МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ N-ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНУЮ СРЕДУ В ДВУМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ ТИПОВ ХЗ И HOWARD

С. Бахнэ, **А.О. Корунов**, Л.А. Усов
ФАУ «ЦАГИ», г. Жуковский, korunov.ao@phystech.edu, bakhne@phystech.edu, usov.la@phystech.edu

Моделирование распространения интенсивных пространственно-модулированных акустических возмущений тесно связано с задачами медицины, применяющей мощный ультразвук, задачами диагностики материалов, а также задачей о звуковом ударе от сверхзвуковых летательных аппаратов. В частности, существенная пространственная модуляция волн имеет место при распространении последних в случайно-неоднородных (турбулентных) средах. В задачах о прохождении интенсивных акустических волн через турбулентную среду большую популярность приобрели эволюционные модели, пренебрегающие обратным рассеянием волн. В задачах моделирования узких акустических пучков активно применяются модели типа Хохлова-Заболотской (ХЗ) [1, 2, 3], описывающие дифракцию волн в параболическом приближении. Для задач распространения волн с широким пространственным спектром разработаны модели типа HOWARD (Heterogeneous One-Way Approximation for Resolution of Diffraction) [4], сохраняющие дисперсионное соотношение точного волнового уравнения в однородной среде.

В данной работе внимание уделяется задаче моделирования прохождения N-волн, характерных для звукового удара [5], через турбулентный пограничный слой атмосферы в двумерной постановке задачи дифракции. В работе осуществляется поиск оптимальной численной схемы и сравнивается поведение численных решений, полученных с использованием моделей типов ХЗ и HOWARD.

В основе моделирования лежит уравнение следующего вида:

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = D + N + T + A \qquad (1)$$

Для эффектов дифракции (D), нелинейности (N), турбулентного переноса (T) и термовязкого затухания (A) справедливы следующие выражения:

$$D = \frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \Delta p' d\tau' , \qquad (1.D)$$

$$N = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p'^2}{\partial \tau} , \qquad (1.N)$$

$$T = \frac{u_x}{c_0^3} \frac{\partial p'}{\partial \tau} , \qquad (1.T)$$

$$A = \frac{\delta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p'}{\partial \tau^2} , \qquad (1.A)$$

Здесь p' — избыточное давление, x — эволюционная пространственная координата, τ — фаза волны размерности времени, c_0 — скорость звука в среде, ρ_0 — плотность среды, β – коэффициент нелинейности среды, u_x — турбулентные пульсации скорости в направлении распространения x, δ — термовязкий параметр среды. Выражение для оператора Лапласа Δ зависит от размерности задачи и приближения, принятого для описания эффекта дифракции. В модели типа ХЗ лапласиан есть вторая производная по поперечной пространственной координате y:

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} .$$

В модели типа HOWARD используется полный оператор Лапласа в прямоугольных декартовых координатах:

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} .$$

Для решения уравнения (1) в обоих приближениях теории дифракции применяются схемы с разделением по физическим факторам первого [6] и второго [7] порядков. В рамках решения подзадач для аппроксимации операторов правых частей, соответствующих физическим эффектам (1.D)–(1.A), применялись следующие численные схемы: интегрирование методом трапеций и схема Кранка-Николсона второго порядка для дифракции (1.D), квазианалитическая схема на основе решения Пуассона [8] и WENO5 [9] совместно для нелинейности и турбулентного перенова ((1.N) и

$(1.T)$), схема Кранка-Николсона второго порядка для термовязкого затухания $(1.A)$.

В качестве начального условия при $x = 0$ для уравнения (1) задана N-волна, характерная для звукового удара от сверхзвукового летательного аппарата на высоте порядка 1 км над земной поверхностью. На границах расчётной области по поперечной координате y заданы периодические граничные условия. Турбулентные пульсации скорости u_x служат в качестве входных данных для поставленной задачи и также требуют моделирования. Для простоты пульсации скорости генерируются с помощью метода случайных мод Фурье с энергетическим спектром Кармана [10].

В качестве примера на рисунке 1 приведена динамическая структура волнового фронта на земле и картина пространственного распределения амплитуды избыточного давления, полученная в результате расчёта с помощью модели типа ХЗ (с оператором Лапласа Δ_1).

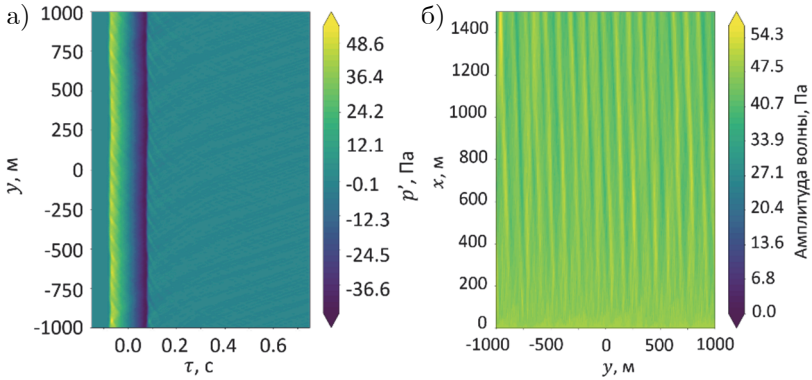

Рис. 1. Волновой фронт на земле (а) и картина пространственного распределения амплитуды избыточного давления (б)

Работа проводится в рамках договора ФАУ «ЦАГИ» с ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е. Жуковского» от 07.04.2023 г. № 5895 на НИР «Расчетно-экспериментальные, проектные и производственные работы в обеспечение создания планера летного демонстратора комплекса технологий СГС» (шифр «СГС-Стриж-ЦАГИ»).

Литература

1. Заболотская Е.А., Хохлов Р.В. Квазиплоские волны в нелинейной акустике ограниченных пучков. Акустический журнал, т.15, №1, 1969, с.40–47.
2. Кузнецов В.П. Уравнения нелинейной акустики. Акустический журнал, т.16. №4, 1970, с.548–553.
3. M. Aver'yanov, V. Khokhlova, O. Sapozhnikov, P. Blanc-Benon, R. Cleveland. Parabolic equation for nonlinear acoustic wave propagation in inhomogeneous moving media. Acoustical Physics, v.52, 2006, pp.623–632.
4. F. Dagrau, M. Rénier, R. Marchiano, F. Coulouvrat. Acoustic shock wave propagation in a heterogeneous medium: a numerical simulation beyond the parabolic approximation. J Acoust. Soc. Am, v.130, 2011, pp.20–32.
5. O. Rudenko, Y. Makov. Sonic Boom: From the Physics of Nonlinear Waves to Acoustic Ecology (a Review). Acoustical Physics, v.67, 2021, pp.1–25.
6. Y.S. Lee, M.F. Hamilton. Time-domain modelling of pulsed finite-amplitude sound beams. J. Acoust. Soc. Am., v.97, 1995, pp.906–917.
7. G. Strang. On the construction and comparison of difference schemes. SIAM J. Numer. Anal., v.5, 1968, pp.506–517.
8. F. Coulouvrat. A quasi-analytical shock solution for general nonlinear progressive waves. Wave Motion, v.46, 2009, pp.97–107.
9. R. Zhang, M. Zhang, C-W. Shu. On the Order of Accuracy and Numerical Performance of Two Classes of Finite Volume WENO Schemes. Communications in Computational Physics, v.9, 2011, pp.807–827.
10. M. Kanamori, T. Takahashi, Y. Naka, Y. Makino, H. Takahashi and H. Ishikawa. Numerical Evauation of Effect of Atmospheric Turbulence on Sonic Boom Observed in D-SEND#2 Flight Test. 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2017.