

Фролов В.А.

Методы решения проблемы глобальной освещенности на графических процессорах

Автореферат диссертации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Фролов В.А. Методы решения проблемы глобальной освещенности на графических процессорах: автореф. дис. … канд. физ.-мат. наук: 05.13.11. М., 2015. 20 с. URL: http://library.keldysh.ru/avtoref.asp?id=2015-frolov

На правах рукописи

Фролов Владимир Александрович

Методы решения проблемы глобальной освещенности на графических процессорах

05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2015

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Галактионов Владимир Александрович, заведующий отделом компьютерной графики и вычислительной оптики Института прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук.
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Клименко Станислав Владимирович, профессор Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета.
	кандидат физико-математических наук, доцент Конушин Антон Сергеевич, заведующий лабораторией компьютерной графики и мультимедиа факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.
Ведущая организация:	Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Защита состоится 03.03.2015 в ____ часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ФГБУН Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, расположенного по адресу: 125047 Москва, Миусская пл., д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБУН Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН: www.keldysh.ru

Автореферат разослан ____.01.2015

Ученый секретарь

Диссертационного совета,

доктор физико-математических наук Т.А. Полилова

Общая характеристика работы

Актуальность работы Проблема глобальной освещенности возникает при решении широкого круга задач проектирования, оптического моделирования, компьютерной анимации и виртуальной реальности. Освещенность принято разделять на локальную и глобальную. Локальной освещенностью точки поверхности называют освещенность, вызванную прямым попаданием света от его источника. Глобальной освещенностью точки поверхности называют освещенность, вызванную как прямым так и непрямым попаданием света в данную точку (т.е. в результате одного или более переотражений). Выделим три основных группы сфер применения алгоритмов расчета глобальной освещенности.

Первую группу сфер применения алгоритмов, вычисляющих глобальное освещение, составляет синтез реалистичных изображений:

1. Оценка внешнего вида проектируемых промышленных изделий. Прежде всего это моделирование внешнего вида переносных электронных устройств (телефоны, ноутбуки, планшеты), транспортных средств (автомобилей, мотоциклов и других транспортных средств, для которых важен внешний вид).

2. Архитектурный дизайн — моделирование экстерьеров, интерьеров помещений, салонов транспортных средств в целях оценки уровня освещенности и эстетичности соответствующего интерьера или экстерьера. Для архитектурных проектов особенно важно уметь демонстрировать, как будет выглядеть спроектированное здание или интерьер дома при различных условиях освещения.

3. Создание рекламных и демонстрационных презентаций. В данной сфере применение можно условно разделить на демонстрацию решения, находящегося в проекте, и дополненную реальность — встраивание виртуального 3D объекта в видео-последовательность или изображения, снятые с реального мира.

4. Киноиндустрия, мультипликация и индустрия компьютерных игр (создание карт освещенности). Скорость расчета освещения для этих обла-

стей имеет решающее значение, т.к. процесс работы художника является циклическим, и расчет освещения производится множество раз.

Обозначенные выше сферы применения требуют высокого уровня реализма, позволяющего получить изображения виртуальной сцены визуально неотличимые от фотографии реального мира. Синтез таких изображений был бы невозможен без вычисления глобальной освещенности.

Вторая группа сфер применения расчета глобальной освещенности связана с моделированием оптических эффектов для определенного ряда задач:

1. Расчет уровня освещенности приборов в кабине самолета, поезда или другого транспортного средства, а также офисных помещений в целях обеспечения необходимого уровня безопасности и комфорта, а также соответствия стандартам.

2. Моделирование осветительных приборов, панелей ЖК-дисплеев.

3. Расчет нежелательных слепящих или ухудшающих видимость эффектов, вызванных отражениями света от зеркальных поверхностей. Среди примеров таких эффектов можно отметить отражения светящихся элементов приборной панели в лобовом стекле автомобиля, отражения ярких источников света на экране монитора, отражения солнечного света от поверхностей автобилей и архитектурных сооружений.

Сферы применения из данной группы требуют высокоточного расчета освещения в виртуальной сцене и, как следствие, вычисления глобальной освещенности.

Третья группа приложений алгоритмов вычисления глобальной освещенности связана с расчетом переноса несветового излучения. Особенно важна задача расчета переноса нейтронов в ядерных реакторах. Алгоритмы глобальной освещенности могут быть использованы для расчета переноса несветового излучения, если поведение такого излучения для заданной модели в достаточной мере описывается законами геометрической оптики.

В настоящий момент практически все известные промышленные системы, использующие графические процессоры для расчета глобальной освещен-

ности и реалистичного синтеза изображений, основаны на различных вариациях метода Монте-Карло, дающих несмещенную оценку решения на всем множестве точек изображения. Несмещенной оценкой называют такую оценку, которая при стремлении числа Монте-Карло выборок к бесконечности сходится к точному решению. Если оценка не обладает этим свойством, ее называют смещенной. Для методов с несмещенной оценкой характерна точность в пределе, однако, они обладают медленной сходимостью по своей природе, поскольку такие методы, как правило, вычисляют искомое значение цвета методом Монте-Карло независимо для каждого пиксела изображения. В связи с этим, существующие системы реалистичной визуализации и расчета освещенности, использующие центральные процессоры, но более интеллектуальные методы расчета во многих случаях имеют сравнимое или даже меньшее время построения изображения. Как следствие — системы расчета освещения на графических процессорах получили ограниченное распространение.

Такие алгоритмы как кэш освещенности и фотонные карты дают смещенную оценку (то есть не обладают точностью в пределе), но позволяют получить приемлемое изображение за гораздо меньшее время, поскольку они в значительной мере переиспользуют результаты вычислений. Однако их реализация на графических процессорах затруднена по ряду причин:

1. Переиспользование результатов вычислений уменьшает общий объем вычислений, однако, приводит к необходимости синхронизации данных между потоками и построения ускоряющих структур на графических процессорах.

2. Методы реалистичной визуализации со смещенной оценкой решения требуют особых способов контроля точности. Существующие подходы на основе смещенных методов или не Монте-Карло (не основанных на Монте-Карло трассировке лучей) алгоритмов на графических процессорах не удовлетворяют необходимым критериям точности и направлены на интерактивный синтез изображений для компьютерных игр.

В связи с этим, в настоящий момент не существует систем расчета освещенности (кроме системы Red Shift, находящейся в разработке), способных

эффективно использовать методы со смещенной оценкой для расчета освещенности с высокой точностью и синтеза реалистичных изображений. Однако выигрыш от таких алгоритмов на центральном процессоре может быть весьма значительным (до 10 раз). По этой причине в настоящей работе было принято решение разработать систему расчета освещенности на графических процессорах на основе алгоритмов со смещенной оценкой, но обладающих высокой точностью. Достаточно высокой точностью будем считать такую точность, при которой человеческий глаз не заметит разницы между изображением, построенным эталонным методом с предельно большим временем расчета (методом Монте-Карло трассировки лучей) и изображением, построенным исследуемым методом. Предельно большим временем расчета будем называть такое время, при котором эталонный метод Монте-Карло не оставляет на изображении видимого для человеческого глаза шума (или оставляет незначительный шум, сливающийся с деталями изображения).

Цель диссертационной работы состоит в разработке эффективных методов решения проблемы глобальной освещенности на графических процессорах на основе алгоритмов, дающих смещенную оценку решения, и разработке системы расчета освещенности, реализующей эти методы. Под эффективностью метода понимаются следующие два требования:

1. Метод, реализуемый на графическом процессоре, должен требовать сравнимый объем вычислений и памяти по отношению к его однопоточному аналогу.

2. Производительность метода должна линейно масштабироваться с увеличением числа ядер и вычислительной мощности графического процессора.

Необходимым требованием к решению в целом является обеспечение контроля точности и возможность достижения такой точности, при которой человеческий глаз не заметит разницы между изображением, построенным эталонным методом с предельно большим временем расчета (методом Монте-Карло трассировки лучей), и изображением, построенным на основе разработанных методов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Исследовать существующие алгоритмы и методы вычисления глобальной освещенности и синтеза реалистичных изображений на центральных и графических процессорах.

2. Выявить основные проблемы, возникающие при адаптации наиболее эффективных алгоритмов вычисления глобальной освещенности со смещенной оценкой решения к архитектуре графических процессоров, и предложить методы их решения.

    а. Разработать алгоритм распределения работы для метода Монте-Карло на графических процессорах в применении к задаче вычисления глобальной освещенности на множестве пикселей изображения.

    б. Разработать параллельную реализацию алгоритма кэширования освещенности на графических процессорах, позволяющую значительно снизить время построения изображения при сравнимом с эталонным методом Монте-Карло качестве.

    в. Разработать метод построения ускоряющей структуры на графических процессорах, позволяющий эффективно реализовать алгоритм фотонных карт.

3. Создать систему расчета освещенности на графических процессорах с использованием технологии CUDA.

4. Интегрировать разработанную систему в среду трехмерного моделирования 3d Studio Max.

Научная новизна

Получены следующие новые результаты в области расчета глобальной освещенности на графических процессорах.

1. Предложен новый алгоритм распределения работы для эффективной реализации метода Монте-Карло на графических процессорах в применении к задаче вычисления глобальной освещенности и реалистичного синтеза изображений. Алгоритм позволяет эффективно распределить

вычислительные ресурсы графического процессора на множестве пикселей изображения с неравномерной сложностью расчета. В отличие от появившихся позднее аналогов, алгоритм позволяет сохранять пространственную близость групп лучей, что повышает эффективность использования ресурсов графического процессора за счет снижения числа расходящихся по разным веткам групп потоков.

2. Предложена параллельная реализация алгоритма кэширования освещенности на графических процессорах, позволяющая снизить время построения изображения на порядок по сравнению с традиционным методом Монте-Карло при сравнимом качестве получаемого изображения. В отличие от существующих параллельных реализаций кэша освещенности или реализаций, частично использующих графические процессоры, в предложенном подходе впервые решена проблема одновременной вставки в кэш большого числа не дублирующих друг друга записей. За счет этого достигнута масштабируемость алгоритма и возможность легкой интеграции в существующие программные системы расчета освещения на графических процессорах.

3. Разработан метод построения структуры пространственного поиска на графических процессорах, позволяющий от 2 до 5 раз ускорить сбор освещенности в алгоритме фотонных карт по сравнению с существующими методами. Разработанный метод впервые позволил строить октодеревья со множественными ссылками над множеством объектов ненулевого размера полностью параллельно на графических процессорах. В отличие от других способов построения структуры пространственного поиска для фотонных карт, предложенный метод строит структуру, позволяющую выполнить процесс сбора освещенности в заданной точке со всех фотонов в единственном цикле сбора, не содержащем ветвлений.

Практическая значимость

Разработанный на основе созданных алгоритмов программный комплекс “Hydra Renderer” является основным продуктом компании “Рей Трейсинг Системс” (http://raytracing.ru). Установка и использование продукта возможна на настольных и мобильных компьютерах, оснащённых серийными графическими

процессорами с поддержкой технологии CUDA. Комплекс используется для решения практических задач в промышленности и дизайне. Основные сферы применения:

1. Оценка внешнего вида и реалистичная визуализация проектов промышленных изделий.

2. Архитектурный дизайн — моделирование экстерьеров, интерьеров помещений, салонов транспортных средств для оценки уровня освещенности и эстетичности соответствующего интерьера или экстерьера.

3. Создание рекламных и демонстрационных презентаций.

4. Расчет нежелательных оптических эффектов при проектировании архитектурных и инжереных сооружений.

Разработанный программный комплекс был применен при оценке внешнего вида проекта здания для компании Аскон и расчета нежелательных отражений от зеркальных элементов конструкции этого здания (рис. 1).

Апробация работы Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и семинарах:

1. Международная Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2009 (Москва, факультет ВМК МГУ).

2. Международная Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2010 (Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики).

3. Международная Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2012 (Москва, факультет ВМК МГУ).

4. Международная Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2013 (Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Дальневосточный Федеральный Университет).

5. Семинар по компьютерной графике и машинному зрению Ю.М. Баяковского (Москва, факультет ВМК МГУ).

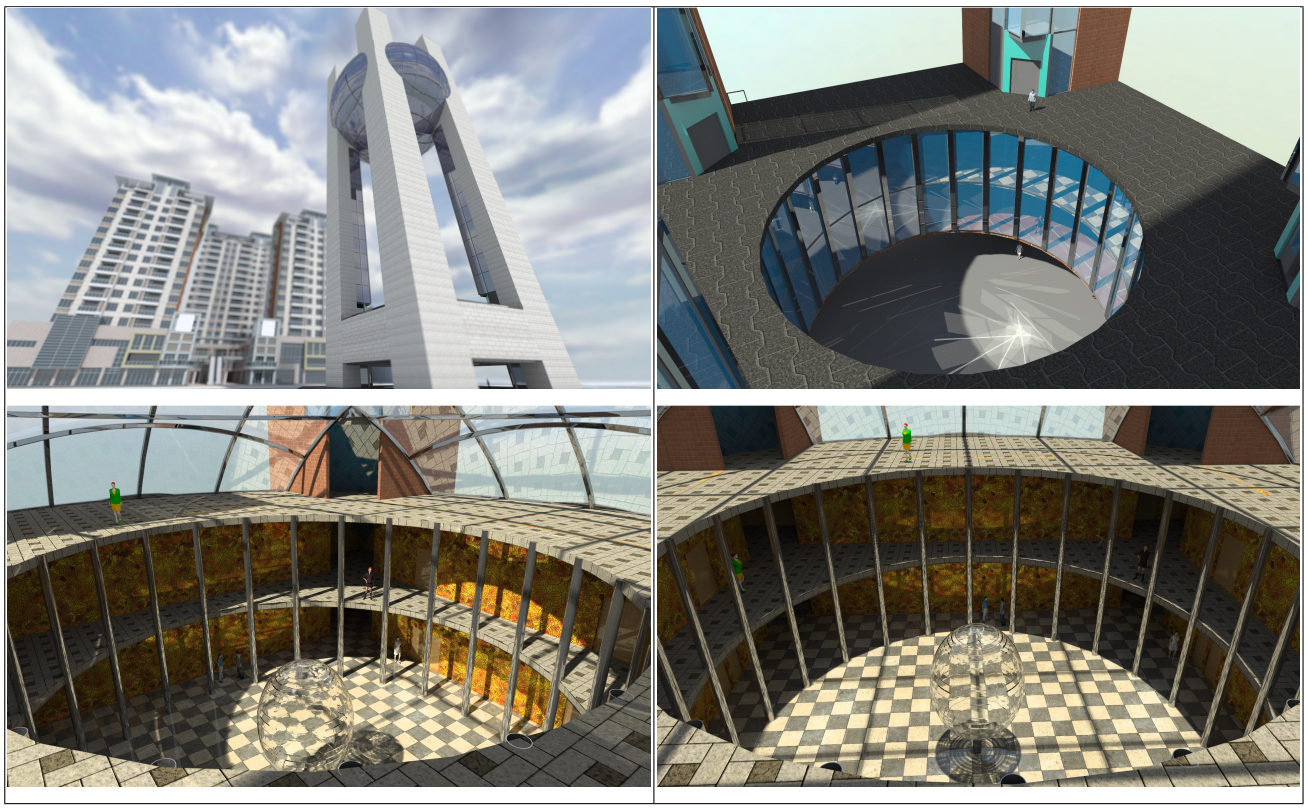


Рис. 1. Примеры применения разработанной системы для оценки внешнего вида небоскреба и расчета нежелательных отражений.

6. Семинар направления “Программирование” им. М. Р. Шура-Бура в ИПМ им. М. В. Келдыша.

7. Тринадцатый научно-практический семинар “Новые информационные технологии в автоматизированных системах”. Московский государственный институт электроники и математики (2010 год).

Публикации По результатам работы имеются 10 печатных работ [1–10], из них 2 публикации в рецензируемых журналах Перечня ВАК [2, 4], 2 публикации входит в библиографическую базу Web Of Science [2, 4], 3 публикации входят в библиографическую базу Scopus [1–3].

Личный вклад автора Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованных работах. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 4 глав, заключения, библиографии и приложения А. Общий объем диссертации 175 страниц, из них 146 страниц основного текста, включая 60 рисунков. Библиография включает 154 наименования. Приложение А включает 28 страниц и содержит данные сравнения разработанной системы с аналогами.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе дается введение в предметную область и анализ основных литературных источников, посвященных проблеме глобальной освещенности. Даются определения основных терминов и понятий, вводятся основные математические модели и рассматриваются базовые алгоритмы вычисления глобальной освещенности.

Во второй главе проводится детальный анализ литературных источников по теме исследования и обсуждается текущее состояние дел в области расчета освещенности на графических процессорах.

В третьей главе обсуждаются предложенные в работе методы и обозначается их место в области расчета освещенности на графических процессорах. Проводится сравнение с существующими методами и альтернативными решениями.

В разделе 3.1 рассматривается предложенный метод построения изображения на графических процессорах в целом. Обсуждаются его преимущества и недостатки по сравнению с существующими решениями.

Стандартная реализация трассировки путей, применяемая в таких системах как IRay, Octane, Arion, VRayRT, имеет определенные недостатки.

Во-первых, несмотря на значительно более высокую производительность трассировки лучей в вышеупомянутых системах, используемый алгоритм, получая несмещенную оценку для каждого пиксела изображения независимо,

для достижения приблизительно того же качества требует обработки практически в 10 раз большего числа лучей, чем альтернативные методы, популярные в системах расчета освещения на центральных процессорах и получающие смещенные оценки.

Второй недостаток стандартной трассировки путей при реализации на GPU заключается в том, что несмотря на то, что каждый луч может быть обработан независимо, общая вычислительная нагрузка и обращения к памяти сильно нерегулярны. Это ухудшает производительность при реализации трассировки лучей на массивно-параллельном процессоре. Предложенный подход позволяет в значительной мере амортизировать проблему дивергентных потоков и нерегулярного доступа к памяти за счет группировки лучей в пространственно близкие группы в 2 местах:

1. При вычислении вторичной освещенности в точках кэша освещенности за счет группировки вторичных лучей и использования финального сбора (что ограничивает глубину трассировки таких лучей и предотвращает их расхождения после диффузных переотражений).

2. При трассировки лучей из виртуальной камеры за счет исключения расчета диффузных переотражений (которые вычисляются при помощи кэша освещенности).

В разделе 3.2 рассматривается алгоритм адаптивной трассировки путей. Одна из серьезных проблем при реализации метода Монте-Карло для вычисления глобальной освещенности на множестве пикселей изображения заключается в неравномерном объеме вычислений, необходимом для каждого пиксела. Стандартная реализация трассировки лучей на GPU, при которой одному пикселу всегда соответствует 1 поток, в этом случае неэффективна, поскольку все потоки вынуждены делать такое же число Монте-Карло выборок, какое требуется для самого сложного в расчетном плане пиксела. Для решения этой проблемы предложен специализированный алгоритм распределения работы.

В начале расчета изображения экран изображения разбивается на блоки 8x8 или 16x16 пикселей. Внутри каждого блока пикселы нумеруются согласно

Кривой Мортона. Это позволяет в значительной степени сохранить пространственную близость лучей с последовательно идущими номерами потоков, что, в свою очередь, положительно сказывается на скорости трассировки лучей вследствие уменьшения числа дивергентных групп потоков warp. Далее все блоки добавляются в список активных блоков. Из списка всех активных блоков графический процессор извлекает ровно M блоков, которые он может обработать параллельно. При этом число M определяется заранее выделенным для программы объемом памяти (т.е. это позволяет ограничить объем потребляемой памяти с ростом разрешения изображения). Если число активных блоков в списке меньше M, в список добавляются дубликаты каждого блока за счет удваивания числа лучей, трассируемых на 1 пиксел. Такой подход позволяет создать достаточно работы для GPU при любом числе активных блоков и при этом всегда занимать фиксированный объем памяти.

В разделе 3.3 рассматривается реализация параллельного кэша освещенности на графических процессорах и механизм интеграции такого кэша в программу расчета освещения.

Изначально последовательный алгоритм кэшировани освещенности работает по схеме ленивых вычислений. Новые записи в кэш вставляются тогда, когда в них появляется необходимость. Параллельная вставка записей в кэш освещенности на GPU порождает 3 основные проблемы:

1. Конечность. Параллельной реализации кэша освещенности необходимо уметь генерировать достаточный набор записей кэша до начала основного этапа построения изображения. В противном случае неминуемо появление артефактов на изображении, вызванных тем, что различные потоки будут видеть в сущности различные экземпляры кэша. Для решения этой проблемы предлагается многопроходный алгоритм вычисления кэша освещенности. В конце каждого прохода определяется достаточно ли записей находится в кэше на основе оценки ошибки в пространстве экрана и в мировом пространстве. Если обе оценки ниже установленного порога, алгоритм останавливается.

2. Определение положения точек-записей. Однопоточный алгоритм автоматически решал проблему расположения записей, поскольку запись со-

здавалась в том месте трехмерной виртуальной сцены, куда попал луч из виртуальной камеры и где в определенный момент времени оценка ошибки интерполяции была слишком высока. Такой способ позволяет генерировать одиночные запросы на вычисление освещенности, что в значительной мере ограничивает параллелизм. Для высокопараллельной реализации кэша освещенности необходимо пересмотреть данное решение — для заданной трехмерной сцены и некоторого числа уже существующих в кэше записей алгоритм должен предсказать некоторое распределение новых точек-записей, наилучшим образом покрывающее видимую (как напрямую, так и посредством переотражений) часть виртуальной сцены и уменьшающее оценку ошибки в мировом пространстве и пространстве экрана. Для решения этой проблемы были разработаны:

   а. Алгоритм, предсказывающий положения записей кэша освещенности на основе дизеринга (алгоритм уменьшения количества цветов в цветовой палитре) изображения оценки ошибки в пространсве экрана.

   б. Кластеризации запросов с отбором наилучших кандидатов из кластеров в мировом пространстве.

3. Вычисление радиусов валидности записей. Радиусом валидности записи кэша освещенности называют радиус, в пределах которого запись может быть использована для интерполяции. Для вычисления этого радиуса однопоточная реализация использует ряд эвристических методов, основывающихся на последовательной вставке точек в кэш. При одновременной вставке в кэш больших групп записей эти методы приводят к чрезмерному перекрытию записей и последующей медленной интерполяции (выборкам из кэша). Для решения этой проблемы был предложен алгоритм уменьшения радиусов валидности, основанный на контроле степени перекрытия записей.

В разделе 3.4 предлагается метод построения окто-дерева со множественными ссылками на графических процессорах для ускорения сбора освещен-

ности в алгоритме фотонных карт.

При использовании метода фотонных карт время построения изображения зависит от таких переменных как: время трассировки фотонов, время построения ускоряющей структуры (фотонной карты), время трассировки лучей сбора и, наконец, собственно время сбора освещенности. Существующие методы построения фотонной карты почти всегда имеют приемлемое время построения самой ускоряющей структуры, но сбор освещенности при этом может стать узким местом. Это становится особенно заметно при визуализации в больших разрешениях, увеличении числа переотражений лучей сбора или использовании метода Финального Сбора. Разработанный метод применен для ускорения операции сбора освещенности в алгоритме фотонных карт и позволяет ускорить сбор освещенности от 2 до 5 раз.

Четвертая глава посвящена вопросам программной реализации разработанной на основе описанных в предыдущих главах алгоритмов программной системы расчета освещенности на GPU Hydra Renderer. Приводятся примеры практического использования созданной системы (Рис. 1, 2). Представлено сравнение с существующими аналогами.

В Заключении сформулированы основные результаты работы.

Основные результаты:

1. Разработаны эффективные параллельные алгоритмы вычисления глобальной освещенности на графических процессорах на основе алгоритмов со смещенной оценкой решения.

    а. Разработан алгоритм распределения работы для эффективной реализации метода Монте-Карло на графических процессорах в применении к задаче вычисления глобальной освещенности и фотореалистичного синтеза изображений.

    б. Предложена параллельная реализация алгоритма кэширования освещенности на графических процессорах, позволяющая снизить время построения изображения на порядок по сравнению с традиционным методом Монте-Карло при сравнимом качестве получаемого



Рис. 2. Примеры применения разработанной системы. На сценах интерьера и кабины самолета кэш освещенности ускоряет расчет изображения в 5-10 раз. Разработанный алгоритм распределения работы для метода Монте-Карло на множестве пикселей изображения на сцене с автомобилем дает ускорение в 4 раза.

изображения.

в. Разработан метод построения ускоряющей структуры на графических процессорах, позволяющий от 2 до 5 раз ускорить сбор освещенности в алгоритме фотонных карт по сравнению с существующими методами.

2. На основе разработанных алгоритмов создана система расчета освещенности на графических процессорах, в несколько раз превосходящая по скорости существующие аналоги. Разработанная система интегрирована в среду трехмерного моделирования 3d Studio Max 2013 и 2014 и находит применение при решении практических задач в науке и промышленности.

Список публикаций

1. Frolov Vladimir, Kharlamov Alexander, Ignatenko Alexei. Biased Global Illumination via Irradiance Caching and Adaptive Path Tracing on GPUs // Proceedings of GraphiCon'2010 international conference on computer graphics and vision. St.Petersburg, 2010. P. 49–56. URL: http://www.graphicon.ru/proceedings/2010/conference/EN/Se2/43.pdf.

2. Фролов В. А., Харламов А. А., Игнатенко А. В. Смещённое решение интегрального уравнения светопереноса на графических процессорах при помощи трассировки путей и кэша освещенности // ПРОГРАММИРОВАНИЕ. 2011. Т. 37, № 5. С. 47–60. English translation: V.A. Frolov, A.A. Kharlamov, A.V. Ignatenko. Biased solution of integral illumination equation via irradiance caching and path tracing on GPUs // Programming and Computer Software. 2011. vol 31. P 255-259. URL: http://dx.doi.org/10.1134/S0361768811050021.

3. Frolov Vladimir, Vostryakov Konstantin, Kharlamov Alexander, Galaktionov Vladimir. Implementing Irradiance Cache in a GPU Realistic Renderer // Transactions on Computational Science XIX. Lecture Notes in Computer Science. 2013. Vol. 7870, no. 1. P. 17–32. URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-39759-2_2.

4. Фролов В.А., Харламов А.А., Галактионов В.А., Востряков К.А. Окто-деревья со множественными ссылками в применении к реализации фотонных карт и кэша освещенности на GPU. // ПРОГРАММИРОВАНИЕ. 2014. Т.40. №4., С. 64-73. English translation: Frolov V.A. Galaktionov V.A. Vostryakov K.A., Kharlamov A.A. Multiple reference octrees for a GPU photon mapping and irradiance caching // Programming and Computer Software. 2014. Vol. 40, no 4. P. 208–214. URL: http://dx.doi.org/10.1134/S0361768814040033.

5. Фролов В. А., Игнатенко А. В. Интерактивная трассировка лучей и фотонные карты на GPU. // Труды 22-й Международной конференции по компьютерной графике и Зрению Графикон'2009. Москва: Московский

государственный университет им. М.В.Ломоносова, 2009. С. 255–262. URL: http://www.graphicon.ru/proceedings/2009/conference/se12/97/97_Paper.pdf.

6. Фролов В. А., Игнатенко А. В. Фотореалистичная визуализация с помощью трассировки путей на графических процессорах // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. Материалы 13-ого научно-практического семинара. М.: МГИЭМ. 2010. С. 149–150.

7. Груздев А.А., Фролов А.В., Игнатенко А.В. Ускорение расчёта вторичного освещения с помощью фильтрации в пространстве экрана и уточнения на основе информации о близлежащей геометрии. // Труды 25-й Международной конференции по компьютерной графике и зрению Графикон'2012. Москва: Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, 2012. С. 269–271.

8. Gruzdev Alexei, Frolov Vladimir, Vostryakov Konstantin, Ignatenko Alexei. Multidimetial Filtering in application to Progressive Video Rendering // Proceedings of 23-th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2013. Vladivostok: Far Eastern Federal University, 2013. P. 75–78. URL: http://2013.graphicon.ru/files/2013/u8/Graphicon2013_proceedings.pdf.

9. Боресков А.В., Харламов А.А., Марковский Н.Д., Микушин Д.Н., Мортиков Е.В., Мыльцев А.А., Сахарных Н.А., Фролов В.А. Параллельные вычисления на GPU. Архитектура и программная модель CUDA. Москва: МГУ, 2012. 336 с. ISBN: 978-5-211-06340-2.

10. Фролов В.А., Галактионов В.А., Трофимов М.А. Сравнительный анализ современных рендер-систем для 3ds Max // Труды 24-й Международной конференции по компьютерной графике и зрению Графикон'2014. Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону, Россия, 2014. С. 43–46. URL: http://2014.graphicon.sfedu.ru/res/Trudi_GraphiCon_2014.pdf.