



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Мжельский П.В., Михайлов Е.А.

Формирование орбиты
космического аппарата
«Спектр-РГ» с
обеспечением
радиовидимости с
российских станций
слежения

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Мжельский П.В., Михайлов Е.А. Формирование орбиты космического аппарата «Спектр-РГ» с обеспечением радиовидимости с российских станций слежения // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 9. 18 с. doi:[10.20948/prepr-2018-9](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-9)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-9>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

П.В. Мжельский, Е.А. Михайлов

**Формирование орбиты
космического аппарата «Спектр-РГ»
с обеспечением радиовидимости
с российских станций слежения**

Москва — 2018

УДК 629.197.2

Мжельский П.В., Михайлов Е.А.

Формирование орбиты космического аппарата «Спектр-РГ» с обеспечением радиовидимости с российских станций слежения

Работа посвящена баллистическому проектированию различных типов квазипериодических орбит в окрестности коллинеарной точки либрации L_2 системы Солнце-Земля. Проектирование опирается на предложенную М.Л. Лидовым методику изолиний высоты перицентра перелётных траекторий. Проводится анализ орбит перелёта, обеспечивающих одноимпульсный переход космического аппарата с низкой околоземной орбиты на квазипериодические орбиты, которые удовлетворяют требованиям проекта «Спектр-РГ». Приведены результаты исследований, позволяющие определить возможные окна старта «Спектр-РГ» из условия обеспечения ежесуточной радиовидимости космического комплекса на квазипериодической орбите с отечественных наземных пунктов, которое существенно повышает надёжность управления космическим аппаратом.

Ключевые слова: коллинеарные точки либрации, квазипериодическая орбита, изолинии высоты перицентра перелётной траектории, космический аппарат «Спектр-РГ»

Pavel Vladimirovich Mzhelskiy, Evgeny Alekseevich Mikhailov

Designing of the “Spectr-RG” spacecraft’s orbit with the guaranteed radio visibility from Russian tracking stations

This work covers polytypic quasiperiodic orbits’ ballistic design for the Sun-Earth system L_2 libration point. M.L. Lidov’s isoline building method providing one-impulse transfers from LEO to a quasi periodic orbit in the vicinity of the collinear libration point has been used for the “Spectr-RG’s” required orbit forming with the daily radio visibility from Russian ground tracking stations. The results of numerical calculations for real windows of the “Spectr-RG” project with the daily radio visibility are presented. This will significantly improve the reliability of the spacecraft’s control.

Key words: collinear libration points, quasi-periodic orbit, isolines of the pericenter’s altitude of the transfer trajectory, “Spectr-RG” spacecraft

Точка либрации L_2 системы Солнце-Земля обладает рядом преимуществ для размещения астрофизических обсерваторий: доступность для наблюдения большей части небесной сферы, отсутствие заходов в радиационные пояса Земли и большие зоны радиовидимости космического аппарата (КА) с наземных командно-измерительных пунктов (КИП). Вопросы баллистического проектирования квазипериодических орбит в окрестности коллинеарных точек либрации рассмотрены в [1-3].

В район этой точки были отправлены космические аппараты (КА) «WMAP» (НАСА, 2001 г.), «Genesis» (НАСА, 2001 г.), «Herschel» (ЕКА, 2009 г.), «Planck» (ЕКА, 2009 г.), «Gaia» (ЕКА, 2013 г.) и другие [4-8]. Первой российской космической миссией с перелётом КА на квазипериодическую орбиту в окрестности точки L_2 должен стать проект «Спектр-РГ».

«Спектр-РГ» – КА с двумя радиотелескопами, задачей которого является сканирование дальнего космоса в рентгеновском и гамма-диапазонах электромагнитного спектра. Запуск «Спектр-РГ» планируется на IV-й квартал 2018 года. Будет осуществлён прямой перелёт КА на квазипериодическую орбиту (КПО) в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце–Земля со сроком пребывания 7.5 лет.

Для успешного выполнения задач проекта необходимо обеспечение выполнения условий существования ежесуточных интервалов радиовидимости с отечественных КИП. Эта задача решается с помощью определения окон старта, обеспечивающих выполнение условий радиовидимости.

Методика изолиний высоты перицентра

Периодическими орбитами около точки либрации называют такие орбиты КА, для которых периоды обращения КА около этой точки в плоскости эклиптики и в ортогональной ей плоскости совпадают на всём сроке активного существования. Существование таких орбит возможно лишь в идеальном случае, и в данной работе будут рассматриваться орбиты КА с несовпадающими периодами обращения около точки L_2 – квазипериодические орбиты.

Перелёт на КПО осуществляется в три этапа:

1. Выход на низкую околоземную орбиту.
2. Переход на орбиту перелёта.
3. Выход на КПО.

Рассматриваемая в данной работе методика изолиний высоты перицентра, предложенная М.Л. Лидовым [1], позволяет найти такие траектории перелёта с низкой околоземной орбиты на КПО с заданными параметрами, которые не требуют выдачи импульса торможения в окрестности точки L_2 , т.е. осуществляется одноимпульсный переход.

Методика изолиний высоты перицентра позволяет связать параметры КПО с параметрами геоцентрической перелётной траектории. Строятся изолинии высоты перицентра перелётной траектории функции от параметров КПО.

В работе используются следующие системы координат (СК):

1. СК с центром в точке L_2 , ось X_{L_2} которой направлена на Солнце, ось Z_{L_2} ортогональна плоскости эклиптики и направлена в сторону северного полюса мира, а ось Y_{L_2} лежит в плоскости эклиптики и дополняет систему до правой.
2. Геоцентрическая эклиптическая СК, направления осей $X_{\text{ЕКЛ}}$, $Y_{\text{ЕКЛ}}$ и $Z_{\text{ЕКЛ}}$ которой совпадают с направлениями осей X_{L_2} , Y_{L_2} , Z_{L_2} .
3. Инерциальная геоцентрическая СК J2000.

На рис. 1 показаны 1-я и 2-я используемые СК.

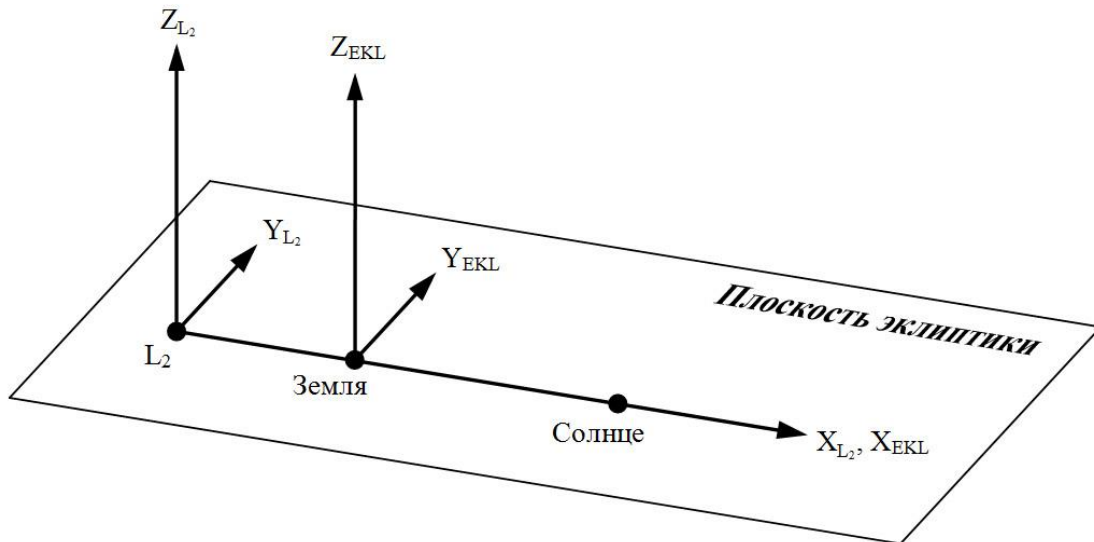


Рис. 1. L_2 -центрическая и невращающаяся геоцентрическая СК

Построение изолинии делится на два этапа:

1. Получение квазипериодического решения в рамках задачи трёх тел в окрестности точки L_2 .

2. Вычисление высоты перицентра орбиты перелёта в СК J2000.

Квазипериодическое решение системы линеаризованных уравнений в рамках задачи трёх тел описывается следующей системой [2]:

$$X_{L_2} = A \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + C e^{\lambda t} + D e^{-\lambda t},$$

$$Y_{L_2} = -k_2 A \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + k_1 (C e^{\lambda t} - D e^{-\lambda t}),$$

$$Z_{L_2} = B \cos(\omega_2 t + \varphi_2),$$

где

$$\omega_1 = n_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{9B_L^2 - 8B_L} - B_L + 2 \right)} \approx 0.035384 \left[\frac{\text{рад}}{\text{сутки}} \right],$$

$$\omega_2 = n_1 \cdot \sqrt{B_L} \approx 0.034148 \left[\frac{\text{рад}}{\text{сутки}} \right],$$

$$\lambda = n_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{9B_L^2 - 8B_L} + B_L - 2 \right)} \approx 0.042734 \left[\frac{\text{рад}}{\text{сутки}} \right],$$

$$k_1 = \frac{1}{2(\lambda/n_1)} \left[\left(\frac{\lambda}{n_1} \right)^2 - 2B_L - 1 \right] \approx -0.54525,$$

$$k_2 = \frac{1}{2(\omega_1/n_1)} \left[\left(\frac{\omega_1}{n_1} \right)^2 + 2B_L + 1 \right] \approx 3.1873,$$

$$\mu' = \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu},$$

$$B_L = \left(\frac{1 - \mu'}{r_{L1}^3} + \frac{\mu'}{r_L^3} \right) a_1^3 \leq,$$

μ_1 , — массы Солнца и Земли,

μ

a_1 — астрономическая единица,

r_{L1}, r_L — расстояния от точки L_2 до Солнца и Земли,

n_1 — средняя угловая скорость орбитального движения Земли,

A — удаление КА от точки L_2 в плоскости эклиптики,

B — удаление КА от точки L_2 в плоскости, ортогональной эклиптике,

φ_1 — фаза колебательного движения КА в проекции на плоскость эклиптики,

φ_2 — фаза колебательного движения КА в проекции на плоскость, ортогональную эклиптике,

$Ce^{\lambda t}$ — член, описывающий разрушение квазипериодической орбиты,

$De^{-\lambda t}$ — член, описывающий приведение КА на квазипериодическую орбиту.

Асимптотическое приближение орбиты КА к условно-периодической определяется условием $C = 0$.

Переход от параметров КПО к параметрам геоцентрической орбиты производится в момент пересечения условной границы перехода — плоскости, ортогональной линии Земля — L_2 и проходящей через т. $x^* = \theta \cdot r_L$ на этой

линии. Расстояние от границы до Земли задается коэффициентом θ , который рассматривается на интервале от $\frac{2}{3}$ до $\frac{3}{4}$ [1].

Процесс вычисления высоты перицентра орбиты перелёта H_{π}^* по параметрам КПО подробно описан в [2].

Следует отметить, что найденная таким образом орбита перелёта является только начальным приближением для поиска вектора скорости в перицентре орбиты в полной модели сил. Алгоритм дальнейшего уточнения вектора скорости с целью лучшего приближения КПО к требуемым параметрам и максимизации времени существования в районе точки L_2 также описан в [2,9].

Выбор траекторий с использованием изолиний высоты перицентра

Изолинии рассматриваются на плоскости, определяемой фазами колебательного движения КА φ_1 и φ_2 . Каждая точка на изолинии соответствует траектории перелёта с опорной околоземной орбиты на КПО. Окрестности этой точки соответствует некоторое множество траекторий перелёта.

Рассмотрим параметры требуемой квазипериодической орбиты «Спектр-РГ», соответствующие заданным удалениям от точки L_2 , которые принимаются равными:

$$A = 300 \text{ тыс. км}, B = 400 \text{ тыс. км}, \theta = \frac{2}{3}, H_{\pi}^* = 500 \text{ км}.$$

Для этих значений была рассчитана изолиния, представленная на рис. 2.

Старт «Спектр-РГ» будет произведён с космодрома «Байконур», после чего разгонный блок «Фрегат» сформирует опорную околоземную орбиту с наклоном 51.7° . Таким образом, наклонение орбиты перелёта также должно составлять 51.7° . На рис. 2 точками отмечены восемь областей, соответствующие орбитам с таким наклоном.

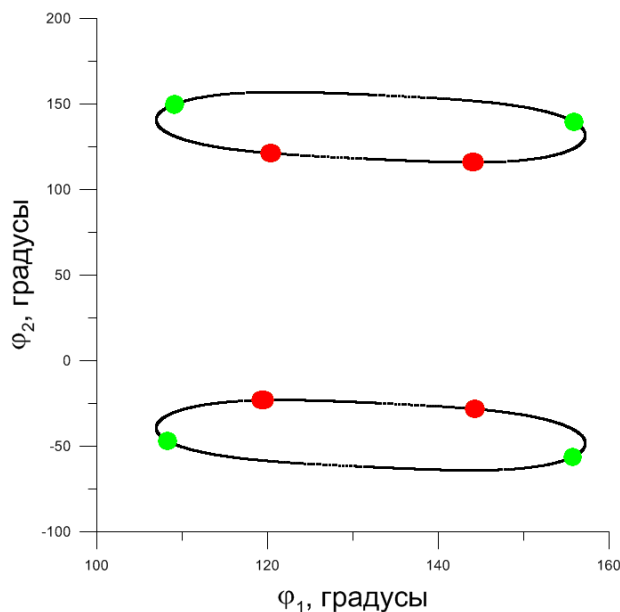


Рис. 2. Изолиния, соответствующая параметрам требуемой орбиты «Спектр-РГ»

Для данных областей по методике изолиний высоты перицентра были найдены соответствующие орбиты перелёта. Проведенные расчёты показали, что перелёт на квазипериодическую орбиту может быть осуществлён через северное полушарие Земли (на рис. 2 показано красными точками) и через южное (на рис. 2 показано зелеными точками).

Поскольку на этапе выведения КА планируется задействовать КИП, находящиеся на территории РФ, а также КИП «Байконур», для обеспечения видимости КА на этапе выведения необходимо выбирать орбиты, проходящие через северное полушарие, которым соответствуют «внутренние» области на изолинии (на рис. 2 отмечены красным).

При изменении даты старта в течение года, области смещаются, но не покидают свои условные сегменты изолиний: «внутренние» области всегда остаются «внутренними».

Квазипериодические орбиты в районе L_2 по выходу из плоскости эклиптики можно разделить на два типа: орбиты с большим выходом по оси Z_{L_2} в положительном направлении (так называемые *северные орбиты*) и с большим выходом в отрицательном направлении (так называемые *южные орбиты*).

На рис. 3 представлены, для примера, проекции движения КА по северной и южной орбите на плоскость $X_{L_2}Z_{L_2}$.

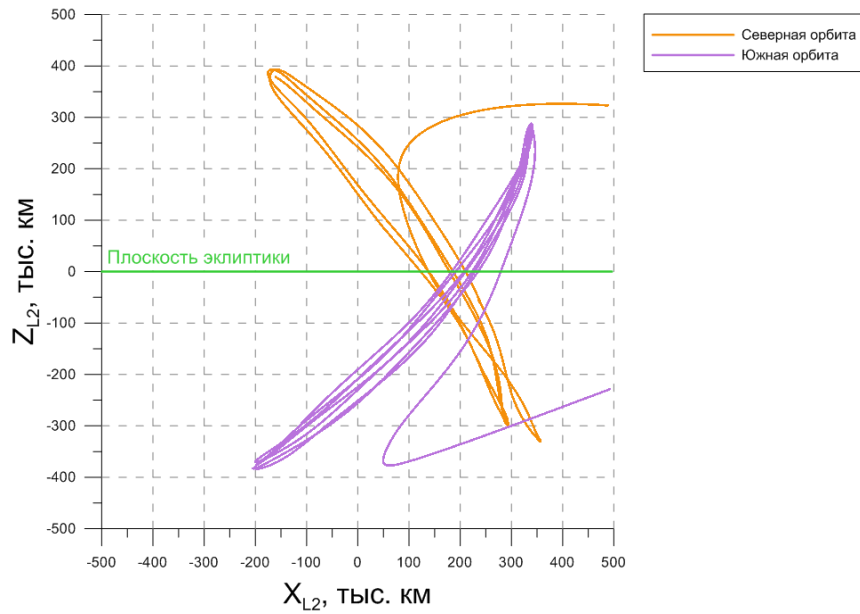


Рис. 3. Проекция движения КА по северной и южной орбите на плоскость $X_{L_2}Z_{L_2}$

Как показано на рис. 4, северным орбитам соответствует нижняя изолиния, а южным – верхняя.

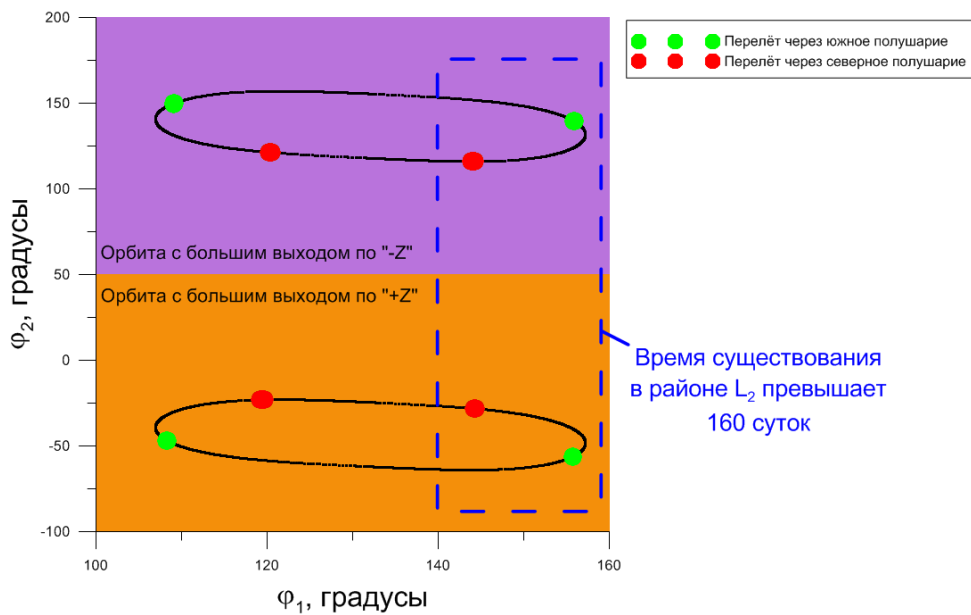


Рис. 4. Связь типов орбит с положением соответствующих областей на изолинии

Таким образом, каждая область однозначно определяет тип орбиты выведения, а также тип получаемой КПО.

Проведенный анализ показал, что время существования орбит в районе L_2 без проведения коррекций поддержания, соответствующих на рис. 4 «правым» областям, будет превышать время существования орбит, соответствующих «левым» областям. При оценке времени пребывания в окрестности точки L_2 принималось, что КА не покидает область пространства в районе точки L_2 , ограниченную параллелепипедом: по X_{L_2} на ± 500 тыс. км, по Y_{L_2} на ± 1000 тыс. км и по Z_{L_2} на ± 400 тыс. км.

Было отмечено, что для областей с более длительным временем существования характерно небольшое удаление траектории перелёта от оси X_{L_2} , что отображено на рис. 5.

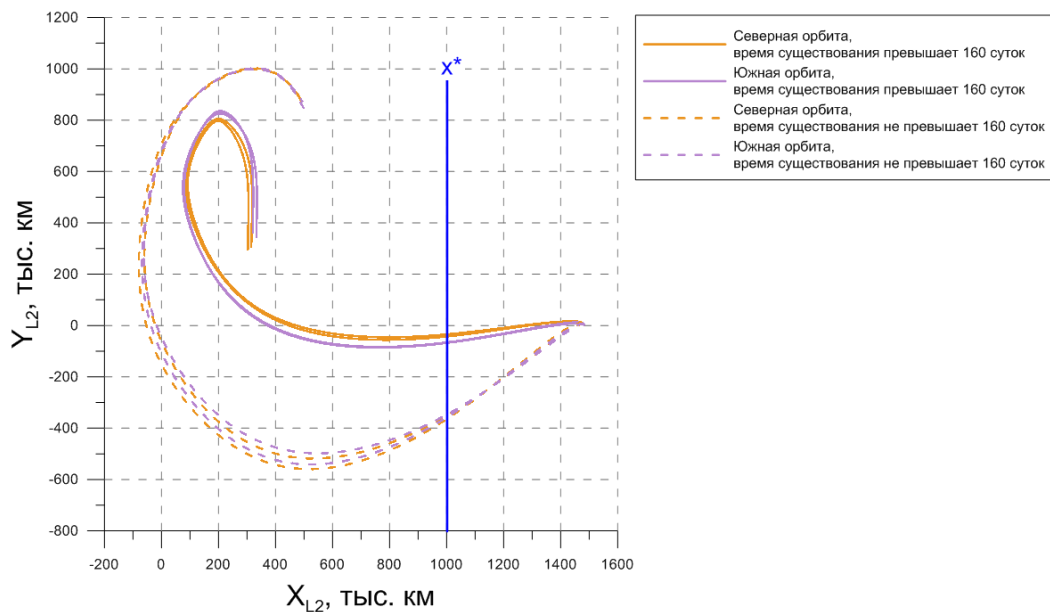


Рис. 5. Проекция траектории перелёта на различные орбиты на плоскость $X_{L_2} Y_{L_2}$

Таким образом, для формирования квазипериодической орбиты «Спектр-РГ» следует выбирать только правые «внутренние» области. Это позволяет уменьшить количество рассматриваемых областей в четыре раза.

Определение возможных окон старта

При работе с КА «Спектр-РГ» будут использоваться российские КИП «Медвежьи Озёра», «Уссурийск» и «Байконур», расположенные в северном полушарии. Это может приводить к тому, что между соседними зонами радиовидимости одного КИП может образоваться многодневный разрыв. Однако именно обеспечение ежесуточной видимости КА с наземных КИП является одним из главных условий при выборе КПО.

Для 1 и 15 числа каждого месяца в течение года были рассчитаны КПО, соответствующие выбранным выше областям на изолинии. Был произведён расчет коррекций на перелёте и коррекций поддержания для обеспечения пребывания КА на КПО в течение всего срока активного существования (7.5 лет), а также рассчитаны видимости КА с КИП «Медвежьё Озёра», «Байконур» и «Уссурийск».

Анализ ежесуточной видимости проводился в первом приближении на интервале 550 суток.

Будем называть дату *сутками с избыточной видимостью*, если продолжительность видимости в эти сутки превышает 10 часов. В противном случае будем называть эту дату *сутками с укороченной видимостью*. Для обеспечения ежесуточной радиовидимости, очевидно, необходим анализ именно дат с укороченной видимостью.

Как видно на рис. 6, на множестве дат с укороченной видимостью КИП «Медвежьё Озёра» имеет худшие условия ежесуточной видимости по сравнению с другими КИП. Это связано с тем, что КИП «Медвежьё Озёра» является самым северным из рассматриваемых КИП.

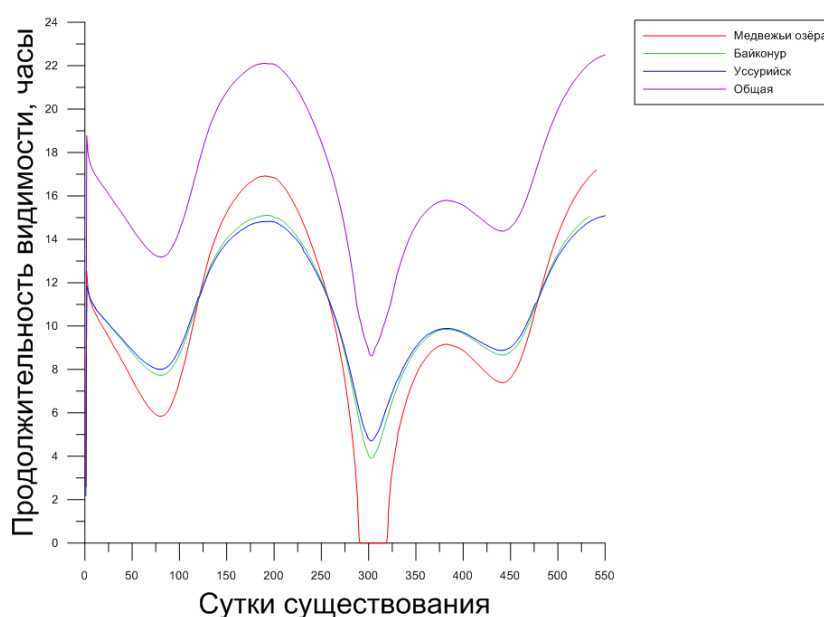


Рис. 6. Продолжительность ежесуточной видимости для различных КИП в течение 550 суток

Таким образом, без ограничения общности рассуждений, окна старта КА «Спектр-РГ» следует выбирать из условия обеспечения ежесуточной видимости КА с КИП «Медвежьё Озёра» в течение всего срока активного существования.

На рис. 7 и 8 показаны ежесуточные видимости с КИП «Медвежьё Озёра» для северных и южных орбит соответственно в течение 550 суток. Коррекции поддержания проводятся каждые 50 суток.

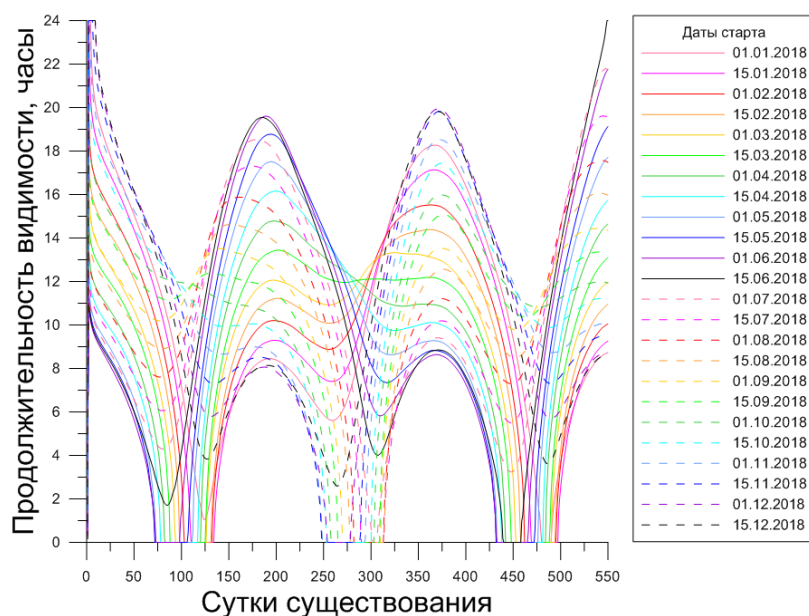


Рис. 7. Продолжительность ежесуточной видимости с КИП «Медвежья Озёра» в течение 550 суток для типа северных КПО

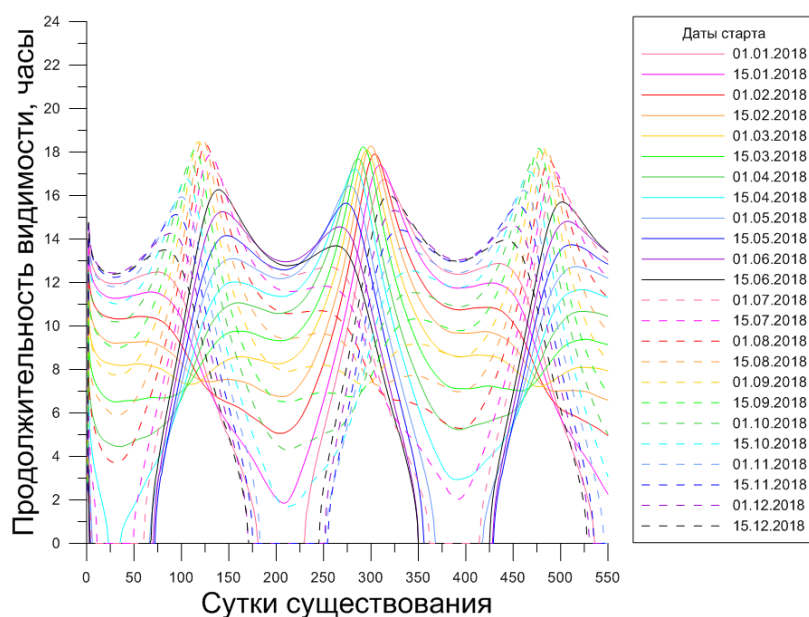


Рис. 8. Продолжительность ежесуточной видимости с КИП «Медвежья Озёра» в течение 550 суток для типа южных КПО

В результате проведённого анализа были выделены возможные окна старта, для которых ежесуточная видимость КА «Спектр-РГ» с КИП «Медвежья Озёра» составляет не менее 1 часа в сутки.

Возможные окна старта приведены в табл. 1.

Таблица 1

Возможные окна старта

Северные орбиты	25 июня – 29 июня	10 декабря – 28 декабря
Южные орбиты	14 января – 13 апреля	23 июля – 18 октября

Отметим, что при рассмотрении всего срока активного существования окна старта значительно сужаются, а один из найденных интервалов старта на северные КПО вовсе перестаёт удовлетворять условию ежесуточной видимости с КИП «Медвежьи Озёра» (см. табл. 2).

Таблица 2.

Уточнённые возможные окна старта

Северные орбиты	—————	21 декабря – 25 декабря
Южные орбиты	28 февраля – 13 апреля	8 сентября – 5 октября

Как видно из табл. 1–2, возможные окна старта для выведения КА на южные КПО существенно превосходят окна старта на северные КПО.

На рис. 9–11 показаны ежесуточные видимости с КИП «Медвежьи Озёра» в течение всего срока активного существования при старте в уточнённых окнах старта. Видно, что ежесуточная видимость составляет не менее 1 часа в сутки.

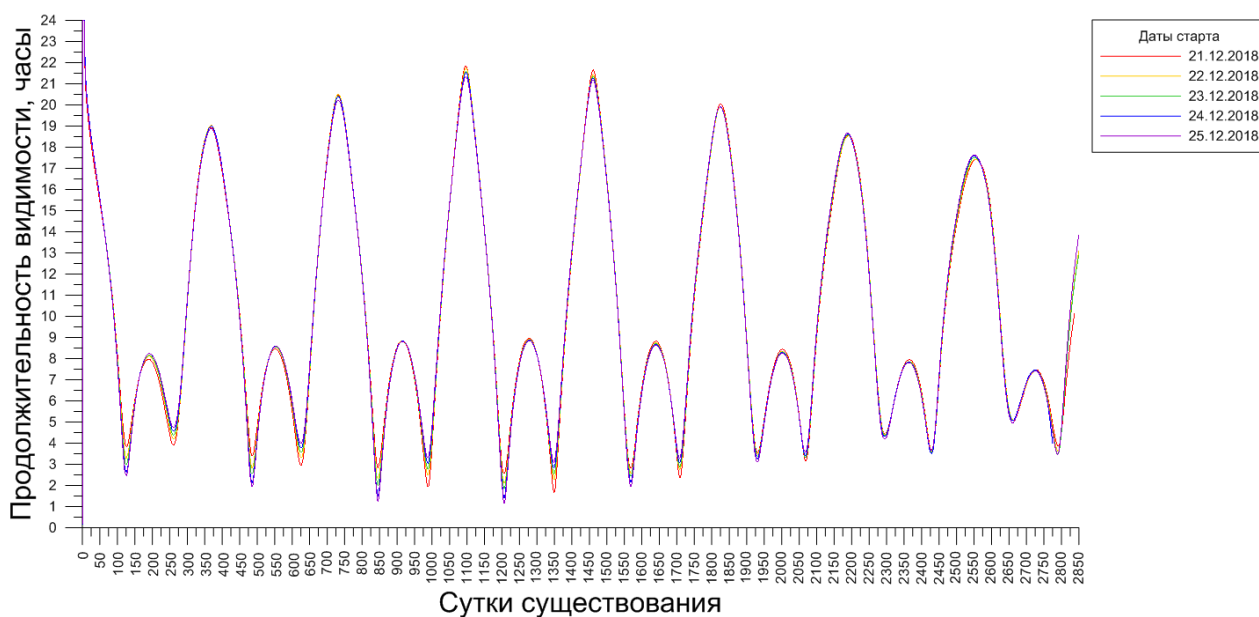


Рис. 9. Продолжительность ежесуточной видимости с КИП «Медвежьи Озёра» в течение 7,5 лет при старте в уточнённом окне старта для северных КПО

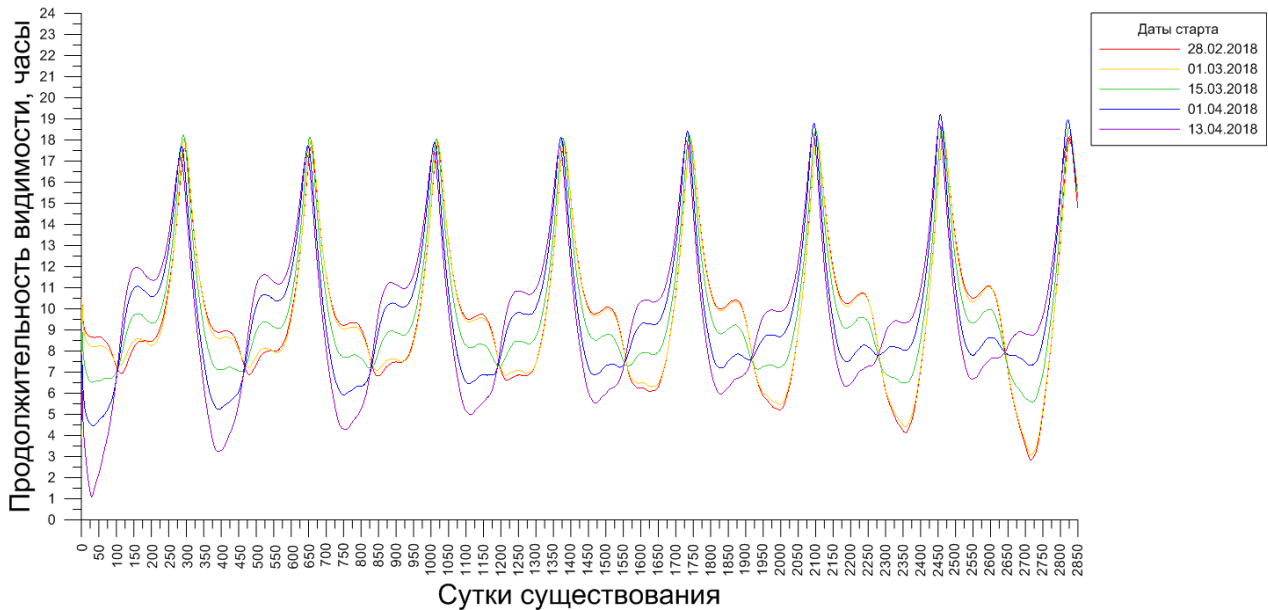


Рис. 10. Продолжительность ежесуточной видимости с КИП «Медвежьи Озёра» в течение 7.5 лет при старте в первое уточнённое окно старта для южных КПО

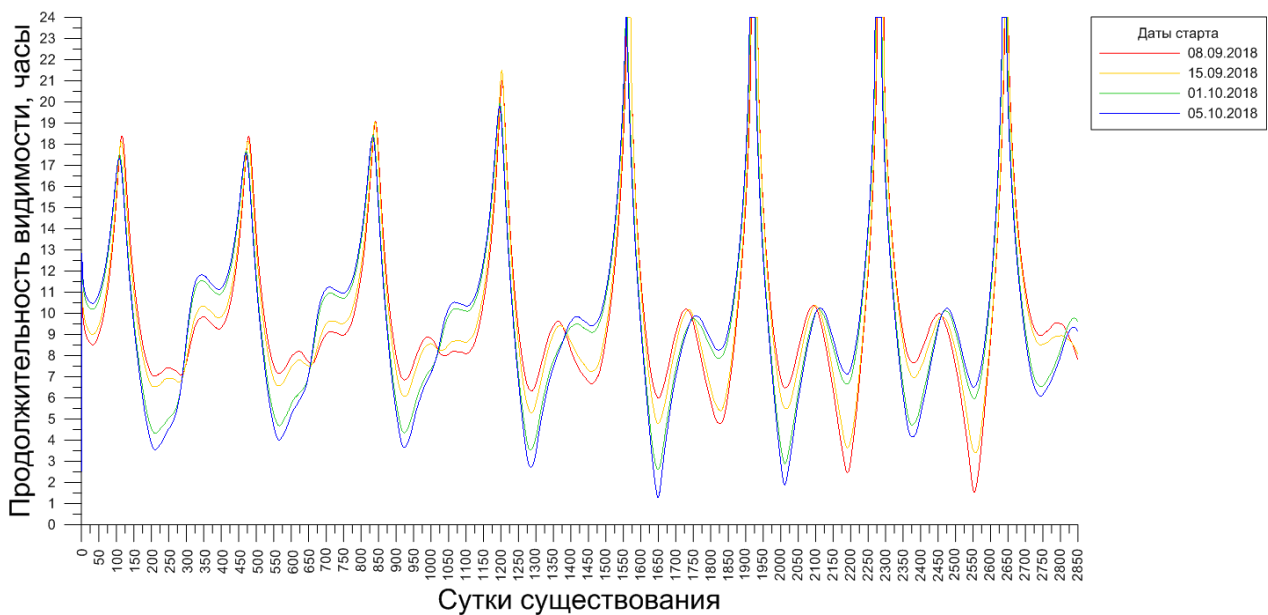


Рис. 11. Продолжительность ежесуточной видимости с КИП «Медвежьи Озёра» в течение 7.5 лет при старте во второе уточнённое окно старта для южных КПО

Такое расположение окон старта в течение года связано с положением Солнца относительно Земли. На рис. 12 и 13 показаны проекции траекторий перелёта и условно-периодических траекторий пребывания КА на северных и южных КПО на плоскость $Y_{L_2}Z_{L_2}$. Момент достижения второго максимального выхода из плоскости эклиптики будем считать моментом выхода на КПО (момент прилёта) (на рис. 12 и 13 обозначен красной точкой).

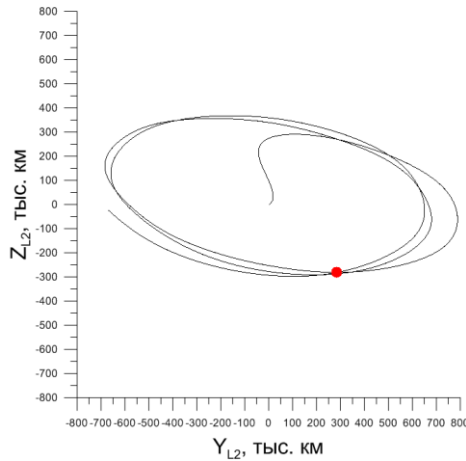


Рис. 12. Проекция траектории перелёта и условно-периодической траектории пребывания КА на северной КПО на плоскость $Y_{L_2} Z_{L_2}$

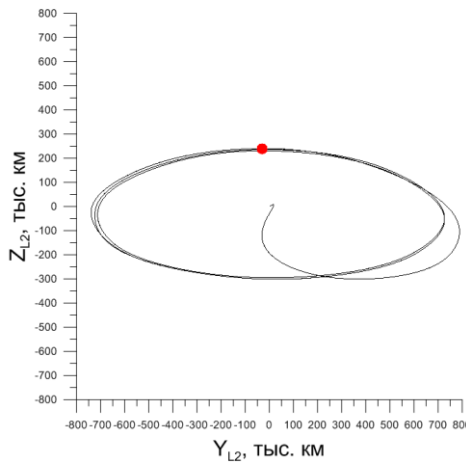


Рис. 13. Проекция траектории перелёта и условно-периодической траектории пребывания КА на южной КПО на плоскость $Y_{L_2} Z_{L_2}$

Для обеспечения ежесуточной видимости на северных КПО с КИП «Медвежьи Озёра» необходимо, чтобы момент нахождения КА на максимальном отдалении от точки L_2 в отрицательном направлении по оси Z_{L_2} (в сторону южного полюса эклиптики) совпадал с весенним равноденствием. При этом условный период орбиты составляет ~ 180 суток. Это означает, что через полпериода (~ 90 суток) КА достигнет максимального удаления от точки L_2 в положительном направлении по оси Z_{L_2} , что будет соответствовать летнему солнцестоянию. Аналогичная ситуация сложится и для осеннего равноденствия. Отсюда следует, что наилучшим временем прилёта на северные КПО является весеннее или осеннее равноденствие (см. рис. 14).

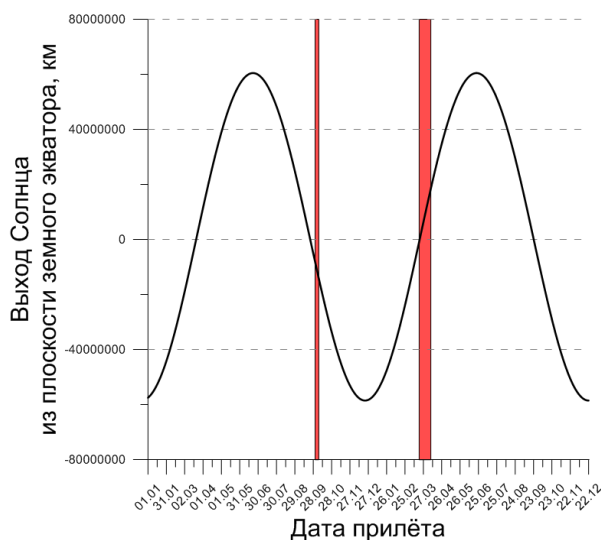


Рис. 14. Выход Солнца из плоскости земного экватора в момент прилёта КА на северную КПО

Для обеспечения ежесуточной видимости на южных КПО с КИП «Медвежьи Озёра» необходимо, чтобы момент нахождения КА на максимальном отдалении от точки L_2 в положительном направлении по оси Z_{L_2} (в сторону северного полюса эклиптики) совпадал с летним солнцестоянием. Условный период орбиты также составляет ~ 180 суток. Это означает, что в момент зимнего солнцестояния КА будет находиться также на максимальном отдалении от точки L_2 в положительном направлении по оси Z_{L_2} . Отсюда следует, что наилучшим временем прилёта на южные КПО является летнее или зимнее солнцестояние (см. рис. 15).

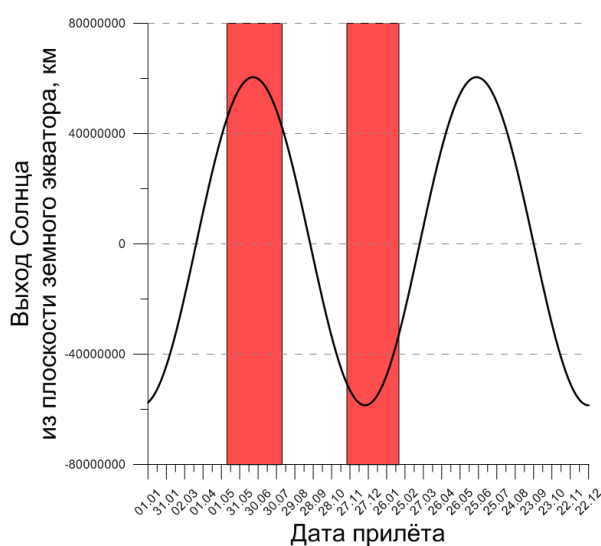


Рис. 15. Выход Солнца из плоскости земного экватора в момент прилёта КА на южную КПО

На рис. 13–15 красным отмечены даты прилёта КА на соответствующие КПО при старте в выделенные возможные окна старта (см. табл. 1).

Поскольку положение Солнца и Земли относительно друг друга повторяется с периодичностью в год, полученные окна старта будут повторяться с той же периодичностью.

Выводы

В результате проведённого анализа были определены возможные окна старта КА «Спектр-РГ», которые обеспечивают его ежесуточную видимость на КПО с КИП «Медвежьи Озёра» в течение всего срока активного существования.

Несмотря на то, что северные орбиты кажутся более предпочтительными для обеспечения ежесуточной видимости с КИП «Медвежьи Озёра», расчёты показывают, что при использовании южных орбит интервал возможных дат старта существенно больше.

Проведённый анализ траекторий перелёта КА на КПО позволяет существенно сократить количество рассматриваемых вариантов орбит за счёт отбраковки вариантов, заведомо не удовлетворяющих функциональным ограничениям, накладываемым задействованными техническими средствами наземного сегмента управления. Также, на основе статистического анализа, даны рекомендации по отсечению вариантов орбит с заведомо коротким сроком существования. Проведенные исследования позволяют сократить объем вычислений в 4 раза, а при отказе от использования северных орбит – в 8 раз.

Библиографический список

1. Лидов М.Л., Ляхова В.А., Тесленко Н.М. Траектории полёта Земля – Луна – гало-орбита в окрестности точки L_2 системы Земля – Солнце // Космические исследования. 1992. Т. 30. № 4. С. 435-454.
2. Ильин И.С., Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистическое проектирование траекторий перелёта с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки L_2 системы Солнце – Земля // Космические исследования. 2014. Т. 52. № 6. С. 476-488.
3. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Гало-орбиты в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце – Земля // Космические исследования. 2014, Т. 52, № 3, С. 201-217.
4. Cuevas O. An Overview of Trajectory Design Operations for the Microwave Anisotropy Probe Mission. AIAA Paper 2002-4425, California, 2002.
5. Dunham D.W., Roberts C.E. Stationkeeping Techniques for Libration-Point Satellites. The Journal of the Astronautical Sciences. 2001, Vol. 49, No. 1, pp. 127-144.

6. Farquhar R.W. The Control and Use of Libration-Point Satellites. NASA TR R-346. 1970.
7. Hechler M., Cobos J. Herschel, Planck and Gaia Orbit Design. 7th International Conference on Libration Point Orbits and Applications. Spain, 2002.
8. Lo M.W., Williams B.G., Bollman W.E. Genesis Mission Design. The Journal of the Astronautical Sciences. 2001.
9. Навигация космических аппаратов при исследовании дальнего космоса. / Под ред. Е.П. Молотова, А.Г. Тучина. – М., Радиотехника, 2016. – 232 с.

Оглавление

Методика изолиний высоты перицентра	3
Выбор траекторий с использованием изолиний высоты перицентра.....	6
Определение возможных окон старта.....	9
Выводы	16
Библиографический список.....	16