**ПРОГРАММА**
**вступительного экзамена в аспирантуру**
**по специальности 05.13.18**

**Общая часть**

От экзаменующихся требуется знание материала, предусмотренного в общей части и соответствующем специальном разделе, а также умение применять теоретический материал для решения типовых задач.

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Асколи-Арцела.
2. Функции многих переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент. Теоремы об обратной и неявной функции.
3. Интеграл Римана и его свойства. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, квадратурные формулы Гаусса. Оценки погрешностей.
4. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формула Остроградского—Гаусса и Стокса.
5. Сходимость числовых рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Даламбера, Лейбница, интегральный). Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда.
6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
7. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Аналитические функции и система Коши-Римана. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.
8. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.
9. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях.
10. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений. Методы численного решения линейных систем.
11. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.
12. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x)=0$ (хорд, Ньютона).
13. Линейные операторы в нормированных пространствах, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).
14. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши систем уравнений первого порядка и уравнений n порядка. Зависимость от начальных данных и параметров.

15. Линейные дифференциальные уравнения и системы n порядка. Однородные уравнения. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения. Теорема Лиувиля и метод вариации произвольных постоянных.
16. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.
17. Задачи на максимум и минимум с ограничениями, метод множителей Лагранжа. Простейшая задача вариационного исчисления. Достаточные условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
18. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
19. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера и метод Фурье.
20. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.
21. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения Пуассона и основные методы их решения.
22. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Простейшая разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Рекомендуемая литература


1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков И.В. Лекции по математическому анализу.
2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. ч. 1-3.
3. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.
4. Евграфов М.А. Аналитические функции.
5. Воеводин В.В. Линейная алгебра.
6. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
10. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
11. Алексеев В.М.,Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление.
12. Бахвалов Н.С. Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
14. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики.
15. Бабенко К.И. Основы численного анализа.