

Расчёт процесса разгона макротела в рельсотроне без кожуха с помощью платформы Теметос

М.П. Галанин^{1,2}, Д.Л. Сорокин^{1,2}

¹ ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1

Аннотация. Описаны методы решения задач в неограниченной области. Построены алгоритмы задания искусственных граничных условий для моделирования электромагнитного поля на основе формул Грина и закона Био — Савара — Лапласа. Рассуждения представлены на примере модели процесса разгона макротела в электродинамическом ускорителе рельсового типа. Приведены особенности программной реализации вычислительного алгоритма, в частности, описан процесс проведения вычислительного эксперимента с помощью графического интерфейса программной платформы Теметос. Представлены результаты расчётов, демонстрирующие корректность построенных методов.

Ключевые слова: электродинамический ускоритель, уравнения Максвелла, искусственные граничные условия, платформа Теметос

Calculation Of The Macrobody Acceleration Process In A Railgun Without Casing Using The Temetos Platform

M.P. Galanin^{1,2}, D.L. Sorokin^{1,2}

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics (KIAM), Moscow, Russia

² Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), Moscow, Russia

Abstract. Methods for solving problems in an unlimited field are considered. Algorithms for specifying artificial boundary conditions for modeling the electromagnetic field based on Green's formulas and the Biot – Savard – Laplace law are constructed. All arguments are presented on the example of constructing a model for calculating the process of acceleration of a macrobody in an electrodynamic rail-type accelerator. The features of the software implementation of the computational algorithm are presented, in particular, the process of conducting a computational experiment using the graphical interface of the Temethos platform is described. The results of

calculations are presented, demonstrating the correctness of the constructed methods.

Keywords: electrodynamic accelerator, Maxwell's equations

Необходимость рассчитывать пространственно-многомерные электромагнитные поля возникает при решении широкого круга задач науки и техники (магнитогидродинамические генераторы энергии, электродинамические ускорители макротел, астрофизические объекты и т. д.) [1]. Часто математическая модель для описания полей строится в неограниченной области. Это усложняет процесс численного решения задачи.

В работе [2] проведён анализ существующих методов решения эллиптических и волновых уравнений в неограниченной области. В частности, описаны метод замены переменных, метод граничных интегральных уравнений, метод разностных потенциалов [3, 4], метод введения бесконечных элементов совместно с конечными элементами [5, 6], методика использования квазиравномерных сеток совместно с методом конечных разностей [7] и др.

В статьях [8, 9] разработаны методы решения задач для оператора смешанного типа с финитной правой частью в неограниченной области, базирующиеся на основной интегральной формуле Грина [10].

В работах [1, 11] для расчёта электромагнитного поля в электродинамических ускорителях предложено использовать модель идеального кожуха и в качестве граничных условий на боковой поверхности ускорителя задавать равенство нулю тангенциальной компоненты напряжённости электрического поля.

С практической точки зрения наличие кожуха приводит к уменьшению ускоряющих характеристик устройства, поэтому в реальных ускорителях он, как правило, отсутствует.

Одним из возможных способов получения решения, соответствующего задаче в неограниченной области, является расширение расчётной области и тем самым удаление кожуха от ускорителя. Несмотря на то, что такой способ прост в реализации, он существенно увеличивает вычислительную сложность задачи, что неприемлемо. В данной работе предлагается задавать на боковой поверхности искусственные граничные условия в соответствии с законом Био — Савара — Лапласа.

Для постановки граничных условий на торцевых поверхностях расчётной области необходимо решить двумерную задачу с оператором смешанного типа в неограниченной области. В [1, 11] разработаны различные методы решения задач такого вида: метод расширения расчётной области, трёхэтапный алгоритм, метод задания интегральных граничных условий. Показано, что наиболее эффективным в двумерном

случае является метод задания искусственного граничного условия в интегральном виде.

Таким образом, в нашем вычислительном алгоритме при решении задачи используется закон Био — Савара — Лапласа для задания граничных условий на боковой поверхности расчётной области и метод задания интегральных граничных условий на торцевых. Благодаря этому в ограниченной области получается решение, соответствующее проекции на нее решения задачи в неограниченной области.

Для проведения вычислительных экспериментов требуется не только создать вычислительный алгоритм и программу, его реализующую, но и иметь средства для задания сложной геометрической формы устройства и анализа результатов. В ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для проведения вычислительного эксперимента создана программная платформа Теметос [12, 13]. Архитектура платформы Теметос позволяет использовать её для решения широкого круга задач. Это достигается прежде всего благодаря модульности платформы. Соответствующие модули платформы созданы для подготовки исходных данных для расчётов и анализа их результатов.

Полученные с помощью разработанного программного обеспечения результаты свидетельствуют о корректности выбранных способов решения (выполнение законов сохранения, соответствие результатам натуральных экспериментов).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 18-01-00252 и 18-31-20020.

Литература

1. Галанин М.П., Попов Ю.П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. М. : Наука; Физматлит, 1995. 320 с
2. Галанин М.П., Низкая Т.В., Софронов И.Л. Численное решение эллиптических уравнений и волнового уравнения в неограниченной области // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия Б. Т. VII-1. Математическое моделирование в низкотемпературной плазме. Часть 2. М.: Янус — К. 2008. С. 57 – 74.
3. Рябенький В.С. Метод разностных потенциалов для некоторых задач механики сплошных сред. М. : Наука, 1987.
4. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной гидродинамики. М. : Бином, Лаборатория знаний. 2009. 200 с.
5. Bettess P. Infinite Elements. Penshaw Press. 1992.
6. Zienkewicz O.J., Bettess P. A novel boundary infinite element // Int. J. Num. Meth. Eng., № 17, pp. 393 – 404.
7. Калиткин Н.Н., Альшин А.Б., Альшина Е.А., Рогов Б.В. Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005. 225 с.

8. Галанин М.П., Сорокин Д.Л. Разработка и применение численных методов решения задач в неограниченной области на основе третьей формулы Грина // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018. № 246, 24 с.
9. Галанин М.П., Сорокин Д.Л. Разработка и применение численных методов решения уравнений смешанного типа в неограниченной области // Дифференциальные уравнения, 2019, Т. 55, № 7, с. 949 – 961.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебник. — 7-е изд. — М. : МГТУ. Наука. 2004. 798 с.
11. Уразов С.С. Математическое моделирование многомерных квазистационарных электромагнитных полей в канале электродинамического ускорителя [Текст] : дис. канд. ф.-м. наук : 05.13.18 — Москва, 2007. — 120 с.
12. Галанин М.П., Горбунов-Посадов М.М., Ермаков А.В., Лукин В.В., Родин А.С., Шаповалов К.Л. Архитектура программной платформы сопровождения вычислительного эксперимента Теметос // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2013. № 99. 23 с.
13. Галанин М.П., Лукин В.В., Родин А.С., Сорокин Д.Л. Применение программной платформы Теметос для разработки среды моделирования электромагнитного ускорителя // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 44. 32 с.

References

1. Galanin M.P., Popov YU.P. Kvizistatsionarnyye elektromagnitnyye polya v neodnorodnykh sredakh. M. : Nauka; Fizmatlit, 1995. 320 s
2. Galanin M.P., Nizkaya T.V., Sofronov I.L. Chislennoye resheniye ellipticheskikh uravneniy i volnovykh uravneniy v neogranichennoy oblasti // Entsiklopediya nizkotemperaturnoy plazmy. Seriya B. T. VII-1. Matematicheskoye modelirovaniye v nizkotemperaturnoy plazme. Chast' 2. M. : Yanus - K. 2008. S. 57 - 74.
3. Ryaben'kiy V.S. Metod raznostnykh potentsialov dlya nekotorykh zadach mekhaniki sploshnykh sred. M. : Nauka, 1987.
4. Brushlinskiy K.V. Matematicheskiye i vychislitel'nyye zadachi magnitnoy gidrodinamiki. M. : Binom, Laboratoriya znaniy. 2009. 200 s.
5. Bettess P. Beskonechnyye elementy. Penschaw Press. 1992.
6. Zinkevich O.YU., Bettess P. Novyy granichnyy beskonechnyy element // Int. J. Num. Met. Angl., № 17, s. 393 - 404.
7. Kalitkin N.N., Al'shin A.B., Al'shina Ye.A., Rogov B.V. Vychisleniya na kvaziravnomernykh setkakh. M. : Fizmatlit, 2005. 225 s.
8. Galanin M.P., Sorokin D.L. Razrabotka i primeneniye chislennykh metodov resheniya zadach na osnove tret'yey formuly Grina // Preprinty IPM im. M.V. Keldysha, 2018. № 246, 24 s.

9. Galanin M.P., Sorokin D.L. Razrabotka i primeneniye chislennykh metodov resheniya uravneniy smeshannogo tipa v neogranichennoy oblasti // *Differentsial'nyye uravneniya*, 2019, s. 55, № 7, s. 949 - 961.
10. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki: Uchebnik. - 7-ye izd. - M. : MGTU. Nauka. 2004. 798 s.*
11. Urazov S.S. *Matematicheskoye modelirovaniye mnogomernykh kvazistatsionarnykh elektromagnitnykh poley v kanale elektrodinamicheskogo uskoritelya [Tekst]: dis. kand. f.-m. nauk: 05.13.18 - Moskva, 2007. - 120 s.*
12. Galanin M.P., Gorbunov-Posadov M.M., Yermakov A.V., Lukin V.V., Rodin A.S., Shapovalov K.L. *Arkhitektura programmnoy platformy soprovozhdeniya vychislitel'nogo eksperimenta Temetos // Preprinty IPM im. M.V. Keldysha RAN. 2013. № 99. 23 s.*
13. Galanin M.P., Lukin V.V., Rodin A.S., Sorokin D.L. *Primeneniye programmnoy platformy. Tematika dlya razrabotki sredey modelirovaniya elektromagnitnogo uskoritelya // Preprinty IPM im. M. V. Keldysh. 2018. № 44. 32 s.*