МЕТОДЫ ПОДАВЛЕНИЯ КАРБУНКУЛ-НЕУСТОЙЧИВОСТИ, ОСНОВАННЫЕ НА РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РИМАНА

А.В. Казанцев

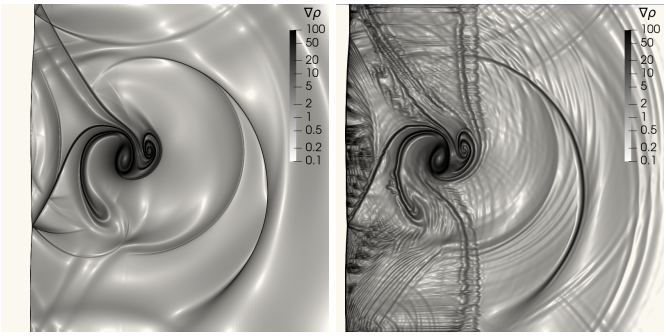
Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Жуковский, kazantsev.av@phystech.edu

Карбункул-неустойчивость — это численная неустойчивость, проявляющаяся при сквозном расчёте задач с наличием сильных ударных волн в виде пилообразных возмущений фронта ударной волны, опухолеподбного нароста на ударной волне или её нефизичного изгиба. Согласно [1] карбункул-неустойчивость возникает при следующих условиях: значение числа Маха M больше некоторого порогового значения M_C, зависящего от используемого численного метода и условий задачи ($2 < M_C < 3$); использование метода решения задачи Римана («распадника»), структура которого включает контактный разрыв; одно из семейств сеточных линий ориентировано вдоль фронта ударной волны; высокое сеточное разрешение.

На настоящий момент универсальный метод решения проблемы карбункула ещё не найден. Цель работы — среди методов, основанных на различных способах решения задачи распада произвольного разрыва, выявить наиболее эффективный для подавления карбункула.

Для сравнения методов выбрана задача о взаимодействии одиночного цилиндрического вихря с ударной волной (SVI) [2]. Рассматривается прямоугольная расчётная область: параметры потока моделируются так, что посередине располагается стоячий скачок уплотнения, слева на него набегает изоэнтропический вихрь со скоростью, соответствующей числу Маха $M = 3$. В настоящей работе представлены результаты, полученные с помощью решения уравнений Эйлера на сетке размерностью 1600×800. В качестве эталона используется решение уравнений Навье – Стокса на подробной сетке 4800×2400 с использованием подхода искусственной вязкости (рис. 1а), который предлагается в [1] для ликвидации карбункула.

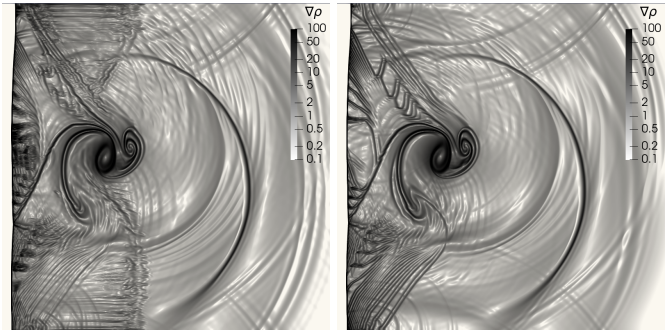
На рис. 1б изображено решение с использованием распадника HLLC. На картине видны два типа ошибок: карбункул (пилообразные возмущения параметров за фронтом ударной волны) и стартовые ошибки (нефизичные вертикальные волны, намотавшиеся на вихрь). Вторые связаны с неправильным расчётом скоростей волн внутренней структуры распадника непосредственно на фрон-



(а) Эталонное решение [2] (б) HLLC

Рис. 1: Задача SVI: сравнение HLLC с эталонным решением

те ударной волны. Условимся использовать решатели, в которых возмущения данного типа не возникают. Таковыми являются Roe, HLLE и HLLEC, а также их упрощённые версии HLLEs и HLLEsC. Все упомянутые методы подробно описаны в [3]. Примеры свободных от стартовых ошибок решений приводятся на рис. 2.

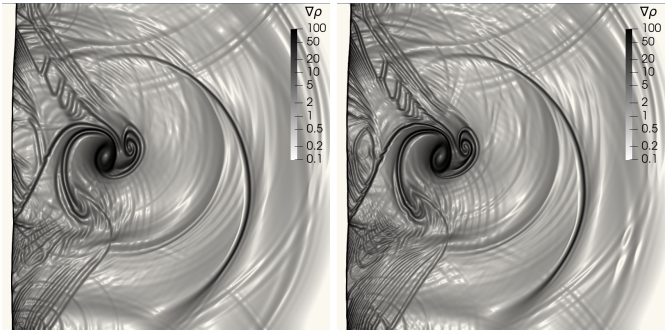


(а) HLLEC (б) HLLEsC

Рис. 2: Результат применения методов, не подверженных стартовым ошибкам

Рассмотрим метод борьбы с карбункулом, заключающийся в использовании диссипативного распадника. На рис. 3а представлено решение, полученное по методу HLLEs. Распадники семейства HLL не учитывают в своей волновой структуре контактный разрыв (в силу чего весьма диссипативны), поэтому карбункула не возникает. Диссипативность метода HLLEs относительно остальных хорошо видна на графике сходимости (рис. 4а).

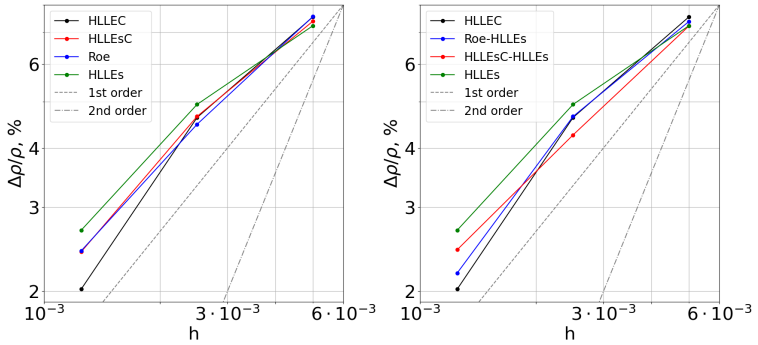
Альтернативным способом борьбы с карбункулом является подход Rotated Riemann Solver (RRS) [4]. В рамках этого метода при расчёте потока через границу ячейки производится ориентирование новых ортогональных направлений, одно из которых направлено по нормали к физическому разрыву, а второе — вдоль. Далее считаются потоки вдоль новых направлений (возможно и разными решателями), после чего происходит проецирование потоков на исходные сеточные направления. Предполагается по нормали к разрыву использовать более точный распадник, а вдоль разрыва — диссипативный, что позволяет избавиться от карбункула и не сильно потерять в точности. Результаты работы данного метода с использованием распадника HLLEsC по нормали к разрыву и HLLEs вдоль разрыва изображены на рис. 3б. Количественное сравнение с другими решателями приведено на графике сходимости (рис. 4б).



(а) Диссипативный распадник (HLLEs) (б) RRS (HLLEsC-HLLEs)

Рис. 3: Результаты борьбы с карбункулом

Итак, в результате проведённого исследования можно сделать следующие выводы. Стартовые ошибки являются следствием неправильного расчёта скоростей волн при решении задачи Римана на фронте ударной волны. Для устранения стартовых ошибок рекомендуется использовать методы Roe, HLLE и HLLEC. Подавить карбункул позволяют два метода: HLL и RRS. Причём подход RRS является менее диссипативным по сравнению с HLL, в силу чего можно назвать его самым эффективным среди методов, основанных на различных способах решения задачи Римана.



(а) (б)

Рис. 4: Графики сходимости интегральной ошибки по плотности в зависимости от шага сетки

Литература

1. Родионов А.В. Применение искусственной вязкости для борьбы с численной неустойчивостью типа «карбункул». Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2017.
2. Родионов А.В. Взаимодействие ударной волны с вихрем: тестовая задача для методов сквозного счета // Девятая российская конференция «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике». Светлогорск, 2022.
3. Toro E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Dordrecht: Springer, 2009.
4. Ren Y.X. A robust shock-capturing scheme based on rotated Riemann solvers // J. Comput. Fluids. 2003. Vol. 32. pp. 1379–1403.