает при добавлении слагаемого (12) в функционал возмущенной потенциальной энергии.

Несмотря на ограничения существующей версии кода, устранение которых будет предметом будущей работы, расчеты устойчивости с помощью MHD_NX дают полезную информацию об инкрементах и структуре собственных функций для плазменных конфигураций со сложной топологией магнитных поверхностей в ловушках-галатеех.

Оценка инкрементов идеальных МГД мод с различными тороидальными волновыми числами при увеличении давления в ловушке-галатее «Тримикс»

Без учета стабилизации за счет сжимаемости плазмы (12) плазма в ловушке «Тримикс» неустойчива при любом давлении для мод с волновыми тороидальными числами $n > 0$. На рис. 5 показана зависимость инкрементов от величины давления для глобальной моды $n = 1$ и локализованной моды $n = 1000$. Более медленный рост инкрементов глобальной моды с увеличением давления может объясняться стабилизирующим влиянием граничных условий на идеально проводящей стенке.

Для удобного представления структуры комплексной амплитуды собственной функции $\mathbf{e}_n e^{in\varphi}$ можно в качестве нормировки использовать такой комплексный множитель c , чтобы действительная и мнимые части $\mathbf{x} = \mathbf{e}_n$ были ортогональны в гильбертовом пространстве со скалярным произведением (\cdot, \cdot) : $(c\mathbf{x} + c^* \mathbf{x}^*, c\mathbf{x} - c^* \mathbf{x}^*) = 0$. Это приводит к следующему выражению для c :

$$(c^* / c)^2 = (\mathbf{x}, \mathbf{x}) / (\mathbf{x}, \mathbf{x})^* = e^{i\varphi_x}, \quad c = e^{-i(\varphi_x/4 + k\pi/4)}. \quad (14)$$

При помощи выражения (14) можно также удовлетворить условию $(\text{Re}(c\mathbf{x}), \text{Re}(c\mathbf{x})) > (\text{Im}(c\mathbf{x}), \text{Im}(c\mathbf{x}))$. В коде MHD_NX в качестве скалярного

произведения выбран объемный интеграл от тороидальной компоненты электрического поля, которая следующим образом связана со смещением плазмы по нормали к магнитным поверхностям:

$$e_\varphi = R(\mathbf{e} \cdot \nabla \varphi) = -R\xi \times \mathbf{B} \cdot \nabla \varphi = (\xi \cdot \nabla \psi) / R. \quad (15)$$

При увеличении тороидального волнового числа структура старшей собственной функции становится все более локализованной у магнитной поверхности с максимальным значением градиента давления (рис. 6). Отметим, что собственная функция, нормированная в соответствии с (14), с хорошей точностью является действительной, а также что $\xi \cdot \nabla \varphi$ мало.

При любом n неустойчивой является не только старшая собственная функция, но и другие собственные значения. Зависимость величин двух минимальных собственных значений от n показана на рис. 7.

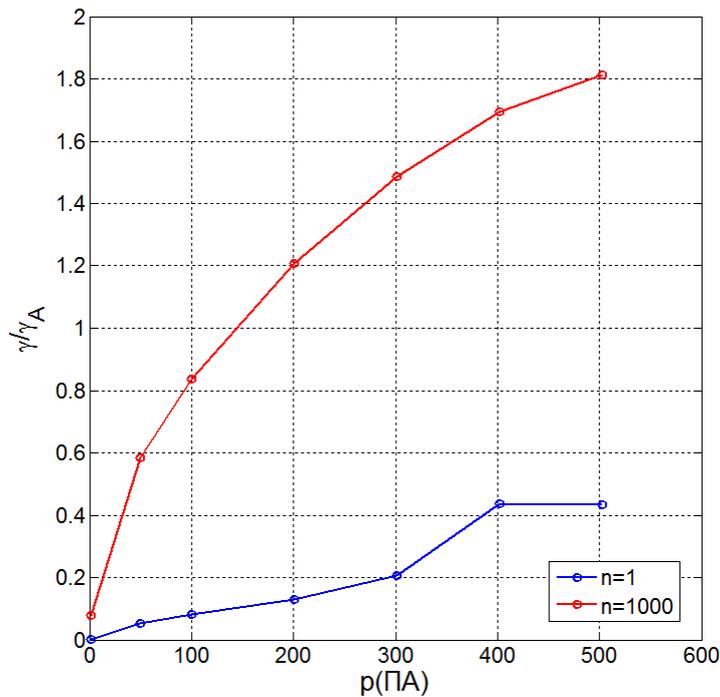


Рис. 5. Зависимость инкрементов мод $n=1$ и $n=1000$ от величины давления; инкременты нормированы на альфвеновскую частоту

$$\gamma_A = (\psi_{\max} - \psi_{\min}) / (a^2 R \rho^{1/2}) \approx B / (a \rho^{1/2}), \text{ массовая плотность плазмы } \rho = \text{const}$$

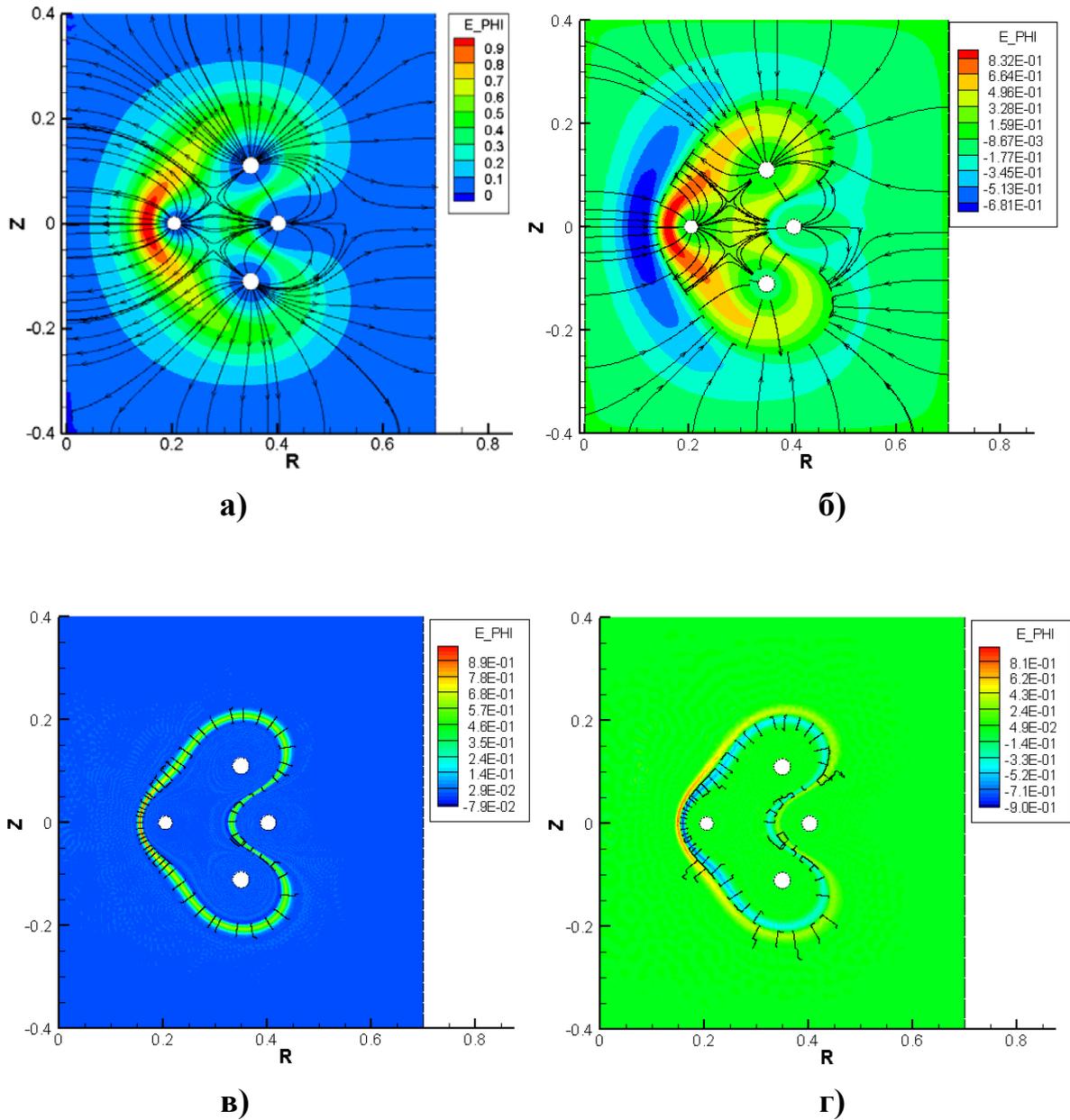


Рис. 6. Структура собственных функций с различными волновыми числами: показаны контуры тороидальной компоненты возмущенного электрического поля e_ϕ и линии тока ξ ; а) $n=1$, старшая собственная функция; б) $n=1$, вторая собственная функция; в) $n=1000$, старшая собственная функция; г) $n=1000$, вторая собственная функция; $p_0 = 2\pi \cdot 16$ Па

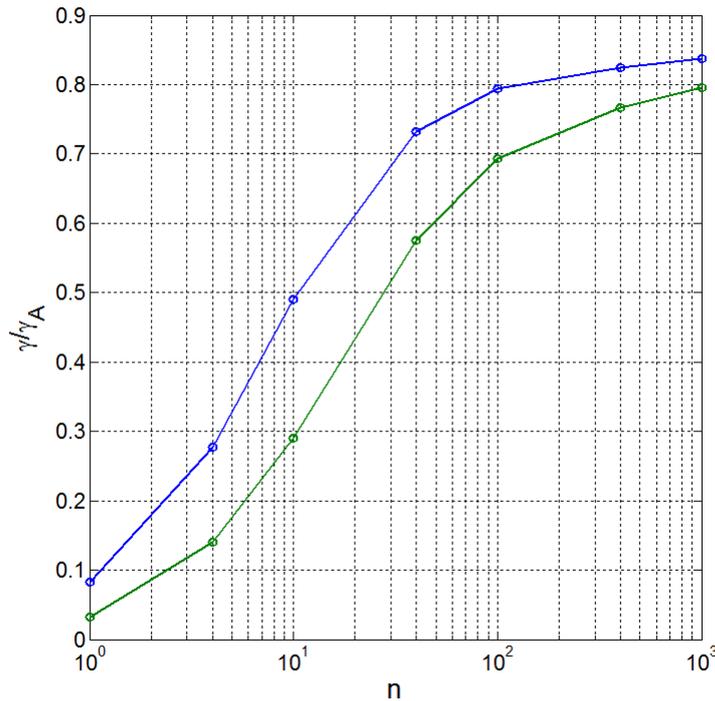


Рис. 7. Зависимость инкрементов двух наиболее неустойчивых мод от тороидального волнового числа n ; инкременты нормированы на альфвеновскую частоту $\gamma_A = (\psi_{\max} - \psi_{\min}) / (a^2 R \rho^{1/2}) \approx B / (a \rho^{1/2})$, массовая плотность плазмы $\rho = \text{const}$; $p_0 = 2\pi \cdot 16$ Па

Заключение

Рассчитаны инкременты идеальной МГД устойчивости равновесных магнитоплазменных конфигураций в ловушке-галатее «Тримикс» с погруженными в плазму проводниками с током. Равновесные конфигурации получены на основе решения уравнения Грэда-Шафранова на неструктурных треугольных сетках в многосвязной области, моделирующей проводники с током в плазме. При помощи кода устойчивости MHD_NX на неструктурных сетках для равновесий с произвольной топологией магнитных поверхностей получена зависимость инкрементов неустойчивостей с различными тороидальными волновыми числами от величины давления. Для более точных оценок инкрементов неустойчивостей в равновесных конфигурациях без тороидального поля код MHD_NX должен быть дополнен учетом сжимаемости плазмы. Это развитие кода, а также учет вакуумной прослойки между плазмой и вакуумной камерой, т.е. исследование устойчивости внешних крупномасштабных мод, будут направлениями дальнейшей работы. Использование неструктурированных, в том числе адаптивных к решению, сеток открывает новые возможности для точного и эффективного численного

моделирования задач физики плазмы с использованием высокопроизводительных вычислительных комплексов.

Библиографический список

1. Морозов А.И. О галатях – плазменных ловушках с омываемыми плазмой проводниками // Физика плазмы. 1992. Т. 18, № 3. С. 305-316.
2. Морозов А.И., Савельев В.В. О галатях-ловушках с погруженными в плазму проводниками // Успехи физических наук. 1998. Т. 168, № 11. С. 1153-1194.
3. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
4. Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Козинцева М.В., Липатов А.С., Васильев В.И., Струнников В.М. Инжекция плазмы в Галатею «Тримикс» // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 3. С. 195–206.
5. Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Липатов А.С., Козинцева М.В. Параметры плазмы в модернизированной ловушке Галатее «Тримикс-М» // Журнал технической физики. 2007. Т. 77, № 12. С. 15-20.
6. Бишаев А.М., Бугрова А.И., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Липатов А.С., Савельев В.В., Сигов А.С., Смирнов П.Г., Тарелкин И.А., Храмцов П.П. Исследование диамагнитного эффекта в мультипольных ловушках-галатях // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 4. С. 34-40.
7. Bishaev A.M., Bush A.A., Behtin M.A., Gavrikov M.B., Gordeev I.S., Bugrova A.I., Kamentsev K.Ye., Kozintseva M.V., Savel'ev V.V., Safronov A.A., Shaposhnikov M.I., Smirnov P.G. About levitation of superconducting rings for magnetic system of multipole plasma trap // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013. № 1. P. 48-50.
8. Bishaev A.M., Bush A.A., Gavrikov M.B., Denis'uk A.I., D'yakonitsa O.Y., Kamentsev K.Ye., Kozintseva M.V., Kolesnikova T.G., Savel'ev V.V., Smirnov P.G., Shapovalov M.M., Voronchenko S.A. About stability of levitating states of superconducting myxini of plasma traps-galateas // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2015. № 1. P. 16-19.
9. Бишаев А.М., Буш А.А., Гавриков М.Б., Каменцев К.Е., Козинцева М.В., Савельев В.В., Сигов А.С. Об устойчивости состояний равновесия сверхпроводящего кольца, левитирующего в поле закрепленного кольца с постоянным током // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, № 11. С.137-140.
10. Бишаев А.М., Гавриков М.Б., Козинцева М.В., Савельев В.В. Прохождение плазменных сгустков через поперечный магнитный барьер // Журнал технической физики. 2018. Т. 88, № 1. С. 22-27.
11. Козлов А.Н., Коновалов В.С., Савельев В.В. Сравнительный анализ равновесных конфигураций и переноса излучения в ловушках-галатях «Тримикс» и «Тримикс-3М» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. №182, 28 с. [doi:10.20948/prepr-2018-182](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-182)

12. Moynihan M.J. Analysis of Lockheed-Martins' Fusion Effort. December 2016
<https://fusion4freedom.com/pdfs/LManalysis.pdf>
13. Шафранов В.Д. О равновесных МГД-конфигурациях // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, вып. 3(9). С. 710-722.
14. Брушлинский К.В., Гольдич А.С. Математическая модель тороидальной магнитной ловушки "Галатей-Пояс" // Дифференциальные уравнения. 2016. Т. 52, № 7. С. 887-895.
15. Брушлинский К.В., Кондратьев И.А. Сравнительный анализ расчетов равновесия плазмы в тороидальных и цилиндрических магнитных ловушках // Математическое моделирование. 2018. Т. 30, № 6. С. 76-94.
16. Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Давыдова Н.А. Плазменные конфигурации в ловушках-галатейях и токовых слоях // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 7. С. 107-120.
17. Degtyarev L., Martynov A., Medvedev S., Troyon F., Villard L., Gruber R. The KINX ideal MHD stability code for axisymmetric plasmas with separatrix // Computer Phys. Commun. 1997. V. 103. P. 10.
18. Medvedev S.Yu., Martynov A.A., Villard L. Tokamaks with reversed current density: stability of equilibria with axisymmetric islands // 35th EPS Conf. Plasma Physics, Hersonissos, Greece. ECA. 2008. V. 32D. P2.063.
19. Medvedev S.Yu., Martynov A.A., Drozdov V.V., Ivanov A.A., Poshekhonov Yu.Yu. High resolution equilibrium calculations of pedestal and SOL plasma in tokamaks // Plasma Phys. Control. Fusion. 2017. V. 59. P. 025018.
20. Bernstein I.B., Frieman E.A., Kruskal M.D., Kulsrud R.M. An energy principle for hydromagnetic stability problems // Proc. Roy. Soc. London. 1958. V. A244. P. 17.
21. Strauss H.R. Velocity boundary conditions at a tokamak resistive wall // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 032506.
22. Медведев С.Ю., Мартынов А.А., Дроздов В.В., Иванов А.А., Пошехонов Ю.Ю., Коновалов С.В., Виллард Л. МГД устойчивость и энергетический принцип без предположения о вложенности магнитных поверхностей двумерных равновесий // Физика плазмы. 2019. № 1. (в печати)