

# Четыре базовых макросценария распространения информации в социуме

А.П. Михайлов, А.П. Петров, Г.Б. Прончев, О.Г. Прончева

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН*

**Аннотация.** Работа посвящена изучению различных режимов распространения информации в социуме на основе базовой математической модели. Анализ направлен на определение численности охваченных информацией индивидов при достаточно большом значении времени, а также на определение наличия или отсутствия точек ажиотажа. Для каждого из рассмотренных случаев аналитическое исследование сопровождается численным расчетом.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, распространение информации в социуме, дифференциальные уравнение, вычислительный эксперимент.

## Four basic macroscenarios for the dissemination of information in society

A.P. Mikhailov, A.P. Petrov, G.B. Pronchev, O.G. Proncheva

*Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS*

**Abstract.** The paper is devoted to the study of various modes in the model of information dissemination in society. The analysis is aimed at determining the number of individuals covered by information with a sufficiently large value of time, as well as at determining the presence or absence of a point of excitement. For each of the cases considered, an analytical study is accompanied by a numerical calculation.

**Keywords:** mathematical modeling, information dissemination in society, differential equations, computational experiment.

### Введение

Интернет - мощное информационно-коммуникационное средство, которое предоставляет заинтересованным сторонам широкие возможности для распространения информации, что ставит перед обществом новые вызовы и требует разработки современных подходов к изучению

различных, в том числе, гуманитарных, аспектов информационной безопасности, т.е. проблем, связанных с наличием "человеческого фактора". Эти подходы могут быть существенно обогащены математическими методами. К ним относится, прежде всего, использование соответствующих математических моделей. Математическое моделирование является, фактически, первой информационной технологией высокого уровня, позволяющей переработать информационное "сырьё" (которое не всегда является достаточным для анализа ситуации и принятия практических решений) в готовый продукт, то есть в точное знание [1].

В качестве основы для данной работы принята базовая модель информационного нападения, предложенная в [2, стр. 150] и развитая в ряде работ (например, [3, 4]). Под базовыми мы понимаем модели, которые, с одной стороны, учитывают основные факторы изучаемого процесса, с другой - не содержат детализации, затрудняющей первичный анализ.

Указанная модель описывает распространение информации с учетом двух типов факторов: вещание средств массовой информации и межличностную коммуникации. Каждый из этих факторов может как способствовать, так и препятствовать распространению какого-либо конкретного информационного потока. Возникающие при этом четыре случая дают четыре простейших сценария распространения информации в социуме. Данная работа посвящена и исследованию этих сценариев. Уравнения исследуются аналитически; сценарии иллюстрируются численными расчетами.

### **Рассматриваемая макро модель**

Рассмотрим базовую модель распространения информации в социуме:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha + \beta N)(N_0 - N), \quad N(0) = N^0, \quad (1)$$

где:

- $N_0$  - общая численность индивидов в социуме;
- $N(t)$  - численность адептов, т.е. охваченных информацией индивидов в момент времени  $t$ ;
- $\alpha$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации через СМИ;
- $\beta$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации через межличностную коммуникацию,
- $N^0$  - начальная численность адептов.

Решение задачи (1) имеет вид

$$N = \frac{\alpha(N^0 - N_0) + e^{(\alpha + \beta N_0)t} (\alpha + \beta N^0) N_0}{-\beta(N^0 - N_0) + e^{(\alpha + \beta N_0)t} (\alpha + \beta N^0)} \quad (2)$$

Изучим исследуем поведение решения при различных значения параметров и начальных условиях. При этом будем учитывать, что  $0 < N(t) < N_0$  при  $t > 0$ .

Из выражения (2) следует, что численность адептов  $N(t)$  возрастает на некотором промежутке, если на этом промежутке  $N(t) \text{sign} \beta > -\alpha / |\beta|$  и убывает в противном случае. Таким образом, если  $N^0 \text{sign} \beta > -\alpha / |\beta|$ , функция  $N(t)$  возрастает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = N_0$ , если  $N^0 \text{sign} \beta < -\alpha / |\beta|$ , то функция  $N(t)$  убывает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = -\alpha / |\beta|$ .

Исследуем также наличие точки положительного или отрицательного ажиотажа, когда скорость возрастания или убывания  $N(t)$  максимальна. Ажиотаж (или его отсутствие) является одной из ключевых характеристик процесса.

Для этого приравняем к нулю вторую производную от численности адептов:

$$\frac{d^2 N}{dt^2} = (\beta(N_0 - N) - (\alpha + \beta N))(\alpha + \beta N)(N_0 - N) = 0,$$

откуда получаем численность  $N_g$  адептов в момент ажиотажа:

$$N_g = \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right).$$

При данном значении численности адептов скорость их изменения максимальна по абсолютной величине; другим словами, в этой точке имеет место либо максимальный рост, либо максимальный спад численности адептов. Существование такой точки в каждом случае необходимо исследовать отдельно.

### **Анализ сценариев модели при различных значениях параметров**

#### **Сценарий 1. $\alpha > 0, \beta > 0$**

В этом случае функция  $N(t)$  возрастает при всех значениях времени  $t$ , причем  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = N_0$ . Наличие точки ажиотажа зависит от параметров: если  $N_0 > \frac{\alpha}{\beta}$  и начальная численность адептов удовлетворяет неравенству  $N^0 < \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right)$ , то такая точка есть, в противном случае

скорость максимальна в начальный момент времени, а потом начинает убывать. Данный случай подробно исследован в [1].

В качестве примера приведем численный расчет решения задачи (1) при  $\alpha = \beta = 1$ ,  $N_0 = 10$ ,  $N^0 = 0$ . Ажиотаж имеет место при

$$N_g = \frac{1}{2} \left( 10 - \frac{1}{1} \right) = 4,5.$$

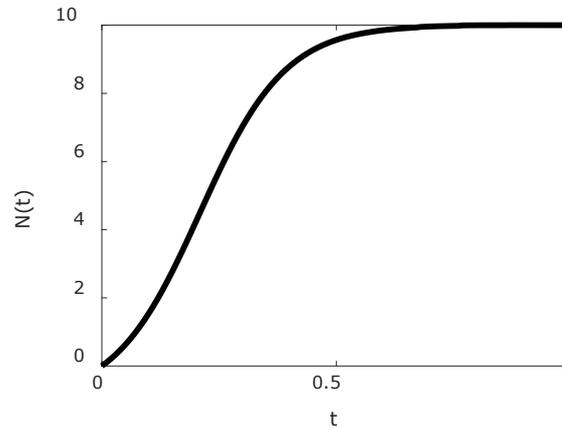


Рис. 1. Решение задачи (1) для Сценария 1 (значения параметров приведены в тексте).

Тем самым, численность адептов монотонно возрастает, асимптотически (при  $t \rightarrow \infty$ ) охватывая весь социум. Ажиотаж имеет место, если начальная численность адептов достаточно мала.

### **Сценарий 2.** $\alpha > 0$ , $\beta < 0$

Данный сценарий соответствует ситуации, когда СМИ создают информационное поле, способствующее распространению информации, а межличностные контакты противодействуют ему.

В этом случае свойства решения зависят от начальных условий. Если  $N^0 < -\frac{\alpha}{\beta}$ , то функция  $N(t)$  возрастает, причем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = -\frac{\alpha}{\beta}, \text{ если } -\frac{\alpha}{\beta} \leq N_0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = N_0, \text{ если } -\frac{\alpha}{\beta} > N_0.$$

Рассмотрим теперь вопрос о существовании точки ажиотажа в каждом из этих случаев. Если  $N^0 < \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) < -\frac{\alpha}{\beta} \leq N_0$ , то существует

точка ажиотажа. Если же  $N^0 > -\frac{\alpha}{\beta}$ , то  $N(t)$  убывает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = -\frac{\alpha}{\beta}$ .

Если  $N_0 \geq N^0 > \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right)$ , то имеется точка ажиотажа .

Заметим, что ни в одном из этих случаев решение не обращается в ноль, т.е. численность адептов в любой момент времени остается положительной.

Расчеты для различных значениях параметров приведены на Рис. 2. Здесь  $\alpha = 2$ ,  $\beta = -1$ ,  $N_0 = 10$ . Штриховая линия:  $N^0 = 0$  (число охваченных индивидов возрастает с течением времени, точки ажиотажа нет). Пунктирная линия:  $N^0 = 4$  (число охваченных индивидов убывает, точки ажиотажа нет). Сплошная линия:  $N^0 = 9$  (число охваченных индивидов убывает, имеется точка ажиотажа при  $N_g = 0,5(10 + 2) = 6$ )

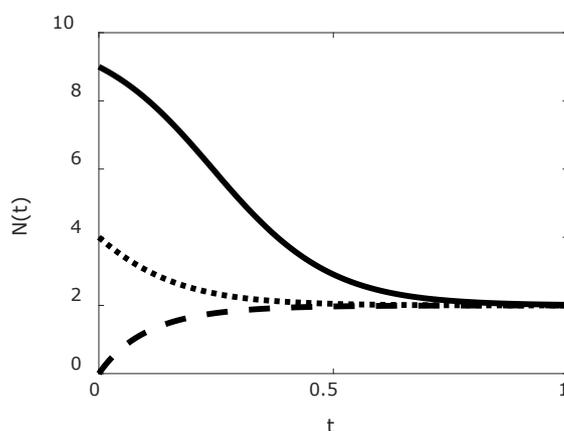


Рис. 2. Решение задачи (1) для Сценария 2 при различных начальных условиях (значения параметров приведены в тексте).

Таким образом, при данных значениях параметров численность адептов стабилизируется (при  $t \rightarrow \infty$ ) к постоянной величине, не зависящей от начальных условий. При этом адепты составляют лишь часть социума. При этой стационарной численности факторы распространения информации уравновешивают друг друга.

### **Сценарий 3. $\alpha < 0$ , $\beta > 0$**

Данный сценарий соответствует ситуации, когда СМИ препятствуют распространению информации, а межличностные контакты - способствуют.

В этом случае также наличие ажиотажа зависит от начальных условий. Если  $N^0 < -\frac{\alpha}{\beta}$ , то функция  $N(t)$  убывает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 0$ . Если при этом  $\frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) < N^0$ , то имеется точка ажиотажа. Если же  $N_0 \geq N^0 > -\frac{\alpha}{\beta}$ , то  $N(t)$  возрастает и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = N_0$ . Если  $N^0 < \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) < -\frac{\alpha}{\beta} \leq N_0$ , то имеется точка ажиотажа.

На Рис. 3 приведены расчеты для различных начальных условий. Здесь  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 1$ ,  $N_0 = 10$ . Штриховая линия соответствует  $N^0 = 9$  (число охваченных индивидов возрастает, точки ажиотажа нет). Сплошная линия:  $N^0 = 2$  (число охваченных индивидов возрастает, имеется точка ажиотажа при  $N_g = 0,5(10 + 1) = 5,5$ ). Пунктирная линия:  $N^0 = 0,9$  (число охваченных индивидов убывает, точки ажиотажа нет).

Нетрудно найти значение  $t = t_{cr}$ , при котором численность адептов обращается в ноль. Действительно, приравнивая к нулю числитель в выражении (2), имеем

$$\alpha(N^0 - N_0) + e^{\alpha t + \beta N_0 t} (\alpha + \beta N^0) N_0 = 0,$$

откуда получаем:

$$t_{cr} = \frac{1}{\alpha + \beta N_0} \ln \left[ -\frac{\alpha(N^0 - N_0)}{(\alpha + \beta N^0) N_0} \right].$$

Производная решения в точке  $t = t_{cr}$ , согласно уравнению (1) равна  $N'(t_{cr}) = \alpha N_0$ .

При данных значениях параметров  $t > t_{cr}$  решение уравнения (1) является отрицательным, что не имеет содержательной трактовки. В таких случаях примем для модели, что  $N(t) = 0$ . Для значений параметров, использованных в численном расчете, численность адептов обращается в ноль при

$$t_{cr} = \frac{1}{9} \ln(9,1) \approx 0,245.$$

При этом  $N'(t_{cr}) = -10$ .

Данный сценарий характеризуется тем, что, в зависимости от начальных условий либо численность адептов убывает до нуля, либо, наоборот, все члены социума становятся адептами.

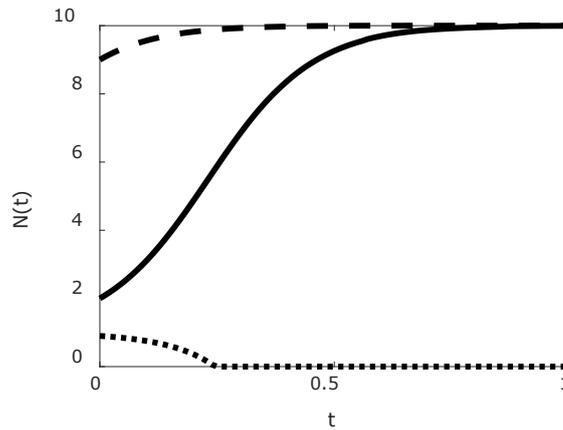


Рис. 3. Решение задачи (1) для Сценария 3 (значения параметров приведены в тексте).

**Сценарий 4.**  $\alpha < 0, \beta < 0$ .

Отрицательные значения параметров  $\alpha, \beta$  соответствуют ситуации, когда как СМИ, так и межличностные контакты препятствуют распространению информации.

В это случае функция  $N(t)$  убывает при любых начальных условиях и  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 0$ . Если  $\frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) < N^0$  и  $N_0 > \frac{\alpha}{\beta}$ , то имеется точка ажиотажа.

Расчеты приведены на Рис. 4. Здесь  $\alpha = -1, \beta = -1, N_0 = 10$ . Штриховая линия соответствует  $N^0 = 9.9$ : имеется точка ажиотажа при  $N = 0,5(10 + 1) = 5,5$ . Количество охваченных индивидов убывает, обращаясь в ноль при  $t_{cr} = \frac{1}{-11} \ln \left[ \frac{1}{1090} \right] \approx 0,635$ . Сплошная линия соответствует  $N^0 = 4$ : в данном случае точки ажиотажа нет, а число охваченных индивидов убывает, обращаясь в ноль при  $t_{cr} = \frac{1}{-11} \ln [0,12] \approx 0,193$ . В обоих случаях  $N'(t_{cr}) = \alpha N_0 = -10$ .

Поскольку в данном сценарии оба фактора распространения информации действуют в направлении подавления информационного потока, то численность адептов убывает, обращаясь в ноль за конечное время.

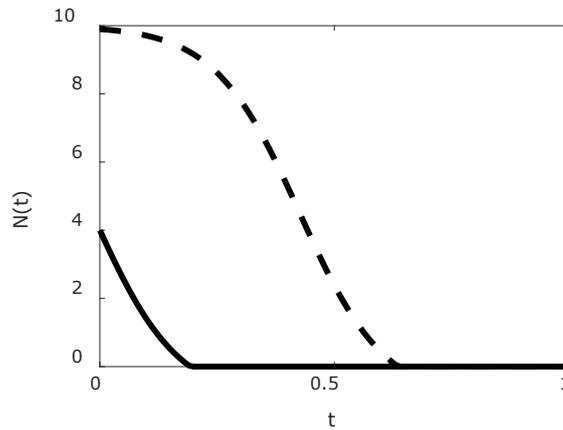


Рис. 4. Решение задачи (1) для Сценария 4 (значения параметров приведены в тексте).

### Заключение

Данная работа развивает математическую модель распространения информации в социуме [2, стр. 150]. Среди других подходов в рамках данной тематики отметим моделирование распространения информации в социальных сетях [5-8]. Направления эмпирических исследований включают в себя, в частности, классификацию мнений пользователей на основе анализа текстов [9], выявление предметных концепций [10] и изучение поисковых интернет-запросов [11, 12].

Рассмотренные базовые сценарии отражают многообразие возможных вариантов процесса распространения информации в социуме. Более сложные модели описывают процесс информационного противоборства [13], изучению и развитию которой посвящены многочисленные работы, например, [14, 15].

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 20-11-20059 "Математические модели, теория игр и эмпирический анализ в исследовании информационных противоборств в социуме", ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

### Литература

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование в информационную эпоху // Вестник Российской Академии Наук, 2004, том 74, № 9, с. 781-784.
2. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи, методы, примеры. Москва, Наука, 2001 г., 320 с.
3. Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н.А., Третьякова И.В. Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование, 2014, т.26, №3, с.65-74.

4. Михайлов А.П., Маревцева Н.А. Модели информационной борьбы // Математическое моделирование. Т. 23. №10. С 19-32. 2011.
5. Chkhartishvili A.G., Gubanov D.A., Novikov D.A. Social Networks: Models of information influence, control and confrontation. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2019. – 158 с. DOI: 10.1007/978-3-030-05429-8
6. Козицин И.В., Чхартишвили А.Г., Марченко А.М., Норкин Д.О., Осипов С.Д., Утешев И.А., Гойко В.Л., Палкин Р.В., Мягков М.Г.. Моделирование политических взглядов российских пользователей социальной сети ВКонтакте. Математическое моделирование, 2019. Т.31, №8. С. 3-20.
7. Chkhartishvili A. G, Gubanov D.A. Influence Levels of Users and Meta-Users of a Social Network // Automation and Remote Control. 2018. Volume 79, Issue 3. С. 545–553. DOI: 10.1134/S0005117918030128.
8. Kozitsin I.V., Marchenko A.M., Goiko V.L., Palkin R.V. Symmetric Convex Mechanism of Opinion Formation Predicts Directions of Users' Opinions Trajectories // In 2019 Twelfth International Conference" Management of large-scale system development"(MLSD), pp. 1-5. 2019. IEEE.
9. Akhtyamova L., Alexandrov M., Cardiff J., Koshulko O.: Opinion Mining on Small and Noisy Samples of Health-related Texts. // Advances in Intelligent Systems and Computing III (Proc. of CSIT-2018), Springer, AISC, 2019, vol. 871, p.1-12.
10. Akhtyamova L., Cardiff J. (2020) LM-Based Word Embeddings Improve Biomedical Named Entity Recognition: A Detailed Analysis. // In: Bioinformatics and Biomedical Engineering. IWBBIO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12108. Springer, Cham, doi: 10.1007/978-3-030-45385-5\_56.
11. Boldyreva A., Sobolevskiy O., Alexandrov M., Danilova V. (2016): Creating collections of descriptors of events and processes based on Internet queries, In: Proc. of 14-th Mexican Intern. Conf. on Artif. Intell. (MICAI-2016), Springer Cham, LNAI, 2016, vol. 10061 (chapter 26), pp. 303-314
12. Михайлов А.П., Петров А.П., Прончев Г.Б., Прончева О.Г. Моделирование спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию // Доклады Академии наук. 2018. Т.480, №4. С. 397-400. DOI: 10.7868/S0869565218160028
13. Михайлов А.П., А.П., Маревцева Н.А. Модели информационной борьбы // Мат. моделирование. Т. 23. №10. С 19-32. 2011.
14. Mikhailov, A.P., Pronchev, G.B. and Proncheva, O.G., 2019. Mathematical Modeling of Information Warfare in Techno-Social Environments. In Techno-Social Systems for Modern Economical and Governmental Infrastructures (pp. 174-210). IGI Global.
15. Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г. Модель информационного противоборства в социуме с кусочно-постоянной функцией

дестабилизирующего воздействия // Математическое моделирование. 2018. Т.30. №7. С.47-60.

## References

1. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. Mathematical Modeling in the Information Age // Vestnik RAS, 2004. Vol. 74, № 9. P. 781-784 (in Russian).
2. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. Principles of Mathematical Modelling: Ideas, Methods, Examples. 2001. Taylor and Francis Group.
3. Mikhailov A. P., Petrov A. P., Marevtseva N. A., Tretiakova I. V. Development of a Model of Information Dissemination in Society // Mathematical Models and Computer Simulations, 2014, Vol. 6, No. 5, pp. 535–541, 2014.
4. Mikhailov A. P., Marevtseva N. A. Models of information struggle // Math. Models Comput. Simul., Vol. 4, No. 3 (2012), P. 251–259.
5. Chkhartishvili A.G., Gubanov D.A., Novikov D.A. Social Networks: Models of information influence, control and confrontation. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2019. – 158 с. DOI: 10.1007/978-3-030-05429-8
6. Kozitsin, I. V., Chkhartishvili, A. G., Marchenko, A. M., Norkin, D. O., Osipov, S. D., Uteshev, I. A., Goiko, V.L., Palkin, R.V, Myagkov, M. G. (2020). Modeling Political Preferences of Russian Users Exemplified by the Social Network Vkontakte. Mathematical Models and Computer Simulations, 12, 185-194.
7. Chkhartishvili A. G, Gubanov D.A. Influence Levels of Users and Meta-Users of a Social Network // Automation and Remote Control. 2018. Volume 79, Issue 3. C. 545–553. DOI: 10.1134/S0005117918030128.
8. Kozitsin I.V., Marchenko A.M., Goiko V.L., Palkin R.V. Symmetric Convex Mechanism of Opinion Formation Predicts Directions of Users' Opinions Trajectories // In 2019 Twelfth International Conference "Management of large-scale system development"(MLSD), pp. 1-5. 2019. IEEE.
9. Akhtyamova L., Alexandrov M., Cardiff J., Koshulko O.: Opinion Mining on Small and Noisy Samples of Health-related Texts. // In: Advances in Intelligent Systems and Computing III (Proc. of CSIT-2018), Springer, AISC, 2019, vol. 871, p.1-12.
10. Akhtyamova L., Cardiff J. (2020) LM-Based Word Embeddings Improve Biomedical Named Entity Recognition: A Detailed Analysis. // In: Bioinformatics and Biomedical Engineering. IWBBIO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12108. Springer, Cham, doi: 10.1007/978-3-030-45385-5\_56.
11. Boldyreva A., Sobolevskiy O., Alexandrov M., Danilova V. (2016): Creating collections of descriptors of events and processes based on Internet

- queries, In: Proc. of 14-th Mexican Intern. Conf. on Artif. Intell. (MICAI-2016), Springer Cham, LNAI, 2016, vol. 10061 (chapter 26), pp. 303-314.
12. Mikhailov A. P., Petrov A. P., Pronchev G. B. and Proncheva O. G. . Modeling a Decrease in Public Attention to a Past One-Time Political Event. Doklady Mathematics, 2018, Vol. 97, No. 3, pp. 247–249. ISSN 1064-5624. doi: 10.1134/S1064562418030158
  13. Mikhailov A. P., Marevtseva N. A. Models of information struggle // Math. Models Comput. Simul., Vol. 4, No. 3 (2012), P. 251–259.
  14. Mikhailov, A.P., Pronchev, G.B. and Proncheva, O.G., 2019. Mathematical Modeling of Information Warfare in Techno-Social Environments. In Techno-Social Systems for Modern Economical and Governmental Infrastructures (pp. 174-210). IGI Global.
  15. Mikhailov A. P., Petrov A. P. and Proncheva O. G. A Model of Information Warfare in a Society with a Piecewise Constant Function of the Destabilizing Impact // Mathematical Models and Computer Simulations, 2019, Vol. 11, No. 2, pp. 190–197. DOI: 10.1134/S2070048219020108.