

К.П. Беляев, Н.П. Тучкова,
Г.М. Михайлов, А.Н. Сальников

**Анализ сезонной и многолетней
изменчивости поля атмосферного
давления в Арктике методами
анализа случайных процессов**

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Беляев К.П., Тучкова Н.П., Михайлов Г.М., Сальников А.Н. Анализ сезонной и многолетней изменчивости поля атмосферного давления в Арктике методами анализа случайных процессов // Научный сервис в сети Интернет: труды XXII Всероссийской научной конференции (21-25 сентября 2020 г., онлайн). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2020. — С. 129-139.

<https://doi.org/10.20948/abrau-2020-57>

<https://keldysh.ru/abrau/2020/theses/57.pdf>

Видеозапись выступления

Анализ сезонной и многолетней изменчивости полей атмосферного давления в Арктике методами теории случайных процессов

Беляев К.П.^{1,2}, Тучкова Н.П.¹, Михайлов Г.М.¹, Сальников А.Н.^{1,3}

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН

³ФОУ ВПО "Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова", факультет ВМК

Аннотация. В работе проведен анализ сезонной и многолетней изменчивости поля атмосферного давления в Арктическом регионе России. В качестве основного метода исследования использовались схемы анализа диффузионных процессов. На основе заданных рядов длиной в 60 лет с 1948 по 2008 годы вычислялись такие параметры диффузионных процессов, как среднее (снос процесса) и дисперсия (диффузия процесса), и строились их карты и временные кривые. Изучалась сезонная и многолетняя изменчивость полученных полей. Эти характеристики анализировались, и проводилась их геофизическая интерпретация. В частности, выявлялись известные циклы солнечной активности в 11 и 22 года, а также известный из литературы квазидвухлетний период. Численные расчеты выполнялись на суперкомпьютере Ломоносов-2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Ключевые слова: анализ временных рядов, диффузионные случайные процессы, сезонная и многолетняя изменчивость атмосферного давления.

Analysis of seasonal and perennial variability of atmospheric pressure fields in the Arctic by methods of random process theory

К.П. Belyaev^{1,2*}[0000-0003-2111-2709], Н.П. Tuchkova^{1**}[0000-0001-6518-5817],
Г.М. Mikhaylov^{1***}[0000-0002-4535-7180], А.Н. Salnikov^{1,3****}[0000-0001-8669-6605]

¹ *Dorodnicyn Computing Center FRC CSC of RAS*

² *Shirshov Institute of Oceanology of RAS*

³ *Lomonosov Moscow State University*

*kosbel55@gmail.com, **natalia_tuchkova@mail.ru, ***gmickail@ccas.ru,
****salnikov@angel.cs.msu.ru

Abstract. The paper analyzes the seasonal and long-term variability of the atmospheric pressure field in the Arctic region of Russia. Schemes for the analysis of stochastic-diffusion processes were used as the main research method. On the basis of the given series of 60 years long from 1948 to 2008, such parameters of diffusion processes as the mean (drift process) and variance (diffusion process) were calculated and their maps and time curves were constructed. Their seasonal and long-term variability of calculated fields was studied. These characteristics were analyzed and their geophysical interpretation was carried out. In particular, the known cycles of solar activity in 11 and 22 years were revealed. Numerical calculations were performed on the Lomonosov-2 supercomputer of the Lomonosov Moscow State University.

Keywords: time series analysis, random diffusion processes, seasonal and long-term variability of atmospheric pressure

1. Введение

Анализ временных рядов (АВР) - одно из наиболее хорошо разработанных и широко применяемых направлений в математической статистике. Методы АВР успешно применяются в геофизике, экономике, технике и других видах человеческой деятельности, связанных с исследованиями массивов данных. Наверное, одним из первых применений методов АВР, был анализ данных сбора урожая в Англии в 18 веке [1]. Исследовался валовой сбор зерна, разделялся на многолетний тренд, сезонную составляющую и нерегулярную компоненты, всецело зависящие от текущих событий, таких как погодные условия, инфляционный ценовой всплеск и другие возможные факторы. В последующем, АВР стал использоваться при анализе финансового рынка [2], при анализе многолетней изменчивости геофизических характеристик, таких как температура воздуха или воды [3], в более сложных моделях и схемах [4]. С ростом объема и качества данных наблюдений совершенствовались и методы АВР. На современном этапе анализа АВР часто используются схемы авторегрессии и скользящего среднего (ARIMA) [5]. С другой стороны, этот анализ требует использования большого объема вычислительных мощностей, компьютерного времени и памяти, решения задач визуализации результатов и многих сопутствующих проблем. В последние годы, благодаря значительному прогрессу в области вычислительных систем и численного моделирования, накопления и обработки больших данных, эксперименты по АВР становятся доступными многим исследовательским группам и отдельным пользователям, принадлежащим определенному научному сообществу. Это, в свою очередь, способствует дальнейшему развитию численного моделирования, возможностям анализа модельных данных, полученных результатов с последующим сравнением.

Исследования по АВР широко используются также непосредственно в теории вероятностей и математической статистике. Одним из методов

анализа является представление ряда в виде цепи Маркова и/или Марковского процесса. Поскольку литература по Марковским процессам весьма обширна, мы отметим только несколько из наиболее известных работ в данной области, в которых, однако, изложены все необходимые теоретические положения и практические методы расчета необходимых для дальнейшего исследования характеристик. Например, в [6] описаны все нужные в настоящей работе теоретические сведения о том, как определять приведенные в дальнейшем параметры процесса, а в [7] изложены конкретные примеры таких процессов.

В данной работе моделируется поведение поля атмосферного давления на основе Марковского диффузионного процесса. Такие процессы хорошо описывают поведение характеристик полей, которые изменяются под воздействием двух сил - короткопериодной, называемой диффузией процесса, и длиннопериодной, называемой дрефтом или сносом. Эти модели обобщают приведенные ранее в литературе разложения временного ряда на тренд, периодическую и случайную составляющую, упомянутые в работах [1], [3-4]. В теории вероятностей такие процессы описываются стохастическими дифференциальными уравнениями [6-7], а их плотности вероятностей задаются решениями уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова [8].

Характеристики этих процессов адекватно описываются такими моделями, если выполнены два основных условия. Во-первых, инкремент (то есть разность между двумя соседними моментами времени) должен быть много меньше, чем общая длина ряда, во-вторых, поле этих характеристик должно быть достаточно однородно, то есть поведение в соседних точках пространства не сильно отличаются друг от друга, особенно если это поведение рассматривать на длительных интервалах времени. Для поля атмосферного давления в относительно небольшом регионе, которое мы рассматриваем, эти условия выполнены. Длина ряда составляет 60 лет, при этом шаг по времени, то есть инкремент, составляет одни сутки. И размер циклонического атмосферного образования, которое в основном и формирует поле давления, сопоставим с размерами всей рассматриваемой области, то есть внутри области для одного образования оно не сильно меняется.

Методы диффузионных случайных процессов применялись ранее для различных задач, в том числе и для задач усвоения данных, в предложенных авторами методиках [9-10]. Однако для описания сезонного и многолетнего поведения атмосферных процессов этот метод широко не применялся.

В работе сделано следующее:

- построены характеристики моделей, описаны их особенности, в частности особенности сезонного и многолетнего хода, проведен анализ особенностей;

- построены временные графики и пространственные карты этих характеристик, проведен их анализ.

Некоторые результаты представлены ниже.

2. Вероятностная модель

Изменчивость случайного процесса, в нашем случае это поле давления, представляется в виде

$$dX = a(t, X)dt + b(t, x)dW, \quad (1)$$

где X - значение (давление) поля (в момент времени t и в точке с заданными координатами, явно не показано), t - время, dW - стандартное обозначение гауссова «белого шума» - обобщенного случайного процесса с нулевым средним значением и дисперсией, равной единице, при этом его ковариационная функция равна дельта-функции, то есть, $EdW(t)dW(\tau) = \delta(t - \tau)$, здесь и далее $\delta(t - \tau) = 1$, если $t = \tau$ и нулю, если нет, $a(t, X), b(t, x)$ - некоторые функции, которые вычисляем по формулам из [6]. Выражение (1) понимается в интегральном смысле, то есть

$$X(t + \Delta t) - X(t) = \int_t^{t+\Delta t} a(u, X)du + \int_t^{t+\Delta t} b(u, X)[W(u + du) - W(u)]. \quad (2)$$

В формуле (2) выражение $W(u + du) - W(u)$ представляет собой гауссову случайную величину с нулевым средним и дисперсией, равной du . Теория стохастического интеграла и все определения, необходимые для понимания формул (1) и (2) содержатся в [6-7].

Согласно [6], для определения коэффициентов $a(t, X)$ и $b(t, x)$ используются следующие формулы

$$a(t, x) = (dt)^{-1} \int_t^{t+dt} (y - x)p(y|x)dy, \quad (3)$$

$$b^2(t, x) = (dt)^{-1} \int_t^{t+dt} (y - x)^2 p(y|x)dy, \quad (4)$$

где использованы следующие обозначения:

- y, x - значения процесса $X(t)$ в моменты времени $t+dt$ и t , соответственно,

- $p(y|x)dt$ - вероятность (условная вероятность) события, что значения $X(t+dt) = y$ при условии, $X(t) = x$, то есть, $p(y|x)dt = P(X(t+dt) = y | P(t) = x)$.

Ставится задача - вычислить эти коэффициенты и произвести анализ полученных характеристик.

Для статистического определения условной вероятности $p(y|x)dt$ надо иметь выборку наблюдений (значений) x и y в фиксированной точке пространства. Однако, так как рассматриваемая область однородная, как отмечалось выше, можно отметить точки с этими значениями по всей этой области. Именно, техника определения этих вероятностей следующая: на шаге t отмечаются все точки в области, где $X(t)=x$ ($x_{\min}<x<x_{\max}$). Для простоты значения x_{\min} , x_{\max} можно считать одинаковыми для всех t . Пусть таких точек будет $n(x)$. Далее, на шаге $t+dt$ в тех и только в тех точках, где $X(t)=x$ выбираются все те точки, где $X(t+dt)=y$. Пусть таких точек будет $m(y)$. Тогда $p(y|x)dt = m(y)/n(x)$. Очевидно, $0 \leq p(y|x)dt \leq 1$, то есть, это действительно вероятность. Далее, расчет коэффициентов $a(t,x), b^2(t,x)$ осуществляется по формулам (3) и (4). Такой метод определения коэффициентов $a(t,x), b^2(t,x)$ ранее был опубликован для несколько иной задачи в работах [9-10].

3. Данные наблюдений и результаты расчетов

В работе рассматривается поле атмосферного давления в области, ограниченной координатами $62^\circ\text{с.ш.}-80^\circ\text{с.ш.}$ и $30^\circ\text{в.д.}-90^\circ\text{в.д.}$, то есть, область России, от побережья Балтики близ С.-Петербурга до Северной Земли и Енисея в Сибири. С одной стороны, это область достаточно широка, чтобы пренебречь локальными особенностями атмосферных процессов, с другой - достаточно однородна, так как размеры крупных атмосферных образований сопоставимы с размерами всей области. По времени данные по давлению записаны с 1 января 1948 г по 31 декабря 2008 г. ежесуточно в одноградусной сетке. Данные получены в Гидрометцентре России и использовались ранее в некоторых работах, например, в [11].

На рис. 1(а-г) представлены поля давления в ограниченной области на 1 января с интервалом 20 лет (от 1948 до 2007).

Из рис. 1 видно, что поля давления имеют многолетнюю изменчивость, но достаточно однородны по пространству, области примерно равного давления занимают большую часть пространственной области. Некоторое исключение составляет 1987 г, но и в этом году пространственный градиент давления невелик, составляет приблизительно 10 гпк на 1000 км. Поэтому с большой степенью точности, поле давления можно считать однородным, и к нему применены методы, описанные в предыдущем параграфе.

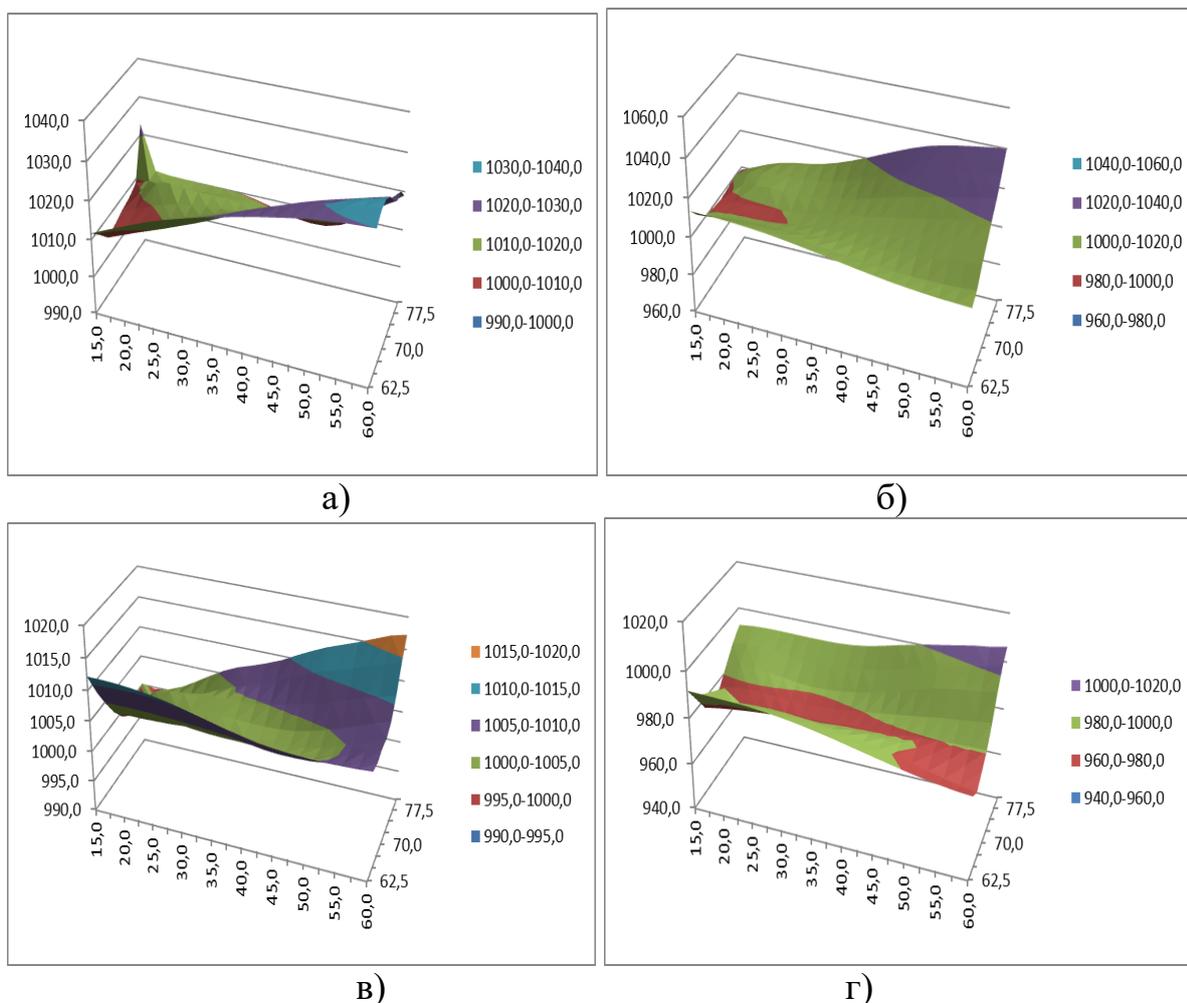


Рис. 1. Поля давления Северной зоны РФ на 1 января: а) 1948 год; б) 1967 год; в) 1987 год; г) 2007 год

По приведенным данным наблюдений по формулам (3) и (4) строились коэффициенты $a(t, X)$ и $b(t, x)$ для каждого X - значения давления в рассматриваемой области на конкретные сутки.

В представленных иллюстрациях продемонстрировано поведение среднего значения коэффициентов $a(t, X)$ и $b(t, x)$, их сезонная и межгодовая изменчивость.

Рис. 2(а-г) содержит поведение среднего коэффициента $a(X)$ за 2007 год. Из формулы (1) видно, что средним для процесса dX будет $a(t, X)=0$. Однако выборочное среднее $a(t, X)$ с теоретическим средним может не совпадать, и это отличие необходимо проанализировать. 2007 год взят как показательный, в другие годы картина похожая. На этих рисунках обращает на себя внимание, что разброс коэффициента $a(X)$ около среднего значения, равного нулю, очень мал летом, в июле и достаточно велик в переходные месяцы - апрель и октябрь, особенно в октябре. Причем, в основном отклонение от нуля положительное. Это значит, что

атмосферные образования (циклоны и антициклоны) в рассматриваемом районе в основном изменяются в сторону повышения давления, то есть приходящий циклон (а их большинство) не углубляется, то есть давление не понижается.

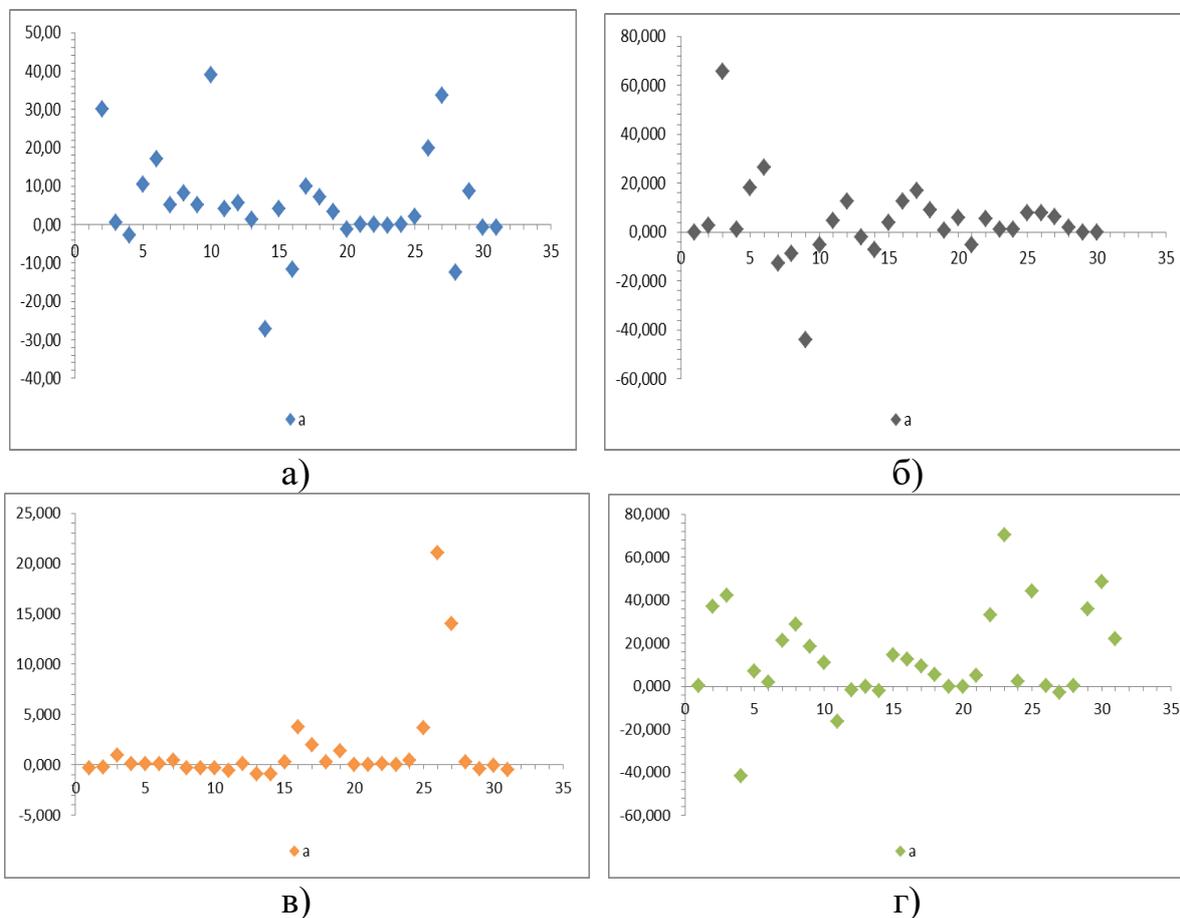


Рис. 2. Поведение среднего коэффициента $a(X)$ за 2007 год: а) январь; б) апрель; в) июль; г) октябрь

На рис. 3 показан межгодовой ход коэффициента $a(X)$ для 15 января в период с 1948 по 2008 годы. Изменение давления, выраженное в коэффициенте $a(X)$, взятое на 15 число каждого месяца показывает, что есть квазипериодические многолетние колебания, с довольно хорошо выраженным 11-летним циклом и несколько хуже квазидвухлетним циклом. Эти циклы хорошо известны в геофизике и связаны как с колебаниями солнечной активности, так и двухлетним колебанием ветра и давления, отмеченным ранее многими авторами, например, [12].

Рис. 4(а-г) содержит поведение среднего коэффициента $b(X)$ за 2007 год и рис. 5 - межгодовой ход коэффициента для 15 января $b(X)$, соответственно.

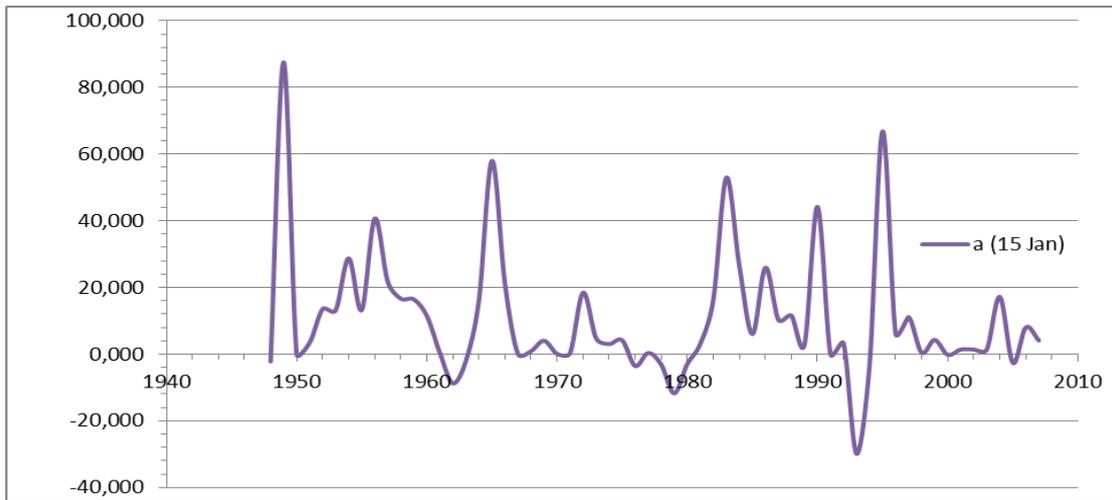
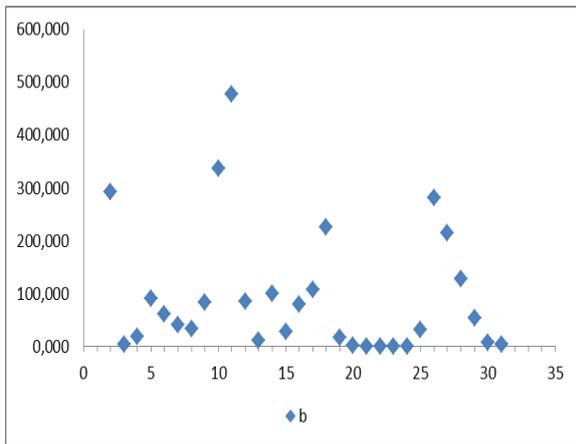
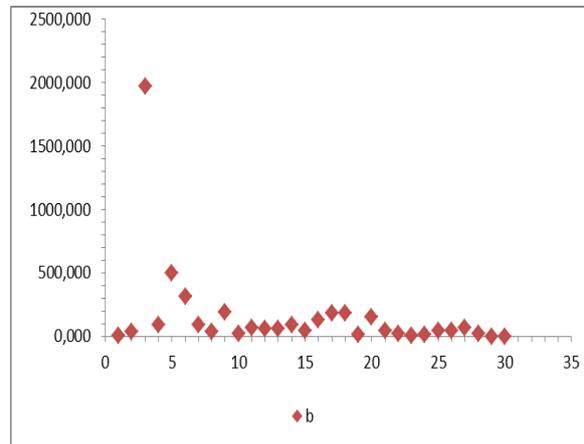


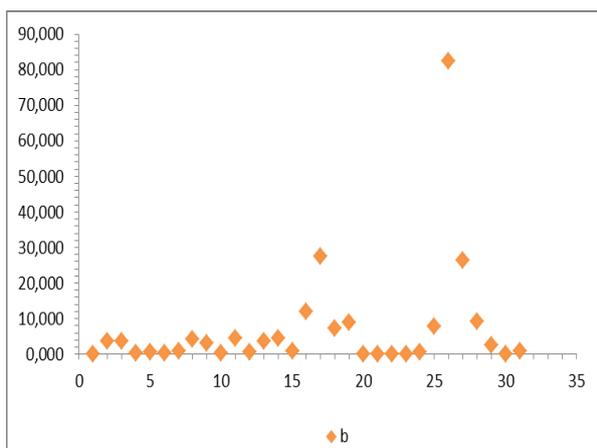
Рис.3. Кривая изменения коэффициента $a(X)$ с 1948 по 2008 годы (измерение в 0 часов 15 января)



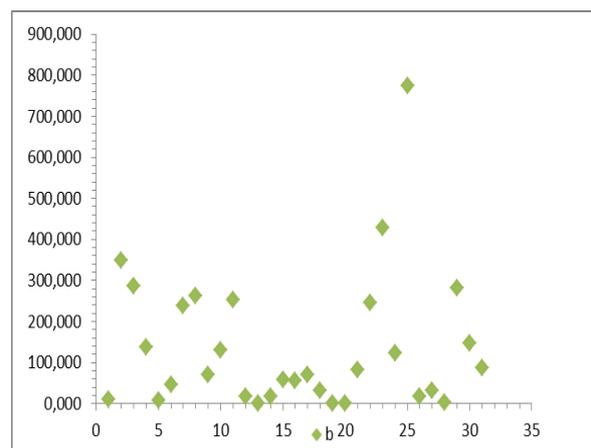
а)



б)



в)



г)

Рис.4. Поведение среднего коэффициента $b(X)$ за 2007 год: а) январь; б) апрель; в) июль; г) октябрь

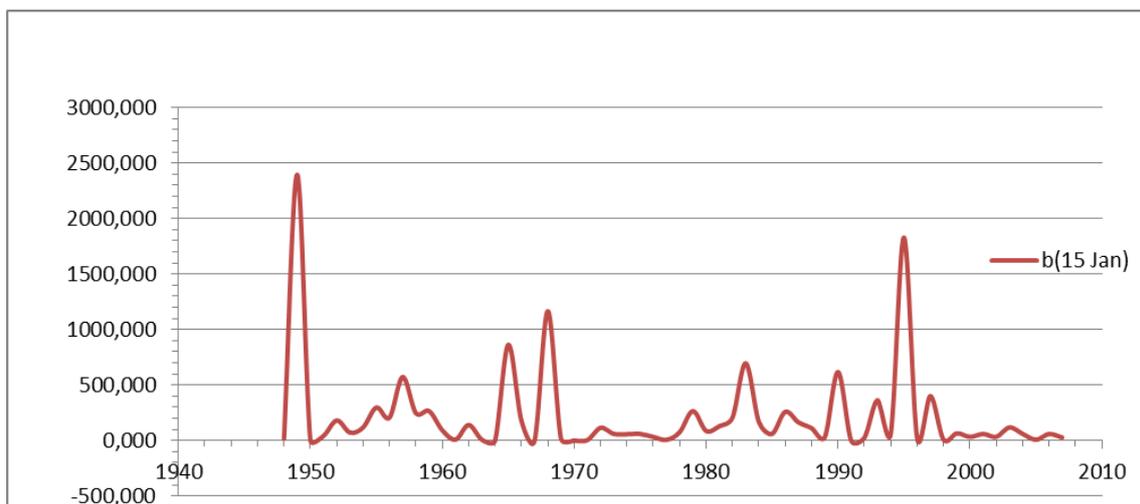


Рис.5. Кривая изменения коэффициента $b(X)$ с 1948 по 2008 годы (измерение в 0 часов 15 января)

Из рис. 4 и 5 видно, что коэффициент $b(X)$ достаточно хорошо соответствует коэффициенту $a(X)$, с некоторыми отличиями. Так, из рис. 5 видно, что сезонный ход для коэффициента $b(X)$ выражен слабее, например, его почти не видно в апреле или июле, а межгодовой ход хуже отражает 11-летний цикл (хотя он тоже есть) и лучше квазидвухлетний цикл, чем коэффициент $a(X)$. Каких-либо линейных трендов ни коэффициент $a(X)$, ни $b(X)$ не содержат.

4. Заключение и выводы

В работе получены характеристики, отражающие как долговременное, так и кратковременное поведение инкремента давления в Северной области России за 60 лет. Знание таких характеристик очень полезно при среднесрочных и долгосрочных прогнозах погоды и изменений климата, а также при моделировании динамики течений в Северных морях России, особенно при расчетах проводки судов по Северному Морскому пути. Кроме того, знание и прогноз полученных в работе характеристик позволит рассчитать и определить доверительные границы возможных значений давления, а значит и ряда производных от этой величины, например, геострофического ветра, что позволит применить эти знания при определении экстремальных величин, таких как сильные ветра, экстремальные волны и ряда других характеристик.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-29-10085мк и в рамках госзадания исполнителей по темам 0149-2019-0004, и «Математические методы анализа данных и прогнозирования».

Литература

1. Kendall M., Stuart A., Ord J.K. The Advanced Theory of Statistics. Volume 3: Design and Analysis, and Time-Series. Fourth edition Hardcover – March 13, 1983.
2. Murphy J. Technical analysis of the futures markets. A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications. New York Institute of Finance, 1986. 556 p.
3. Привальский В.Е. Статистическая предсказуемость средней годовой температуры воздуха северного полушария // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257. № 6. С. 1342–1345.
4. Беляев К.П., Музыченко А.С., Селеменов К.М. Статистические характеристики формирования аномалий поверхностной температуры воды. // Сб. Статистические закономерности климатической изменчивости океанов, ред. Лаппо С.С. Л: Гидрометиздат, 1988. С. 65-72.
5. Balasmeh O., Babbar R., Karmaker T. Trend analysis and ARIMA modeling for forecasting precipitation pattern in Wadi Shueib catchment area in Jordan // Arabian Journal of Geosciences. V. 12, 27. 2019. <https://doi.org/10.1007/s12517-018-4205-z>.
6. Гихман И., Скороход А. Введению в теорию случайных процессов. М.Наука, 1965. 655 с.
7. Назаров А., Терпунов А. Теория вероятностей и случайных процессов. Изд-во Томского Государственного университета, 2010. 204 с.
8. Risken H. The Fokker - Planck Equation: Methods of Solutions and Applications. Springer. 1984. 452 p.
9. Беляев К., Кулешов А, Танажура К., Тучкова Н. Метод коррекции расчетов динамической модели данными наблюдений и его применение к анализу динамики Атлантического океана. // Матем. Моделирование 2015. Т. 27. № 2. С. 20-32.
10. Belyaev K., Kuleshov A., Tanajura C.A.S. An application of a data assimilation method based on the diffusion stochastic process theory using altimetry data // Atlantic. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling 2016. V. 31, No. 3. P. 137-147.
11. Попов С.К. Влияние морского льда на приливные колебания уровня моря и скорости течений в Баренцевом и Белом морях // Труды Гидрометцентра РФ, Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2018. № 4 (370). С. 137-155.
12. Девятова Е.В., Мордвинов В.И. Квазидвухлетнее колебание ветра в низкоширотной стратосфере и волновая активность атмосферы зимой в северном полушарии // Изв РАН, ФАО. 2011. Т. 47. № 5. С. 608-621.

References

1. Kendall M., Stuart A., Ord J.K. The Advanced Theory of Statistics. Volume 3: Design and Analysis, and Time-Series. Fourth edition Hardcover – March 13, 1983.
2. Murphy J. Technical analysis of the futures markets. A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications. New York Institute of Finance, 1986: 556 p.
3. Prival'skij V.E. Statisticheskaya predskazuemost' srednej godovoj temperatury vozduha severnogo polushariya // Dokl. AN SSSR.1981. V. 257. N 6. P. 1342–1345.
4. Belyaev K.P., Muzychenko A.C., Selemenov K.M. Statisticheskie karakteristiki formirovaniya anomalij poverhnostnoj temperatury vody. // Sb. Statisticheskie zakonomernosti klimaticheskoj izmenchivosti okeanov, red. Lappo S.S. L: Gidrometizdat, 1988. P. 65-72.
5. Balasmeh O., Babbar R., Karmaker T. Trend analysis and ARIMA modeling for forecasting precipitation pattern in Wadi Shueib catchment area in Jordan // Arabian Journal of Geosciences. V. 12, 27. 2019. <https://doi.org/10.1007/s12517-018-4205-z>.
6. Gihman I., Skorohod A. Vvedeniyu v teoriyu sluchajnyh processov. M.Nauka, 1965. 655 p.
7. Nazarov A., Terpunov A. Teoriya veroyatnostej i sluchajnyh processov. Izd-vo Tomskogo Gosuniversiteta. 2010. 204 p.
8. Risken H. The Fokker - Planck Equation: Methods of Solutions and Applications. Springer. 1984. 452 p.
9. Belyaev K., Kuleshov A, Tanazhura K., Tuchkova N. Metod korrekcii raschetov dinamicheskoy modeli dannymi nablyudenij i ego primenenie k analizu dinamiki Atlanticheskogo okeana. // Matem. Modelirovanie. 2015. V. 27. N 2. P. 20-32.
10. Belyaev K., Kuleshov A., Tanajura C.A.S. An application of a data assimilation method based on the diffusion stochastic process theory using altimetry data // Atlantic. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling 2016. V. 31, No. 3. P. 137-147.
11. Popov S.K. Vliyanie morskogo l'da na prilivnye kolebaniya urovnya morya i skorosti techenij v Barencevom i Belom moryah // Trudy Gidrometcentra RF, Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy. 2018. N 4 (370). P. 137-155.
12. Devyatova E.V., Mordvinov V.I. Kvazidvuhletnee kolebanie vetra v nizkoshirotnoj stratosfere i volnovaya aktivnost' atmosfery zimoj v severnom polusharii // Izv RAN, FAO. 2011. T. 47 N 5. P. 608-621.