



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Материалы защиты • Сведения о диссертации



Трофимов С.П.

Увод малых космических
аппаратов с низких
околоземных орбит

Диссертация

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Трофимов С.П. Увод малых космических аппаратов с низких околоземных орбит: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.01. М., 2015. 125 с. URL: <http://library.keldysh.ru/diss.asp?id=2015-trofimov>

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Трофимов Сергей Павлович

**УВОД МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С НИЗКИХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОРБИТ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
М.Ю. Овчинников

Москва – 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ОПТИМАЛЬНЫЙ УВОД ПАССИВНО СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ МАЛЫХ СПУТНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ	20
1.1 Двигатели малой тяги	20
1.2 Пассивные системы стабилизации нано- и пикоспутников	22
1.3 Постановка задачи оптимального одноосного увода с орбиты	24
1.4 Двухмасштабная оптимизация одноосного управления.....	26
1.4.1 Уравнения движения КА в вариациях элементов орбиты.....	27
1.4.2 Оптимизация в быстром масштабе времени.....	29
1.4.3 Оптимизация в медленном масштабе времени.....	32
1.5 Численные результаты.....	36
1.6 Об эллиптическом режиме деорбитинга	47
1.7 Выводы и комментарии к главе.....	50
ГЛАВА 2. УВОД МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ВЕРХНЕГО СЕКМЕНТА НИЗКИХ ОРБИТ С ПОМОЩЬЮ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА.....	52
2.1 Плоский солнечный парус	52
2.2 Динамика орбитального и углового движения КА с парусом	54
2.3 Постановка задачи увода низкоорбитального КА с помощью паруса.....	59
2.4 Уравнения орбитального и углового движения КА с парусом.....	63
2.5 Обеспечение квазигиперболоидальной прецессии КА с парусом.....	68
2.6 Численные результаты.....	79
2.7 Выводы и комментарии к главе.....	94
ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МАССОГАБАРИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНЫХ ПАРУСОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕОРБИТИНГА	95
3.1 Массогабаритные и динамические характеристики солнечного паруса	95
3.2 Динамически инвариантное масштабирование параметров парусов.....	99
3.3 Эффективность парусных и топливных систем деорбитинга	106
3.4 Выводы и комментарии к главе.....	108

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	109
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	112
ЛИТЕРАТУРА	114
СПИСОК ИЛЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРИАЛА	123

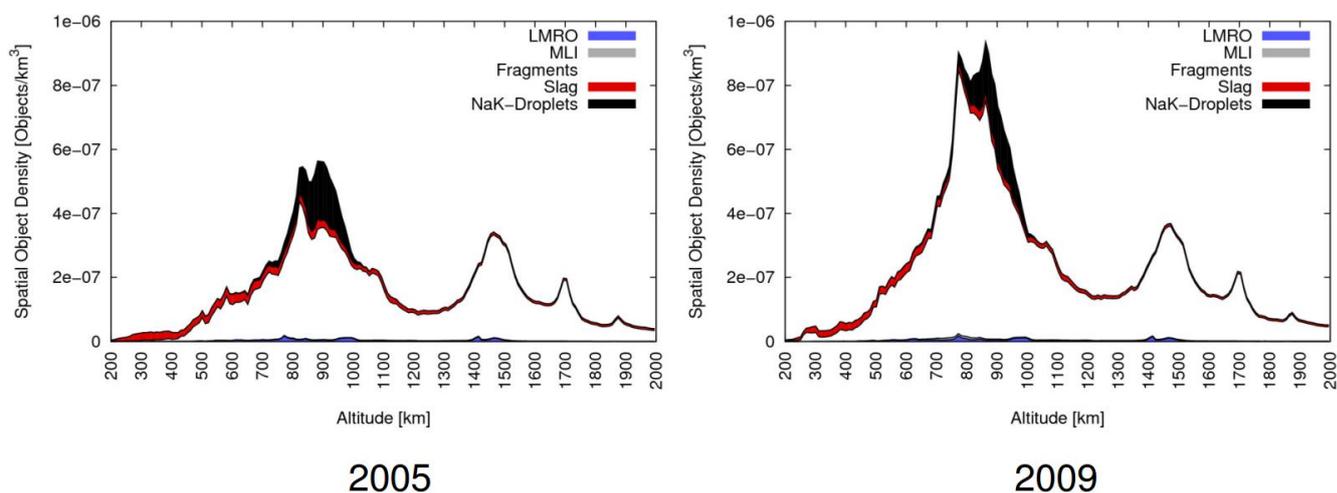
ВВЕДЕНИЕ

*Всеу свое время, и время всякой вещи под небом:
время рождаться, и время умирать...*

Экклезиаст, глава 3

Проблема образования *космического мусора* – засорения околоземного космического пространства отработавшими свой срок и/или вышедшими из строя космическими аппаратами (КА), верхними ступенями ракет и другими объектами антропогенной природы – возникла с момента запуска первого искусственного спутника Земли (ИСЗ) в 1957 году, однако получила официальный статус на международном уровне лишь в конце 80-х годов прошлого века. Генеральный секретарь Организации Объединенных Наций (ООН) Бутрос Бутрос-Гали в сделанном 10 декабря 1993 года докладе под названием «Воздействие космической деятельности на окружающую среду» особо отметил, что проблема космического мусора носит международный, глобальный характер. В 2003 году, по поручению *Комитета ООН по мирному использованию космического пространства (COPUOS), Межагентский координационный комитет по космическому мусору (IADC)* подготовил список мер, направленных на ограничение техногенного засорения космоса. Предложения были основаны на национальных стандартах ведущих государств-членов IADC и включали в себя, например, 25-летнее ограничение на максимальное время жизни исчерпавших свой ресурс низкоорбитальных космических аппаратов и перевод геостационарных спутников на особые орбиты – *орбиты захоронения*. Спустя четыре года Генеральная ассамблея ООН одобрила выработанные COPUOS руководящие принципы предупреждения образования космического мусора: увод с орбиты отработавших свой срок КА, использование «чистых» (т.е. безотходных) технологических процессов в космосе, а также отказ от испытаний противоспутниковых средств обороны. Необходимость подобных мер, ставшая очевидной после проведения Китаем в 2007 году теста с уничтожением спутника Фэнъюнь-1С, продиктована стремлением избежать *синдрома Кесслера* – достижения критической плотности космического мусора, когда начинается цепная реакция фрагментации, разрушающая в течение нескольких лет (или даже месяцев) все объекты на орбите. Такой оборот событий остановит на

долгое время дальнейшее освоение космического пространства человеком. По прогнозам многих специалистов, для самых загрязненных околоземных орбит – *низких солнечно-синхронных и геостационарной* – критический уровень плотности мусора может быть достигнут уже к середине XXI века. Подтверждением этого тезиса служит рисунок 0.1, демонстрирующий драматический рост плотности мусора на низких орбитах вследствие китайского противоспутникового теста (2007 год) и столкновения спутника связи *Iridium-33* с давно вышедшим из строя советским военным спутником *Космос-2251* (2009 год). Нарастающая сегодня тенденция к миниатюризации КА и использованию группировок малых спутников вместо одного большого усугубляет проблему, увеличивая число объектов в околоземном пространстве.



LMRO (Launch and Mission Related Objects) – действующие спутники, верхние ступени ракет-носителей и мелкие отходы миссий (стыковочные болты, крышки от телескопов и т.п.), MLI (Multi-Layer Insulation) – куски многослойного теплоизоляционного покрытия, Fragments – фрагменты разрушившихся спутников, Slag – шлак от твердотопливных двигательных установок, NaK-Droplets – капельки натрий-калиевого теплоносителя из контура охлаждения распространенных в недавнем прошлом бортовых ядерных реакторов

Рисунок 0.1 – Эволюция плотности космического мусора на низких орбитах [1]

Очевидно, что любые способы удаления с орбиты уже существующего космического мусора (*active debris removal, ADR*) сложны с технической точки зрения и, как следствие, дорогостоящи. Кроме того, они будут неэффективны в случае отсутствия хорошо продуманной, законодательно закрепленной программы, направленной на максимальное уменьшение загрязнения космоса отходами технологической деятельности человека. Оставив сейчас в стороне вопрос инженерной оптимизации

процессов выведения КА на орбиту, выполнения научных экспериментов и прочих способствующих образованию космического мусора факторов, можно с уверенностью констатировать тот факт, что разработка технологий *деорбитинга* – увода исчерпавших ресурс спутников с орбиты – становится крайне актуальной и востребованной задачей сегодняшнего дня. В силу остроты проблемы космического мусора логично предположить, что в ближайшие годы требование оснащать все КА системами увода с орбиты станет одной из норм международного космического права и войдет в стандарты деятельности аэрокосмических ведомств всех стран мира. Примером сегодня служат стандарты *Европейского космического агентства (European Space Agency, ESA)* [2], *Национального управления по аэронавтике и астронавтике США (National Aeronautics and Space Administration, NASA)* [3] и российский ГОСТ 52925-2008 [4].

Особняком стоит проблема деорбитинга малых КА. По общепринятой классификации к таковым относят мини- (массой от 100 кг до 500 кг), микро- (от 10 кг до 100 кг), нано- (от 1 кг до 10 кг) и пикоспутники (от 100 г до 1 кг). Число выводимых на околоземные орбиты малых КА растет лавинообразно. Типичным примером могут служить *кубсаты (cubesats)* – наноспутники, состоящие из одного или нескольких стандартизованных блоков (*юнитов*) в виде кубика со стороной 10 см и массой около 1 кг. После того как на японском модуле Кибо Международной космической станции (МКС) в октябре 2012 года был установлен механический пусковой механизм для массового выведения кубсатов с борта станции без выхода космонавтов в открытый космос, зафиксирован взрывной рост интенсивности подобных запусков. В то же время возможности активного маневрирования (в т.ч. и для деорбитинга) у кубсатов отсутствуют либо минимальны. Это, между прочим, может создать угрозу и для самой МКС, которой по причине опасности космического мусора приходится все чаще и чаще исполнять маневры уклонения.

Увеличение доли малых спутников в общем числе запускаемых на орбиту космических аппаратов стимулирует создание новых систем управления движением с минимальным или даже нулевым потреблением топлива и/или электрической энергии. Исполнительные органы таких систем управления должны быть компактными

и легкими, чтобы удовлетворять весьма жестким требованиям на допустимые габариты и массу, предъявляемым к малым аппаратам. В связи с этими существенными и зачастую противоречащими друг другу ограничениями резонно возникает вопрос обеспечения должной степени функциональности в управлении орбитальным и угловым движением КА. Скажем, если для управления ориентацией малого спутника используется простая система пассивной одноосной стабилизации, то, в силу необходимости идентификации вектора тяги, не более двух маршевых двигателей могут быть установлены вдоль единственной стабилизированной оси. В результате этого направление вектора тяги оказывается в каждый момент времени заданным (подобный тип управления будем называть *одноосным*), что потенциально сокращает возможности орбитального маневрирования.

Чтобы расширить функциональность экономичных систем управления движением, и в том числе приспособить их к задаче деорбитинга, интенсивно разрабатываются и тестируются новые технические решения, позволяющие максимально эффективно использовать естественные внешние силы и, как следствие, отказаться от тяги реактивных двигателей. Все *бестопливные* способы передвижения можно разделить на две большие группы: тросовые и парусные (см. таблицу 0.1). Рассмотрим каждую из этих групп подробнее, акцентируя внимание на вопросе применения соответствующего механизма для увода КА с орбиты.

Идею использования космических тросовых систем в научных и технологических целях впервые выразил еще К. Циолковский в конце XIX-го века [5], но мысль о возможности снижения высоты орбиты искусственного спутника с помощью выпускаемого из него *электродинамического троса*, проводящего троса, вдоль которого при движении в магнитном поле планеты течет ток, была выдвинута лишь столет спустя [6]. Физический принцип, лежащий в основе данного эффекта, довольно прост: в соответствии с преобразованиями Лоренца, в системе отсчета, связанной с движущимся по орбите КА, электрическое поле отлично от нуля. Оно ответственно за появление в тросе тока при взаимодействии с электронами/протонами окружающей плазмы. Трос с током пересекает силовые линии геомагнитного поля, и на него действует сила Ампера, тормозящая КА (рисунок 0.2). Из геометрии геомагнитного

поля легко понять, что этот эффект будет максимальным для экваториальных спутников и ослабевает с увеличением наклона орбиты [7–9]. Из всех классов малых КА электродинамические тросы оказываются наиболее эффективными для деорбитинга миниспутников массой несколько сот килограммов. При этом рекомендуется использовать облегченную модификацию троса в виде ленты с характерной длиной 100-500 м [10].

Таблица 0.1 – Классификация способов увода КА с различных околоземных орбит

		ТОПЛИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ		БЕСТОПЛИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ		
		Без ограничений на направление вектора тяги	С ограничением на направление вектора тяги	Атмосферный парус и другие аэростабилизированные конструкции	Солнечный парус и светоотражающий надувной баллон	Электродинамический трос и другие тросовые системы
НИЗКИЕ ОРБИТЫ	Околокруговые орбиты высотой не более 700 км				N/A	
	Околокруговые и эллиптические орбиты высотой от 700 км до 2000 км			N/A		
СРЕДНИЕ И ВЫСОКИЕ ОРБИТЫ (включая геостационарную)				N/A		N/A
(Квази)периодические орбиты вблизи точек либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна				N/A		N/A

Зеленым обозначены известные, многократно реализованные на практике технологии; красным – активно разрабатываемые в настоящее время способы и технологии; синим – заслуживающие тщательного изучения методы и постановки задач, которые, по всей видимости, станут актуальными в ближайшем будущем. N/A означает неприменимость механизма увода с данного типа орбит.

Чтобы расширить возможность применения тросовых систем для деорбитинга спутников на околополярных орбитах, недавно была предложена другая концепция тросовой системы – *электростатический трос* [11]. Суть идеи такова: тормозящая спутник сила создается при движении статически заряженного троса относительно ионосферной плазмы (рисунок 0.3). Электростатический трос, подобно электродинамическому, хорошо стабилизируется вдоль местной вертикали под воздействием гравитационного момента. Поскольку наличие тока в тросе в данном случае не требуется, он может быть сделан короче и тоньше, а значит, и существенно легче. Эта технология пройдет проверку на практике осенью 2015 года на борту финского КА Aalto-1 [12]. Отметим, что концепция электростатического троса существует также

и в применении к межпланетным полетам: пучок отрицательно заряженных тросов отталкивает ионы солнечного ветра, тем самым генерируя тягу. Такая конструкция получила название *электрического паруса* (не стоит путать с *солнечным парусом* и другими парусными конструкциями!) [13].

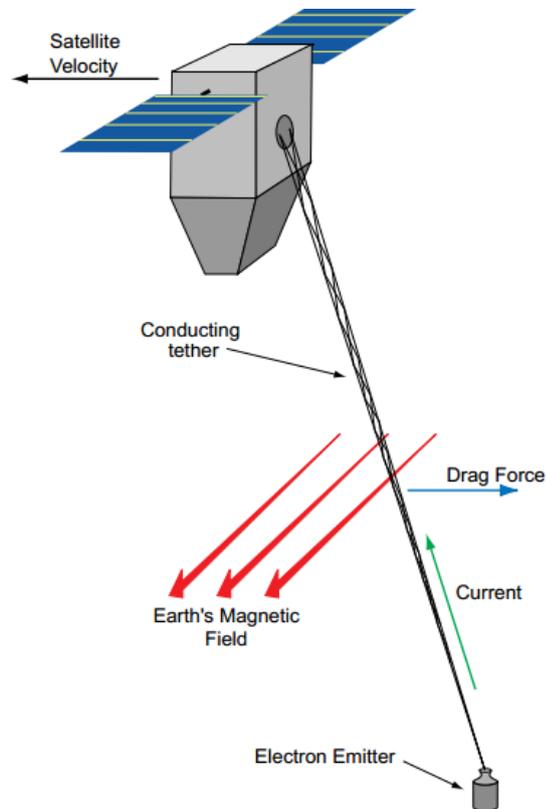


Рисунок 0.2 – Электродинамический трос (адаптировано из [8])

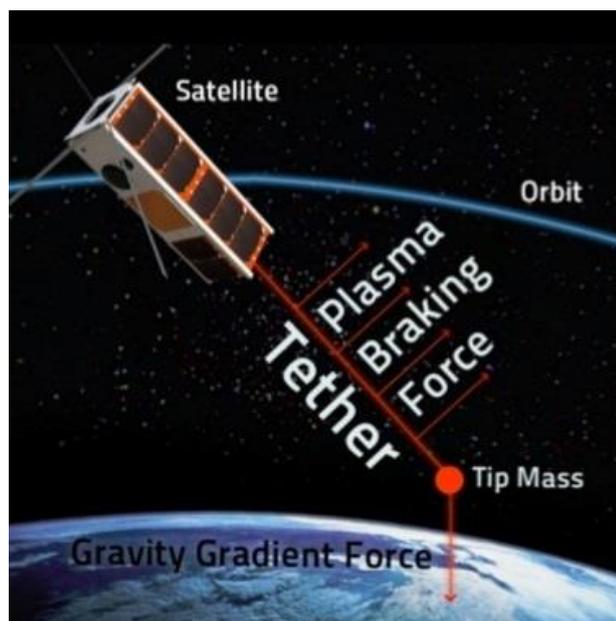


Рисунок 0.3 – Электростатический трос (адаптировано из [14])

Очевидными преимуществами использования космических тросовых систем в целях деорбитинга являются [9]:

- 1) экономия выводимой на орбиту массы – вес троса вместе с механизмом его разворачивания обычно составляет 1-5% от массы спутника;
- 2) уменьшение длительности увода КА с орбиты;
- 3) уменьшение произведения эффективной площади миделева сечения КА на продолжительность увода (*area-time product*, ATP) – величины, пропорциональной вероятности столкновения с другими спутниками и космическим мусором.

В то же время немногочисленные на сегодняшний день экспериментальные полеты выявили основную проблему тросовых механизмов – их низкую надежность ввиду повышенного риска неудачного разворачивания троса, как это произошло в миссиях TSS-1, MAST и STARS [15–17], а также быстрого разрушения при множественных столкновениях с микрометеороидами и техногенным космическим мусором, наподобие инцидентов с КА SEDS I и SEDS II [18]. Последняя трудность, однако, может быть преодолена, если использовать особые многонитевые тросы высокой прочности типа Hoytether™ (например, Terminator Tether™ [7, 8]), обладающие увеличенным до нескольких лет сроком службы.

Перейдем теперь к другой технологии бестопливного движения, обретшей сегодня особую популярность. Речь идет о *солнечном парусе* – конструкции, состоящей, как правило, из нескольких больших по площади «лепестков» тонкой, хорошо отражающей пленки, называемой *мембраной* или *полотном*. Обычно парус служит для увеличения силы давления солнечного излучения, однако для низких орбит может использоваться как *атмосферный*: ориентированный по набегающему потоку, он усиливает лобовое сопротивление КА при движении в атмосфере [19]. Этот способ деорбитинга, разумеется, подходит лишь для спутников на низких орбитах высотой менее 1000 км, где плотность атмосферы еще остается существенной. Вместе с тем, как уже демонстрировалось ранее, именно для таких орбит проблема космического мусора стоит особенно остро. На орбитах высотой до 600-650 км ориентация паруса по потоку достигается пассивно, за счет одного аэродинамического момента, что особенно привлекательно для практики.

Задача развертывания атмосферного паруса с целью увода низкоорбитального КА получила активное развитие в последнее десятилетие. На данный момент (февраль 2015 года) для отработки этой технологии осуществлено два тестовых запуска. Первый аппарат, NanoSail-D2 (рисунок 0.4), разработанный в NASA и выведенный на орбиту в самом конце 2010 года, представлял собой предназначенную для наземных испытаний точную копию основного КА NanoSail-D, потерянного при запуске 3 августа 2008 года [20]. Кубсат, состоящий из трех юнитов (3U-кубсат), был отделен от другого малого аппарата FASTSAT 19 января 2011 года. Основная цель миссии NanoSail-D2 заключалась в отработке самого механизма развертывания паруса; использование же паруса в качестве атмосферного для увода КА с орбиты являлось второстепенной задачей. Мембрану составляли четыре лепестка, вместе образующих квадрат площадью около 10 м^2 . Согласно предварительным прикидкам разработчиков, предполагалось, что за счет атмосферного торможения КА снизится с начальной околокруговой орбиты высотой 650 километров и сгорит в атмосфере за 70-120 дней. Однако, так как угловое движение паруса было неуправляемым, спутник начал хаотически вращаться. Эффективная площадь оказалась гораздо меньше номинальной, и увод КА с орбиты занял 240 дней [21]. Разница в ожидаемом и полученном времени жизни в 2-3 раза показывает важность детального рассмотрения вопроса о моделировании углового движения КА с парусом на этапе проектирования миссии.

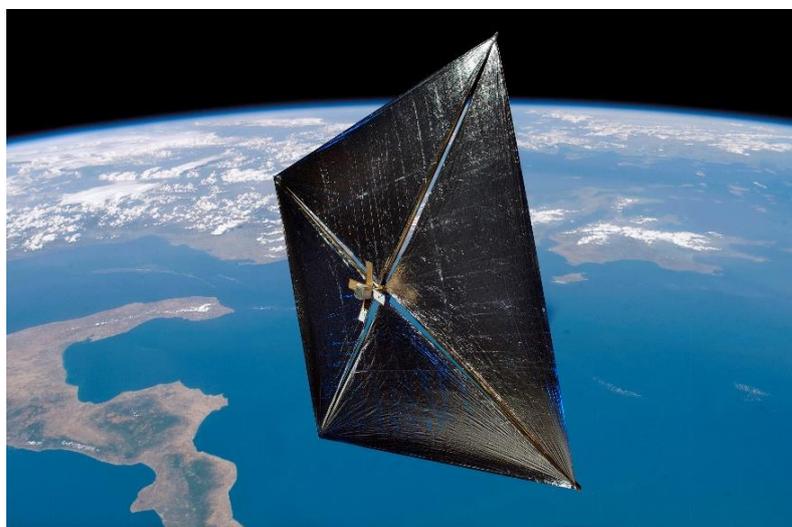


Рисунок 0.4 – Аппарат NanoSail-D2 (заимствовано с [22])

Второй запуск кубсата с атмосферным парусом был проведен 13 февраля 2012 года. Польский спутник PW-Sat был успешно выведен на эллиптическую орбиту с перигеем 300 км и апогеем 1023 км во время первого запуска ракеты-носителя Вега [23]. Аппарат представляет собой простой 1U-кубсат, а его атмосферный парус напоминает гравитационную штангу (рисунок 0.5). Вместо стандартной конструкции паруса на спутнике был использован, скорее, «хвост». Преимущество такого подхода заключается в упрощении системы развертывания, так как схемы, подобные гравитационным штангам, применяются с начала космической эры. Однако у аппарата с конфигурацией, представленной на рисунке 0.5, существует и ряд проблем. Основными моментами, действующими на него, являются гравитационный и аэродинамический. Последний стремится ориентировать спутник «хвостом» вдоль набегающего потока. В этом случае увеличение эффективной площади сечения будет наблюдаться только до успокоения аппарата, а затем – в режиме малых колебаний относительно положения равновесия – оно станет очень незначительным. Если же превалирует гравитационный момент, он ориентирует спутник «хвостом» вдоль радиус-вектора, а значит, перпендикулярно набегающему потоку, что максимально увеличивает его эффективную площадь. Таким образом, нужная ориентация достигается на больших высотах, где аэродинамический момент мал. К сожалению, сила атмосферного торможения будет тоже мала. При входе в более плотные слои атмосферы, для которых главным образом предназначается атмосферный парус, благоприятная ориентация разрушается.

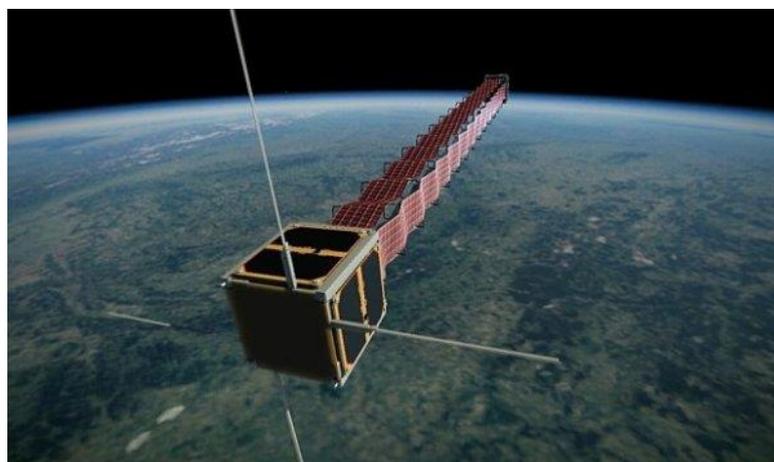


Рисунок 0.5 – Аппарат PW-Sat (заимствовано с [24])

Увы, «хвост» польского КА показать свои возможности по уводу с орбиты так и не смог: команда на его раскрытие, посланная с Земли, не была принята бортовой аппаратурой, а без парусной конструкции процесс деорбитинга кубсата занял более двух с половиной лет. Второй аппарат, PW-Sat2, активно разрабатываемый в настоящее время, будет оснащен традиционным плоским парусом.

В последние годы очевидно проявляет себя тенденция к доминированию квадратных парусов из четырех лепестков, крепящихся на жестких штангах. Несколько подобных миссий уже готовы к запуску в 2015-2016 годах (см. таблицу 0.2). Легкие разворачивающиеся штанги позволяют натягивать мембрану паруса, не раскручивая его (т.е. не прибегая к помощи центробежных сил). Это открывает возможность для трехосной стабилизации КА. Поэтому, реализуя маховиками и/или магнитными катушками закон управления угловым движением, который бы стабилизировал парус по набегающему потоку, можно избежать проблемы хаотических вращений паруса и увеличить эффективность процесса увода с орбиты. Отметим, кстати, что под показателем эффективности, как и в случае тросовых систем, корректнее понимать не длительность увода, а введенный ранее показатель АТР – произведение длительности увода на среднюю площадь миделева сечения. Он пропорционален заметаемой при движении по орбите площади, а значит, и результирующей вероятности столкновения уводимого КА с фрагментами космического мусора. Во многих стандартах и регламентах на значение АТР, так же как и на длительность увода, накладывается ограничение сверху [3]. Использование парусных систем слабо уменьшает АТР, но риск размножения мусора снижается значительно, поскольку столкновения обломков с мембраной паруса гораздо менее разрушительны, нежели с самим КА [25].

Подробную информацию о технических деталях представленных в таблице 0.2 проектов миссий и стадии их реализации можно найти в [26–29].

Среди предлагаемых конфигураций атмосферного паруса, помимо четырехлепесткового квадратного и «штангообразного», выделим еще две: надувной шар или баллон [30, 31] и пирамиду [32–34]. Преимуществом баллона является безразличие по отношению к ориентации аппарата, однако такую конструкцию сложнее развернуть в условиях космоса. Кроме того, может сказаться уязвимость баллона к ударам

микрометеороидов. Пирамидальная конструкция позволяет обеспечить пассивную аэродинамическую ориентацию спутника по набегающему потоку, но при этом для структуры той же массы и сложности, что и плоский квадратный парус, увеличение эффективной площади сечения оказывается невелико.

Таблица 0.2 – Миссии, нацеленные на отработку парусной технологии деорбитинга

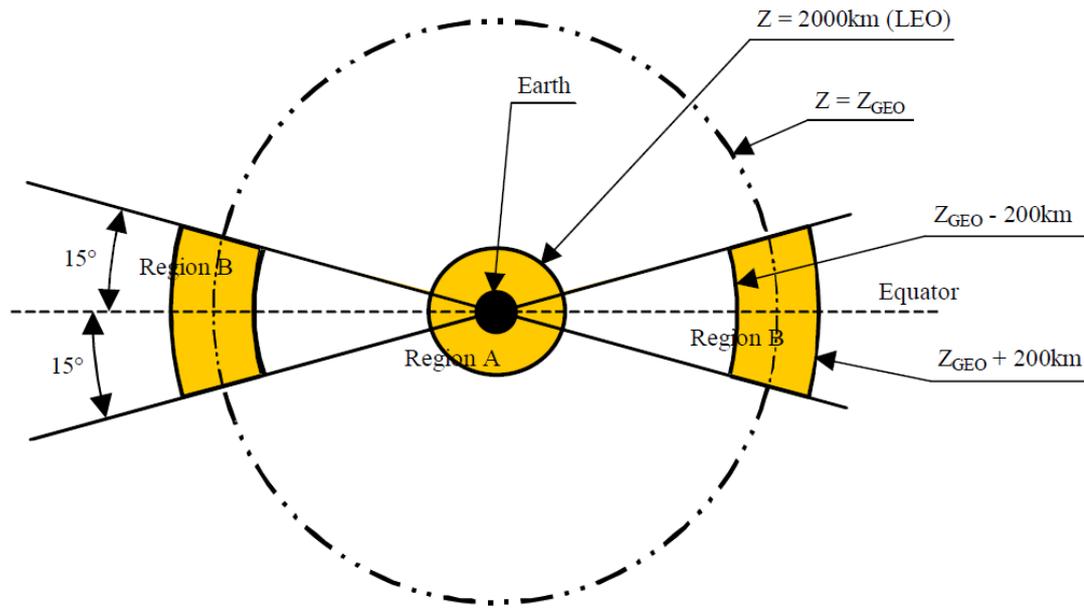
Миссия	Аппарат(ы)	Разработчик	Планируемая дата запуска	Параметры КА и паруса	Высота орбиты, км
LightSail-1	LightSail-A	Planetary Society	6 мая 2015 г.	Масса КА 4.6 кг, масса парусного механизма 2.8 кг, площадь паруса 32 м ²	380 x 750
	LightSail-B		апрель 2016 г.	Масса КА 4.6 кг, масса парусного механизма 2.8 кг, площадь паруса 32 м ²	720 (круг.)
Gossamer	Gossamer-1	ESA/DLR ¹	2015 г.	Масса КА 20 кг, площадь паруса 25 м ²	320 (круг.)
	Gossamer-2		2016 г.	Масса КА 57 кг, площадь паруса 400 м ²	500 (круг.)
CubeSail	CubeSail	SSC/EADS ^{2,3}	2015 г.	Масса КА 3.0 кг, масса парусного механизма 1.4 кг, площадь паруса 25 м ²	680 (круг.)

Проблема загрязнения околоземного пространства космическим мусором проявляется также и при рассмотрении средних и высоких орбит, характеризующихся отсутствием естественного механизма очищения – атмосферного сопротивления. Типичным завершением жизни средне- и высокоорбитальных КА является их увод на *орбиты захоронения*. Для геостационарных спутников такие орбиты представляют собой околокруговые орбиты малого наклона, лежащие выше зоны В, одной из двух особо охраняемых областей околоземного пространства (см. рисунок 0.6). Перевод геостационарного КА на орбиту захоронения требует затрат характеристической скорости около 8-12 м/с, что более чем на два порядка меньше затрат на спуск спутника в плотные слои атмосферы [35].

¹ *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.* (DLR) – Германский центр авиации и космонавтики

² *Surrey Space Centre* (SSC) – Космический центр Суррея при Университете Суррея (Великобритания)

³ *European Aeronautic Defence and Space Company* (EADS) – Европейский аэрокосмический и оборонный концерн



Зона А – шарообразная область низких орбит. Все спутниковые орбиты, у которых высота перигея меньше 2000 км, считаются пересекающимися с зоной А. Зона В – тороидальная область геостационарной орбиты (ГСО). Чтобы орбита с наклоном менее 15° не пересекалась с зоной В, нужно, чтобы перигей был выше ГСО более чем на 200 км либо апогей был ниже ГСО более чем на 200 км.

Рисунок 0.6 – Особо охраняемые области околоземного пространства [36]

Для среднеорбитальных КА орбитой захоронения может считаться любая орбита, не пересекающаяся в ходе своей эволюции на достаточно большом интервале времени с охраняемыми областями, а также с эшелонами высот 19-22 тыс. км, которые занимают спутники глобальных навигационных систем. Это послабление, обусловленное чрезмерностью затрат топлива и на спуск со средней орбиты в плотные слои атмосферы, и на подъем выше геостационарной орбиты, тем не менее требует от проектировщиков миссий высокоточного моделирования эволюции орбиты с целью убедиться в отсутствии существенного роста эксцентриситета. Такой рост, вызываемый лунно-солнечными резонансами, способен или опустить перигей орбиты в зону А, или поднять апогей до пересечения с орбитами навигационных спутников [37–39].

Недавно группой исследователей под руководством известного шотландского ученого Колина Макиннса было предложено использовать давление солнечного излучения для бестопливного увода спутников с высоких и средних околоземных орбит [40]. Отправной точкой стали результаты работ по изучению вековых эффектов

в орбитальном движении объектов с большой *парусностью* (отношением площадь-масса), обусловленных световым давлением, а также нецентральностью гравитационного поля притягивающего небесного тела. Особый интерес для Макиннса представляли значительные вариации эксцентриситета орбит объектов [41, 42]. Принимая во внимание этот эффект, специалисты предложили искусственно увеличивать парусность отработавших свой срок КА (например, присоединением надувных баллонов) для достижения эксцентриситетом таких значений, при которых перигей орбиты будет опускаться в плотные слои атмосферы.

Аналитические результаты, полученные в [41, 42] при рассмотрении упрощенной модели – движение объектов происходит в экваториальной плоскости планеты, совпадающей с плоскостью эклиптики, – были адаптированы в [40] с помощью численных методов к случаю ненулевого наклона экватора к эклиптике и трехмерного движения КА. Выявленное сохранение качественного характера вековой эволюции эксцентриситета позволяет надеяться на эффективность подобного метода увода со средних и высоких орбит, включая и крайне загрязненный регион ГСО (зона В).

Отметим, что эффект эволюции эксцентриситета орбит естественных и искусственных небесных тел с большой парусностью стал тщательно изучаться в последние годы в связи с обнаружением многочисленных объектов этого типа на вытянутых *геосинхронных* орбитах [43]. Существование объектов с эксцентриситетом 0.1-0.3 и суточным периодом обращения было сюрпризом для специалистов: на орбиты с подобными параметрами никакие КА или вспомогательные блоки никогда не выводились. Таким образом, на первый взгляд, нет причин для возникновения мусора. Объяснение было предложено в работе [44]: объекты возникли на геостационарной орбите, после чего возмущения, создаваемые давлением солнечного света, привели к постепенному увеличению эксцентриситета и наклона орбит. Все дальнейшие наблюдения подтвердили, что открытый класс объектов действительно характеризуется большими значениями парусности: отношение площадь-масса может достигать нескольких десятков м²/кг [45]. Одновременно появились и первые сообщения российских специалистов о наблюдении объектов мусора со схожими параметрами [46]. Помимо описания предполагаемого механизма эволюции их орбит была также

сформулирована гипотеза о том, откуда появились такие объекты с большой парусностью: они являются фрагментами теплоизоляционного покрытия (MLI), которые по каким-то причинам отделились от КА. Изготовленные из синтетических пленок (майлар, каптон и т.п.) с нанесенным на них светоотражающим материалом, куски MLI похожи на полотна солнечных парусов с малой массой и большой отражательной способностью.

Упомянем, наконец, и про пока еще весьма экзотическую проблему управляемого увода КА с (квази)периодических орбит в окрестности точек либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна. Намечающееся интенсивное освоение пространства в районе точек либрации (особенно коллинеарных) поднимает вопрос выработки общих правил завершения жизни отработавших КА. Рассматриваются различные сценарии: увод и последующее сгорание КА в плотных слоях земной атмосферы, удар с лунной поверхностью, безопасный увод во внутреннюю или внешнюю части Солнечной системы [47–49]. Последний вариант может осуществляться не только с помощью двигателей, но и за счет давления солнечного излучения [50].

По результатам приведенного обзора работ о методах и технологиях увода КА с типовых околоземных орбит проявляются два перспективных класса задач: деорбитинг малых КА с помощью двигателей при наличии ограничений на направление вектора тяги и увод малых спутников с верхнего эшелона низких орбит с помощью солнечного паруса. Ввиду большой практической значимости низких орбит (в особенности околополярных) высотой 700-1000 км и их максимальной загрязненности именно о них пойдет речь в представляемой диссертации.

В первой главе решается задача оптимального увода типичного наноспутника, пассивно стабилизированного по геомагнитному полю или же собственным вращением, с использованием современных, компактных и экономичных, двигателей *малой тяги*. *Мультимасштабный анализ (multiple-scale analysis)* уравнений движения в форме Гаусса для вариаций медленных орбитальных элементов наряду с *принципом максимума* позволяет свести задачу оптимального управления к довольно простой задаче нелинейного программирования, решаемой традиционными методами. Рассматриваются два режима увода КА с орбиты: *круговой*, когда перигей и апогей

опускаются одновременно, и *эллиптический*, когда уменьшается только высота перигея. В качестве терминального условия для кругового режима увода принимается снижение высоты орбиты спутника до 300 км. Это требование консервативнее, чем достаточное для 25-летнего ограничения срока существования снижение до 500 км, но оно способно предотвратить быстрое замусоривание эшелона высот 340-430 км, используемого орбитальными станциями. Соответствующая модификация стандартов завершения жизни микро-, нано- и пикоспутников может стать реальностью уже в самое ближайшее время ввиду лавинообразного роста числа их запусков. Исследуется влияние ошибок стабилизации КА и параметров его исходной орбиты на качество управления.

Вторая, центральная, глава диссертации посвящена экономичному механизму увода малых КА с низких орбит высотой более 700 км с помощью плоского паруса. Показано, что силу давления солнечного излучения, превалирующую на подобных высотах над атмосферным торможением, можно эффективно эксплуатировать в целях уменьшения размера орбиты, причем угловое движение КА с парусом в основном определяется внешними моментами: гравитационным, солнечным и аэродинамическим. Для стандартного наноспутника на орбите с высотой порядка 800 км все три момента имеют одинаковый порядок величины. Нужный тип вращения, слегка напоминающий широко известную *гиперболоидальную прецессию*, тем не менее не является полностью пассивным, поскольку для регуляризации вращения требуется приложить небольшой демпфирующий момент. В то же время величина такого момента практически на порядок меньше величин внешних моментов, что делает возможным управление даже при помощи миниатюрных токовых катушек. Численное моделирование показывает, что в зависимости от уровня солнечной активности выигрыш по продолжительности увода КА с орбиты в сравнении с обычным методом стабилизации паруса по набегающему потоку составляет от 30 до 200%. Проведено исследование чувствительности благоприятного для деорбитинга квазипериодического режима углового движения к изменению начальных условий и к неизбежным в реальных условиях отклонениям параметров КА и паруса от номинальных значений.

В третьей – последней – главе речь идет об эффективности увода КА с использованием парусных систем и влиянии на нее массогабаритных параметров парусов. Задача параметрического синтеза сводится к определению *законов масштабирования*: прошедший лабораторные испытания уменьшенный *прототип* солнечного паруса необходимо масштабировать, чтобы обеспечить требуемый уровень *характеристического ускорения*, которое определяет динамику орбитального движения КА с парусом. Вместе с тем в ходе масштабирования чрезвычайно важно поддерживать высокие прочностные характеристики *направляющих штанг* паруса. Они деформируются ввиду натяжения парусной мембраны, а также под влиянием сил атмосферного сопротивления и светового давления. Масштабирование параметров аппарата и паруса, сохраняющее отношение площадь-масса и величину относительного прогиба направляющих штанг, логично назвать *динамически инвариантным*. Открыты интересные свойства динамически инвариантного масштабирования наподобие существования предельной массы КА, для которой еще возможно динамически инвариантно масштабировать конкретный парус. Анализируется поведение доли полезной массы от суммарной массы КА с парусом; вычисляется эффективный удельный импульс – ключевая характеристика, позволяющая оценить эффективность различных механизмов перемещения в пространстве, как топливных, так и бестопливных. С этой точки зрения проводится сравнение двигателей малой тяги и солнечных парусов применительно к уводу малых КА с низких орбит.

ГЛАВА 1. ОПТИМАЛЬНЫЙ УВОД ПАССИВНО СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ МАЛЫХ СПУТНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ

*I'm a slow walker, but I never walk back.
Я иду медленно, но я никогда не двигаюсь назад.*

Авраам Линкольн

1.1 Двигатели малой тяги

Наиболее естественный и надежный способ увода малых КА с низких орбит – использование двигателей *малой тяги*, создающих небольшую в сравнении с силой притяжения центрального тела величину тяги. Так как подобная тяга создается физически в основном с помощью *электрических ракетных двигателей* (ЭРД), то они зачастую отождествляются с двигателями малой тяги. Это, вообще говоря, не очень корректно: малый уровень тяги имеют и *механические двигатели* (*двигатели на холодном газе* и другие двигатели, использующие механическую энергию для разгона рабочего тела), и *ядерные двигатели* (двигатели, использующие тепловую энергию от ядерного реактора для нагрева рабочего тела либо энергию ядерных микровзрывов). Остановимся, однако, более подробно именно на ЭРД, как самых перспективных двигателях для малых КА. Для полноты картины и в справочных целях приведем общую классификацию ЭРД, особо отмечая типы, подходящие для кубсатов.

Все ЭРД, по своему определению, используют электрическую или электромагнитную энергию для ускорения рабочего тела. Обычно выделяется три класса ЭРД:

а) *электротермические*

Электрическая энергия используется для нагрева рабочего тела (газообразного либо жидкого). В зависимости от способа нагрева различают *электронагревные* и *электродуговые двигатели*.

б) *электростатические*

Положительно заряженные ионы или микрокапли жидкости разгоняются в статическом электрическом поле. При простом разгоне ионов между *высоковольтными электродами* двигатель так и называют – *ионным*. Если ионы разгоняются в квазинейтральной плазме, то в зависимости от зоны ускорения ионов – длинной либо короткой – говорят о *стационарных плазменных*

(*холловских*) двигателях или же о двигателях с ускорением в анодном слое. В случае с микрокаплями двигатели именуются *электроспрейными* (коллоидными).

в) ***электромагнитные***

Заряженные частицы (положительные ионы, электроны) ускоряются в магнитном поле за счет *силы Лоренца* или *пондеромоторных сил*. Не углубляясь в подробности, выделим *магнитоплазмодинамические* (сильноточные) *двигатели, импульсные плазменные двигатели* и разные виды *безэлектродных плазменных двигателей*.

Подробнее о конкретных моделях двигателей и их базовых характеристиках можно узнать на интернет-страничках ведущих мировых и отечественных промышленных компаний и конструкторских бюро. Отметим здесь BUSEK [51], ОКБ «Факел» [52], Лабораторию высокочастотных ионных двигателей при МАИ [53], Space Propulsion Laboratory при MIT [54], Plasmadynamics and Electric Propulsion Laboratory при Университете Мичигана [55].

Несмотря на представленное широкое разнообразие типов ЭРД, мало какие из них способны удовлетворить жестким массогабаритным и энергетическим ограничениям нано- и пикоспутников. Исходя из эмпирического правила 1 кг – 1 л – 1 Вт, понятно, что потребляемая двигателем мощность – даже с учетом раскрывающихся солнечных панелей – не должна превышать 10-15 Вт. Помимо отдельных экземпляров электронагревных, ионных и импульсных плазменных ЭРД, удовлетворяющих этому ограничению, выделим явного лидера – электроспрейные (коллоидные) двигатели. Переживающие в последние годы ренессанс, они уже зарекомендовали себя как самая перспективная технология реактивного движения сверхмалых КА. Сочетание высокого удельного импульса (1500 с и выше) и возможности прецизионного создания тяги в диапазоне от нескольких микроньютонов до 1 мН достигается благодаря хорошей масштабируемости электроспрейных ЭРД по мощности. Как пример, на рисунке 1.1 изображена пара миниатюрных электроспрейных двигателей, разработанных в MIT Space Propulsion Lab. При потреблении в районе 2-3 Вт она создает тягу порядка 100 мкН. Удельный импульс таких двигателей превышает 2500 с.

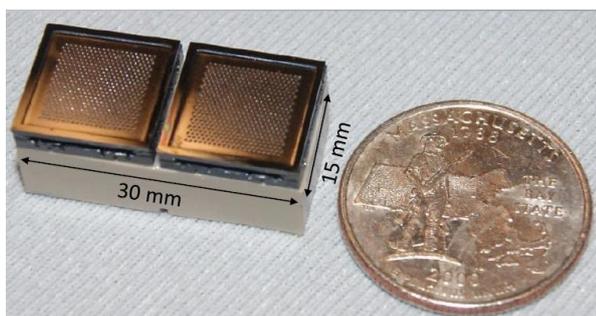


Рисунок 1.1 – Пара электроспрейных двигателей iEPS (адаптировано из [56])

В ходе последующего изложения задачи увода низкоорбитального КА с помощью двигателей малой тяги будем рассматривать 3U-кубсат, покрытый с одной или обеих торцевых граней матрицей электроспрейных двигателей с удельным импульсом 2500 с и максимальной величиной тяги 600 мкН. Потребляемая матрицей мощность гарантированно не будет превосходить 15 Вт даже при КПД двигателя в 50%. Сухая масса одной двигательной установки-матрицы составляет примерно 250 г, ее объем соответствует форм-фактору 1/3 U. Общую массу КА примем равной 3 кг.

1.2 Пассивные системы стабилизации нано- и пикоспутников

С учетом ограниченности массы и размеров, а также из-за проблемы с обеспечением бесперебойного энергопитания сверхмалых КА использовать активные системы ориентации и стабилизации крайне затруднительно. По этой причине наиболее распространены *пассивные системы одноосной стабилизации*. Для кубсата без дополнительных громоздких приспособлений типа гравитационной штанги или парусной конструкции естественным выбором служит *пассивная магнитная система стабилизации* (ПМСС). Ее компонентами, как правило, являются *постоянный магнит* (рисунок 1.2, а), который создает выравнивающий вдоль вектора геомагнитной индукции момент, и *гистерезисные стержни* (рисунок 1.2, б), позволяющие рассеивать энергию колебаний относительно этого направления. Простота и малая масса всех компонентов допускают эксплуатацию ПМСС даже на 1U-кубсатах. Точность одноосной стабилизации не превышает 5-10 градусов, что тем не менее приемлемо для некоторых научных и технологических миссий – изучения верхних слоев атмосферы и магнитосферы, обнаружения природных явлений и транспортных средств, тестирования различных датчиков и бортовых систем [57].



а) постоянный магнит



б) гистерезисные стержни

Рисунок 1.2 – Компоненты пассивной магнитной системы стабилизации [58]

Другой простой способ пассивной стабилизации – *стабилизация собственным вращением*: спутник, подобно волчку, закручивается вокруг оси максимального момента инерции, после чего ось вращения долгое время остается почти неподвижной в инерциальном пространстве. Медленная ее прецессия под влиянием внешних моментов может быть компенсирована токовой катушкой, создающей осевой дипольный момент. Аналогично реализуется программное движение оси вращения, к примеру, отслеживание направления на Солнце. Если необходимо контролировать еще и скорость вращения КА, достаточно установить две токовые катушки, которые создают дипольный момент в ортогональной оси вращения плоскости [59–61]. Такую систему стабилизации логично отнести к *полупассивным (комбинированным)*.

Для вытянутого 3U-кубсата без раскрывающихся солнечных панелей ось симметрии является осью наименьшего момента инерции; вращение вокруг нее быстро потеряет устойчивость вследствие неизбежной диссипации вращательной энергии, как это случилось с первым американским спутником Explorer 1 [62, 63], и поэтому без поддерживающих вращение токовых катушек здесь не обойтись. Альтернативный дизайн КА с разворачиваемыми перпендикулярно продольной оси солнечными панелями может устранить эту проблему, сделав главный момент инерции относительно продольной оси максимальным.

Поскольку управление орбитальным движением с помощью двигателей малой тяги подразумевает длительные *активные участки* (интервалы времени, когда двигатель включен), в течение которых нужно точно изменять вектор тяги, на борт КА с одноосной системой стабилизации не имеет особого смысла устанавливать более

двух двигательных установок – вдоль единственной стабилизированной оси. Таким образом, орбитальное и угловое движение *развязываются*: направление тяги в любой момент времени задано ориентацией стабилизированной оси, а управление сводится к изменению величины тяги. Данный тип управления естественно именовать *одноосным*.

1.3 Постановка задачи оптимального одноосного увода с орбиты

В результате рассмотрения технологических ограничений, присущих сверхмалым КА, приходим к следующей постановке задачи деорбитинга: для 3U-кубсата с приведенными в п. 1.1 параметрами построить закон оптимального управления величиной тяги, позволяющий понизить высоту орбиты низкоорбитального спутника до требуемого уровня за заданное время. При этом вектор тяги коллинеарен стабилизированной продольной оси кубсата. Оба типа пассивной стабилизации аппарата – собственным вращением и с помощью ПМСС – в дальнейшем анализируются параллельно ввиду схожести процедуры оптимизации. Под оптимальным понимается управление, минимизирующее затраты *суммарной характеристической скорости*, что приводит к минимизации затрат топлива.

В случае пассивной стабилизации по геомагнитному полю встает вопрос о выборе его модели. Наиболее полная модель *International Geomagnetic Reference Field* (IGRF) представляет собой разложение магнитного поля Земли в ряд Гаусса по сферическим гармоникам. Первый, главный, член ряда описывает поле магнитного диполя, наклоненного к земной оси под углом примерно 11 градусов (рисунок 1.3). С учетом длительности процесса увода с орбиты разумно использовать осредненную за один оборот Земли (т.е. за сутки) модификацию *модели наклонного диполя – модель прямого диполя*, который строго антипараллелен земной оси. Несложно показать, что в *орбитальной системе координат* (ОСК) вектор индукции \mathbf{B} геомагнитного поля запишется через наклонение i и аргумент широты u в виде [64]

$$\mathbf{B} = \frac{|\mathbf{B}|}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i \sin^2 u}} \begin{pmatrix} -2\sin i \sin u \\ \sin i \cos u \\ \cos i \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

где первая компонента – в проекции на радиальное направление, вторая – на трансверсальное направление в сторону движения спутника, третья – по нормали к плоскости орбиты вдоль вектора орбитального момента. Пренебрегая ошибками стабилизации, имеем для вектора управляющего ускорения τ :

$$\tau = \tau e_{\tau} = \frac{\tau}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i \sin^2 u}} \begin{pmatrix} -2\sin i \sin u \\ \sin i \cos u \\ \cos i \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Величина τ заключена в пределах $[-\tau_{\max}, \tau_{\max}]$, если на борту установлены два противонаправленных двигателя, или в одном из промежутков $[0, \tau_{\max}]$, $[-\tau_{\max}, 0]$, если двигатель только один. Значение τ_{\max} , равное отношению максимальной величины тяги к текущей массе КА, вообще говоря, возрастает по мере расходования топлива.

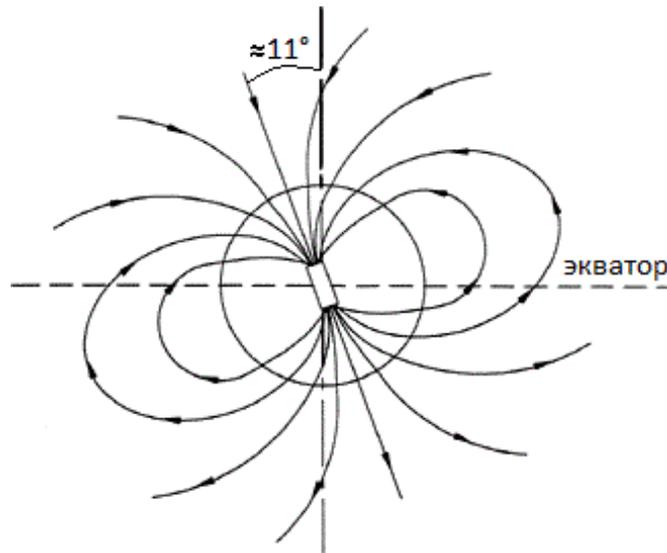


Рисунок 1.3 – Модель наклонного диполя

Для стабилизированного вращением КА рассмотрим практически важный случай, когда ось вращения отслеживает направление на Солнце. Это позволяет, к примеру, обеспечить максимальный *токосъем* с раскрывающихся солнечных панелей. Вектор на Солнце удобно описывать двумя углами: наклоном эклиптики к экватору $\varepsilon = 23^{\circ}26'$ и *эклиптической долготой* Солнца λ . Введем вектор σ направления оси вращения в момент прохождения КА восходящего узла орбиты. Его компоненты в ОСК Ox_{uz} выражаются через долготу восходящего узла Ω и наклонение i [64]:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \cos \Omega \cos \lambda + \sin \Omega \sin \lambda \cos \varepsilon, \\
\sigma_y &= \cos \Omega \cos i \sin \lambda \cos \varepsilon - \sin \Omega \cos i \cos \lambda + \sin i \sin \lambda \sin \varepsilon, \\
\sigma_z &= -\cos \Omega \sin i \sin \lambda \cos \varepsilon + \sin \Omega \sin i \cos \lambda + \cos i \sin \lambda \sin \varepsilon.
\end{aligned}
\tag{1.3}$$

С использованием компонент вектора σ единичный вектор управляющего ускорения может быть записан очень просто:

$$\mathbf{e}_\tau = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos u + \sigma_y \sin u \\ \sigma_y \cos u - \sigma_x \sin u \\ \sigma_z \end{pmatrix}.
\tag{1.4}$$

Для величины ускорения остаются верны все изложенные выше соображения.

1.4 Двухмасштабная оптимизация одноосного управления

Прежде чем перейти к вопросу оптимизации одноосного управления, отметим, что соответствующая динамическая система в общем случае не является управляемой. Тем не менее в конкретных задачах строгое доказательство управляемости получено аналитически (см., например, задачу об одноосном управлении относительным движением в группе КА [64–66]). К счастью, задача увода с орбиты не требует столь сложного анализа: интерес представляет поведение лишь одной переменной, большой полуоси или высоты перигея, и, если только трансверсальная компонента управляющего ускорения не равна тождественно нулю, наличие управляемости совершенно очевидно.

Как показано в работах [67, 68], хорошо известное необходимое условие оптимальности в терминах базис-вектора модифицируется при наличии ограничений на направление тяги:

Оптимальное направление тяги задается проекцией базис-вектора на множество допустимых направлений, причем тяга максимальна, если модуль проекции превосходит единицу, и равна нулю в противном случае.

Легко увидеть, что применительно к одноосному управлению это условие сводится к рассмотрению скалярного произведения базис-вектора и единичного вектора стабилизированной оси.

Хотя теория базис-вектора доказала свою эффективность при решении многих задач траекторной оптимизации, зачастую удобно сформулировать задачу в терминах орбитальных элементов. Тогда она естественно разделяется на две подзадачи с *быстрым* и *медленным временем*. Первая часть относится к оптимизации управления на одном витке в предположении постоянства медленных орбитальных элементов $\boldsymbol{\alpha}^T = (a, e, i, \Omega, \omega)$. В оптимальный закон управления при этом войдут некоторые неизвестные параметры. В их нахождении состоит цель второй подзадачи – анализа осредненной динамики системы. Значения всех параметров оптимизируются в рамках решения задачи *нелинейного программирования* (NLP) с учетом выбранных или заранее заданных граничных условий. Именно такой схемы будем придерживаться в дальнейшем.

1.4.1 Уравнения движения КА в вариациях элементов орбиты

Уравнения движения в форме Гаусса для вариаций медленно меняющихся орбитальных элементов могут быть записаны в матричном виде

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = A(\boldsymbol{\alpha}, u)(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{f}) \quad (1.5)$$

или, что эквивалентно,

$$\boldsymbol{\alpha}' = (du/dt)^{-1} A(\boldsymbol{\alpha}, u)(\boldsymbol{\tau} e_{\tau}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\pi}, u) + \boldsymbol{f}), \quad (1.6)$$

где штрих означает производную по аргументу широты, $\boldsymbol{\pi}$ – вектор определяющих тип ориентации параметров, \boldsymbol{f} – вектор суммарного возмущающего ускорения и

$$A(\boldsymbol{\alpha}, u) = \begin{pmatrix} \frac{2a^2 e \sin \vartheta}{h} & \frac{2a^2 p}{hr} & 0 \\ \frac{p \sin \vartheta}{h} & \frac{(p+r) \cos \vartheta + re}{h} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r \cos u}{h} \\ 0 & 0 & \frac{r \sin u}{h \sin i} \\ -\frac{p \cos \vartheta}{he} & \frac{(p+r) \sin \vartheta}{he} & -\frac{r \sin u \cot i}{h} \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

При записи матрицы $A(\boldsymbol{\alpha}, u)$ для удобства введены следующие традиционные обозначения:

$\mathcal{G} = u - \omega$ – истинная аномалия,

$p = a(1 - e^2)$ – фокальный параметр,

$r = p(1 + e \cos \mathcal{G})^{-1}$ – расстояние до притягивающего центра,

$h = \sqrt{\mu p}$ – величина орбитального момента,

$\mu = GM_{\oplus}$ – гравитационный параметр Земли.

Множитель $(du/dt)^{-1}$ в правой части системы (1.6) выражается как

$$\left(1 - \frac{r^3 \sin u \cot i}{h^2} (\tau_z + f_z)\right) \frac{h}{r^2} \equiv \frac{\gamma h}{r^2}. \quad (1.8)$$

Индекс z обозначает проекцию на соответствующую ось ОСК.

На высотах более 300 км влияние атмосферного торможения на эволюцию орбиты ЗУ-кубсата, парусность которого не превышает $0.01 \text{ м}^2/\text{кг}$, на два-три порядка меньше эффектов от сжатия Земли и работы двигателя малой тяги. Поэтому на протяжении почти всего процесса деорбитинга можно в аналитических выкладках учитывать лишь эти два фактора. Удобно перейти от *оскулирующих элементов орбиты* к *средним*, полагая, что их изменение по-прежнему описывается матрицей A – интегральная ошибка такого предположения имеет порядок $J_2 \sim 10^{-3}$ [69]. Вычислять элементы самой матрицы A будем уже по средним элементам, и аналогом системы (1.6) станет система

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}}' = \mathcal{S}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}) + \frac{r^2 \tau}{\gamma h} A(\bar{\boldsymbol{\alpha}}, u) \mathbf{e}_{\tau}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\pi}, u), \quad (1.9)$$

где чертой обозначены средние элементы орбиты, а вектор $\mathcal{S}(\bar{\boldsymbol{\alpha}})$ определяет вековые вариации средних элементов Ω и ω под действием J_2 -гармоники:

$$\mathcal{S}^T(\bar{\boldsymbol{\alpha}}) = -\frac{3J_2 \bar{n} R_{\oplus}^2}{2\bar{p}^2} \cdot \left(0, 0, 0, \cos \bar{i}, \frac{1 - 5 \cos^2 \bar{i}}{2}\right). \quad (1.10)$$

Обозначения здесь те же, что и для оскулирующих элементов:

$$\bar{p} = \bar{a} (1 - \bar{e}^2), \quad \bar{n}^2 = \frac{\mu}{\bar{a}^3}. \quad (1.11)$$

Поскольку везде далее речь идет о средних элементах, будем опускать все черточки над ними. Экваториальный радиус Земли R_{\oplus} считаем равным 6378 км.

1.4.2 Оптимизация в быстром масштабе времени

В соответствии с изложенным выше подходом двухмасштабной оптимизации, на первом этапе решается задача оптимизации управления на одном витке – в предположении, что все медленные элементы орбиты постоянны. Целевым функционалом, как обычно, служит характеристическая скорость, то есть интеграл по времени от $|\tau|$ на всем интервале спуска КА с орбиты. Прежде чем применить *принцип максимума Понтрягина*, выясним особенности составления *функции Гамильтона* применительно к «быстрому» этапу двухмасштабной оптимизации. Во-первых, сопряженные к медленным элементам переменные считаются на витке постоянными, как и сами эти элементы. Во-вторых, из условий трансверсальности следует, что сопряженные к свободным медленным элементам (т.е. элементам, на которые не налагаются терминальные условия) переменные обращаются в конечный момент времени в ноль. Следовательно, и на любом промежуточном витке они по порядку величины совпадают со скоростью изменения медленных элементов. Поэтому соответствующие слагаемые, входящие в функцию Гамильтона, оказываются пренебрежимо малыми. Таким образом, при составлении гамильтониана нам понадобятся правые части уравнений эволюции только тех медленных переменных, на которые наложены терминальные условия.

В задаче увода КА с орбиты исключительный интерес представляет поведение большой полуоси и эксцентриситета. В зависимости от характера их изменения выделяются два режима деорбитинга: *круговой*, когда опускаются одновременно и перигей, и апогей орбиты, и *эллиптический*, когда уменьшается лишь высота перигея. Круговой режим при одноосном управлении, очевидно, подразумевает использование двух двигателей, в то время как для эллиптического режима достаточно одного.

Терминальные условия в виде достижения определенного значения за фиксированное число витков задаются соответственно для большой полуоси орбиты или перигея центрального расстояния. Функции Гамильтона имеют вид

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_a \frac{da}{du} \quad (1.12)$$

либо

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_{r_\pi} \frac{dr_\pi}{du}, \quad (1.13)$$

где

$$\frac{dr_\pi}{du} \equiv \frac{d(a - ae)}{du} = \frac{da}{du}(1 - e) - a \frac{de}{du}, \quad (1.14)$$

а ψ_a и ψ_{r_π} – переменные, сопряженные большой полуоси и перигею центрального расстояния. Уравнения для вариаций большой полуоси и эксцентриситета

$$\frac{da}{du} = \frac{2a^2 r^2 e \sin \vartheta}{\gamma h^2} \tau_x + \frac{2a^2 p r}{\gamma h^2} \tau_y, \quad (1.15)$$

$$\frac{de}{du} = \frac{p r^2 \sin \vartheta}{\gamma h^2} \tau_x + \frac{r^2 [(p + r) \cos \vartheta + r e]}{\gamma h^2} \tau_y.$$

в случае кубсата с ПМСС превращаются, согласно (1.2) и (1.9), в уравнения

$$\frac{da}{du} = \frac{2a^2 r \tau \sin i}{\gamma h^2 \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}} (p \cos u - 2r e \sin \vartheta \sin u), \quad (1.16)$$

$$\frac{de}{du} = \frac{r^2 \tau \sin i}{\gamma h^2 \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}} [(p + r) \cos \vartheta \cos u + r e \cos u - 2p \sin \vartheta \sin u].$$

Приближение околосредней орбиты и малой тяги $e \approx 0$, $\gamma \approx 1$ делает их проще:

$$\frac{da}{du} \approx \frac{2a^3 \tau}{\mu} \frac{\sin i \cos u}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}}, \quad (1.17)$$

$$\frac{de}{du} \approx \frac{2a^2 \tau}{\mu} \frac{\sin i \cos(2u - \omega)}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}}.$$

Для кубсата, стабилизированного вращением, уравнения (1.15) принимают форму

$$\begin{aligned} \frac{da}{du} &= \frac{2a^2 r \tau}{\gamma h^2} \left[(p\sigma_y + re\sigma_x \sin \vartheta) \cos u - (p\sigma_x - re\sigma_y \sin \vartheta) \sin u \right], \\ \frac{de}{du} &= \frac{r^2 \tau \cos u}{\gamma h^2} \left\{ p\sigma_x \sin \vartheta + \sigma_y [(p+r)\cos \vartheta + re] \right\} + \frac{r^2 \tau \sin u}{\gamma h^2} \times \\ &\times \left\{ p\sigma_y \sin \vartheta - \sigma_x [(p+r)\cos \vartheta - re] \right\}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

В приближении $e \approx 0$, $\gamma \approx 1$ уравнения (1.18) существенно упрощаются:

$$\begin{aligned} \frac{da}{du} &\approx \frac{2a^3 \tau}{\mu} (\sigma_y \cos u - \sigma_x \sin u), \\ \frac{de}{du} &\approx \frac{a^2 \tau}{\mu} \left[\sigma_y \cos \omega - \sigma_x \sin \omega + (\sigma_y \cos u - \sigma_x \sin u) \cos \vartheta \right]. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Заметим, что, даже если исходная орбита – почти круговая, для эллиптического режима увода упрощенные уравнения (1.17) и (1.19) корректно использовать лишь на начальной стадии понижения перигея, когда эксцентриситет еще не успевает существенно возрасти. Для кругового режима приближение околосредней орбиты, очевидно, справедливо вплоть до момента входа в плотные слои атмосферы.

В последующем изложении сосредоточимся главным образом на круговом режиме деорбитинга, хотя некоторые особенности эллиптического режима будут обсуждаться в п. 1.6. После подстановки выражений для производной da/du в гамильтониан (1.12) получим

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_a \frac{2a^3 \tau}{\mu} \frac{\sin i \cos u}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}} \quad (1.20)$$

для стабилизации по геомагнитному полю и

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_a \frac{2a^3 \tau}{\mu} (\sigma_y \cos u - \sigma_x \sin u) \quad (1.21)$$

для стабилизации вращением. Принцип максимума дает оптимальный закон управления величиной τ на k -м витке – релейное управление

$$\tau_k(u) = \tau_{\max, k} \sum_{j=1}^2 (-1)^j I(u_{jk}, \Delta u_{jk}), \quad (1.22)$$

где

$$I(u_{jk}, \Delta u_{jk}) = \begin{cases} 1, & |u - u_{jk}| \leq \Delta u_{jk}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (1.23)$$

Точки орбиты со значениями аргумента широты u_{1k} и u_{2k} представляют собой центры активных участков и находятся как точки экстремума производной da/du . Для спутника с ПМСС они, как легко увидеть, совпадают с узлами орбиты, а для стабилизированного вращением КА находятся из соотношения

$$\tan u_{jk} = -\frac{\sigma_{x,k}}{\sigma_{y,k}}. \quad (1.24)$$

и тоже разнесены ровно на полвитка, что объясняется синусоидальным характером производной da/du . По этой же причине будут равными длины активных участков $2\Delta u_{1k}$ и $2\Delta u_{2k}$, и управление (1.22) оказывается симметричным: $\tau_k(u) = -\tau_k(u + \pi)$. Данное свойство позволяет упростить обозначения и ввести переменные

$$u_k \equiv u_{2k}, \quad \Delta u_k \equiv \Delta u_{1k} = \Delta u_{2k}. \quad (1.25)$$

Условимся, что далее индекс k относится к значению медленных орбитальных элементов на k -м витке или к их изменению за k -й виток; индексы 0 и 1 эквивалентны.

1.4.3 Оптимизация в медленном масштабе времени

Теперь все готово для того, чтобы перейти к следующему этапу – оптимизации в медленном масштабе времени – и сформулировать соответствующую NLP-задачу относительно неизвестных длин активных участков Δu_k . Пусть требуется понизить значение большой полуоси орбиты с a_0 до a_f , совершив N полных витков. За целевую функцию можно принять

$$J(\Delta u_1, \dots, \Delta u_N) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k^{3/2} \Delta u_k}{m_k}, \quad (1.26)$$

где m_k – масса спутника на k -м витке. Ее эквивалентность характеристической скорости вытекает из соотношения

$$\Delta V = \frac{4T_{\max}}{\sqrt{\mu}} J. \quad (1.27)$$

Здесь T_{\max} – максимальная тяга каждой из торцевых двигательных установок, неизменная в течение полета. Интервальные ограничения на подлежащие оптимизации величины Δu_k очевидны:

$$0 \leq \Delta u_k \leq \pi/2. \quad (1.28)$$

Сложнее обстоит дело с терминальным ограничением в виде равенства

$$\sum_{k=1}^N \delta a_k + a_0 - a_f = 0. \quad (1.29)$$

Опишем процедуру вычисления δa_k по очереди для обоих типов стабилизации КА.

При стабилизации по геомагнитному полю имеем:

$$\begin{aligned} \delta a_k &= \frac{2a_k^3}{\mu} \int_0^{2\pi} \frac{\tau_k(u) \sin i_k \cos u \, du}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i_k \sin^2 u}} = -\frac{8a_k^3 T_{\max}}{\mu m_k} \int_0^{\Delta u_k} \frac{\sin i_k \cos u \, du}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i_k \sin^2 u}} = \\ &= -\frac{8a_k^3 T_{\max}}{\sqrt{3}\mu m_k} \operatorname{arsinh}(\sqrt{3} \sin i_k \sin \Delta u_k). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Выражение для синуса наклона в правой части (1.30)

$$\sin i_k = \sqrt{1 - \frac{a_0}{a_f} \cos^2 i_0} \quad (1.31)$$

получается автоматически из того факта, что в рамках модели прямого диполя тяга, направленная вдоль силовых линий магнитного поля, не может изменить величину проекции орбитального момента на земную ось: $\sqrt{\mu p} \cos i = \text{const} \Rightarrow a \cos^2 i \approx \text{const}$.

Значение текущей массы спутника m_k , требующееся, кстати, и при вычислении целевой функции (1.26), определяется из знаменитого *уравнения реактивного движения* (уравнения Циолковского)

$$m_k = m_{k-1} \exp\left(-\frac{\Delta V_{k-1}}{I_{sp} g_0}\right), \quad (1.32)$$

где

$$\Delta V_{k-1} = \frac{4T_{\max}}{\sqrt{\mu}} \frac{a_{k-1}^{3/2} \Delta u_{k-1}}{m_{k-1}}, \quad (1.33)$$

I_{sp} – удельный импульс двигательных установок и g_0 – стандартное значение ускорения свободного падения.

Схожие выкладки необходимо проделать и при стабилизации спутника вращением. Интегрирование первого уравнения из (1.19) с учетом (1.24) дает

$$\begin{aligned} \delta a_k &= \frac{2a_k^3}{\mu} \int_0^{2\pi} \tau_k(u) (\sigma_{y,k} \cos u - \sigma_{x,k} \sin u) du = -\frac{8a_k^3 T_{\max}}{\mu m_k} \times \\ &\times \left| \sigma_{y,k} \cos u_k - \sigma_{x,k} \sin u_k \right| \sin \Delta u_k = -\frac{8a_k^3 T_{\max}}{\mu m_k} \sqrt{1 - \sigma_{z,k}^2} \sin \Delta u_k. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Чтобы вычислить $\sigma_{z,k}$, нужно вывести выражения для δi_k , $\delta \Omega_k$, $\delta \lambda_k$ и $\delta \varepsilon_k$. В случае стабилизации оси вращения по направлению на Солнце $\varepsilon = 23^\circ 26' = \text{const}$ и

$$\delta \lambda_k = \frac{2\pi \cdot 2\pi}{YT \cdot 24 \cdot 3600} \sqrt{\frac{a_k^3}{\mu}}, \quad (1.35)$$

где $YT \approx 365.2422$ суток – средняя продолжительность тропического года. Изменение долготы восходящего узла обусловлено в основном сжатием Земли (второй зональной гармоникой), вызывающим регрессию линии узлов со скоростью

$$\delta \Omega_k = -3\pi J_2 \left(\frac{R_{\oplus}}{a_k} \right)^2 \cos i_k \quad (1.36)$$

за один оборот спутника по орбите. И наконец, формула для изменения наклона получается интегрированием соответствующего уравнения

$$\frac{di}{du} \approx \frac{a^2 \tau}{\mu} \sigma_z \cos u \quad (1.37)$$

с оптимальным управлением (1.22):

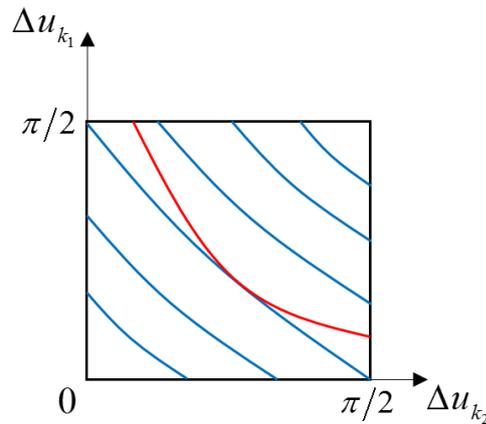
$$\begin{aligned} \delta i_k &= \frac{a_k^2}{\mu} \int_0^{2\pi} \tau_k(u) \sigma_{z,k} \cos u \, du = -\frac{4a_k^2 T_{\max}}{\mu m_k} \sigma_{z,k} \cos u_k \sin \Delta u_k \times \\ &\times \operatorname{sgn}(\sigma_{y,k} \cos u_k - \sigma_{y,k} \sin u_k) = -\frac{4a_k^2 T_{\max}}{\mu m_k} \sigma_{y,k} \sigma_{z,k} \sin \Delta u_k. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Для массы КА по-прежнему справедливы соотношения (1.32)-(1.33).

Последнее, что осталось выяснить, перед тем как перейти к численному решению задачи нелинейного программирования, – условия существования этого решения. Нетрудно заметить, что поверхности уровня целевой функции (1.26) в пересечении с одной из двумерных граней N -мерного куба допустимых решений

$$[0, \pi/2]^N \equiv [0, \pi/2] \times \dots \times [0, \pi/2] \quad (1.39)$$

являются почти прямыми линиями. Движение вдоль них к границе куба уменьшает эффективность управления. Следовательно, поверхность терминального ограничения (1.29) выпукла к началу координат (рисунок 1.4) и удаляется от него при уменьшении требуемого значения a_f . В некоторый момент она перестанет пересекаться с кубом допустимых решений. Таким образом, для заданного числа витков N существует минимально достижимая величина a_f .



Синим цветом схематично показаны кривые пересечения некоторой двумерной грани N -мерного куба допустимых решений с поверхностями уровня целевой функции, а красным – кривая пересечения этой грани с поверхностью терминального ограничения в виде равенства.

Рисунок 1.4 – Качественное представление геометрии NLP-задачи

Будет справедливо и обратное утверждение: для заданного финального значения a_f существует минимально необходимое число витков N_{\min} . Оценим его снизу, положив в (1.30) и (1.34) $\Delta u_k = \pi/2$, $k = 1, \dots, N$, а также $i_k = i_0$, $\sigma_{z,k} = 0$. Изменением массы КА в течение деорбитинга пренебрежем. Последующее преобразование разностных соотношений (1.30) и (1.34) в дифференциальные уравнения и их интегрирование дает

$$N_{\min} \approx \frac{\sqrt{3}\mu t_0}{16T_{\max} \operatorname{arsinh}(\sqrt{3} \sin i_0)} \left(\frac{1}{a_f^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) \quad (1.40)$$

для стабилизации по геомагнитному полю и

$$N_{\min} \approx \frac{\mu t_0}{16T_{\max}} \left(\frac{1}{a_f^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) \quad (1.41)$$

для стабилизации вращением. Как показал опыт, в последнем случае решение NLP-задачи лучше начинать с $1.4 N_{\min}$.

1.5 Численные результаты

Рассмотрим особенности обоих типов одноосного управления на примере конкретной задачи увода ЗУ-кубсата с околокруговой орбиты высотой 900 км и наклоном 51.6° , равным наклонению МКС. При стабилизации вращением на Солнце еще понадобятся начальные значения эклиптической долготы Солнца λ_0 и долготы восходящего узла Ω_0 , которые примем соответственно за 90° и 30° . Терминальное значение высоты орбиты возьмем равным 300 км: требование более консервативно, чем снижение до 500 км, достаточное для 25-летнего ограничения срока жизни, однако оно способно предотвратить стремительное засорение важного эшелона высот 340-430 км, использующегося орбитальными станциями.

Результаты численного решения NLP-задачи приведены на рисунках 1.5–1.8 и 1.9–1.12. В качестве решателя использовался *fmincon*, реализованный в пакете Optimization Toolbox™ в среде MATLAB®. Те интервалы значений аргумента широты, которые соответствуют активным участкам, закрашены оранжевым, а черные зоны

отвечают пассивным участкам орбиты. Любопытно отметить, что в процессе увода стабилизированного вращением КА, ориентированного осью вращения на Солнце, некоторые витки желательно сделать полностью пассивными ввиду неблагоприятного положения Солнца относительно плоскости орбиты.

Детальные данные по суммарным затратам характеристической скорости и эквивалентной этому массе топлива для различного числа витков приведены в таблицах 1.1 и 1.2.

Поскольку требующееся для увода КА число витков довольно большое (не менее 700), чтобы избежать *проклятия размерности*, экспоненциального возрастания вычислительной сложности NLP-задачи с увеличением числа оптимизируемых переменных, рекомендуется группировать витки и полагать, что на нескольких смежных витках длина активных участков одинакова. Это вполне соответствует идеологии двухмасштабной оптимизации и позволяет заметно сократить время расчета.

Таблица 1.1 – Численные результаты для случая стабилизации с помощью ПМСС

Продолжительность процесса снижения орбиты, витки	Затраты характеристической скорости ΔV , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
700	700.2	84.5
800	571.5	69.2
900	525.9	63.7
1000	500.3	60.6

Таблица 1.2 – Численные результаты для случая стабилизации вращением

Продолжительность процесса снижения орбиты, витки	Затраты характеристической скорости ΔV , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
700	472.2	57.3
800	425.3	51.6
900	395.2	48.0
1000	385.1	46.8

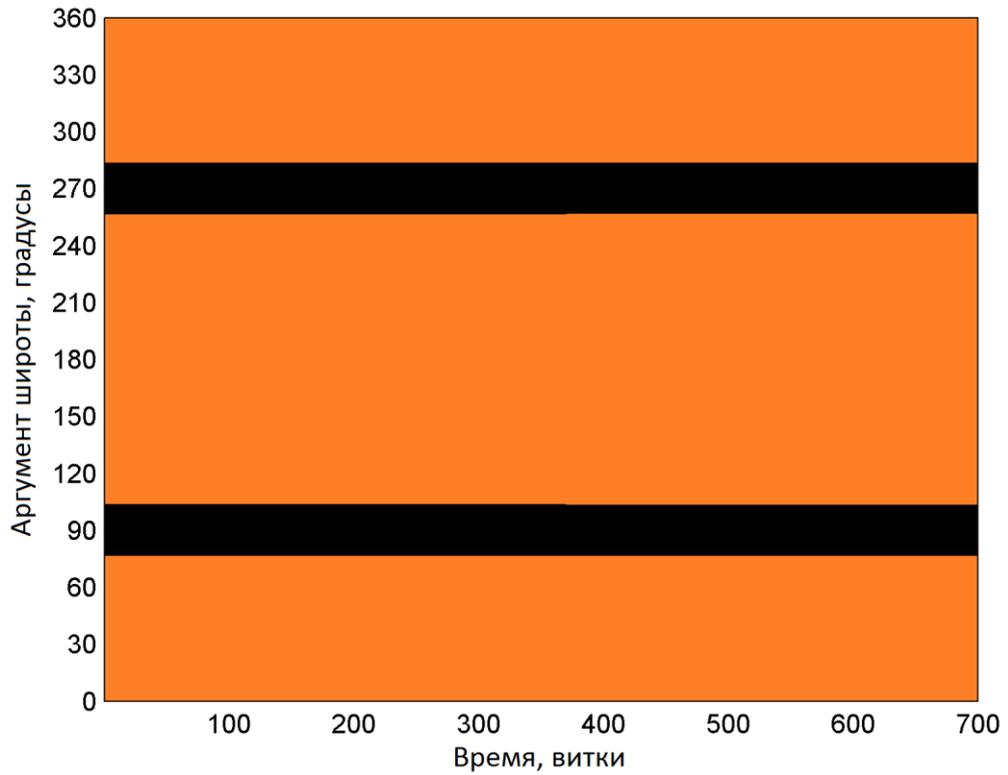


Рисунок 1.5 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю

$$a_0 = R_{\oplus} + 900 \text{ км}, i_0 = 51.6^\circ, a_f = R_{\oplus} + 300 \text{ км}, N = 700 \text{ витков}$$

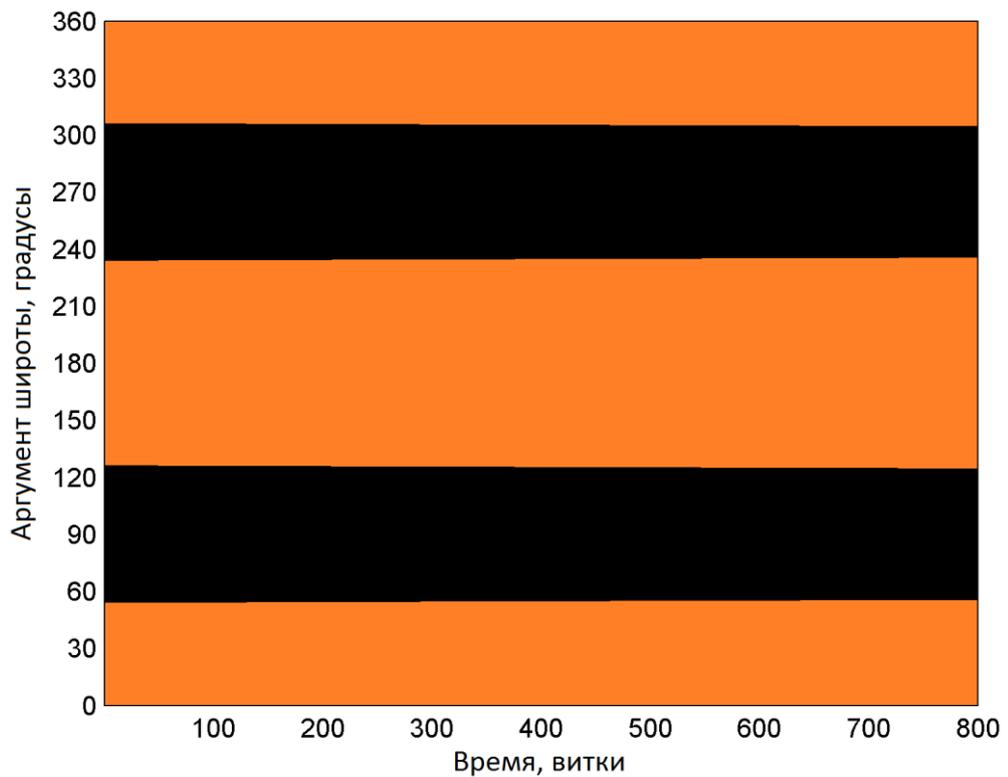


Рисунок 1.6 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю

$$a_0 = R_{\oplus} + 900 \text{ км}, i_0 = 51.6^\circ, a_f = R_{\oplus} + 300 \text{ км}, N = 800 \text{ витков}$$

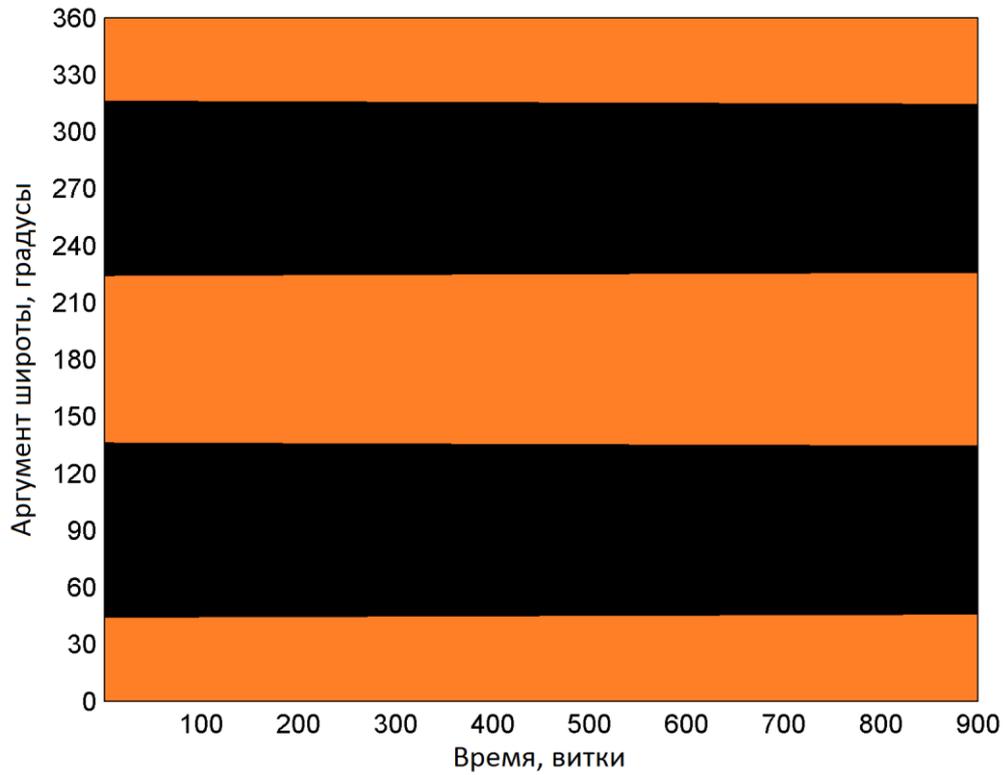


Рисунок 1.7 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю

$$a_0 = R_{\oplus} + 900 \text{ км}, i_0 = 51.6^\circ, a_f = R_{\oplus} + 300 \text{ км}, N = 900 \text{ витков}$$

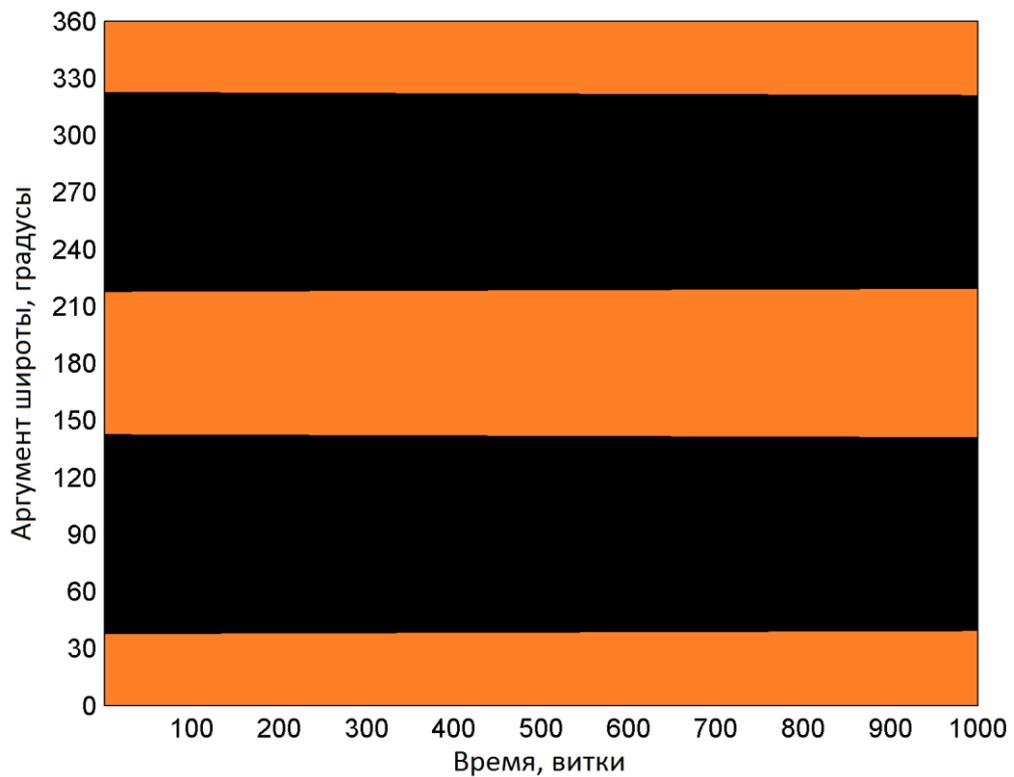


Рисунок 1.8 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю

$$a_0 = R_{\oplus} + 900 \text{ км}, i_0 = 51.6^\circ, a_f = R_{\oplus} + 300 \text{ км}, N = 1000 \text{ витков}$$

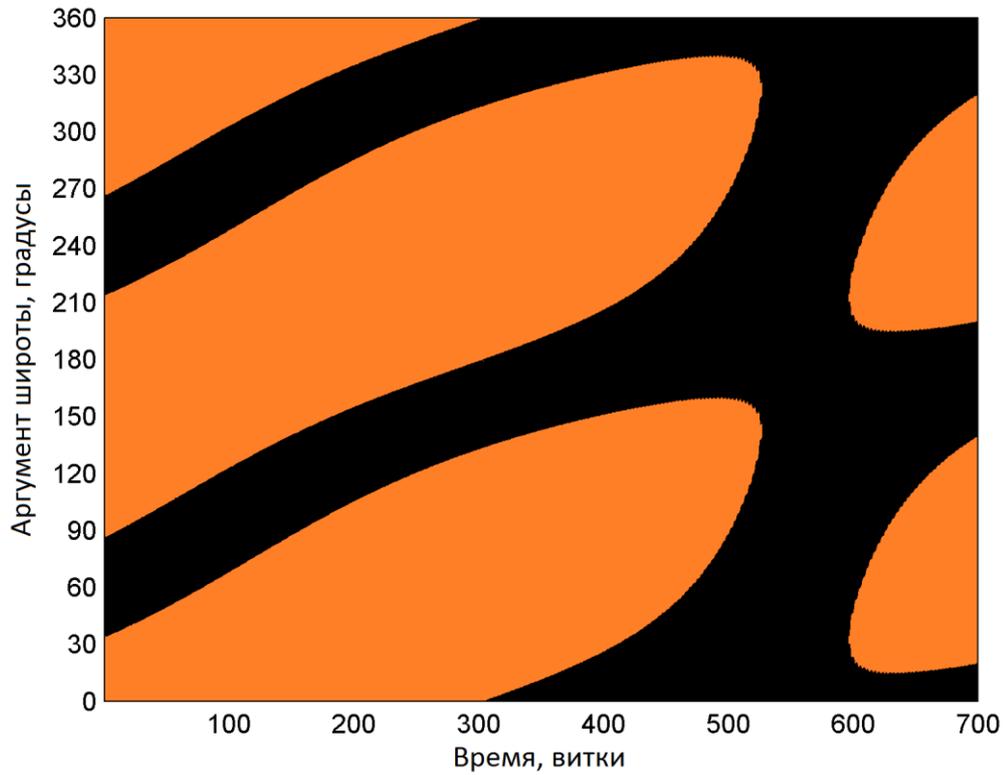


Рисунок 1.9 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\Omega_0 = 30^\circ$, $\lambda_0 = 90^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 700$ витков

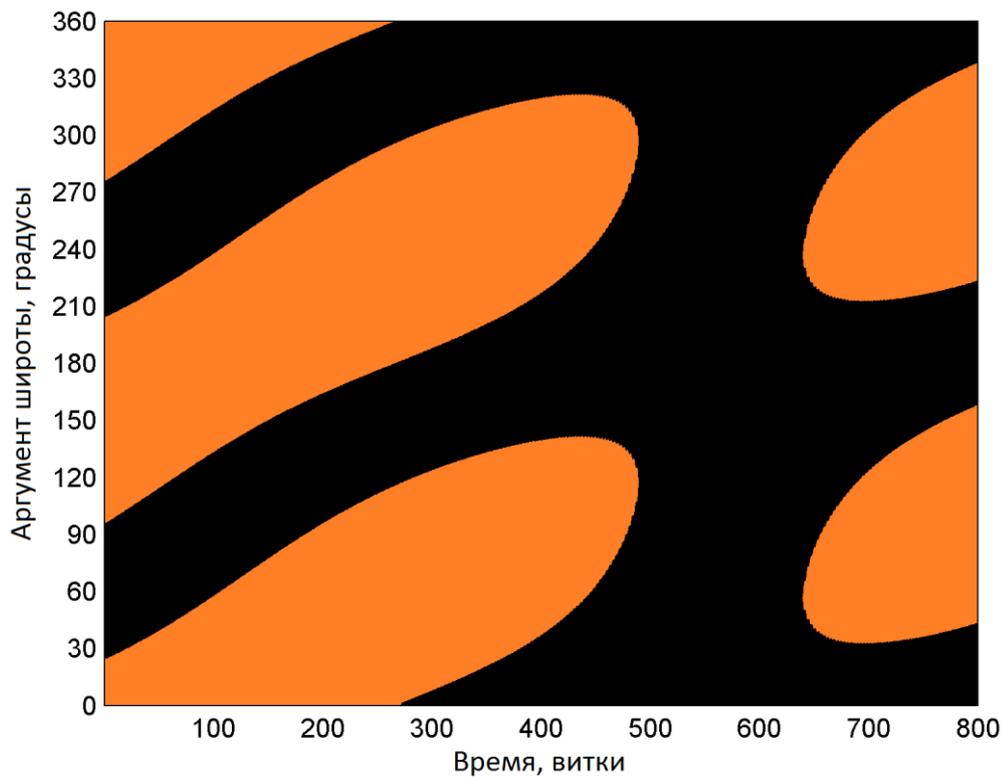


Рисунок 1.10 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\Omega_0 = 30^\circ$, $\lambda_0 = 90^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 800$ витков

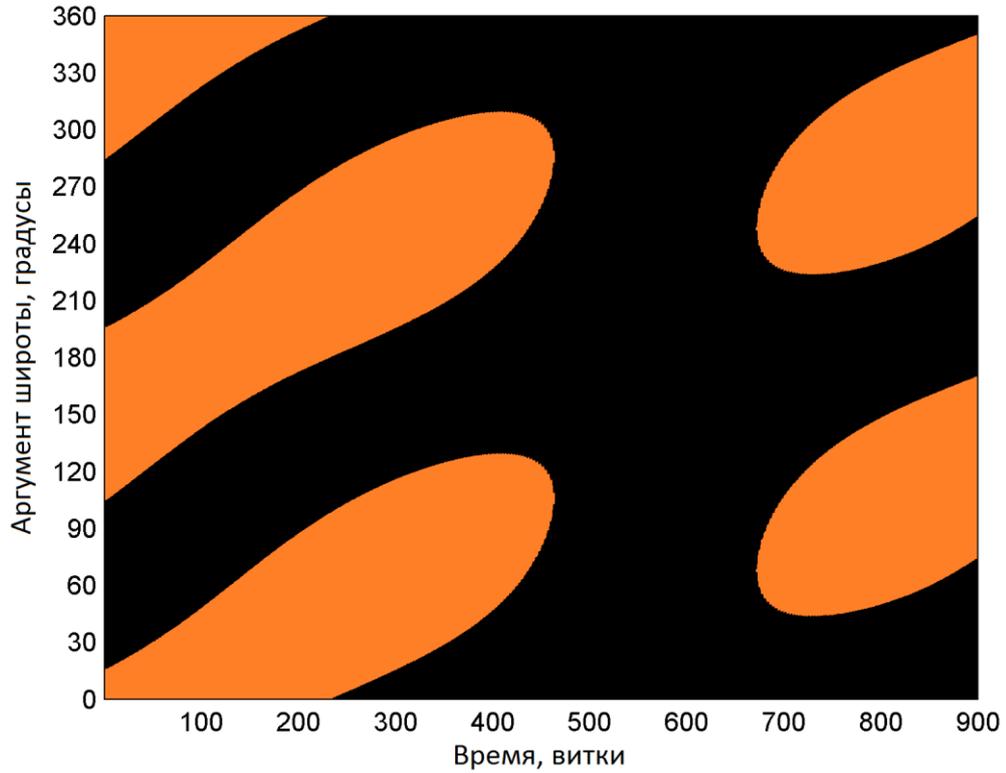


Рисунок 1.11 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\Omega_0 = 30^\circ$, $\lambda_0 = 90^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 900$ витков

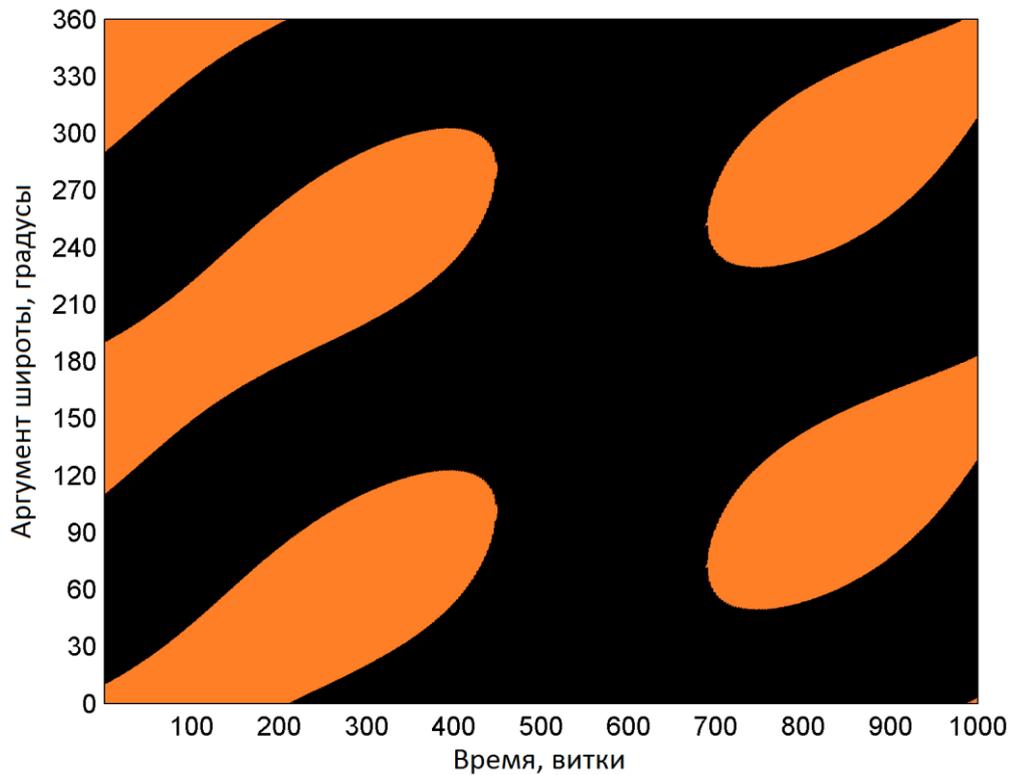


Рисунок 1.12 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\Omega_0 = 30^\circ$, $\lambda_0 = 90^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 1000$ витков

Результаты расчетов отражают экспоненциальное возрастание затрат характеристической скорости при уменьшении количества витков, что объясняется низкой эффективностью управления вдали от оптимальных точек орбиты – центров активных участков. Такой картины, разумеется, не наблюдалось бы при отсутствии ограничений на направление вектора тяги. В пределе, когда двигатели работают на протяжении всего времени, получался бы оптимальный по быстрдействию перелет. В западной литературе его иногда именуют *перелетом Альфано*, поскольку он исследовался подробным образом в работах С. Альфано [70–72]. Затраты ΔV на перелет Альфано оцениваются по формуле

$$\Delta V_A = \sqrt{\frac{\mu}{a_f}} \left(1 - \sqrt{\frac{a_f}{a_0}} \right) \quad (1.42)$$

и для рассматриваемого случая равны 325.8 м/с. Заметим, кстати, что при не слишком больших изменениях размера круговой орбиты (а именно, $a_0/a_f < 1.5$) перелет Альфано эквивалентен – с точностью до 1% – в плане затрат ΔV двухимпульсному гомановскому перелету, для которого

$$\Delta V_H = \sqrt{\frac{\mu}{a_f}} \left[\left(1 - \frac{a_f}{a_0} \right) \sqrt{\frac{2a_0}{a_0 + a_f}} + \sqrt{\frac{a_f}{a_0}} - 1 \right]. \quad (1.43)$$

В нашей задаче $\Delta V_H \approx 325.6$ м/с.

При увеличении числа витков длина активных участков уменьшается, что приводит к росту эффективности управления. Для КА с ПМСС предельным переходом к импульсному управлению можно оценить минимально возможные затраты снизу как

$$\Delta V_{\min} = \frac{\Delta V_H}{\sin i_0}, \quad (1.44)$$

что дает $\Delta V_{\min} \approx 415.5$ м/с. Тем не менее вряд ли имеет смысл увеличивать количество витков больше 800-900 и затягивать процесс снижения орбиты ради экономии 5-10 грамм топлива.

Выражение (1.44) ясно демонстрирует, что одноосное управление не подходит для увода стабилизированных вдоль геомагнитного поля спутников с экваториальных или околоэкваториальных орбит. Подобный факт нетрудно интерпретировать: на орбитах с малым наклоном магнитное поле Земли приблизительно совпадает с нормалью к плоскости орбиты, и тяга вдоль вектора поля имеет лишь небольшую трансверсальную компоненту.

Для стабилизированного вращением спутника, ось вращения которого направлена на Солнце, эффективность управления заметно выше. Это связано с изменяющейся геометрией задачи – ориентации вектора на Солнце относительно плоскости орбиты. В результате решения NLP-задачи некоторые из витков, как уже указывалось выше, могут оказаться полностью пассивными, и напротив, активные участки максимальной длины располагаются на витках, когда геометрия наиболее выгодна. Правдоподобная, хотя и, видимо, чуть завышенная, оценка для ΔV_{\min} получается из формулы

$$\Delta V_{\min} = \frac{\Delta V_H}{\sqrt{1 - \sigma_z^2}}, \quad (1.45)$$

если положить среднее значение σ_z равным 0.5, и тогда $\Delta V_{\min} \approx 376$ м/с.

В связи с важностью геометрии задачи для увода кубсата, стабилизированного осью вращения на Солнце, представляет интерес проанализировать получаемые результаты на предмет чувствительности к начальным условиям – значениям долготы восходящего узла и эклиптической долготы Солнца. Соответствующие данные, которые сведены для компактности в таблицы 1.3 и 1.4, свидетельствуют, что амплитуда вариаций затрат характеристической скорости составляет 3%. Столь скромная вариативность типична для любых типов орбит, за исключением *солнечно-синхронных* (ССО): они длительное время сохраняют ориентацию относительно вектора на Солнце практически неизменной. Выгодность же ее в основном определяется *средним местным временем восходящего узла* (MLTAN). Наименее выгодны, очевидно, орбиты типа восход-закат, плоскость которых почти ортогональна направлению на Солнце – ситуация, перекликающаяся со случаем экваториального КА с ПМСС.

Таблица 1.3 – Чувствительность к вариациям долготы восходящего узла орбиты
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\lambda_0 = 90^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 900$ витков

Долгота восходящего узла орбиты в момент $t = 0$, градусы	Затраты характеристической скорости ΔV , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
30	395.2	48.0
120	387.8	47.1
210	393.8	47.8
300	413.4	50.2

Таблица 1.4 – Чувствительность к вариациям эклиптической долготы Солнца
 $a_0 = R_{\oplus} + 900$ км, $i_0 = 51.6^\circ$, $\Omega_0 = 30^\circ$, $a_f = R_{\oplus} + 300$ км, $N = 900$ витков

Эклиптическая долгота Солнца в момент $t = 0$, градусы	Затраты характеристической скорости ΔV , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
0	402.9	48.9
90	425.3	51.6
180	402.9	48.9
270	425.3	51.6

Все приведенные до сих пор результаты получены в ходе полуаналитического решения задачи двухмасштабной оптимизации. Фактически они отражают поведение главных членов асимптотических разложений средних орбитальных элементов по степеням нескольких малых параметров: отношения управляющего ускорения к гравитационному, коэффициента J_2 второй зональной гармоники геопотенциала и эксцентриситета. Порядки величин таких малых параметров равны 10^{-5} , 10^{-3} и 10^{-3} соответственно. Выбор 10^{-5} как уровня усечения асимптотических рядов позволил, пользуясь отсутствием вековых J_2 -членов для большой полуоси и эксцентриситета, вывести простые аналитические выражения, описывающие дифференциальные изменения ключевых медленных элементов за виток. Влияние атмосферы на высотах

более 300 км вносит для 3U-кубсата поправку порядка не более 10^{-6} (легко оценить на основе парусности $0.01 \text{ м}^2/\text{кг}$ и среднесуточной максимальной плотности земной атмосферы $6 \cdot 10^{-11} \text{ кг}/\text{м}^3$ на высоте 300 км) и потому не учитывалось в оптимизационных процедурах.

Чтобы подтвердить вышесказанные рассуждения, проведем прямое моделирование орбитального движения КА с найденными законами управления в более полной модели внешней среды, включающей гравитационное поле Земли 10×10 и кусочно-рациональную аппроксимацию модели атмосферы CIRA-2012. Рисунок 1.13 иллюстрирует типичную эволюцию эксцентриситета при круговом режиме увода с орбиты и верифицирует правомочность приближения $e \approx 0$ в правой части системы уравнений в вариациях орбитальных элементов. Кривая эволюции высоты орбиты, полученная из решения NLP-задачи, точно соответствует кривой, даваемой численным интегрированием, кроме финального участка снижения, когда на помощь приходит атмосфера (рисунок 1.14). Таким образом, пренебрежение атмосферным торможением в процессе полуаналитической оптимизации управления величиной тяги приводит к чуть консервативной оценке длительности увода и/или затрат топлива.

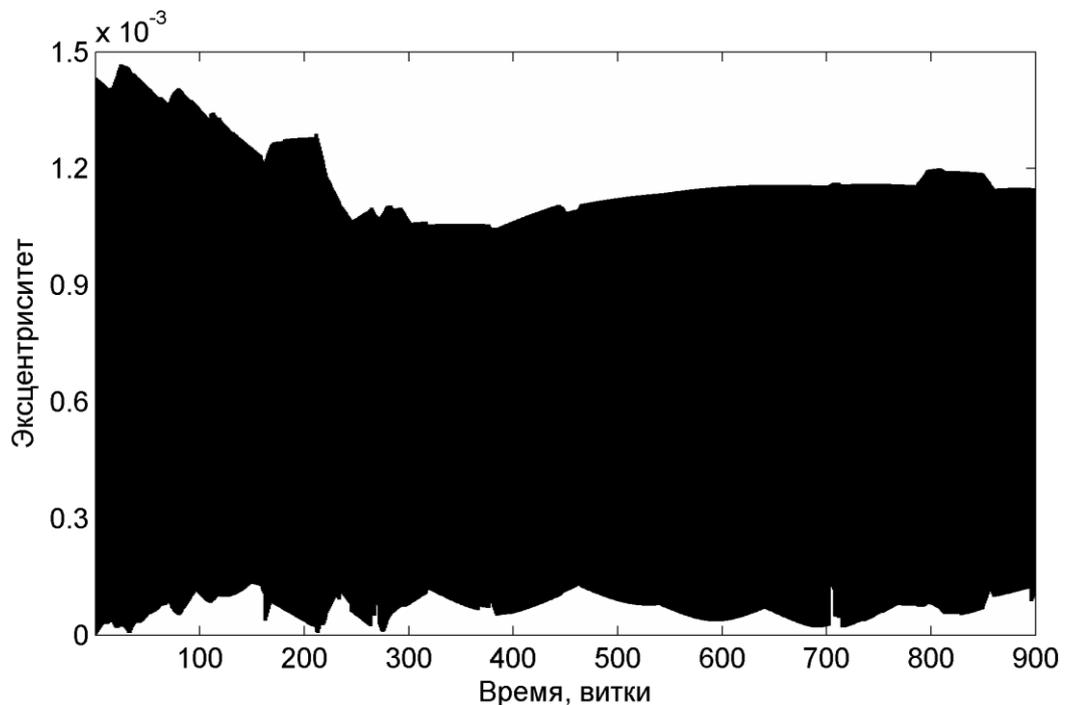


Рисунок 1.13 – Эволюция эксцентриситета при круговом режиме деорбитинга (рассчитано для случая стабилизации оси вращения на Солнце)

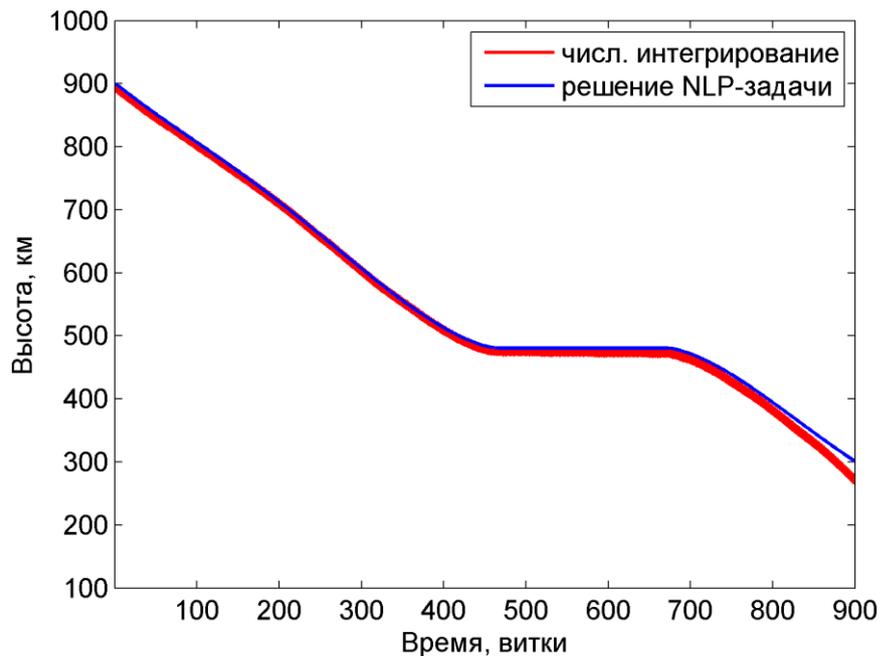


Рисунок 1.14 – Численная и полуаналитическая кривые эволюции высоты орбиты (рассчитано для случая стабилизации оси вращения на Солнце)

Часто при использовании ЭРД, которые потребляют существенную долю бортовой электроэнергии, работа двигателя на теневом участке орбиты может быть нежелательной или даже недопустимой. Для КА, стабилизированного осью вращения на Солнце, эта проблема не такая острая: как несложно представить, центры активных участков будут находиться над *терминатором* (границей дня и ночи), и время работы двигателей в тени минимально. Совсем иная ситуация – для кубсата, стабилизированного по геомагнитному полю, когда практически неизбежно один из двух активных участков оказывается целиком затененным. Тогда разумно порекомендовать сократить длину активных участков за счет увеличения длительности деорбитинга или вообще перейти к эллиптическому режиму увода (см. п. 1.6). Если нежелательность теневых активных участков имеет место лишь для отдельных витков с пиковым энергопотреблением, подобные требования легко учитываются при решении NLP-задачи, к примеру, выставлением нулевого интервального ограничения на длину соответствующего активного участка.

С точки зрения полноты исследования и достоверности получаемых результатов важным этапом служит оценка степени влияния ошибок углового движения КА на эффективность управления. Первый класс ошибок включает в себя погрешности

моделей внешней среды и КА: ошибки модели геомагнитного поля, эксцентриситет тяги и т.п. Промоделируем эти факторы статической (в некоторой системе отсчета) ошибкой направления вектора тяги. Максимальную ее величину примем равной 10 градусам – примерно как в модели прямого диполя для магнитного поля Земли. Что касается второго класса ошибок – ошибок стабилизации, – введем их как случайное отклонение вектора тяги с заданным *среднеквадратичным отклонением* (СКО). На основе точности стабилизации кубсата с ПМСС можно предположить, что типовое значение СКО равно 5 градусам. Интегрируя уравнения движения КА с найденным законом управления, оценим вариацию терминального значения высоты орбиты. В таблице 1.5 приведены максимальные из наблюдавшихся в численных экспериментах величины терминальных вариаций. Они зафиксированы при условии резонанса 2:1 между угловой скоростью орбитального движения и угловой скоростью движения отклоненного вектора тяги по конусу статических ошибок. В случае отсутствия резонанса уровень вариаций оказывается в 5-10 раз ниже.

Таблица 1.5 – Максимальное влияние неточности моделей и ошибок стабилизации

Статическая ошибка/ошибка стабилизации (СКО), градусов/градусов	0/5	5/5	10/5	10/10
Максимальное изменение терминального значения высоты орбиты, км	19.2	25.2	28.8	32.1

Подчеркнем, что ошибки могут способствовать как замедлению, так и ускорению снижения высоты орбиты (эквивалентно – как увеличению, так и уменьшению затрат топлива).

В случае возможности более точного моделирования условий внешней среды – геомагнитного поля, гравитационного поля – найденный закон управления может быть использован как начальное приближение в процедуре уточнения прямыми методами оптимизации.

1.6 Об эллиптическом режиме деорбитинга

Наличие двух двигателей вдоль стабилизированной оси не дает полной управляемости орбитальным движением спутника, однако позволяет серьезно упростить

осуществление многих орбитальных операций типа фазирования, коррекции плоскости орбиты и поддержания относительного движения КА в групповом полете. Но если двигатели нужны исключительно для увода спутника с орбиты по завершении его жизненного цикла, то установка двух ЭРД явно избыточна: хватает одного двигателя, который будет понижать высоту перигея, опускать его во все более плотные слои атмосферы; понижением высоты апогея «займется» атмосферное сопротивление. Другим случаем, когда приходится прибегать к эллиптическому режиму увода с орбиты, является упоминавшаяся ранее ситуация с недопустимостью управления на теневых участках.

К сожалению, для эллиптического режима деорбитинга не удастся определить структуру оптимального управления и описать дифференциальные изменения медленных элементов столь же просто, как для кругового режима. Это связано, во-первых, с нарастающей параллельно с увеличением эксцентриситета ошибкой приближенных уравнений (1.17) и (1.19): эксцентриситет орбиты быстро достигает уровня в несколько сотых, и порядок ошибки в высоте КА над земной поверхностью может доходить до $R_{\oplus}e \sim 100$ км. Во-вторых, присутствие аргумента перигея в правой части уравнения для вариации эксцентриситета резко усложняет структуру оптимального управления. На начальном этапе деорбитинга, когда орбита близка к круговой, аргумент перигея вообще не является медленной переменной, однако и при эксцентриситете порядка 10^{-2} в расчете эволюции среднего аргумента перигея неизбежно приходится учитывать не только J_2 -член, но и усредненное влияние ускорения тяги того же порядка 10^{-3} .

Несмотря на все перечисленные трудности, попробуем предложить рецепт решения оптимизационной задачи в духе подхода двухмасштабной оптимизации. Для этого заметим, что уравнения (1.17) и (1.19) могут тем не менее быть использованы с целью нахождения центров активных участков. К примеру, при стабилизации КА по геомагнитному полю имеем на произвольном витке:

$$\frac{dr_{\pi}}{du} \simeq \frac{da}{du} - a \frac{de}{du} \simeq \frac{2a^3 \tau \sin i}{\mu} \frac{\cos u - \cos(2u - \omega)}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}}. \quad (1.46)$$

Пусть для определенности величина τ заключена в диапазоне $[0, \tau_{\max}]$. Тогда центр активного участка совпадает с минимумом множителя¹

$$\frac{\cos u - \cos(2u - \omega)}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i \sin^2 u}}. \quad (1.47)$$

Как ясно следует из рисунка 1.15, активный участок может смещаться от нисходящего узла орбиты $u = \pi$ при $\omega = 0^\circ$ в ту или иную сторону и даже расщепляться на два активных участка – возможно, нулевой длины! – при $\omega = 180^\circ$. Вообще, в отрицательной области всегда имеются два минимума функции (при $\omega = 0^\circ$ один из них становится нулевым), зависимость которых от ω легко табулируется или представляется аналитическим образом в форме однопараметрических семейств $u_{1k} = u_{1k}(\omega)$ и $u_{2k} = u_{2k}(\omega)$, где k – номер текущего витка. Схожая картина наблюдается и в случае стабилизации КА вращением, только там появляется дополнительный параметр σ_y/σ_x и семейства будут двухпараметрическими.

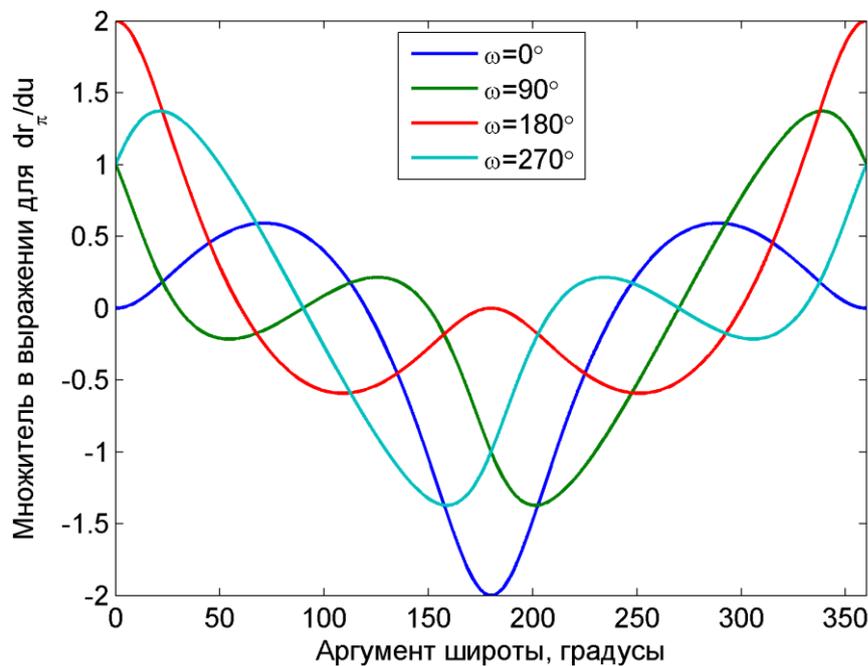


Рисунок 1.15 – К вопросу определения центров активных участков

¹ Строго говоря, центр активного участка не обязан совпадать с минимумом множителя ввиду несимметричности графика функции относительно точки минимума, но для не слишком длинных активных участков эта ошибка не превышает нескольких градусов.

На начальном этапе, когда орбита мало отличается от круговой и аргумент перигея быстро меняется, квазиоптимальное снижение высоты перицентра обеспечивается выбором нисходящего узла орбиты в качестве центральной точки активного участка: в результате усреднения по ω слагаемое с $\cos(2u - \omega)$ уйдет, и оптимизация по перицентральному расстоянию r_{π} будет эквивалентна уже знакомой нам оптимизации по большой полуоси a .

Далее, задача оптимизации сводится к NLP-задаче согласно изложенной ранее схеме, но для расчета дифференциальных изменений всех медленных элементов за виток используются исходные, неупрощенные, уравнения. Исключение составляет лишь долгота восходящего узла, для которой можно по-прежнему пользоваться выражением (1.36). Количество оптимизируемых переменных NLP-задачи возрастает из-за увеличения необходимого числа витков не более чем в полтора-два раза. Компенсация возросшей вычислительной сложности может быть проведена указанным в п. 1.5 способом группировки нескольких смежных витков.

1.7 Выводы и комментарии к главе

Методы мультимасштабного анализа используют в различных областях науки и техники. В механике полета они нашли применение, в частности, в виде двухмасштабной оптимизации многовитковых перелетов с двигателями малой тяги. Одной из первых работ была, по-видимому, известная статья Т. Эдельбаума [73]. Решение краевых задач для осредненных уравнений в вариациях орбитальных элементов постепенно стало популярной темой исследований как отечественных, так и зарубежных специалистов. Отметим среди них того же Т. Эдельбаума [74], В. Лебедева [75] и других сотрудников Вычислительного центра Академии наук [76], В. Салмина и многочисленных его учеников [77–80], С. Альфано [71], М. Ильгена [81], Р. Эпенуа [82], Ж. Кечичяна [83], К. Клювера [84, 85], В. Петухова [86]. Спектр использованных методов весьма широк: пристрелка, продолжение по параметру, сведение к задаче нелинейного программирования. В отдельных простых случаях удавалось получить даже аналитическое решение. Концепция, примененная в настоящей работе к задаче оптимального одноосного увода КА с орбиты, более всего перекликается,

пожалуй, с подходом, изложенным в [84]. Заметим, однако, что наличие упрощающих факторов – отсутствия необходимости оптимизации направления вектора тяги и наложения терминальных условий только на один из медленных элементов – позволило определить структуру оптимального управления *априори*, не прибегая к вычислению значений сопряженных переменных. Относительно небольшое число оптимизируемых переменных и выгодные геометрические свойства целевой функции и функции ограничений гарантируют быструю сходимость решателя NLP-задачи к искомому вектору неизвестных длин активных участков на каждом витке полета, а получаемое таким образом решение можно использовать не только для оценок продолжительности процесса увода и необходимого запаса топлива, но и при реализации бортовых алгоритмов управления.

ГЛАВА 2. УВОД МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ВЕРХНЕГО СЕГМЕНТА НИЗКИХ ОРБИТ С ПОМОЩЬЮ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА

In the middle of difficulty lies opportunity.

Благоприятная возможность скрывается среди трудностей и проблем.

Альберт Эйнштейн

Ordnung braucht nur der Dumme, das Genie beherrscht das Chaos.

Порядок нужен лишь глупцу, гений властвует над хаосом.

Альберт Эйнштейн

Без катаракта нет регулятора.

Иван Алексеевич Вышнеградский

2.1 Плоский солнечный парус

Альтернативным к двигателям малой тяги механизмом увода с орбиты служат парусные системы, и, в частности, их наиболее распространенный представитель – плоский солнечный парус. Перечисленным во Введении миссиям малых спутников с парусными системами деорбитинга предшествовали несколько десятилетий теоретических исследований по различным проблемам создания и эксплуатации солнечных парусов: выбору материалов и конструкции, оптимизации параметров и характеристик, разработке динамических и оптических моделей, изучению особенностей орбитального и углового движения КА с парусом. Был проведен ряд полунатурных и даже натуральных экспериментов, из которых нужно отметить первое успешное развертывание паруса в космосе – эксперимент «Знамя-2», проведенный на борту грузового корабля «Прогресс М-15» 4 февраля 1993 года с 20-метровым бескаркасным парусом [87] – и первую полноценную миссию (причем межпланетную!) японского аппарата IKAROS (рисунок 2.1) к Венере в 2010 году [88].

Среди типовых конструкций плоских парусов выделяются уже упомянутый во Введении *квадратный парус*, а также *парус-диск* и *парус-гироскоп* (иначе, *гелиоротор*), показанные на рисунках 2.2, а и 2.2, б. Примерами последних двух видов бескаркасных парусов, раскрываемых и поддерживающих свою форму за счет центробежных сил, соответственно служат отмеченный выше круглый парус «Знамя-2» и разрабатываемый при МГТУ им. Н.Э. Баумана гелиоротор «Парус-МГТУ» [89]. До

появления новейших углепластиков, используемых для создания прочных и легких направляющих штанг квадратных парусов, именно бескаркасные типы парусов считались самыми перспективными с точки зрения практической реализации. Сейчас же «центр тяжести», наоборот, смещается к каркасным конструкциям – как более надежным и позволяющим обеспечивать трехосную ориентацию КА с парусом. Это, как мы увидим впоследствии, особенно важно в задаче увода спутников с низких орбит.

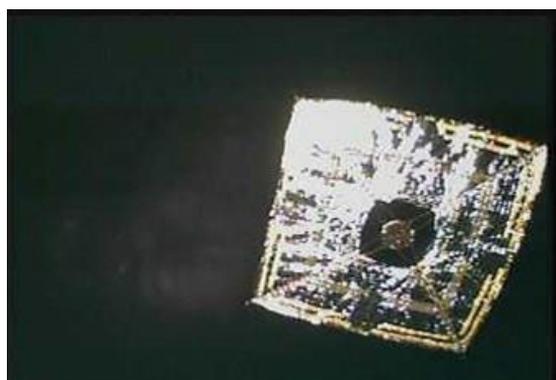
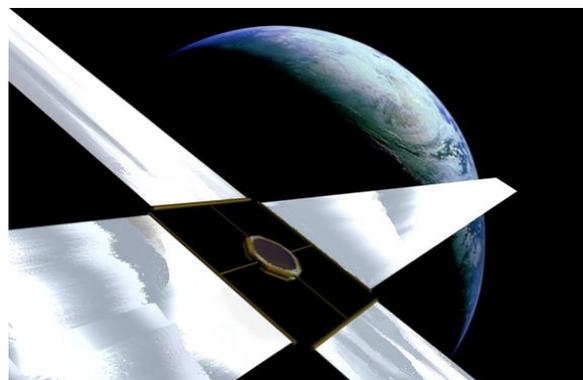


Рисунок 2.1 – Космическое фото аппарата IKAROS с раскрытым парусом [88]



а) Парус-диск [90]



б) Парус-гироскоп (гелиоротор) [91]

Рисунок 2.2 – Бескаркасные конструкции солнечных парусов

В дальнейшем изложении будем рассматривать четырехлепестковый квадратный парус 5x5 метров, который является составной частью 3U-кубсата массой 3 кг (см. рисунок 2.3). По аналогии с параметрами современных проектов КА с парусом типа CubeSail форм-фактор паруса (занимаемый им в сложенном состоянии объем) возьмем равным 2U, а массу паруса вместе с механизмом развертывания примем за 1.4 кг. Парус крепится к 1U-модулю с бортовыми системами и полезной нагрузкой.

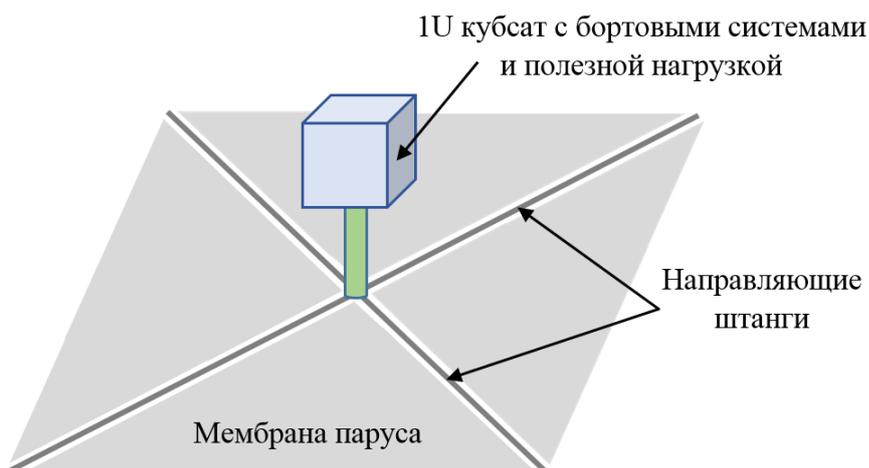


Рисунок 2.3 – Модель кубсата с раскрытым квадратным парусом (не в масштабе)

Необходимо подчеркнуть, что размер паруса, выбранный в проекте CubeSail и взятый здесь за основу, явно избыточен для такого небольшого спутника. Оправданием, однако, служит технологический характер миссии – направленность на обработку операции разворачивания громоздких парусных конструкций в условиях космоса и верификацию техники деорбитинга. О вопросах подбора параметров паруса и особенностей их масштабирования речь пойдет в третьей главе диссертации.

2.2 Динамика орбитального и углового движения КА с парусом

На протяжении всего прошлого века, начиная с пионерской работы Ф. Цандера [92], концепция солнечного паруса была заточена под межпланетные перелеты. Полет в гравитационном поле Солнца и потоке лучистой энергии подразумевал отсутствие или по крайней мере пренебрежимо малость других сил и моментов. Управление гелиоцентрической траекторией КА с парусом предполагалось осуществлять изменением его ориентации и, как следствие, изменением величины и направления силы давления света, которая для *идеального* (зеркально отражающего) паруса коллинеарна нормали к его поверхности. Обзор бесчисленного множества работ по оптимизации межпланетных траекторий КА с парусом и наиболее важные результаты можно найти в уже давно ставших классическими монографиях Е. Поляховой¹ [93] и К. Макиннса² [94], а также книгах Дж. Райта [95] и Дж. Вулпетти [96, 97].

¹ Переиздание превратившейся в библиографическую редкость книги состоялось в 2011 году.

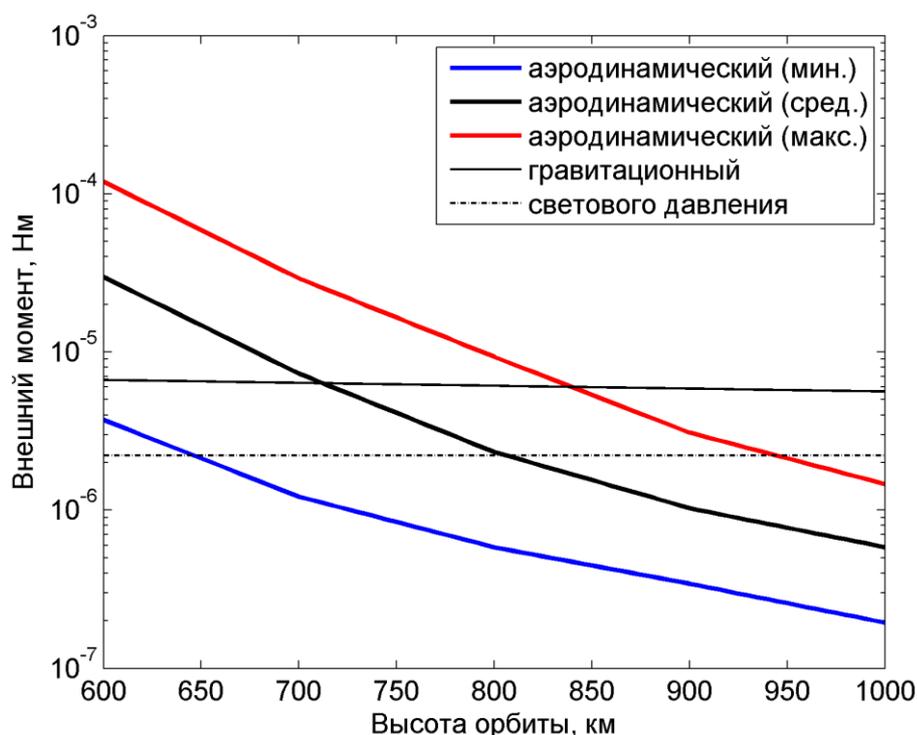
² В 2015 году запланирован выход в свет второго издания монографии К. Макиннса.

На практике, однако, влияние силы светового давления на динамику космического полета было впервые обнаружено и исследовано для низкоорбитального американского спутника-баллона Echo 1, имевшего парусность около $10 \text{ м}^2/\text{кг}$. Объяснение имевших место долгопериодических колебаний эксцентриситета орбиты КА приводилось в работах [98] и [99]. По мере развития теории вращательного движения КА вокруг центра масс стала интенсивно разрабатываться проблема учета светового давления в описании углового движения спутников, а затем – и использования создаваемого силой давления момента в целях управления ориентацией КА. Из соответствующих научных школ отметим В. Моды и его учеников [100–105] и коллектив Института прикладной математики АН СССР [106–112]. Для получения базового представления о проблеме разгона КА с парусом на околопланетном участке рекомендуется обратиться к указанным ранее монографиям [93] и [94], которые содержат обзор практически всех работ со времен первопроходческой статьи У. Фимпла [113]. Среди более свежих идей выделим концепцию использования солнечных батарей с целью увеличения размера орбиты закрученного в определенном режиме спутника [114, 115].

Параллельно с начавшимся в середине 90-х годов бурным прогрессом в парусных технологиях появлялись и новые постановки задач. Подверглась изучению динамика углового движения КА с парусами различных конфигураций [116–122]; открыты новые методы стабилизации традиционных околоземных орбит [123] и даже неизвестные до этого классы орбит, получаемые с помощью силы светового давления и представляющие интерес для практических приложений [124–127]. В связи с переходом к конвейерному изготовлению парусов и тщательному проектированию миссий встала необходимость разработки более точных оптических моделей парусных полотен, учитывающих постепенную деградацию их отражательной способности. Такие модели и уточненная динамика орбитального и углового движения межпланетных КА описываются в статьях [128–130] представительной международной группы ученых-специалистов по парусным системам и оптимизации траекторий. В совсем недавно изданном сборнике докладов 3-го Международного симпозиума по полетам с солнечным парусом [131] можно найти и многие другие теоретические и

прикладные аспекты использования парусных механизмов передвижения, включая детали состоявшихся или планирующихся в ближайшем будущем миссий.

Несмотря на обилие работ по орбитальной и вращательной динамике КА с парусом, очень немногие из них посвящены естественному угловому движению спутников с большой парусностью на низких орбитах и индуцируемым силой светового давления вековым изменениям орбитальных элементов. Отчасти это связано с предельно сложной внешней средой, когда нужно учитывать все три момента – гравитационный, светового давления и аэродинамический, – совпадающие (или по меньшей мере близкие) по порядку величины для типичных малых спутников с парусом (рисунок 2.4), а также наличие тени на значительной части орбиты и *альбедо* Земли. Ключевой публикацией, натолкнувшей на идею излагаемого в настоящей главе механизма деорбитинга, стала статья Д. Лоуренса и М. Уортон [132], нашедшая свое отражение в диссертациях [133] и [134]. Ввиду ее важности остановимся подробнее на сделанных авторами открытиях.



Показаны максимальные значения внешних моментов для спутника с парусом площадью 25 м² и коэффициентом зеркального отражения 0.83. Коэффициент лобового сопротивления взят равным 2.2, а смещение центра давления от центра масс – 13 см. Разность осевого и поперечного моментов инерции 1.9 кг · м².

Рисунок 2.4 – Внешние моменты, действующие на 3U-кубсат на низких орбитах

Д. Лоуренс и М. Уортон исследовали динамику углового движения 3U-кубсата с плоским парусом на низкой околокруговой орбите высотой 700 км. Использованная модель КА совпадала с изображенной на рисунке 2.3. Центр масс КА с парусом отстоял на некоторое расстояние от центра давления вдоль оси паруса, являющейся в то же время осью симметрии всей конструкции. Простые прикидки показали, что величины трех внешних моментов примерно одинаковы, что, видимо, навело авторов на мысль о поиске положений равновесия нормали паруса в ОСК (или, по-другому, стационарных вращений паруса). К сожалению, в общем случае, когда вектор на Солнце движется в ОСК по конической поверхности, ось которой – прямая, перпендикулярная плоскости орбиты (см. рисунок 2.5), таких равновесий нет. Однако, если направление на Солнце совпадает с нормалью или антинормалью к плоскости орбиты, система дифференциальных уравнений углового движения будет автономной, и приравнивание к нулю правой части уравнения для поперечной компоненты угловой скорости позволяет идентифицировать сразу несколько семейств равновесий нормали паруса, показанных на рисунке 2.6.

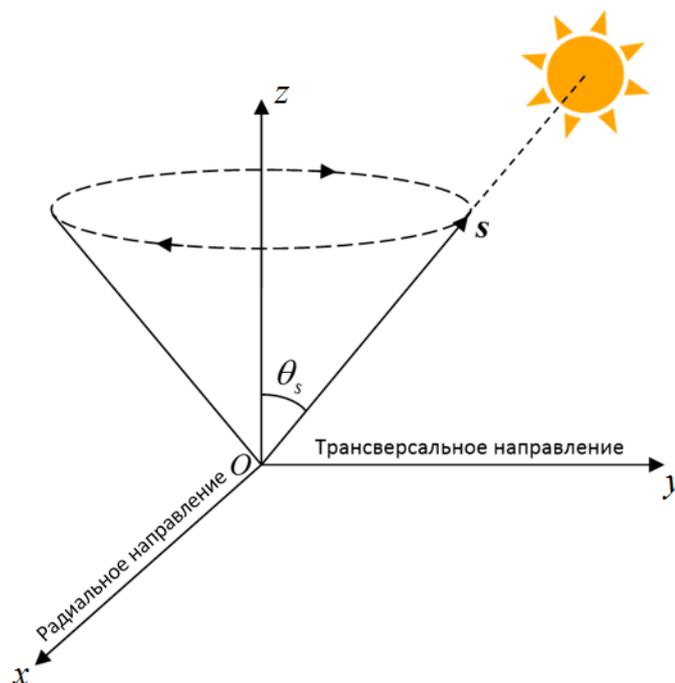
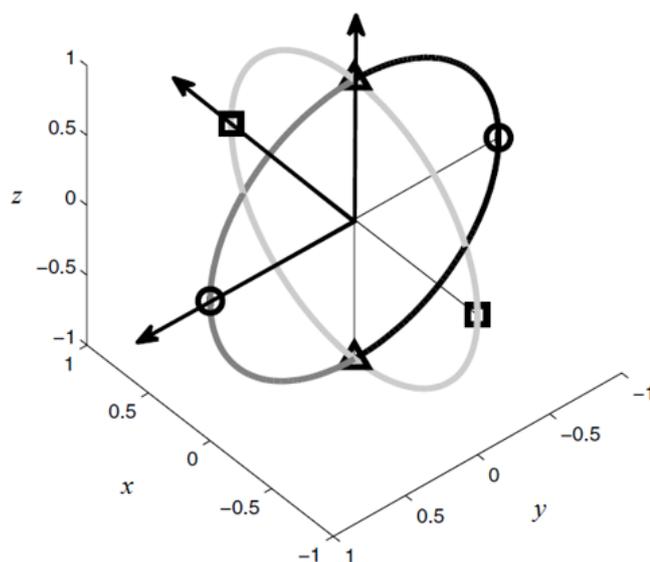


Рисунок 2.5 – Видимое движение вектора на Солнце в ОСК (общий случай)

Открытые положения равновесия нормали паруса можно сопоставить соответствующим стационарным вращениям осесимметричного тела под влиянием одного

лишь гравитационного момента – цилиндрической, конической и гиперboloидальной прецессиям. Эти вращения названы так по виду поверхностей второго порядка, которые образует (замечает) ось симметрии в инерциальном пространстве при движении спутника по орбите, и связываются с именами У. Томпсона [135], Р. Прингла [136], П. Лайкинса [137] и В. Белецкого [107, 108]. Положения равновесия типа конической или гиперboloидальной прецессии формируют два однопараметрических семейства. В качестве параметра выступает *скорость закрутки*, проекция абсолютной угловой скорости КА с парусом на ось симметрии. По причине отсутствия осевых моментов скорость закрутки является первым интегралом движения.



Треугольниками отмечены безразличные к скорости закрутки паруса положения равновесия, аналогичные цилиндрической прецессии; светло-серым цветом обозначены семейство положений равновесия нормали паруса типа конической прецессии (частные случаи «надир» и «антинадир» отмечены квадратами); черным и темно-серым – семейство положений равновесия, похожие на гиперboloидальную прецессию (равновесия «по потоку» и «против потока» отмечены кружками). Последние два семейства параметризуются значениями скорости закрутки КА.

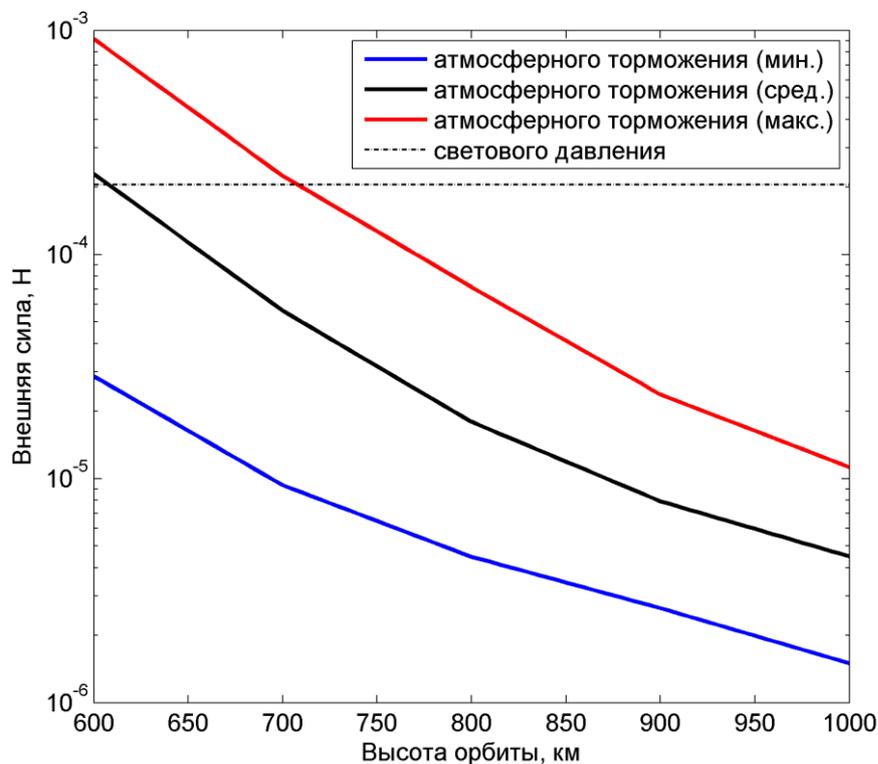
Рисунок 2.6 – Типы равновесий нормали паруса в ОСК (адаптировано из [132])

С помощью аппарата функций Ляпунова Д. Лоуренс и М. Уортон исследовали найденные равновесия на устойчивость, а для обеспечения асимптотической устойчивости предложили ввести небольшой демпфирующий момент. Стабилизация неустойчивых равновесий может быть достигнута приложением нужным образом подобранного потенциального момента.

Единственным, но серьезным недостатком открытых стационарных вращений оказалась их сильная параметрическая неустойчивость. В частности, даже при слабом отклонении вектора на Солнце от нормали к плоскости орбиты КА необходимо прикладывать стабилизирующий момент, как минимум сопоставимый по величине с внешними моментами, а чаще – значительно превосходящий их. Объяснение этой особенности будет дано ниже на основе анализа ляпуновских экспонент, показывающего хаотичность динамики углового движения КА с парусом.

2.3 Постановка задачи увода низкоорбитального КА с помощью паруса

Господствующий подход к проблеме увода низкоорбитальных КА с помощью солнечного паруса предполагает его использование в роли атмосферного – выставление паруса «по набегающему потоку» для увеличения аэродинамического сопротивления. В то же время на низких орбитах из верхнего сегмента (с высотой больше 700 км) сила атмосферного торможения уступает силе светового давления. Для орбит выше 800 км они уже различаются по порядку величины (рисунок 2.7).



Показаны максимальные значения сил атмосферного торможения и светового давления для КА с парусом площадью 25 м². Коэффициент лобового сопротивления 2.2.

Рисунок 2.7 – Силы, действующие на 3U-кубсат на низких орбитах

Естественным желанием было бы привлечь к деорбитингу силу светового давления. Ненулевая в среднем за виток проекция силы давления на направление, противоположное вектору скорости спутника (для околокруговых орбит – на трансверсальное направление) позволит резко ускорить процесс снижения орбиты на самом проблемном – начальном – этапе, когда плотность атмосферы очень низка. По мере дальнейшего спуска атмосферное сопротивление будет возрастать и в какой-то момент сможет обеспечить пассивную стабилизацию паруса по набегающему потоку. Как показывают численные эксперименты, для типичного наноспутника с парусом это происходит на высоте менее 600 км.

Поставим еще более амбициозную задачу осуществить требуемые вековые изменения орбиты за счет светового давления при максимальной эксплуатации внешних моментов для реализации соответствующего режима углового движения. Если ввести *связанную с КА систему координат $O\xi\eta\zeta$* (ССК) так, что ось $O\zeta$ совпадает с осью симметрии, и описывать ее ориентацию относительно осей ОСК через углы Эйлера (см. рисунок 2.8), благоприятная с точки зрения увода с орбиты ориентация нормали паруса \mathbf{n} задается соотношениями $\psi \approx 180^\circ$, $\theta < 90^\circ$ (считаем для определенности, что направление на Солнце составляет острый угол с вектором орбитального момента) и напоминает случай гиперболоидальной прецессии (рисунок 2.9).

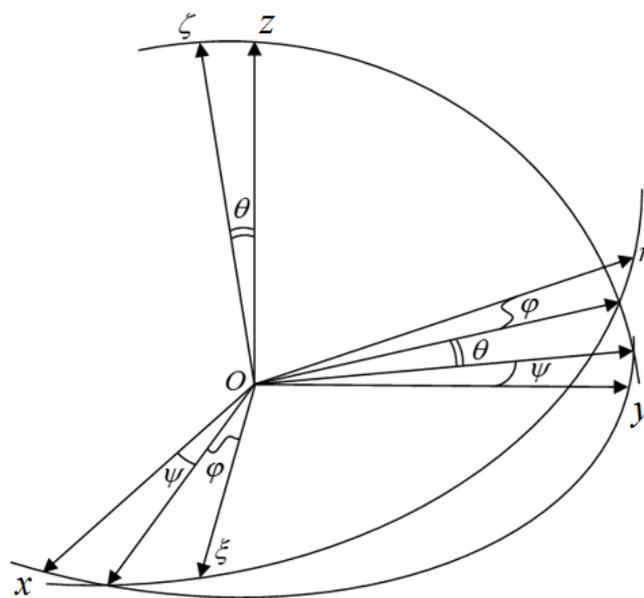


Рисунок 2.8 – Углы Эйлера, описывающие взаимную ориентацию ОСК и ССК

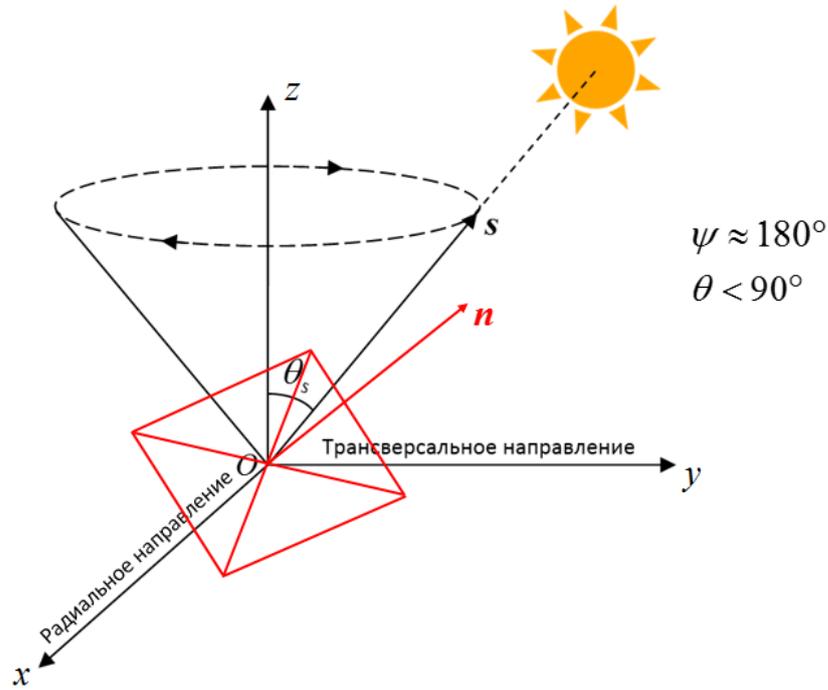


Рисунок 2.9 – Благоприятная для деорбитинга ориентация нормали паруса

При произвольной ориентации плоскости орбиты спутника относительно вектора на Солнце равновесия нормали паруса в ОСК отсутствуют, «принудительная» же стабилизация паруса, как рассчитали Д. Лоуренс и М. Уортон, слишком затратна и вряд ли подходит для ограниченных в ресурсах малых КА. Тем не менее не будем отчаиваться, поскольку, вообще говоря, нас вполне устраивают не одни только положения равновесия, но и (квази)периодические движения нормали вблизи нужной ориентации.

В качестве модели оптических свойств плоского паруса возьмем относительно простую, но весьма точную модель, учитывающую помимо зеркального отражения также диффузное отражение и поглощение. Соответствующие коэффициенты обозначим как r_s , r_d и a . Сила светового давления, действующая на спутник с плоским парусом (см. рисунок 2.10) эффективной площадью A , выражается формулой [94]

$$\mathbf{F}_{SRP} = -\left[\left(2|\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}|r_s + \chi_f r_d + \gamma a \right) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}|(r_d + a) \mathbf{s} \right] PA, \quad (2.1)$$

где параметр

$$\gamma = \frac{\chi_f \varepsilon_f - \chi_b \varepsilon_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \quad (2.2)$$

задается через излучательные способности ε_f и ε_b передней (освещаемой) и задней поверхностей паруса. Коэффициенты χ_f и χ_b характеризуют отличие этих поверхностей от ламбертовых¹, для которых равны в точности $2/3$. Постоянная P , имеющая размерность давления, численно равняется отношению *солнечной постоянной* $W = 1366 \text{ Вт/м}^2$ к скорости света $c = 299792458 \text{ м/с}$:

$$P = W/c \approx 4.56 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2. \quad (2.3)$$

По смыслу она может быть интерпретирована как давление светового излучения на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Момент силы (2.1), возникающий при наличии смещения d центра масс от центра давления вдоль нормали паруса, вычисляется как

$$\mathbf{T}_s = -d \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{F}_{SRP} = -(r_d + a) P A d |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{s} \times \mathbf{n}. \quad (2.4)$$

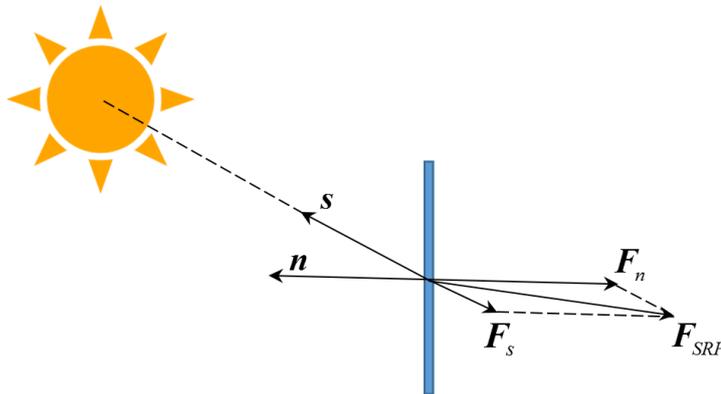


Рисунок 2.10 – Разложение силы светового давления вдоль векторов \mathbf{n} и \mathbf{s}

Сторона паруса, которой он будет повернут к Солнцу, заранее неизвестна; она может меняться в процессе видимого вращения Солнца в ОСК и его годового движения. Поэтому логично считать, что все оптические свойства обеих поверхностей паруса одинаковы, и пренебрегать слагаемым γa в формуле (2.1).

Значения коэффициентов r_s , r_d и a примем равными 0.83, 0.05 и 0.12 соответственно, основываясь на результатах исследований, проведенных в 70-х годах прошлого века в Лаборатории реактивного движения NASA (*Jet Propulsion Laboratory*, JPL) для типичных мембран солнечных парусов [94].

¹ Ламбертовой называется поверхность, яркость излучения которой одинакова во всех направлениях.

Что касается выбора начальной орбиты, сосредоточимся в основном на наиболее популярных низких орбитах – солнечно-синхронных (ССО). Чтобы смоделировать различные условия освещенности, рассмотрим набор из четырех ССО высотой 900 км и наклоном 99° со значениями *местного времени восходящего узла* от 18 часов (ССО типа закат-восход) до 12 часов (ССО типа полдень-полночь). Ориентация плоскости ССО относительно Солнца мало изменяется в течение года. Особенности ниже излагаемого метода деорбитинга КА с плоским парусом в задачах увода с других типов орбит вкратце обсуждаются в п. 2.6.

2.4 Уравнения орбитального и углового движения КА с парусом

Для описания орбитального движения спутника с парусом будем пользоваться системой уравнений в вариациях элементов орбиты p , $e_x = e \cos \omega$, $e_y = e \sin \omega$, i , Ω

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= 2r \sqrt{\frac{p}{\mu}} f_y, \\ \frac{de_x}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ f_x \sin u + f_y \left[\left(1 + \frac{r}{p}\right) \cos u + \frac{re_x}{p} \right] + f_z \frac{re_y}{p} \cot i \sin u \right\}, \\ \frac{de_y}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ -f_x \cos u + f_y \left[\left(1 + \frac{r}{p}\right) \sin u + \frac{re_y}{p} \right] - f_z \frac{re_x}{p} \cot i \sin u \right\}, \\ \frac{di}{dt} &= f_z \frac{r \cos u}{\sqrt{\mu p}}, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= f_z \frac{r \sin u}{\sqrt{\mu p} \sin i} \end{aligned} \quad (2.5)$$

и уравнения для аргумента широты u

$$\frac{du}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} - f_z \frac{r \cot i \sin u}{\sqrt{\mu p}}. \quad (2.6)$$

Здесь, как и в первой главе, f_x , f_y и f_z обозначают ОСК-компоненты вектора суммарного возмущающего ускорения \mathbf{f} , а геоцентрическое расстояние r выражается по формуле

$$r = \frac{p}{1 + e_x \cos u + e_y \sin u}. \quad (2.7)$$

Элементы e_x и e_y медленно меняются даже при малом эксцентриситете, что делает систему уравнений (2.5), (2.6) пригодной и для околокруговых орбит.

Из возмущений включим в модель три главных: вторую зональную гармонику геопотенциала

$$\mathbf{f}_{J_2} = \frac{3J_2 \mu R_\oplus^2}{2r^4} \begin{pmatrix} 3 \sin^2 i \sin^2 u - 1 \\ -\sin^2 i \sin 2u \\ -\sin 2i \sin u \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

световое давление (парус считаем непрозрачным, т.е. $r_s + r_d + a = 1$)

$$\mathbf{f}_{SRP} = -\frac{PA}{m} \left[(2|s \cdot \mathbf{n}|r_s + \chi_f r_d)(s \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + |s \cdot \mathbf{n}|(1 - r_s)\mathbf{s} \right] \quad (2.9)$$

и сопротивление атмосферы плотностью ρ

$$\mathbf{f}_{атм} = -\frac{C_d A}{2m} \rho |\mathbf{v}_{отн} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{v}_{отн}. \quad (2.10)$$

Коэффициент лобового сопротивления C_d примем равным стандартному значению 2.2. Скорость КА с парусом относительно набегающего потока $\mathbf{v}_{отн}$ можно для простоты рассчитывать в приближении полностью увлекаемой Землей атмосферы

$$\mathbf{v}_{отн} = \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_\oplus \times \mathbf{r} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \begin{pmatrix} e_x \sin u - e_y \cos u \\ 1 + e_x \cos u + e_y \sin u \\ 0 \end{pmatrix} - \boldsymbol{\omega}_\oplus r \begin{pmatrix} 0 \\ \cos i \\ \sin i \cos u \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

где $\boldsymbol{\omega}_\oplus \approx 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ – скорость вращения Земли вокруг своей оси. В случае полярных и околополярных орбит (в том числе и ССО) вращением атмосферы допустимо пренебречь [138]. Векторы \mathbf{s} и \mathbf{n} задаются в ОСК выражениями

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \sin \psi_s \sin \theta_s \\ -\cos \psi_s \sin \theta_s \\ \cos \theta_s \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin \psi \sin \theta \\ -\cos \psi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Связь компонент вектора \mathbf{s} с положением плоскости орбиты относительно направления на Солнце выявляется из сравнения (2.12) и альтернативного выражения (1.4) через компоненты уже знакомого нам вектора $\boldsymbol{\sigma}$. Имеем:

$$\begin{aligned} \theta_s &= \arccos \sigma_z, \\ \psi_s &= \mathbf{atan2}(\sigma_x \cos u + \sigma_y \sin u, \sigma_x \sin u - \sigma_y \cos u). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Функция **atan2**, реализованная во многих языках программирования, означает операцию взятия обратного тангенса с учетом знаков обоих аргументов, а компоненты σ_x , σ_y и σ_z в (2.14) вычисляются в соответствии с соотношениями (1.3).

Перейдем теперь к угловому движению КА с парусом. Заметим, что все основные внешние моменты – гравитационный, светового давления и аэродинамический – потенциальны. В самом деле, потенциальная функция для момента силы давления солнечного излучения (2.4) на непрозрачный парус записывается в виде [132]

$$U_s = -\frac{(1-r_s)PA_d}{2} |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} \quad (2.15)$$

или, принимая во внимание (2.12) и (2.13),

$$\begin{aligned} U_s &= -\frac{(1-r_s)PA_d}{2} \left| \cos \theta_s \cos \theta + \sin \theta_s \sin \theta \cos(\psi - \psi_s) \right| \times \\ &\times \left[\cos \theta_s \cos \theta + \sin \theta_s \sin \theta \cos(\psi - \psi_s) \right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Гравитационный момент

$$\mathbf{T}_g = \frac{3\mu}{r^5} (I_n - I_t) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{r} \times \mathbf{n}, \quad (2.17)$$

действующий на осесимметричный КА с продольным (осевым) моментом инерции I_n и поперечным моментом инерции I_t , стремится уложить нормаль паруса в плоскость Ouz и также потенциален:

$$U_g = \frac{3\mu}{2r^5}(I_n - I_t)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})^2 = \frac{3\mu}{2r^3}(I_n - I_t) \sin^2 \psi \sin^2 \theta. \quad (2.18)$$

Аэродинамический момент

$$\mathbf{T}_a = -\frac{C_d Ad}{2} \rho |\mathbf{v}_{отн} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{v}_{отн} \times \mathbf{n} \approx -\frac{C_d Ad}{2} \rho |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{v} \times \mathbf{n}, \quad (2.19)$$

и его потенциальная функция

$$U_a = -\frac{C_d Ad}{4} \rho |\mathbf{v}_{отн} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{v}_{отн} \cdot \mathbf{n} \approx -\frac{C_d Ad}{4} \rho |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \approx \frac{C_d Ad \mu}{4p} \rho \times \\ \times |\cos \psi \sin \theta| \cos \psi \sin \theta = \frac{C_d Ad \mu}{4p} \rho |\cos \psi| \cos \psi \sin^2 \theta \quad (2.20)$$

похожи по форме записи на момент и потенциальную функцию давления света.

Если обозначить за ω_ξ , ω_η и ω_ζ проекции абсолютной угловой скорости КА с парусом на оси ССК, то связывающие их с производными углов Эйлера *кинематические соотношения* примут вид

$$\begin{aligned} \omega_\xi &= (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \\ \omega_\eta &= (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ \omega_\zeta &= \dot{\varphi} + (\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где ω_0 – скорость поворота ОСК в инерциальном пространстве:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} (1 + e_x \cos u + e_y \sin u)^2 \approx \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} (1 + 2e_x \cos u + 2e_y \sin u). \quad (2.22)$$

Кинетическая энергия вращательного движения равна

$$K = \frac{1}{2} I_t [(\dot{\psi} + \omega_0)^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2] + \frac{1}{2} I_n [\dot{\varphi} + (\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta]^2. \quad (2.23)$$

Уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial (\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi})} - \frac{\partial L}{\partial (\psi, \theta, \varphi)} = 0 \quad (2.24)$$

с лагранжианом

$$L = K - U \equiv K - U_s - U_g - U_a \quad (2.25)$$

трансформируются в первый интеграл – скорость закрутки ω_ζ КА с парусом вокруг оси симметрии – и дифференциальные уравнения второго порядка

$$\ddot{\psi} + \dot{\omega}_0 + \frac{\dot{\theta}}{\sin \theta} [2(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta] = -\frac{1}{I_t \sin^2 \theta} \frac{\partial U}{\partial \psi}, \quad (2.26)$$

$$\ddot{\theta} - (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta [(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta] = -\frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

относительно углов прецессии и нутации (за κ обозначено отношение продольного и поперечного моментов инерции I_n/I_t). С учетом (2.22) имеем:

$$\dot{\omega}_0 = \frac{2\omega_0^2 (e_y \cos u - e_x \sin u)}{1 + e_x \cos u + e_y \sin u} \approx 2\omega_0^2 (e_y \cos u - e_x \sin u). \quad (2.27)$$

В процессе увода КА с низкой околокруговой орбиты эксцентриситет не будет превышать несколько сотых, и можно полагать $\dot{\omega}_0 \approx 0$. Для полноты изложения приведем выражения для всех частных производных в правых частях (2.26):

$$\frac{\partial U_g}{\partial(\psi, \theta)} = \frac{3\mu}{r^3} (I_n - I_t) \sin \psi \sin \theta \begin{pmatrix} \cos \psi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta \end{pmatrix},$$

$$\frac{\partial U_a}{\partial(\psi, \theta)} \approx \frac{C_d A d \mu}{2p} \rho |\cos \psi| \sin \theta \begin{pmatrix} -\sin \psi \sin \theta \\ \cos \psi \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial(\psi, \theta)} = (1 - r_s) P A d |\cos \theta_s \cos \theta + \sin \theta_s \sin \theta \cos(\psi - \psi_s)| \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \sin \theta_s \sin \theta \sin(\psi - \psi_s) \\ \cos \theta_s \sin \theta - \sin \theta_s \cos \theta \cos(\psi - \psi_s) \end{pmatrix}.$$

Вычислять плотность атмосферы при низком, среднем и высоком уровнях солнечной активности (СА) будем с применением кусочно-экспоненциальной аппроксимации соответствующих функций в модели атмосферы CIRA-2012.

Важным фактором при моделировании орбитального и углового движения КА на низких орбитах является тень от Земли. В наиболее простой *цилиндрической модели* условие нахождения на теневом (ночном) участке орбиты записывается в виде неравенства [139]

$$\frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}}{r} \equiv \sin \psi_s \sin \theta_s \leq -\sqrt{1 - \left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^2}. \quad (2.29)$$

В тени, разумеется, «отключаются» сила и момент светового давления. Кроме того, будем считать плотность атмосферы на дневном участке в среднем вдвое превышающей плотность ночной атмосферы.

Связанными с альбедо эффектами будем пренебрегать: хотя доля отраженного от поверхности Земли солнечного излучения достигает 30%, благоприятная с точки зрения деорбитинга ориентация нормали паруса в плоскости Ouz подразумевает ее ортогональность местной вертикали. Дополнительная сила светового давления оказывается минимальной. К тому же ее воздействию подвержены почти в равной степени обе стороны паруса, и результирующее влияние земного альбедо на орбитальную и угловую динамику КА исчезающе мало.

2.5 Обеспечение квазигиперболоидальной прецессии КА с парусом

Как отмечалось выше, выгодный для увода с орбиты вращательный режим КА с парусом, напоминающий гиперболоидальную прецессию, не реализуется в отсутствии управления. Главную дестабилизирующую роль играет компонента момента светового давления, лежащая в плоскости орбиты и вращающаяся в ней с орбитальной частотой. Угловое движение КА получается хаотическим (см. рисунок 2.11).

Чтобы стабилизировать вращение спутника с парусом, попробуем ввести в систему (2.26) модельное демпфирование:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} + \dot{\omega}_0 + \frac{\dot{\theta}}{\sin \theta} \left[2(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_{\zeta} \right] &= -\frac{1}{I_t \sin^2 \theta} \frac{\partial U}{\partial \psi} - k_{\psi} \dot{\psi}, \\ \ddot{\theta} - (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta \left[(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_{\zeta} \right] &= -\frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \theta} - k_{\theta} \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Оно эквивалентно приложению управляющих моментов

$$\begin{aligned} T_{\xi} &= -I_t \left(k_{\psi} \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + k_{\theta} \dot{\theta} \cos \varphi \right), \\ T_{\eta} &= -I_t \left(k_{\psi} \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - k_{\theta} \dot{\theta} \sin \varphi \right). \end{aligned} \quad (2.31)$$

в осях ССК. Если коэффициенты демпфирования k_{ψ} и k_{θ} равны, то моменты (2.31) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} T_{\xi} &= -k_d I_t \left(\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \right) \equiv -k_d I_t \left(\omega_{\xi} - \omega_0 \sin \theta \sin \varphi \right), \\ T_{\eta} &= -k_d I_t \left(\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \right) \equiv -k_d I_t \left(\omega_{\eta} - \omega_0 \sin \theta \cos \varphi \right), \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $k_d = k_{\psi} = k_{\theta}$. Именно такой тип демпфирования был предложен Д. Лоуренсом и М. Уортоном в [132]. Стоящие в скобках величины – компоненты угловой скорости КА относительно вращающейся ОСК. Для реализации модельного демпфирования, очевидно, требуется измерять компоненты абсолютной угловой скорости КА в проекции на оси ССК (т.е. иметь набор датчиков угловой скорости), а также знать ориентацию этих осей относительно нормали к плоскости орбиты.

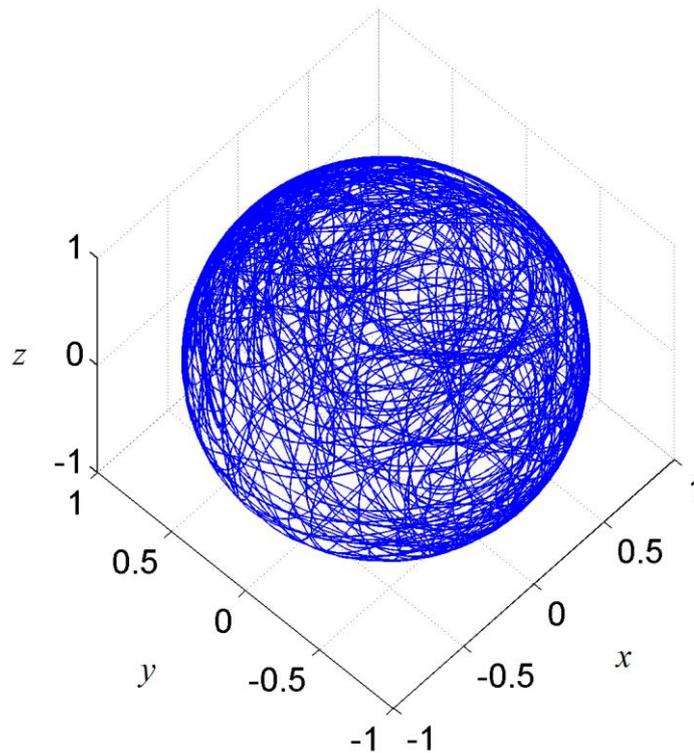


Рисунок 2.11 – Хаотические вращения единичного вектора нормали паруса

Для обоснованного выбора значений коэффициентов демпфирования воспользуемся инструментом *ляпуновских экспонент* (или, по-другому, *ляпуновских характеристических показателей*), а именно, величиной *старшей экспоненты*

$$\lambda_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|}, \quad (2.33)$$

характеризующей скорость разбегания двух близких фазовых траекторий, которые различаются в начальный момент времени t_0 на $\mathbf{w}(t_0)$. Знак $\|\ \|$ обозначает некоторую норму в фазовом пространстве. В реальности вычисляется не λ_1 , а ее конечно-временной аналог

$$\Lambda_1(T) = \frac{1}{T} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + T)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} \quad (2.34)$$

при достаточно большом T . Как было показано в работе [140], и для регулярной, и для хаотической динамики имеет место следующая асимптотика:

$$\Lambda_1(T) \simeq \lambda_1 + \frac{b + z(T)}{T}, \quad (2.35)$$

где b – константа, а $z(T)$ – шум с нулевым средним. При произвольном начальном отклонении $\mathbf{w}(t_0)$ второе слагаемое в (2.35) будет затухать с увеличением T .

В сочетании с компактностью фазового пространства описывающей вращения КА системы уравнений положительность старшей ляпуновской экспоненты указывает на хаотичность динамики, а равенство нулю – на регулярность. С точки зрения практических вычислений критерий хаотичности формулируется как выход конечно-временной экспоненты на некоторый положительный уровень. В случае регулярной динамики будем наблюдать затухающие к нулю осцилляции.

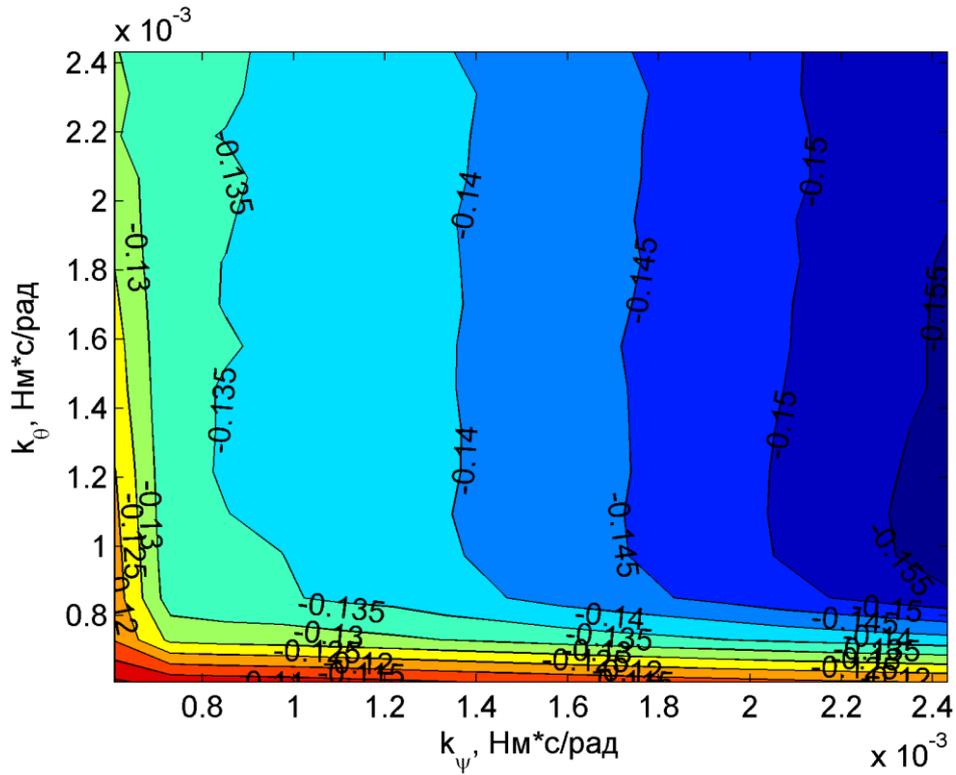
Поскольку при хаотической динамике расхождение даже между исходно близкими фазовыми траекториями очень быстро нарастает, на больших интервалах времени вычисление отношения под логарифмом в формуле (2.34) может приводить к серьезным ошибкам округления или вообще переполнению разрядной сетки. Такой

ситуации можно избежать с помощью свойства логарифма от произведения сомножителей: пусть, для определенности, численное интегрирование осуществляется на равномерной сетке $t_0, t_0 + \tau, \dots, t_0 + (n-1)\tau, t_0 + n\tau$; тогда

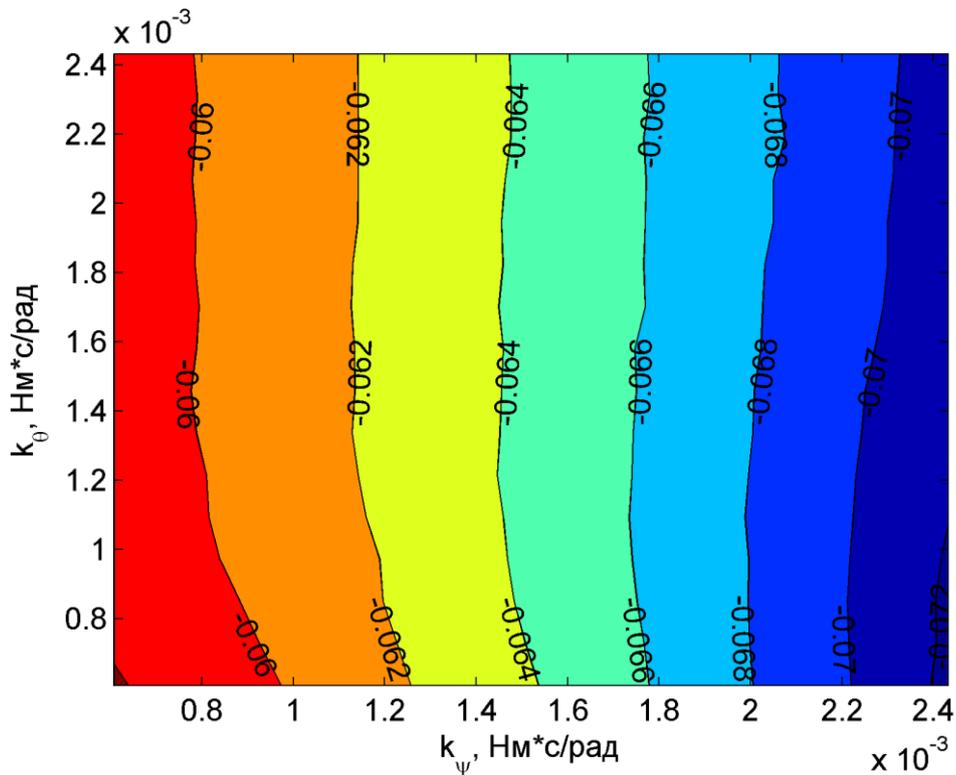
$$\begin{aligned} \Lambda_1(T) &= \frac{1}{T} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + T)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} = \frac{1}{n\tau} \ln \left(\frac{\|\mathbf{w}(t_0 + n\tau)\|}{\|\mathbf{w}(t_0 + (n-1)\tau)\|} \cdot \dots \cdot \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + \tau)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} \right) = \\ &= \frac{1}{n\tau} \sum_{i=1}^n \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + i\tau)\|}{\|\mathbf{w}(t_0 + (i-1)\tau)\|}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

и под каждым из n логарифмов стоит близкое к единице число. Для очень длительных интервалов времени большим может оказаться уже число $\|\mathbf{w}(t_0 + T)\|$, но в этом случае помогает процедура пошаговой нормировки вектора отклонения, подробное изложение которой приводится в [141] или [142].

На рисунках 2.12–2.15 приведены карты старших ляпуновских экспонент, построенных для четырех ССО со значениями MLTAN 12, 14, 16 и 18 часов на суточном и полусуточном интервалах при среднем уровне солнечной активности. Карты представляют собой визуализацию отображения $(k_\psi, k_\theta) \rightarrow \Lambda_1(T)$: на плоскости коэффициентов демпфирования k_ψ, k_θ показаны изолинии старшей ляпуновской экспоненты, дополненные соответствующей цветовой заливкой. Диапазон коэффициентов выбран так, что если скорость изменения углов прецессии и нутации не будет превосходить орбитальной (10^{-3} рад/с), то демпфирующий момент по величине будет меньше внешних моментов. Как показывают карты экспонент, во всем выбранном диапазоне вращения КА с парусом носят регулярный характер; значения старшей экспоненты убывают пропорционально длине интервала интегрирования. При низком уровне СА аэродинамический момент мал, что ухудшает свойства устойчивости вращений в ситуациях, когда Солнце освещает орбиту КА отвесно (под большим углом к ее плоскости). Это подтверждается и суточными картами ляпуновских экспонент (см. рисунки 2.16–2.19). При высоком уровне СА угловое движение еще более регулярно, чем при среднем уровне СА, и карты экспонент не приводятся.



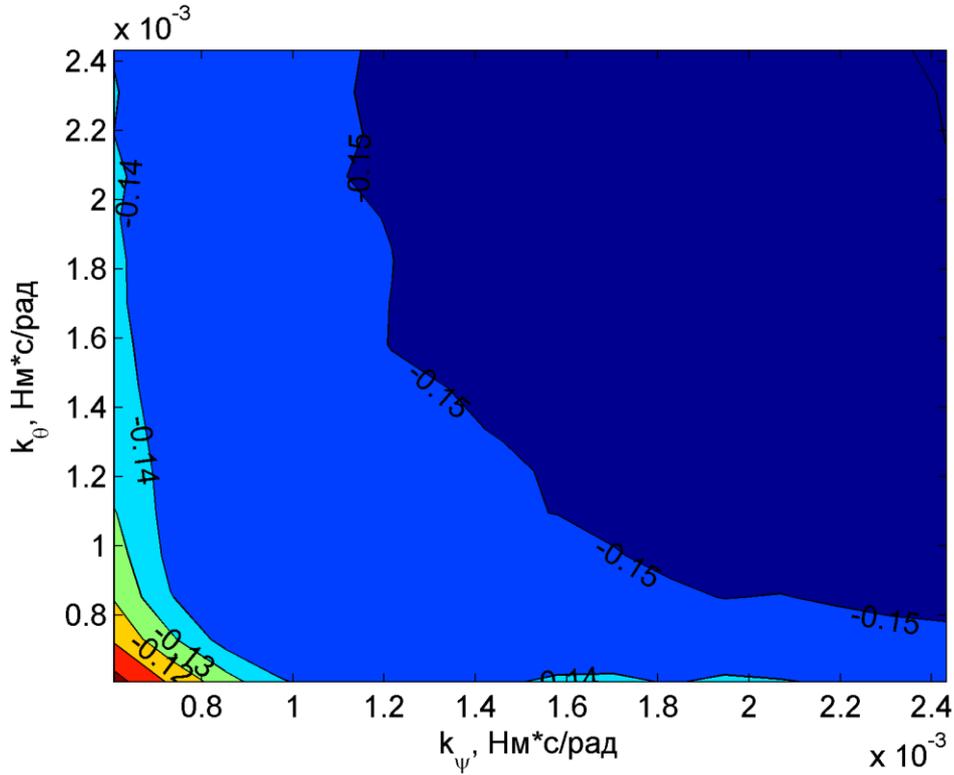
а) на полусуточном интервале времени



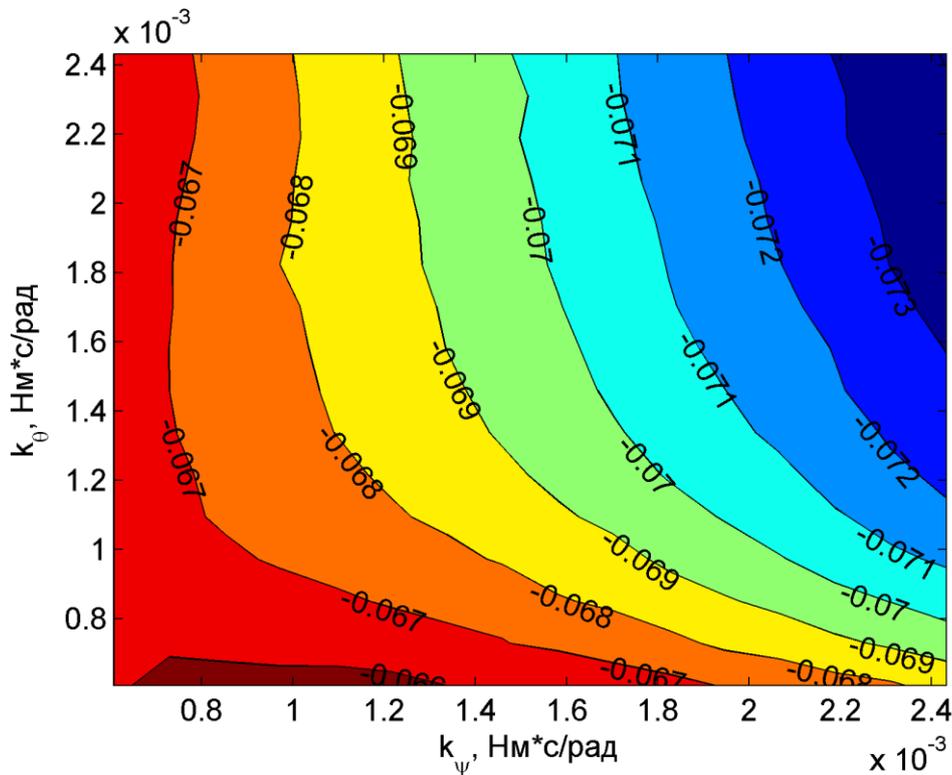
б) на суточном интервале времени

Рисунок 2.12 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 12 часов

Расчет выполнен для среднего уровня СА и скорости закрутки $\omega_\zeta = 0$



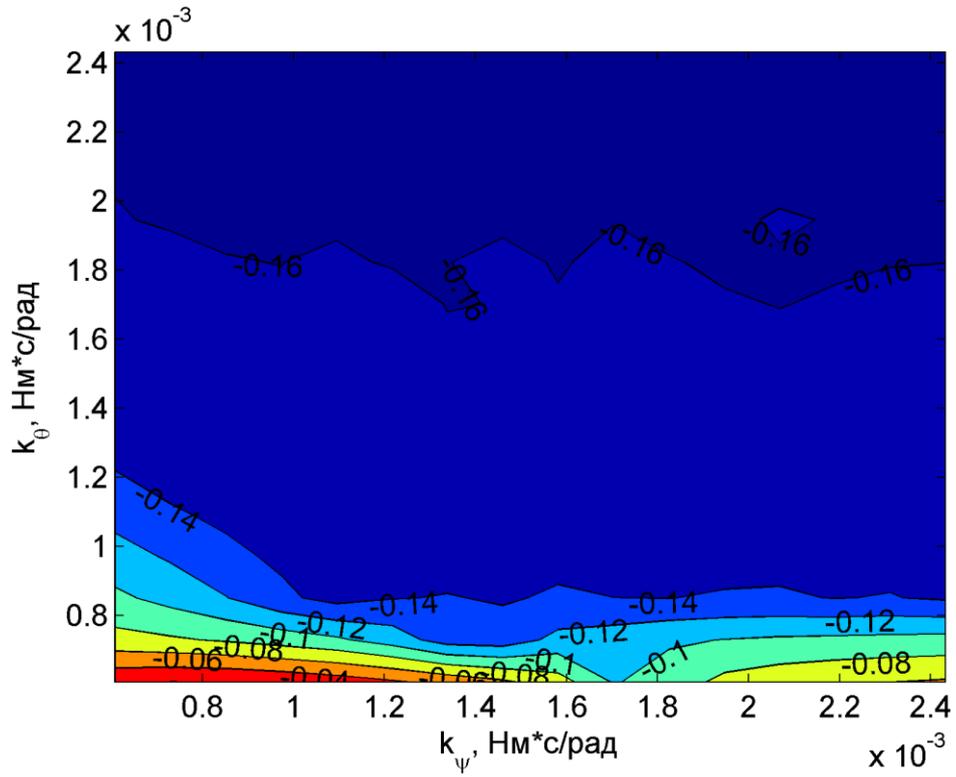
а) на полусуточном интервале времени



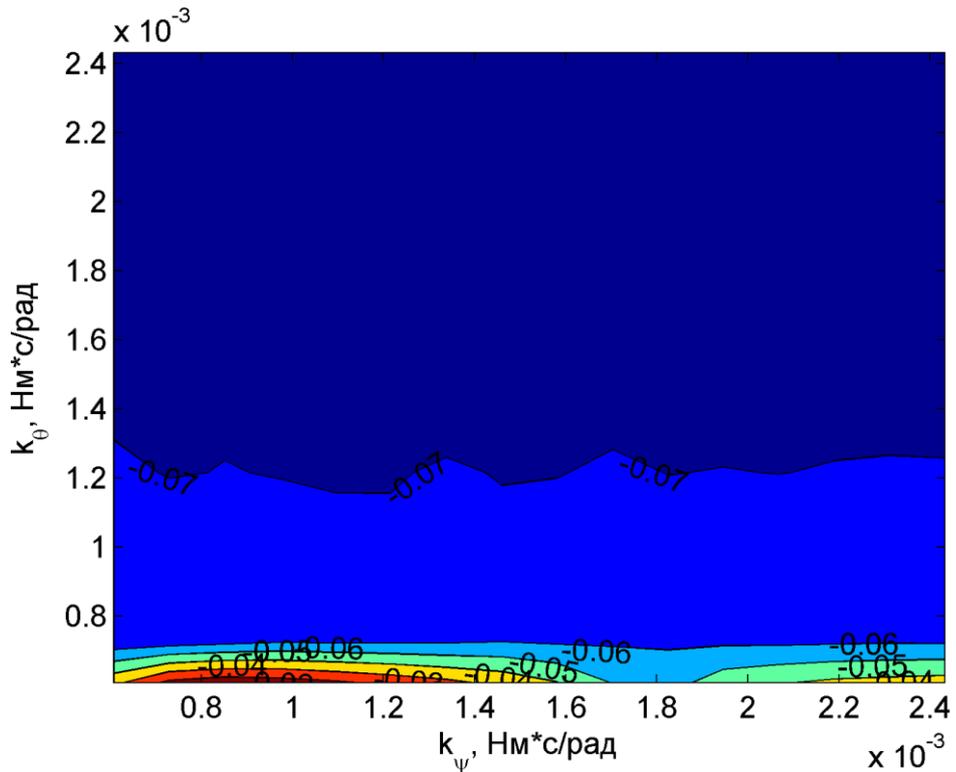
б) на суточном интервале времени

Рисунок 2.13 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 14 часов

Расчет выполнен для среднего уровня СА и скорости закрутки $\omega_z = 0$



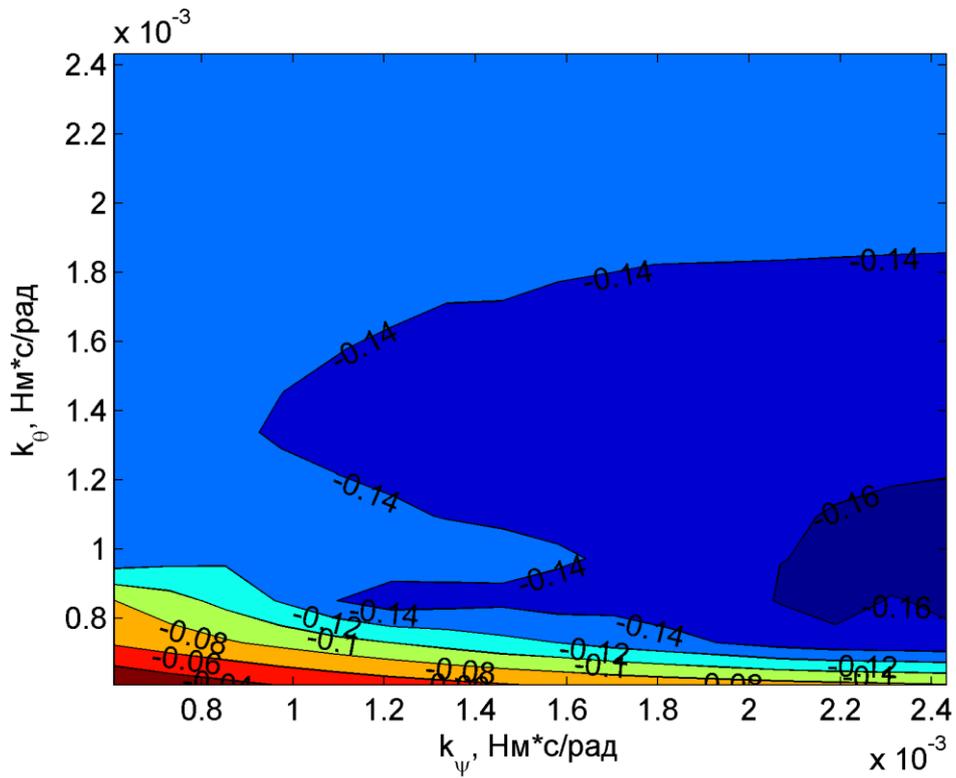
а) на полусуточном интервале времени



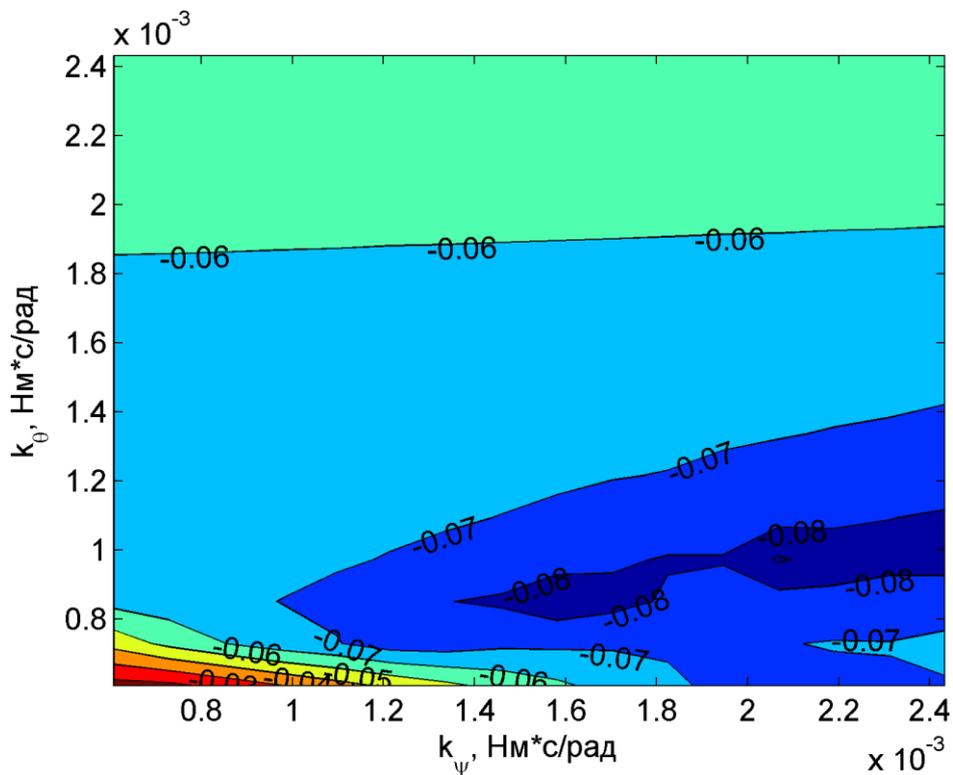
б) на суточном интервале времени

Рисунок 2.14 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 16 часов

Расчет выполнен для среднего уровня СА и скорости закрутки $\omega_\zeta = 0$



а) на полусуточном интервале времени



б) на суточном интервале времени

Рисунок 2.15 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 18 часов

Расчет выполнен для среднего уровня СА и скорости закрутки $\omega_\zeta = 0$

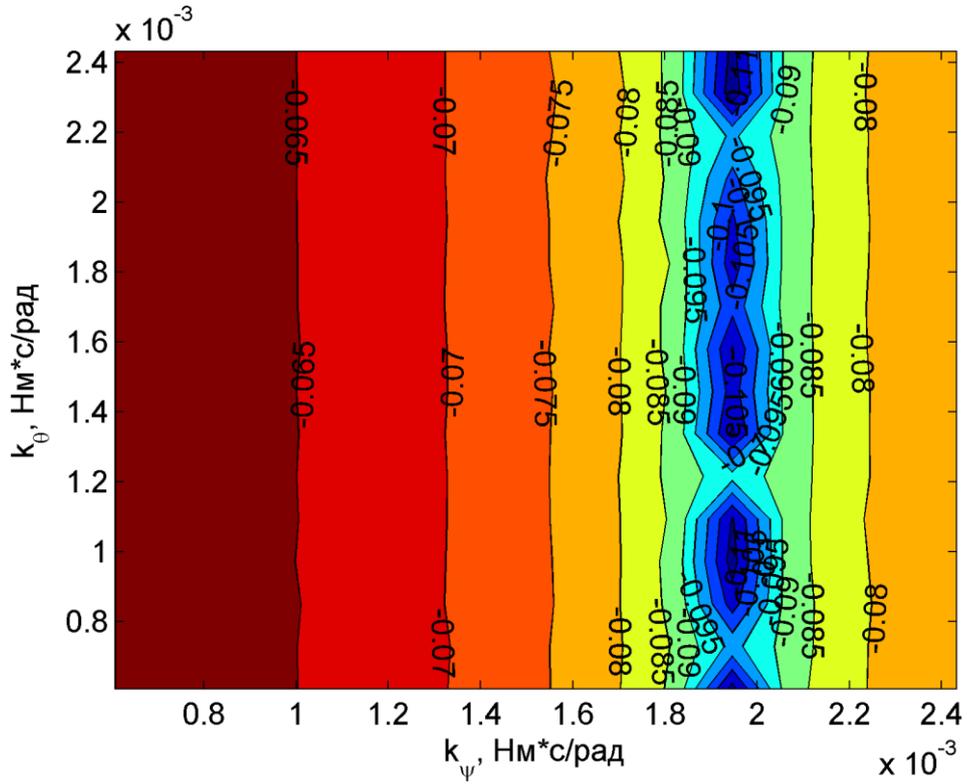


Рисунок 2.16 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 12 часов

Расчет выполнен для низкого уровня СА и скорости закрутки $\omega_z = 0$

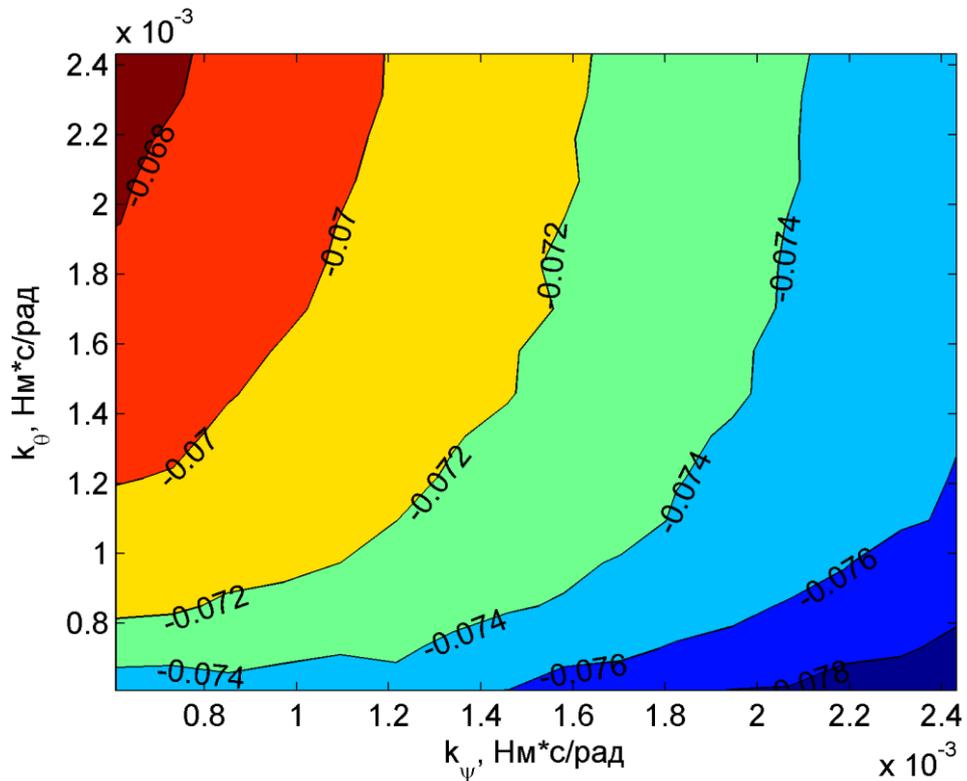


Рисунок 2.17 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 14 часов

Расчет выполнен для низкого уровня СА и скорости закрутки $\omega_z = 0$

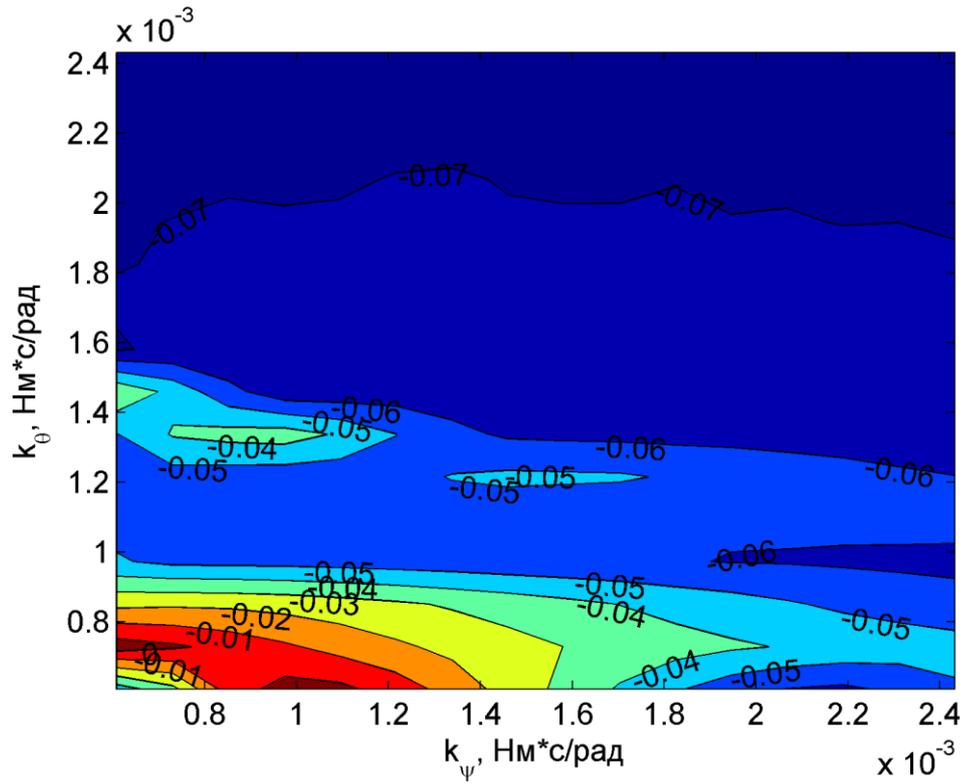


Рисунок 2.18 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 16 часов

Расчет выполнен для низкого уровня СА и скорости закрутки $\omega_z = 0$

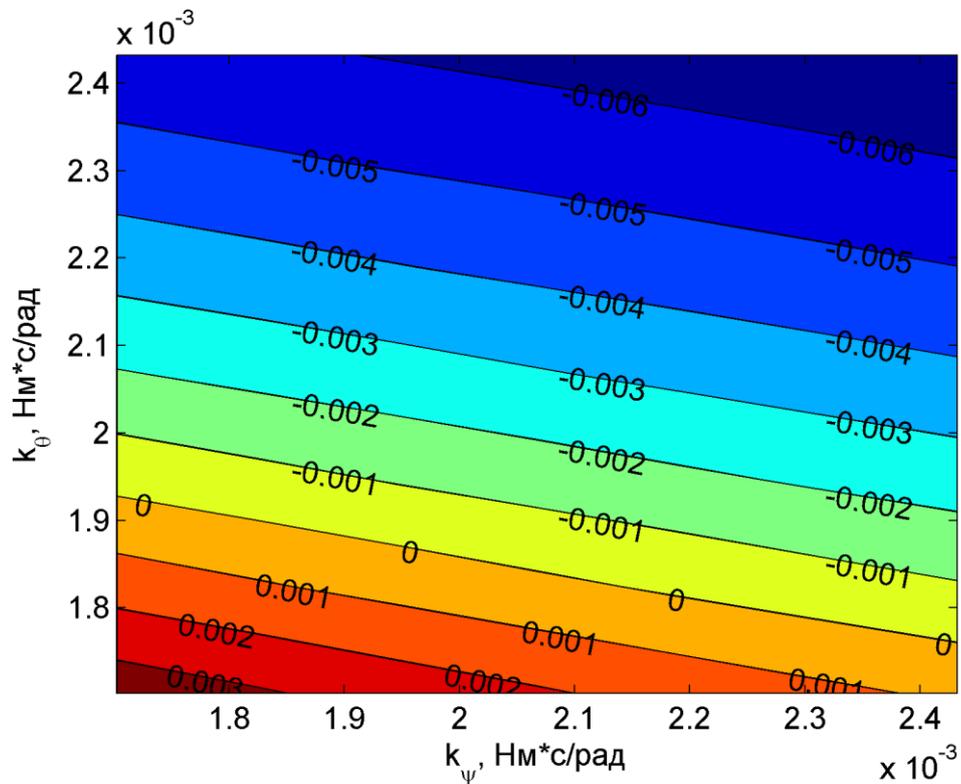


Рисунок 2.19 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 18 часов

Расчет выполнен для низкого уровня СА и скорости закрутки $\omega_z = 0$

В дальнейшем все вычисления проводятся с коэффициентами демпфирования $k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3}$ Нмс, которые позволяют обеспечить регулярность углового движения КА с парусом во всем диапазоне условий освещенности и при различных уровнях СА. Типичный вид эволюции углов ψ и θ , значения которых в начальный момент времени соответствовали случаю гиперболоидальной прецессии (т.е. $\psi = 180^\circ$ и $0 < \theta < 90^\circ$), показан на рисунке 2.20. Получающийся квазипериодический режим вращения КА естественно назвать *квазигиперболоидальной прецессией*. Средняя величина $\bar{\theta}$ угла нутации в процессе движения нормали паруса, зависит как от положения Солнца относительно плоскости орбиты, так и от уровня СА. Модифицировать $\bar{\theta}$ можно изменением скорости закрутки КА ω_ζ , которая до сих пор считалась равной нулю. Однако необходимо быть аккуратным: как и для классической гиперболоидальной прецессии, устойчивость квазигиперболоидальной прецессии пропадает приблизительно при скоростях закрутки, превосходящих по модулю орбитальную скорость $\omega_0 \sim 10^{-3}$ рад/с (см. рисунок 2.21). Подробнее о влиянии закрутки КА с парусом на эффективность увода с орбиты будет сказано ниже. Если не оговорено иное, скорость закрутки в численных экспериментах полагалась нулевой.

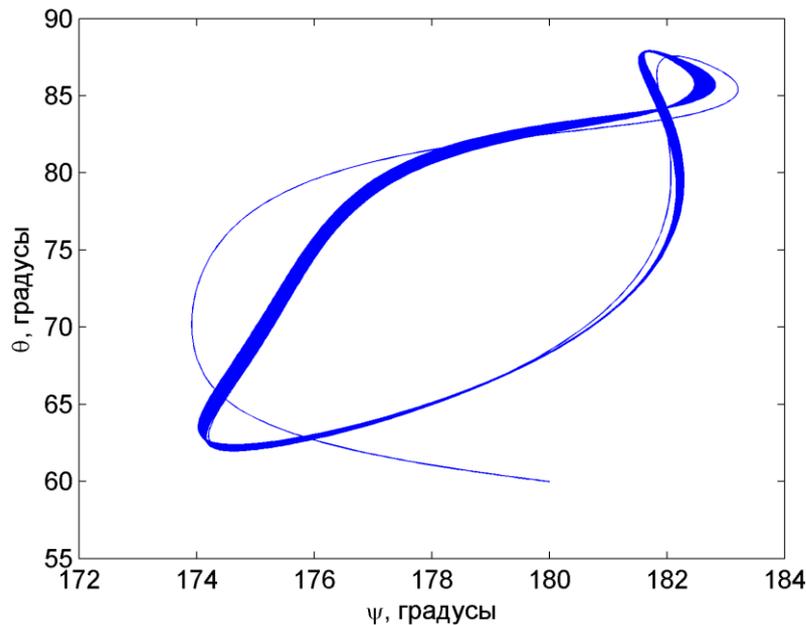


Рисунок 2.20 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации

Расчет выполнен для ССО с MLTAN 16 часов при $k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3}$ Нмс

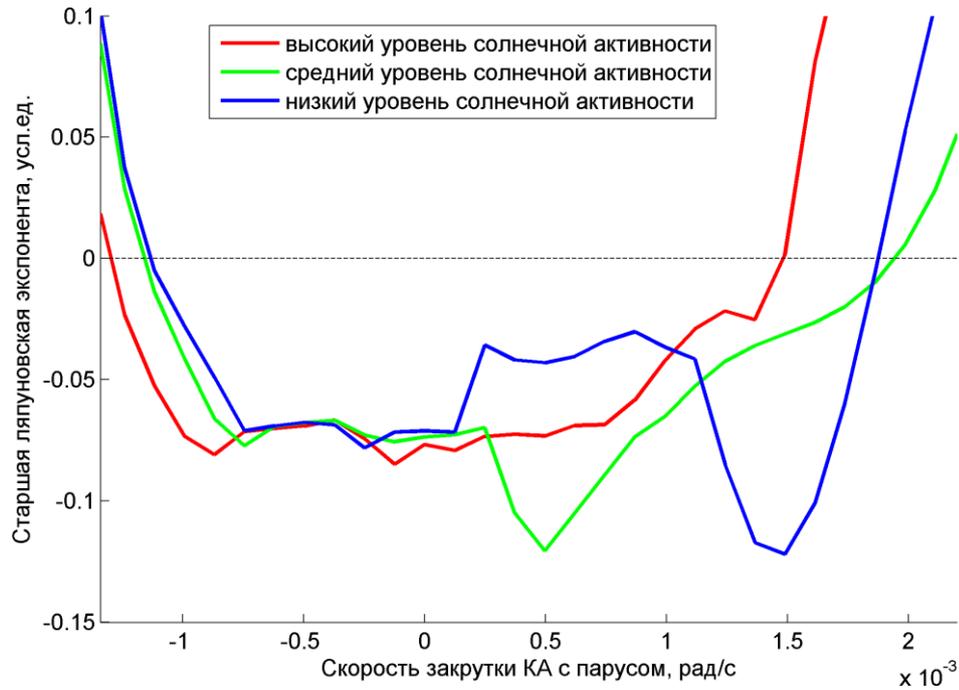


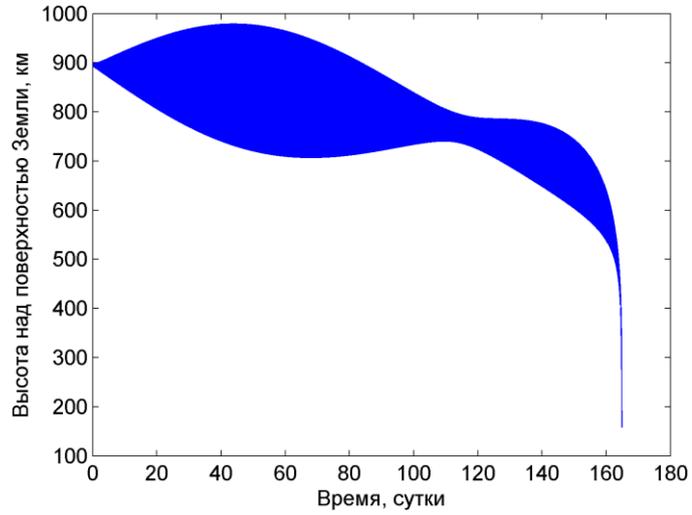
Рисунок 2.21 – Старшая ляпуновская экспонента как функция скорости закрутки

Расчет выполнен для ССО с MLTAN 16 часов при $k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3}$ Нмс

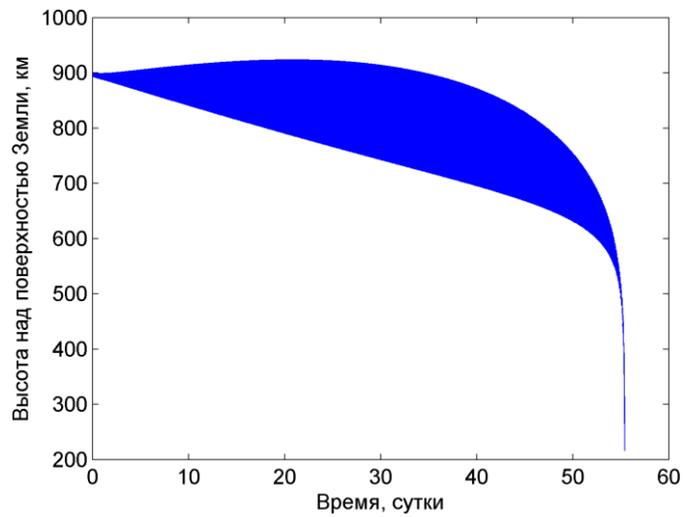
2.6 Численные результаты

Проанализируем кривые эволюции оскулирующей высоты орбиты КА с парусом, получаемые численным интегрированием системы уравнений орбитального и углового движения (2.5), (2.6) и (2.30). Представленные на рисунках 2.22–2.25, кривые хорошо демонстрируют характер изменений элементов орбиты, индуцируемых силой светового давления и сопротивлением атмосферы при квазигипербоидальном режиме вращения КА.

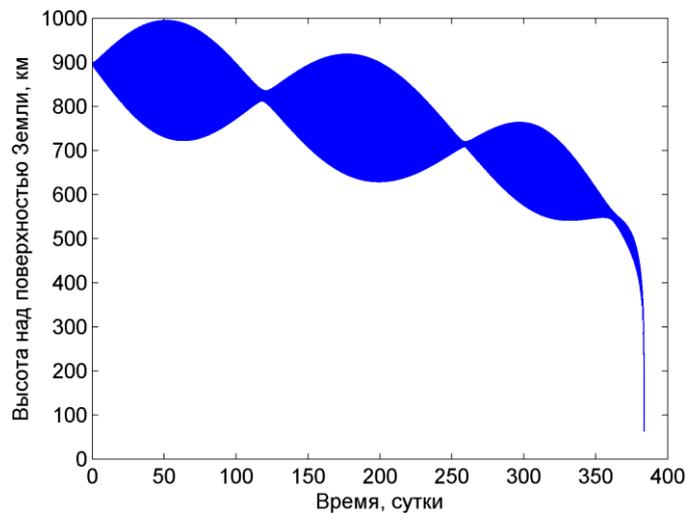
Начнем с очевидного свойства: продолжительность увода КА с орбиты значительно увеличивается в случае понижения уровня СА и, как следствие, уменьшения плотности атмосферы. Атмосферное сопротивление, незначительное на начальном этапе спуска, в последующем начинает играть все более важную роль. По мере увеличения аэродинамического момента угол нутации тоже увеличивается, и квазигипербоидальная прецессия трансформируется в режим стабилизации по набегавшему потоку с $\theta = 90^\circ$ (см. рисунок 2.26, а). Отметим попутно, что производные $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$, как следует из рисунка 2.26, б, не превышают по величине половину орбитальной скорости и демпфирующий момент мал в сравнении с внешними моментами.



а) при среднем уровне СА

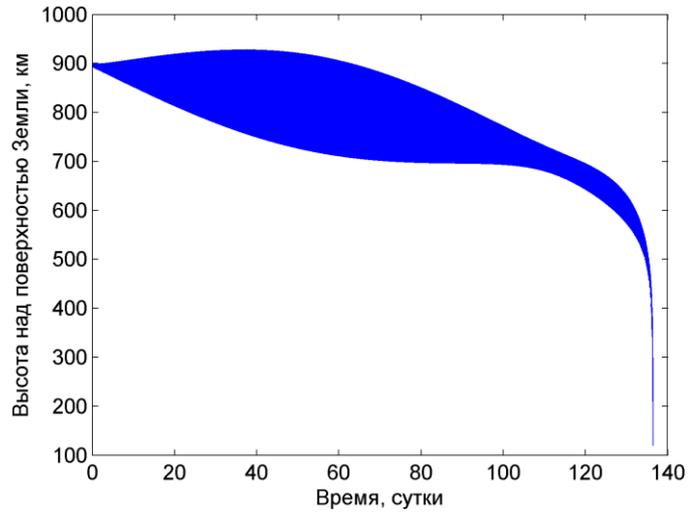


б) при высоком уровне СА

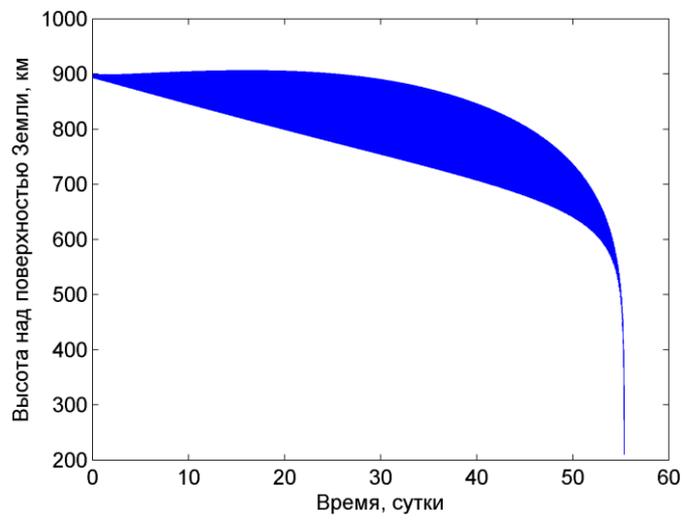


в) при низком уровне СА

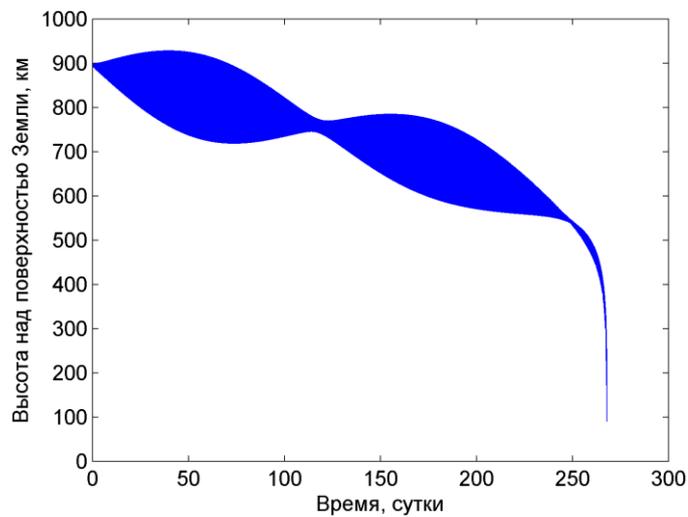
Рисунок 2.22 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 12 часов



а) при среднем уровне СА

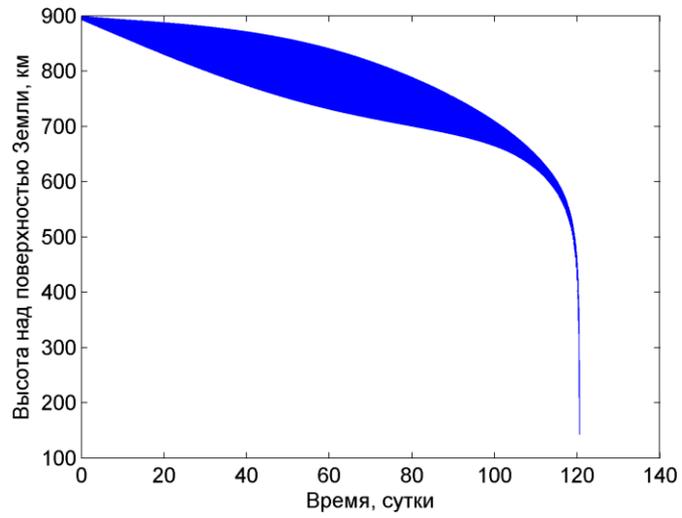


б) при высоком уровне СА

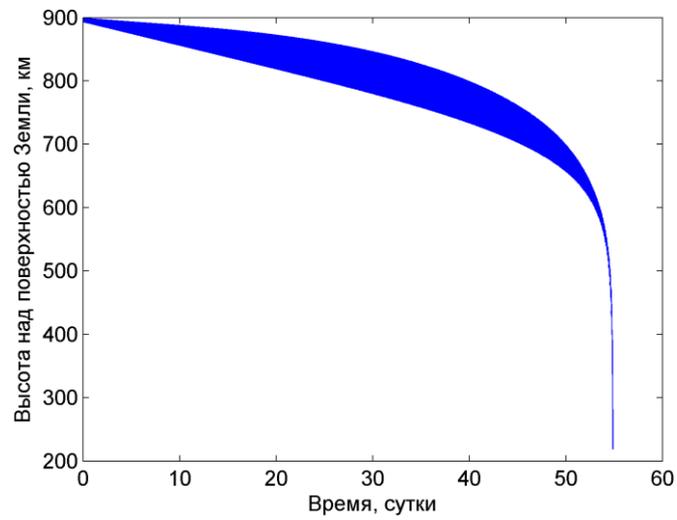


в) при низком уровне СА

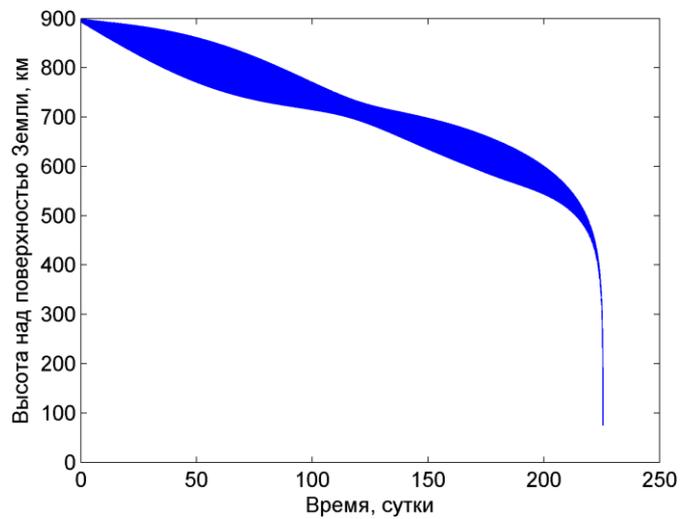
Рисунок 2.23 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 14 часов



а) при среднем уровне СА

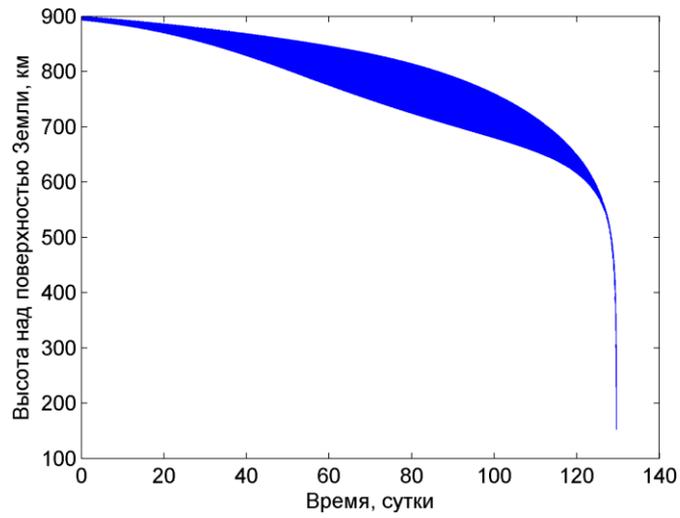


б) при высоком уровне СА

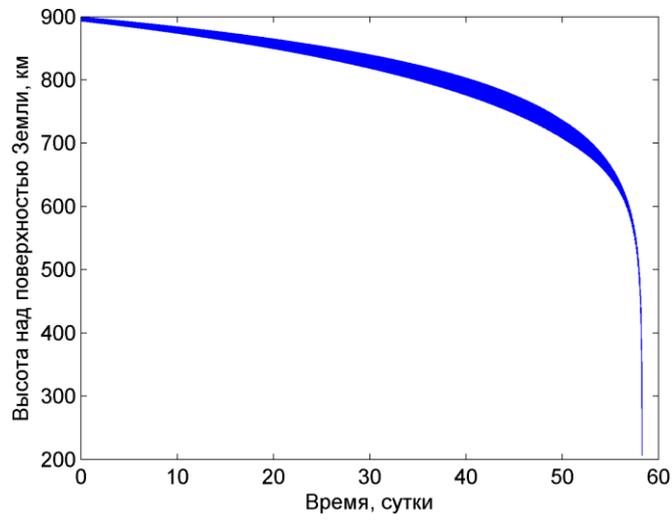


в) при низком уровне СА

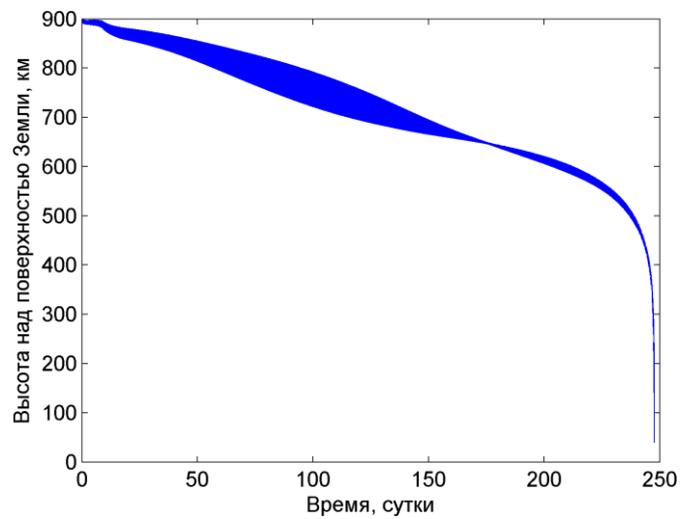
Рисунок 2.24 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 16 часов



а) при среднем уровне СА

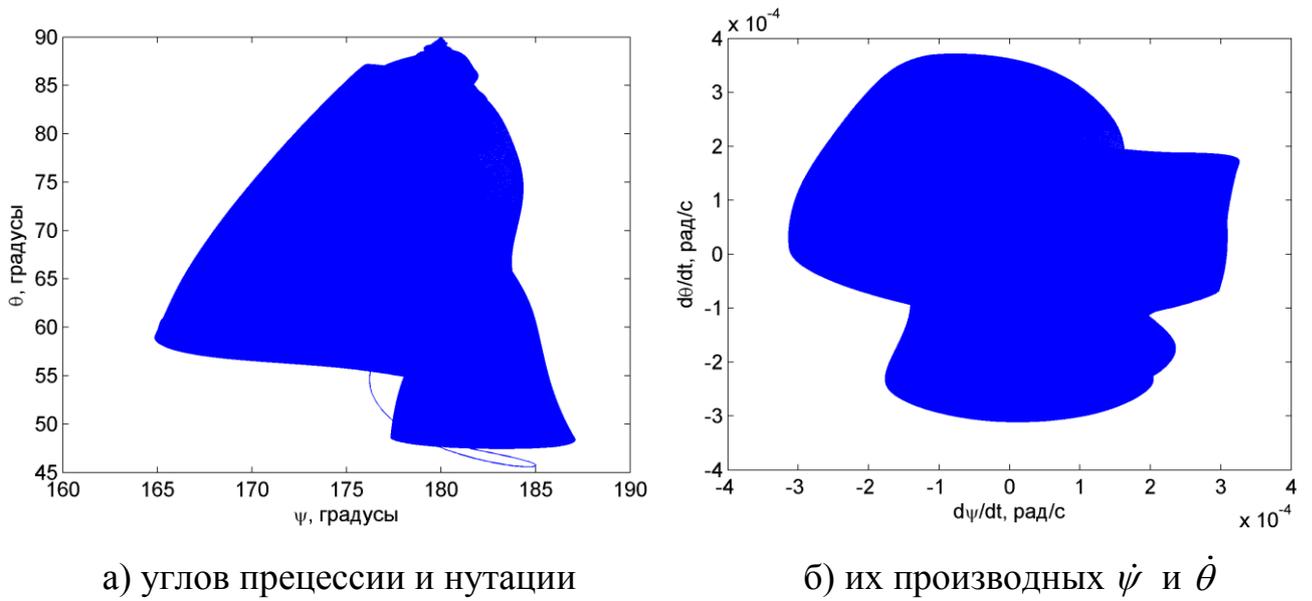


б) при высоком уровне СА



в) при низком уровне СА

Рисунок 2.25 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов



а) углов прецессии и нутации

б) их производных $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$

Рисунок 2.26 – Типичный характер эволюции квазигипербоидальной прецессии

Расчет выполнен для ССО с MLTAN 14 часов при $\omega_\zeta = 3.3 \cdot 10^{-4}$ рад/с

Второе наблюдение заключается в существенно большей эффективности силы светового давления для увода с орбит, освещаемых Солнцем отвесно или почти отвесно (в нашем случае – 16-часовой и 18-часовой ССО). Если же, напротив, Солнце практически лежит в плоскости орбиты, то давление света приводит лишь к возрастанию эксцентриситета. Также на графиках четко выделяются долгопериодические колебания эксцентриситета с периодом от 110 до 150 суток, обусловленные вращением линии апсид под влиянием второй зональной гармоники геопотенциала. В самом деле, темп дрейфа линии апсид для ССО высотой 900 км составляет 2.8 градуса в сутки, что и соответствует периоду около 130 суток.

Упомянувшийся выше инструмент – изменение скорости закрутки КА – может значительно ускорить процесс снижения высоты орбиты путем настройки среднего значения угла нутации $\bar{\theta}$. Увеличение скорости закрутки ведет к уменьшению угла нутации. Оптимальное значение $\bar{\theta}$ зависит от ориентации плоскости орбиты относительно вектора на Солнце, которая целиком характеризуется углом θ_s . Для количественного описания эффективности удобно ввести средний КПД силы светового давления на освещенном участке орбиты – величину, равную отношению среднего значения «полезной» тормозящей компоненты силы давления к максимальной силе

давления света на идеальный (зеркально отражающий) парус. Несколько консервативная оценка длины освещенного участка как половины витка с $\pi \leq \psi_s \leq 2\pi$ ведет, в сочетании с выражениями (2.1), (2.12), (2.13) и допущениями $\bar{\psi} \approx \pi$, $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \approx n_y v$, к формуле

$$\overline{КПД}(\bar{\theta}, \theta_s) = -\frac{(\mathbf{F}_{SRP} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/v)}{2PA} \approx \frac{r_s \sin \bar{\theta}}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} f(\psi_s, \bar{\psi}, \theta_s, \bar{\theta}) \Big|_{\bar{\psi}=\pi} d\psi_s, \quad (2.37)$$

где

$$f(\psi_s, \bar{\psi}, \theta_s, \bar{\theta}) = |\cos \theta_s \cos \bar{\theta} + \sin \theta_s \sin \bar{\theta} \cos(\bar{\psi} - \psi_s)| \times \\ \times [\cos \theta_s \cos \bar{\theta} + \sin \theta_s \sin \bar{\theta} \cos(\bar{\psi} - \psi_s)]. \quad (2.38)$$

Графики функций $\overline{КПД} = \overline{КПД}(\bar{\theta})$ при различных θ_s собраны на рисунке 2.27. Для 18-часовой ССО угол θ_s равен в среднем 16° и не превосходит 33° . Поэтому совсем небольшая скорость закрутки $\omega_\zeta = 1.1 \cdot 10^{-4}$ рад/с, уменьшающая $\bar{\theta}$ с почти 85° (см. рисунок 2.28, а) до $45-50^\circ$ (рисунок 2.28, б), выгодным образом сказывается на продолжительности увода КА с орбиты – он ускоряется со 128 до 92 суток (см. рисунок 2.29, а-б).

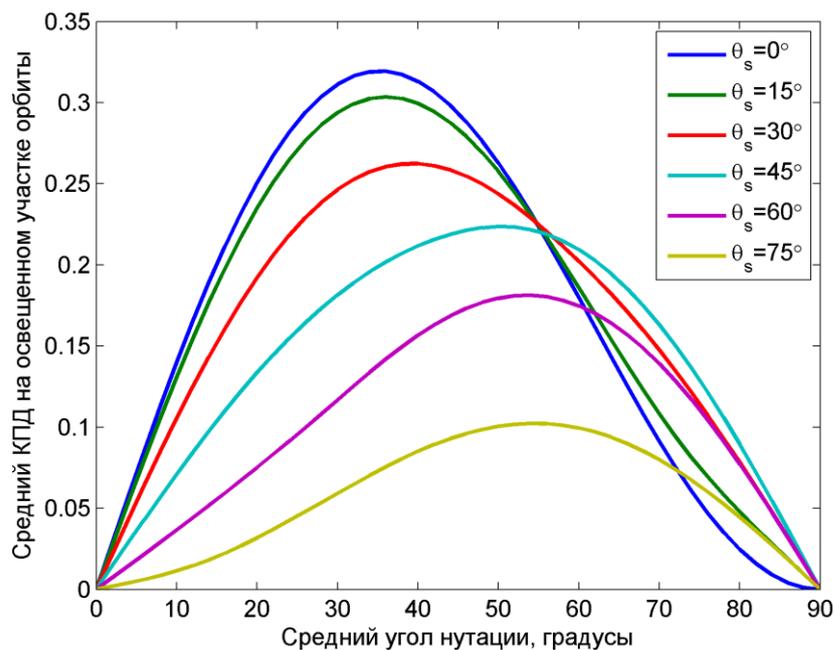


Рисунок 2.27 – КПД силы светового давления как функция среднего угла нутации

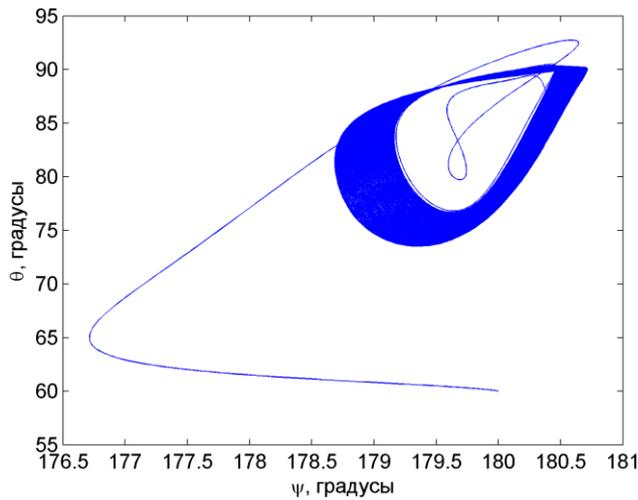
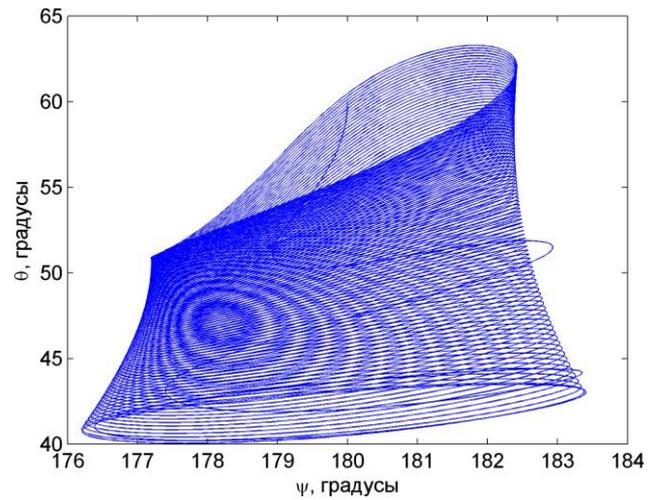
а) при $\omega_\zeta = 0$ рад/сб) при $\omega_\zeta = 1.1 \cdot 10^{-4}$ рад/с

Рисунок 2.28 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации
 Расчет выполнен для ССО с MLTAN 18 часов при среднем уровне СА

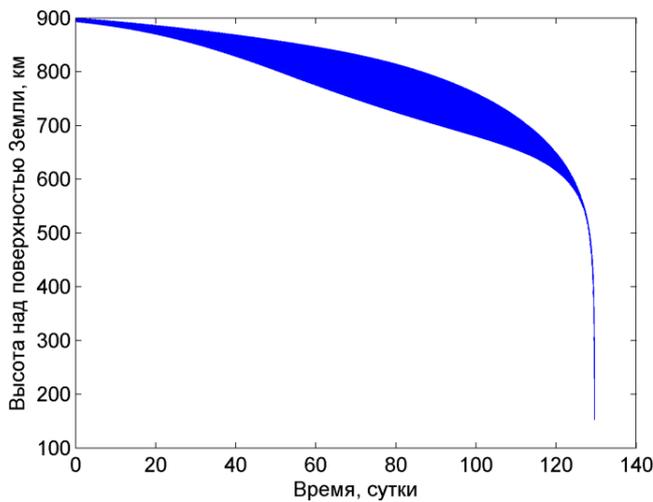
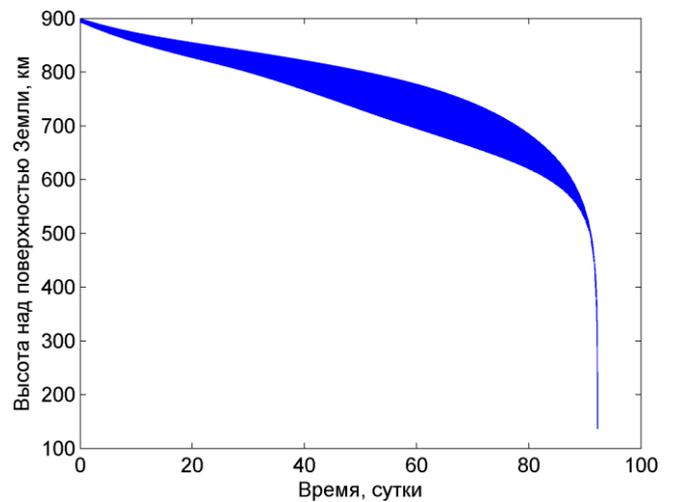
а) при $\omega_\zeta = 0$ рад/сб) при $\omega_\zeta = 1.1 \cdot 10^{-4}$ рад/с

Рисунок 2.29 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов (средний уровень СА)

Несмотря на то, что малость θ_s (близость вектора на Солнце и нормали к плоскости орбиты) позволяет использовать силу светового давления более эффективно, реализация режима квазигиперболоидальной прецессии для КА на орбите, освещаемой под отвесным углом, может быть затруднена ввиду потери устойчивости, особенно при низком уровне СА. Как показали Д. Лоуренс и М. Уортон в частном случае ортогональности вектора на Солнце и плоскости орбиты, условие устойчивости положения равновесия нормали паруса $\psi = 180^\circ$, $0 < \theta < 90^\circ$ заключается в том, что

разность характерных величин солнечного и аэродинамического моментов меньше значения $I_t \omega_0^2$. При выполнении обратного неравенства устойчивым становится положение паруса вдоль нормали к плоскости орбиты, то есть режим типа цилиндрической прецессии. С точки зрения теории динамических систем происходит *бифуркация обмена устойчивостью (транскритическая бифуркация)*. Это явление имеет место и при отличии θ_s от нуля. Для ССО с MLTAN 18 часов потерю устойчивости квазигиперболоидальной прецессии иллюстрирует рисунок 2.30, а.

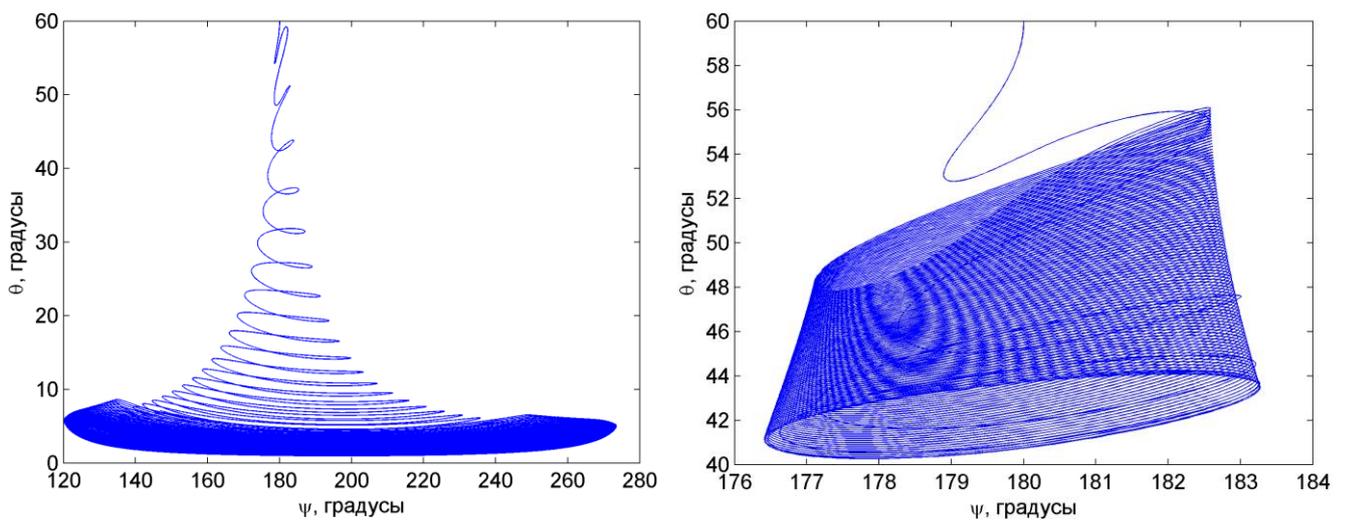
Избежать бифуркации обмена устойчивостью можно, приложив малый потенциальный момент

$$\mathbf{T}_p = -k_p |\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{n}| \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{n}, \quad (2.39)$$

который стремится совместить нормаль паруса с требуемым положением $\hat{\mathbf{n}}$. Соответствующие $\hat{\mathbf{n}}$ значения углов прецессии и нутации логично задать в форме $\psi = \pi$ и $\theta = \hat{\theta}$. Стабилизированный квазипериодический режим, получающийся в присутствии потенциального управления (*П-управления*) вида (2.39) с $\hat{\theta} = 50^\circ$ и

$$k_p = 0.1 \cdot (1 - r_s) PAd, \quad (2.40)$$

изображен на рисунке 2.30, б.



а) без П-управления

б) с П-управлением (10% от T_s , $\hat{\theta} = 50^\circ$)

Рисунок 2.30 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации

Расчет выполнен для ССО с MLTAN 18 часов при низком уровне СА

Перейдем к важному вопросу чувствительности квазигиперболоидальной прецессии к начальным условиям углового движения, а также геометрическим и оптическим параметрам системы. И вновь все зависит от соотношения между внешними моментами. На орбитах не выше 900 км при нулевой либо небольшой положительной скорости закрутки ω_ζ существует лишь один устойчивый квазипериодический режим – типа благоприятной для деорбитинга квазигиперболоидальной прецессии. Переход к нему при различных начальных значениях угла нутации θ_0 , осуществляющийся максимум за несколько витков, показан на рисунках 2.31, а-г.

Отметим, что с малой отрицательной скоростью закрутки КА можно стабилизировать другой квазипериодический режим вблизи противоположной ориентации нормали $\bar{\psi} = 0^\circ$, $90 < \bar{\theta} < 180^\circ$. По сути это – тоже квазигиперболоидальная прецессия, приводящая к уменьшению высоты орбиты, но модуль с бортовыми системами и полезной нагрузкой будет закрыт от Солнца мембраной паруса на всем витке или, по крайней мере, большей его части. Панели солнечных батарей придется при этом располагать с обратной стороны паруса, что не очень удобно по инженерным соображениям.

Изменение величины смещения центра давления от центра масс спутника влечет пропорциональное изменение солнечного и аэродинамического моментов. Амплитуда отклонений углов прецессии и нутации от средних значений $\bar{\psi}$ и $\bar{\theta}$ соответственно убывает (рисунок 2.32, а) либо возрастает (рисунок 2.32, б), а в пределе, когда центр давления и центр масс КА с парусом совпадают, квазигиперболоидальная прецессия переходит в классическую гиперболоидальную. Избыточно большое смещение d может повлечь разрушение квазипериодического режима вращения.

Деградация поверхности паруса, неизбежная в жестких условиях космоса, выражается обычно в постепенном «помутнении» его мембраны – уменьшении коэффициента зеркального отражения и увеличении коэффициентов поглощения и диффузного отражения. Основное влияние деградация оказывает на угловое движение: момент силы светового давления пропорционален $1 - r_s$ и при даже незначительном снижении r_s резко растет, видоизменяя режим вращения (см. рисунок 2.33).

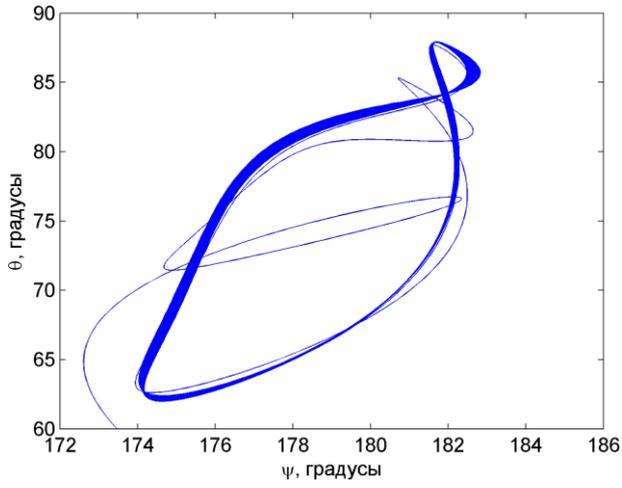
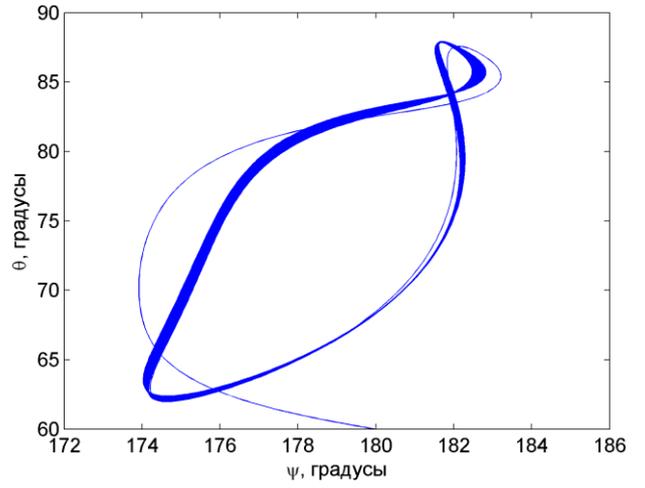
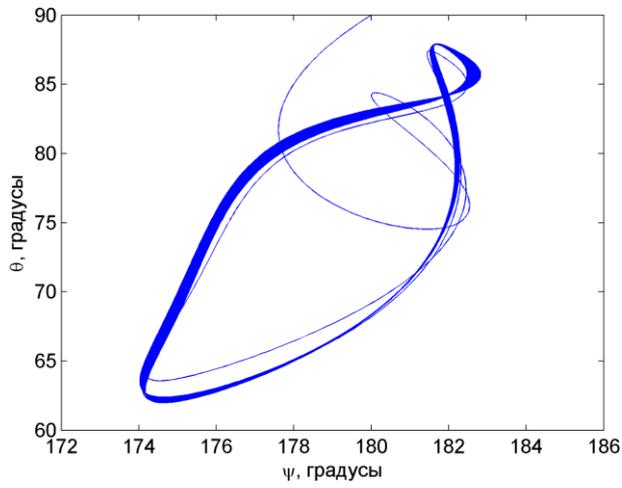
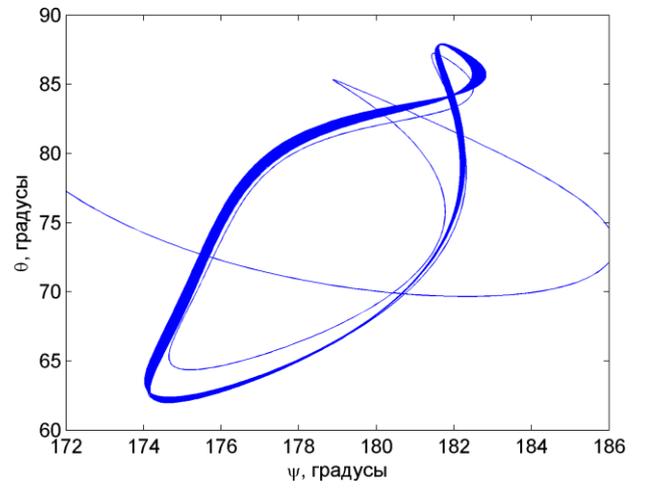
а) $\theta_0 = 30^\circ$ б) $\theta_0 = 60^\circ$ в) $\theta_0 = 90^\circ$ г) $\theta_0 = 120^\circ$

Рисунок 2.31 – Чувствительность режима вращения к начальным условиям

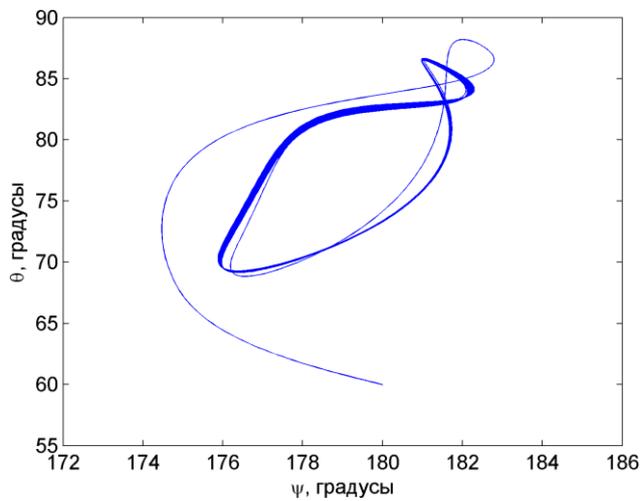
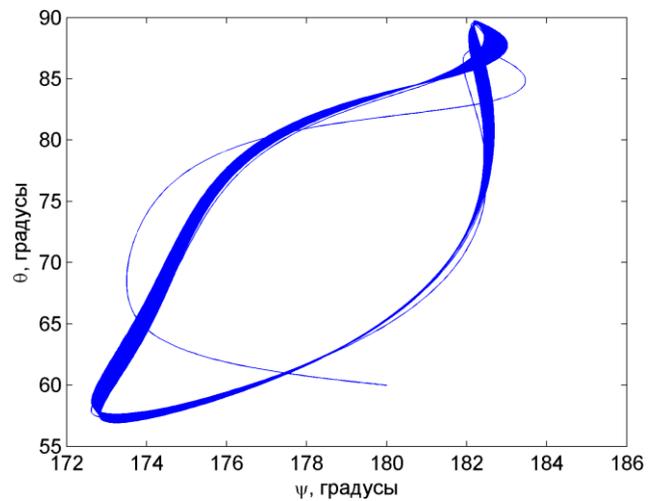
а) $d = 10$ смб) $d = 15$ см

Рисунок 2.32 – Чувствительность режима вращения к смещению центра давления

по набегающему потоку (режим в планирующихся миссиях LightSail-1, Gossamer и CubeSail) для 18-часовой ССО (рисунок 2.35, а-б) с эволюцией орбитальной высоты при квазигиперболоидальной прецессии КА с парусом (см. рисунок 2.29, а-б) показывает колоссальный выигрыш в скорости увода с орбиты. Длительность операции деорбитинга, даже с максимальным использованием атмосферного торможения, на 70-135% больше, чем в предложенном режиме. Выгодность проявляется еще более выпукло при низком уровне СА, когда выигрыш в длительности доходит до 200%.

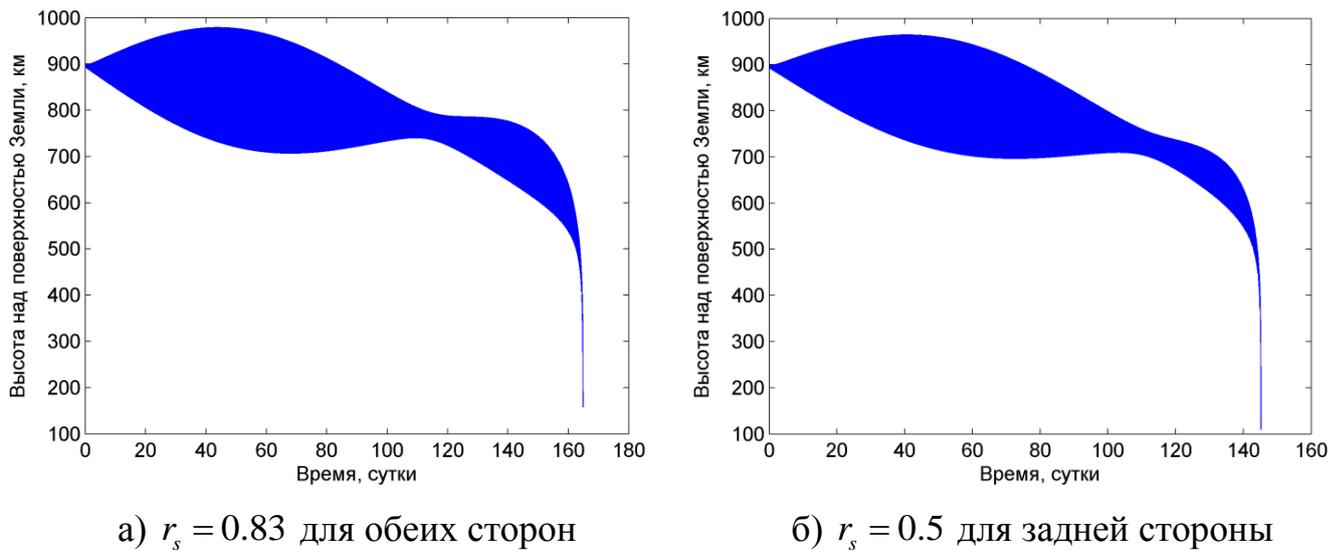


Рисунок 2.34 – Эволюция высоты орбиты при использовании паруса а) с одинаковыми и б) с разными оптическими свойствами передней и задней поверхностей

Расчет выполнен для ССО с MLTAN 12 часов при среднем уровне СА

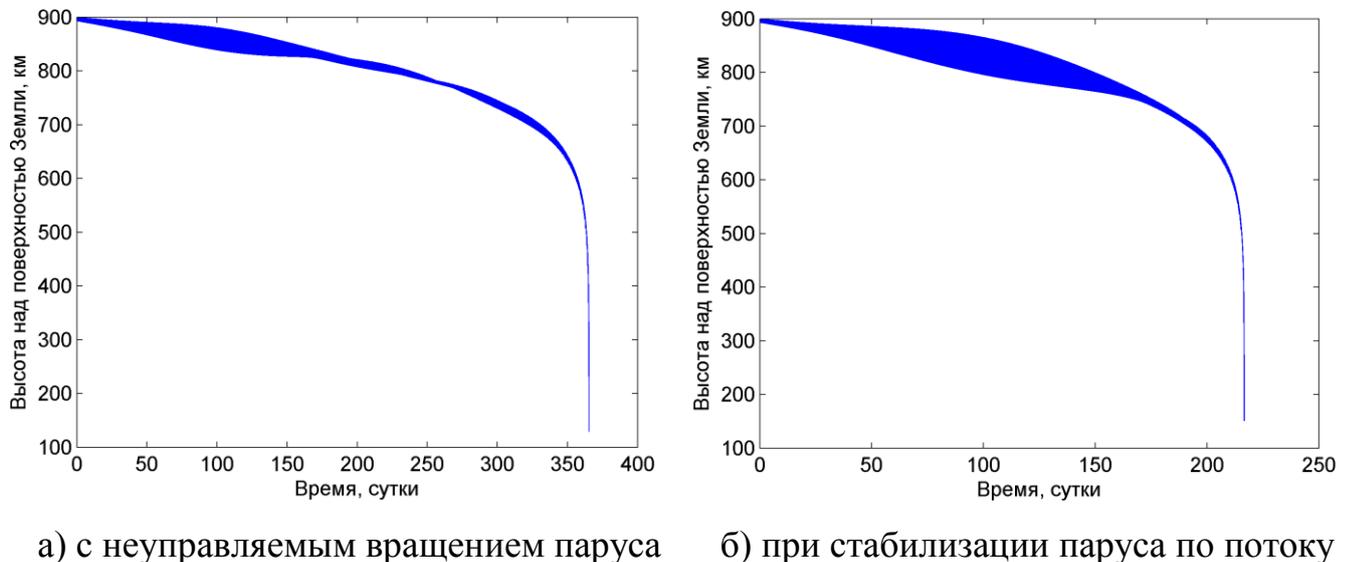


Рисунок 2.35 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов (средний уровень СА)

Преимущество квазигиперболоидальной прецессии заключено не только в выигрыше в скорости увода спутника с орбиты, но и, что не менее важно, в экономичности управления угловым движением КА с парусом, требуемого для поддержания благоприятного квазипериодического режима. Максимальная величина демпфирующего момента примерно равна $2 \cdot 10^{-6}$ Нм и легко обеспечивается даже миниатюрными токовыми катушками для кубсатов с дипольным моментом 0.2 Ам^2 [143]. Неполная управляемость угловым движением, связанная с невозможностью создания с помощью катушек момента вдоль вектора геомагнитной индукции, не отражается критическим образом на устойчивости квазигиперболоидальной прецессии. На рисунке 2.36, а показана недельная эволюция углов прецессии и нутации при наличии демпфирующего момента

$$\begin{aligned} T_{\xi} &= -k_d I_t (\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi |\cos u|), \\ T_{\eta} &= -k_d I_t (\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi |\cos u|), \end{aligned} \quad (2.41)$$

где $k_d = k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3}$ Нмс. Так как все ССО – околполярные орбиты, вектор индукции на всем витке лежит практически в плоскости орбиты и вращается в ОСК с орбитальной частотой. Добавление множителя $|\cos u|$ имитирует плохую управляемость по углу нутации вблизи точек орбиты $u = \pi/2$, $u = 3\pi/2$. Рисунок 2.36, б, демонстрирующий эволюцию высоты орбиты с управлением (2.41), полностью идентичен рисунку 2.24, а.

Затраты электрической энергии на генерацию демпфирующего момента двумя токовыми катушками, расположенными вдоль поперечных осей КА, не превышают 0.5 Вт, что гораздо ниже требований режима стабилизации КА по потоку.

Работает предложенный метод и в задаче увода с других типов орбит, не являющихся солнечно-синхронными. Условия освещенности для произвольной орбиты могут значительно изменяться со временем, но в любой момент будут близки к одному из рассмотренных случаев ССО. Пример квазигиперболоидальной прецессии КА с парусом на околкруговой орбите высотой 900 км и наклоном 56° изображен на рисунке 2.37, а. Соответствующая кривая эволюции высоты орбиты КА при

среднем уровне СА приведена на рисунке 2.37, б. Кардинальное изменение условий освещенности орбиты аппарата вроде перехода Солнца в другое полупространство относительно ее плоскости могут вынудить сделать «перенастройку» среднего значения угла нутации $\bar{\theta}$, управляя скоростью закрутки либо варьируя смещение центра давления от центра масс КА.

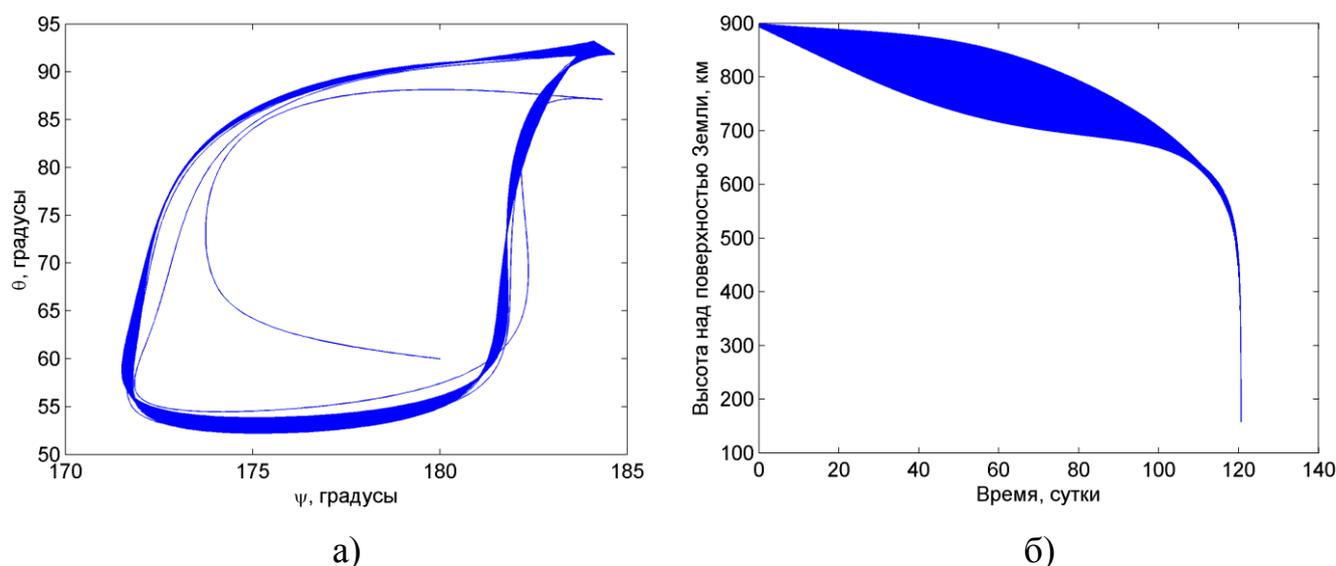


Рисунок 2.36 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации (а) и эволюция высоты орбиты (б) спутника с активной магнитной системой ориентации
 Расчет выполнен для ССО с MLTAN 16 часов при среднем уровне СА

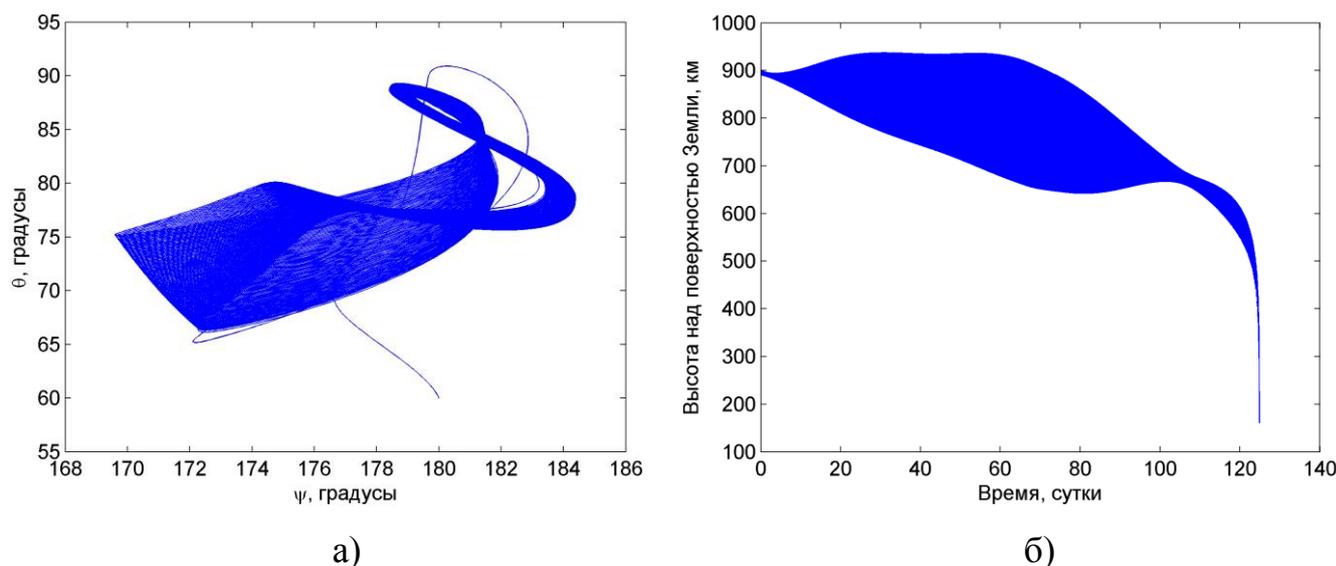


Рисунок 2.37 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации (а) и эволюция высоты орбиты (б) КА с исходной орбитой высотой 900 км и наклоном 56°
 Расчет выполнен для начального значения долготы восходящего узла $\Omega_0 = 60^\circ$

2.7 Выводы и комментарии к главе

Максимально эффективное использование естественных внешних моментов – гравитационного, светового давления и аэродинамического – позволяет реализовывать режим квазигиперболоидальной прецессии с минимальными энергетическими затратами. Быстрота прохождения спутником при спуске с орбиты наиболее загрязненного эшелона высот 700-1000 км выгодно отличает предложенный способ увода от стабилизации паруса по набегающему потоку: резко сокращается уже знакомый показатель АТР – произведение длительности полета на эффективную площадь миделева сечения, причем по причине уменьшения как первого, так и второго множителя. Пропорционально сокращается риск столкновения КА с фрагментами космического мусора. Кроме того, в результате ускорения операции увода удлиняется на соответствующую величину *срок эксплуатации КА (срок его активного существования за вычетом длительности спуска с орбиты)*, уменьшается вероятность выхода из строя отдельных бортовых систем в ходе операции, понижаются экономические затраты на ее наземное сопровождение.

Режим квазигиперболоидальной прецессии обладает универсальностью по отношению к массогабаритным параметрам КА и паруса. Увеличение массы аппарата или уменьшение площади мембраны паруса приведет только к трансформации квазигиперболоидальной прецессии в классическую гиперболоидальную. Поэтому открытый способ увода применим в равной мере и для микро- и миниспутников. Вместо паруса могут также использоваться разворачиваемые панели солнечных батарей со схожими оптическими свойствами, что еще заметнее расширяет область применимости предложенной методики деорбитинга.

ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МАССОГАБАРИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНЫХ ПАРУСОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕОРБИТИНГА

Великому суждены и великие испытания.

Эврипид

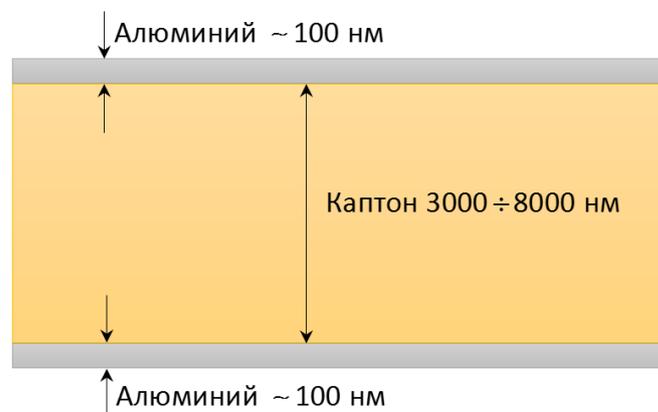
3.1 Массогабаритные и динамические характеристики солнечного паруса

Оценка эффективности парусных систем в задаче увода КА с орбиты (как, вообще говоря, и в других задачах динамики полета) требует выполнения параметрического анализа, сложность которого гораздо выше, чем для топливных систем. Перед тем как перейти к такому анализу, кратко опишем типичную структуру паруса, перечислим его базовые динамические характеристики и обозначим их связь с массогабаритными параметрами. Ограничимся, как и ранее, лишь каркасными солнечными парусами, позволяющими обеспечить трехосную ориентацию КА и реализовать предложенный в предыдущей главе способ деорбитинга.

Основным элементом солнечного паруса является *полотно* (для каркасных парусов чаще употребляется термин *мембрана*) – пленка из легкого композитного материала типа майлара или каптона, покрытая с одной или обеих сторон алюминиевым напылением (см. рисунок 3.1, а). Толщина пленки – всего несколько микрон, а толщина напыления не превышает сотни нанометров (рисунок 3.1, б). Отражающее свет почти зеркально, напыление способствует увеличению силы давления солнечного излучения. *Поверхностная плотность* композитных мембран равна 3-12 г/м².



а) внешний вид [144]



б) структура

Рисунок 3.1 – Мембрана типичного солнечного паруса

Если известно, какая сторона паруса будет обращена к Солнцу, обратную сторону можно взамен алюминирования покрыть слоем хорошо излучающего материала (скажем, хрома) для активного отвода тепла от паруса и улучшения терморегуляции. К тому же, как отмечалось в предыдущей главе, разные оптические свойства двух сторон паруса в некоторых случаях способны увеличить эффективность деорбитинга.

Мембрана четырехлепесткового квадратного паруса растягивается на четырех жестких *направляющих штангах*. За исключением последних 10-12 лет была более привычной конструкция *двояковыпуклых металлических штанг*, к примеру, медно-бериллиевых (рисунок 3.2, а-б) с *погонной плотностью* (массой на единицу длины) 50 г/м. Эту величину удалось резко понизить до 15-25 г/м с появлением *бистабильных углепластиковых штанг*, которые *структурно устойчивы* как в свернутом, так и в развернутом состоянии (см. рисунок 3.2, в-г). Подобно металлическим, углепластиковые штанги также могут быть сделаны двояковыпуклыми склейкой двух лент [145]. Утяжеление конструкции компенсируется ее повышенной прочностью.



а)



б)



в)



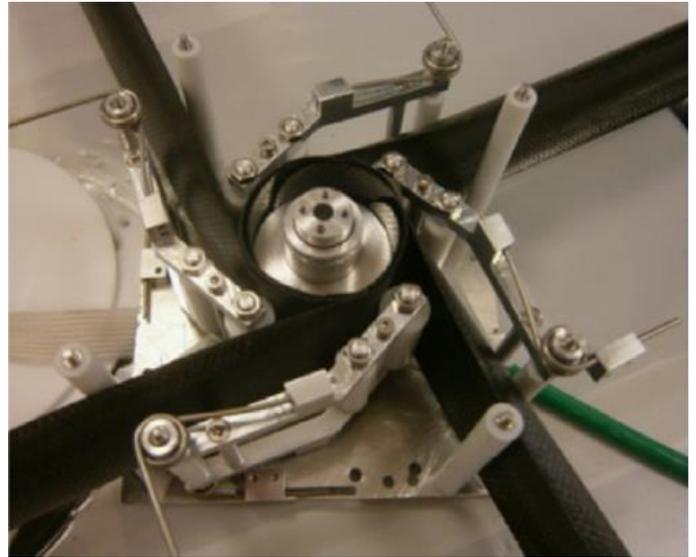
г)

Рисунок 3.2 – Типы направляющих штанг: двояковыпуклые металлические (а, б) и бистабильные углепластиковые (в, г) [144]

Все штанги изначально намотаны на центральный цилиндрический вал (рисунок 3.3) и разворачиваются с помощью электромоторов. В течение операции разворачивания еще не размотанная часть штанг плотно прижимается к центральному валу рычажными устройствами (см. рисунок 3.3, б).



а)



б)

Рисунок 3.3 – Механизм разворачивания направляющих штанг [146]

Блок со свернутыми направляющими штангами и полотном паруса удобно выдвигать из корпуса аппарата с использованием *телескопического механизма*, тестовый прототип которого показан на рисунке 3.4. Несколько секций уменьшающихся размеров позволяют удалить парус на безопасное расстояние от материнского КА.



Рисунок 3.4 – Телескопический механизм разворачивания паруса [146]

Перейдем к описанию динамических характеристик солнечных парусов. Главной динамической характеристикой собственно паруса (без привязки к параметрам КА, на который он устанавливается) является *компоновочная нагрузка* $\sigma_{\text{комп}}$, отношение массы всей парусной системы к площади паруса A . Масса системы складывается из массы мембраны $m_{\text{мем}}$, массы штанг $m_{\text{шт}}$ и массы механизма разворачивания $m_{\text{мех}}$. Таким образом,

$$\sigma_{\text{комп}} = \frac{m_{\text{мем}} + m_{\text{шт}} + m_{\text{мех}}}{A}. \quad (3.1)$$

Схожая по форме характеристика, именуемая просто *нагрузкой паруса*, равна отношению суммарной массы КА с парусом m к площади паруса A :

$$\sigma = \frac{m}{A} \equiv \frac{m_{\text{мем}} + m_{\text{шт}} + m_{\text{мех}} + m_{\text{пол}}}{A}. \quad (3.2)$$

Под *полезной массой* $m_{\text{пол}}$ будем понимать массу полезной нагрузки и массу бортовых систем КА. Имеет место очевидное соотношение

$$\sigma = \sigma_{\text{комп}} + \frac{m_{\text{пол}}}{A}. \quad (3.3)$$

Нагрузка паруса либо обратная к ней величина – *парусность* – определяют уровень *характеристического ускорения*

$$a_{\text{хар}} = \frac{2\eta P}{\sigma}, \quad (3.4)$$

которое световым давлением P сообщается КА с парусом, повернутому перпендикулярно лучам. Значение P изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от КА до Солнца. Для любых низких орбит можно считать $P \approx 4.56 \cdot 10^{-6}$ Н/м². КПД паруса η показывает его отличие от *идеального* (т.е. зеркально отражающего) и обычно варьируется в пределах от 0.85 до 0.92 [94, 95].

Именно характеристическое ускорение КА с парусом играет ключевую роль в динамике орбитального движения, как на гелиоцентрическом, так и на планетоцентрическом участках полета. Применительно к задаче увода околоземных спутников

с орбиты характеристическое ускорение напрямую связано с длительностью увода: произведение этих двух величин примерно постоянно [25].

Если солнечный парус с компоновочной нагрузкой $\sigma_{комп}$ обеспечивает для КА уровень характеристического ускорения $a_{хар}$, доля полезной массы $R = m_{пол}/m$ рассчитывается по формуле

$$R = 1 - \frac{a_{хар}}{2\eta P} \sigma_{комп}. \quad (3.5)$$

Из соотношения (3.5) следует, что доля полезной массы падает с возрастанием компоновочной нагрузки.

Для полноты изложения стоит упомянуть еще одну динамическую характеристику КА с парусом – *легкость*, хотя она используется в основном для межпланетных гелиоцентрических траекторий. Легкость паруса равна отношению характеристического ускорения к местному гравитационному ускорению Солнца. Поскольку и то, и другое убывают как квадрат гелиоцентрического расстояния, то легкость не зависит от положения паруса в пространстве. Наиболее просто она выражается через *критическую нагрузку паруса*

$$\sigma_{крит} = \frac{\eta}{2\pi c} \frac{L_{\odot}}{GM_{\odot}}, \quad (3.6)$$

где $L_{\odot} \approx 3.85 \cdot 10^{26}$ Дж/с – светимость Солнца, $GM_{\odot} \approx 1.33 \cdot 10^{20}$ м³/с² – гравитационный параметр Солнца, c – скорость света. После несложных преобразований получаем для легкости паруса:

$$\beta = \frac{a_{хар}}{g_{\odot}} = \frac{\sigma_{крит}}{\sigma}. \quad (3.7)$$

При $\eta = 0.85$ критическая нагрузка составляет примерно 1.3 г/м².

3.2 Динамически инвариантное масштабирование параметров парусов

Параметрический анализ парусных систем и даже синтез системы с заданными динамическими характеристиками серьезно затруднены в сравнении с топливными

системами принципиальной нелинейностью законов масштабирования. Решающий вклад здесь дает деформируемость направляющих штанг под действием натяжения мембраны и боковой нагрузки – сил светового давления и атмосферного сопротивления. Первый фактор может привести к *продольному изгибу* штанги при превышении силой продольного сжатия F_{\parallel} критического значения

$$F_{\text{крит}} = \kappa \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}, \quad (3.8)$$

где EI – жесткость на изгиб: произведение модуля Юнга E для материала штанги и момента инерции поперечного сечения штанги¹ I . Под ℓ в (3.8) обозначена длина штанги, а коэффициент κ , как выяснилось из лабораторных экспериментов, близок к 0.5 [147]. Момент инерции I поперечного сечения, вообще говоря, зависит от его типа (см. рисунок 3.5), однако в приближении *тонкостенной оболочки* $I \propto \rho^3 \tau$, где ρ – радиус кривизны сечения, τ – толщина оболочки.

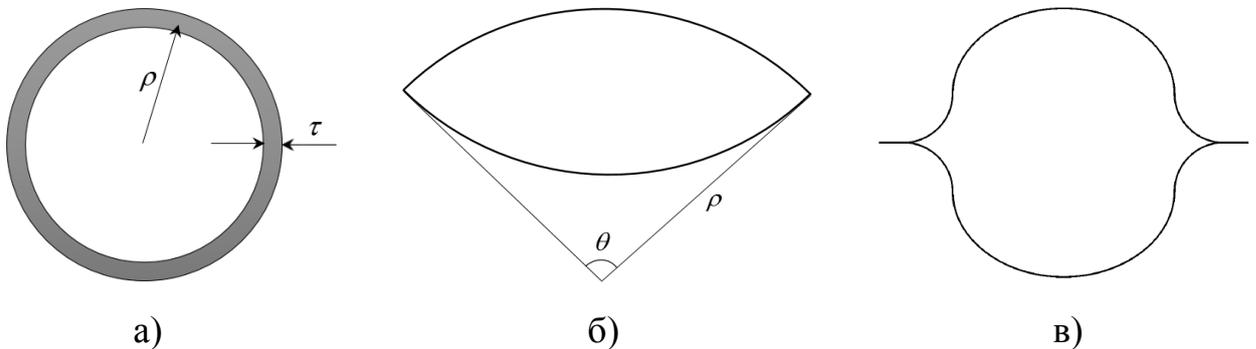


Рисунок 3.5 – Поперечные сечения разных модификаций двояковыпуклых штанг

Второй фактор – распределенная боковая нагрузка F_{\perp} – вызывает *деформацию изгиба* штанги (рисунок 3.6). Величину λ называют *стрелой прогиба*, а ее отношение к длине штанги $\varepsilon = \lambda/\ell$ – *относительной стрелой прогиба* или же *относительным прогибом*. Большие значения относительного прогиба влекут переход от упругой деформации штанги к пластической. Формула

¹ В механике твердого тела момент инерции сечения стержня – геометрическая характеристика поперечного сечения, равная сумме произведений элементарных площадок сечения на квадрат их расстояния от заданной оси [150].

$$\lambda = \delta \frac{\ell^3 F_{\perp}}{EI} \quad (3.9)$$

связывает стрелу прогиба с боковой нагрузкой F_{\perp} . Коэффициент δ показывает, как боковая нагрузка распределена вдоль штанги. Максимальное значение $\delta = 1/3$ принимается в случае, когда нагрузка сосредоточена на конце штанги. При равномерно распределенной нагрузке $\delta = 1/8$ [148]. Поскольку боковая нагрузка – световое давление, атмосферное сопротивление – передается штангам от мембраны паруса, значение коэффициента δ зависит от способа крепления мембраны к штангам, то есть от дизайна паруса.

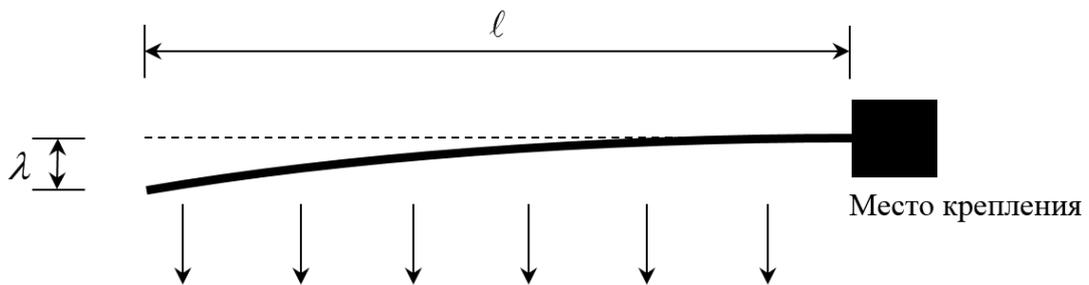


Рисунок 3.6 – Изгиб направляющей штанги под действием боковой нагрузки

Получение и использование корректных законов масштабирования массогабаритных параметров парусных систем чрезвычайно важно с практической точки зрения: полноценные наземные испытания проводятся лишь для уменьшенных прототипов парусов, и поведение полноразмерных моделей в условиях реальных миссий можно только предсказывать, опираясь на законы масштабирования. По всей видимости, первым шагом по их формулированию была работа [149], где на основе анализа обезразмеренных уравнений движения мембраны и штанг выведены *критерии похожести* – набор величин, полностью задающих структурные свойства конкретного образца паруса. Совпадение всех критериев похожести для двух образцов свидетельствует об их структурной идентичности. К сожалению, статья [149] осталась малозамеченной в научном сообществе, и большинство специалистов продолжают исследовать проблему масштабирования парусов численно, методами *конечно-элементного анализа*.

В то время как критерии похожести из работы [149] определяют законы *структурно инвариантного масштабирования* параметров паруса, задача синтеза парусной системы с нужными динамическими характеристиками (например, уровнем характеристического ускорения) требует знания законов *динамически инвариантного масштабирования*. Под таковым будем понимать масштабирование массогабаритных параметров парусной системы, сохраняющее нагрузку паруса σ и относительный прогиб штанг ε . Это обеспечивает неизменность орбитальной динамики КА и одновременно предотвращает наиболее опасные структурные изменения – преждевременный коллапс¹ направляющих штанг паруса.

Пусть линейные размеры паруса увеличились в k раз. Найдем, как должна измениться масса направляющих штанг, чтобы наблюдалась инвариантность относительного прогиба, а затем получим закон масштабируемости полезной массы. Площадь паруса и боковая нагрузка возрастут в k^2 раз, длина штанг – в k раз. Так как

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{\ell} \propto \frac{\ell^2 F_{\perp}}{EI} \propto \frac{\ell^4}{\rho^3 \tau}, \quad (3.10)$$

условие сохранения относительного прогиба штанги записывается в виде $\ell^4 \propto \rho^3 \tau$. Возможности масштабирования толщины материала штанги сильно ограничены: в намотанном на центральный вал состоянии чересчур толстая штанга может пластически деформироваться. Поэтому основным инструментом поддержания прочностных свойств штанг является увеличение их радиуса согласно закону $\rho^3 \propto \ell^4$. Масса штанг $m_{шт} \propto \rho \tau \ell$ будет тогда изменяться пропорционально $\ell^{7/3}$. При увеличении в k раз размеров паруса она вырастет в $k^{7/3}$ раз. Вес механизма разворачивания паруса слабо зависит от его размеров. В итоге приходим к условию инвариантности σ

$$k^2 m_{мем} + k^{7/3} m_{шт} + m_{мех} + m'_{пол} = k^2 (m_{мем} + m_{шт} + m_{мех} + m_{пол}), \quad (3.11)$$

¹ Необходимо отличать преждевременный коллапс штанг от планового, происходящего при спуске КА с орбиты по достижении некоторой высоты, когда возросшее атмосферное сопротивление приводит к пластическим деформациям штанг. Плановый коллапс помогает избежать выживания обломков спутника на момент входа в плотные слои атмосферы и их падения на земную поверхность [146].

где $m'_{пол}$ – величина полезной массы, которую способен обеспечить увеличенный в размерах парус. Перегруппировка членов в (3.11) дает

$$\frac{m'_{пол}}{m_{пол}} = k^2 \left[1 + \frac{m_{мех}(1 - k^{-2}) - m_{шт}(k_1^{1/3} - 1)}{m_{пол}} \right]. \quad (3.12)$$

Выразив $m_{пол}$ в правой части как

$$m_{пол} = \frac{2\eta PA}{a_{хар}} - m_{мем} - m_{шт} - m_{мех}, \quad (3.13)$$

можно построить для конкретного прототипа паруса графики масштабирования полезной массы при разных уровнях характеристического ускорения. Пример графиков для паруса миссии CubeSail площадью 25 м^2 с массой штанг 600 г, массой мембраны 300 г и массой механизма разворачивания 500 г [28] приведен на рисунке 3.7. КПД паруса считался равным 0.9.

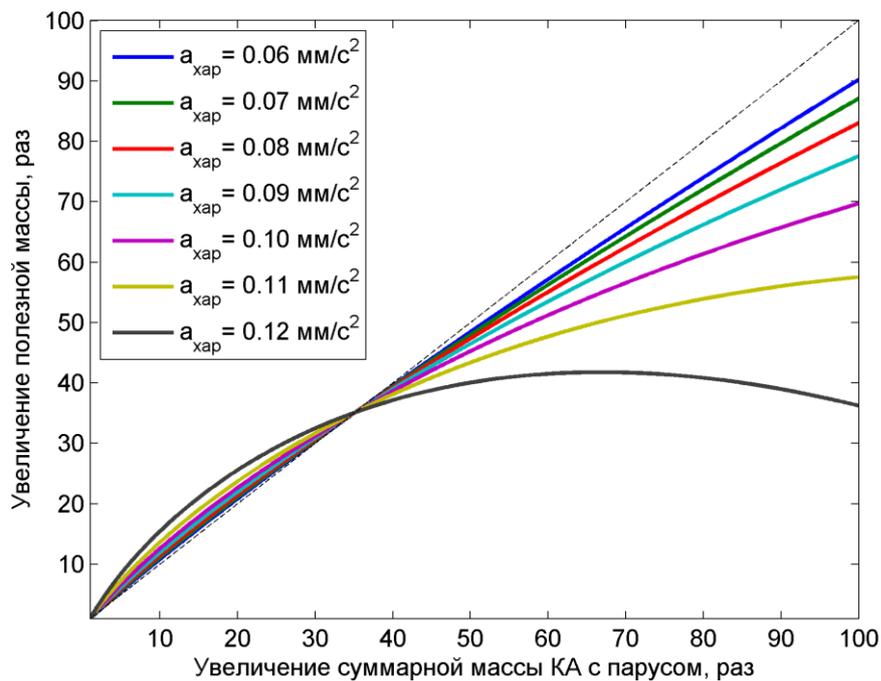


Рисунок 3.7 – Масштабирование полезной массы для паруса миссии CubeSail

Немонотонность получаемых кривых обусловлена тем, что масса штанг растет быстрее площади паруса. Вплоть до некоторого k_1 полезная масса возрастает быстрее суммарной массы КА с парусом и площади паруса; далее наблюдается обратная

картина. Значение k_1 определяется только дизайном паруса (не зависит от характеристического ускорения) и находится из решения уравнения

$$\frac{k_1^{1/3} - 1}{1 - k_1^{-2}} = \frac{m_{\text{мех}}}{m_{\text{ум}}}. \quad (3.14)$$

В рассматриваемом случае $k_1 \approx 5.9$.

В целях параметрического синтеза удобно отобразить полезную массу $m'_{\text{пол}}$ как функцию площади паруса $A' = k^2 A$, воспользовавшись соотношением

$$m'_{\text{пол}} = k^2 \left(\frac{2\eta PA}{a_{\text{хар}}} - m_{\text{мем}} \right) - k^{7/3} m_{\text{ум}} - m_{\text{мех}}. \quad (3.15)$$

Кривые $m'_{\text{пол}} = m'_{\text{пол}}(A')$ для различных уровней характеристического ускорения показаны на рисунке 3.8. КПД паруса по-прежнему считался равным 90%. Максимум полезной массы

$$m_{\text{пол}}^{\text{max}} = \frac{46656}{823543} \left(\frac{2\eta PA}{m_{\text{ум}} a_{\text{хар}}} - \frac{m_{\text{мем}}}{m_{\text{ум}}} \right)^7 m_{\text{ум}} - m_{\text{мех}} \quad (3.16)$$

достигается при

$$A' = \frac{46656}{117649} \left(\frac{2\eta PA}{m_{\text{ум}} a_{\text{хар}}} - \frac{m_{\text{мем}}}{m_{\text{ум}}} \right)^6 A, \quad (3.17)$$

что соответствует масштабному коэффициенту

$$k_2 = \frac{216}{343} \left(\frac{2\eta PA}{m_{\text{ум}} a_{\text{хар}}} - \frac{m_{\text{мем}}}{m_{\text{ум}}} \right)^3. \quad (3.18)$$

Дальнейшее увеличение размеров паруса и суммарной массы КА с парусом приводит лишь к росту массы парусной системы, а полезная масса даже убывает.

Еще одной важной характеристикой является доля полезной массы от суммарной массы КА с парусом. На рисунке 3.9 представлен ряд графиков изменения этой характеристики при разном характеристическом ускорении. Для больших значений

характеристического ускорения кривые имеют более острый максимум, после прохождения которого резко устремляются вниз.

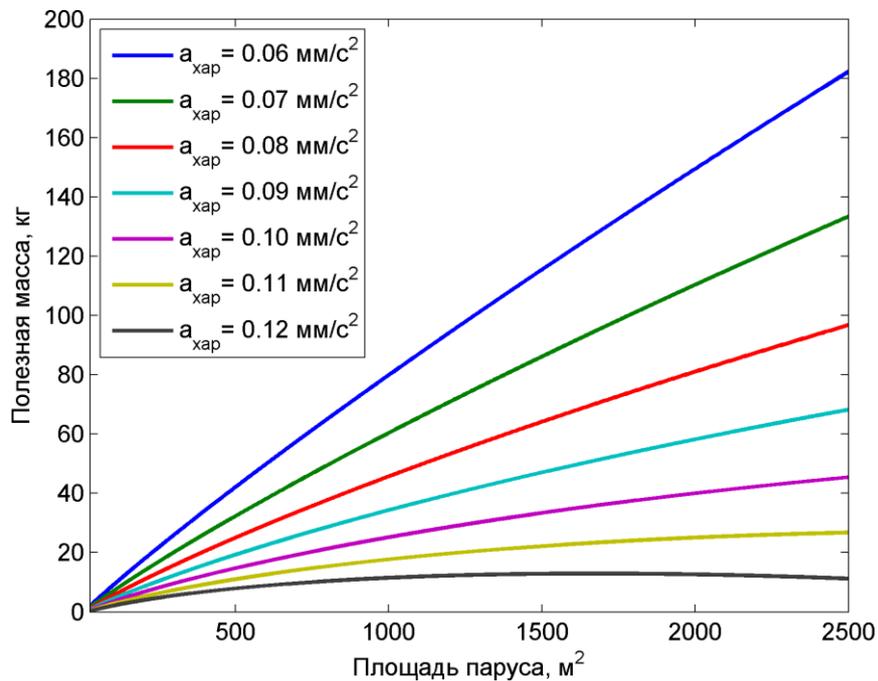


Рисунок 3.8 – Полезная масса как функция площади паруса

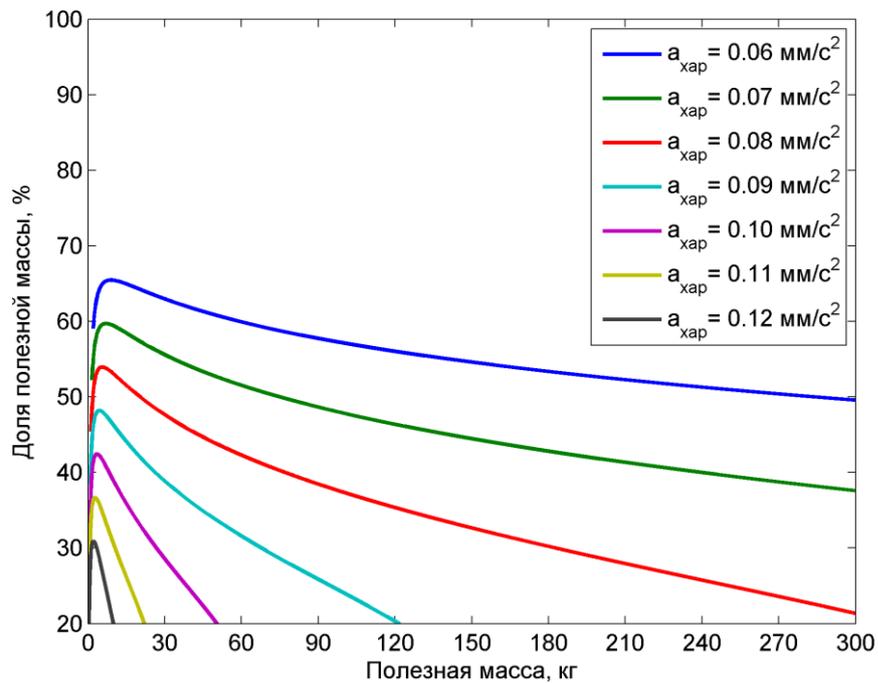


Рисунок 3.9 – Изменение доли полезной массы с ее увеличением

Соответствующее максимуму значение масштабного коэффициента

$$k_3 = (6m_{мех} / m_{шт})^{3/7}, \quad (3.19)$$

специфично для каждого конкретного дизайна паруса и служит индикатором оптимальности. Применительно к парусу для КА CubeSail $k_3 \approx 2$, что свидетельствует о желательности увеличения размеров паруса в 2 раза. Из рисунка 3.9 также следует, что паруса из данного семейства не подходят для спутников массивнее 60 кг в случае, если требуется обеспечить уровень характеристического ускорения 0.1 мм/с² и выше.

Упомянем, наконец, еще один аспект, который нужно учитывать при параметрическом синтезе парусных систем: габариты рулона штанг в свернутом состоянии не должны превышать поперечных размеров корпуса КА. Прикинуть оценку снизу для радиуса намотки r можно в приближении архимедовой спирали [146]

$$r^2 = \frac{4\ell\tau}{\pi} + r_0^2, \quad (3.20)$$

где r_0 – радиус центрального вала. Множитель 4 объясняется числом штанг. Радиус намотки растет при масштабировании медленно, и проблем обычно не возникает.

3.3 Эффективность парусных и топливных систем деорбитинга

Понятие эффективности использования паруса для увода КА с орбиты или выполнения любой другой орбитальной операции может быть определено по-разному в зависимости от сравниваемых альтернатив. Когда речь идет о сравнении нескольких режимов увода заданного спутника с помощью одного и того же паруса, мерой эффективности логично выбрать длительность увода или энергозатраты на поддержание требуемого углового движения спутника с парусом. Если же ставится задача синтеза параметров паруса, которые обеспечивают для целого класса КА расчетные динамические характеристики и необходимые свойства орбитального движения, то показателем эффективности может выступать выраженная в процентах доля полезной массы – отношение полезной массы к суммарной массе КА с парусом.

Немного сложнее обстоит дело при сравнении парусных систем передвижения с топливными системами. Принципиальное отличие в отсутствии расхода рабочего тела лишает смысла традиционное определение удельного импульса – главного показателя эффективности топливных систем – как передаваемого аппарату импульса

при расходе топлива единичного веса. Тем не менее на конечных промежутках времени можно по аналогии ввести *эффективный (обобщенный) удельный импульс* парусной системы [94]

$$I_{sp} = \frac{a_{xap}}{g_0} \frac{T}{\ln(1/R)}, \quad (3.21)$$

где T – продолжительность операции/миссии, g_0 – стандартное ускорение свободного падения, $R = \frac{m_{пол}}{m}$ – доля полезной массы. Для парусных систем эффективный удельный импульс растет с увеличением срока их эксплуатации, в то время как для большинства двигательных установок он постоянен или почти постоянен.

Оценим удельный импульс паруса из миссии CubeSail при выполнении операции увода КА с орбиты высотой 900 км в режиме квазигиперболоидальной прецессии. Парус площадью 25 м² сообщает трехкилограммовому аппарату характеристическое ускорение порядка 0.07 мм/с² и, как демонстрируют расчеты из предыдущей главы, позволяет увести КА с орбиты максимум за год. Имеем:

$$I_{sp} \approx \frac{0.07 \cdot 10^{-3} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}}{9.8 \cdot \ln(3/1.6)} \approx 360 \text{ с}. \quad (3.22)$$

Выполненный чуть выше параметрический анализ показал, что максимальная доля полезной массы при той же самой орбитальной динамике достигается посредством двукратного масштабирования. Тогда суммарная масса КА с парусом 100 м² составит 12 кг, а полезная масса – 7.3 кг. Эффективный удельный импульс

$$I_{sp} \approx \frac{0.07 \cdot 10^{-3} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}}{9.8 \cdot \ln(12/7.3)} \approx 450 \text{ с} \quad (3.23)$$

возрастает, но все равно существенно уступает удельному импульсу двигателей малой тяги, рассмотренных в первой главе ($I_{sp} = 2500 \text{ с}$). Даже с заметно более тонкой мембраной поверхностной плотностью в 2 г/м² и легкими углепластиковыми штангами эффективный удельный импульс не превысит 1600 с. В результате можно сделать вывод: современные парусные системы, используемые исключительно в целях

увода КА с орбиты, проигрывают двигателям малой тяги. Выигрыш в эффективности становится возможен, только если парус задействован также в других орбитальных операциях: коррекции плоскости орбиты, фазировании и т.п.

3.4 Выводы и комментарии к главе

Введенное нами понятие динамически инвариантного масштабирования параметров паруса, сохраняющего как динамические характеристики КА с парусом, так и прочностные свойства направляющих штанг, помогло корректно осуществить параметрический анализ парусных систем и выявить довольно любопытные и весьма не очевидные на первый взгляд эффекты: ограниченность полезной массы, которой можно сообщить заданный уровень характеристического ускорения при масштабировании имеющегося прототипа паруса, и наличие оптимального по доле полезной массы масштаба паруса, не зависящего от характеристического ускорения и вычисляемого из условия шестикратного превосходства массы направляющих штанг над массой механизма развертывания.

Оценка эффективного удельного импульса для парусов, дизайн которых идентичен дизайну паруса в миссии CubeSail, показала меньшую эффективность парусных систем в сравнении с двигателями малой тяги, если парус используется исключительно для увода КА с орбиты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подытоживая работу, перечислим основные полученные результаты и сделанные выводы. Лавинообразный рост запускаемых малых КА неизбежно распространится в самое ближайшее время и на орбиты выше 700 км, лишенные естественного очищающего механизма – сопротивления атмосферы. Ослабленное до едва наблюдаемого уровня, оно не способно обеспечить завершение жизни спутника в законодательно требуемый 25-летний срок. Поэтому разработчик миссии должен заранее предусмотреть искусственный механизм ускорения деорбитинга. Наиболее зрелые на сегодняшний день технологии – двигатели малой тяги и солнечный парус – позволяют справиться с этой проблемой.

Для самых популярных на практике типов пассивной стабилизации малых КА – пассивной магнитной и собственным вращением – построено оптимальное одноосное управление величиной малой тяги, обеспечивающее требуемое снижение орбиты. Численные результаты приводятся для консервативного случая снижения до 300 км, чтобы предотвратить загрязнение использующегося орбитальными станциями эшелона низких орбит 340-430 км. Исследована зависимость затрат топлива от продолжительности процесса увода и параметров исходной орбиты; проанализировано влияние ошибок стабилизации и неточностей моделей внешней среды.

Альтернативный подход к задаче деорбитинга связан с парусными системами. В дополнение к известному механизму атмосферного паруса для увода КА с низких орбит высотой менее 700 км разработан экономичный способ увода с верхнего сегмента низких орбит за счет силы светового давления. Напоминающий гиперболоидальную прецессию режим углового движения КА с парусом обеспечивает вековое убывание большой полуоси и при этом максимально использует внешние моменты: для его поддержания достаточно малого демпфирующего момента, который реализуется даже с помощью миниатюрных токовых катушек. Показано, что достигается значительный выигрыш в быстродействии по сравнению с традиционным режимом стабилизации паруса по набегающему потоку. Численно исследована устойчивость открытого квазипериодического режима вращения как по отношению к начальным

условиям, так и к изменению массогабаритных/оптических параметров паруса. Отмечена роль скорости закрутки КА с парусом в управлении угловым движением.

Для корректного сравнения эффективности парусных и топливных систем потребовалось вывести законы масштабирования параметров каркасных парусов. Задача параметрического синтеза была сведена к задаче динамически инвариантного масштабирования. Обнаружено наличие предельного значения полезной массы, которой можно сообщить заданный уровень характеристического ускорения, масштабируя конкретный образец паруса. Любопытен результат об оптимальном в смысле доли полезной массы соотношении между массой механизма разворачивания паруса и массой направляющих штанг. Разумеется, ценность полученных выводов не ограничивается задачей увода КА с орбиты.

Оценка эффективного удельного импульса для деорбитинга с помощью паруса с максимально возможной долей полезной массы продемонстрировала нецелесообразность использования парусных систем только в целях завершения жизни КА.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает свою признательность научному руководителю М.Ю. Овчинникову и всем членам возглавляемого им молодежного коллектива. Слов благодарности также заслуживают В.А. Сарычев, В.В. Сидоренко, В.В. Сазонов и все другие сотрудники отдела №5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, проявившие интерес к работе и высказавшие ряд полезных замечаний и предложений по ее содержанию и способам представления результатов.

Неоценимую помощь и моральную поддержку при продвижении по нелегкому научному пути оказывали родные и близкие – мама Людмила Павловна и жена Ксения. Спасибо вам!

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АН СССР	Академия наук СССР
ГОСТ	Государственный стандарт
ГСО	Геостационарная орбита
ИСЗ	Искусственный спутник Земли
КА	Космический аппарат
КПД	Коэффициент полезного действия
МАИ	Московский авиационный институт
МГТУ	Московский государственный технический университет
МКС	Международная космическая станция
ООН	Организация Объединенных Наций
ОСК	Орбитальная система координат
ПМСС	Пассивная магнитная система стабилизации
СА	Солнечная активность
СКО	Среднеквадратичное отклонение
ССК	Связанная система координат
ССО	Солнечно-синхронная орбита
ЭРД	Электрический ракетный двигатель
ADR	Active Debris Removal
ATP	Area-Time Product
CIRA	COSPAR International Reference Atmosphere
COPUOS	Committee on the Peaceful Uses of Outer Space
COSPAR	Committee on Space Research
EADS	European Aeronautic Defence and Space Company
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
ESA	European Space Agency
IADC	Inter-Agency Space Debris Coordination Committee
IGRF	International Geomagnetic Reference Field
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LMRO	Launch and Mission Related Objects

MIT	Massachusetts Institute of Technology
MLI	Multi-Layer Insulation
MLTAN	Mean Local Time of Ascending Node
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NLP	Nonlinear Programming
SSC	Surrey Space Centre

ЛИТЕРАТУРА

1. Wiedemann C., Vörsmann P. Space Debris – Current Situation. DGAP-Projektgruppe Internationale Weltraumpolitik, Berlin, 2012. 12 p.
2. ESA/ADMIN/IPOL(2008)2 “Requirements on Space Debris Mitigation for Agency Projects,” April 2008.
3. NASA Technical Standard Revision A with Change 1 “Process for Limiting Orbital Debris,” December 2011.
4. ГОСТ Р 52925-2008. Изделия космической техники. Общие требования к космическим средствам по ограничению техногенного засорения околоземного космического пространства. М.: Стандартинформ, 2008. 8 с.
5. Циолковский К.Э. Грёзы о Земле и небе и эффекты всемирного тяготения. 1895. 143 с.
6. Grossi M. Future of Tethers in Space // Proceedings of 4th International Conference on Tethers in Space, Hampton, VA, USA, 1995, P. 11-23.
7. Forward R.L., Hoyt R.P., Uphoff C.W. The Terminator Tether: A Spacecraft Deorbit Device // J. Spacecr. Rockets. 2000. Vol. 37, No. 2. P. 187–196.
8. Hoyt R.P., Forward R.L. The Terminator TetherTM: Autonomous Deorbit of LEO Spacecraft for Space Debris Mitigation // 38th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 10-13 January 2000, Reno, Nevada. 2000. P. 12.
9. Pardini C., Hanada T., Krisko P.H. Benefits and Risks of Using Electrodynamic Tethers to Deorbit Spacecraft // Acta Astronaut. 2009. Vol. 64, No. 5-6. P. 571–588.
10. Hoyt R.P. et al. The Terminator TapeTM: A Cost-Effective De-Orbit Module for End-of-Life Disposal of LEO Satellites // AIAA Paper 2009-6733, AIAA Space 2009 Conference and Exposition. 2009. P. 9.
11. Janhunen P. Electrostatic Plasma Brake for Deorbiting a Satellite // J. Propuls. Power. 2010. Vol. 26, No. 2. P. 370–372.
12. URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Aalto-1> (дата обращения 18.02.2015).
13. Janhunen P., Sandroos A. Simulation study of solar wind push on a charged wire: basis of solar wind electric sail propulsion // Ann. Geophys. 2007. Vol. 25, No. 3. P. 755–767.
14. URL: <http://www.slideshare.net/davidfm/aalto1-haagahelia-happy-hacking-day> (дата обращения 18.02.2015).
15. Dobrowolny M., Stone N.H. A technical overview of TSS-1: The first Tethered-Satellite system mission // Nuovo Cim. 1994. Vol. 17C, No. 1. P. 1–12.
16. Hoyt R.P. et al. Early Results of the Multi-application Survivable Tether (MAST) Experiment // Proceedings of the 21th AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, UT, USA, August 13-16, 2007.
17. Nohmi M. Mother-Daughter Satellite STARS for Short Tether // Proceedings of the 4th Asian Space Conference, Taipei, Taiwan, October 1-3, 2008.
18. Carroll J.A., Oldson J.C. Tethers for Small Satellite Applications // Proceedings of the 9th AIAA/USU Small Satellite Conference, Logan, UT, September 19-22, 1995.

19. Romagnoli D., Theil S. De-orbiting satellites in LEO using solar sails // *J. Aerosp. Eng. Sci. Appl.* 2012. Vol. 4, No. 2. P. 49–59.
20. Johnson L. et al. NanoSail-D: A solar sail demonstration mission // *Acta Astronaut.* 2011. Vol. 68, No. 5-6. P. 571–575.
21. Heaton A.F., Faller B.F., Katan C.K. NanoSail-D Orbital and Attitude Dynamics // *Advances in Solar Sailing* / ed. Macdonald M. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. P. 95–113.
22. URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/NanoSail-D2> (дата обращения 18.02.2015).
23. Wolanski P., Urbanowicz M. PW-Sat – The First Polish Satellite – Test of The New Concept of Deorbiting System // *Proceedings of the 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, October 1-5, 2012, Paper IAC-13.A6.4.6.*
24. URL: <http://www.pw.edu.pl/engpw/News/PW-Sat2-Project> (дата обращения 18.02.2015).
25. Nock K.T., Aaron K.M., McKnight D. Removing Orbital Debris with Less Risk // *J. Spacecr. Rockets.* 2013. Vol. 50, No. 2. P. 365–379.
26. Bidy C., Svitek T. LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification // *Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Jet Propulsion Laboratory, May 16-18, 2012.* P. 451–463.
27. Seefeldt P., Spietz P., Sprowitz T. The Preliminary Design of the GOSSAMER-1 Solar Sail Membrane and Manufacturing Strategies // *Advances in Solar Sailing* / ed. Macdonald M. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. P. 133–151.
28. Lappas V. et al. CubeSail: A low cost CubeSat based solar sail demonstration mission // *Adv. Sp. Res.* 2011. Vol. 48, No. 11. P. 1890–1901.
29. Lappas V. et al. Demonstrator Flight Missions at the Surrey Space Centre involving Gossamer Sails // *Advances in Solar Sailing* / ed. Macdonald M. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. P. 153–167.
30. Meyer K.W., Chao C.C. Atmospheric Re-entry Disposal for Low Altitude Spacecraft // *J. Spacecr. Rockets.* 2000. Vol. 37, No. 5. P. 670–674.
31. Fuller J.K., Hinckley D., Janson S.W. CubeSat Balloon Drag Devices: Meeting the 25-Year De-Orbit Requirement // *The Aerospace Corporation Report.* 2010. 17 p.
32. Gloyer P. Small Payload ORbit Transfer (SPORT) system: An Innovative Approach to Lowering Mission Costs Without Increased Risk // *Proceedings of the 14th Annual USU Conference on Small Satellites, Logan, UT, USA, August 21-24, 2000, Paper SSC00-IV-6.*
33. Roberts P.C.E., Harkness P.G. Drag Sail for End-of-Life Disposal from Low Earth Orbit // *J. Spacecr. Rockets.* 2007. Vol. 44, No. 6. P. 1195–1203.
34. Maessen D.C. et al. Development of a Generic Inflatable De-Orbit Device for Cubesats // *Proceedings of the 58th International Astronautical Congress, Hyderabad, India, September 24-29, 2007, Paper IAC-07-A6.3.06.*
35. Brenner K. Orbital Debris: Possible Mitigation Strategies. Project Report. Colorado Center for Astrodynamics Research. 2010.
36. IADC-02-01 “IADC Space Debris Mitigation Guidelines,” Rev. 1, September 2007.
37. Rossi A. Resonant dynamics of Medium Earth Orbits: space debris issues // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 2008. Vol. 100, No. 4. P. 267–286.

38. Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V., Chuvashov I.N. The effect of secular resonances on the long-term orbital evolution of uncontrollable objects on satellite radio navigation systems in the MEO region // *Sol. Syst. Res.* 2012. Vol. 46, No. 5. P. 329–340.
39. Космический мусор. Предупреждение образования космического мусора / под ред. Райкунова Г.Г. М.: Физматлит, 2014. 188 с.
40. Lucking C., Colombo C., McInnes C.R. A passive satellite deorbiting strategy for medium earth orbit using solar radiation pressure and the J2 effects // *Acta Astronaut.* 2012. Vol. 77. P. 197–206.
41. Krivov A.V., Getino J. Orbital evolution of high altitude balloon satellite // *Astron. Astrophys.* 1997. Vol. 318. P. 308–314.
42. Krivov A.V., Sokolov L.L., Dikarev V.V. Dynamics of Mars-orbiting dust: effects of light pressure and planetary oblateness // *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 1996. Vol. 63, No. 3-4. P. 313–339.
43. Schildknecht T. et al. Optical observations of space debris in GEO and in highly-eccentric orbits // *Adv. Sp. Res.* 2004. Vol. 34, No. 5. P. 901–911.
44. Liou J.-C., Weaver J.K. Orbital dynamics of high area-to-mass ratio debris and their distribution in the geosynchronous region // *Proceedings of the Fourth European Conference on Space Debris* / ed. Danesy D. Noordwijk, The Netherlands: ESA Publications Division, 2005. P. 285–290.
45. Schildknecht T. et al. Optical observations of space debris in high-attitude orbits // *Proceedings of the Fourth European Conference on Space Debris* / ed. Danesy D. Noordwijk, The Netherlands: ESA Publications Division, 2005. P. 113–118.
46. Agapov V. et al. Faint GEO objects search and orbital analysis // *Proceedings of the Fourth European Conference on Space Debris* / ed. Danesy D. Noordwijk, The Netherlands: ESA Publications Division, 2005. P. 119–124.
47. Colombo C. et al. End-of-Life Disposal Trajectories for Libration Point and Highly Elliptical Orbit Missions // *Proceedings of the 64th International Astronautical Congress, Beijing, China, September 23-27, 2013, Paper IAC-13.A6.P.24.*
48. Colombo C. et al. End-of-Life Disposal Concepts for Libration Point and Highly Elliptical Orbit Missions // *Proceedings of the 2nd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, Rome, Italy, March 24-26, 2014, Paper IAA-AAS-DyCoSS2-03-01.*
49. Olikara Z.P., Gómez G., Masdemont J.J. End-of-Life Disposal of Libration Point Orbit Spacecraft // *Proceedings of the 64th International Astronautical Congress, Beijing, China, September 23-27, 2013, Paper IAC-13-C1.8.2.*
50. Soldini S. et al. Libration-Point Orbit Missions Disposal at the End-of-Life Through Solar Radiation Pressure // *Proceedings of the 2nd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, Rome, Italy, March 24-26, 2014, Paper IAA-AAS-DyCoSS2-11-01.*
51. BUSEK Space Propulsion and Systems
URL: <http://busek.com> (дата обращения 18.02.2015).
52. Стационарные плазменные двигатели ОКБ "Факел"
URL: <http://www.fakel-russia.com/production/spd> (дата обращения 18.02.2015).
53. Лаборатория высокочастотных ионных двигателей МАИ
URL: http://www.mai.ru/content/org/index.php?SECTION_ID=&ID=45541 (дата обращения 18.02.2015).

54. MIT Space Propulsion Laboratory
URL: <http://web.mit.edu/aeroastro/labs/spl/index.html> (дата обращения 18.02.2015).
55. Plasmadynamics and Electric Propulsion Laboratory
URL: <http://pepl.engin.umich.edu> (дата обращения 18.02.2015).
56. Hicks F.M. et al. High Specific Impulse Ion Electrospray Propulsion for Small Nanosatellites // Interplanetary Small Satellite Conference, Pasadena, CA, USA, June 20-21, 2013.
57. Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техники. Сер.: Исследование космического пространства. Том 23. М.: ВИНТИ, 1985. С. 104.
58. Francois-Lavet V. Study of Passive and Active Attitude Control for the OUFTI Nanosatellites — PhD Thesis. University of Liège, 2010. 100 p.
59. Renard M.L. Command Laws for Magnetic Attitude Control of Spin-Stabilized Earth Satellites // J. Spacecr. Rockets. 1967. Vol. 4, No. 2. P. 156–163.
60. Shigehara M. Geomagnetic Attitude Control of an Axisymmetric Spinning Satellite // J. Spacecr. Rockets. 1972. Vol. 9, No. 6. P. 391–398.
61. Ильин А.А., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И. Алгоритмы магнитной системы ориентации малого спутника, стабилизируемого собственным вращением // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН №19. 2005. 32 с.
62. Likins P.W. Effects of Energy Dissipation on the Free Body Motions of Spacecraft, JPL Technical Report No. 32-860. Pasadena, CA, 1966. 64 p.
63. Janson S.W., Hinkley D.A. Spin Dynamics of the Pico Satellite Solar Cell Testbed Spacecraft // Proceedings of the 23rd Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, UT, USA, August 10-13, 2009, Paper SSC09-IV-5.
64. Зараменских И.Е. Применение одноосного управления для поддержания заданных относительных траекторий в формации спутников — Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2009. 167 с.
65. Guerman A.D. et al. Close Relative Trajectories for Formation Flying with Single-Input Control // Math. Probl. Eng. 2012. Vol. 2012, № Special Issue “Mathematical Methods Applied to the Celestial Mechanics of Artificial Satellites.” P. 20.
66. Guerman A.D. et al. High-Precision Single-Input Control of Relative Motion in Spacecraft Formation // Acta Astronaut. 2014. Vol. 94, No. 1. P. 375–382.
67. Sukhanov A.A., Prado A.F.B. de A. Optimization of Transfers under Constraints on the Thrust Direction: I // Cosm. Res. 2007. Vol. 45, No. 5. P. 417–423.
68. Sukhanov A.A., Prado A.F.B. de A. Optimization of Trasfers under Constraints on the Thrust Direction: II // Cosm. Res. 2008. Vol. 46, No. 1. P. 49–59.
69. Schaub H., Junkins J.L. Analytical Mechanics of Space Systems. 2nd ed. Reston, VA, USA: AIAA Education Series, AIAA, 2009. 794 p.
70. Alfano S. Low Thrust Orbit Transfer — Master Thesis. Air Force Institute of Technology, Ohio, 1982.
71. Wiesel W.E., Alfano S. Optimal Many-Revolution Orbit Transfer // J. Guid. Control. Dyn. 1985. Vol. 8, No. 1. P. 155–157.

72. Alfano S., Thorne J.D. Circle-to-Circle Constant-Thrust Orbit Raising // *J. Astronaut. Sci.* 1994. Vol. 42, No. 1. P. 35–45.
73. Edelbaum T.N. Propulsion Requirements for Controllable Satellites // *Am. Rocket Soc. J.* 1961. Vol. 31, No. 8. P. 1079–1089.
74. Sackett L.L., Malchow H.L., Edelbaum T.N. Solar Electric Geocentric Transfer with Attitude Constraints: Analysis — Final Technical Report of NASA Contract NAS 3-18886. 1975. 132 p.
75. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 108 с.
76. Evtushenko Y.G. Approximate Calculation of Optimal Control by Averaging Method // *Colloquium on Methods of Optimization, Novosibirsk, USSR.* 1968. P. 116–127.
77. Салмин В.В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. М.: Машиностроение, 1987. 208 с.
78. Ишков С.А. Модели и методы решения задач оптимизации околоземных маневров КА с двигателями малой тяги — Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, 1998. 249 с.
79. Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л. Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой. Изд-во Самарского научного центра РАН, 2006. 162 с.
80. Храмов А.А. Анализ и оптимизация перелетов КА между низкими околоземными орбитами с двигательными установками с накоплением энергии — Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, 2014. 142 с.
81. Ilgen M.R. Hybrid Method for Computing Optimal Low Thrust OTV Trajectories // *Adv. Astronaut. Sci.* 1994. Vol. 87, No. 2. P. 941–958.
82. Geffroy S., Epenoy R. Optimal Low-Thrust Transfers with Constraints — Generalization of Averaging Techniques // *Acta Astronaut.* 1997. Vol. 41, No. 3. P. 133–149.
83. Kechichian J.A. Low-Thrust Eccentricity-Constrained Orbit Raising // *J. Spacecr. Rockets.* 1998. Vol. 35, No. 3. P. 327–335.
84. Kluever C.A. Low-Thrust Trajectory Optimization Using Orbital Averaging and Control Parameterization // *Spacecraft Trajectory Optimization* / ed. Bruce A. Conway. Cambridge University Press, 2010. P. 112–138.
85. Kluever C.A. Using Edelbaum's Method to Compute Low-Thrust Transfers with Earth-Shadow Eclipses // *J. Guid. Control. Dyn.* 2011. Vol. 34, No. 1. P. 300–303.
86. Петухов В.Г. Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелета с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами // *Космические исследования.* 2011. Т. 49, № 2. С. 128–137.
87. Райкунов Г.Г. и др. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. М.: Физматлит, 2009. 448 с.
88. Tsuda Y. et al. Flight status of IKAROS deep space solar sail demonstrator // *Acta Astronaut.* 2011. Vol. 69, No. 9-10. P. 833–840.

89. Неровный Н.А. и др. Разработка конструкции пикоспутника для проведения эксперимента по развёртыванию конструкции солнечного паруса // Труды XXXV Академических чтений по космонавтике, Москва, 25-29 января, 2011. М: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства. С. 435–436.
90. URL: http://www.ugcs.caltech.edu/~diedrich/solarsails/types/circular_sails.html (дата обращения 18.02.2015).
91. URL: <http://richardblomquist.com/work/heliogyro> (дата обращения 18.02.2015).
92. Цандер Ф.А. Перелеты на другие планеты // Техника и жизнь. 1924. Т. 13.
93. Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом. М.: Наука, 1986. 304 с.
94. McInnes C.R. Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications. Chichester, UK: Praxis Publishing Ltd., 1999. 296 p.
95. Wright J.L. Space Sailing. Philadelphia: Gordon and Breach Science Publishers, 1992. 258 p.
96. Vulpetti G., Johnson L., Matloff G. Solar Sails: A Novel Approach to Interplanetary Travel. Copernicus, 2008. 256 p.
97. Vulpetti G. Fast Solar Sailing: Astrodynamics of Special Sailcraft Trajectories. Springer Netherlands, 2013. 407 p.
98. Kozai Y. Effects of Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite — Special Report No. 56. 1961. P. 25-33.
99. Поляхова Е.Н. Световое давление и движение спутников Земли // Бюллетень ИТА. 1963. Т. 9, № 1(104). С. 15–45.
100. Flanagan R.C. Effect of Environmental Forces on the Attitude Dynamics of Gravity Oriented Satellites — PhD Thesis. 1969. 179 p.
101. Kumar K. Effect of Solar Radiations on the Attitude Dynamics of Gravity Oriented Satellites — PhD Thesis. 1972. 172 p.
102. Modi V.J., Kumar K. Attitude Control of Satellites Using the Solar Radiation Pressure // J. Spacecr. Rockets. 1972. Vol. 9, No. 9. P. 711–713.
103. Modi V.J., Pande K.C. On the Periodic Solutions and Resonance of Spinning Satellites in Near-Circular Orbits // Celest. Mech. 1975. Vol. 11, No. 2. P. 195–212.
104. Shrivastava S.K. Effects of Solar Radiation Pressure and Aerodynamic Forces on Satellite Attitude Dynamics and Their Utilization for Control: A Survey // J. Indian Inst. Sci. 1976. Vol. 58, No. 9. P. 391–411.
105. Shrivastava S.K., Modi V.J. Satellite attitude dynamics and control in the presence of environmental torques — A brief survey // J. Guid. Control. Dyn. 1983. Vol. 6, No. 6. P. 461–471.
106. Сарычев В.А. Вопросы ориентации искусственных спутников // Итоги науки и техники. Серия: Исследование космического пространства. Том 11. М: ВИНТИ, 1978. 223 с.
107. Златоустов В.А. и др. Исследование колебаний спутника в плоскости эллиптической орбиты // Космические исследования. 1964. Т. 2, № 5. С. 657–666.
108. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.

109. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во Московского университета, 1975. 308 с.
110. Белецкий В.В., Старостин Е.Л. Плоские колебания спутника под действием гравитационного и светового моментов // *Космические исследования*. 1990. Т. 28, № 4. С. 496–505.
111. Сидоренко В.В. О вращательном движении КА с солнечным стабилизатором // *Космические исследования*. 1992. Т. 30, № 6. С. 780–790.
112. Сидоренко В.В. Динамика спутника с солнечно-гравитационной системой ориентации // *Космические исследования*. 1994. Т. 32, № 1. С. 36–48.
113. Fimple W.R. A Generalized Three-Dimensional Trajectory Analysis of Planetary Escape by Solar Sail // *Am. Rocket Soc. J.* 1962. Vol. 32, No. 6. P. 833–887.
114. Безвербый В.К. и др. О непрерывном увеличении высоты орбиты ИСЗ силой светового давления // *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН*. 1997. Т. 5.
115. Щербакова Н.Н., Сазонов В.В. Изменение высоты орбиты ИСЗ силой светового давления // *Космические исследования*. 2001. Т. 39, № 5. С. 491–501.
116. Лихачев В.Н., Сазонов В.В., Ульяшин А.И. Одноосная солнечная ориентация искусственного спутника Земли // *Космические исследования*. 2003. Т. 41, № 2. С. 174–185.
117. Лихачев В.Н., Сазонов В.В., Ульяшин А.И. Эволюция орбиты искусственного спутника Земли с солнечным парусом // *Космические исследования*. 2004. Т. 42, № 1. С. 83–87.
118. Wie B. Solar Sail Attitude Control and Dynamics, Part 1 // *J. Guid. Control. Dyn.* 2004. Vol. 27, No. 4. P. 526–535.
119. Wie B. Solar Sail Attitude Control and Dynamics, Part 2 // *J. Guid. Control. Dyn.* 2004. Vol. 27, No. 4. P. 536–544.
120. Steyn W.H., Lappas V. Cubesat Solar Sail 3-axis Stabilization Using Panel Translation and Magnetic Torquing // *Aerosp. Sci. Technol.* 2011. Vol. 15, No. 6. P. 476–485.
121. Maclean C., Biggs J. Attitude Motion Planning for a Spin Stabilised Disk Sail // *Proceedings of the 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, October 1-5, 2012, Paper IAC-12.C1.9.7.*
122. Funase R., Kanno G., Tsuda Y. Controllability of Propellant-Free Attitude Control System For Spinning Solar Sail Using Thin-Film Reflectivity Control Devices Considering Arbitrary Sail Deformation // *Proceedings of the 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, October 1-5, 2012, Paper IAC-12.C1.9.8.*
123. Щербакова Н.Н., Белецкий В.В., Сазонов В.В. Стабилизация гелиосинхронных орбит ИСЗ силой светового давления // *Космические исследования*. 1996. Т. 34, № 3. С. 332–334.
124. Oyama T., Yamakawa H., Omura Y. Orbital Dynamics of Solar Sails for Geomagnetic Tail Exploration // *J. Spacecr. Rockets.* 2008. Vol. 45, No. 2. P. 316–323.
125. McKay R.J. et al. Survey of Highly-Non-Keplerian Orbits with Low-Thrust Propulsion // *J. Guid. Control. Dyn.* 2011. Vol. 34, No. 3. P. 645–666.
126. Ceriotti M., McInnes C.R., Diedrich B. The Pole-Sitter Mission Concept: An Overview of Recent Developments and Possible Future Applications // *Proceedings of the 62nd International Astronautical Congress, Cape Town, South Africa, October 3-7, 2011, Paper IAC-11.B1.2.2.*

127. Colombo C., McInnes C.R. Constellations of Inclined Heliotropic Orbits for Enhanced Earth Coverage // Proceedings of the 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, 1-5 October, 2012, Paper IAC-11.C1.4.12.
128. Dachwald B. et al. Parametric Model and Optimal Control of Solar Sails with Optical Degradation // J. Guid. Control. Dyn. 2006. Vol. 29, No. 5. P. 1170–1178.
129. Dachwald B. et al. Potential Solar Sail Degradation Effects on Trajectory and Attitude Control // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, USA, August 15-18, 2005, Paper AIAA 2005-6172.
130. McInnes C.R. Approximate Closed-Form Solution for Solar Sail Spiral Trajectories with Sail Degradation // J. Guid. Control. Dyn. 2014. Vol. 37, No. 6. P. 2053–2057.
131. Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. 987 p.
132. Lawrence D.A., Whorton M.S. Solar Sail Dynamics and Coning Control in Circular Orbits // J. Guid. Control. Dyn. 2009. Vol. 32, No. 3. P. 974–985.
133. Rizvi F. SOLAR SAIL ATTITUDE DYNAMICS AND CONING CONTROL: On Developing Control Methods for Solar Sail Coning at Orbit Rate to Attain Desired Orbital Effects — M.Sc. Thesis. University of Colorado, 2010. 70 p.
134. McMahon J.W. An Analytical Theory for the Perturbative Effect of Solar Radiation Pressure on Natural and Artificial Satellites — PhD Thesis. 2011. 185 p.
135. Thompson W.T. Spin Stabilization of Attitude Against Gravity Torque // J. Astronaut. Sci. 1962. Vol. 9, No. 1. P. 31–33.
136. Pringle R. Bounds on the Libration of a Symmetrical Satellite // AIAA J. 1964. Vol. 2, No. 5. P. 908–912.
137. Likins P.W. Stability of a Symmetrical Satellite in Attitudes Fixed in an Orbiting Reference Frame // J. Astronaut. Sci. 1965. Vol. 12, No. 1. P. 18–24.
138. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1990. 448 с.
139. Эскобал П. Методы определения орбит. М.: Мир, 1970. 472 с.
140. Goldhirsch I., Sulem P.L., Orszag S.A. Stability and Lyapunov stability of dynamical systems: A differential approach and a numerical method // Phys. D. 1987. Vol. 27, No. 3. P. 311–337.
141. Benettin G. et al. Lyapunov Characteristic Exponents for Smooth Dynamical Systems and for Hamiltonian Systems; A Method for Computing All of Them. Part II: Numerical Application // Meccanica. 1980. Vol. 15, No. 1. P. 21–30.
142. Skokos C. The Lyapunov Characteristic Exponents and Their Computation // Lecture Notes in Physics, Vol. 790 — Dynamics of Small Solar System Bodies and Exoplanets. Springer Berlin Heidelberg, 2010. P. 63–135.
143. URL: <http://www.ssbv.com/ProductDatashets/page39/page55/index.html> (дата обращения 18.02.2015).
144. Lappas V. Gossamer Systems for Satellite Deorbiting: The CubeSail and DeorbitSail Space Missions // AIAA Structural Dynamics and Materials Conference, Honolulu, HI, USA, April 23-26, 2012.

145. Sickinger C., Herbeck L. Deployment Strategies, Analyses and Tests for the CFRP Booms of a Solar Sail // European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing, CNES, Toulouse, France, December 11-13, 2002.
146. Fernandez J.M. et al. Design and development of a gossamer sail system for deorbiting in low earth orbit // Acta Astronaut. 2014. Vol. 103. P. 204–225.
147. Murphy D.M., Murphey T.W., Gierow P.A. Scalable Solar-Sail Subsystem Design Concept // J. Spacecr. Rockets. 2003. Vol. 40, No. 4. P. 539–547.
148. Сивухин Д.В. Общий курс физики. — Том I. Механика — 5-е изд., стереот. М.: Физматлит, 2006. 560 с.
149. Canfield S.L. et al. Similarity Rules for Scaling Solar Sail Systems // Solar Sail Technology and Applications Conference, Greenbelt, MD, USA, September 28-29, 2004.
150. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов – 10-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 592 с.

СПИСОК ИЛЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРИАЛА

Таблицы

Таблица 0.1 – Классификация способов увода КА с различных околоземных орбит	8
Таблица 0.2 – Миссии, нацеленные на отработку парусной технологии деорбитинга.....	14
Таблица 1.1 – Численные результаты для случая стабилизации с помощью ПМСС.....	37
Таблица 1.2 – Численные результаты для случая стабилизации вращением.....	37
Таблица 1.3 – Чувствительность к вариациям долготы восходящего узла орбиты	44
Таблица 1.4 – Чувствительность к вариациям эклиптической долготы Солнца	44
Таблица 1.5 – Максимальное влияние неточности моделей и ошибок стабилизации	47

Рисунки

Рисунок 0.1 – Эволюция плотности космического мусора на низких орбитах [1]	5
Рисунок 0.2 – Электродинамический трос (адаптировано из [8]).....	9
Рисунок 0.3 – Электростатический трос (адаптировано из [14]).....	9
Рисунок 0.4 – Аппарат NanoSail-D2 (заимствовано с [22]).....	11
Рисунок 0.5 – Аппарат PW-Sat (заимствовано с [24])	12
Рисунок 0.6 – Особо охраняемые области околоземного пространства [36].....	15
Рисунок 1.1 – Пара электроспрейных двигателей iEPS (адаптировано из [56]).....	22
Рисунок 1.2 – Компоненты пассивной магнитной системы стабилизации [58]	23
Рисунок 1.3 – Модель наклонного диполя.....	25
Рисунок 1.4 – Качественное представление геометрии NLP-задачи	35
Рисунок 1.5 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю.....	38
Рисунок 1.6 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю.....	38
Рисунок 1.7 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю.....	39
Рисунок 1.8 – Решение NLP-задачи при стабилизации по геомагнитному полю.....	39
Рисунок 1.9 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце.....	40
Рисунок 1.10 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце.....	40
Рисунок 1.11 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце.....	41
Рисунок 1.12 – Решение NLP-задачи при стабилизации оси вращения на Солнце.....	41
Рисунок 1.13 – Эволюция эксцентриситета при круговом режиме деорбитинга	45
Рисунок 1.14 – Численная и полуаналитическая кривые эволюции высоты орбиты.....	46
Рисунок 1.15 – К вопросу определения центров активных участков	49
Рисунок 2.1 – Космическое фото аппарата IKAROS с раскрытым парусом [88]	53
Рисунок 2.2 – Бескаркасные конструкции солнечных парусов	53
Рисунок 2.3 – Модель кубсата с раскрытым квадратным парусом (не в масштабе).....	54

Рисунок 2.4 – Внешние моменты, действующие на 3U-кубсат на низких орбитах	56
Рисунок 2.5 – Видимое движение вектора на Солнце в ОСК (общий случай)	57
Рисунок 2.6 – Типы равновесий нормали паруса в ОСК (адаптировано из [132])	58
Рисунок 2.7 – Силы, действующие на 3U-кубсат на низких орбитах	59
Рисунок 2.8 – Углы Эйлера, описывающие взаимную ориентацию ОСК и ССК	60
Рисунок 2.9 – Благоприятная для деорбитинга ориентация нормали паруса	61
Рисунок 2.10 – Разложение силы светового давления вдоль векторов n и s	62
Рисунок 2.11 – Хаотические вращения единичного вектора нормали паруса	69
Рисунок 2.12 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 12 часов	72
Рисунок 2.13 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 14 часов	73
Рисунок 2.14 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 16 часов	74
Рисунок 2.15 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 18 часов	75
Рисунок 2.16 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 12 часов	76
Рисунок 2.17 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 14 часов	76
Рисунок 2.18 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 16 часов	77
Рисунок 2.19 – Карта ляпуновских экспонент для ССО с MLTAN 18 часов	77
Рисунок 2.20 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации	78
Рисунок 2.21 – Старшая ляпуновская экспонента как функция скорости закрутки	79
Рисунок 2.22 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 12 часов	80
Рисунок 2.23 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 14 часов	81
Рисунок 2.24 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 16 часов	82
Рисунок 2.25 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов	83
Рисунок 2.26 – Типичный характер эволюции квазигиперболоидальной прецессии	84
Рисунок 2.27 – КПД силы светового давления как функция среднего угла нутации	85
Рисунок 2.28 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации	86
Рисунок 2.29 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов (средний уровень СА)	86
Рисунок 2.30 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации	87
Рисунок 2.31 – Чувствительность режима вращения к начальным условиям	89
Рисунок 2.32 – Чувствительность режима вращения к смещению центра давления	89
Рисунок 2.33 – Чувствительность режима вращения к деградации полотна паруса	90
Рисунок 2.34 – Эволюция высоты орбиты при использовании паруса а) с одинаковыми и б) с разными оптическими свойствами передней и задней поверхностей	91
Рисунок 2.35 – Эволюция высоты ССО с MLTAN 18 часов (средний уровень СА)	91
Рисунок 2.36 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации (а) и эволюция высоты орбиты (б) спутника с активной магнитной системой ориентации	93

Рисунок 2.37 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации (а) и эволюция высоты орбиты (б) КА с исходной орбитой высотой 900 км и наклоном 56°	93
Рисунок 3.1 – Мембрана типичного солнечного паруса	95
Рисунок 3.2 – Типы направляющих штанг: двояковыпуклые металлические (а, б) и бистабильные углепластиковые (в, г) [143].....	96
Рисунок 3.3 – Механизм развертывания направляющих штанг [145]	97
Рисунок 3.4 – Телескопический механизм развертывания паруса [145].....	97
Рисунок 3.5 – Поперечные сечения разных модификаций двояковыпуклых штанг.....	100
Рисунок 3.6 – Изгиб направляющей штанги под действием боковой нагрузки	101
Рисунок 3.7 – Масштабирование полезной массы для паруса миссии CubeSail	103
Рисунок 3.8 – Полезная масса как функция площади паруса	105
Рисунок 3.9 – Изменение доли полезной массы с ее увеличением.....	105