О ПРИРОДЕ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЯХ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДАМИ ТИПА ГОДУНОВА

А.В. Родионов
РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, avrodionov@rambler.ru
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва

При решении аэрогазодинамических задач в рамках уравнений Эйлера широкое распространение получили методы сквозного счета, размывающие ударную волну (поверхность разрыва) на некотором количестве ячеек сетки. При этом фронт ударной волны трансформируется в ударный слой шириной в несколько сеточных интервалов. Такое размывание происходит за счет численной (схемной) вязкости, которая в некотором смысле имитирует действие физической вязкости. Обладая функциональным сходством, численная и физическая вязкости, тем не менее, имеют принципиальные различия.

Первый метод сквозного счета был предложен фон Нейманом и Рихтмайером в 1950 году [1]. Главная идея метода заключалась в добавлении в уравнения движения невязкого газа специального диссипативного члена, впоследствии названного членом искусственной вязкости, приводящего к размыванию ударных волн и подавляющего нефизические осцилляции в их окрестности.

В конце 50-х годов были опубликованы работы С.К. Годунова [2, 3], оказавшие существенное влияние на последующее развитие методов сквозного счета. В них в качестве альтернативы методу Неймана-Рихтмайера была предложена оригинальная схема (схема Годунова), использующая решение задачи Римана (задачи о распаде произвольного разрыва) для вычисления потоков между ячейками сетки и не требующая привлечения членов искусственной вязкости. Дальнейшее развитие схемы Годунова проходило по двум направлениям: повышение порядка аппроксимации схемы и использование приближенных решателей задачи Римана.

По мере роста производительности ЭВМ, расширения круга решаемых задач и накопления опыта исследователи-расчетчики столкнулись с проблемой, получившей название феномен «карбункула» (см. первые публикации [4, 5] и обзор работ в [6]). Оказалось,

что применение схем типа Годунова к решению многомерных задач может приводить к появлению ударно-волновой неустойчивости, имеющей вычислительную природу. Были выявлены условия, одновременное выполнение которых приводит к неустойчивости такого рода: (1) в окрестности ударной волны линии тока совпадают с сеточными линиями или близки к ним; (2) в схеме типа Годунова используется точный (итерационный) решатель задачи Римана или один из наиболее близких его аналогов; (3) ударно-волновое число Маха превышает некоторое пороговое значение (~ 2). Хотя большинство публикаций по этой теме посвящено численному аспекту проблемы и способам ее решения, некоторые исследователи полагают, что феномен «карбункула» не является только численным артефактом, но имеет физические корни.

В работе [7] автором была предложена эталонная модель для методов сквозного счета, оказавшейся весьма эффективной при анализе факторов, влияющих на точность решения за фронтом ударной волны. В этой модели в качестве аналога численной вязкости выступает физическая вязкость, в которую вносятся изменения, имитирующие поведение численной вязкости. В данной работе эталонная модель используется для выявления физической природы ударно-волновой неустойчивости типа «карбункул». Показывается, что с ее помощью можно промоделировать основные закономерности феномена «карбункул», если «выключить» диссипацию в поперечном направлении. На примере расчета плоской ударной волны в двумерной постановке исследуется механизм зарождения и развития неустойчивости.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-11-00199.

Литература

1. Von Neumann J., Richtmyer R.D. A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks. J. Appl. Phys., 1950, 21, 232-237.
2. Годунов С.К. Разностный метод расчета ударных волн. Успехи мат. наук, 1957, 12(1), 176-177.
3. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, 47(3), 271-306.

4. Peery K.M., Imlay S.T. Blunt body flow simulations. AIAA Paper 88-2924, 1988.
5. Quirk J.J. A contribution to the great Riemann solver debate. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 1994, 18, 555–574.
6. Rodionov A.V. Artificial viscosity in Godunov-type schemes to cure the carbuncle phenomenon. J. Comput. Phys., 2017, 345, 308–329.
7. Rodionov A.V. On the solution accuracy downstream of shocks when using Godunov-type schemes. I. Sources of errors in one-dimensional problems. Commun. Comput. Phys., 2023, 34(3), 749-786.