



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

Беляев К.П., [Кулешов А.А.](#),  
Смирнов И.Н.

Анализ результатов  
моделирования динамики  
океана с применением  
различных методов  
усвоения данных  
наблюдений

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Беляев К.П., Кулешов А.А., Смирнов И.Н. Анализ результатов моделирования динамики океана с применением различных методов усвоения данных наблюдений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 37. 17 с. doi:[10.20948/prepr-2018-37](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-37)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-37>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**К.П. Беляев, А.А. Кулешов, И.Н. Смирнов**

**Анализ результатов моделирования  
динамики океана  
с применением различных методов  
усвоения данных наблюдений**

**Москва — 2018**

***К.П. Беляев, А.А. Кулешов, И.Н. Смирнов***

**Анализ результатов моделирования динамики океана с применением различных методов усвоения данных наблюдений**

В работе представлены результаты сравнения применения в численной модели динамики океана Hybrid Circulation Ocean Model (HYCOM) двух различных методов усвоения данных наблюдений: разработанного авторами метода обобщенной фильтрации Калмана (GKF) и стандартного метода объективной ансамблевой интерполяции (EnOI), который является частным случаем метода ансамблевой фильтрации Калмана (EnKF). Методы сравниваются по различным критериям, в частности по критерию минимума ошибки прогнозирования на заданном временном интервале. В качестве наблюдаемых данных выбирается массив спутниковых измерений уровня океана (альтиметрии) Archiving, Validating and Interpolating Satellite Oceanography Data (AVISO). Показывается, что метод GKF имеет ряд преимуществ перед методом EnOI.

***Ключевые слова:*** моделирование океана, усвоение данных, обобщенный фильтр Калмана, ансамблевая интерполяция, спутниковые данные альтиметрии.

***Konstantin Pavlovich Belyaev, Andrey Aleksandrovich Kuleshov, Ilya Nikolaevich Smirnov***

**Analysis of the results of ocean dynamics modeling using various methods of assimilation of observational data**

The paper presents the results of comparing the application of two different data assimilation methods. the method of generalized Kalman filtration (GKF) developed by the authors and standard objective ensemble interpolation method (EnOI) that is a partial case of extended Kalman filter scheme (EnKF). Those methods are applied in conjunction with the ocean dynamical model Hybrid Circulation Ocean Model (HYCOM). The methods are compared with respect to various criteria, in particular, with respect to minimum of the forecast error and with respect of a posterior error over a given time-interval. As observed data we used the Archiving Validating and Interpolating Satellite Observation (AVISO) i.e. altimetry data. It is shown that the method GKF has a number of advantages comparing with the method EnOI.

***Key words:*** ocean modelling, data assimilation, generalized Kalman filter, ensemble interpolation method, satellite altimetry data.

## Введение

Усвоение данных наблюдений в гидродинамических моделях является в настоящее время одним из актуальных и бурно развивающихся направлений в численном моделировании динамики атмосферы и океана. Основная цель данного направления – оптимальным образом совместить численный расчет характеристик по математической модели и тот набор данных наблюдений, который независимым образом поступает к исследователям с различных платформ и приборов, осуществляющих мониторинг состояния природной среды. При этом, как правило, набор данных наблюдений является подмножеством фазовых состояний модели и количественно, иногда существенно, отличается от расчетных значений. Понятия «оптимальным образом», «совместить» и т.п. используются в основном как вводные слова, которые должны быть наполнены конкретным содержанием, зависящим от постановки задачи, а иногда и сами эти термины являются предметом исследования. Поэтому теория и практические приложения методов усвоения существенно опираются на теорию и методы оптимального управления, теорию и методику статистического оценивания, вариационное исчисление и другой математический базис.

Задачи усвоения данных исследуются в литературе с конца 60-х годов прошлого века. Исторически первым был, по-видимому, вклад советских ученых под руководством академика Г.И. Марчука [1]. В математическом моделировании динамики атмосферы, а впоследствии и океана, им и его учениками были применены методы теории сопряженных уравнений для описания процессов климатической изменчивости, атмосферных аномалий и ряда других процессов. Отметим также существенный вклад в разработку этого направления академика А.С. Саркисяна [2] и его учеников, в частности [3]. В практическом применении для прогнозов погоды в Гидрометеоцентре СССР была применена схема Л.С. Гандина, основанная на так называемой схеме объективного анализа [4]. Одновременно развивались методы усвоения данных и в других институтах и научных центрах, как в СССР (России), так и за рубежом, например [5,6]. В связи с развитием наблюдательной базы и прогрессом в области компьютерной техники методы и схемы усвоения данных наблюдений получили дальнейшее развитие в конце XX и начале XXI веков в океанологии, прогнозах погоды и климата, оперативной океанографии и др. областях.

В настоящее время существует несколько алгоритмов усвоения данных, которые используются в задачах прогноза погоды, в оперативной океанологии, при расчетах состояния океана в районах добычи и транспортировки полезных ископаемых, прежде всего углеводородов. Основные подходы – это так называемые вариационные схемы, их современная версия имеет специальный термин 4D-VAR, и динамико-стохастические схемы, основанные на теории фильтра Калмана, их современная версия называется ансамблевым

калмановским фильтром (EnKF). Подробный обзор существующих методов содержится, например, в [6]. Кроме того, в последнее время особое внимание уделяется гибридным методам, сочетающим два вышеперечисленных основных подхода. В частности, в работах [7,8] рассматривались гибридные схемы усвоения, основанные на сочетании вариационного и динамико-стохастического принципа. Предложенный ранее авторами метод [9,10] также основан на вариационном принципе в сочетании с принципом минимума дисперсии специально построенного случайного процесса.

Вообще говоря, для выбора наилучшего метода усвоения требуется точно определить критерии, по которым строится новое или скорректированное поле параметров модели. Но если критерии однозначно определены, например, однозначно определена метрика, в соответствии с которой ищется оптимальное скорректированное поле значений параметров, тогда задача построения метода усвоения является корректно поставленной, в том смысле, что существует решение этой задачи и оно единственное.

Понятно, что для одной и той же модели, для одних и тех же данных наблюдений можно применять разные методы усвоения. Тогда возникает естественный вопрос о сравнении их качества. При этом критерии качества методов можно определить по-разному. Например, можно сравнивать по сложности их реализации или/и по затраченному времени счета. Можно в качестве критерия определить требуемые ресурсы памяти компьютера или поставить жесткие ограничения на промежуток времени, в течение которого имеет смысл делать соответствующую коррекцию. В каждом из таких случаев будет свой оптимальный метод усвоения, и сравнивать их между собой не имеет смысла. Поэтому надо сразу определиться с критерием или набором критериев качества, по которым имеет смысл ставить задачу сравнения методов.

Естественным критерием качества методов усвоения, безотносительно к их типу (вариационный, динамико-стохастический или какой-то иной), является оценка ошибки прогноза, при этом после каждого момента коррекции скорректированные значения параметров являются исходными для дальнейшего расчета. При этом также естественно сравнить ошибку прогноза модели, полученной с использованием метода усвоения, с ошибкой контрольного расчета (без усвоения данных наблюдений) относительно тех же данных. Заметим, что эта идеология сравнения никак не зависит от модели или от набора данных наблюдений. Важно лишь, чтобы они были идентичны при использовании сравниваемых методов усвоения.

Такие сравнения нескольких методов усвоения, например для ансамблевого фильтра Калмана и 4D-VAR, ранее проводились в работе [11]. Для модели Hybrid Circulation Ocean Model (HYCOM) [12] и для архива данных наблюдений с дрейфтеров ARGO Argo ([www.argo.ucsd.edu](http://www.argo.ucsd.edu)) такие сравнения методов приведены в работе [13]. Кроме того, можно отметить работу [14], где аналогичные сравнения проводились для метода обычной объективной интерполяции [4] и метода EnOI с применением модели динамики океана. Для

модели HYCOM и архива данных спутниковой альтиметрии Archiving, Validating and Interpolating Satellite Oceanography Data (AVISO) ([www.aviso.oceanobs.com](http://www.aviso.oceanobs.com)) результаты сравнения методов EnOI и метода обычной объективной интерполяции приведены в [15].

В настоящей работе проводится сравнение авторского метода усвоения [9,10] и метода EnOI на архиве AVISO с использованием модели HYCOM по критерию ошибки прогноза. Основное внимание будет уделено анализу разности численных полей, построенных по различным методам, для одних и тех же входных данных и конфигурации модели. Цель работы – показать, что разработанный ранее авторами метод усвоения [10], который обобщает известный метод усвоения EnOI, превосходит его как по качеству в соответствии с вышеуказанным критерием, так и по экономии вычислительных ресурсов. При этом также показано, что полученные в результате коррекции поля основных характеристик океана в целом соответствуют аналогичным полям, полученным по другим моделям и с помощью других методов усвоения, приведенным в литературе, но имеют свои специфические особенности, в частности лучше соответствуют синоптической изменчивости по данным наблюдений.

## 1. Модель океана и данные наблюдений

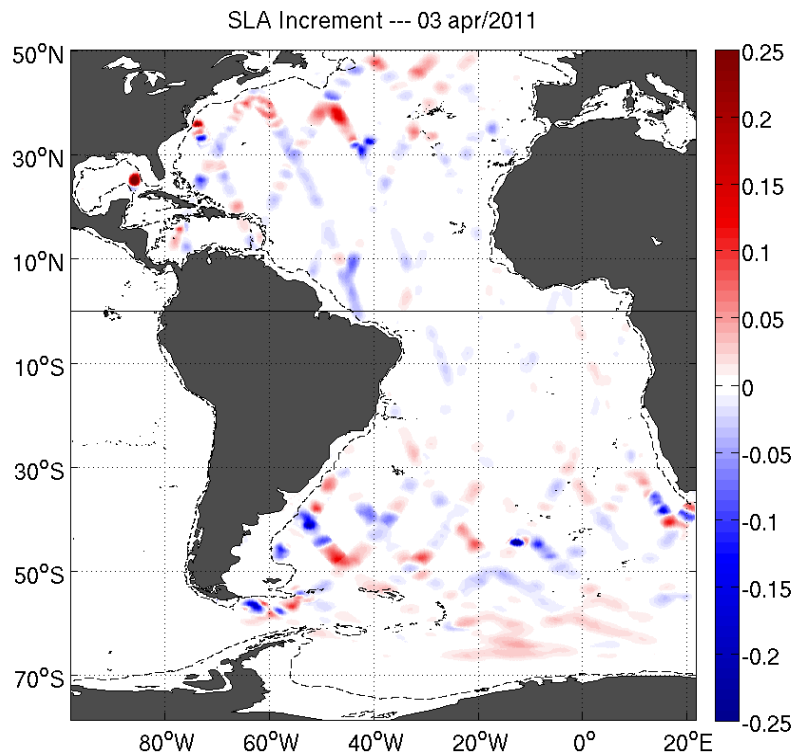
В работе применяется численная модель динамики океана HYCOM, ее версия 2.2.14, разработанная для исследования океанских термогидродинамических процессов в широком диапазоне пространственных и временных масштабов [12]. Эта модель хорошо известна и сама по себе не является предметом исследования, а служит только как инструмент для анализа метода усвоения данных. Поэтому мы дадим только краткое описание той ее конфигурации, которая использовалась в работе.

Модель основана на полной системе уравнений трехмерной динамики океана, в которой океан от поверхности до дна разбивается на слои равной плотности, значения которой возрастают с глубиной, и для каждого слоя решается система уравнений гидродинамики в приближениях «мелкой воды» с включением уравнений для температуры и солёности. Таким образом, координатами точки в этой модели служат две координаты точки в декартовой системе координат на плоскости (направление оси  $Ox$  – «запад-восток»,  $Oy$  – «юг-север») и номер изопикнического (то есть равнозначного) слоя плотности. Всего таких слоев в данной конфигурации 21, при этом толщина слоя равной плотности в каждой точке плоскости есть переменная и подлежащая определению величина. Шаги сетки по горизонтали неравномерные и приблизительно равны  $0.25^\circ$ , то есть около 30 км. Фазовое пространство модели состоит из 109 переменных, из которых 4 баротропных (не зависящих от глубины) переменных: уровень поверхности океана, 2 компоненты скорости и давление на поверхности, и 105 бароклинических (зависящих от глубины) переменных: зональная и меридиональная компоненты горизонтальной

скорости течения, толщина слоя равной плотности, температура и соленость на каждом из 21 слоев соответственно. При усвоении данных изменяются все расчетные величины одновременно. Более детальное описание модели, граничных условий и численных экспериментов по ее верификации приведены в [15].

В качестве данных наблюдений используются спутниковые измерения уровня океана из архива AVISO, в котором данные получены вдоль треков спутника (см. рис.1). В среднем за сутки наблюдается около 30 тыс. значений, в то время как массив расчетных значений уровня океана составляет на один-два порядка больше значений в зависимости от шага сетки. Для проведения сравнения данных наблюдений с результатами моделирования необходимо применять операцию проектирования векторов параметров модели на пространство векторов наблюдений.

Наблюдаемые значения уровня могут быть как больше модельных значений, так и меньше. На рисунке 1 красным цветом отмечена положительная разность с модельным уровнем океана, полученным в одном из численных экспериментов по модели НУСОМ без усвоения данных наблюдений, а синим цветом – отрицательная разность.



*Рис.1.* Спутниковые треки в Атлантике.

На рисунке 1 красным цветом отмечена положительная разность с модельным уровнем океана, а синим цветом — отрицательная разность.

## 2. Обобщенный метод Калмана (GKF) и метод ансамблевой оптимальной интерполяции (EnOI)

Разработанный ранее авторами обобщенный метод Калмана (GKF) подробно описан и теоретически обоснован в работах [9, 10]. Его основные уравнения следующие:

$$X_{a,n+1} = X_{b,n+1} + K_{n+1}(Y_{n+1} - HX_{b,n+1}),$$

$$K = \frac{(\Lambda - C)(H\Lambda)'Q^{-1}}{(H\Lambda)'Q^{-1}H\Lambda},$$
(1)

где  $X_{a,n}, X_{b,n}$  – векторы состояния модели в расчетный момент времени  $n$ ,  $n=0,1,\dots$  после и до усвоения (в английской литературе: analysis and background) размера  $r$ ,  $r$  – количество точек сетки (которое имеет порядок  $10^6$  для океана с разрешением 0.25 градуса), умноженное на число подлежащих определению независимых переменных – параметров модели,  $Y_n$  – вектор наблюдений (с учетом инструментальной ошибки измерений) в момент  $n$  размера  $m$ ,  $m$  – число точек наблюдения, имеющее порядок  $10^4$ , умноженное на число независимо наблюдаемых величин (например, если независимо наблюдаются температура и соленость, то таких величин будет две). Предполагается, что  $X_{a,0} = X_{b,0} = X_0$  – известное и заданное начальное условие (поле),  $K$  – весовая матрица (в английской литературе Kalman gain matrix), имеющая размерность  $r \times m$ ,  $H$  – матрица проектирования векторов параметров модели на пространство векторов наблюдений, которая имеет размерность  $m \times r$ ,  $\Lambda, C$  – модельный и наблюдаемый тренды на временном шаге, которые определяются формулами

$$\Lambda_{n+1} = \frac{X_{b,n+1} - X_{a,n}}{\Delta t_n}, \quad C_{n+1} = \frac{Y_{n+1} - HX_{a,n}}{\Delta t_n},$$

$Q$  – ковариационная матрица ошибок моделирования размерности  $m \times m$ ,  $Q_{n+1} = E(Y_{n+1} - HX_{a,n})(Y_{n+1} - HX_{a,n})^T$ . Вывод этих формул с теоретическим обоснованием метода содержится в работах [9, 10].

В расчетах для построения  $C$  и  $Q$  используются следующие алгоритмы.

Вектор  $C$  строится следующим образом: вначале задается ансамбль  $X_l$  из  $N_e$  модельных значений полной размерности  $r$ . Предполагается, что среднее по ансамблю

$EX_0 = N_r^{-1} \sum_{l=1}^{N_r} X_l$  является оценкой «истинного» значения неизвестного частично наблюдаемого поля  $E(Y_1 - HX_0) = 0$ . Далее строится



ансамбль  $X_1$  так, чтобы  $E(Y_2 - HX_1) = 0$ . Для этого достаточно сделать одношаговый модельный расчет начиная с поля  $X_0$  и заменить значения  $HX_1$  на значения наблюдаемых параметров  $Y_2$ . Тогда вектор  $C_{n+1}$  можно вычислить по

формуле 
$$C_{n+1} = \frac{X_n - n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i}{\Delta t_n}$$
. В работе [10] показано, что при

условии  $E(Y_{n+1} - HX_n) = 0$  таким образом построенный вектор  $C$  действительно будет описывать тренд вектора наблюдений  $Y$ .

Расчет компонент матрицы  $Q$  делается по формуле 
$$Q_{ij} = N_e^{-1} \sum_{l=1}^{N_e} (Y_i^l - HX_i)(Y_j^l - HX_j),$$
 где  $Y_i^l, Y_j^l$  — заданные значения ансамбля наблюдений вектора  $Y$  соответственно в точках сетки  $i, j$ , а  $X_i, X_j$  — соответственно модельные значения в этих точках. При этом ансамбль  $Y^l, l = 1, \dots, N_e$  выбирается так, чтобы  $N_e^{-1} \sum_{l=1}^{N_e} (Y^l - HX) = 0$  в любой точке сетки.

Если теперь положить вектор  $C$  равным нулю в любой момент времени, выбрать ансамбль  $X$  на каждом временном интервале в предположении, чтобы  $EX = Y$ , где  $Y$  — наблюдаемое или «истинное» поле (ошибки наблюдения можно включить дополнительно как независимое слагаемое), и взять среднее по ансамблю как начальное поле, то мы получим «стандартный» метод EnKF или, в его упрощенном варианте, EnOI, если этот ансамбль задается заранее, а не считается независимо на каждом временном шаге [16]. Этот факт также показан в работе [10]. В стандартной записи метод EnKF записывается в следующем виде

$$X_{a,n+1} = X_{b,n+1} + K_{n+1}(Y_{n+1} - HX_{b,n+1}), \quad (2)$$

$$K = \alpha B H^T (H B H^T + R)^{-1}, \quad B = N_e^{-1} \sum_{l=1}^{N_e} (X^l - \bar{X})(X^l - \bar{X})^T,$$

где  $X^l, l = 1, \dots, N_e$  — элементы ансамбля  $X$ ,  $\bar{X}$  — среднее по ансамблю. При этом матрица ошибки измерений  $R$  и эмпирический коэффициент  $\alpha$  задаются из чисто эмпирических соображений.

Таким образом, метод GKF обобщает метод EnKF и имеет смысл сравнивать их численные реализации на одном и том же архиве данных наблюдений.

### **3. Численные эксперименты и анализ результатов**

#### **3.1. Программная реализация алгоритма усвоения данных наблюдений**

Усвоение данных наблюдений реализовано в форме отдельного параллельного программного модуля DAM (Data Assimilation Module), написанного на языке FORTRAN-95 с использованием библиотеки MPI. Расчетные значения параметров модели динамики океана поступают на вход программного модуля DAM, который использует другую процессорную декомпозицию расчетной области, что важно, поскольку размер трехмерных массивов параметров для модели океана с разрешением  $0.25^\circ$  составляет несколько гигабайт. При этом удалось добиться высокого параллелизма благодаря независимости усвоения данных в каждой точке наблюдения по формулам (1), (2). При реализации алгоритма была учтена необходимость хранить большой объем параметров модели, используемых в расчетах с усвоением, при ограничении памяти 1,5-2 Гб на ядро. Для этого MPI-узлы были объединены в группы, состоящие из 8 элементов. При параллельной реализации метода усвоения корректировка вычисляемых параметров на 24 процессорных ядрах занимает около 40 минут расчетного времени, вместо 4.5 часов на одном ядре, что было бы сравнимо со временем, затрачиваемым на расчет суточного модельного прогноза, а такое время усвоения неприемлемо.

Программный модуль DAM был реализован на суперкомпьютере «ЛОМОНОСОВ» в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, конфигурация и математическое обеспечение которого приведены в [17].

#### **3.2. Постановка численных экспериментов**

Для проведения численных экспериментов по сравнению методов усвоения данных наблюдений в модели динамики океана NUCOM рассматривалась область Атлантики с границами от  $85^\circ$  ю.ш. до  $55^\circ$  с.ш., включая Саргассово Море и Мексиканский залив. Тепломассоперенос через Гибралтарский пролив и через пролив Дрейка не учитывались. Проведение расчетов по численной модели динамики океана предполагает наличие начального этапа моделирования, на котором осуществляется запуск (разгон) модели с нулевых начальных скоростей течения путем задания скорости ветра на поверхности океана (так называемый атмосферный форсинг). Разгон модели NUCOM был проведен на временном интервале с 01.01.1968 по 01.05.2008 (40 лет модельного времени). Климатические распределения температуры и солености, были взяты из архива [18]. При этом использовался атмосферный форсинг NCEP/NCAR Reanalysis project [19] за соответствующий период времени. В процессе разгона модели сохранялись расчетные значения параметров на каждый день за последние 10 лет, которые потом использовались для построения элементов ансамбля. В качестве элементов ансамбля

$X = \{X_l\}, l=1, \dots, N_e, N_e = 50$ , использовались 50 значений модельного поля за конкретную дату и близкие даты  $\pm 5$  дней. Например, для ансамбля параметров на 5 января — по 5 значений (на 1, 3, 5, 7, 9 января) за 10 предыдущих лет.

Далее были проведены три вычислительных эксперимента на временном интервале с 01.01.2010 по 10.01.2010 (10 дней) с атмосферным воздействием, также задаваемым по данным NCEP/NCAR Reanalysis project. Ниже проводятся анализ и сравнение результатов этих двух экспериментов.

*Эксперимент A01* – расчет с усвоением на каждый день данных альтиметрии AVISO методом GKF.

*Эксперимент A02* – расчет с усвоением на каждый день данных альтиметрии AVISO методом EnOI.

*Эксперимент A03* – контрольный, с расчетом без усвоения данных.

Во всех экспериментах численное решение за каждый модельный день сравнивается со спутниковыми данными альтиметрии AVISO за тот же реальный день. Из спутниковых и модельных данных уровня океана перед усвоением вычитается их среднее вдоль треков, получаемая величина называется аномалией уровня океана. Это делается для того, чтобы модельные и спутниковые данные имели одинаковое (равное нулю) среднее для их корректного усвоения. После усвоения данных модельное среднее прибавляется обратно к аномалии уровня океана.

В вычисляемых описываемым выше образом векторе  $C$ , ковариационных матрицах  $Q$  в (1) и  $B$  в (2) будет учитываться ковариация (связь) между различными модельными величинами: аномалией уровня океана, температурой и соленостью на различных модельных горизонтах. Таким образом, усвоение одной из величин (в данном случае уровня океана) будет корректировать весь вектор модельного решения.

### 3.3. Анализ результатов

Модельные поля уровня Атлантики с усвоением данных альтиметрии методом GKF (эксперимент A01), с усвоением по методу EnOI (эксперимент A02) и без усвоения данных (эксперимент A03) на конечный момент времени (10-й модельный день) показаны на рис. 2. На этом рисунке видно, что поля в экспериментах A01 (рис. 2а) и A03 (рис. 2в) относительно близки, хотя поле, построенное по эксперименту A01 более интенсивное, динамика в этом поле более заметна, особенно ее синоптическая составляющая, выраженная в числе и размере синоптических вихрей. Хорошо заметна большая разница этих полей в районе Северо-Атлантического течения и в районе Бразильско-Мальвинского столкновения, где динамика океана особенно выражена. Заметим, что расчет по методу EnOI (рис. 2б) существенно отличается, амплитуда расчетного поля становится заметно меньше и не превышает 0.3 м, в отличие от поля контрольного расчета и поля, рассчитанного с применением метода GKF, в которых значения амплитуды много больше: 0.7 м и 1 м соответственно.



На рисунке 3 представлены поля поверхностной температуры, полученные в тех же экспериментах на 10-й модельный день.

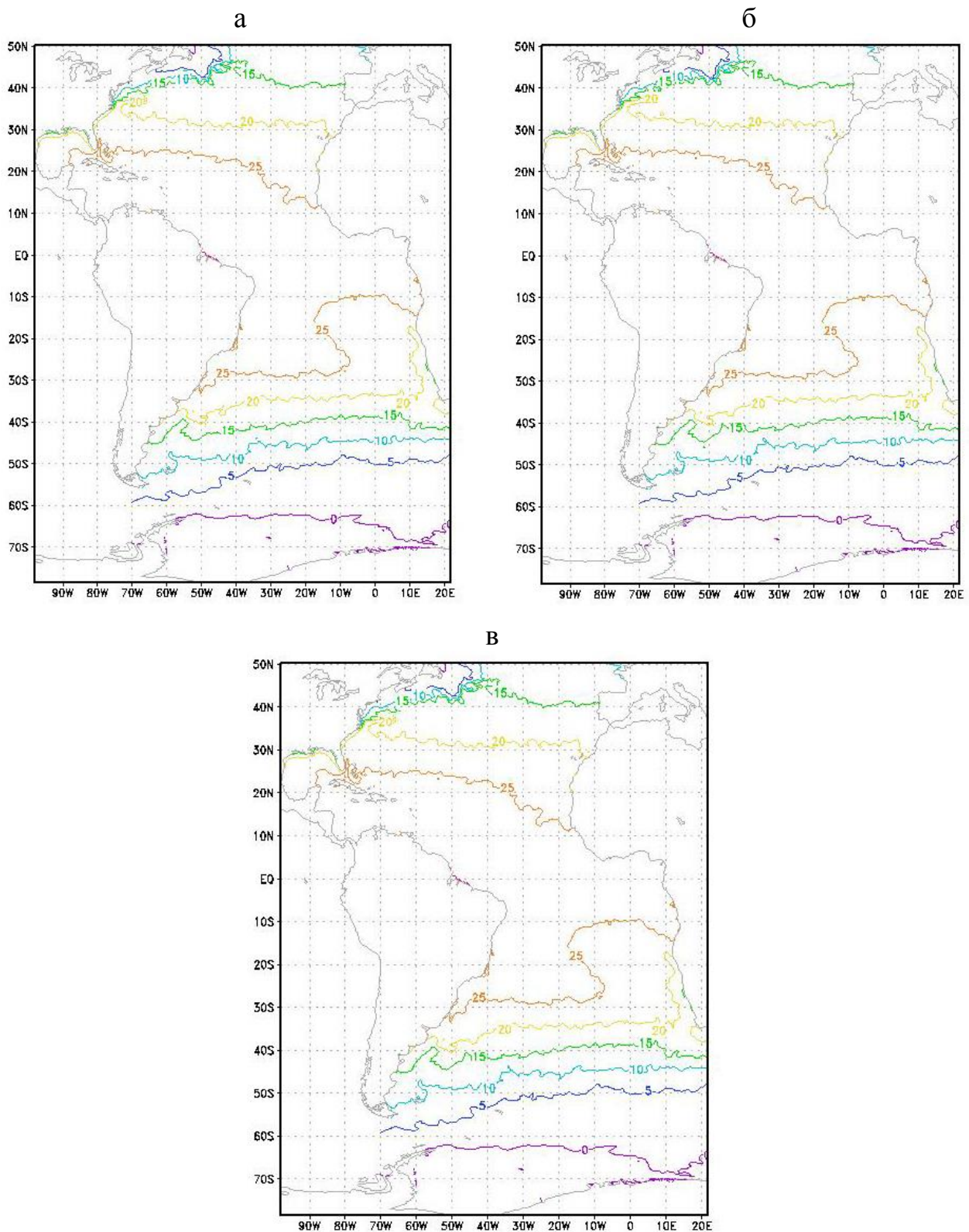


Рис. 3. Модельные поля температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ) поверхности океана на 10-е сутки (10.01) по трем экспериментам: а) A01 – с применением метода GKF, б) A02 – с применением метода EnOI, в) A03 – поле контрольного расчета.

На рисунке 3 видно, что вариации в поле температуры существенно меньше, чем в поле уровня океана, и все три метода дают близкие значения. Отличия в основном заметны в зоне Гольфстрима, где пространственный градиент температуры выражен сильнее в полях, полученных в экспериментах A01 и A02, чем в поле эксперимента A03. Эти расчеты показывают, что различия в поле уровня не сильно сказываются на крупномасштабном поле температуры, такие различия следует искать на синоптическом и микромасштабе.

Для количественной оценки эффекта от усвоения данных будем использовать функцию ошибки: среднеквадратичное отклонение модельного решения от данных наблюдения, посчитанное по всем точкам, где выполнялись измерения за конкретный день. Введем следующие величины

$$\sigma_n^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^N (Y_{n,i} - HX_{n,i})^2, \quad \sigma_{a,n}^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^N (Y_{n,i} - HX_{a,n,i})^2, \quad \sigma_{b,n}^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^N (Y_{n,i} - HX_{b,n,i})^2,$$

где  $Y_{n,i}$  – наблюдаемый уровень в точке с номером  $i$  в момент времени  $n$ ,  $i=1, \dots, N$ ;  $n=1, \dots, 10$ . Кроме того,  $X_{a,n,i}$ ,  $X_{b,n,i}$  – соответственно анализ и прогноз (background) на шаге  $n$ ,  $\sigma_n^2$  – дисперсия ошибки контрольного расчета,  $\sigma_{a,n}^2$  – дисперсия ошибки анализа (после усвоения данных) и  $\sigma_{b,n}^2$  – дисперсия ошибки прогноза (на один шаг вперед после усвоения). Все ошибки рассчитываются на каждом шаге по времени.

На рисунках 4 и 5 показаны изменение ошибки модельного уровня океана в зависимости от времени. На рисунке 4 видно, что, так как расчеты во всех трех экспериментах стартуют с одинаковых начальных условий, ошибка прогноза уровня океана на первый день одинаковая для всех трех экспериментов, для второго дня ошибка прогноза для расчетов с применением методов EnOI и GKF будет одинакова по построению их алгоритмов, а дальше соответствующие две кривые 2 и 3 расходятся, через 10 дней ошибка прогноза для уровня океана уменьшается для всех трех кривых примерно вдвое. Для контрольного расчета ошибка падает с  $0.12 \text{ м}^2$  до  $0.06 \text{ м}^2$ , для расчета с применением метода EnOI с  $0.06 \text{ м}^2$  до  $0.04 \text{ м}^2$  и для расчета с применением метода GKF с  $0.06 \text{ м}^2$  до  $0.02 \text{ м}^2$  и достигает предельного значения (выходит на плато). Это означает, что дальше без улучшения самой числительной модели уменьшить ошибку прогноза нельзя. При этом видно, насколько метод GKF по качеству превосходит метод EnOI. Этот же вывод подтверждается анализом поведения ошибки  $\sigma_{a,n}^2$  (см. рис. 5). Здесь первая кривая естественно совпадает с той, что показана на рис. 4, а две другие (для методов EnOI и GKF) лежат существенно ниже, чем на рис. 4 и практически не меняются, так как рассчитаны с использованием тех же данных, что и для усвоения. Все это показывает, что метод GKF в два раза превосходит метод EnOI как по критерию ошибки прогноза, так и по критерию ошибки анализа.

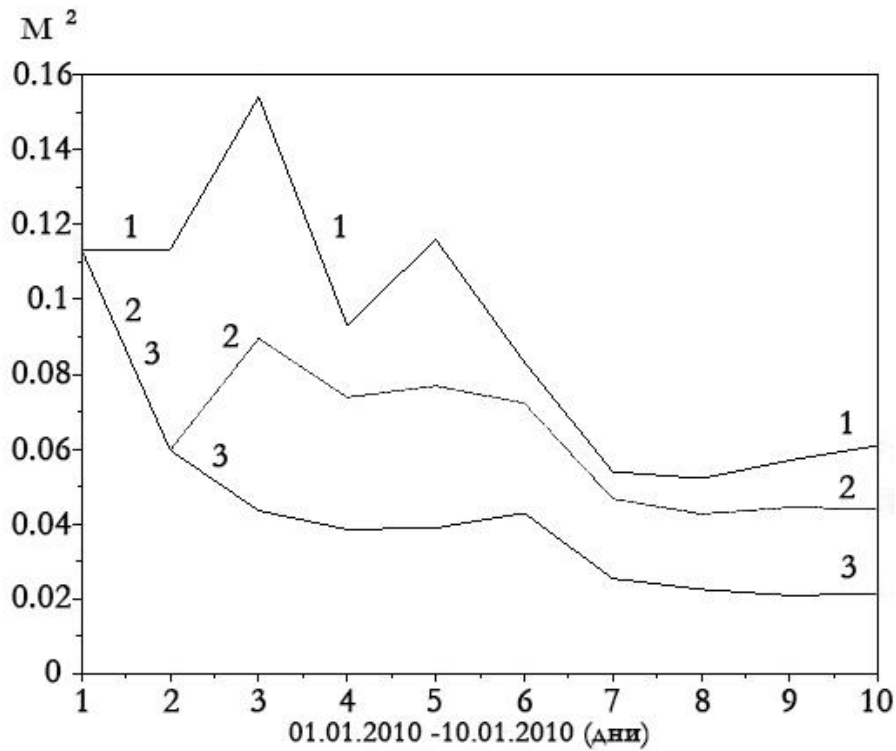


Рис. 4. Поведение ошибки прогноза уровня океана ( $m^2$ ) во времени по трем экспериментам. Кривая 1 – контрольный расчет, кривая 2 – расчет с усвоением по методу EnOI, кривая 3 – расчет с усвоением по методу GKF.

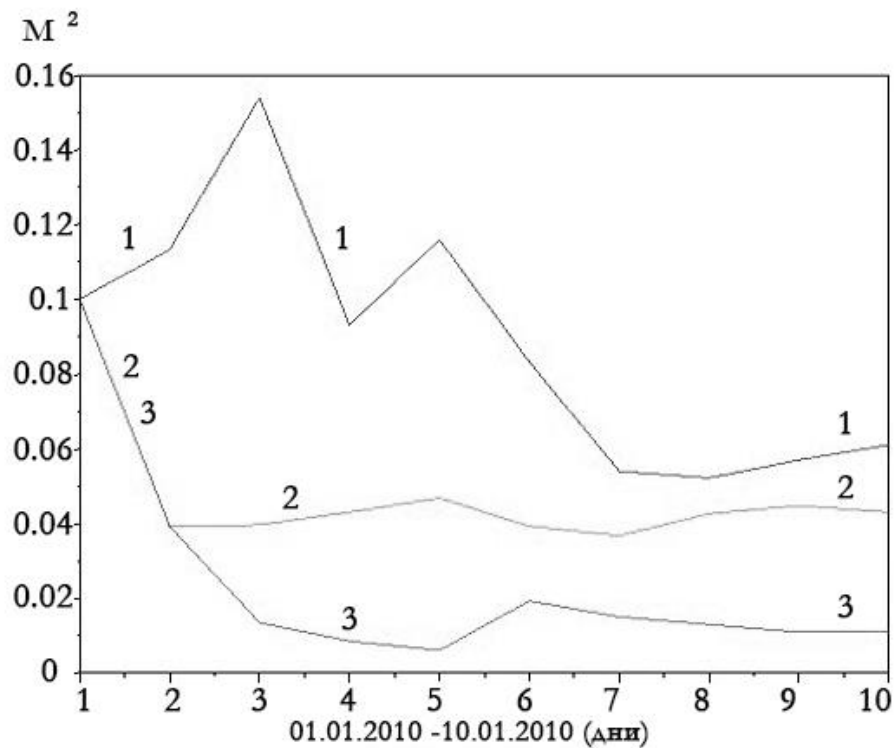


Рис. 5. Поведение ошибки анализа уровня океана ( $m^2$ ) во времени по трем экспериментам. Кривая 1 – контрольный расчет, кривая 2 – расчет с усвоением по методу EnOI, кривая 3 – расчет с усвоением по методу GKF.

Можно также сравнить оба представленных метода усвоения по требуемым вычислительным затратам. Анализ формул (1) и (2) показывает, что отличия в вычислении соответствующих весовых матриц  $K$  состоят в том, как вычисляется матрица  $(\Lambda - C)(H\Lambda)^T$  и матрица  $(BH)^T$ . Но если для первой матрицы достаточно иметь ансамбль модельных расчетов только на первый день усвоения, где расчет по обоим методам идентичен, а далее расчет этой матрицы сводится к уже известным значениям модельных полей на предыдущих шагах по времени, то расчет матрицы  $(BH)^T$  требует знания или построения ансамбля модельных расчетов на каждом временном шаге. Это требует значительно больше ресурсов, как времени, так и оперативной памяти. Эксперименты показали, что метод GKF примерно втрое экономичнее метода EnOI по затратам памяти и вдвое по времени.

## Заключение

В настоящей работе по результатам вычислительных экспериментов проведено сравнение разработанного авторами метода обобщенной фильтрации Калмана (GKF) и известного метода ансамблевой оптимальной интерполяции (EnOI). Методы применены в модели динамики Атлантики NUCOM для усвоения данных наблюдений уровня океана.

Показано, что метод GKF заметно превосходит метод EnOI как по критерию ошибки прогноза, так и по критерию ошибки анализа. Ошибки прогноза после усвоения по сравнению с контрольным расчетом уменьшаются в обоих методах, что показывает их корректность, но при этом метод GKF уменьшает ошибку с  $0.06 \text{ м}^2$  до  $0.02 \text{ м}^2$  а метод EnOI — с  $0.06 \text{ м}^2$  до  $0.04 \text{ м}^2$ . Показано также, как усвоение уровня океана влияет на параметры, которые не усваивались непосредственно, а именно на температуру поверхности океана. Расчеты демонстрируют, что полученные модельные поля физических характеристик, в частности поля температуры поверхности океана, физически достоверны и соответствуют расчетам, сделанным ранее [9, 10], а также данным наблюдений.

## Список литературы

1. Марчук Г.И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. — Л.: Гидрометиздат. 1974. 303 с.
2. Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. — Л.: Гидрометиздат. 1977. 182 с.
3. Агошков В.И., Ипатова В.М., Залесный В.Б., Пармузин Е.И., Шутяев В.П. Задачи вариационной ассимиляции данных наблюдений для моделей общей циркуляции океана и методы их решения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 6. С. 734-770.



4. Гандин Л.С. Объективный анализ метеорологических полей. – Л. Гидрометиздат. 1963. 282 с.
5. Ghil M., Malnotte-Rizzoli P. Data assimilation in meteorology and oceanography // *Adv. Geophys.* 1991. V. 33. P. 141-266.
6. Cohn S. An introduction to estimation theory // *J. Meteor. Soc. Japan.* 1997. V. 75. P. 257-288.
7. Tanajura C.A.S., Belyaev K. A sequential data assimilation method based on the properties of a diffusion-type process // *Appl. Math. Model.* 2009. V. 33. № 5. p. 2165-2174.
8. Belyaev K., Tanajura C.A.S., O'Brien J.J. Application of the Fokker-Planck equation to data assimilation into hydrodynamical models // *J. Math. Sciences.* 2000. V. 99. № 4. P.1393-1402.
9. Беляев К.П., Кулешов А.А., Тучкова Н.П., Танажура К.А. Метод коррекции расчетов динамической модели данными наблюдений и его применение к анализу динамики Атлантического океана // *Матем. моделирование.* 2015. Т. 27. № 12. С. 20-32.
10. Belyaev K., Kuleshov A., Tuchkova N., Tanajura C.A.S. An optimal data assimilation method and its application to the numerical simulation of the ocean dynamics // *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems.* 2018. V. 24. № 1. P. 12-25.
11. Lorenc C., Bowler N.E., Clayton A.M., Pring S.R., Fairbairn D. Comparison of Hybrid-4DEnVar and Hybrid-4DVar data assimilation methods for Global NW // *Mon. Wea. Rev.* 2015. V.134. P. 212-229.
12. Bleck R. An oceanic general circulation model framed in hybrid isopycnic-Cartesian coordinates // *Ocean Model.* 2002. № 4. P. 55-88.
13. Беляев К.П., Танажура К.А.С., Тучкова Н.П. Сравнительный анализ экспериментов с усвоением данных дрейфтеров АРГО // *Океанология,* 2012. Т. 52. № 5. С. 643-653.
14. Кауркин М.Н., Ибраев Р.А., Беляев К.П. Усвоение данных наблюдений в модели динамики океана высокого пространственного разрешения с применением методов параллельного программирования // *Метеорология и гидрология.* 2016. № 7. С. 47–57.
15. Танажура К.А.С., Лима Л.Н., Беляев К.П. Усвоение аномалий уровня океана в гидродинамической модели НУСОМ по данным наблюдений со спутников в Атлантике // *Океанология.* 2015. Т. 55. № 5. С. 738-750.
16. Evensen G. *Data assimilation, the Ensemble Kalman Filter*, 2nd ed. – Berlin, Springer. 2009. 307 p.

17. Воеводин Вл.В., Жуматий С.А., Соболев С.И. и др. Практика суперкомпьютера «Ломоносов» // Открытые системы. 2012. № 7. С. 36-39.
18. Antonov J.I., Seidov D., Boyer T.P. et al. World Ocean Atlas 2009. Ed. S. Levitus. – Washington, U.S. Government Printing Office. 2010. 184 p.
19. Kalnay E. Atmospheric modeling, data assimilation and predictability. – New York, Cambridge University Press. 2002. 364 p.

## Оглавление

Введение .....	3
1. Модель океана и данные наблюдений .....	5
2. Обобщенный метод Калмана (GKF) и метод ансамблевой оптимальной интерполяции (EnOI) .....	7
3. Численные эксперименты и анализ результатов .....	9
3.1. Программная реализация алгоритма усвоения данных наблюдений .....	9
3.2. Постановка численных экспериментов .....	9
3.3. Анализ результатов .....	10
Заключение .....	15
Список литературы .....	15