



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН

Абрау-2019 • Труды конференции



Труды XXI Всероссийской научной конференции

Научный сервис в сети Интернет

А.П. Михайлов, А.П. Петров,
О.Г. Прончева

О моделировании особенностей некомпетентной властной иерархии

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г. О моделировании особенностей некомпетентной властной иерархии // Научный сервис в сети Интернет: труды XXI Всероссийской научной конференции (23-28 сентября 2019 г., г. Новороссийск). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2019. — С. 511-522. — URL: <http://keldysh.ru/abrau/2019/theses/75.pdf> doi:[10.20948/abrau-2019-75](https://doi.org/10.20948/abrau-2019-75)

Размещена также [презентация к докладу](#)

О моделировании особенностей некомпетентной властной иерархии

А.П. Михайлов¹, А.П. Петров¹, О.Г. Прончева²

¹ ИППМ им. М.В. Келдыша РАН

² МФТИ (НИУ)

Аннотация. На основе общей модели системы "Власть-Общество" построена модель иерархии, содержащей частично или полностью некомпетентные инстанции, наносящие своей деятельностью ущерб как властным структурам, так и обществу. Под некомпетентностью понимается непреднамеренное бескорыстное принятие и реализация чиновниками неправильных решений. Непреднамеренность и бескорыстность ошибочного использования власти существенно отличает её от других несовершенств иерархии, например, коррупции, и требует отдельного анализа, в частности, с целью поиска эффективных стратегий её ограничения. Предварительное изучение модели некомпетентности показывает, что эти стратегии могут быть заметно иными, нежели стратегии антикоррупционных мероприятий.

Ключевые слова: моделирование, некомпетентность, властные структуры

On modeling the features of an incompetent power hierarchy

A.P. Mikhailov¹, A.P. Petrov¹, O.G. Proncheva²

¹ KIAM RAS

² MIPT

Abstract. A hierarchy model is constructed on the basis of the general model of the "Power-Society" system, that contains partially or completely incompetent instances that damage both authority structures and society. Unintentional disinterested acceptance and implementation by officials of wrong decisions is meant by incompetence. Unintentionality and disinterestedness of the erroneous use of power substantially distinguishes it from other imperfections in a hierarchy, for example, corruption, and requires a separate analysis, in particular, in order to find effective strategies for its limitation. A preliminary examination of a model of incompetence shows that these strategies can be noticeably different than the strategies of anticorruption measures.

Keywords: modeling, incompetence, power structures

1. Общая и базовая модели системы "Власть-общество"

Модель "Власть-общество" (подробнее см. [1-6]) описывает систему, состоящую из иерархии - совокупности властных институтов, отдающих приказы от старших звеньев к своим младшим подчинённым и взаимодействующих также с гражданским обществом, которое реагирует на их политику, выражая своими действиями поддержку или протест. Общая схема взаимодействия системы "Власть-Общество" (для простоты приведён случай дискретный случай цепочечной иерархии) представлена на рис. 1.

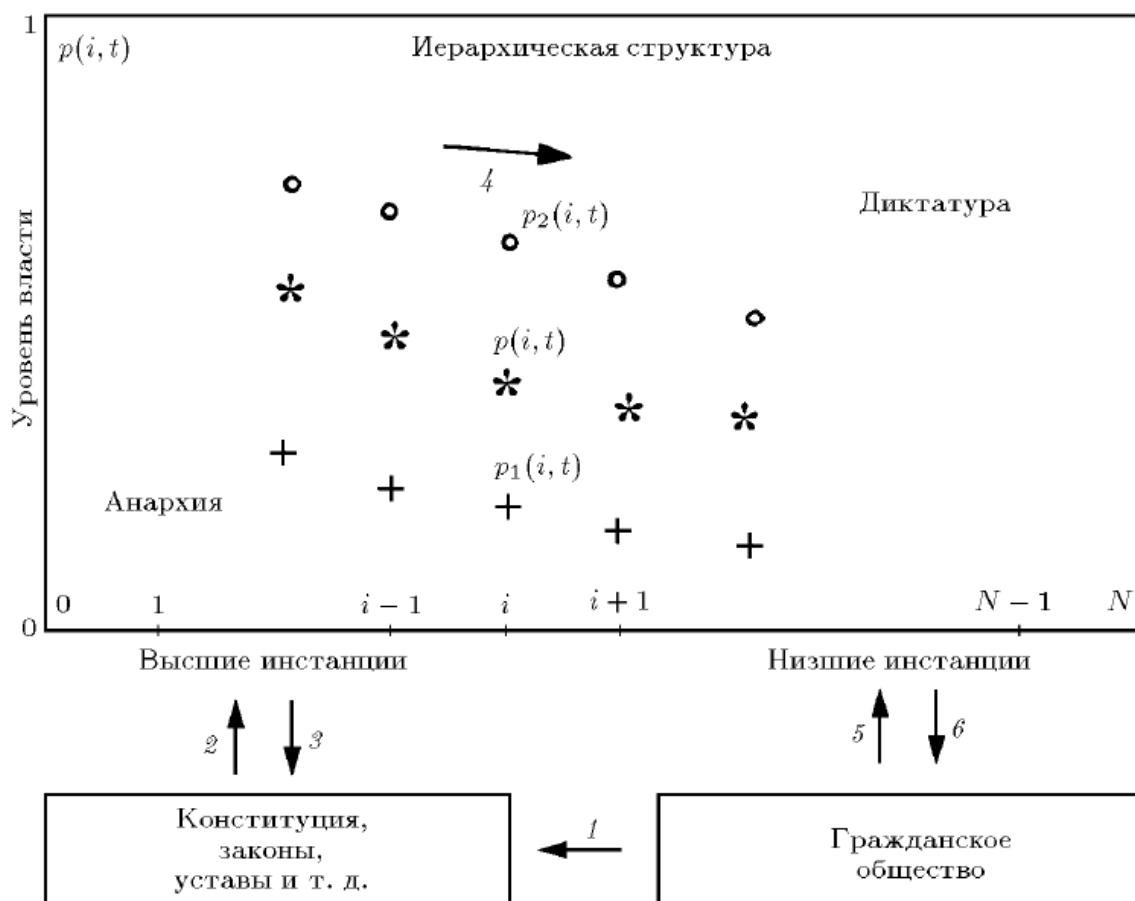


Рис. 1. Общая схема взаимодействия системы "Власть-Общество" (дискретный случай, цепочечная иерархия)

Здесь $p_{1,2}(i, t)$ - нижняя и верхняя границы власти соответственно; стрелка 1 символизирует влияние гражданского общества на законодательство; стрелки 2 и 3 иллюстрируют "обмен" властью между иерархией и законодательством; стрелка 4 означает направление подчинения в структуре; стрелки 5 и 6 описывают "обмен властью" между гражданским обществом и иерархической структурой.

Передаваемые сверху вниз приказы ("поток власти") и реакция общества (непрерывный случай) формулируют в иерархии текущее "пространственно-временное" распределения уровня властного влияния - искомой функции

$p(x, t)$, где x - иерархическая координата ($x = 0$ и $x = l$ - координата высшей и низшей инстанции соответственно, $l > 0$ - "длина" иерархии), t - время.

Общая модель для цепочечной иерархии в её непрерывном варианте представляет собой интегро-дифференциальное уравнение с нелокальным ядром

$$n(x) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \left(x, t, p, \frac{\partial p}{\partial x} \right) n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + n(x) F(p, t, x) + \int_0^l \chi(x, x', t, p(x, t), p(x', t)) n(x, x') (p(x', t) - p(x, t)) dx', \quad (1)$$

которое при известных входных данных и краевых условиях даёт искомую функцию $p(x, t)$. Здесь $n(x)$ - число чиновников на иерархическом уровне с координатой x , $\kappa \left(x, t, p, \frac{\partial p}{\partial x} \right)$ - "степень безответственности" властных институтов, т.е. поведенческая характеристика их склонности перепоручать исполнение приказов сверху своим подчинённым, $F(p, t, x)$ - результирующая сила реакции общества к самой иерархии на текущий уровень власти, l - "длина" иерархии, интегральный член описывает передачу в иерархии приказов "через голову", функция $\kappa n(x) \frac{\partial p}{\partial x}$ имеет смысл "потока власти", проходящий через инстанцию x в момент t (такая же по смыслу величина содержится в интегральном члене).

На границах иерархии ($x = 0$, $x = l$) задаются краевые условия второго и третьего рода

$$\left(\kappa \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = 0, \quad \left(\kappa \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=l} = \frac{\kappa(l) p(l)}{l}. \quad (2)$$

Первое из них означает, что высший иерарх не получает приказов сверху, а не имеющие подчинённых низшие звенья иерархии отдают приказы непосредственно гражданскому обществу, реализуя таким образом свои властные полномочия. Также задаётся начальное распределение власти в иерархии - неотрицательная, по своему смыслу, функция

$$p(x, 0) \geq 0, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (3)$$

В непрерывной модели предполагается, что число иерархических уровней достаточно большое, а сама властная структура обладает некоторыми свойствами "регулярности". В этом случае возможно её аналитическое исследование, поддерживаемое аппаратом теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений [7-9]. Если же эти условия не выполнены, то используется дискретный аналог непрерывной модели, состоящий из системы нелинейных алгебраических уравнений, записанных во всех "внутренних" вершинах "иерархического графа", дополненных

необходимым числом граничных и начальных условий [6]. Иными словами, происходит переход с макроуровня (непрерывная модель) на соответствующий ему микроуровень (дискретная модель). Корректность этого и обратного ему переходы обеспечивается теорией разностных схем [10].

Базовая модель системы "Власть-общество" представляет собой упрощение общей модели, сохраняющее, однако, все её основные понятия и предположения. Упрощения состоят в следующем. Считается, что в иерархии не существует механизма передачи приказов "через голову" (т.е. функция $\chi(x, x', t, p(x, t), p(x', t)) \equiv 0$, т.е. интегральный член в уравнении (1) отсутствует), коэффициент "безответственности" постоянен для всех инстанций одного уровня, то есть $\kappa\left(x, t, p, \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \kappa(x)$.

Кроме того, предполагается, что функция, описывающая реакцию общества, зависит от уровня власти линейным образом: $F(x, p, t) = k(p^0(x) - p(x, t))$ и явно не зависит от времени. Функция $p^0(x)$ имеет смысл "желаемого" уровня власти, к которому усилия гражданского общества стремятся приблизить текущую реальную власть, описываемую функцией $p(x, t)$. Подобная реакция общества называется "правовой" - благодаря ей уровень власти уменьшается, если превышает желаемый, и увеличивается, когда оказывается ниже его. Коэффициент k характеризует интенсивность общественной реакции и предполагается не зависящим от x, p, t . Тогда уравнение базовой модели становится относительно простым линейным уравнением, допускающим как аналитическое, так и численное исследование

$$n(x) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + n(x) k (p^0(x) - p(x, t)). \quad (4)$$

Краевые условия (2),(3) справедливы и для уравнения (4).

2. Построение модели некомпетентной иерархии

В приведённых выше моделях системы "власть-общество" партнёры считаются законопослушными, а политика иерархии не содержит неправильных решений и осуществляется в интересах общества (как она их понимает). Если эти интересы не совпадают с представлениями общества, то оно правовыми действиями корректирует её политику. В результате достигается компромисс, необходимый для стабильного функционирования системы.

Разумеется, эта совершенно идеальная ситуация никогда не реализуется. Если говорить о властных структурах, то их несовершенства (патологии) можно, условно, разделить на две категории - корыстные и бескорыстные. К первой относятся, например, клановость, а также коррупция - "тайное корыстное использование государственной власти в интересах властных групп"

(о моделях коррупции и способах её ограничения см. [5, 14] и цитируемую там зарубежную и отечественную литературу).

Ко второй можно отнести "неоплачиваемое вредительство", когда инстанции совершают действия, наносящие, по тем или иным причинам, ущерб государству и обществу. В эту категорию входит, очевидно, и некомпетентность, которая здесь определяется как "*непреднамеренное и бескорыстное принятие и реализация властными структурами ошибочных решений*". При этом, в отличие, скажем, от коррупции, власть действует честно и открыто. Некомпетентность может быть вызвана разнообразными причинами - недостаточный уровень профессионального образования и опыта работы, плохая информированность, чрезмерный объём работы и отсутствие ресурсов, необходимых для выполнения своих обязанностей, неоптимальная структура иерархии, личные качества чиновников (ангажированность, халатность, безразличие) и т.д.

После этих предварительных замечаний приступим к построению модели. Логика её получения и исследования близка к логике построения модели коррумпированных иерархий [5, 11-14]. Первый шаг - классификация видов некомпетентности. Их существует по меньшей мере два.

1. *Некомпетентность бездействия*. Отсутствие в деятельности инстанций актов, которые компетентный институт власти обязательно осуществил бы в соответствии со своими служебными обязанностями (качественная профилактика техногенных катастроф, своевременное парирование эпидемиологических угроз и т.п.).

2. *Некомпетентность сверхдействия* - наличие в деятельности инстанций актов, которые компетентный институт власти никогда бы не осуществил (скоропалительные и непродуманные социальные, политические и иные реформы, чрезмерная регламентация жизни гражданского общества и т.п.).

Очевидно, что в обоих случаях напрасно потраченный инстанциями "властный ресурс" наносит ущерб системе "Власть-Общество".

Перейдём к математической формализации понятий, связанных с некомпетентностью. Сравним сначала действия "идеального" института власти из слоя с номером i , $0 \leq i \leq N$, где N - общее число иерархических слоёв, $i = 0$ соответствует старшему иерарху, а $i = N$ - самым младшим чинам. Пусть в единицу времени i -тая инстанция отдаёт подчиненному ему институту с номером $i+1$, $M^0 > 0$ равноценных по "стоимости" приказов. Другими словами, $M^0(i, t)$ есть "поток" власти от i -го $i+1$ -му институту в данный момент времени. В отличие от него, некомпетентный институт отдаёт $M(i, t)$ правильных приказов, не отдаёт $M_-(i, t)$ правильных приказов (бездействие), но отдаёт $M_+(i, t)$ неправильных приказов (сверхдействие). На рис. 2 (а,б) показан пример, иллюстрирующий действия двух упомянутых иерархий.

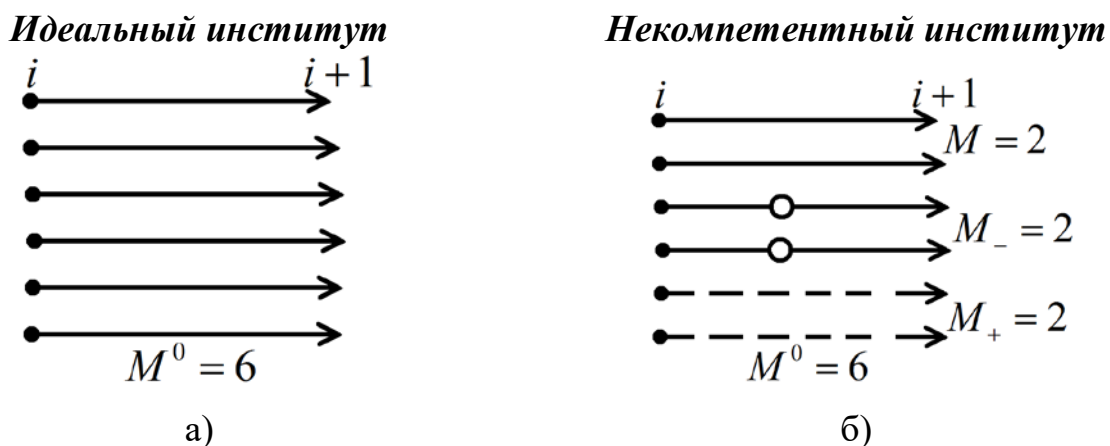


Рис. 2. Сравнение действий компетентного и некомпетентного институтов власти

В нём (рис. 2 (а)) идеальный институт отдаёт 6 ($M^0 = 6$) правильных приказов (например, лицензирует, заслуживающих этого, 6 одинаковых учреждений). В случае рис 2(б) не отдаётся два правильных приказа ($M_- = 2$, бездействие), но отдаётся два неправильных приказа ($M_+ = 2$, сверхдействие). Если сумма $M_- + M_+ > 0$, то общее число отдаваемых приказов, равное $M^0 = M + M_+$ равно 4 и отличается от величины $M^0 = 6$ для компетентной инстанции, т.е. различия в действиях двух институтов весьма существенны.

Введём безразмерную характеристику *степени некомпетентности властного института* с номером i и в момент времени t (текущую локальную некомпетентность), отнормировав число актов бездействия (M_-) и число актов сверхдействия (M_+) на общее число актов, совершаемых иерархией в случае, если бы она была полностью компетентной (т.е. на величину $M^0 = M + M_-$). Тогда "парциальные" степени некомпетентности бездействия и сверхдействия $b_-(i, t)$ и $b_+(i, t)$ равны соответственно $b_- = M_- / (M + M_-)$ и $b_+ = M_+ / (M + M_-)$. Сумма степеней некомпетентности, т.е. общая некомпетентность $b(i, t) = b_- + b_+$ даётся формулой $b = (M_- + M_+) / (M + M_-)$. Если $M = 0$ (т.е. иерархия полностью некомпетентна), то величина b равна $b = (M_- + M_+) / M_- = 1 + M_+ / M_-$.

Для получения уравнения модели некомпетентности иерархии повторим, без подробных выкладок, рассуждения, аналогичные тем, что применялись при построении моделей коррумпированных иерархий [5, 11-14]. В уравнение (4), описывающее "баланс власти" в компетентной иерархии, вносятся поправки, отражающие существование "фиктивных" потоков власти $W_-(x, t)$ (нужные приказы не отданы - бездействие) и $W_+(x, t)$ (отданы лишние приказы - сверхдействие). Тогда в непрерывном варианте модели локальный "закон сохранения власти" выглядит следующим образом:

$$n(x) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (W - W_- + W_+) + n(x)k(x)(p^0(x) - p(x,0)). \quad (5)$$

Здесь $W = -\kappa(x) \partial p / \partial x$ - "правильный" поток власти, а $W_- = b_- W$, $W_+ = b_+ W$ отвечают актам бездействия и сверхдействия. Разумеется, искомая функция $p(x,t)$ теперь зависит не только от входных данных "идеальной" модели, но также и от величин $b_-(x,t)$ и $b_+(x,t)$.

Подставляя в (5) выражения для потоков, приходим к уравнению

$$n(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_f n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + n(x)k(x)(p^0(x) - p(x,0)), \quad (6)$$

где $\kappa_f = (1 + b_+ - b_-) \kappa(x)$, $0 < x < 1$.

От уравнения (4) оно отличается лишь тем, что вместо величины $\kappa(x)$ в нём фигурирует величина κ_f , учитывающая степени некомпетентности b_- , b_+ , и, тем самым, фиктивные потоки власти. Вместе с краевыми условиями (2), (3) уравнение (6) служит базовой моделью некомпетентной властной структуры.

Отметим, что при его выводе были использованы следующие основные предположения: величины b_- и b_+ непрерывны, поведенческие характеристики, т.е. функции $\kappa(x)$ (степень безответственности) и реакция общества $n(x)k(x)(p^0(x) - p(x,0))$ не зависят явно от b_- и b_+ .

Заметим также, что при $b_- = b_+$ распределение власти в иерархии $p(x,t)$ остаётся таким, как в "идеальном" случае (бездействие и сверхдействие уравновешивают друг друга).

3. Определение понятий ущерба, наносимого некомпетентностью, и стоимости её ограничения

Под ограничением здесь понимается реализация государством совокупности мер, снижающих некомпетентность иерархии. К ним относятся, например, эффективный контроль и обоснованная оценка деятельности чиновников, постоянное повышение их квалификации, чёткие критерии их перемещения по властной вертикали вверх и вниз, реальный учёт экспертного и общественного мнения и т.д.

Разумеется, эти мероприятия требуют соответствующих затрат, которые могут быть реализованы с, вообще говоря, большей или меньшей пользой для государства и общества. Выбор наилучших стратегий ограничения некомпетентности - сложная и многоплановая задача. Далее будет изучаться лишь один её аспект - соотношение между "затратами" на уменьшение некомпетентности и "прибылью", приносимой этими мероприятиями, т.е. величиной предотвращённого в результате их проведения ущерба.

Как и в случае с коррупцией, введём сначала локальный текущий ущерб $d(x, t)$ как сумму зря "потраченных" и, наоборот, "непотраченных" инстанцией с координатой x потоков власти:

$$d(x, t) = d_- + d_+ = W_- + W_+ = -b_- \kappa \frac{\partial p}{\partial x} - b_+ \kappa \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad t > t_0. \quad (7)$$

Локальную текущую "пользу" $u(x, t)$ от действий иерархии естественно определить как число её правильных решений:

$$u(x, t) = -(1 - b_-) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad t > t_0. \quad (8)$$

Интегрируя (7) и (8) по x от $x = 0$ до $x = l$, и деля первое выражение на второе, получим общий относительный текущий ущерб от действий иерархии:

$$D(t) = \frac{\int_0^l (b_- + b_+) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x}}{\int_0^l (1 - b_-) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x}}. \quad (9)$$

Безразмерный функционал (9) даёт возможность сравнивать относительные характеристики различных по своей топологии и иным свойствам властных структур.

Введём теперь определение стоимости мероприятий по ограничению некомпетентности, исходя из следующих предположений:

1) *Стоимость ограничения тем выше, чем выше положение инстанции в иерархии, и, соответственно, её текущая власть $p(x, t)$.*

2) *Стоимость ограничения тем меньше, чем больше (и, тем самым, очевиднее) текущий ущерб, приносимый неправильными действиями инстанции, т.е. величина $-\left[(b_- + b_+) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x}\right]^{-1}$.*

Учитывая эти два вполне очевидных предположения, получаем выражение для локальной стоимости ограничения

$$v = -\varepsilon \frac{p(x, t)}{(b_- + b_+) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x}}, \quad (10)$$

где ε - стоимость единичной акции подавления, имеющая соответствующую размерность. Поскольку нас интересует лишь относительные характеристики рассматриваемых величин, положим далее $\varepsilon \equiv 1$.

Отсюда следуют формула относительной стоимости ограничения некомпетентности для всей иерархии

$$V = \frac{\int_0^l p(x, t) \left[(b_- + b_+) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right]^{-1} dx}{\int_0^l \left[(1 - b_-) \kappa(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right]^{-1} dx \int_0^l p^0(x) dx}. \quad (11)$$

В числителе этого безразмерного выражения стоит общая абсолютная стоимость, а в знаменателе - нормирующие члены, т.е. общая абсолютная польза действий иерархии и её суммарная желательная власть. Заметим, что выражение (11) дает величину стоимости полного искоренения некомпетентности иерархии. Стоимость частичного ограничения вычисляется сходным образом. При этом, естественно, учитываются состояния системы "до" и "после" проведения мер по уменьшению некомпетентности. Подчеркнём также, что предположение 1) полностью аналогично соответствующему предположению для коррумпированной иерархии, тогда как предположение 2) по смыслу совершенно противоположно своему аналогу. Это приводит к существенно другим стратегиям ограничения дефектов несовершенств властных структур. В качестве подтверждения приведём результаты одного из примеров первоначальных вычислительных экспериментов (табл. 1). В ячейках таблицы проставлены эффективности соответствующих стратегий; при этом эффективность вычисляется по формуле

$$E = \frac{D_{before} - D_{after}}{V_{after} - V_{before}}, \quad (7)$$

где в знаменателе стоит, ΔV - уменьшение степени некомпетентности иерархии, а в числителе - уменьшение наносимого этой некомпетентностью ущерба, обусловленное проведенными мероприятиями. Последний столбец содержит значения индекса Джини, характеризующего степень централизации иерархии (малые значения соответствуют слабой централизации, нулевое значение коэффициента означало бы, что все инстанции реализуют одинаковое количество власти).

Табл. 1. Результаты вычислительного эксперимента

Тип некомп.	Центр.	Подавл. старш.	Подавл. младш.	Подавл. крайн.	Подавл. средн.	Джини
$b_+ = 1$ $b_- = 0$ сверхдействие	Сильная	2.1796	8.4061	2.8611	3.2249	2.1063
	Слабая	2.5649	2.3649	2.3361	1.7886	24.1067
	Средняя	2.1245	5.6474	2.5982	2.8380	5.2418
$b_+ = 0$ $b_- = 0.9$ бездействие	Сильная	14.3660	107.288	63.5167	19.1237	2.3019
	Слабая	13.5137	37.9015	49.9677	13.2149	30.8017
	Средняя	13.8013	77.3119	57.7376	16.8476	6.4402
$b_+ = 0.5$ $b_- = 0.5$ всё вместе	Сильная	3.4373	15.5523	6.8030	4.8377	2.1819
	Слабая	2.7613	4.5097	5.3445	2.7675	26.9436
	Средняя	3.3447	10.2855	6.1316	4.2583	5.7210

Нетрудно видеть, что в отличие от случая коррумпированных иерархий [14] наиболее предпочтительной стратегией является ограничение некомпетентности не младших, как в случае с коррупцией, а старших инстанций.

Здесь $\kappa(x) \equiv 0.002$, $k(x) \equiv 1$. В качестве начального условия была взята функция $p(x, 0) = 1 - x$, краевые условия $p'(0) = 0$, $p'(1) = p(1)$.

Рассматривались различные функции для оптимальной власти:

выпуклая вниз: $\frac{1}{(1+0.9x)^6}$ -слабая централизация;

линейная: $1 - 0.9x$ - средняя централизация;

выпуклая вверх: $\sqrt{1-0.9x^2}$ - сильная централизация.

В качестве стратегий рассматривались следующие функции:

подавление старших: $b(x) = 0.5 + 0.5x$;

подавление младших: $b(x) = 1 - 0.5x$;

подавление крайних: $b(x) = 1 - |x - 0.5|$;

подавление средних: $b(x) = |x - 0.5|$.

Построенная модель и введённые понятия (описываемыми функционалами (9), (10), (11)) позволяют проводить сравнительный анализ эффективности различных стратегий ограничения степени некомпетентности иерархий.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-01-00089-а.

Литература

1. Mikhailov A.P. Mathematical Modeling of Power Distribution in State Hierarchical Structures Interacting with Civil Society. // Proceedings of 14th IMACS World Congress, Atlanta, USA. — 1994. — V. II, — pp.831-834.
2. Михайлов А. П., Самарский А. А. Математическое моделирование (Идеи, Методы, Примеры). // Физ-матлит Москва. — 1997. — С. 320.
3. Mihailov A. P., Samarskii A. A. Principles of Mathematical Modeling, Ideas, Methods, Examples. // Taylor and Francis. — 2002. — P. 350.
4. Михайлов А. П. Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах. // Математическое моделирование. — 1994. — Т.6, №6, сс. 108-138.
5. Михайлов А.П. Моделирование системы "Власть-Общество". // М.: Физматлит. — 2006. — 144 с.
6. Михайлов А.П., Савельев А.В. Обоснование макромоделей властных иерархий через их микроописание // Математическое моделирование. — 2001. — Т.13, № 4. — сс. 19-34.
7. Клоков Ю.А., Михайлов А.П. Об одной краевой задаче Неймана для интегро-дифференциального уравнения. // Дифференциальные уравнения. — 1996. — Т.32, № 8. — сс.1110-1113.

8. Клоков Ю.А., Михайлов А.П. Краевые задачи для обыкновенного интегро-дифференциального уравнения // Математическое моделирование. — 1997. — Т.9, № 7. — сс. 93-99.
9. Дмитриев М.Г., Жукова Г.С., Петров А.П. Асимптотический анализ модели “Власть-Общество” для случая двух устойчивых распределений власти // Математическое моделирование. — 2004. — Т.16, № 5. — С. 23-34.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. // М.: Наука. — 1989. — 3-е изд., С. 616.
11. Mikhailov A.P. Efficient Strategies of Corruption Suppression in State Power Hierarchies // Proceedings of 15th IMACS World Congress, Berlin, Germany. — 1997. — V.III. — P. 727-733.
12. Михайлов А.П. Модель коррумпированных властных иерархий // Математическое моделирование. — 1999. — Т.11, № 1. — С. 3-19.
13. Михайлов А.П., Ланкин Д.Ф. Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // Математическое моделирование. — 2006. — Т.18, № 12. — С. 115-124.
14. Михайлов А. П., Горбати́ков Е. А. Анализ антикоррупционных стратегий в модифицированной модели "власть-общество". // Математическое моделирование. — 2016. — Т. 28, № 5. — С. 47–68.
англ. перевод: Mikhailov A.P., Gorbatikov E.A. Analysis of anticorruption strategies in a modified Power–Society model. // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2016. — V. 8, I. 5. — С. 709–724.

References

1. Mikhailov A.P. Mathematical Modeling of Power Distribution in State Hierarchical Structures Interacting with Civil Society. // Proceedings of 14th IMACS World Congress, Atlanta, USA. — 1994. — V.II, — pp.831-834.
2. Mihailov A. P., Samarskii A. A. Matematicheskoe modelirovanie (Idei, Metody, Primery). // Fiz-matlit Moskva. — 1997. — P. 320.
3. Mihailov A. P., Samarskii A. A. Principles of Mathematical Modeling, Ideas, Methods, Examples. // Taylor and Francis. — 2002. — P. 350.
4. Mihailov A. P. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki raspredeleniya vlasti v ierarhicheskikh strukturah. // Matematicheskoe modelirovanie. — 1994. — Т.6, №6, pp. 108-138.
5. Mihailov A.P. Modelirovanie sistemy "Vlast'-Obshchestvo". // М.: Fizmatlit. — 2006. — 144 p.
6. Mihailov A.P., Savel'ev A.V. Obosnovanie makromodelei vlastnyh ierarhii cherez ih mikroopisanie // Matematicheskoe modelirovanie. — 2001. — Т.13, № 4. — pp. 19-34.

7. Klovok YU.A., Mihailov A.P. Ob odnoi kraevoi zadache Neimana dlya integro-differencial'nogo uravneniya. // *Differencial'nye uravneniya*. — 1996. — T.32, № 8. — pp.1110-1113.
8. Klovok YU.A., Mihailov A.P. Kraevye zadachi dlya obyknovennogo integro-differencial'nogo uravneniya. // *Matematicheskoe modelirovanie*. — 1997. — T.9, № 7. — pp. 93-99.
9. Dmitriev M.G., Zhukova G.S., Petrov A.P. Asimptoticheskii analiz modeli "Vlast'-Obshchestvo" dlya sluchaya dvuh ustoychivyh raspredelenii vlasti // *Matematicheskoe modelirovanie*. — 2004. — T.16, № 5. — pp. 23-34.
10. Samarskii A.A. *Teoriya raznostnyh skhem*. // M.: Nauka. — 1989. — 3-e izd., P. 616.
11. Mikhailov A.P. Efficient Strategies of Corruption Suppression in State Power Hierarchies. // *Proceedings of 15th IMACS World Congress, Berlin, Germany*. — 1997. — V.III. — P.727-733.
12. Mikhailov A.P. Model' korrumpirovannyh vlastnyh ierarhii // *Matematicheskoe modelirovanie*. — 1999. — T.11, № 1. — P.3-19.
13. Mikhailov A.P., Lankin D.F. Modelirovanie optimal'nyh strategii ogranicheniya korrupcii // *Matematicheskoe modelirovanie*. — 2006. — T.18, № 12. — P. 115-124.
14. Mikhailov A.P., Gorbatikov E.A. Analysis of anticorruption strategies in a modified Power–Society model. // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2016. — V. 8, I. 5. — pp. 709–724.