



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 41 за 2018 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**Алямовский С.Н., Беляев М.Ю.,
Рулев Д.Н., Сазонов В.В.**

Уточнение индекса
геомагнитной
возмущенности по
измерениям орбиты
тестового спутника

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника / С.Н.Алямовский [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 41. 43 с. doi:[10.20948/prepr-2018-41](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-41)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-41>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

С.Н. Алямовский, М.Ю. Беляев, Д.Н. Рулёв, В.В. Сазонов

УТОЧНЕНИЕ ИНДЕКСА ГЕОМАГНИТНОЙ ВОЗМУЩЕННОСТИ
ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ОРБИТЫ ТЕСТОВОГО СПУТНИКА

Москва – 2018

Алямовский С.Н., Беляев М.Ю., Рулёв Д.Н., Сазонов В.В.

Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника

Описано применение данных измерений параметров орбитального движения простейшего тестового спутника для уточнения индекса геомагнитной возмущенности K_p . Тестовый спутник имеет форму сферы и постоянный баллистический коэффициент. Аппроксимация измерений параметров орбиты такого спутника решениями достаточно точных уравнений его движения позволяет уточнить индекс K_p в российской модели плотности атмосферы, используемой для расчета действующей на спутник силы аэродинамического сопротивления. Результаты такого подхода продемонстрированы при обработке данных измерений орбиты спутника «Сфера», запущенного с борта МКС в августе 2012г. Измерения выполнялись российскими средствами пассивной радиолокации несколько раз в сутки. Для сравнения использовались аналогичные данные, сформированные по двухстрочным элементам (TLE) орбиты этого спутника. Возможность уточнения K_p подтверждена также результатами статистического моделирования.

Ключевые слова: тестовый спутник, модель плотности атмосферы, индекс геомагнитной возмущенности, измерения параметров орбитального движения, обработка данных измерений

Alyamovski S.N., Belyaev M.Yu., Rulyov D.N., Sazonov V.V.

Refinement of the geomagnetic perturbation index by processing orbit measurements of a test satellite

We describe the refinement of the geomagnetic perturbation index K_p by processing radio tracking data of the orbital motion of a simplest test satellite. A test satellite has the shape of a sphere and a constant ballistic coefficient. Approximation of its orbital data by solutions of quite accurate motion equations allows specifying the index K_p in the atmospheric density model used to calculate the satellite aerodynamic drag. We demonstrate this approach by processing the data of the satellite Sphere launched from the ISS in August 2012. Orbit measurements were performed by the Russian means of passive radar system several times a day. For checking we also used orbital data generated by the two-line elements of the orbit of this satellite. Clarification of the approach is also confirmed by the results of statistical modeling.

Key words: test satellite, model of the atmosphere density, geomagnetic perturbation index, orbit measurements, measurement processing

1. Введение. Ниже описаны результаты космического эксперимента «Вектор-Т» [1], относящиеся к методике уточнения индекса геомагнитной возмущенности K_p , который используется в моделях плотности атмосферы. Этот индекс предлагается уточнять посредством определения движения низкоорбитального тестового спутника простейшей формы с постоянным баллистическим коэффициентом.

В 2012 г. был выполнен очередной этап эксперимента. Космонавтом МКС был отправлен в полет спутник в виде небольшой правильной сферы. Баллистический коэффициент спутника – отношение площади большого круга сферы к ее массе – точно известен: $0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. Спутник получил название «Сфера». Движение этого спутника определялось отечественными средствами пассивной радиолокации несколько раз в сутки. В результате обработки данных радиолокационных измерений определялись значения фазового вектора спутника в некоторые моменты времени. Эту работу выполнял МАК «Вымпел». Полученные данные передавались в РКК «Энергия» и ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для дальнейшей обработки, которая состояла в аппроксимации траекторных данных на отрезках времени длиной 2 сут с уточнением параметров, характеризующих сопротивление атмосферы в рамках российской модели ее плотности ГОСТ Р 25645.166-2004 [2]. Совокупность таких аппроксимаций на большом числе пересекающихся отрезков позволила реконструировать весь полет пробного спутника. Для сравнения аналогичные аппроксимации были построены на пересекающихся отрезках времени длиной около 2 сут, сформированных с использованием двухстрочных элементов (NORAD TLE).

Применялись два варианта аппроксимации траекторных данных. Первый вариант – традиционный. В нем на каждом двухсуточном отрезке наряду с начальными условиями движения уточнялся баллистический коэффициент «Сферы»; параметры модели атмосферы – индексы солнечной активности $F_{10.7}$, F_{81} и индекс геомагнитной возмущенности K_p – принимали реальные значения, устанавливаемые для обрабатываемого отрезка времени правилами ГОСТ. Полученные оценки баллистического коэффициента на разных интервалах заметно отличались. Во втором варианте баллистический коэффициент был фиксирован, индексы $F_{10.7}$, F_{81} принимали предписываемые ГОСТом значения, а индекс K_p служил уточняемым параметром. Статистическое моделирование и достаточно точное совпадение полученных оценок K_p с реальными данными показало эффективность второго варианта.

Получаемые результаты предполагается использовать следующим образом. В первом варианте посредством соотнесения найденного значения баллистического коэффициента с его истинным значением находился поправочный множитель для плотности атмосферы, рассчитываемой по принятой модели. Во втором варианте находилось подходящее значение индекса K_p . Зная такие поправки, можно уточнить решения ряда задач, в которых данная модель применяется. Разумеется, найденные поправки можно использовать только на том ин-

тервале времени, для которого они были определены. Кроме того, в случае со станцией надо потребовать, чтобы орбиты станции и «Сферы» были близки.

Результат определения движения «Сферы» радиотехническими (и другими) средствами зависит от принятой математической модели этого движения. Модель движения, используемая МАК «Вымпел», по принципиальным соображениям ее разработчиков была представлена только в самых общих чертах. В такой ситуации была согласована следующая форма передачи данных из МАК «Вымпел» в РКК «Энергия». Движение, найденное МАК «Вымпел» по радиолокационным измерениям одного сеанса (возможно, с учетом результатов обработки предыдущих сеансов), рассчитывалось с помощью принятой в этой организации модели на интервале времени двое суток. Фазовый вектор выдавался на этом интервале с шагом 5 мин. Каждому сеансу измерений соответствовал отдельный файл, содержащий 576 значений фазового вектора спутника в гринвичской системе координат. Всего примерно за три месяца полета спутника было получено 500 таких файлов.

Полученные данные согласовывались с математическими моделями, используемыми в РКК «Энергия» и ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Согласование выполнялось посредством аппроксимации данных «Вымпела» решениями дифференциальных уравнений, лежащих в основе этих моделей. Наилучшее согласование на двухсуточных интервалах достигнуто при использовании модели, в которой из возмущающих факторов учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывалась с точностью до членов порядка (8,8) включительно в разложении потенциала этого поля в ряд по шаровым функциям, плотность атмосферы рассчитывалась согласно модели [2], дифференциальные уравнения движения спутника записаны в гринвичской системе координат. В рамках такой модели среднеквадратические ошибки аппроксимации координат «Сферы» на интервале времени 2 сут в первые несколько суток полета составили около 20 м, затем ошибки возрастали и в конце полета составили более 500 м.

Для аппроксимации данных, сформированных по двухстрочным элементам, использовалась та же модель, что и в случае данных «Вымпела». Погрешность аппроксимации этих данных оказалась существенно больше, но оценки баллистического коэффициента и индекса K_p гораздо ближе к их реальным значениям.

2. Обработка траекторных данных на коротких отрезках времени с уточнением баллистического коэффициента. При обработке использовались уравнения движения спутника, записанные в гринвичской системе координат с учетом нецентральности гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы [3]. Неизвестные функции этих уравнений объединим в векторы $\mathbf{r} = (z_1, z_2, z_3)$, $\mathbf{v} = (\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3)$, где z_1, z_2, z_3 – гринвичские координаты спутника, $\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3$ – компоненты его скорости, точка над символом означает дифференцирование по времени t . Угловая скорость гринвичской системы считалась постоянной и направленной вдоль ее оси 3. Нецентральность поля учитывалась с точностью до членов порядка (8,8) включительно в разложении гравитацион-

ного потенциала Земли (модель EGM96) в ряд по шаровым функциям. Плотность атмосферы рассчитывалась согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Решения таких уравнений наиболее точно аппроксимируют траекторные данные «Вымпела» на отрезках времени 2 сут. Используемые в модели атмосферы индексы F , F_{81} и K_p на каждом двухсуточном интервале были постоянны. Значения индексов получались усреднением на этом интервале соответствующих суточных индексов (при вычислении K_p усреднялся индекс a_p). Рассматривались два набора индексов, взятые с двух сайтов в Интернете. Один из этих сайтов – celestrak.com, второй – сайт баллистического центра ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (ftp.kiam1.rssi.ru/pub/gps/solar/solarinex.txt). Индексы F , F_{81} на этих сайтах практически идентичны, а индексы K_p отличаются.

Посредством численного интегрирования уравнений движения спутника можно найти его фазовый вектор (\mathbf{r}, \mathbf{v}) в функции времени. Решение уравнений движения с начальными условиями $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$, $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$ обозначим $\mathbf{r} = \boldsymbol{\varphi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{v} = \boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, c)$. Здесь учтена зависимость решения от баллистического коэффициента спутника c . В уравнениях движения этот коэффициент является параметром.

Исходной информацией для определения движения спутника служили данные, предоставленные МАК «Вымпел». Эти данные представляют собой последовательность чисел

$$t_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n \quad (n=0, 1, 2, \dots, N), \quad t_{n+1} - t_n = 5 \text{ мин} \quad (1)$$

при $N = 576$. Как уже отмечалось, эти данные рассчитаны с помощью модели, о которой авторы данной работы не имеют детальных сведений. Данные (1) аппроксимировались решениями описанных выше уравнений движения, по результатам аппроксимации находился вектор параметров $\boldsymbol{\beta}$.

Задача отыскания аппроксимирующего решения решалась методом наименьших квадратов как задача обработки данных измерений. Предполагалось, что ошибки в измерениях координат и компонент скорости независимы и имеют нормальные распределения с нулевыми средними значениями. Стандартные отклонения ошибок координат (скоростей) одинаковы, но неизвестны. Стандартные отклонения ошибок координат обозначим σ , скоростей – σ/w , где $w = 1000$ с. Отыскание вектора $\boldsymbol{\beta}$, задающего аппроксимирующее эти измерения решение, сводилось к минимизации функционала

$$\Phi(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{n=0}^N \left\{ [\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\varphi}(t_n, \boldsymbol{\beta})]^2 + w^2 [\mathbf{v}_n - \boldsymbol{\psi}(t_n, \boldsymbol{\beta})]^2 \right\}. \quad (2)$$

Минимизация $\Phi(\boldsymbol{\beta})$ выполнялась методом Гаусса–Ньютона [4]. При сделанных допущениях оценка $\boldsymbol{\beta}_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному

значению β . Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычислялись по формулам

$$C_\beta = \left\| C_{ij} \right\|_{i,j=1}^7 = \sigma_*^2 B^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\beta_*)}{6N-1},$$

где B – вычисленная в точке β_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации Φ , $2B \approx \partial^2 \Phi(\beta_*) / \partial \beta^2$. Точность аппроксимации данных измерений найденным решением уравнений движения и точность определения этого решения обычно характеризуют стандартным отклонением ошибок измерений σ_* , стандартными отклонениями $\sigma_i = \sqrt{C_{ii}}$ ($i=1, 2, \dots, 7$) компонент вектора β_* и среднеквадратичными значениями рядов остатков

$$dr_n = |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\varphi}(t_n, \beta_*)|, \quad dv_n = |\mathbf{v}_n - \boldsymbol{\psi}(t_n, \beta_*)| \quad (n=0, 1, \dots, N). \quad (3)$$

Эти среднеквадратичные значения (СКО) обозначим соответственно s_r и s_v .

Диаграммы введенных рядов остатков, приведенные на рис. 1 и в верхней части рис. 2, характеризуют точность аппроксимации данных «Вымпела» в типичных ситуациях. Эти диаграммы представляют собой ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки (t_n, dr_n) , (t_n, dv_n) . Диаграммы построены для трех отрезков данных. Отрезок, представленный в верхней части рис. 1, описывает начало движения – это первый по времени отрезок из упомянутых выше 500 отрезков. Отрезки в нижней части рис. 1 и верхней части рис. 2 относятся к последней трети полета этого спутника («Сфера» вошла в плотные слои атмосферы 24.11.2012). В подписях к рисункам указаны: значения s_r , s_v , оценка баллистического коэффициента спутника c и рядом с ней в скобках стандартное отклонение этой оценки. Как видно из рисунков, погрешность аппроксимации данных (1) к концу полета увеличивалась. Возможно, это связано с уменьшением высоты орбиты и увеличением силы аэродинамического сопротивления, действующей на спутник, но могли быть и другие причины.

Чтобы проверить данные «Вымпела», аналогичное определение движения «Сферы» было выполнено по данным двухстрочных элементов (TLE). Данные подготавливались следующим образом. По двухстрочным элементам, относящимся к моменту времени t_a , посредством модели орбитального движения SGP4 [5] рассчитывались величины \mathbf{r}_n и \mathbf{v}_n в гринвичской системе координат для моментов времени $t_n = t_a + nh$, $h = 5$ мин, ($n = 0, 1, \dots, 40$). Из таких отрезков длиной 200 мин формировались более длинные отрезки длиной около 2 сут. Если короткие отрезки, порождаемые двухстрочными элементами, пересекались, то на пересечении брались более поздние данные. В результате получался набор данных вида (1), которые аппроксимировались описанным выше способом. Пример такой аппроксимации приведен в нижней части рис. 2. Содержащиеся там диаграммы остатков (3) организованы аналогично диаграммам остатков, полученных при обработке данных «Вымпела».

С помощью данных (1), сформированных по двухстрочным элементам, был реконструирован процесс отлета «Сферы» от МКС. Данные (1) были построены по двухстрочникам, полученным максимально близко к моменту ее отлета. Затем найденное решение было проинтегрировано назад за этот момент. Результат интегрирования представлен на рис. 3. На верхней части этого рисунка приведены графики зависимости от времени расстояния Δr между МКС и «Сферой» и модуля относительной скорости ΔV этих объектов. Моменту отлета отвечает точка глобального минимума функции $\Delta r(t)$. В нижней части рис. 3 приведены графики координат «Сферы» в орбитальной системе координат МКС. Индексами r , t и n обозначены соответственно координаты вдоль радиуса-вектора, вдоль трансверсали к орбите и вдоль нормали к плоскости орбиты. На рис. 4 приведены проекции траектории «Сферы» на координатные плоскости этой системы. Здесь изображена траектория после момента отлета. Точка отлета отмечена маркером.

3. Обработка траекторных данных всего полета. Описанным выше способом были обработаны первые 484 файла «Вымпела» с наиболее ранними измерениями. Оставшиеся 16 файлов относятся к концу полета; аппроксимация содержащихся в них данных выполнялась со значениями s_r в несколько км. Эти файлы в данной работе не рассматриваются. Результаты проделанной обработки приведены на рис. 5, 6. Маркерами здесь указаны значения величин s , s_r и s_v , отнесенные к средним точкам соответствующих двухсуточных временных интервалов. Для наглядности соседние по времени маркеры соединены отрезками прямых. Рис. 5 получен с использованием индексов F , F_{81} и K_p , взятых с сайта celestrak.com, рис. 6 построен с использованием индексов сайта ИПМ им. М.В. Келдыша РАН ([ftp.kiam1.rssi.ru/pub/gps/solar/solarinex.txt](ftp://kiam1.rssi.ru/pub/gps/solar/solarinex.txt)). Графики индексов приведены на рисунках.

Для сравнения расчеты, аналогичные представленным выше, были проведены для 90 отрезков времени, сформированных с использованием данных TLE и охватывающих первые 90 сут полета «Сферы». Формирование выполнялось следующим образом. Данные вида (1) вычислялись с шагом 5 мин на отрезке времени длиной 200 мин, середина которого отвечала одному из наборов TLE. Вычисления проводились с помощью модели SGP4 [5]. Из таких фрагментов данных, полученных по всем доступным наборам, составлялись файлы, каждый из которых охватывал примерно 2 сут полета.

Результаты обработки таких файлов представлены на рис. 7 – 9. Рис. 7 и 8 получены с использованием индексов с сайтов celestrak.com и ИПМ. При построении рис. 9 индексы F , F_{81} были взяты с сайта ИПМ, а индексы K_p вычислялись по индексам k_p , взятым с сайта wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/kp/index.html (World Data Center for Geomagnetism, Киото). Оценки баллистического коэффициента в этих случаях более стабильны и ближе к расчетному значению.

Заметим, что данные, сформированные по TLE, специальным образом не отбирались. Файлы для обработки формировались автоматически и практически не редактировались – только исключались пересечения в смежных кусках.

Поэтому при обработке некоторых отрезков СКО аппроксимации получились очень большими. Есть еще одно объяснение больших значений СКО s_r и s_v на рис. 7 – 9. Данные, полученные из двухстрочных элементов, гораздо ближе к реальным измерениям, чем данные «Вымпела». Аппроксимация последних – это согласование двух достаточно близких математических моделей. При точном совпадении моделей согласование должно быть абсолютно точным. В случае TLE практически аппроксимируются измерения, поэтому ошибки аппроксимации оказались намного больше.

На рис. 10 приведены графики минимальной и максимальной высот «Сферы» над поверхностью земного эллипсоида. График минимальной (максимальной) высоты представляет собой ломаную с вершинами в точках, абсциссы которых – середины двухсуточных временных интервалов, а ординаты – минимальные (максимальные) высоты спутника на этих интервалах. Обе высоты найдены по соответствующим аппроксимирующим решениям уравнений движения. Верхняя половина рис. 10 содержит графики, построенные по тем же решениям, которые были использованы при построении рис. 6. Графики в нижней половине рис. 10 получены по решениям, отраженным на рис. 9.

4. Аппроксимация траекторных данных с уточнением индекса геомагнитной возмущенности. Статистическое моделирование. Российский ГОСТ плотности атмосферы для баллистических расчетов [2] содержит три параметра: среднесуточное значение F индекса солнечной активности $F_{10.7}$, среднее взвешенное значение F_{81} индекса $F_{10.7}$ за предшествующие 81 сутки и среднесуточный индекс геомагнитной возмущенности K_p . Значения этих параметров по определенным правилам соотносятся с сутками, для которых вычисляется искомая плотность. Параметр F меняется существенно медленнее параметра K_p и достаточно точно прогнозируется. При статистической обработке траекторных измерений на интервале времени 1 – 2 сут его значение можно принять постоянным. Параметр K_p не только более изменчив, он еще и более огрублен. Изменение геомагнитной возмущенности во времени более точно характеризуется трехчасовыми индексами k_p , которые служат исходной информацией при вычислении K_p . Для расчетов повышенной точности следует использовать именно эти индексы.

Как показано в пп. 2, 3, если при сглаживании траекторных измерений «Сферы» уточнять ее баллистический коэффициент и назначать параметры F , F_{81} и K_p по правилам ГОСТ, то при обработке различных отрезков данных в оценках баллистического коэффициента получается большой разброс. Но баллистический коэффициент «Сферы» должен оставаться неизменным. В такой ситуации в качестве параметра согласования удобно использовать K_p , уточняя его на каждом отрезке траекторных данных наряду с начальным значением фазового вектора спутника. В данном пункте приводятся аргументы в пользу такого решения, полученные статистическим моделированием.

ГОСТ рекомендует придерживаться определенных правил при работе с индексами k_p . В программе интегрирования уравнений движения спутника зависимость этого индекса от времени следует задавать кусочно-постоянной функцией $\hat{k}_p(t)$, где t – время, с отрезками постоянства 3 ч и значениями, полученными сглаживанием измеренных величин k_p . При статистическом моделировании эта и некоторые другие рекомендации излишни. Зависимость k_p от времени представлялась кусочно-постоянной функцией в соответствии с данными измерений.

Применявшиеся уравнения движения спутника описаны в п. 2. Использовались две системы уравнений движения, отличающиеся только способами задания индексов k_p и K_p в формулах плотности атмосферы. Эти системы обозначим (I) и (II). Баллистический коэффициент спутника в обеих системах одинаков: $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. В процессе статистического моделирования системы многократно интегрировались на отрезке времени длиной 1 сут с началом в точке $t_0 = 09:31:41.066 \text{ UTC } 22.07.2012$.

Начальные условия для системы (I) во всех вариантах расчетов совпадали с фазовым вектором МКС в этой точке. В системе (I) использовался индекс k_p . В формулы расчета плотности атмосферы подставлялась кусочно-постоянная функция $k_p = \hat{k}_p(t)$ с интервалами постоянства $I_i = [t_0 + (i-1)\tau, t_0 + i\tau]$, где $\tau = 3 \text{ ч}$, $i = 1, 2, \dots, 8$ и $\hat{k}_p(t) \equiv k_p^{(i)}$ при $t \in I_i$. В качестве значений $k_p^{(i)}$ использовались упорядоченные по времени данные измерений трехчасового индекса k_p за 5 лет – с 01.01.1998 по 31.12.2002. Из этой совокупности данных выбирались подряд 8 значений k_p , которые использовались в качестве $k_p^{(i)}$ при задании функции $\hat{k}_p(t)$. Для каждой такой функции рассчитывалось решение системы (I), и вдоль него формировались траекторные данные (1) при $N = 288$. В результате была построена последовательность, содержащая 14601 вариант траекторий спутника. Соседним вариантам этой последовательности отвечали индексы k_p , сдвинутые на 3 ч, т.е. на одну позицию в упорядоченной совокупности $\{k_p\}$.

Каждый вариант построенных траекторных данных аппроксимировался решением системы (II). В этой системе использовался индекс K_p , который считался параметром и уточнялся в каждом варианте вместе с начальными условиями аппроксимирующего решения. Ниже найденное таким образом значение K_p обозначим \bar{K}_p , чтобы не путать его с одноименным реальным индексом. Опишем эту процедуру подробнее. Решение системы (II) с начальными условиями $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$, $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$ обозначим $\mathbf{r} = \boldsymbol{\varphi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{v} = \boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\beta})$, $\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \bar{K}_p)$. Задача отыскания решения, аппроксимирующего точки $(t_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n)$ сводилось к минимизации функционала (2).

Перед тем как привести результаты статистического анализа всей совокупности построенных аппроксимаций, рассмотрим результаты, получаемые при аппроксимации отдельных вариантов. Оценку $\beta_* = \arg \min \Phi$ в каждом варианте моделирования удобно характеризовать в терминах метода наименьших квадратов – ковариационной матрицей этой оценки C_β и оценкой стандартного отклонения единицы веса σ . Они вычислялись по формулам п. 2. Точность аппроксимации исходных данных найденным решением системы (II) и точность определения этого решения будем характеризовать величиной σ , стандартными отклонениями компонент β_* и среднеквадратичными значениями s_r, s_v рядов остатков (3).

Результаты, полученные для двух наборов величин $\{k_p^{(i)}\}_{i=1}^8$, приведены на рис. 11, 12 и в табл. 1. На рисунках изображены диаграммы рядов остатков (3). Эти рисунки утроены аналогично рис. 1, 2. В таблице приведены стандартные отклонения единицы веса σ и стандартные отклонения σ_j ($j = 1, 2, \dots, 7$) компонент вектора β_* . Диаграммы в верхних половинах рис. 11, 12 построены с использованием 8 начальных членов указанной выше совокупности значений $\{k_p\}$, диаграммы в нижних половинах этих рисунков построены с использованием членов с номером 893, ... 900. Соответствующие наборы $\{k_p^{(i)}\}$ приведены в подписях к рисункам. Первый набор отвечает слабым магнитным возмущениям, второй – достаточно сильным. Рис. 11 построен при $F = F_{81} = 100$, рис. 12 – при $F = F_{81} = 200$. Использованные значения F , F_{81} , а также полученные значения σ , s_r , s_v , \bar{K}_p и σ_7 приведены в подписях к рисункам. Стандартное отклонение σ_7 указано в скобках рядом с \bar{K}_p .

Анализ рисунков и таблицы показывает, что при разных значениях $F = F_{81}$ величины \bar{K}_p и σ_7 зависят только от наборов $\{k_p^{(i)}\}$. Как следовало ожидать, величина σ_7 , характеризующая точность определения \bar{K}_p , в случае возмущенной атмосферы оказалась больше (в два раза), чем в случае невозмущенной.

Таблица 1. Единица веса ошибок аппроксимации исходных данных и стандартные отклонения параметров сглаживающих решений системы (II).

№ рис.	σ	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7
	м				мм/с			
11 верх	3.63	0.15	0.46	0.33	0.42	0.23	0.35	0.0056
11 низ	14.6	0.62	1.9	1.3	1.7	0.92	1.4	0.011
12 верх	11.9	0.51	1.5	1.1	1.4	0.75	1.1	0.0056
12 низ	44.9	1.9	5.8	4.0	5.2	2.8	4.3	0.011

Перейдем к описанию результатов статистического анализа всей совокупности построенных аппроксимаций решений системы (I). В сжатом виде они представлены графиками на рис. 13 для $F = F_{81} = 100$ и на рис. 14 в случае $F = F_{81} = 200$. В верхних системах координат на этих рисунках зеленым цветом нанесены графики использованной совокупности значений $\{k_p\}$ без нескольких крайних членов, красным цветом нанесены графики полученных значений \bar{K}_p . Совокупность $\{k_p\}$ состоит из 14608 членов, значений \bar{K}_p получено 14601. На графиках значение k_p , характеризующее отрезок $[t_0 + (j-1)\tau, t_0 + j\tau]$, привязано к точке $t_0 + j\tau$. При построении зеленых графиков соседние по времени точки $(t_0 + j\tau, k_p)$, $j = 4, 5, \dots, 14604$, были соединены отрезками прямых. Значение \bar{K}_p , полученное с использованием функции $\hat{k}(t)$, определенной на отрезке $[t_0 + (j-4)\tau, t_0 + (j+4)\tau]$, привязано к точке $t_0 + j\tau$. Здесь также $j = 4, \dots, 14604$. По точкам $(t_0 + j\tau, \bar{K}_p)$ построены красные графики. Таким образом, вершины зеленых и красных графиков (ломаных) совпадают. Это дает возможность построить графики разности $\Delta = k_p - \bar{K}_p$. Они также изображены в верхней половине рис. 13, 14. В подписях к рисункам приведены средние значения $\langle \Delta \rangle$ разностей Δ и их среднеквадратичные отклонения от средних значений (СКО). В нижней части рис. 13, 14 приведены фрагменты графиков k_p и \bar{K}_p , изображенных в их верхней части. Они дают представление о детальной структуре последних. Функции $\hat{k}(t)$, использованные при построении рис. 11, 12, отвечают фрагментам этих графиков.

На рис. 15, 16, красным цветом изображены ломаные, иллюстрирующие полученные значения s_r и s_v . Значение s_r , найденное на отрезке $[t_0 + (j-4)\tau, t_0 + (j+4)\tau]$, изображается точкой $(t_0 + j\tau, s_r)$; соседние по времени точки соединяются отрезками прямых. Аналогичным образом представляются величины s_v . Зеленые графики на рис. 15, 16 изображают ломаные, описывающие максимальные значения остатков (3) на суточных отрезках: $m_r = \max dr_n$, $m_v = \max dv_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$). Эти ломаные построены тем же способом, что и ломаные для s_r и s_v . Различие между величинами m_r и s_r , и m_v и s_v велико, поэтому в данном случае полезно привести дополнительные характеристики.

Введем пороговые значения $dr_{0.75}$ и $dr_{0.90}$, имеющие следующий смысл: 75% остатков dr_n , но не более, удовлетворяют неравенству $dr_n \leq dr_{0.75}$, 90% остатков dr_n , но не более, удовлетворяют неравенству $dr_n \leq dr_{0.90}$. Аналогичным образом в случае ряда остатков dv_n определяются пороговые значения $dv_{0.75}$ и $dv_{0.90}$. Для данных, представленных на рис. 15, 16, такие пороговые значения представлены в табл. 2.

Таблица 2. Пороговые значения остатков dr_n и dv_n

№ рис.	$dr_{0.75}$, м	$dr_{0.90}$, м	$dv_{0.75}$, мм/с	$dv_{0.90}$, мм/с
15	6.5	9.9	6.2	9.3
16	21.3	32.0	20.1	30.2

Из этой таблицы следует, что доля не очень точных аппроксимаций среди всей их совокупности невелика.

Найденные посредством сглаживания (фактически посредством специального усреднения) значения \bar{K}_p интересно сравнить с реальными значениями K_p , которые получены обычным усреднением. Обычное усреднение выполняется так. Собранные в течение суток восемь значений индекса k_p пересчитываются в значения индекса a_p ; вычисляется среднее арифметическое полученных a_p ; затем это среднее арифметическое пересчитывается назад в индекс k_p , обозначаемый теперь K_p . Такой пересчет был сделан для рассматриваемой совокупности $\{k_p\}$. Началом первых суток считался момент t_0 , началом вторых – момент $t_0 + \tau$, началом третьих – момент $t_0 + 2\tau$ и т.д. Вычисленные на отрезке $[t_0 + (j-4)\tau, t_0 + (j+4)\tau]$ значения K_p и \bar{K}_p привязывались к точке $t_0 + j\tau$, $j = 4, 5, \dots, 14604$. Полученные результаты представлены на рис. 17, 18. Выбор значений параметров F , F_{81} здесь такой же, как на рис. 15, 16. В верхних половинах рис. 17, 18 приведены три графика: график K_p , график \bar{K}_p и график разности $\Delta' = K_p - \bar{K}_p$. Все графики представляют собой ломаные описанного выше типа. В данном случае графики K_p и \bar{K}_p даны по отдельности, поскольку при выбранном масштабе рисунков они практически не различимы. В подписях к рисункам 17, 18 приведены средние значения разностей $\langle \Delta' \rangle$ и их СКО от средних значений. В нижних половинах рис. 17, 18 приведены фрагменты графиков K_p и \bar{K}_p , изображенных в соответствующих верхних половинах. Они дают представление о детальной структуре последних. Как видим, имеет место достаточно точное совпадение.

Результаты вычислений \bar{K}_p интересно сравнить с непосредственным усреднением индексов k_p . Такое усреднение выполнялось так. Для каждого $j = 4, 5, \dots, 14604$ вычислялось среднее арифметическое величин k_p , относящихся к отрезкам I_i ($i = j-3, j-2, \dots, j+4$), результат обозначался $\langle k_p \rangle_8$ и привязывался к точке $t_0 + j\tau$. Сопоставление величин $\langle k_p \rangle_8$ и \bar{K}_p приведено на рис. 19, 20. Рисунки организованы аналогично рис. 17, 18. В частности, здесь такой же выбор значений параметров F , F_{81} . Из рисунков видно, что совпадение величин $\langle k_p \rangle_8$ и \bar{K}_p получилось даже более точным, чем величин K_p и \bar{K}_p .

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что на непродолжительных интервалах времени вместо баллистического коэффициента можно использовать в качестве параметра согласования индекс K_p в модели атмосферы.

5. Обработка траекторных данных на коротких отрезках времени с уточнением индекса геомагнитной возмущенности. В этом способе обработки баллистический коэффициент c фиксирован. Уточняемым параметром модели является индекс K_p . Такое предположение оправдано тем, что баллистический коэффициент «Сферы» должен оставаться неизменным в течение всего полета (полагаем, что до входа в плотные слои атмосферы она не разрушилась), и тем, что индекс геомагнитной возмущенности K_p определяется приближенно. В новом способе траекторные данные (1) аппроксимируются решениями системы (II) из предыдущего пункта. Вектор параметров решений этой системы имеет вид $\beta = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \bar{K}_p)$. Обработка данных (1) сводилась к минимизации функционала (2) по новому вектору β .

Примеры аппроксимаций измерений (1) при таком выборе аппроксимирующего решения уравнений движения приведены на рис. 21, 22. Эти рисунки аналогичны рис. 1, 2, и на них представлены те же отрезки данных. Только в подписях к рисункам вместо баллистического коэффициента приведена оценка \bar{K}_p индекса K_p , рядом с ним в скобках указано стандартное отклонение этой оценки. Рисунки получены при $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. По-видимому, все же баллистический коэффициент «Сферы» был несколько больше, поскольку оценки \bar{K}_p на рис. 21, 22 слишком велики – этот индекс не может превышать 9.

Если используемое значение c несколько увеличить (отношение площади миделевого сечения спутника к его массе рекомендуют увеличивать на $5 \div 10\%$), то оценки \bar{K}_p уменьшатся. Это – свойство принятой модели атмосферы. Например, при $c = 0.028 \text{ м}^2/\text{кг}$ имеем:

для данных на рис. 21 (вкрх) $\bar{K}_p = 1.683 (0.00025)$, $s_r = 22.7 \text{ м}$, $s_v = 24.4 \text{ мм/с}$;

для данных на рис. 21 (низ) $\bar{K}_p = 8.477 (0.00019)$, $s_r = 176 \text{ м}$, $s_v = 130 \text{ мм/с}$;

для данных на рис. 22 (верх) $\bar{K}_p = 7.970 (0.00018)$, $s_r = 258 \text{ м}$, $s_v = 185 \text{ мм/с}$.

Как видим, точность аппроксимации изменилась незначительно, а оценки индекса K_p изменились заметно. Аналогичным образом ведет себя аппроксимация данных (1), полученных из двухстрочных элементов.

6. Обработка траекторных данных всего полета с уточнением индекса геомагнитной возмущенности. Результаты обработки данных «Вымпела», относящихся ко всему полету (за исключением нескольких последних суток), приведены на рис. 23. Здесь в виде ломаных изображены графики индекса \bar{K}_p и среднеквадратичных отклонений s_r , s_v . В верхней половине рисунка приведены результаты, полученные при $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$, в нижней половине – резуль-

таты для $c = 0.032 \text{ м}^2/\text{кг}$. В обоих вариантах были использованы реальные данные F, F_{81} . Во втором варианте баллистический коэффициент был несколько увеличен по сравнению с его расчетным значением, чтобы почти все значения \bar{K}_p попали в отрезок допустимых значений [0, 9].

Для сравнения аналогичные расчеты были проведены для 90 отрезков времени, сформированных по данным TLE. Полученные результаты представлены на рис. 24. В верхней половине рисунка приведены результаты для $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$, в нижней половине – результаты для $c = 0.027 \text{ м}^2/\text{кг}$.

Сравнение оценок \bar{K}_p , полученных при $c = 0.027 \text{ м}^2/\text{кг}$, с реальными индексами k_p и K_p дано на рис. 25. В верхней половине рисунка сравниваются индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график). В его нижней половине сравниваются параметр \bar{K}_p (красный график) и индекс K_p (зеленый график). Найденные значения \bar{K}_p отмечены маркерами. В самом низу рисунка изображен график разности $K_p - \bar{K}_p$. Как видно из рисунка, налицо достаточно хорошее совпадение \bar{K}_p и K_p . В случае $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$ совпадение выглядит хуже.

Тем не менее, отличие между индексами \bar{K}_p и K_p на рис. 25 все же есть. Его можно объяснить тем, что аппроксимация выполнялась на отрезках времени длиной около 2 сут. Обнадешивающие результаты статистического моделирования в п. 4 были получены для отрезков длиной 1 сут. Если сократить отрезки с данными TLE до 1 сут (аппроксимировались данные, содержащиеся в первых сутках каждого отрезка), то получим результаты, представленные на рис. 26, 27. Эти рисунки организованы аналогично рис. 24 и 25 соответственно. В данном случае совпадение \bar{K}_p и K_p оказалось гораздо более точным. В целом уменьшились и значения s_r, s_v .

Хорошее совпадение величин \bar{K}_p и K_p свидетельствует о перспективности намеченного пути калибровки математических моделей и алгоритмов, используемых при расчете плотности атмосферы в задачах определения и прогноза движения космических аппаратов на низких околоземных орбитах.

Литература

1. Алямовский С.Н., Беляев М.Ю., Рулев Д.Н, Сазонов В.В., Тарасова М.М. Сферические спутники – от начала космической эры до современных экспериментов // Космическая техника и технологии. 2017. № 4(19). С. 5-14.
2. ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. М: ИПК Издательство стандартов, 2004.

3. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса "Салют-6"-
"Союз" - "Прогресс". М.: Наука, 1985.
4. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.
5. Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for propagation of NORAD element sets.
1988. Spacetrack report No. 3.

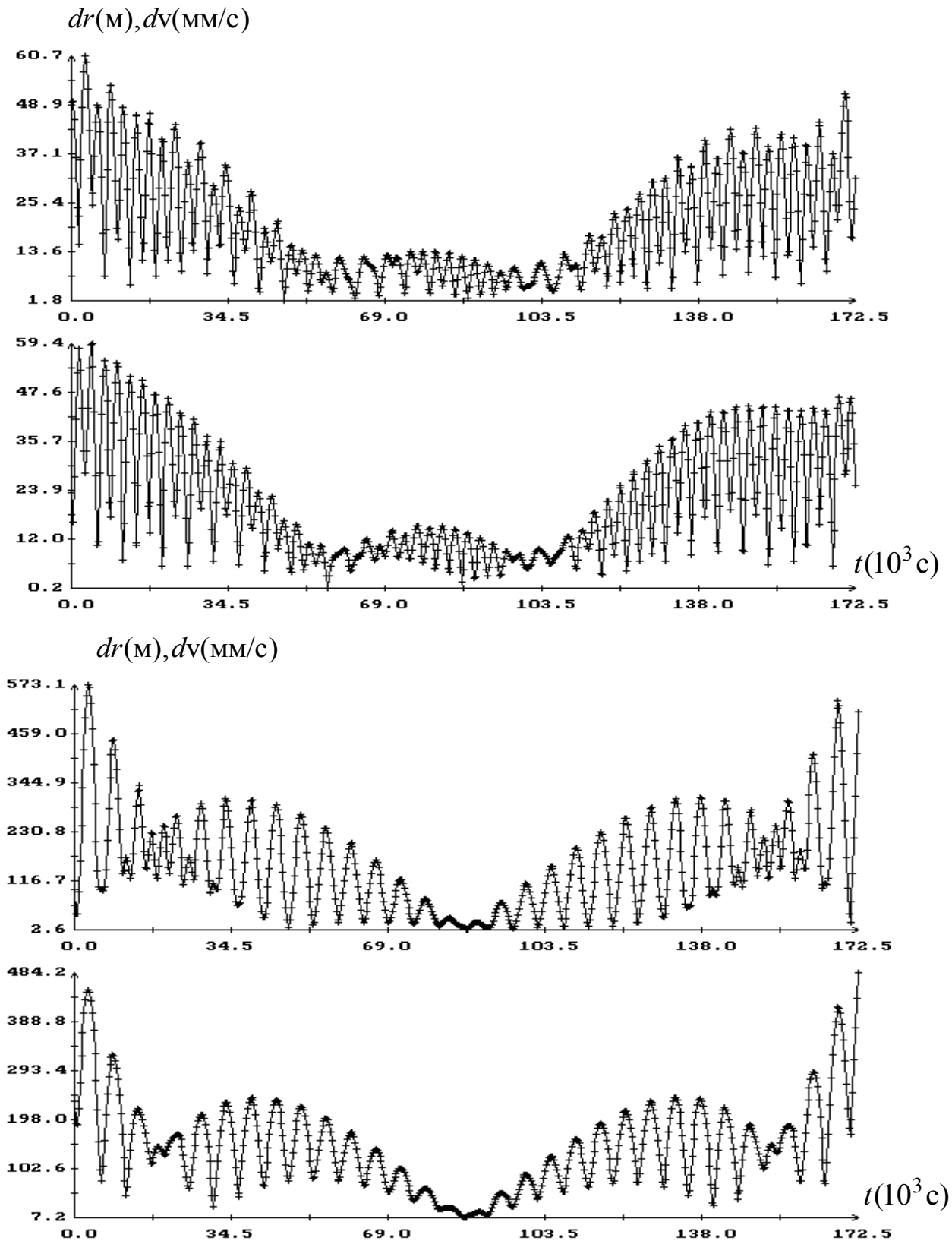


Рис. 1. Диаграммы остатков сглаживающего решения дифференциальных уравнений движения КА. Вверху – момент $t=0$ соответствует 10:15:51 UTC 21.08.2012, $s_r = 23.1$ м, $s_v = 24.6$ мм/с, $c = 0.034623$ ($1.4 \cdot 10^{-6}$) м²/кг. Внизу – момент $t = 0$ соответствует 10:12:16 UTC 21.10.2012, $s_r = 187$ м, $s_v = 167$ мм/с, $c = 0.066829$ ($2.4 \cdot 10^{-6}$) м²/кг.

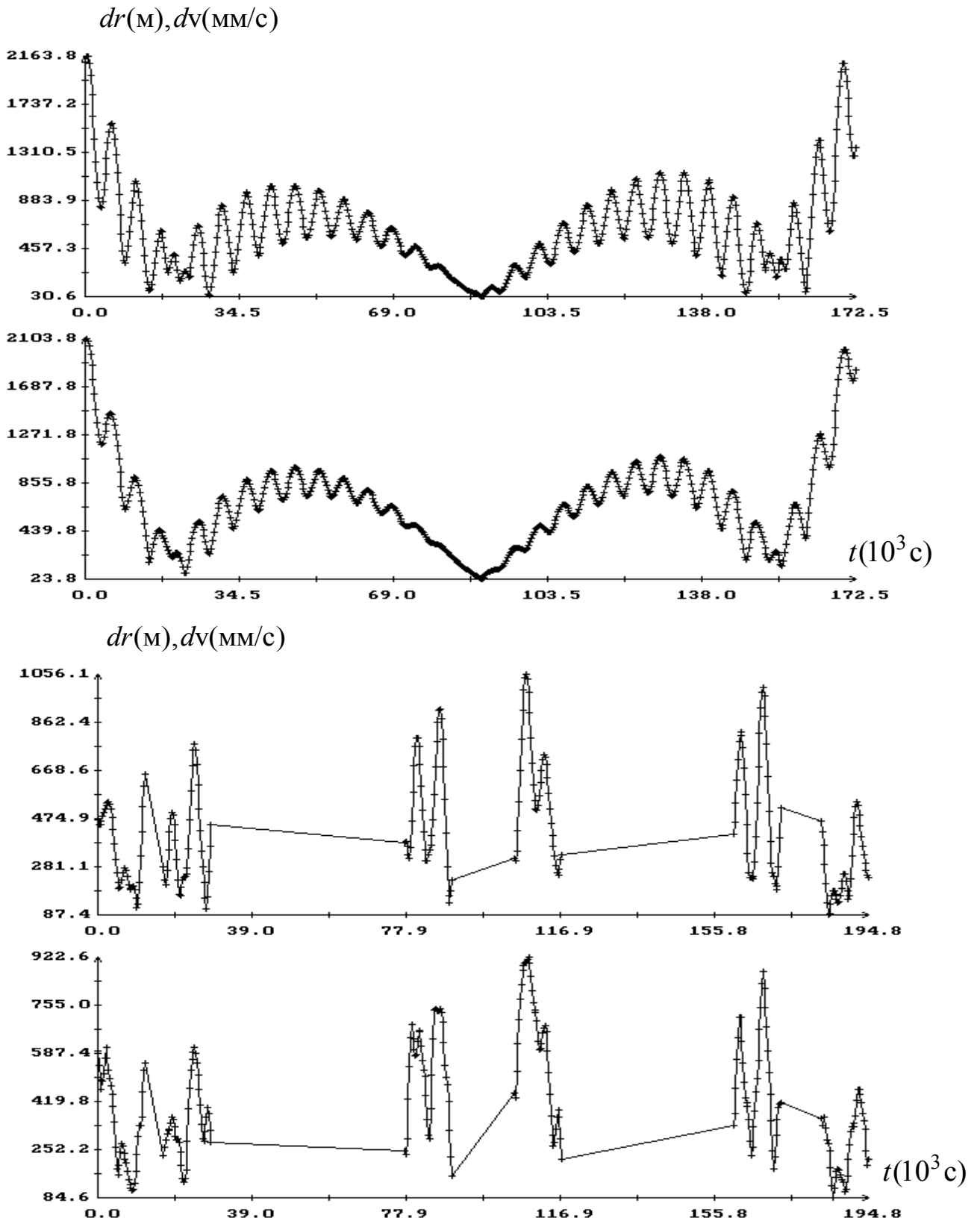


Рис. 2. Диаграммы остатков сглаживающего решения дифференциальных уравнений движения КА. Вверху – момент $t=0$ соответствует 01:04:11 UTC 09.11.2012, $s_r = 733$ м, $s_v = 781$ мм/с, $c = 0.06809$ ($6.1 \cdot 10^{-6}$) м²/кг. Внизу $t=0$ соответствует 15:07:42 UTC 10.09.2012, $s_r = 495$ м, $s_v = 475$ мм/с, $c = 0.02639$ ($2.0 \cdot 10^{-5}$) м²/кг.

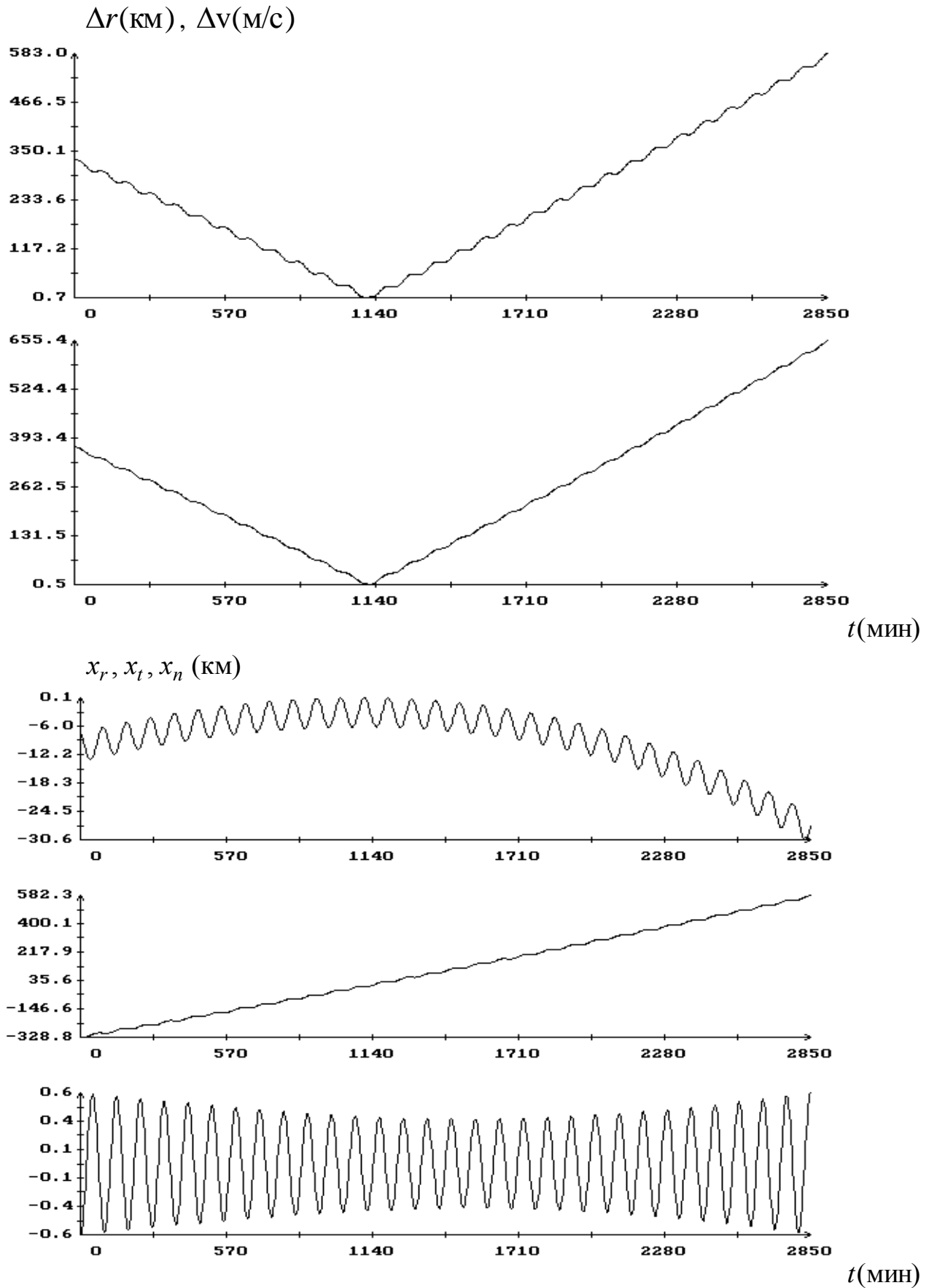


Рис. 3. Движение «Сферы» в орбитальной системе координат МКС при отлете. Момент $t = 0$ соответствует 00:00:00 UTC 20.08.2012. Момент запуска 18:19:49 UTC, $\min \Delta r = 695 \text{ м}$.

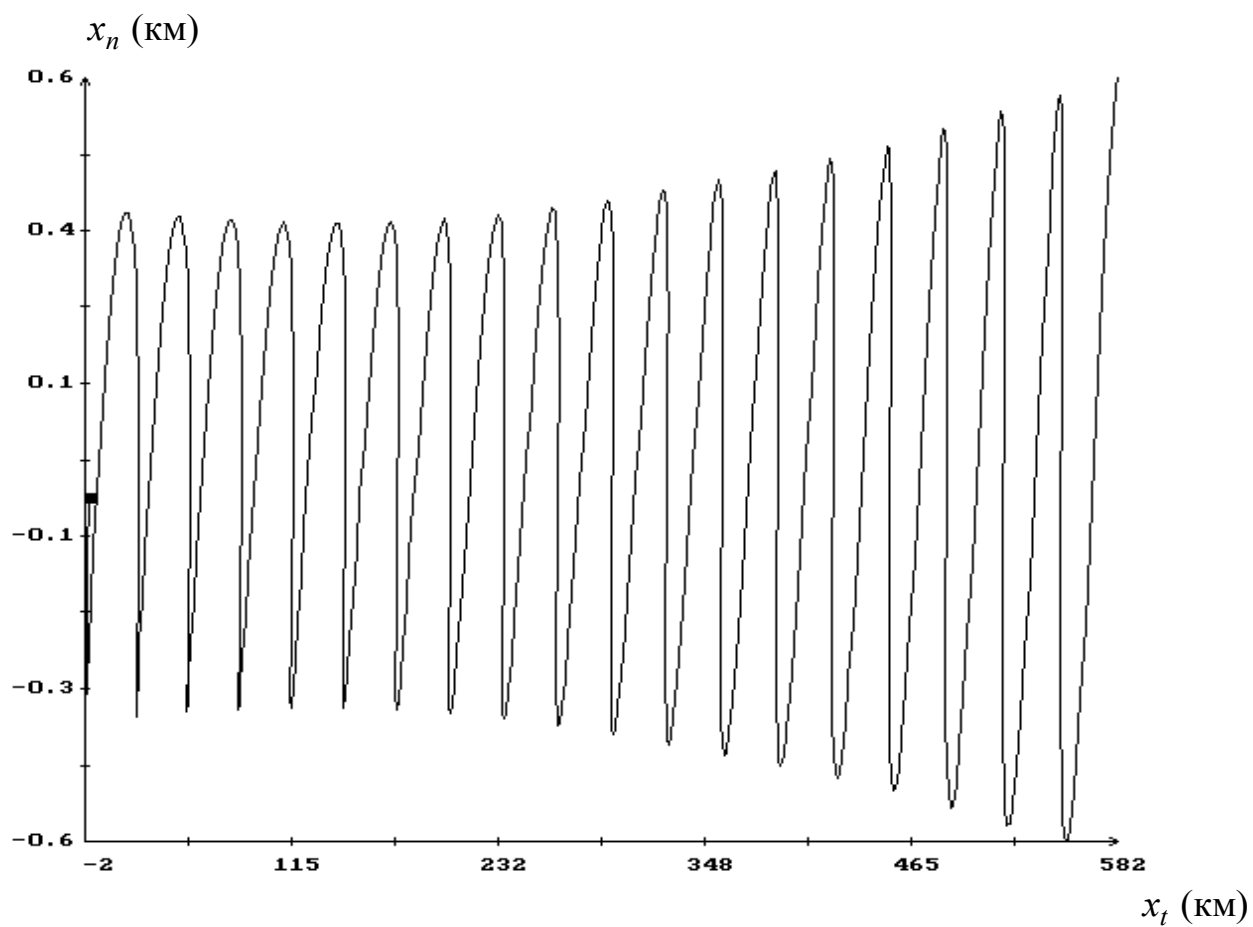
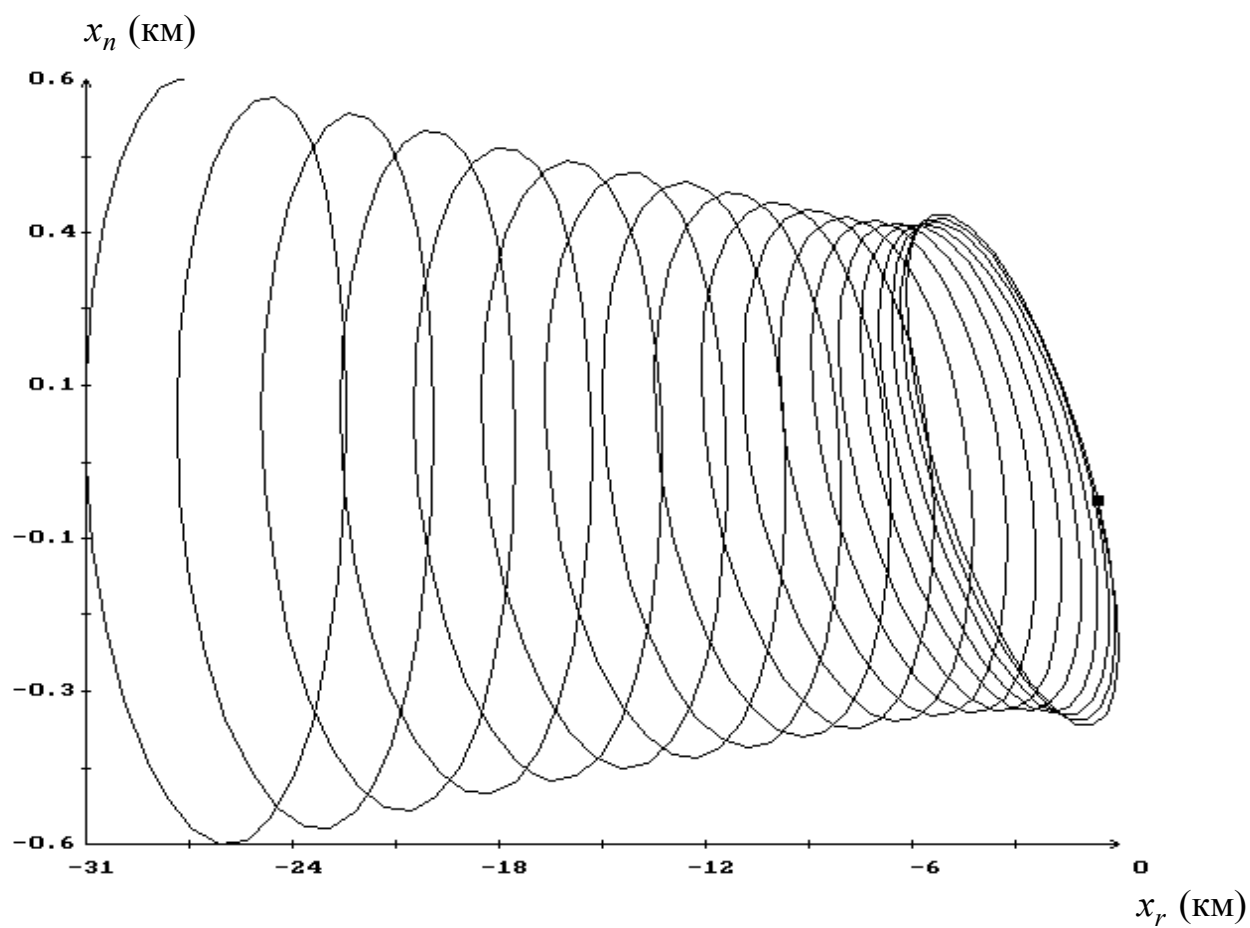


Рис. 4. Начало движения «Сферы» в орбитальной системе координат МКС.

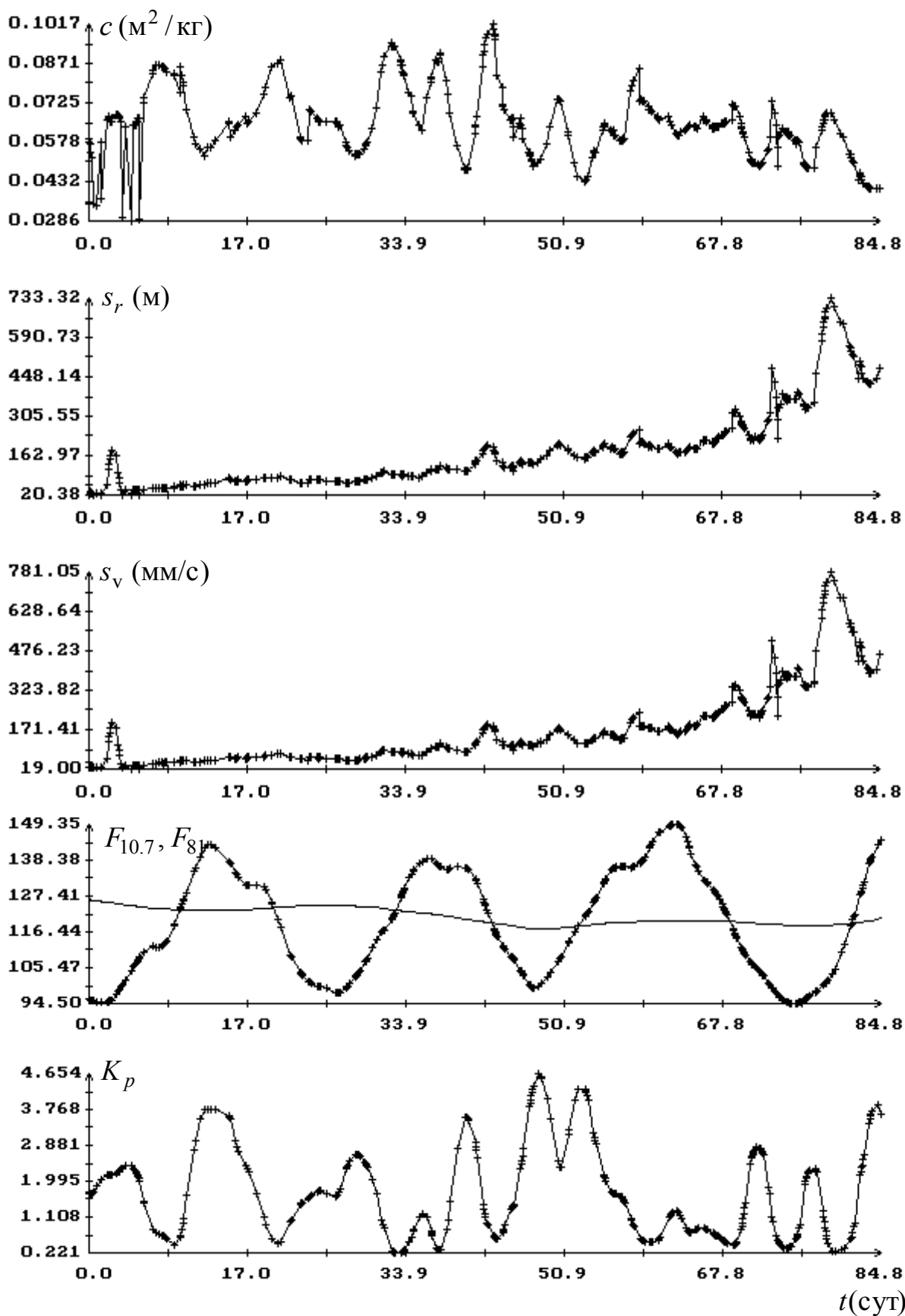


Рис. 5. Результаты обработки российской баллистической информации. Индексы в модели атмосферы взяты с сайта celestrak.com; $med\ c = 0.0645$ (0.0138) $M^2/кг$, $\langle c \rangle = 0.0654$ (0.0138) $M^2/кг$.

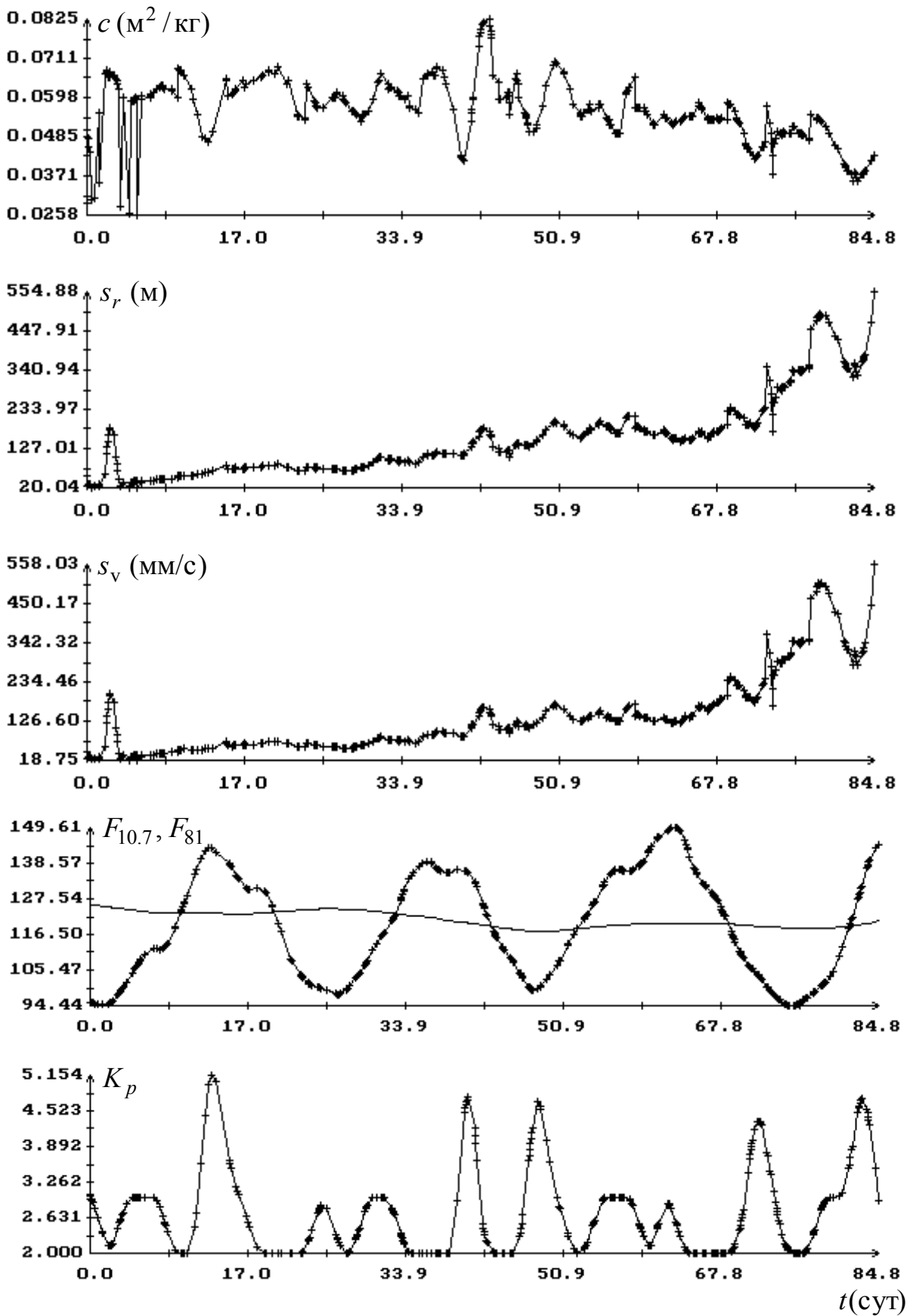


Рис. 6. Результаты обработки российской баллистической информации. Индексы модели атмосферы взяты с сайта ИПМ им. М.В. Келдыша РАН; $\text{med } c = 0.0570(0.0090) M^2/кг$, $\langle c \rangle = 0.0566(0.0090) M^2/кг$.

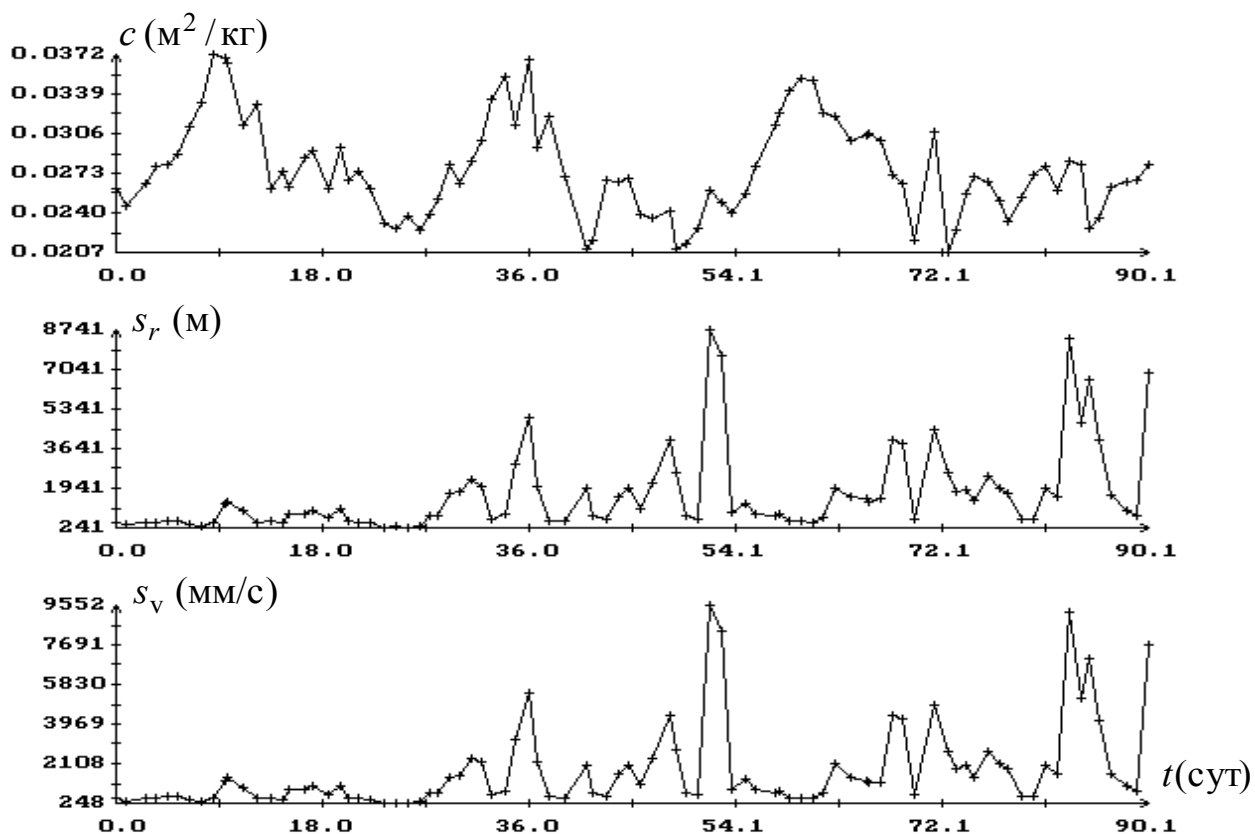


Рис. 7. Результаты обработки TLE. Индексы в модели атмосферы взяты с сайта celestrak.com, $\text{med } c = 0.0272$ (0.0041) $\text{M}^2/\text{КГ}$, $\langle c \rangle = 0.0278$ (0.0040) $\text{M}^2/\text{КГ}$.

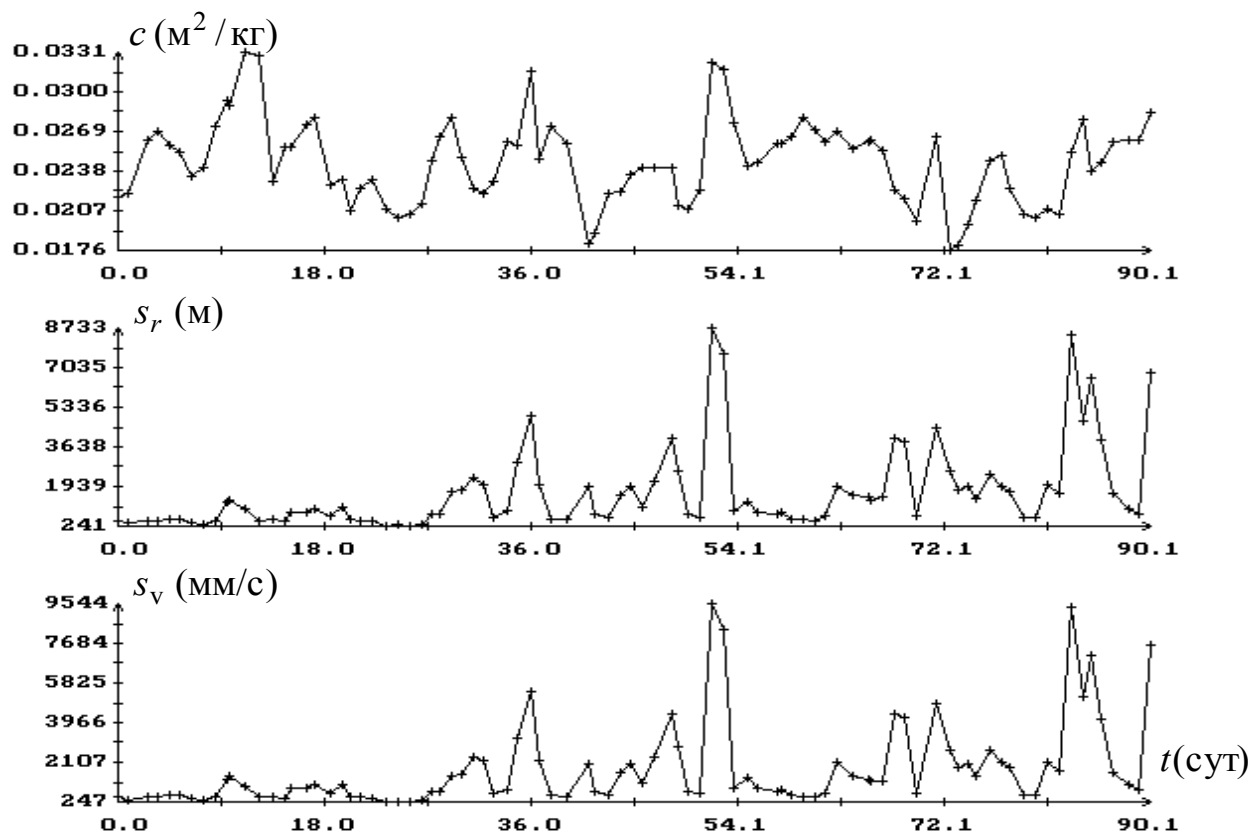


Рис. 8. Результаты обработки TLE. Индексы в модели атмосферы взяты с сайта ИПМ, $\text{med } c = 0.0247$ (0.0032) $\text{M}^2/\text{КГ}$, $\langle c \rangle = 0.0246$ (0.0032) $\text{M}^2/\text{КГ}$.

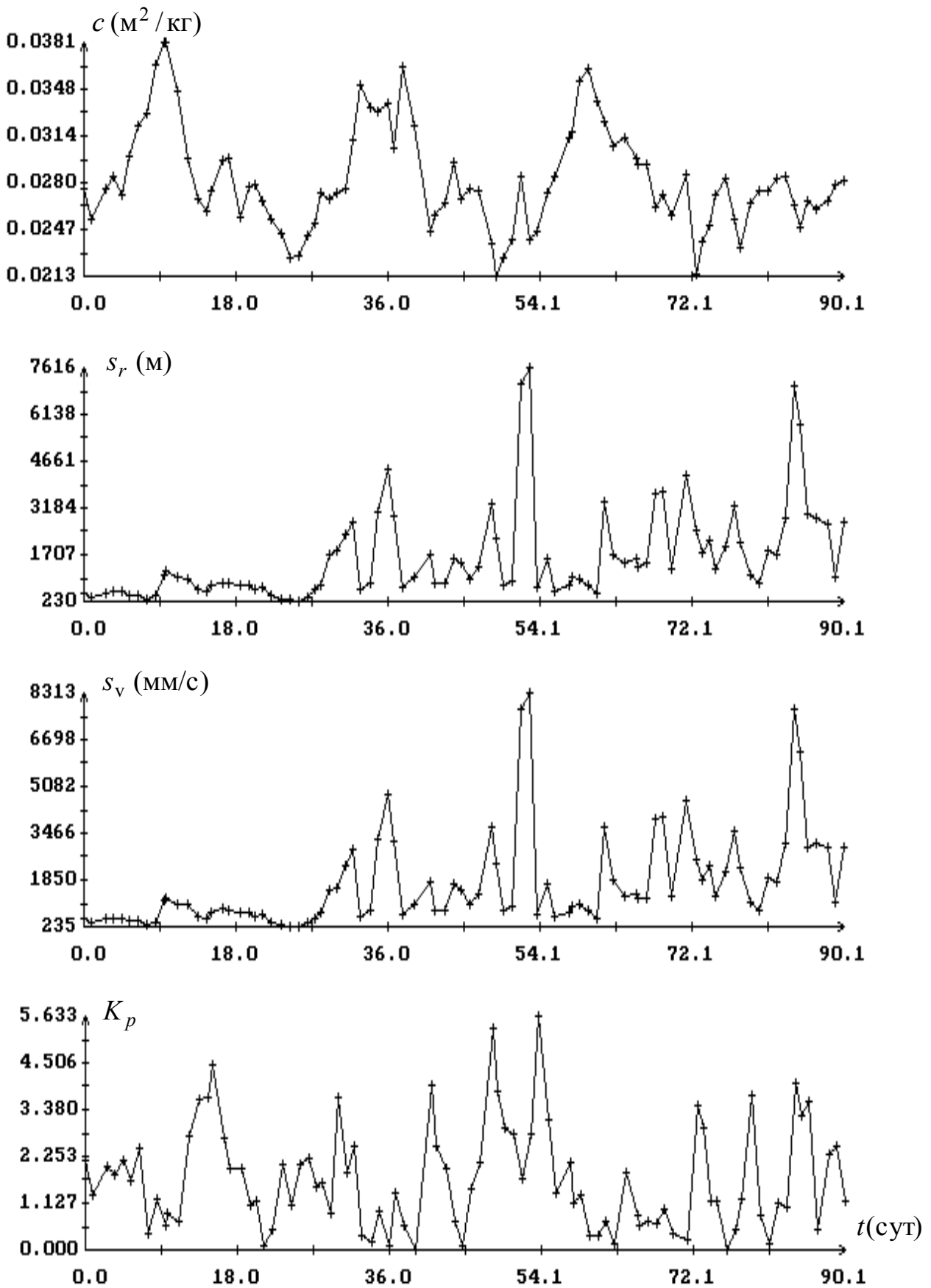


Рис. 9. Результаты обработки TLE; (а) индексы в модели атмосферы взяты с сайта в Киото; $med c = 0.0243$ (0.0042) $M^2/кг$, $\langle c \rangle = 0.0280$ (0.0042) $M^2/кг$.

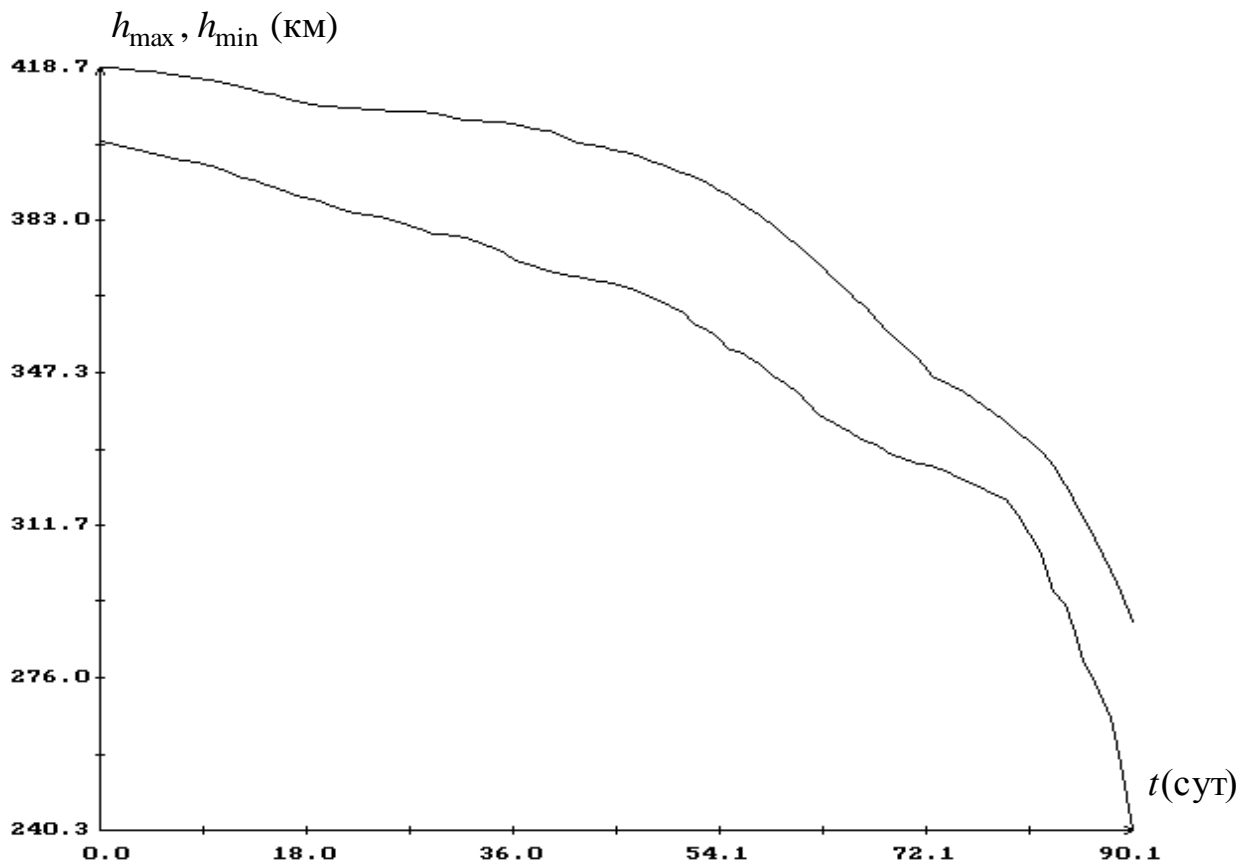
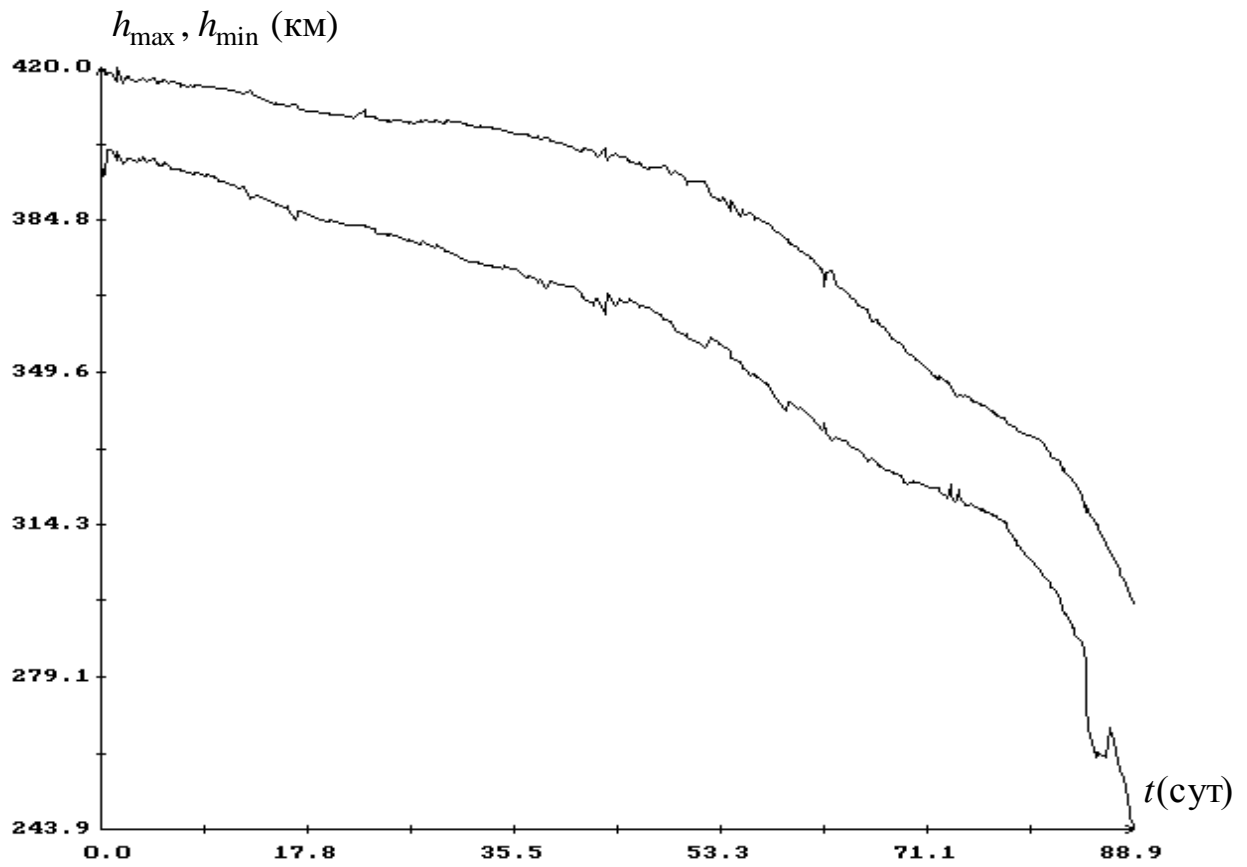


Рис. 10. Снижение «Сферы»; сверху – результаты обработки российской баллистической информации, внизу – результаты обработки TLE с использованием индекса геомагнитной возмущенности из Киото.

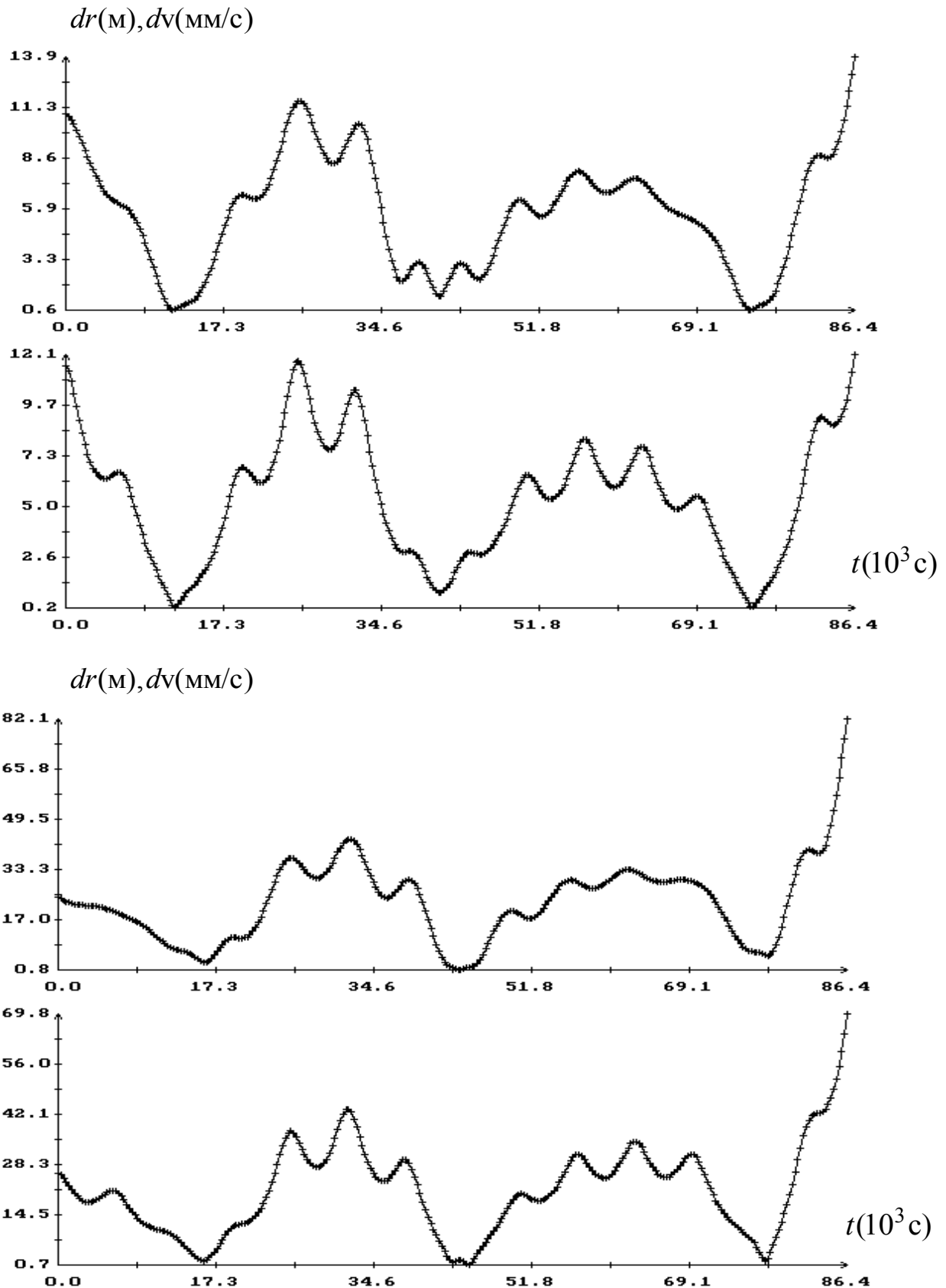


Рис. 11. Диаграммы остатков сглаживающего решения системы (II) при $F = F_{81} = 100$. Вверху — $\{k_p\} = (2, 4, 8, 2, 2, 2, 1, 2)/3$, $\bar{K}_p = 1.101(0.0056)$, $\sigma = 3.63$ м, $s_r = 6.46$ м, $s_v = 6.11$ мм/с. Внизу — $\{k_p\} = (18, 18, 26, 25, 17, 18, 11, 7)/3$, $\bar{K}_p = 6.886(0.011)$, $\sigma = 14.6$ м, $s_r = 25.98$ м, $s_v = 24.48$ мм/с.

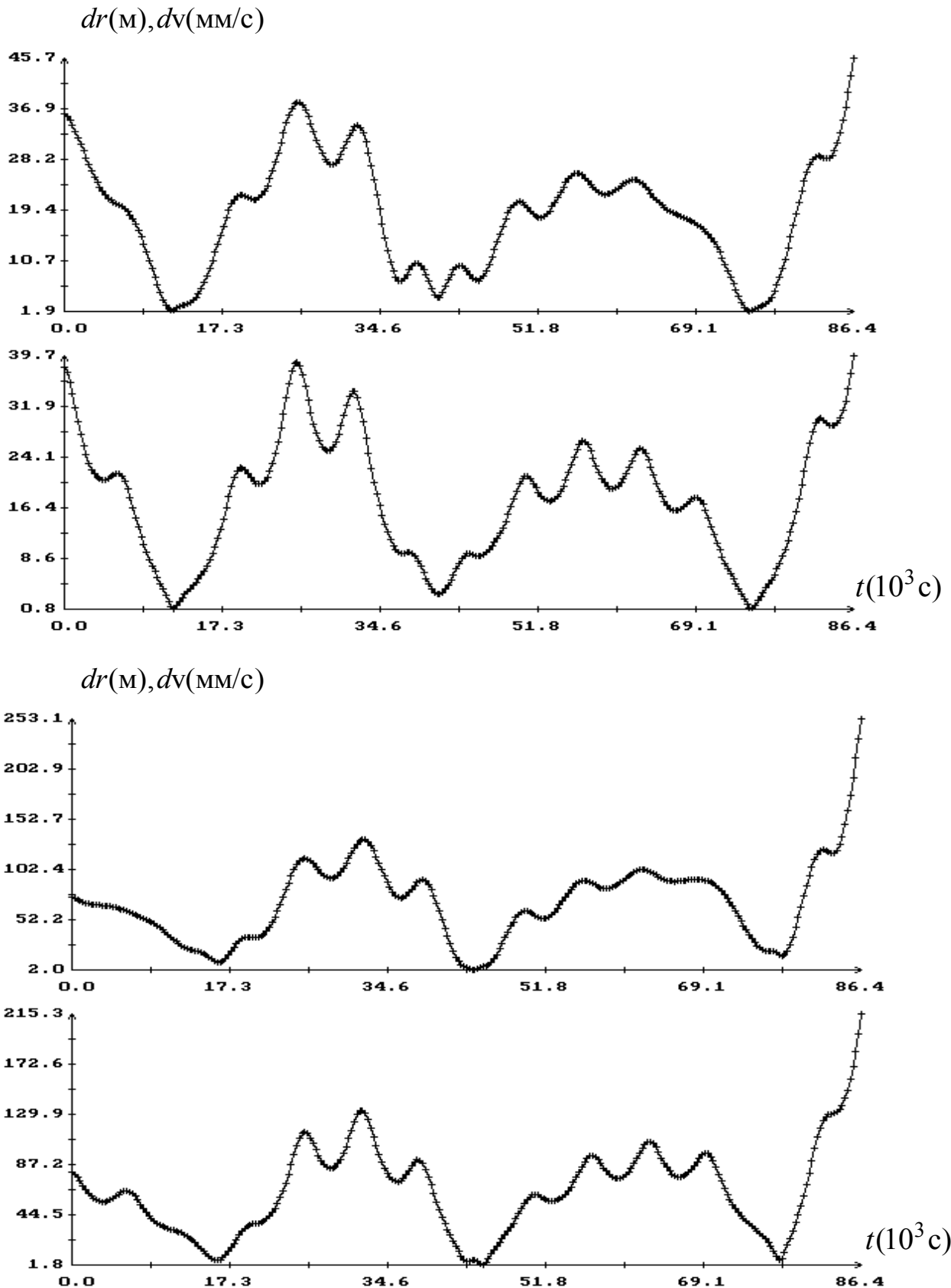


Рис. 12. Диаграммы остатков сглаживающего решения системы (II) при $F = F_{81} = 200$. Вверху — $\{k_p\} = (2, 4, 8, 2, 2, 2, 1, 2)/3$, $\bar{K}_p = 1.098(0.0056)$, $\sigma = 11.9$ м, $s_r = 21.19$ м, $s_v = 20.05$ мм/с. Внизу — $\{k_p\} = (18, 18, 26, 25, 17, 18, 11, 7)/3$, $\bar{K}_p = 6.875(0.011)$, $\sigma = 44.9$ м, $s_r = 79.89$ м, $s_v = 75.28$ мм/с.

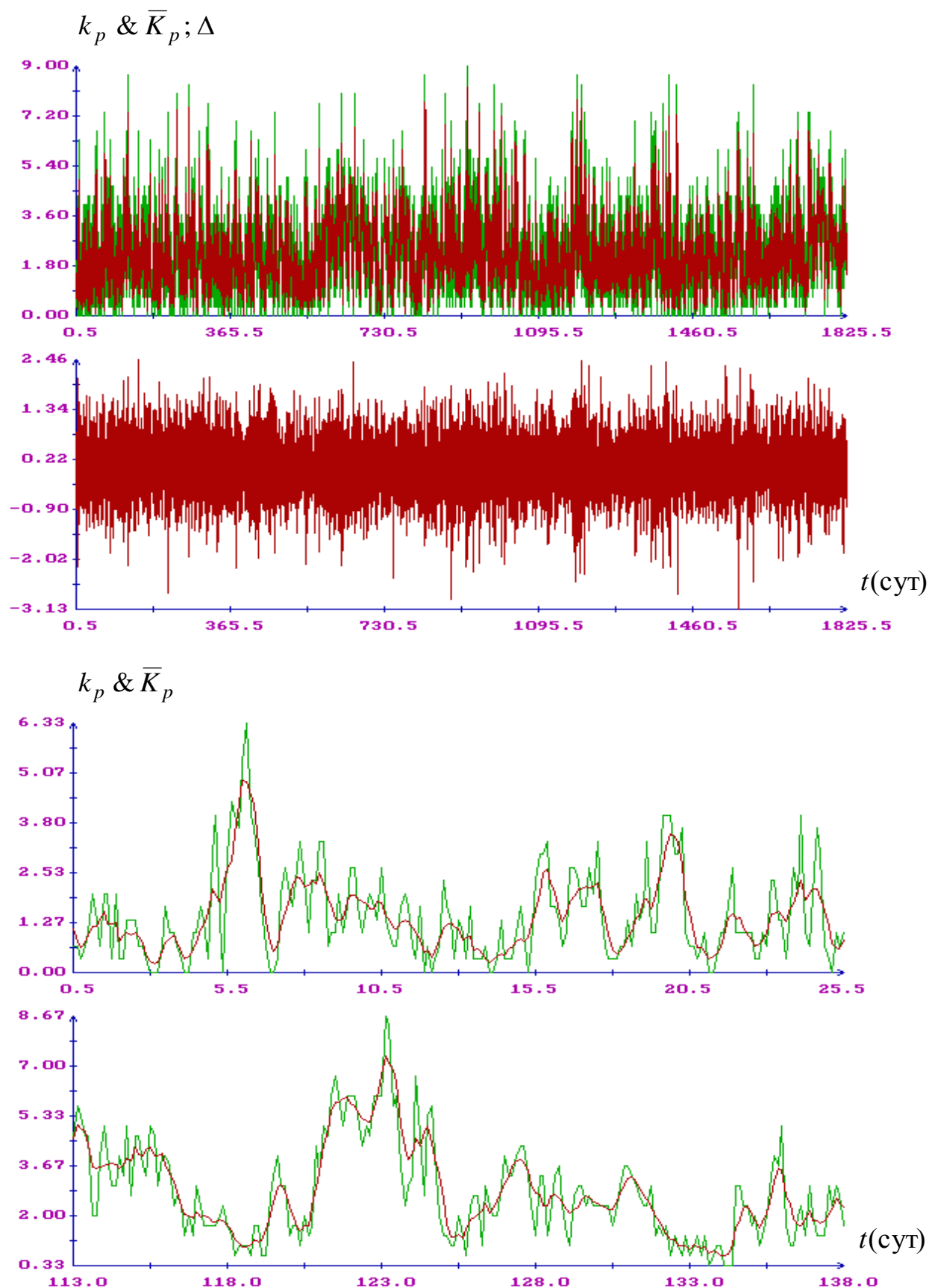


Рис. 13. $F = F_{81} = 100$. Вверху – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график), разность $\Delta = k_p - \bar{K}_p$, $\langle \Delta \rangle = -0.0047$, $\text{СКО}(\Delta) = 0.64$. Внизу – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

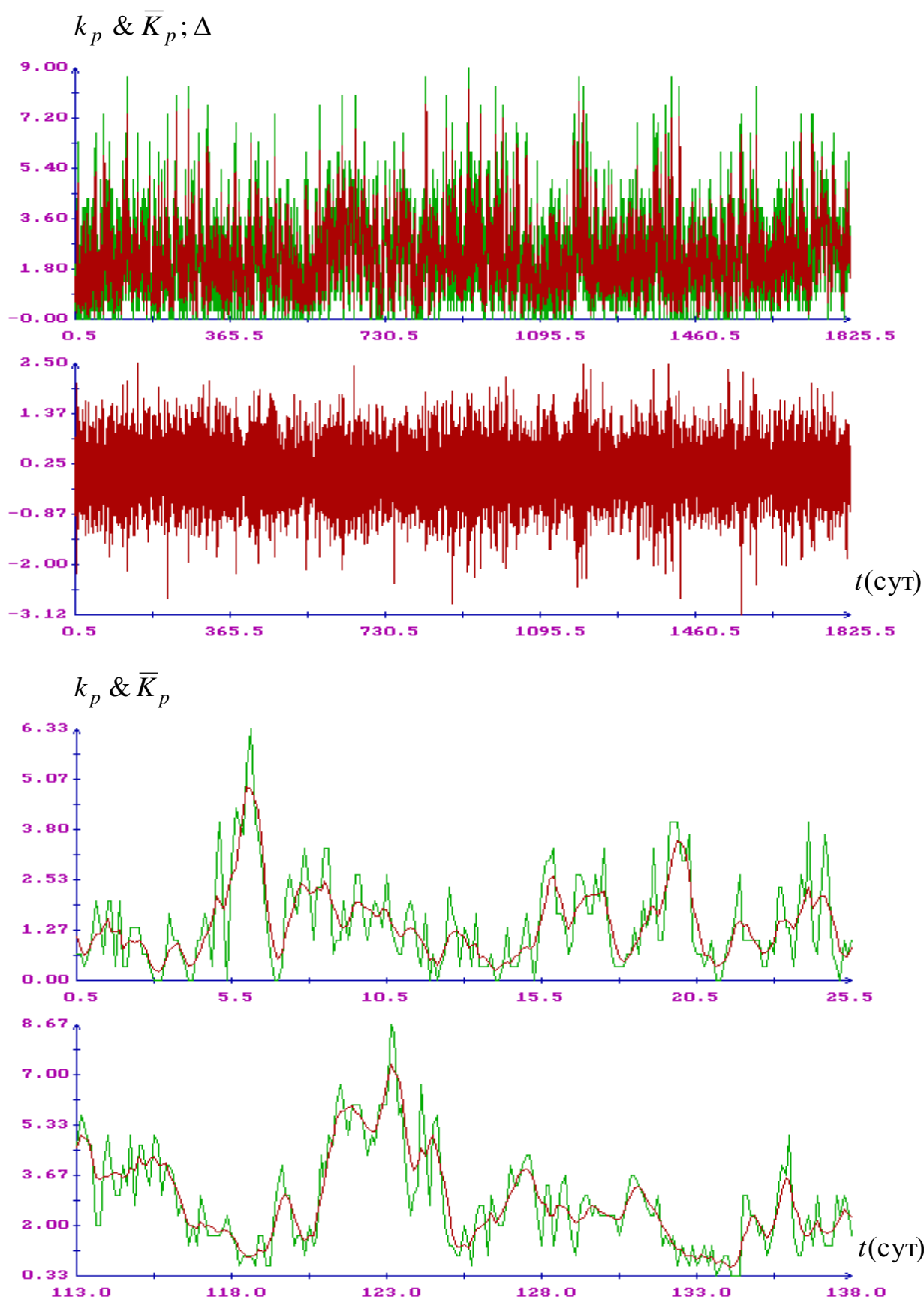


Рис. 14. $F = F_{81} = 200$. Вверху – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график), разность $\Delta = k_p - \bar{K}_p$, $\langle \Delta \rangle = -0.0029$, $\text{СКО}(\Delta) = 0.58$. Внизу – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

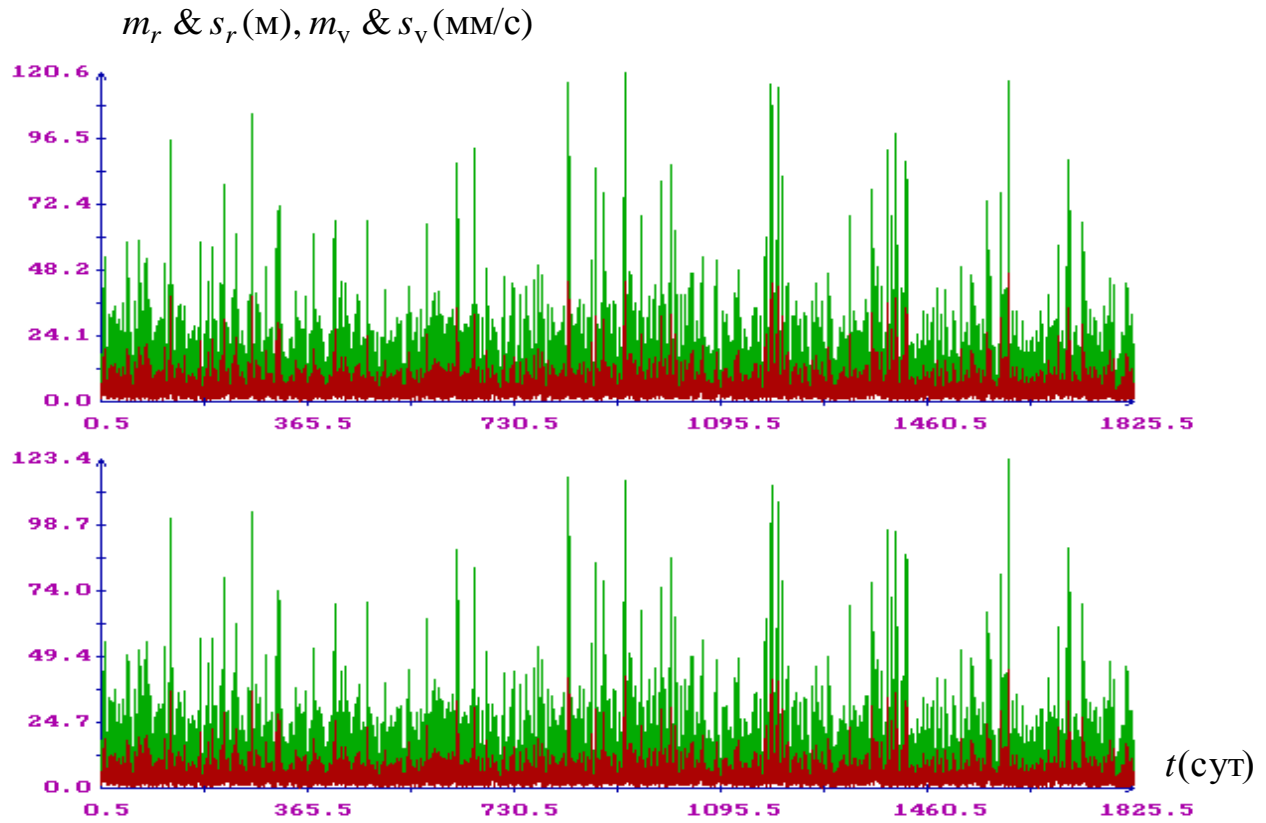


Рис. 15. $F = F_{81} = 100$. Вверху – m_r (зеленый график) и s_r (красный график),
внизу – m_v (зеленый график) и s_v (красный график).

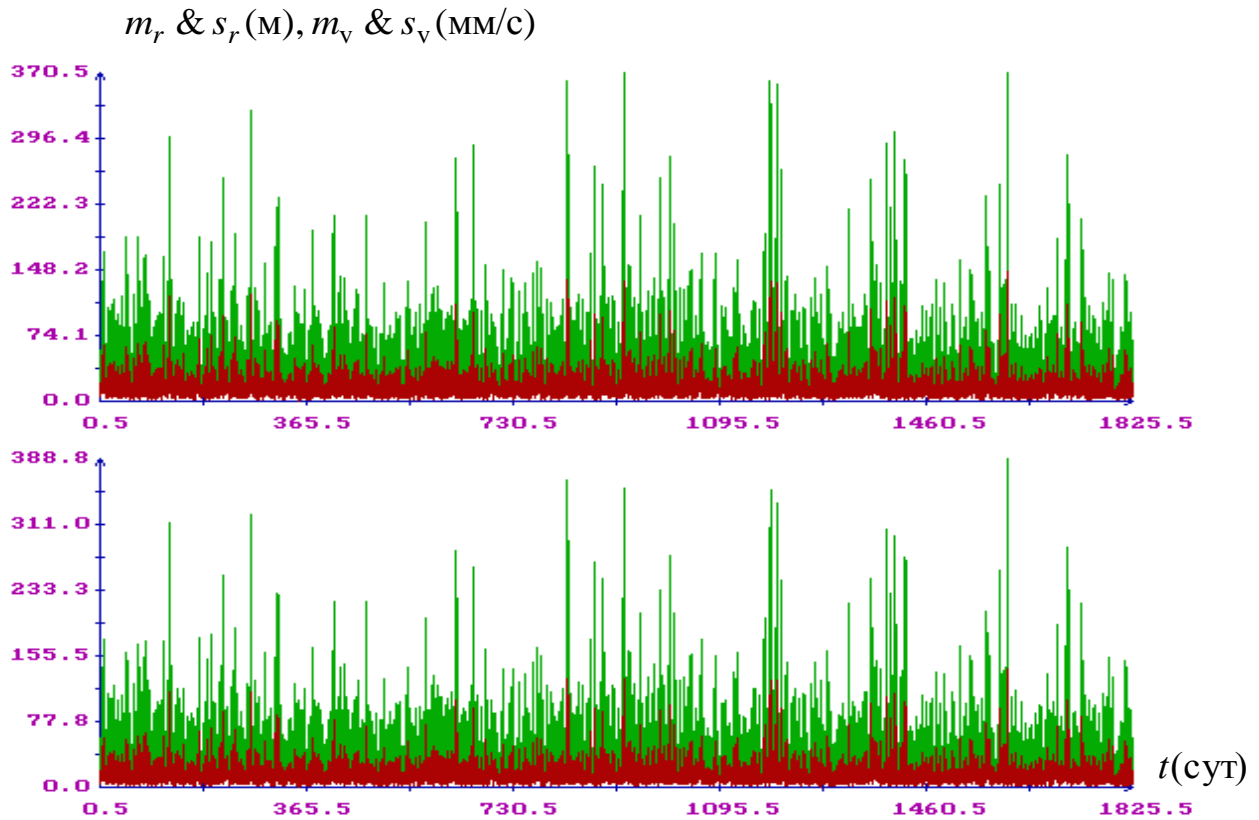


Рис. 16. $F = F_{81} = 200$. Вверху – m_r (зеленый график) и s_r (красный график),
внизу – m_v (зеленый график) и s_v (красный график).

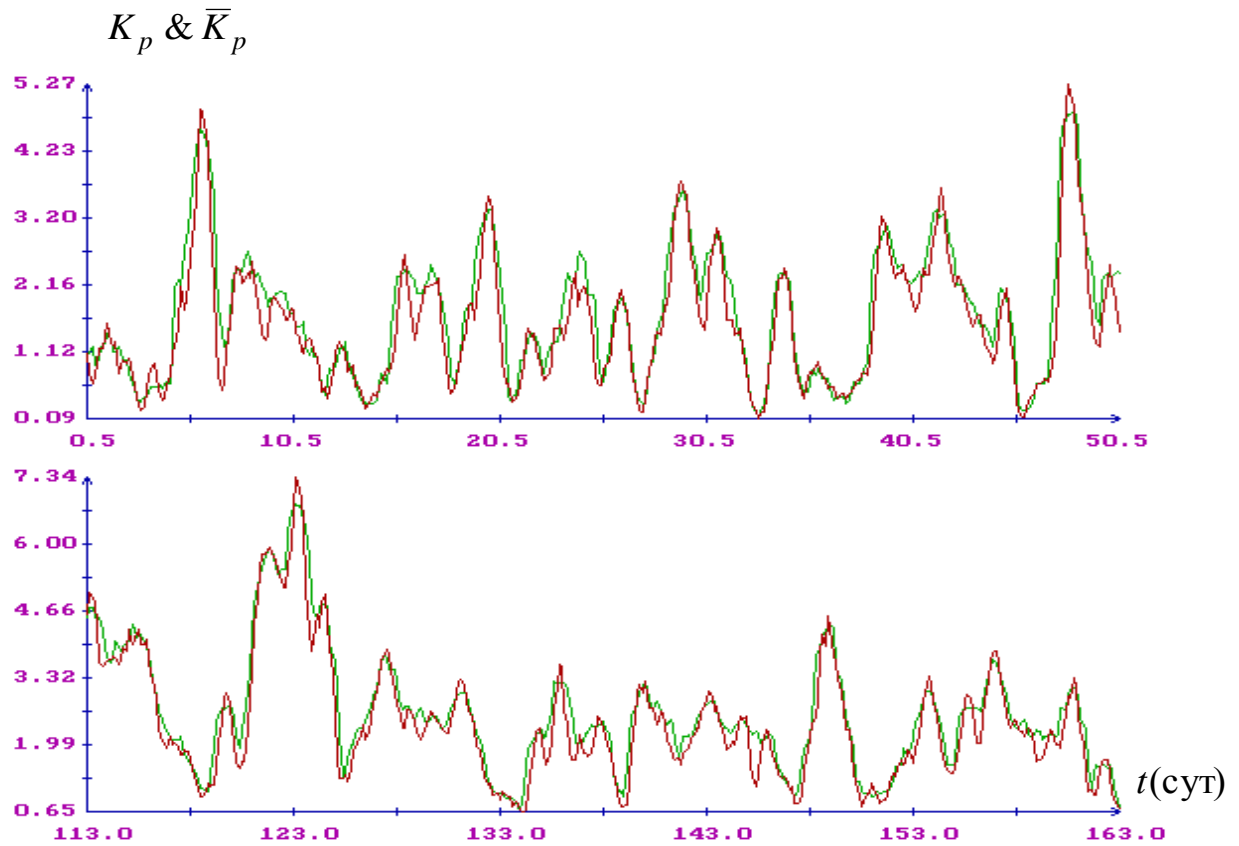
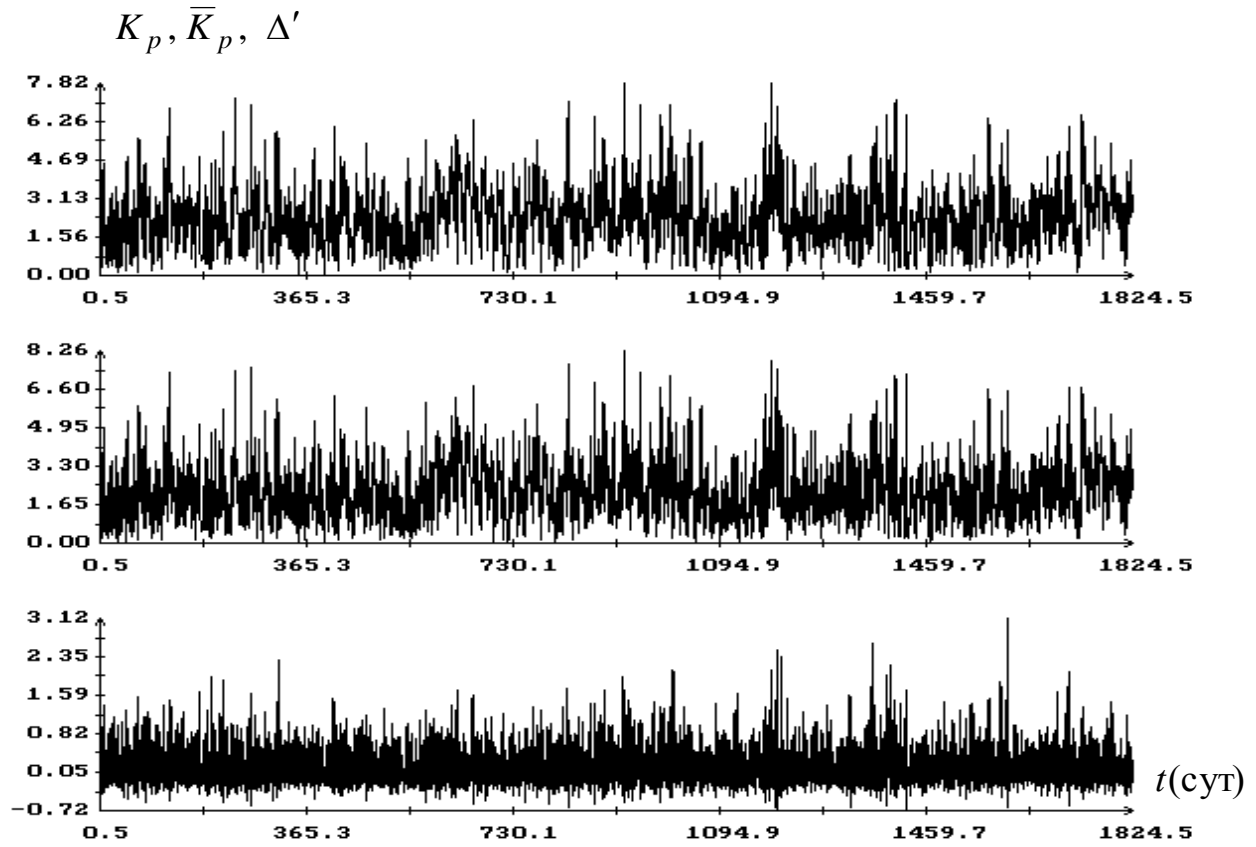


Рис. 17. $F = F_{81} = 100$. Вверху – индекс K_p , параметр \bar{K}_p и разность $\Delta' = K_p - \bar{K}_p$, $\langle \Delta' \rangle = 0.17$, $\text{СКО}(\Delta') = 0.32$. Внизу – индекс K_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

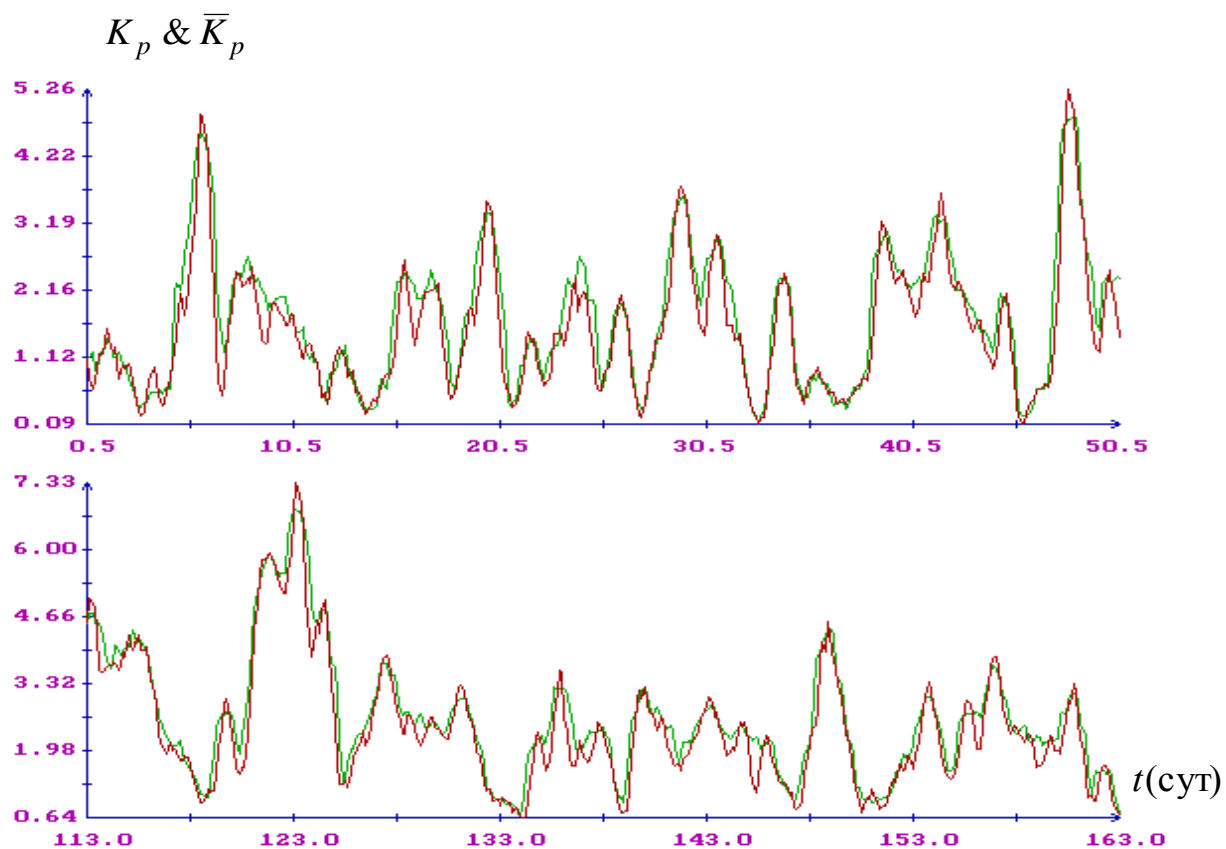
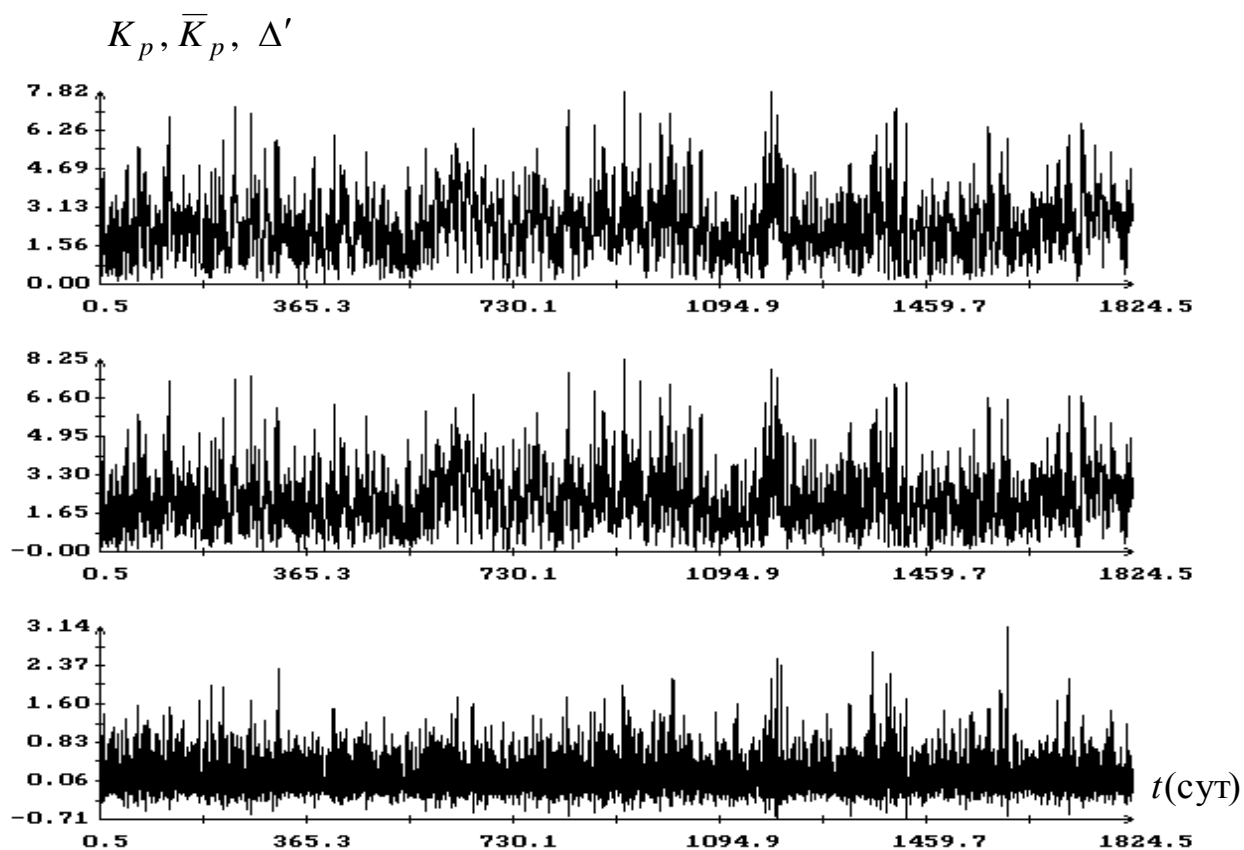


Рис. 18. $F = F_{81} = 200$. Вверху – индекс K_p , параметр \bar{K}_p и разность $\Delta' = K_p - \bar{K}_p$, $\langle \Delta' \rangle = 0.17$, $\text{СКО}(\Delta') = 0.32$; (б) индекс K_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

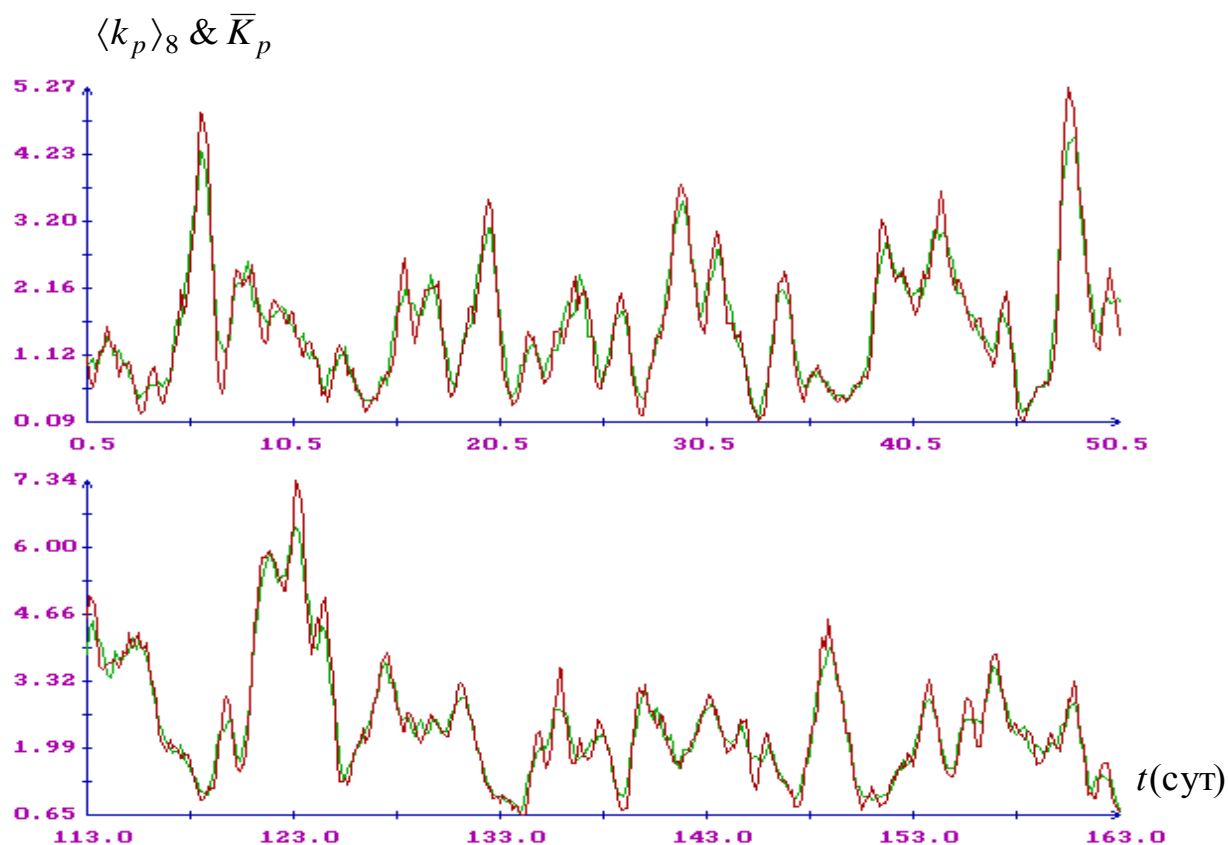
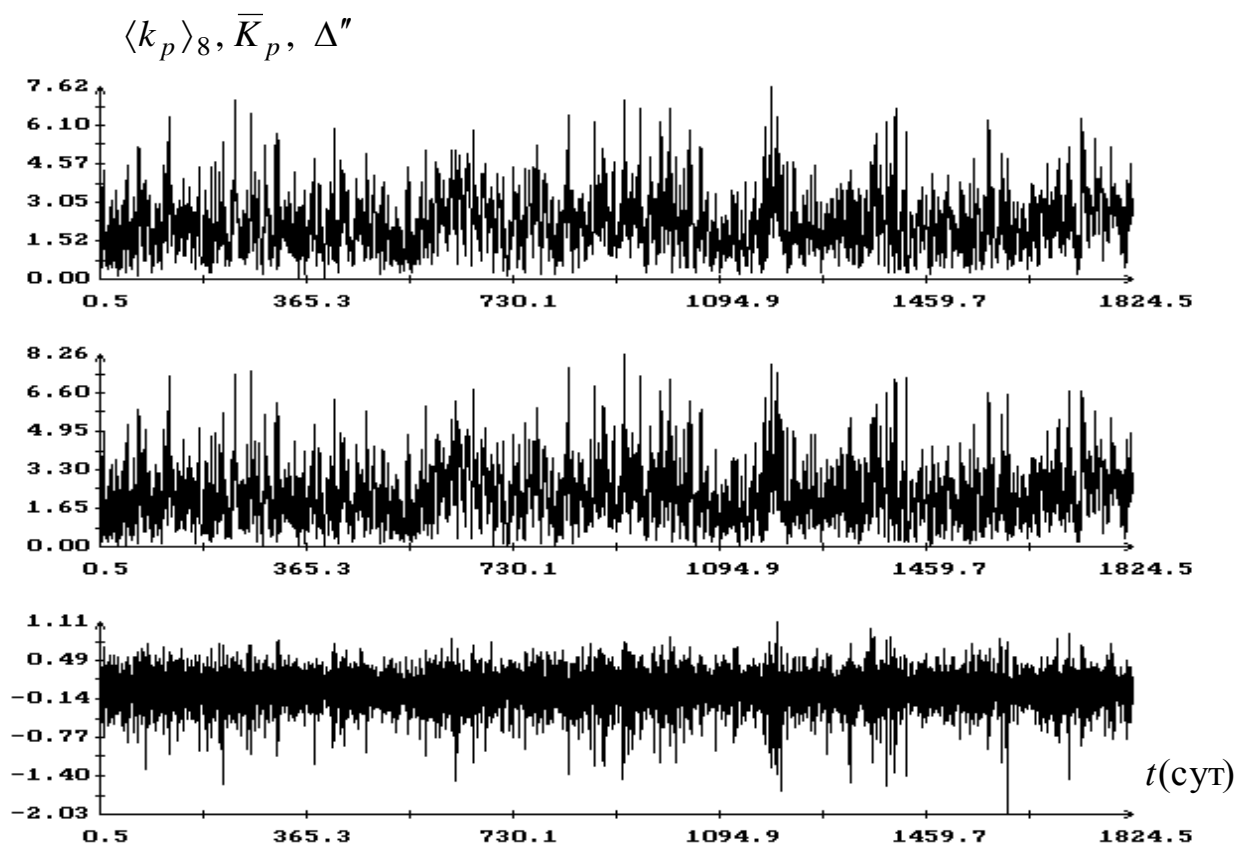


Рис. 19. $F = F_{81} = 100$. Вверху – индекс $\langle k_p \rangle_8$, параметр \bar{K}_p и разность $\Delta'' = \langle k_p \rangle_8 - \bar{K}_p$, $\langle \Delta'' \rangle = -0.0060$, $\text{СКО}(\Delta'') = 0.26$. Внизу – индекс $\langle k_p \rangle_8$ (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

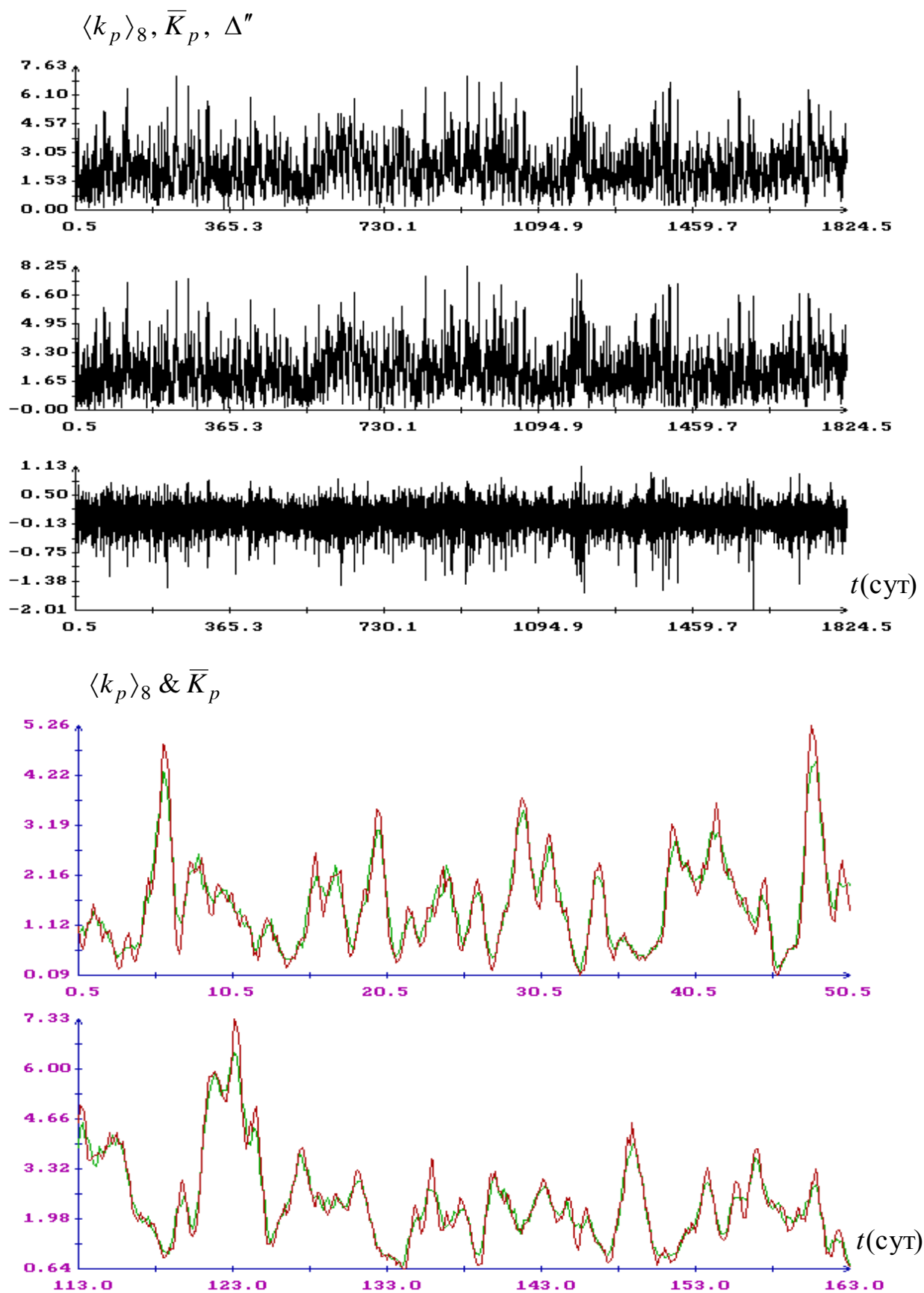


Рис. 20. $F = F_{81} = 200$. Вверху – индекс $\langle k_p \rangle_8$, параметр \bar{K}_p и разность $\Delta'' = \langle k_p \rangle_8 - \bar{K}_p$, $\langle \Delta'' \rangle = -0.0029$, $\text{СКО}(\Delta'') = 0.26$. Внизу – индекс $\langle k_p \rangle_8$ (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график).

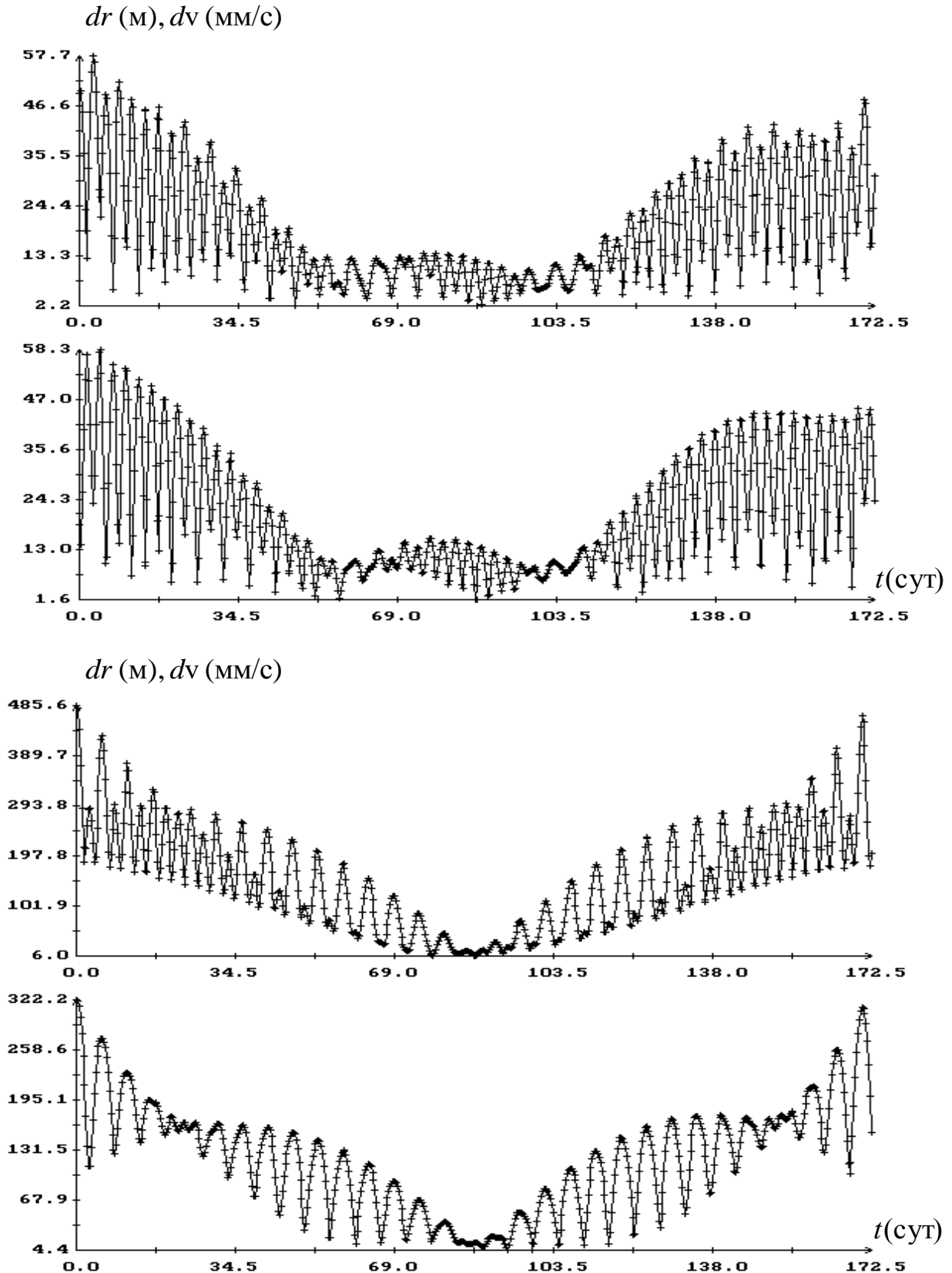


Рис. 21. Диаграммы остатков сглаживающего решения дифференциальных уравнений движения КА. Вверху – момент $t = 0$ соответствует 10:15:51 UTC 21.08.2012, $s_r = 22.5$ м, $s_v = 24.2$ мм/с, $\bar{K}_p = 2.793$ (0.00030). Внизу – момент $t = 0$ соответствует 10:12:16 UTC 21.10.2012, $s_r = 182$ м, $s_v = 138$ мм/с, $\bar{K}_p = 9.383$ (0.00019).

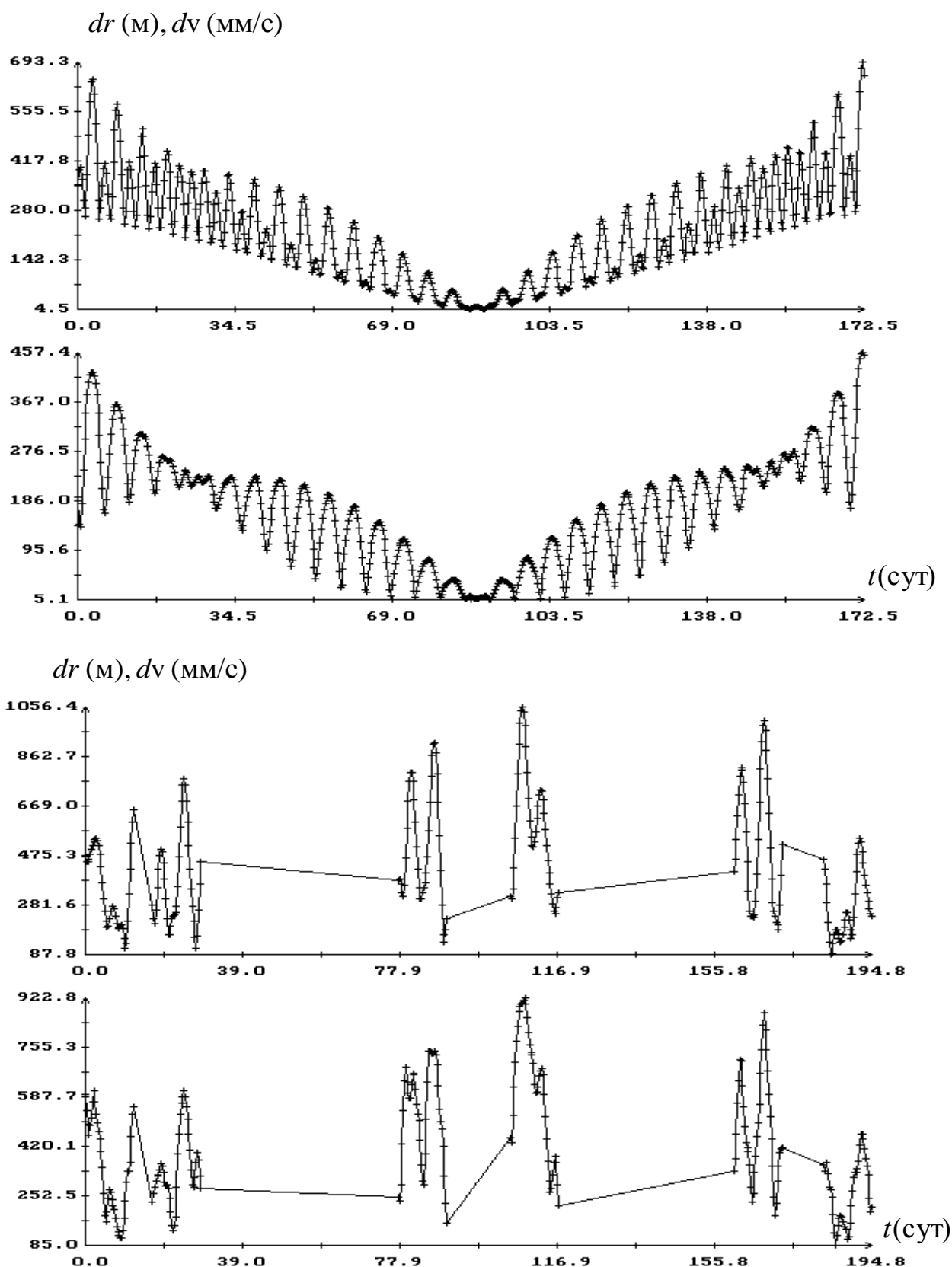


Рис. 22. Диаграммы остатков сглаживающего решения дифференциальных уравнений движения КА. Вверху – момент $t = 0$ соответствует 01:04:11 UTC 09.11.2012, $s_r = 263$ м, $s_v = 196$ мм/с, $\bar{K}_p = 8.996$ (0.00017). Внизу – момент $t = 0$ соответствует 15:07:42 UTC 10.09.2012, $s_r = 495$ м, $s_v = 476$ мм/с, $\bar{K}_p = 0.923$ (0.0040).

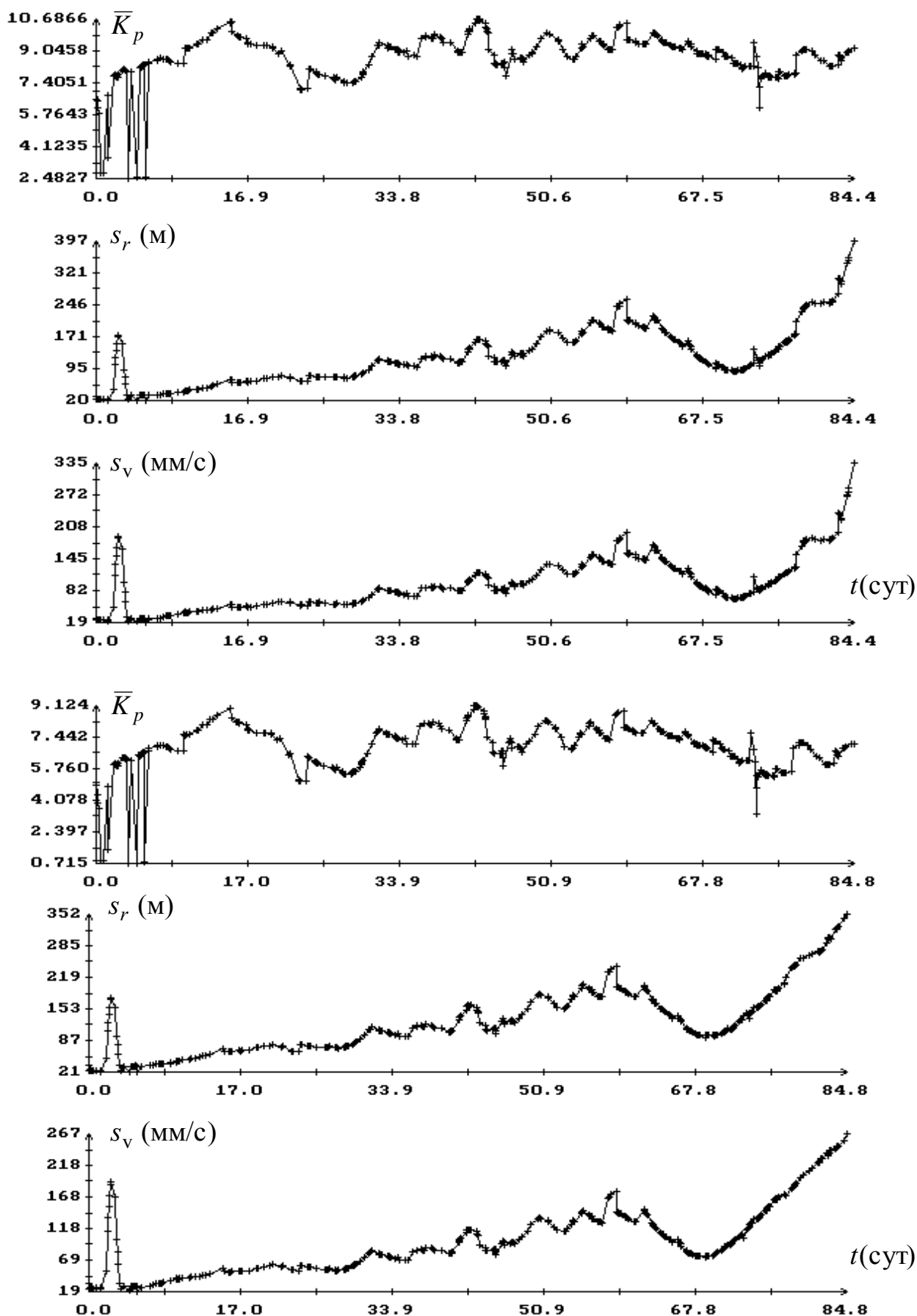


Рис. 23. Результаты обработки российских данных. Вверху – при $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. Внизу – при $c = 0.032 \text{ м}^2/\text{кг}$.

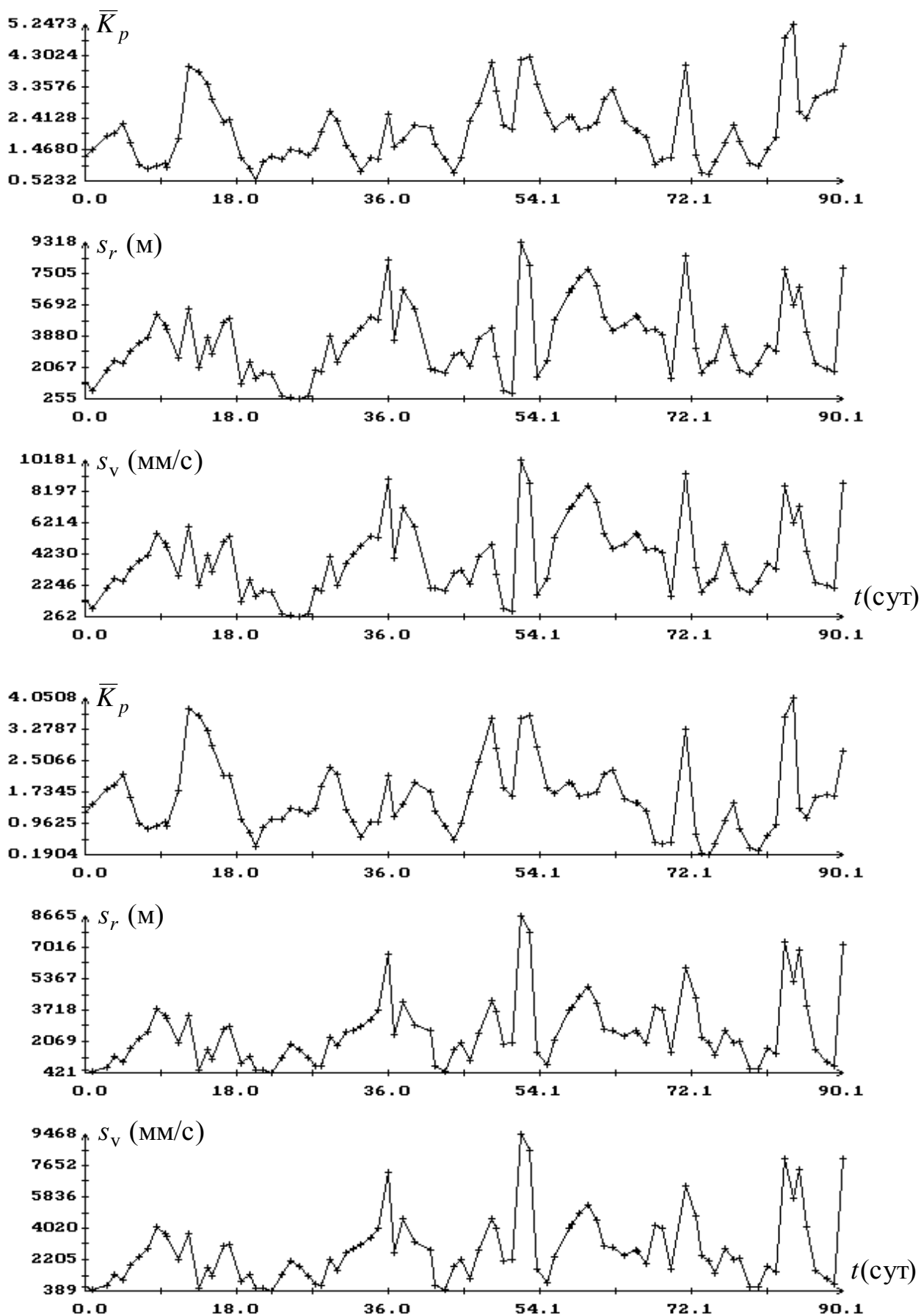


Рис. 24. Результаты обработки данных TLE. Вверху – при $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. Внизу – при $c = 0.027 \text{ м}^2/\text{кг}$.

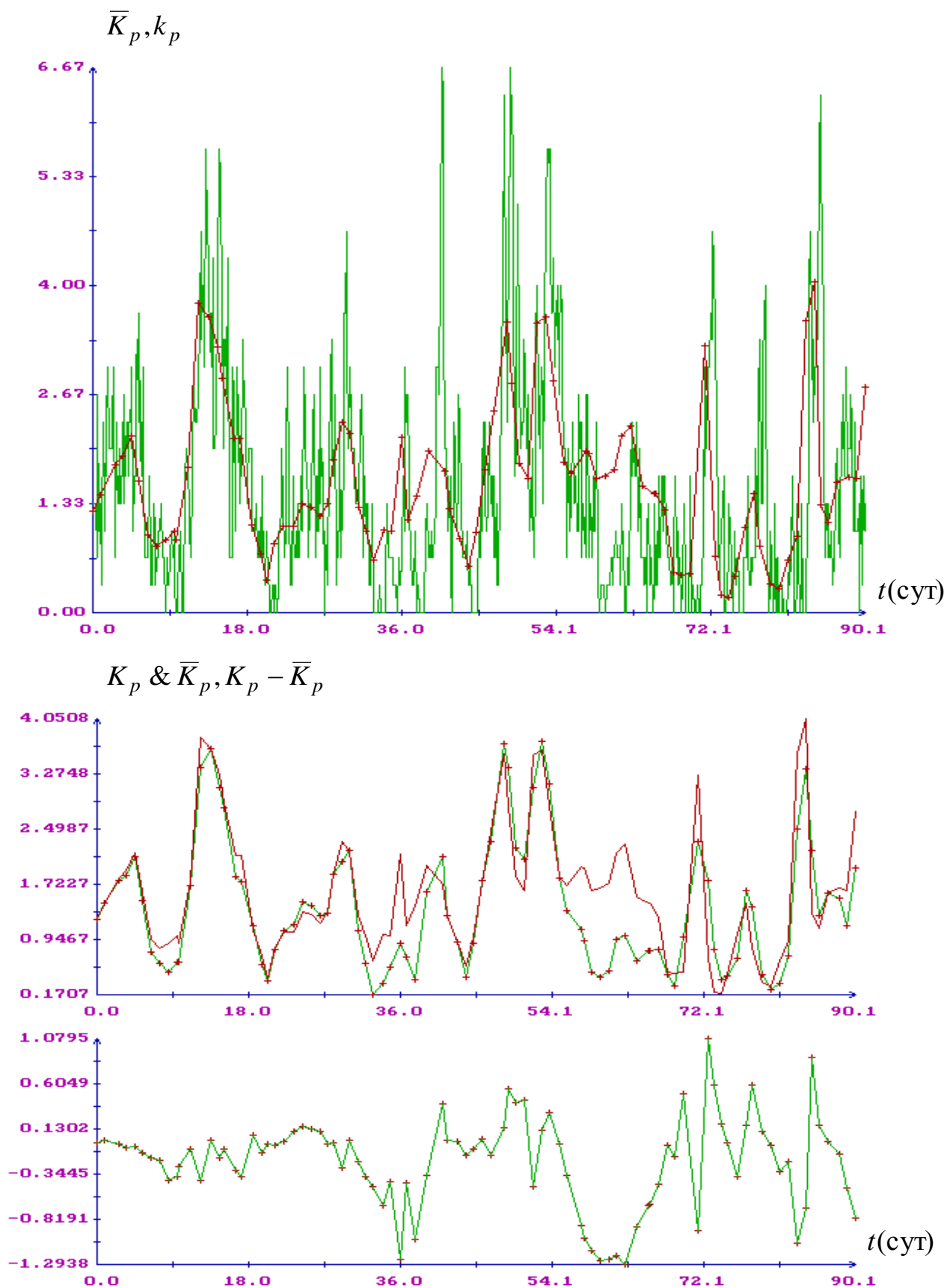


Рис. 25. Обработка TLE, $c = 0.027 \text{ м}^2 / \text{кг}$. Вверху – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график). Внизу – индекс K_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график), график разности $K_p - \bar{K}_p$.

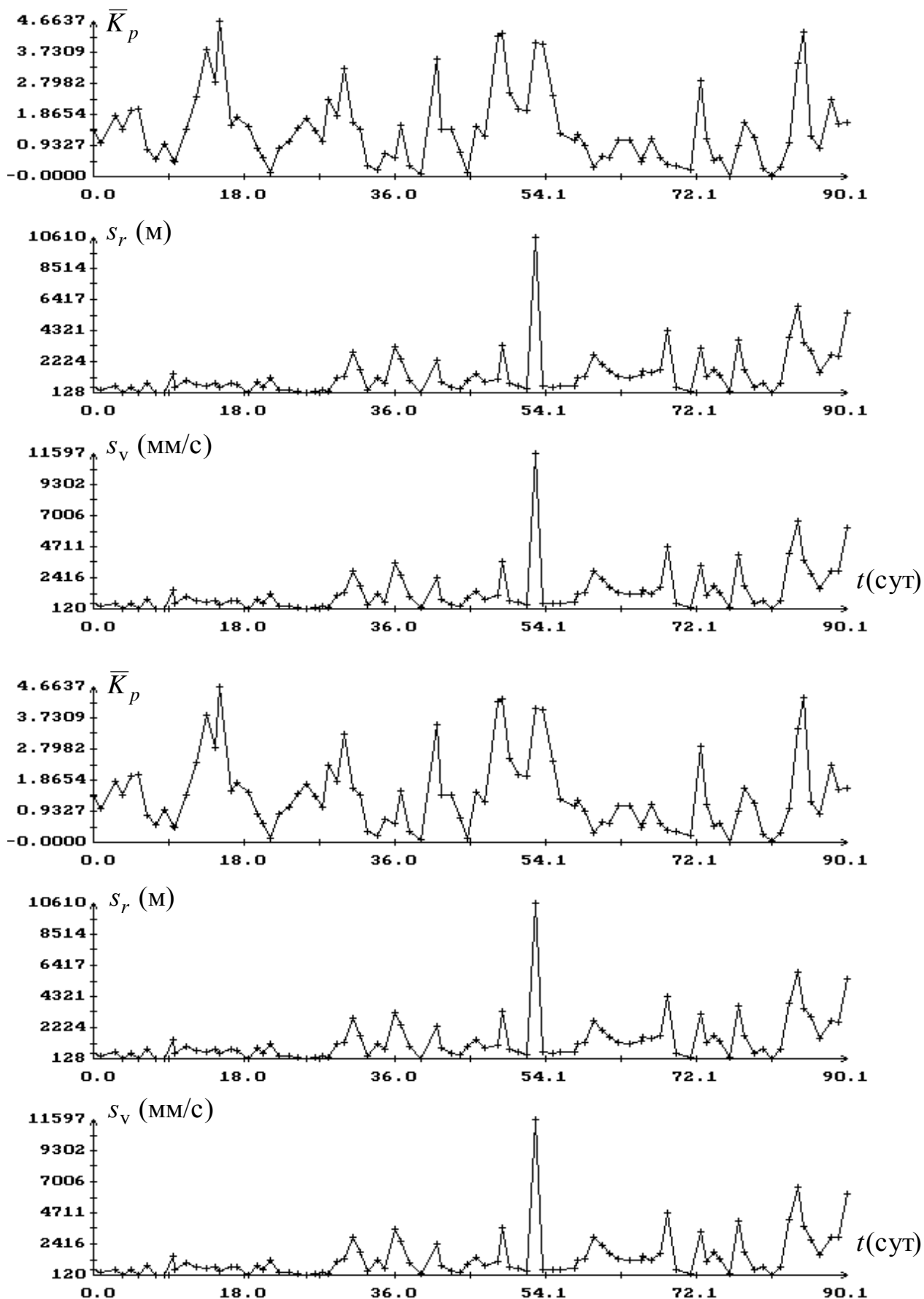


Рис. 26. Результаты обработки данных TLE. Вверху – при $c = 0.024 \text{ м}^2/\text{кг}$. Внизу – при $c = 0.027 \text{ м}^2/\text{кг}$.

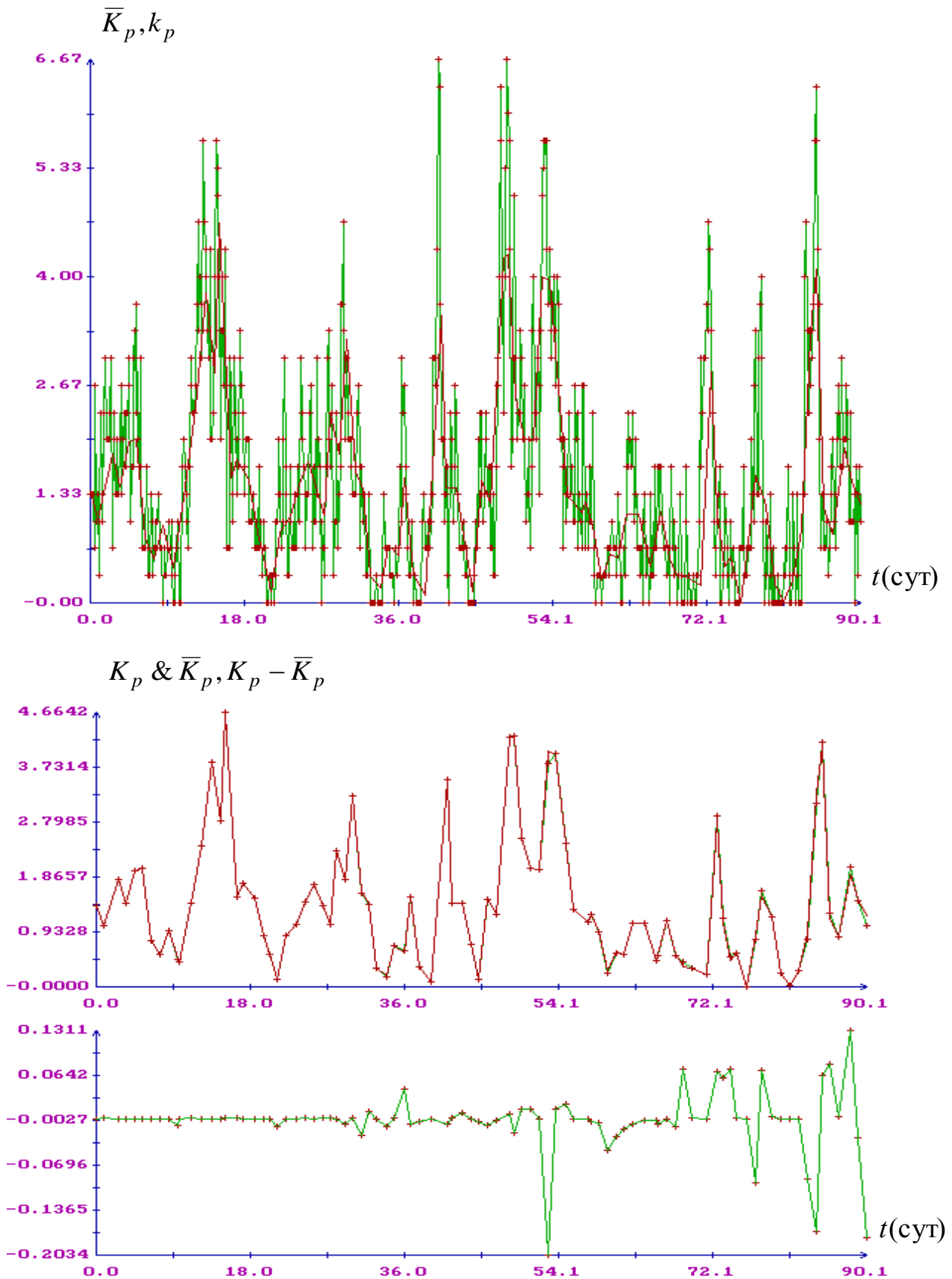


Рис. 27. Обработка TLE, $c = 0.027 \text{ м}^2/\text{кг}$; (а) – индекс k_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график), (б) вверху – индекс K_p (зеленый график) и параметр \bar{K}_p (красный график), внизу – график разности $K_p - \bar{K}_p$.