



Баранов А.А.

Разработка методов расчета
параметров маневров
космических аппаратов в
окрестностях круговой
орбиты

Автореферат диссертации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Баранов А.А. Разработка методов расчета параметров маневров космических аппаратов в окрестностях круговой орбиты: автореф. дис. ... доктор физ.-мат. наук: 01.02.01. М., 2019. 40 с. URL: <http://library.keldysh.ru/avtoref.asp?id=2019-baranov>

На правах рукописи

Баранов Андрей Анатольевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА
ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
В ОКРЕСТНОСТИ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2018

Работа выполнена в ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук»

Официальные оппоненты: **Петухов Вячеслав Васильевич**, доктор технических наук, член-корреспондент РАН, начальник отдела Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национальный исследовательский университет),

Назаров Анатолий Егорович, доктор технических наук, заместитель начальника отдела Федерального государственного унитарного предприятия "Научно- производственное объединение им. С.А. Лавочкина",

Тимаков Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник РКК "Энергия"

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная 84/32

Защита состоится «19» февраля 2019 года в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, расположенного по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и на сайте диссертационного совета <http://keldysh.ru/council/1/>.

Автореферат разослан «___» _____ 2018г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 002.024.01,
кандидат физико-математических наук А.Е. Бондарев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. В настоящее время в связи с планированием резкого увеличения числа космических аппаратов (КА) возникает необходимость в обеспечении автономности их полетов. Использование автономной навигации позволяет определять параметры орбиты на борту КА, но остается проблема с определением параметров многоимпульсных маневров. Используемые для расчета многоимпульсных маневров громоздкие численные алгоритмы не обеспечивают ни необходимую надежность, ни требуемую скорость нахождения решения, их трудно реализовать на борту КА. Требуется использование экономных численно-аналитических алгоритмов, максимально учитывающих физические особенности задачи. Нештатные ситуации, возникающие на орбите, в том числе связанные с возможностью столкновения с космическим мусором, требуют оперативного анализа ситуации и возможного изменения всей схемы маневрирования. Для проведения такого оперативного анализа и изменения на его основе схемы маневрирования, нужно иметь высокоинформативный графический диалог с задачей. Чтобы разработать методы, позволяющие решать перечисленные выше задачи, необходимо понимание теории оптимального маневрирования, а именно, иметь полное представление о типах возможных оптимальных решений и областях их существования.

Многие годы с большим успехом используются спутниковые системы (СС) различного назначения. За это время часть КА, входящих в эти системы, вышли из строя, и, следовательно, требуется восполнение этих систем. В стадии технического решения, находится вопрос обслуживания существующих и проектируемых СС. Для этого уже недостаточно запускать обслуживающий КА в плоскость, в которой работают несколько КА. Для решения этих новых задач КА должен уметь перелетать в плоскость, долготы восходящего узла (ДВУ) которой может отличаться на несколько десятков градусов. Аналогичная задача существует и при возвращении с низких орбит объектов космического мусора. В этих случаях возникает необходимость в умении решать задачу встречи (перелет за фиксированное время в заданную точку конечной орбиты) большой продолжительности, когда имеется значительное отличие в долготы восходящего узла у начальной и конечной орбит. Данная задача является чрезвычайно актуальной и при планируемом создании СС, состоящих из нескольких сотен КА.

Эти спутниковые системы необходимо будет уметь не только сформировать, но и поддерживать их заданную конфигурацию. Это предъявляет новые требования к расчету маневров поддержания гибкой (относительной) конфигурации спутниковых систем. Большое число спутников, входящих в систему, делает невозможным использование для расчета параметров маневров численных методов, а для прогноза движения применять численное интегрирование. Необходимо разработать новый метод решения задачи поддержания, быстрота которого на несколько порядков превышает скорость работы существующих методов.

В последнее время появилось большое число работ, в которых описываются преимущества многоярусных систем. Данные системы состоят из нескольких обычных систем, отличающихся между собой высотой рабочей орбиты. Чтобы обеспечить одинаковую эволюцию долготы восходящего узла рабочих орбит, вводится компенсирующая разность в наклонении плоскостей орбит этих систем. Для данных систем также необходимо уметь рассчитывать параметры маневров их формирования, и возникает новая задача поддержания угла между плоскостями рабочих орбит этих систем.

Появились новые задачи маневрирования КА, связанные с обострившейся проблемой космического мусора. Это, например, оценка маневров активных космических объектов, а также совмещение маневров встречи с уклонением от столкновения с космическим мусором.

Таким образом, разработка аналитических и численно аналитических методов решения классической задачи встречи, при наличии различных ограничений характерных для практических задач, методов решения задачи встречи большой продолжительности, когда имеется значительное отличие в долготе восходящего узла у начальной и конечной орбит, численно-аналитических методов расчета маневров относительного поддержания конфигурации спутниковых систем, быстродействующих, надежных методов расчета параметров маневров, исполняемых ДУ малой тяги, методов решения задач маневрирования, связанных с проблемой космического мусора, является **актуальной научно-технической задачей**.

Целью диссертационной работы является построение теории оптимального маневрирования на околокруговых орбитах, в которой определяются возможные типы оптимальных решений и области их существования для основных задач, встречающихся в практической работе. Разработка численно-аналитических методов определения параметров маневров для каждого из возможных типов оптимальных решений. Распространение этих методов на решение задачи встречи большой продолжительности, когда имеется значительное отличие в долготе восходящего узла у начальной и конечной орбит. Создание новых быстродействующих методов расчета маневров поддержания заданной конфигурации спутниковых систем.

Достижение этой цели потребовало решения следующих **научно-технических задач**:

- определить области существования вырожденных и невырожденных оптимальных решений задачи встречи на компланарных орбитах, разработать численно-аналитические методы нахождения параметров маневров для этих решений;
- разработать численно-аналитические методы нахождения параметров маневров для встречи на некомпланарных орбитах;

- разработать численно-аналитический и численный методы расчета параметров маневров дальнего наведения;
- разработать графический диалог с задачей, основанный на изображении импульсов скорости в пространстве составляющих вектора эксцентриситета;
- разработать численно-аналитический метод решения задачи встречи на некомпланарных орбитах при наличии значительного первоначального отклонения долготы восходящего узла;
- разработать численно-аналитические метод расчета параметров оптимальных маневров, гибкого поддержания заданной конфигурации спутниковой системы.

Методы исследования. Для решения перечисленных задач использовались методы математического моделирования, теоретической механики, математического анализа, вариационного исчисления, программирования, прикладные методы космической баллистики.

Объектом исследования являются единичные КА и спутниковые системы.

Предметом исследования служат численно-аналитические и численные методы расчета параметров оптимальных маневров перехода и встречи в окрестности круговой орбиты.

Научная новизна результатов. В работе получены следующие результаты, обладающие новизной и научной значимостью:

- разработан аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров перехода между некомпланарными орбитами, при условии, что у импульсов скорости отсутствуют радиальные составляющие;
- разработан численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных двух-, трех- и четырехимпульсных маневров встречи на компланарных орбитах, когда годограф базис-вектора вырождается в точку;
- разработан аналитический метод расчета параметров оптимальных трех- и четырехимпульсных маневров встречи на компланарных орбитах, когда годограф базис-вектора имеет вид эллипса;
- разработан аналитический метод расчета параметров оптимальных четырех- и трехимпульсных маневров встречи на компланарных орбитах, когда годограф базис-вектора имеет вид циклоиды;
- определены области существования различных типов оптимальных решений задачи встречи на компланарных орбитах;
- разработан численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров встречи на компланарных орбитах, при наличии ограничений на высоту орбиты ожидания;

- разработан универсальный численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров встречи на некомпланарных орбитах;
- разработан аналитический метод расчета параметров оптимальных пяти- и шестиимпульсных маневров встречи на некомпланарных орбитах, когда годограф базис-вектора имеет вид спирали;
- разработан численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров дальнего наведения;
- разработан численный метод расчета параметров оптимальных маневров дальнего наведения;
- разработан графический диалог с задачей, позволяющий находить компромиссные решения при наличии противоречивых ограничений;
- разработан универсальный численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров встречи на некомпланарных орбитах при наличии значительного (десятки градусов) первоначального отклонения долготы восходящего узла;
- разработан численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров, гибкого поддержания заданной конфигурации спутниковой системы;
- разработан численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров, поддержания угла между плоскостями орбит разноуровневой спутниковой системы.

Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается их успешным использованием в практической работе в различных проектах, сравнением с результатами, опубликованными отечественными и зарубежными авторами.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в том, что полученные в ней результаты дают возможность:

- решать основные задачи маневрирования КА в окрестности круговой орбиты;
- существенно сократить время решения этих задач маневрирования, что позволяет проведение массовых расчётов при проектировании новых миссий;
- обеспечить высокую надежность решения задач, получить необходимую точность формирования заданной орбиты, что чрезвычайно важно при баллистическом обеспечении полетов реальных КА;
- объяснить характер получаемого решения;
- осуществить графический диалог с задачей, который особенно эффективен при возникновении нештатных ситуаций на орбите, при проектировании новых миссий, при расчете маневров уклонения от столкновения с космическим мусором;

- рассчитывать параметры многоимпульсных маневров на борту КА;
- данные результаты использовались при разработке методов оценки маневров активных космических объектов и при определении схем облета объектов космического мусора, при решении задачи обслуживания.

Реализация результатов работы. Полученные в диссертационной работе результаты использовались в баллистическом центре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для расчета маневров КА типа «Союз», «Прогресс» и орбитальных модулей, стыкуемых с ДОС, а также использовались в CNES для расчета параметров маневров европейского ATV, маневров элементов formation flying «Aqua Train» и «Prizm», в проекте “Mars sample return mission”.

На защиту выносятся:

1. Теория оптимального маневрирования в окрестности круговой орбиты, состоящая в определении возможных типов оптимальных решений компланарной и некомпланарной задач встречи и областей их существования;
2. Аналитические и численно-аналитические методы расчета параметров оптимальных двух-, трех- и четырехимпульсных маневров встречи на компланарных орбитах, когда годограф базис-вектора вырождается в точку или имеет вид эллипса, а также маневры встречи при ограничениях на высоту переходной орбиты;
3. Аналитические методы расчета параметров оптимальных трех- и четырехимпульсных маневров встречи на компланарных орбитах, когда годограф базис-вектора имеет вид циклоиды;
4. Универсальный численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных четырехимпульсных маневров встречи на некомпланарных орбитах и аналитический метод расчета параметров оптимальных пяти- и шестиимпульсных маневров встречи на некомпланарных орбитах, когда годограф базис-вектора имеет вид спирали;
5. Численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров дальнего наведения КК типа «Союз», «Прогресс» и численный метод решения этой задачи, в котором эффективно решена проблема поиска минимума в пространстве углов приложения импульсов скорости;
6. Графический диалог с задачей, позволяющий находить компромиссные решения при наличии противоречивых ограничений, выбирать новые схемы маневрирования;
7. Универсальный численно-аналитический метод расчета параметров оптимальных маневров встречи большой продолжительности на некомпланарных орбитах при наличии значительного (десятки градусов) первоначального отклонения долготы восходящего узла;
8. Численно-аналитические методы расчета параметров оптимальных маневров гибкого поддержания заданной конфигурации

спутниковой системы и поддержания угла между плоскостями орбит разноуровневой спутниковой системы.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на Всероссийских:

– VI (1982 г.), XVI (1992 г.), XXV (2001 г.), XXX (2006г.), XXXIV (2010 г.), XXXVII (2013 г.), XXXVIII (2014 г.), XXXIX (2015г.), XL (2016 г.), XLI (2017г.) Академических чтениях по космонавтике, Москва;

– VI (Ташкент, 1986 г.), VII (Москва, 1991 г.), XI (Казань, 2015 г.) Всероссийских съездах по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики;

– XLVIII (2013 г.), XLIX (2014 г.), L (2015 г.) научных чтениях памяти К.Э. Циолковского, Калуга;

и на Международных научных конференциях:

– International Astronautical Congress (66th Jerusalem, Israel, 2015, 67th Guadalajara, Mexico, 2016, 68th Adelaide, Australia, 2017);

– International Symposium on Space Flight Dynamics (9th St.Petersburg–Moscow, Russia, 1994, 14th Foz do Iguacu, Brazil, 1999, 17th Moscow, Russia, 2003);

– International Workshop on Constellations and Formation Flying (4th Piza, Italy, 2006, 5th Evpatoria, Krimea, 2008, 6th Taipei, Taiwan, 2010);

– Astrodynamics Specialist Conference, Quebec, Canada, 2001;

– Key Topics in Orbit Propagation Applied to Space Situational Awareness, Toulouse, France, 2015;

– 7th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2017;

– IAA-AAS-DyCoSS3-105, РУДН, Москва, РФ, 2017.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 28 статьях в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, из них 19 статей опубликовано в журналах, входящих в базы данных Web of Science и Scopus, выпущена монография.

Объём и структура работы. Диссертационная работа состоит из 304 страниц машинописного текста, 26 таблиц и 87 рисунков. Она включает в себя введение, восемь глав, заключение с выводами и список литературы, который состоит из 184 наименований.

Содержание работы

Во введении определяется цель исследования, обосновывается актуальность темы и рассматриваемых научных задач, приведен краткий обзор содержания диссертации, дается оценка научной новизны результатов, приводятся сведения об их реализации в различных реальных проектах, сведения о публикациях по теме диссертации и апробации работы.

В первой главе приводится решение системы линеаризованных уравнений движения КА в цилиндрической системе координат. Для

околокругового движения условия перелета с начальной орбиты в заданную точку конечной орбиты записываются в следующем безразмерном виде:

$$\sum_{i=1}^N (\Delta V_{ri} \sin \varphi_i + 2\Delta V_{ii} \cos \varphi_i) = \Delta e_x, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N (-\Delta V_{ri} \cos \varphi_i + 2\Delta V_{ii} \sin \varphi_i) = \Delta e_y, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N 2\Delta V_{ii} = \Delta a, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N (2\Delta V_{ri} (1 - \cos \varphi_i) + \Delta V_{ii} (-3\varphi_i + 4\sin \varphi_i)) = \Delta t, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N -\Delta V_{zi} \sin \varphi_i = \Delta z, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N \Delta V_{zi} \cos \varphi_i = \Delta V_z, \quad (6)$$

здесь $\Delta a = (a_f - a_0)/r_0$, $\Delta e_x = e_f \cos \omega_f - e_0 \cos \omega_0$, $\Delta e_y = e_f \sin \omega_f - e_0 \sin \omega_0$, $\Delta z = z_0/r_0$, $\Delta V_z = V_{z0}/V_0$, $\Delta t = \lambda_0(t_f - t_0)$, $\Delta V_{ri} = \Delta V_{ri}^*/V_0$, $\Delta V_{ii} = \Delta V_{ii}^*/V_0$, $\Delta V_{zi} = \Delta V_{zi}^*/V_0$, где « f », « 0 » – соответственно индексы конечной и начальной орбит, e_0 , e_f – эксцентриситеты этих орбит; a_0 , a_f – большие полуоси орбит; ω_0 , ω_f – углы между направлением на точку заданную на конечной орбите (ось Ox – направлена на эту точку) и направлением на перицентр этой орбиты; t_f – фиксированное время прилета в заданную точку, t_0 – время, в которое проекция радиус-вектора на плоскость конечной орбиты попадет на луч, проходящий через заданную точку, когда движение происходит по начальной орбите; z_0 – отклонение спутника, находящегося на начальной орбите, от плоскости конечной орбиты в момент t_0 ; V_{z0} – боковая относительная скорость в момент t_0 ; λ_0 , V_0 – угловая и орбитальная скорости движения по опорной круговой орбите радиуса r_0 ; N – число импульсов скорости; φ_i – угол приложения i -го импульса скорости; эти углы отрицательны так как отсчитываются от направления на заданную точку в сторону движения КА (в заданной точке $\varphi_f = 0$); ΔV_{ii}^* , ΔV_{ri}^* , ΔV_{zi}^* – соответственно трансверсальная, радиальная и боковая составляющие i -го импульса скорости.

Приведена постановка задачи маневрирования. При расчете параметров маневров требуется, чтобы углы приложения импульсов скорости принадлежали заданным интервалам маневрирования. Начало и конец каждого интервала маневрирования F_1, \dots, F_N , задаются номером витка и аргументом широты. Ограничение на углы приложения импульсов скорости записываются в виде:

$$\varphi_1 \in F_1, \dots, \varphi_N \in F_N, \quad (7)$$

здесь F_1, \dots, F_N – заданные интервалы маневрирования.

Задачу поиска параметров оптимальных маневров можно сформулировать в следующем виде: определить составляющие импульсов скорости и их углы приложения ΔV_{ri} , ΔV_{ti} , ΔV_{zi} , φ_i ($i=1, \dots, N$), при которых суммарная характеристическая скорость (СХС) маневров ΔV минимальна:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^N \Delta V_i = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ti}^2 + \Delta V_{zi}^2} \quad (8)$$

при ограничениях (1)-(6), (7). В различных вариантах задачи могут учитываться только некоторые из этих ограничений.

Геометрическая интерпретация импульсов скорости. Как следует из уравнений (1), (2), изменение вектора эксцентриситета орбиты в результате приложения трансверсальной составляющей ΔV_{ti} i -го импульса скорости на плоскости e_x, e_y можно изобразить вектором AB (рис 1). Длина вектора – $2\Delta V_{ti}$, вектор образует угол φ_i с осью e_x .

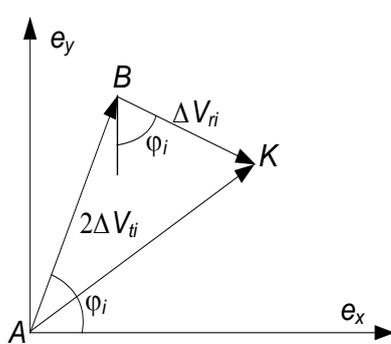


Рисунок 1. Изменение вектора эксцентриситета при сообщении импульса скорости

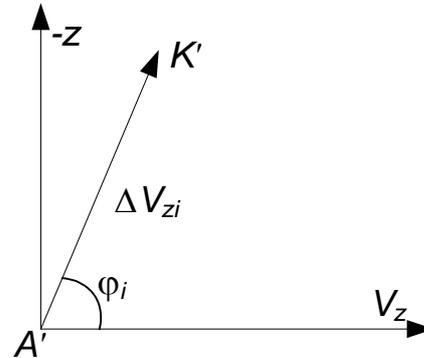


Рисунок 2. Изменение плоскости орбиты при сообщении боковой составляющей импульса скорости

Изменение, вызванное радиальной составляющей ΔV_{ri} , изображается вектором BK (рис. 1). Длина вектора – ΔV_{ri} , вектор образует угол $1.5\pi + \varphi_i$ с осью e_x . Очевидно, что вектор BK перпендикулярен вектору AB . Самому импульсу скорости на плоскости e_x, e_y будет соответствовать вектор AK , показывающий какое изменение вектора эксцентриситета произойдет в результате приложения импульса скорости с такими радиальной и трансверсальной составляющими. Из уравнений (5), (6) следует, что на плоскости $(V_z, -z)$ боковой составляющей i -го импульса скорости соответствует вектор $A'K'$ длины ΔV_{zi} , проведенный под углом φ_i к оси V_z (рис. 2).

Углы φ_e , φ_z , которые задают направление оптимальной коррекции отклонения вектора эксцентриситета и отклонения плоскостей орбит (определяет положение линии пересечения плоскостей орбит) вычисляются по формулам:

$$\operatorname{tg} \varphi_e = \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_z = -\frac{\Delta z}{\Delta V_z}. \quad (10)$$

Чтобы решить задачу встречи, используется от двух до шести импульсов скорости. Число параметров маневров превышает число ограничений в системе (1)-(6). Таким образом, имеется задача поиска оптимального решения. Наиболее эффективно искать её решение, с помощью теории базис-вектора (prime vector) Д. Лоудена.

Для переменных, сопряженных вектору скорости, используются обозначения λ, μ, ν . Уравнения для этих переменных обычно записываются в виде:

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2} \sin(\theta - \theta_0) + 2\lambda_6, \\ \mu &= 2\lambda_1 + 2\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2} \cos(\theta - \theta_0) - 3\lambda_6\theta, \\ \nu &= \frac{\lambda_3\lambda_4 - \lambda_2\lambda_5}{\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}} \sin(\theta - \theta_0) + \frac{\lambda_2\lambda_4 + \lambda_3\lambda_5}{\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}} \cos(\theta - \theta_0), \\ \operatorname{tg} \theta_0 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Оптимальная ориентация импульса скорости $\Delta \bar{V}_i$, исполняемого в точке θ_i , задается уравнениями:

$$\frac{\Delta V_{ri}}{\Delta V_i} = \lambda(\theta_i); \quad \frac{\Delta V_{ii}}{\Delta V_i} = \mu(\theta_i); \quad \frac{\Delta V_{zi}}{\Delta V_i} = \nu(\theta_i). \quad (12)$$

В пространственном случае уравнения (11) это уравнения спирали в пространстве λ, μ, ν , при перелете между компланарными орбитами ($\lambda_4 = \lambda_5 = 0$) они описывают циклоиду на плоскости μ, λ . При $\lambda_6 = 0$ годограф базис-вектора вырождается в эллипс, окружность, отрезок или точку. Каждый из этих типов годографа определяет конкретный тип оптимального решения. Выбор типа решений зависит от условий задачи.

Необходимые условия оптимальности: импульсы скорости прикладываются в те моменты, когда годограф базис-вектора касается окружности или сферы единичного радиуса, в случае циклоиды и спирали внешние импульсы скорости прикладываются в те моменты, когда годограф базис-вектора пересекает окружность или сферу единичного радиуса.

В заключительных разделах первой главы описана итерационная процедура, позволяющая выполнять терминальные условия с необходимой точностью с учетом нецентральности гравитационного поля, влияния атмосферы, давления солнечного света, работы двигательной установки и т.д.

В начале процедуры производится интегрирование до момента встречи уравнений движения КА для конечной и начальной орбит. При интегрировании учитываются модели перечисленных выше возмущений.

После интегрирования вычисляется разность элементов начальной и конечной орбит. Затем определяются параметры маневров, которые переводят КА с начальной на “прицельную” орбиту (на первой итерации “прицельной” орбитой является конечная орбита). Задача решается в максимально упрощенной постановке (используются линеаризованные уравнения, возмущения не учитываются).

На следующем этапе опять производится интегрирование уравнений движения КА с учетом требующихся возмущений, но в его процессе также моделируется исполнение рассчитанных маневров. В результате находятся элементы сформированной в точке встречи орбиты и вычисляется их разность с элементами конечной орбиты. Для прогнозирования движения с учетом возмущений обычно используется численное интегрирование. Когда интервалы прогнозирования велики (несколько сотен витков) целесообразно использовать высокоточное численно-аналитическое интегрирование, обеспечивающее необходимую точность прогноза.

Если вычисленные отклонения превышают допустимые, то параметры “прицельной” орбиты меняются на величину вычисленных отклонений, и проводится следующая итерация.

Процедура заканчивается, когда терминальные условия выполнены с заданной точностью.

Во второй главе рассмотрена задача перехода между компланарными (три типа решений) и некомпланарными орбитами (четыре типа решений). Приведены формулы для расчета параметров маневров, полученные для компланарных переходов А.А. Красовским, а для некомпланарных переходов Т. Эдельбаумом, на основе теории базис-вектора Д. Лоудена. Предложено квазиоптимальное аналитическое двухимпульсное решение задачи перехода между некомпланарными орбитами. Решение ищется в предположении равенства отношения боковой ΔV_{zi} и трансверсальной ΔV_{ti} составляющих первого и второго импульсов скорости $\left| \frac{\Delta V_{z1}}{\Delta V_{t1}} \right| = \left| \frac{\Delta V_{z2}}{\Delta V_{t2}} \right|$.

Угол приложения первого импульса скорости для этого решения φ_1 определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} = \left(1 - \frac{\Delta e}{\Delta a} \right) \left(-\operatorname{ctg} \Delta \psi + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \Delta \psi + \frac{\Delta a^2}{\Delta a^2 - \Delta e^2}} \right), \quad (13)$$

где, $\Delta \psi = \varphi_e - \varphi_z$ – разница между углами оптимальными для совмещения плоскостей орбиты (φ_z) и коррекции отклонения вектора эксцентриситета (φ_e). Затем из системы (1)-(3), (5), (6) определяются остальные параметры маневров.

Использование данного метода при решении реальных задач показало, что СХС этого решения незначительно больше СХС оптимальных решений,

описанных Т. Эдельбаумом, а иногда даже меньше, т.к. решения Т. Эдельбаума также получены при некоторых упрощающих предположениях.

В третьей главе рассмотрена *встреча на компланарных орбитах*. Проанализированы три типа возможных решений, установлены области их существования. Приведены алгоритмы для определения параметров двух-, трех- и четырёхимпульсных решений для каждого из возможных типов годографа базис-вектора: в виде точки, эллипса и циклоиды. Приведено решение задачи встречи, в которой необходимо учитывать ограничения на высоту фазирующей орбиты.

В задаче встречи предполагается, что импульсы скорости прикладываются на двух интервалах маневрирования, первый из которых располагается в начале, а второй в конце перелета. Такая схема имеет ряд существенных преимуществ и обычно интервалы маневрирования разделяет от нескольких, до нескольких десятков витков.

При такой схеме маневрирования главное влияние на время прилета КА в точку встречи оказывают трансверсальные составляющие импульсов скорости первого интервала маневрирования. Это дает возможность, используя уравнение (4), оценить величину суммы этих составляющих:

$$\Delta V_{t1} \approx -\frac{\Delta t}{3\varphi_0}, \quad (14)$$

здесь φ_0 – угловое расстояние от заданной точки этого интервала до точки встречи, Δt – разница во времени прилёта в эту точку. Здесь был использован тот факт, что длина первого интервала маневрирования существенно меньше его расстояния до точки встречи.

Оптимальному решению задачи встречи, когда начальная и конечная орбита не пересекаются, а начальное отличие в аргументе широты соответствует оптимальному фазовому диапазону (СХС решения задачи встречи совпадает с СХС решения задачи перехода между этими орбитами, границы диапазона определяются в работе), соответствует годограф базис-вектора в виде точки. У оптимального решения задачи встречи импульсы скорости имеют только трансверсальные составляющие, которые все или разгонные, или тормозные. Об углах приложения импульсов скорости базис-вектор не дает никакой информации. Возможны двух-, трех-, и четырёхимпульсные решения.

Двухимпульсные решения. Геометрически условие (14) означает, что на плоскости e_x, e_y точка B (рис. 3), соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания (орбиты, получающейся после приложения импульсов скорости первого интервала маневрирования, часто используется также термин «фазирующая орбита»), должна принадлежать окружности, имеющей

радиус $R_1 = 2 \left| \frac{\Delta t}{3\varphi_{10}} \right|$, с центром в точке A , так как известна величина первого

импульса скорости, но ещё не известен угол его приложения.

Из формул (3), (14) следует, что

$$\Delta V_{t2}^* \approx \frac{1}{2} \Delta a + \frac{\Delta t}{3\varphi_{10}}, \quad (15)$$

таким образом, точка B должна также принадлежать окружности радиуса $R_2 = \left| \Delta a + 2 \frac{\Delta t}{3\varphi_{10}} \right|$ с центром в точке K (рис. 3). Это следует из того, что вторым импульсом скорости известной величины ΔV_{t2}^* необходимо прийти в точку K , но угол приложения этого импульса тоже пока не известен, значит в точку K можно перейти этим импульсом из любой точки окружности, имеющей радиус R_2 . Двухимпульсное решение с нулевыми радиальными составляющими существует, если окружности пересекаются.

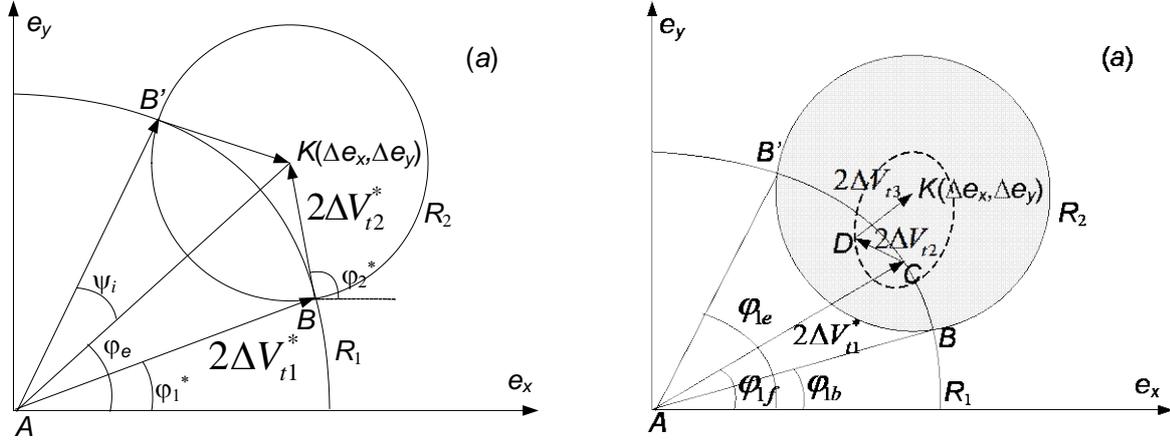


Рисунок 3. Двухимпульсные решения. Рисунок 4. Трехимпульсные решения.

Углы приложения импульсов скорости φ_1^*, φ_2^* , при которых происходит пересечение окружностей, находятся из уравнений (1), (2):

$$\varphi_i^* = \varphi_e \pm \psi_i - 2\pi n_i + \frac{1}{2} \pi (1 - \text{sign} \Delta V_{ii}^*) \quad (n_i = 0, 1, 2, \dots), \quad (16)$$

где $\varphi_e = \arccos\left(\frac{\Delta e_x}{\Delta e_y}\right) \text{sign} \Delta e_y$, $\psi_i = \arccos \frac{\Delta e^2 + 4(-1)^i (\Delta V_{t2}^{*2} - \Delta V_{t1}^{*2})}{4\Delta V_{ii}^{*2} \Delta e}$ ($i=1,2$).

В формуле (16) верхние знаки соответствуют точке B' , нижние - точке B . Константы n_1 и n_2 выбираются такими, чтобы углы φ_1^*, φ_2^* принадлежали соответственно первому и второму интервалам маневрирования. Найденные значения углов можно использовать в качестве начального приближения для итерационной процедуры, позволяющей определить параметры маневра, при которых уравнение (4) выполняется с заданной точностью. На очередной итерации этой процедуры величины трансверсальных составляющих импульсов скорости ΔV_{t1}^* , ΔV_{t2}^* определяются из уравнений (3), (4), где значения углов приложения импульсов скорости φ_1^*, φ_2^* вычислены на предыдущем шаге. Затем по формулам (16) уточняются значения углов приложения импульсов скорости. Если при найденных значениях $\varphi_1^*, \varphi_2^*, \Delta V_{t1}^*, \Delta V_{t2}^*$ правая и левая части уравнения (4) не совпадают с заданной точностью,

то вычисления продолжаются. Как можно видеть, одновременно определяются все четыре параметра двух импульсов скорости. При использовании классической задачи Ламберта определяются только величины импульсов скорости, углы их приложения находятся простым перебором точек из интервалов маневрирования.

В *трехимпульсной задаче встречи* геометрическим местом для конца вектора эксцентриситета фазирующей орбиты является дуга BB' (рис. 4), т.к. двум импульсам скорости второго интервала маневрирования оптимального решения соответствует диск радиуса R_2 с центром в т.К.

В трехимпульсной задаче шесть переменных (три трансверсальных составляющих импульсов скорости и три их угла приложения) и четыре ограничения в виде равенств. Если дополнительно зафиксировать значения двух из шести переменных, то значения остальных переменных однозначно определяются из системы (1)-(4).

Можно зафиксировать углы приложения первого и второго импульсов скорости $\varphi_1 = \varphi_{1f}$, $\varphi_2 = \varphi_{2f}$. Трехимпульсное решение можно получить, если $\varphi_{1f} \in (\varphi_{1b}, \varphi_{1e})$, т.е. точка C принадлежит дуге BB' . Естественно, что φ_{1f} и φ_{2f} должны принадлежать соответственно первому и второму интервалам маневрирования. Так как φ_1 задан, а ΔV_{t1}^* определяется из (14), то положение точки C известно (известен вектор эксцентриситета орбиты ожидания). Два последних импульса скорости обеспечивают переход со свободным временем на втором интервале маневрирования (переход из точки C в точку K). Угол приложения первого из этих импульсов задан, следовательно, используя (1) - (3), можно определить ΔV_{t2}^* , ΔV_{t3}^* и φ_3^* :

$$\begin{aligned} \Delta V_{t2}^* &= \frac{\Delta \tilde{e}^2 - \Delta \tilde{a}^2}{4(\Delta \tilde{e}_y \sin \varphi_{2f} + \Delta \tilde{e}_x \cos \varphi_{2f} - \Delta \tilde{a})}, \\ \Delta V_{t3}^* &= \frac{\Delta \tilde{a}}{2} - \Delta V_{t2}^*, \\ \operatorname{tg} \varphi_3 &= \frac{\frac{\Delta \tilde{e}_y}{2} - \Delta V_{t2}^* \sin \varphi_{2f}}{\frac{\Delta \tilde{e}_x}{2} - \Delta V_{t2}^* \cos \varphi_{2f}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\Delta \tilde{e}_x = \Delta e_x - 2\Delta V_{t1}^* \cos \varphi_{1f}$, $\Delta \tilde{e}_y = \Delta e_y - 2\Delta V_{t1}^* \sin \varphi_{1f}$, $\Delta \tilde{a} = \Delta a - 2\Delta V_{t1}^*$.

С помощью итерационной процедуры параметры маневров уточняются, чтобы уравнение (4) было выполнено с заданной точностью.

Требование фиксации углов приложения импульсов скорости обычно связано с условиями полета. Если ограничений на моменты приложения импульсов скорости нет, то для простоты и надежности лучше использовать простейшее решение, у которого импульсы прикладываются на линии апсид относительной орбиты (апсидальное решение). Можно предположить, например, что третий импульс скорости имеет тот же угол приложения φ_e на

своем витке, что и первый импульс на своем витке, а угол приложения второго импульса скорости отличается на 180° от угла приложения третьего импульса. Зная углы приложения импульсов на витке, легко вычислить значения углов φ_i :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_e + 2\pi(N_I - N_{ap}) - u_{ap}, \\ \varphi_2 &= \varphi_e - \pi + 2\pi(N_{II} - N_{ap}) - u_{ap}, \\ \varphi_3 &= \varphi_e + 2\pi(N_{II} - N_{ap}) - u_{ap},\end{aligned}\tag{18}$$

где N_{ap} , u_{ap} – номер витка и аргумент широты прицельной точки, N_I , N_{II} – номера витков, на которых прикладываются импульсы скорости первого и второго интервалов маневрирования соответственно.

Величины трансверсальных составляющих импульсов скорости однозначно определяются из системы (1)-(4):

$$\begin{aligned}\Delta V_{i2} &= \frac{1}{4}(\Delta a - \Delta e), \\ \Delta V_{i1} &= \frac{\Delta t - k_2 \Delta V_{i2} - \frac{1}{4} k_3 (\Delta a + \Delta e)}{(k_1 - k_3)}, \\ \Delta V_{i3} &= \frac{1}{4}(\Delta a + \Delta e) - \Delta V_{i1},\end{aligned}\tag{19}$$

где $k_i = 4 \sin \varphi_i - 3 \varphi_i$ ($i=1,2,3$).

Это аналитическое решение можно использовать для определения параметров маневров встречи любой продолжительности.

Для четырехимпульсных решений допустимая область G определяется пересечением двух кругов с центрами в т.А и т.К. Имеется восемь свободных переменных, из которых можно зафиксировать четыре. Для маневров дальнего наведения это углы приложения третьего и четвертого импульсов скорости, одинаковы величины этих импульсов и еще один из параметров, например, момент исполнения одного из двух импульсов скорости первого интервала маневрирования. Величины маневров и последний из углов приложения импульсов скорости определяются по схеме, описанной для трехимпульсной задачи, и уточняются с помощью итерационной процедуры.

Если начальная и конечная орбиты пересекаются, а начальная разность фаз принадлежит оптимальному диапазону, то оптимальное решение соответствует годографу базис-вектора в форме эллипса. Часть импульсов скорости разгонные, остальные тормозные. Параметры трехимпульсного решения определяются по формулам (18), (19), а для четырехимпульсных решений можно зафиксировать отношение величин импульсов скорости одного из интервалов маневрирования, а затем получить решение, аналогичное трехимпульсному.

Если начальная разность фаз не принадлежит оптимальному диапазону, то оптимальное решение соответствует годографу базис-вектора в форме циклоиды. Оптимальным является четырехимпульсное решение.

Импульсы скорости на одном из интервалов маневрирования разгонные, на другом тормозные. Первый импульс скорости прикладывается в начале первого интервала маневрирования, четвертый в конце второго интервала. Были исследованы углы приложения внутренних импульсов скорости и ориентация всех импульсов скорости решений, удовлетворяющих необходимым условиям оптимальности. Эти исследования позволили получить аналитические формулы для углов приложения:

$$\Delta\theta = a(\tilde{\theta}^*)^3 + b(\tilde{\theta}^*)^2 + c\tilde{\theta}^* + d,$$

и ориентации:

$$\frac{\lambda}{\mu}(\tilde{\theta}^*) = l(3\pi - \tilde{\theta}^*)^g e^{f(3\pi - \tilde{\theta}^*)},$$

импульсов скорости оптимальных решений. Величины импульсов скорости четырехимпульсного решения находятся из системы (1)-(4). Установлены области существования четырехимпульсных решений. Объяснен «S» образный вид этих областей.

Области существования решений различного типа (в зависимости от начальной разности фаз) и число импульсов скорости, которые необходимо использовать, приведены на рисунке 3.14(a). Двойка в круглых скобках перед числом импульсов скорости три означает, что у трехимпульсного решения два импульса скорости должны прикладываться на первом интервале маневрирования. Двойка после числа три означает, что два импульса скорости должны прикладываться на втором интервале маневрирования.

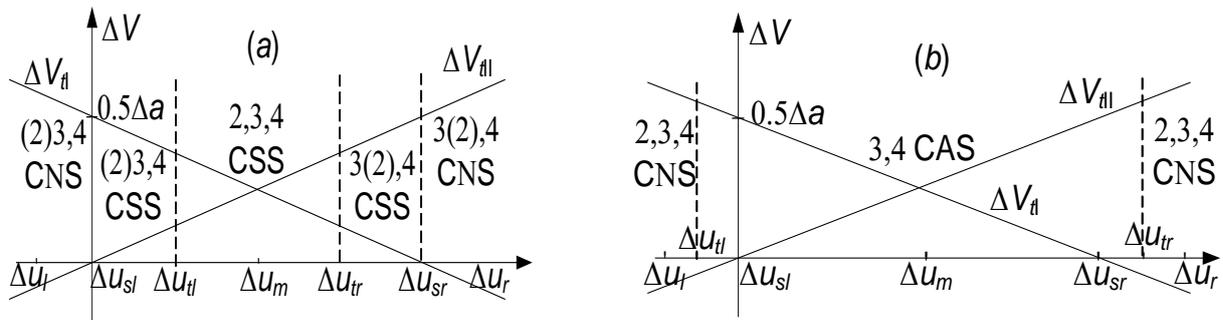


Рисунок 5. Области существования решений различного типа: (a) для непересекающихся орбит; (b) для пересекающихся орбит

Решениям CNS соответствует годограф базис-вектора в виде циклоиды, решениям CSS соответствует годограф базис-вектора в виде точки, решениям CAS соответствует годограф базис-вектора в форме эллипса. Решения CNS существуют только вне диапазона оптимальной фазы. Данные рисунки определяют необходимую схему маневрирования в зависимости от начальной разности фаз.

Для задачи с ограничением на высоту фазирующей орбиты было показано, что данное ограничение также можно интерпретировать как

ограничение на эксцентриситет фазирующей орбиты, поскольку величина большой полуоси этой орбиты определяется с помощью уравнения (14). Это упрощение позволяет геометрическим методом найти оптимальное решение, удовлетворяющее ограничению на высоту фазирующей орбиты.

В четвертой главе описаны универсальный алгоритм расчета параметров маневров четырехимпульсной многовитковой *встречи на некомпланарных околокруговых орбитах*, численно-аналитический алгоритм расчета параметров маневров дальнего наведения КК типа «Союз», «Прогресс», орбитальных модулей. Исследованы шестиимпульсные решения, соответствующие годографу базис-вектора в форме спирали. Проведено сравнение эффективности методов решения некомпланарной задачи встречи, которые используют НАСА и ЦУП ЦНИИМАШ и оптимального решения.

Универсальный метод. Вначале по формуле (14) оценивается сумма трансверсальных составляющих импульсов скорости первого интервала маневрирования. Находится изменение большой полуоси на первом и на втором интервалах маневрирования:

$$\Delta a_I \approx 2\Delta V_{II}, \quad \Delta a_{II} \approx \Delta a - 2\Delta V_{II}. \quad (20)$$

Вводится переменная $\Delta a^* = |\Delta a_I| + |\Delta a_{II}|$. Затем с помощью одного из методов, описанных во второй главе, находится двухимпульсное решение задачи перехода между некомпланарными орбитами, разность элементов которых $\Delta e_x, \Delta e_y, \Delta z, \Delta V_z, \Delta a^*$. Чтобы получить решение задачи встречи, найденные импульсы скорости делятся в пропорции $\frac{\Delta a_I}{\Delta a^*}, \frac{\Delta a_{II}}{\Delta a^*}$, получаются

четыре импульса скорости по два на первом и последнем витках перелета. Каждая пара импульсов скорости производит требуемое изменение большой полуоси. Параметры решения уточняются с помощью итерационной процедуры, пока условие (4) не будет удовлетворено с заданной точностью.

Если знаки Δa_I и Δa_{II} совпадают, то $\Delta a^* = |\Delta a|$, СХС задачи встречи равна СХС задачи перехода (соответствует случаю $\lambda_6 = 0$, оптимальная фаза), найденное решение задачи встречи оптимально. Когда $\Delta a^* > |\Delta a|$, СХС найденного решения будет больше СХС оптимального решения задачи встречи, соответствующего годографу базис-вектора в форме спирали. Для многовитковой встречи разница найденного решения и оптимального решения задачи встречи будет относительно небольшой.

Шестиимпульсные решения, соответствующие годографу базис-вектора в форме спирали. Форму спирали определяют 6 коэффициентов λ_i (11). Необходимые условия оптимальности позволяют уменьшить число независимых коэффициентов до трех, в качестве которых выбираются $\lambda_3, \lambda_5, \lambda_6$. Для определения этих коэффициентов $\lambda_3, \lambda_5, \lambda_6$ использовались два программных комплекса, которым на вход подавался один параметр –

продолжительность перелета θ_f . Эти ПК для фиксированной продолжительности перелета позволяют определить моменты приложения импульсов скорости и их ориентация. С помощью этих ПК были построены зависимости параметров импульсов от угловой продолжительности перелета θ_f . Целая часть θ_f обозначается $\bar{\theta}$, остающаяся часть θ_f обозначается θ_f^* , вводится новая переменная $\theta^* = 0.5\theta_f^*$, эта переменная и используется в графиках и формулах.

Было определено, что радиальные составляющие импульсов скорости практически нулевые, и что курсы второго и третьего импульсов скорости дают противоположную боковую ориентацию этих импульсов. Это означает, что достаточно определить только четыре аналитические функции от θ^* : курсы первого и второго импульсов скорости, а также углы приложения второго и третьего импульсов. С достаточной точностью можно предположить, что эти углы отличаются на 180° .

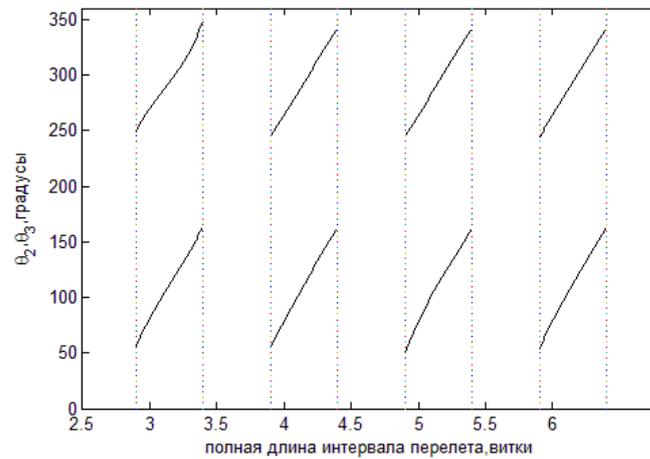


Рис. 6. Моменты приложения второго и третьего импульсов скорости

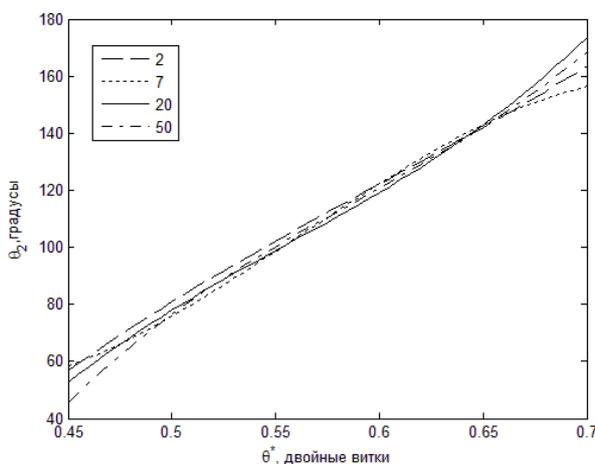


Рис. 7. Момент приложения второго импульса скорости

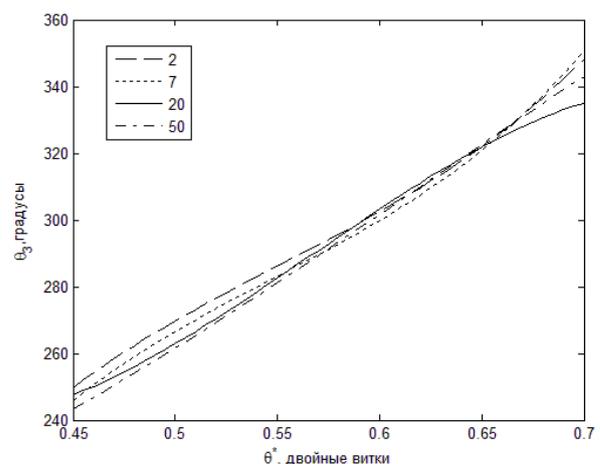


Рис. 8. Момент приложения третьего импульса скорости

Из построенных графиков следует, что углы приложения второго и третьего импульсов скорости θ_2 и θ_3 почти не зависят от целой части витков продолжительности встречи $\bar{\theta}$ (рис. 6,7,8). Аппроксимация зависимостей $\theta_2(\theta^*)$ и $\theta_3(\theta^*)$ осуществляется с помощью полиномов третьей степени:

$$\begin{aligned}\theta_2(\theta^*) &= 724.8(\theta^*)^3 - 1382.3(\theta^*)^2 + 1298.9\theta^* - 317.1, \\ \theta_3(\theta^*) &= -35.9(\theta^*)^3 + 180.6(\theta^*)^2 + 213.9\theta^* + 116.6.\end{aligned}\quad (21)$$

Здесь θ^* измеряется в долях двойного витка, а углы приложения импульсов скорости в этих формулах в долях витка. В первом приближении зависимость $\theta_3(\theta^*)$ можно не рассматривать и использовать формулу $\theta_3(\theta^*) = \theta_2(\theta^*) + 0.5$. Анализ показывает, что ошибка аппроксимации, как правило, менее 3° , и только около границ приближается к 8° для встреч небольшой длительности. Это вполне удовлетворительная точность при поиске решения при упрощающих предположениях.

Курсы, как первого, так и второго импульсов скорости существенно зависят от продолжительности встречи (рис. 9,10).

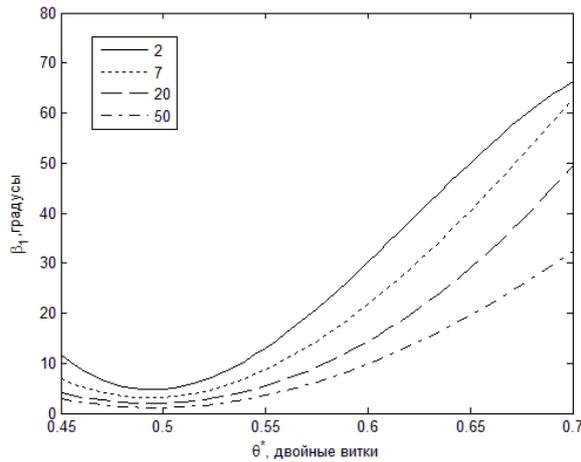


Рис. 9. Курс первого импульса

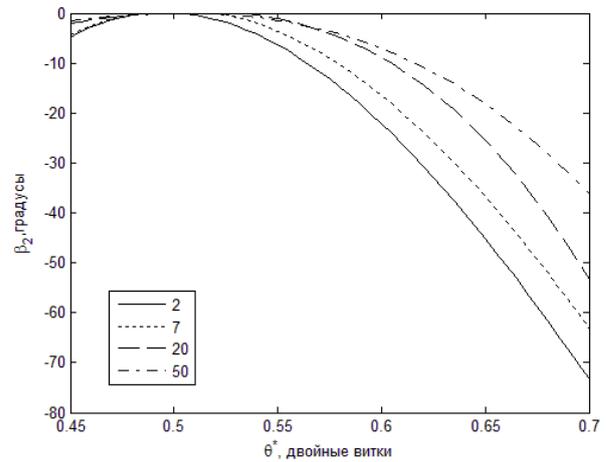


Рис. 10. Курс второго импульса

Зависимость курсов этих импульсов скорости от θ^* аппроксимируется полиномами третьей степени, коэффициенты которых зависят от $\bar{\theta}$:

$$\begin{aligned}\beta_1(\theta^*) &= a_3(\theta^*)^3 + a_2(\theta^*)^2 + a_1\theta^* + a_0, \\ \beta_2(\theta^*) &= b_3(\theta^*)^3 + b_2(\theta^*)^2 + b_1\theta^* + b_0,\end{aligned}\quad (22)$$

здесь

$$\begin{aligned}a_3 &= 0.48\bar{\theta}^3 - 44.76\bar{\theta}^2 + 1247.41\bar{\theta} - 10134.39, \\ a_2 &= -0.80\bar{\theta}^3 + 75.58\bar{\theta}^2 - 2127.97\bar{\theta} + 18640.44, \\ a_1 &= 0.44\bar{\theta}^3 - 41.96\bar{\theta}^2 + 1190.51\bar{\theta} - 11002.99, \\ a_0 &= -0.08\bar{\theta}^3 + 7.69\bar{\theta}^2 - 219.44\bar{\theta} + 2112.89,\end{aligned}$$

$$b_3 = -0.23\bar{\theta}^3 + 22.91\bar{\theta}^2 - 654.31\bar{\theta} + 2418.01,$$

$$b_2 = 0.39\bar{\theta}^3 - 38.13\bar{\theta}^2 + 1116.27\bar{\theta} - 5726.06,$$

$$b_1 = -0.21\bar{\theta}^3 + 20.71\bar{\theta}^2 - 619.14\bar{\theta} + 3854.87,$$

$$b_0 = 0.04\bar{\theta}^3 - 3.69\bar{\theta}^2 + 112.37\bar{\theta} - 798.44.$$

Ошибка аппроксимации не более градуса, что приемлемо для приближенного решения.

Это означает, что при известной продолжительности встречи (угловом расстоянии между началом первого интервала маневрирования и концом второго интервала маневрирования) для невырожденных шестиимпульсных решений по приведенным аналитическим формулам находятся углы приложения импульсов скорости и их ориентация. Первый и последний импульсы скорости прикладываются в начале и конце интервала перелета. Аналогичные результаты были получены для невырожденной компланарной встречи в третьей главе. Боковая составляющая третьего импульса скорости противоположна боковой составляющей второго импульса скорости. Радиальные составляющие всех импульсов скорости равны нулю. Импульсы скорости второго интервала маневрирования «симметричны» соответствующим импульсам скорости первого интервала маневрирования. На основании этой информации система (1)-(6) позволяет определить модули импульсов скорости.

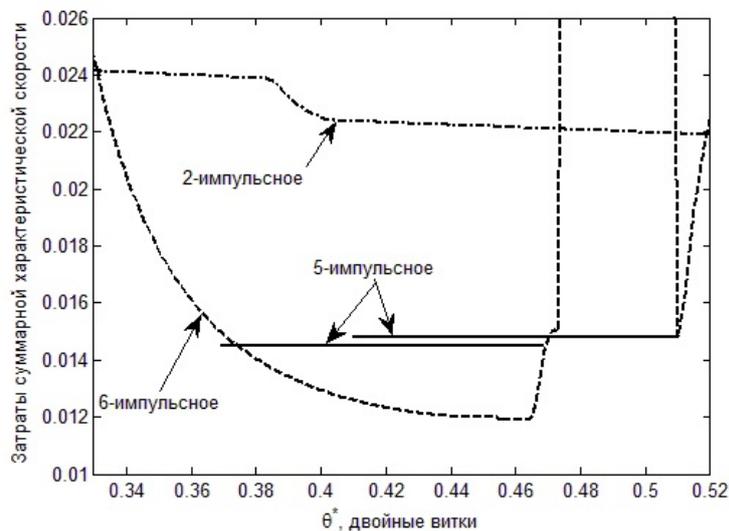


Рисунок 11. Графики СХС требуемой для реализации двух-, пяти- и шестиимпульсных маневров

Для сравнения невырожденного шестиимпульсного решения и решения задачи Ламберта была рассмотрена следующая задача. Начальная и конечная орбиты круговые ($\Delta e_x = \Delta e_y = 0$), отклонение между большими полуосями $\Delta a = 0.01$. Разница в ориентации плоскостей орбит активного и пассивного

аппаратов задается отклонениями $\Delta z=0.0001$, $\Delta V_z=0.0001$. Разница фаз в точке встречи $\Delta u=-50^\circ$. Продолжительность встречи $\bar{\theta} = 5$.

Графики требуемой СХС (безразмерной) в зависимости от продолжительности перелета для двух-, пяти- и шестиимпульсных решений приведены на рис. 11.

Как можно видеть, когда θ^* приближается к 0.5, шестиимпульсное решение перестает существовать, однако при $\theta^* = 0.51$ имеется пятиимпульсное решение, также имеющее преимущество над решением задачи Ламберта.

Параметры маневров дальнего наведения во всех баллистических центрах определяются с помощью численных методов, как правило, с помощью симплекс метода. В последнем разделе четвертой главы описан численно-аналитический метод решения этой задачи, В этом методе существенным образом используются результаты, полученные в третьей главе. Заданная схема маневрирования в этой задаче состоит в фиксации углов приложения импульсов скорости второго интервала маневрирования, что приводит к тому, что на плоскости e_x, e_y импульсами скорости первого интервала маневрирования надо попасть на отрезок LN, принадлежащий области G (рис.12).

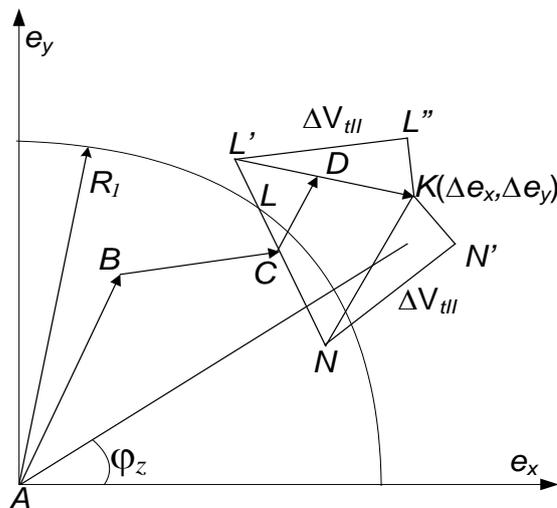


Рисунок 12. Геометрическая интерпретация маневров дальнего наведения

Если линия, проведенная под углом φ_z , оптимальным для коррекции плоскости орбиты, пересекает этот отрезок, то оба импульса скорости первого интервала маневрирования прикладываются на линии узлов, что оптимально для совмещения плоскостей орбит. Величины трансверсальных составляющих определяются из уравнений (1)-(4). В противном случае, только один из импульсов скорости прикладывается на линии узлов, а угол приложения второго выбирается геометрическим методом, чтобы величина трансверсальной составляющей этого импульса скорости была минимальна. Приведены результаты расчета параметров маневров с помощью этого

метода, они сравниваются с результатами, полученными с помощью численного метода, описанного в пятой главе.

Поскольку в практической работе встречаются задачи, при решении которых трудно обойтись без численных методов, **пятая глава** посвящена *численному методу*. В ней приводится описание численного метода расчета маневров дальнего наведения, который в течение многих лет использовался в баллистическом центре (БЦ) ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для определения параметров маневров КА типа «Союз» и «Прогресс».

Функционал задачи имеет вид:

$$W = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ii}^2 + \Delta V_{zi}^2} + \sum_{i=1}^N k_i \sqrt{(a_{ri}\Delta V_{ii} - a_{ii}\Delta V_{ri})^2 + (a_{ri}^2 + a_{ii}^2)\Delta V_{zi}^2}. \quad (23)$$

Здесь $a_{ri}=2-2\cos\varphi_i$, $a_{ii}=-3+4\sin\varphi_i$, $k_i=k_i^*\delta\psi$ ($k_i^*>0$) - заданные коэффициенты, $\delta\psi$ - принятая максимальная ошибка ориентации импульсов скорости.

В отличие от пространства составляющих импульсов скорости, в пространстве углов приложения импульсов скорости функционал W имеет локальные минимумы. К тому же множества F_i могут быть достаточно сложными. Вследствие этого процесс минимизации проводится в два этапа: при каждом фиксированном $\Phi^T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_N\}$ вычисляется минимум функционала

$$W_m(\Phi) = \min_{\Delta V} W(\Phi, \Delta V) \quad (24)$$

по переменным $\Delta V^T = \{\Delta V_{r1}, \Delta V_{i1}, \Delta V_{z1}, \dots, \Delta V_{rN}, \Delta V_{iN}, \Delta V_{zN}\}$ при ограничениях (1)-(6). На втором этапе перебором точек из допустимого для приложения импульсов скорости множества $F = F_1 * F_2 * \dots * F_N$, находится глобальный минимум функционала $W_m(\Phi)$ по переменным $\Phi^T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_N\}$.

Этапы проводятся не последовательно, а попеременно. Берется точка из множества F , для неё минимизацией в пространстве составляющих импульсов скорости вычисляется W_m , берется новая точка из множества F , вычисляется соответствующее ей значение W_m и т.д., пока не будет найдено решение оптимальное как в пространстве составляющих импульсов скорости, так и в пространстве углов приложения импульсов скорости.

При поиске минимума в пространстве составляющих импульсов скорости ограничения (1)-(6) использовались для перехода к безусловной минимизации в пространстве меньшей размерности. Был предложен алгоритм определения составляющих импульсов скорости, в пространстве которых наиболее эффективно проводить минимизацию. Минимизация осуществлялась методом сопряженных направлений.

Наиболее сложной является минимизация в пространстве углов приложения импульсов скорости. Так как для каждого набора углов осуществляется минимизация в пространстве составляющих импульсов скорости. Заметно сократить число рассматриваемых наборов позволила геометрическая информация об областях существования оптимальных решений, полученная в третьей главе. Дополнительно существенно сократить

число наборов углов, для которых проводится численная минимизация, позволили использование точек L_{τ} последовательности и аналитически вычисляемая оценка снизу минимизируемого функционала. Если для набора углов, соответствующего очередной точке L_{τ} последовательности, аналитическая оценка снизу больше минимального значения функционала, найденного к этому моменту, то минимизация в пространстве составляющих импульсов скорости для данного набора углов не производится.

Нештатные ситуации, возникавшие на орбите, показали необходимость создания эффективного *графического диалога* с задачей, позволяющего оперативно выбрать новую схему маневрирования, учитывающую дополнительные ограничения, вызванные штатной ситуацией.

Первое применение графического диалога при решении задачи маневрирования описано в работах А.К. Платонова и Р.К. Казаковой (ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР). Для расчета параметров маневров использовалось решение задачи Ламберта. Ю.А. Захаров (МАИ) использовал графический диалог для расчета межорбитальных перелетов с конечной тягой. Оба графических диалога создавались для использования на стадии проектирования полётов КА.

В пятой главе приводится описание графического диалога, который можно эффективно использовать как на стадии баллистического проектирования, так и во время полёта КА при возникновении штатной ситуации, в том числе при необходимости уклонения от столкновения с космическим мусором. В отличие от двух предыдущих диалогов в данном диалоге анализ решения и его изменение происходит не в пространстве, где изображены орбиты, а в пространстве проекций вектора эксцентриситета. Полученному численным методом решению задачи соответствует ломаная линия. В процессе диалога можно менять углы приложения импульсов скорости, добиваясь нужных характеристик решения.

Аналог описанного в этой главе метода использовался в CNES для расчета маневров ATV и элементов спутниковой группы «Prizm».

Шестая глава. Описанные в предыдущих главах методы использовались для расчета параметров маневров спутников, входящих в спутниковые системы, в том случае, когда маневрирование происходит вблизи заданной орбиты. Однако задача существенно усложняется, когда спутник необходимо перевести на орбиту, *долгота восходящего узла (ДВУ) которой на десятки градусов отличается от долготы восходящего узла исходной орбиты*. Такая ситуация имеет место, например, когда одна ракета-носитель выводит на орбиту несколько спутников, часть из которых необходимо перевести в другие рабочие плоскости, или когда в системе имеется резервный спутник, который необходимо перевести в плоскость другой орбиты вместо выбывшего там из строя спутника. Оптимальный по затратам суммарной характеристической скорости перевод таких спутников требует большого времени (нескольких сотен витков). Возникает задача поиска компромисса между желанием уменьшить продолжительность

перелета и необходимостью уменьшить затраты суммарной характеристической скорости, которые растут с уменьшением времени перевода спутника в заданную точку.

Для решения этой задачи нельзя воспользоваться известными методами, разработанными для решения задачи встречи короткой и средней продолжительности. В шестой главе приводится надежный и быстродействующий численно-аналитический метод, позволяющий находить оптимальное решение задач такого типа. В данном методе влияние сжатия Земли используется для основной коррекции имеющегося первоначального значительного отклонения по ДВУ.

Данный метод даёт возможность при однократном решении задачи построить зависимость затрат суммарной характеристической скорости от продолжительности перелёта. Кроме того, процесс вычисления построен таким образом, что всегда существует объяснение, почему оптимальное решение имеет найденный вид, и как будут меняться параметры маневров при изменении начальных условий. Имеется возможность находить решения, уменьшающие влияние ошибок реализации маневров.

При решении задачи вначале предполагается, что время перелета задано (число витков перелета цели N фиксировано). Такая задача имеет самостоятельный интерес и часто встречается в практической работе. Наличие быстрого решения такой задачи, позволяет получить решения для различных N на заданном временном интервале. Таким образом, можно найти величину N , при которой достигается компромисс между желанием сократить как время перелета, так и расход горючего, который растёт при сокращении времени перелета (Pareto оптимизация). Решение о компромиссной величине N принимается оператором, анализирующим зависимость затрат СХС от продолжительности полета.

Когда N фиксировано, в начале решения задачи определяется n - разница числа витков перелета точки-цели и спутника. После определения этой разницы далее необходимо решить задачу, которая аналогична классической задаче встречи, однако и в этой задаче нецентральность гравитационного поля оказывает существенное влияние и усложняет процесс решения.

Итерационная процедура, с помощью которой определяется оптимальное значение n , называется «внешней». Описанная в первой главе итерационная процедура, используемая для выполнения граничных условий, называется «внутренней».

Первоначально при определении n предполагается, что корректируемыми элементами орбиты являются большая полуось, аргумент широты, наклонение, ДВУ. Разница этих элементов в начальный момент t_0 обозначается Δa_0 , Δi_0 , $\Delta \Omega$. Суммы трансверсальных составляющих импульсов скорости первого и второго интервалов маневрирования обозначаются соответственно ΔV_{I} и ΔV_{II} , а суммы боковых составляющих импульсов скорости этих интервалов обозначается ΔV_{zI} и ΔV_{zII} .

Предполагается, что первый интервал маневрирования занимает весь первый виток перелета, а второй весь последний виток.

В предположении, что импульсы скорости исполняются в восходящем или нисходящем узле, получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned}
2 \frac{\Delta V_{iI} + \Delta V_{iII}}{V_0} &= \frac{\Delta a_0}{a_0}, \\
-3(N+n) \frac{\Delta V_{iI}}{V_0} &= -3N \frac{\Delta V_{iI} + \Delta V_{iII}}{V_0} + \Delta u_0^* + n, \\
\frac{\Delta V_{zI} + \Delta V_{zII}}{V_0} &= \Delta i_0, \\
-4(N+n)\delta\Omega \frac{\Delta V_{iI}}{V_0} - (N+n)\delta\Omega \operatorname{tg} i \frac{\Delta V_{zI}}{V_0} &= \\
= -4N\delta\Omega \frac{\Delta V_{iI} + \Delta V_{iII}}{V_0} - N\delta\Omega \operatorname{tg} i \frac{\Delta V_{zI} + \Delta V_{zII}}{V_0} + \Delta\Omega - \delta\Omega n
\end{aligned} \tag{25}$$

В этой системе переменных больше, чем уравнений. Считая, что n является независимой переменной, находятся составляющие импульсов скорости:

$$\begin{aligned}
\Delta V_{iI} &= V_0 \left[\frac{N\Delta a_0}{2(N+n)a_0} - \frac{\Delta u_0^* + n}{3(N+n)} \right], \\
\Delta V_{iII} &= V_0 \frac{\Delta a_0}{2a_0} - \Delta V_{iI} \\
\Delta V_{zI} &= \frac{V_0}{N+n} \left[N\Delta i_0 - \frac{4(\Delta u_0^* + n)\delta\Omega + 3(\delta\Omega n - \Delta\Omega)}{3\delta\Omega \operatorname{tg} i} \right], \\
\Delta V_{zII} &= V_0 \Delta i_0 - \Delta V_{zI}.
\end{aligned} \tag{26}$$

Таким образом, СХС решения зависит от n . Окончательное решение находится после одномерной оптимизации функционала

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{iI}^2 + \Delta V_{zI}^2} + \sqrt{\Delta V_{iII}^2 + \Delta V_{zII}^2} \tag{27}$$

по n . Поиск минимума начинается с начального значения, вычисляемого по формуле

$$n = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7}\Delta u_0^*.$$

Когда n определено, выполняется численное или численно-аналитическое (оно предпочтительнее, учитывая большую продолжительность встречи) интегрирование уравнений движения точки-

цели и активного КА до прицельной точки. Прицельная точка задаётся номером витка и аргументом широты. Определяется разность элементов конечной и начальной орбит. Затем вычисляются углы приложения и составляющие импульсов скорости, которые формируют все элементы конечной орбиты за исключением долготы восходящего узла.

При вычислении импульсов скорости, поддерживается наклонение фазирующей орбиты, соответствующее оптимальному n . После нескольких итераций внутренней итерационной процедуры, отклонения корректируемых элементов достигают необходимой малости. Затем сравнивается оставшееся отклонение ДВУ $\Delta\Omega_1$. Если $|\Delta\Omega_1| > |\delta\Omega^*|$, где $\delta\Omega^* = \Delta\Omega_0/n$, то $\Delta\Omega$ изменяется на величину $\Delta\Omega_1$ и производится следующая итерация внешней итерационной процедуры (уточняется n).

Когда окончательное значение n найдено, осуществляется переход к определению параметров маневров, обеспечивающих перелет на заданную орбиту. Аналогично тому, как это делалось для обычных задач встречи, решение также будет состоять из решения задачи перехода на первом и втором интервалах маневрирования, но из-за существенного влияния нецентральной гравитационного поля эти решения будут отличаться.

На рис. 13 OK – вектор эксцентриситета целевой орбиты в точке встречи, OA' и OA вектора эксцентриситета орбиты спутника в начальный и в конечный моменты перелета. Необходимое изменение вектора эксцентриситета – вектор AK .

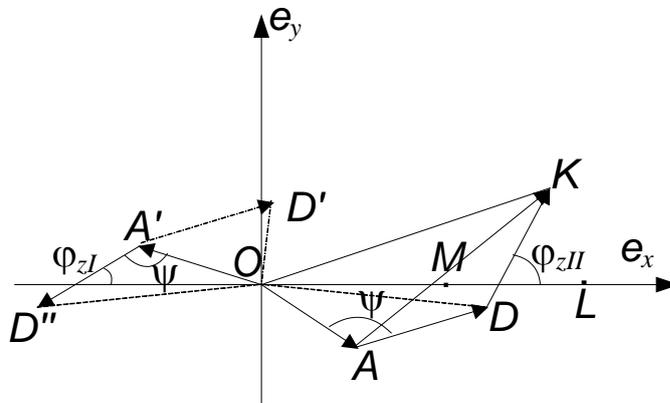


Рисунок 13. Схема коррекции вектора эксцентриситета

Рассмотрим вариант, когда точка встречи лежит на экваторе. Пусть ДВУ не корректируется, а наклонение корректируется (первые итерации внешней итерационной процедуры). Тогда ось e_x , является и оптимальным направлением коррекции наклонения (необходимое изменение наклонения задается вектором OL).

С помощью формул:

$$\Delta a_I = 2 \frac{\Delta V_{II}}{V_0} = \frac{N \Delta a_0}{(N+n)a_0} - 2 \frac{\Delta u_0^* + n}{3(N+n)},$$

$$\Delta a_{II} = 2 \frac{\Delta V_{III}}{V_0} = \frac{\Delta a_0}{a_0} - 2 \frac{\Delta V_{II}}{V_0}.$$
(28)

оценивается (с большой точностью за счет сотен витков перелета) требуемое изменение большой полуоси на первом (Δa_I) и втором (Δa_{II}) интервалах маневрирования.

Фиксация положения т. M на отрезке OL позволяет распределить изменение наклона между первым и вторым интервалами. Аналогично фиксация положения т. D на плоскости e_x, e_y , позволяет распределить между интервалами маневрирования изменение вектора эксцентриситета. Таким образом, получаются две задачи расчета параметров маневров перехода. После решения этих задач, находятся оптимальные значения суммарной характеристической скорости каждого из переходов (ΔV_{trfI} и ΔV_{trfII}), и, следовательно, находится суммарная характеристическая скорость встречи $\Delta V = \Delta V_{trfI} + \Delta V_{trfII}$. Изменяя положение т. M и т. D и для каждого положения решая две задачи перехода, можно найти оптимальное решение задачи встречи.

При определении ΔV_{trfII} второго интервала маневрирования нецентральность гравитационного поля можно не учитывать. Известно изменение всех элементов орбиты: для большой полуоси оно находится по формулам (28), вектор DK определяет необходимую коррекцию вектора эксцентриситета, вектор ML задает необходимый поворот плоскости орбиты. Также определен угол φ_{zII} между векторами DK и ML (рис. 8). Тем самым имеется вся необходимая информация для решения задачи перехода на этом интервале маневрирования с помощью одного из методов, описанных во второй главе.

Однако при решении задачи перехода на первом интервале маневрирования (нахождении ΔV_{trfI}) нецентральность гравитационного поля учитывать необходимо. Изменение вектора эксцентриситета орбиты начальной орбиты (вектор OA') на требуемый вектор AD даст вектор OD' , однако его величина заметно меньше вектора OD . Получить реальный корректируемый вектор можно, если под углом ψ к OA' из точки A' провести отрезок равный по величине отрезку AD . Угол ψ это угол между векторами AD и OA . В этом случае получается необходимый вектор OD'' , который после эволюции орбиты, сформированной первыми двумя импульсами скорости, перед началом второго интервала маневрирования займет требуемое положение OD . Таким образом, углы между оптимальными направлениями коррекций плоскости орбиты и вектора эксцентриситета на первом и втором интервалах маневрирования отличаются. Угол φ_{zI} не равен углу φ_{zII} (рис. 13). Именно разницей углов φ_{zI} и φ_{zII} объясняется сдвиг точки D с отрезка AK .

При изменении ориентации плоскости орбиты необходимо одновременно корректировать и наклонение, и ДВУ. Причем изменение

наклона на первом интервале маневрирования тоже меняет ДВУ. В этом случае углы, на которых оптимально поворачивать плоскость орбиты, отличаются на первом и втором интервалах маневрирования, что также учитывается.

Ниже приведена общая схема алгоритма решения задачи. Решение состоит из трех вложенных итерационных процедур. «Внешняя» используется для определения оптимального отклонения числа витков полета n . «Внутренняя» – для формирования с заданной точностью конечной орбиты (для каждого фиксированного значения n). Третья процедура служит для обеспечения с необходимой точностью времени выхода на заданную орбиту при приближенном определении параметров маневров.

При уточнении значения n , определяются углы приложения и составляющие импульсов скорости, формирующие заданную орбиту за исключением ДВУ. Когда оптимальное значение n найдено, для него во «внутренней» и третьей итерационных процедурах корректируются все элементы орбиты, включая ДВУ. Это решение и является окончательным решением задачи.



Данный метод использовался для расчета маневров создания СС и спутниковых групп.

Были рассчитаны параметры маневров перелета в заданную позицию на соседней рабочей плоскости для СС «Globalstar». В таблице 1 для заданной последовательности числа витков полета заданной точки приведены: время перелета, полные затраты СХС и отдельно затраты СХС на маневрирование в плоскости орбиты, а также затраты СХС на изменение ориентации плоскости орбиты.

Высота начальной орбиты и орбиты цели 1414км, наклонение $i=52^\circ$, угол между плоскостями орбит $\Delta\Omega=45^\circ$.

Таблица 1.

N	T (дни)	ΔV (м/с)	ΔV_{inpln}	ΔV_{outpln}
800	63.2	534.06	517.97	114.12
1000	79	425.86	395.79	147.78
1200	94.8	342.34	337.59	56.68
1400	110.6	290.17	285.17	53.41
1600	126.4	252.63	249.33	40.61
1800	142.2	223.76	218.81	46.42
2000	158	201.21	199.46	25.78
2200	173.8	182.32	179.21	33.06
2400	189.6	166.99	164.41	28.64
2600	205.4	154.13	151.93	25.41
2800	231.2	143.93	143.03	15.67

На основании данной таблицы можно сделать вывод, что компромиссная продолжительность перелета лежит в районе 2400 витков. Решение, соответствующее данной продолжительности перелета, приведено в Примере 1.

Пример 1.

	начальная орбита	орбита цели
Hmin(km)	1410.0	1412.0
Hmax(km)	1418.0	1416.0
Uprg(deg)	10.0	90.0
I (deg)	52.000	52.001
gOMG(deg)	45.0	90.0
Nrev	1.0	1.0
Ulat(deg)	15.50	105.80

$dV=166.99$ $dV_{inpln}=164.42$ $dV_{outpln}=28.65$ $N_{iter}=86$ 08

N_{imp}	N_{rev}	U_{lat}	dV_{rd}	dV_{tr}	dV_{lt}
1	2.	191.66	0.0	42.3301	-6.2140
2	3.	15.24	0.0	41.8784	9.7993
3	2317.	162.37	0.0	-40.1753	6.0814
4	2318.	342.36	0.0	-40.0335	-6.5529

Данный метод также успешно применялся для расчета параметров маневров формирования спутниковых групп (СГ) (formation flying (FF)). В шестой главе приведен пример расчета параметров маневров создания СГ “Aqua Train”. Эта спутниковая группа состоит из шести спутников, которые расположены на идентичных орбитах, но имеется сдвиг по ДВУ и аргументу широты. В шестой главе была рассмотрена также задача формирования разноуровневых спутниковых систем. Результаты данной главы существенным образом использовались при решении задачи обслуживания на орбите, описание которой не вошло в текст диссертации.

В седьмой главе рассмотрена *задача поддержания структуры СС*, имеющая ряд существенных отличий от задачи создания СС. Если положение каждого из спутников удерживается в определенной для него окрестности некоторого заданного движения, то говорят о «жестком поддержании». Если требуется согласовать движение всех спутников системы, то используется «гибкое» поддержание. «Гибкое» (в зарубежной литературе используется термин «относительное») поддержание является более сложной задачей, т.к. при расчете параметров маневров одного из спутников необходимо учитывать положение всех остальных элементов системы. В работах Г.В. Можяева и Р.Ф. Муртазина было показано, что «жесткое» поддержание требует большего числа маневров и больших затрат СХС по сравнению с «гибким».

«Гибкому» поддержанию посвящены работы нескольких авторов. Для её решения чаще всего используется симплекс-метод или решается матричное уравнение Риккати (в работах Ю.П. Улыбышева). Состояние системы при этом контролируется через заданные равные промежутки времени. К недостаткам такого подхода можно отнести то, что оптимально корректировать элементы орбиты может быть необходимо до или после этих фиксированных моментов. В седьмой главе приводится численно–аналитический метод, позволяющий аналитически вычислять величины маневров, обеспечивающих необходимую конфигурацию системы на всем интервале поддержания. Предлагаемая геометрическая интерпретация процесса поддержания дает исчерпывающее объяснение характера оптимального решения. Учет физических особенностей задачи позволяет сократить число используемых маневров. Оптимальным считается решение, при котором минимален функционал

$$F = \sum_{j=1}^n \frac{\Delta V_j}{\Delta V_j^*} \quad (29)$$

где n - число спутников, ΔV_j^* - располагаемый импульс скорости для j -го спутника, ΔV_j – суммарный импульс скорости, требуемый для перевода этого спутника в окрестность его новой орбиты. Минимизация такого функционала позволяет равномерно распределять затраты топлива между спутниками.

Для примера, рассматривается изменение аргументов широты системы из четырех спутников. На рис. 14 изображены их приведенные аргументы

широты в начальный момент поддержания $u_{1p}, u_{2p}, u_{3p}, u_{4p}$ и в конечный момент $u_{1pf}, u_{2pf}, u_{3pf}, u_{4pf}$ (если коррекция не проводилась).

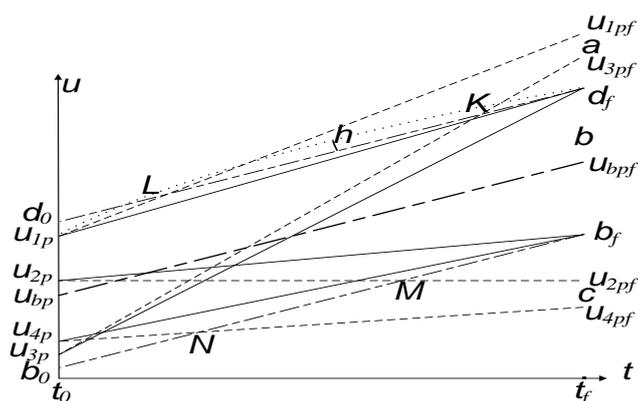


Рис. 14. Изменение аргументов широты спутников на интервале поддержания.

Аргументу широты приведенной базовой (средней) орбиты в начальный момент соответствует точка u_{bp} , а выбранному значению аргумента широты базовой орбиты в конечный момент времени соответствует точка u_{bpf} . Разрешенная полоса (разрешенный диапазон) ограничена штрих пунктирными линиями, проходящими через точки d_0 и d_f и через точки b_0 и b_f ($d_0 - u_{bp} = u_{bp} - b_0 = d_f - u_{bpf} = u_{bpf} - b_f = 0.5\delta u$). Изменение аргументов широты спутников по времени, если не проводить коррекцию их движения, показано пунктирными линиями. Сплошными линиями показано изменение аргументов широты после проведения маневров. Как можно видеть, в качестве прицельных точек выбирался не аргумент широты базовой орбиты u_{bpf} , а ближайшая граница разрешенного диапазона.

Затраты на коррекцию отклонения по аргументу широты u пропорциональны величине этого отклонения. Следовательно, затраты, необходимые для коррекции всех отклонений по u , пропорциональны сумме расстояний от точек $u_{1pf}, u_{2pf}, u_{3pf}, u_{4pf}$ до прицельных точек и не зависят от расположения точки u_{bpf} на интервале (u_{3pf}, u_{2pf}) . Это очень важное свойство, которое можно эффективно использовать. Например, если в качестве u_{bpf} взять одну из граничных точек u_{3pf} или u_{2pf} , то соответствующий спутник не должен маневрировать и тем самым уменьшается общее число применяемых маневров без изменения СХС маневров. Существенно сокращается и интервал поиска оптимального значения u_{bpf} , которое целесообразно искать в диапазоне $[u_{3pf}, u_{2pf}]$.

Аналогичным образом рассматривается изменение и коррекция Ω .

Для примера использования этого метода, была рассмотрена система из 6 спутников (STARSYS). Их начальные условия приведены в таблице 2. Номинальные угловые расстояния по широте между спутниками в одной плоскости $u_d = 180^\circ$, расположение спутников в разных плоскостях отличается между собой на $u_m = 120^\circ$.

Таблица 2

№ спутника	a [км]	i [град]	Ω [град]	U [град]
11	7377.178	52.9992	0.057	10.043
12	7377.004	52.9994	0.134	189.913
21	7378.914	52.9995	120.025	130.085
22	7379.607	53.0010	119.945	310.057
31	7378.106	52.9998	240.011	250.120
32	7378.647	52.9989	239.925	69.847

В таблице 3 приведены результаты расчета календаря маневров для системы спутников, начальные условия которых содержатся в таблице 2.

Конфигурация системы поддерживалась на интервале шесть месяцев, отклонения по каждому из контролируемых параметров не должны превосходить 0.1° . Суммарные затраты на поддержание $\Delta V=2.485\text{м/сек}$.

Положение базовой орбиты в конце интервала поддержания было выбрано таким образом, чтобы спутник 31 совсем не маневрировал.

Таблица 3

№ спутника	Виток	u_i [град]	ΔV_i [м/с]	ΔV_z
11	3	330.4	0.476	0
12	2	150.5	0.528	0
21	4	151.7	-0.418	0
22	1	331.2	-0.801	0
31	6	35.7	0	0
32	5	330.5	-0.261	0

Идеи, положенные в основу метода относительного поддержания конфигурации спутниковой системы, были использованы и при определении параметров маневров поддержания угла между плоскостями орбит разноуровневой спутниковой системы.

В восьмой главе приведены примеры использования разработанных методов для решения различных практических задач.

На протяжении многих лет (с 1978 г.) БЦ ИПМ участвовал в обеспечении функционирования долговременных орбитальных станций «Салют - б», «Мир», в работах связанных с созданием МКС, в баллистическом обеспечении полета космической системы (КС) «Буран». В рамках этих работ рассчитывались параметры маневров около 140 КА различного типа: «Союз», «Союз-М», «Союз-ТМ», «Прогресс», «Прогресс-М», орбитальных модулей «Квант», «Природа», «Спектр», «Звезда», КС «Буран» и т.д. Участие в БНО полетов этих КА дало автору возможность разработать и проверить на практике различные методы расчета параметров маневров, выбрать наиболее простые и надежные из них, максимально учитывающие особенности полета реальных КА. Поскольку эти методы были разработаны для решения практических задач, они позволяют учитывать

ограничения на моменты приложения импульсов скорости, их величину и ориентацию, ограничения на высоту переходной орбиты, удовлетворяют самым высоким требованиям по быстрдействию и надёжности.

Преимущества метода, описанного в пятой главе, обусловили его выбор Французским центром космических исследований (CNES) в качестве основы при создании собственного метода (Dragon) расчета параметров маневров встречи ATV (автоматического КА) с международной орбитальной станцией (ISS).

В восьмой главе приведены примеры расчета с помощью метода, описанного в пятой главе, параметров четырех-, трех- и двухимпульсных маневров встречи КК «Союз ТМ-30» с орбитальной станцией.

Описанная в шестой главе методика расчета параметров маневров встречи большой продолжительности, требующейся для значительного изменения ДВУ, была реализована в виде программного комплекса, получившего название "ГАМА". Для демонстрации возможностей ПК "ГАМА" и изложенного в шестой главе метода, положенного в его основу, были рассмотрены две задачи встречи на орбите Марса в проекте "Mars sample return mission".

Ниже приведено решение одной из этих задач, в которой требовалось изменение ДВУ на 182° (Пример 2). Эта задача интересна еще тем, что ее решали две команды из США, и имеется возможность сравнить качество решений. Сравнимые результаты приведены в таблице 4.

Пример 2.

	начальная орбита	орбита цели
H_{min} (км)	250.0	500.0
H_{max} (км)	1400.0	700.0
ω (град)	4.0	184.0
i (град)	45.0	46.0
Ω (град)	2.0	184.0
N_{rev}	1.0	1.0
U_{lat} (град)	184.0	184.0

Решение, полученное с помощью ПК «ГАМА»:

$$dV = 205.66 \text{ м/с} \quad dV_{inpln} = 183.11 \text{ м/с} \quad dV_{outpl} = 60.77 \text{ м/с} \quad N_{iter} = 73 \quad 14$$

N_{imp}	N_{rev}	U_{lat}	dV_{rd}	dV_{tr}	dV_{lt}
1	2.	189.67	0.0	50.87	-47.84
2	3.	34.56	0.0	-2.08	0.67
3	1279.	244.60	0.0	-126.83	-6.51
4	1280.	84.65	0.0	3.30	-5.73

$$N_{days}: 128.2 \quad n = -169.0 \quad REV_{fnlTG} = 1450. \quad REV_{fnlCH} = 1281.$$

В данном решении все импульсы скорости имеют как трансверсальные, так и боковые составляющие (комбинированное оптимальное решение). Для полного сравнения с решением NASA было найдено также дополнительное решение, у которого четыре импульса скорости имеют только трансверсальные составляющие, а два импульса скорости имеют только боковые составляющие (раздельное решение, оно приведено во второй строке Таблице 4). Проведено сравнение обоих типов решений (GAMA комбинированное и раздельное) с решениями, полученными NASA (раздельное решение, третья строка) и JPL (комбинированное решение, четвертая строка). Поскольку задача значительно сложнее традиционной задачи встречи (использовалась для «Shuttle»), для ее решения NASA потребовалось не пять, а десять импульсов скорости.

Можно видеть, что решение, найденное с помощью комплекса «GAMA», существенно экономичней решения NASA, причем даже «раздельное решение». Совместный коллектив из Техасского университета и JPL нашел численным методом (за начальную точку принималось решение NASA) близкое к оптимальному решение, но время перелета больше желательного компромиссного времени.

Таблица 4.

	ЗАДАЧА 1			
	Число маневров	ΔV (м/с)	%	Время (дни)
GAMA (комбинир-е)	4	202.39	100	123.1
GAMA (раздельное)	6	233.68	115.5	123.1
NASA (раздельное)	10	320.8	158.5 (137.3)	123.9
UT&JetPL (комбинир-е)	3	199.52	98.6	133.04
GAMA (комбинир-е)	4	194.6	96.1	144.7

Для прогноза движения КА в комплексе «GAMA» использовано высокоточное численно-аналитическое интегрирование уравнений движения «THEONA». Продолжительность прогноза в данной задаче доходила до несколько месяцев, для решения задачи требовалось более ста итераций. Однако использование в одном ПК сочетания численно-аналитического прогноза движения КА и численно-аналитического определения параметров маневров позволило за два десятка секунд не только найти решение задачи, но и построить зависимость СХС от продолжительности перелета (Таблица 5), что позволяло определить компромиссную продолжительность перелета.

Таблица 5.

N_{revtg}	dV	dV_{inpln}	dV_{outpl}	n
1050.	293.40	284.35	51.11	-168.
1100.	275.40	266.82	51.52	-168.
1150.	259.69	251.39	54.81	-169.
1200.	245.23	235.24	55.75	-169.
1250.	231.92	221.97	56.34	-170.
1300.	219.46	210.91	53.97	-172.
1350.	208.59	196.96	55.30	-171.
1400.	206.87	187.01	51.38	-169.
1450.	205.66	183.11	60.76	-169.

Разработанные в диссертации методы были также использованы при решении задач маневрирования в проблеме космического мусора. В частности, задача встречи при значительном отклонении ДВУ была использована при выборе схемы облета крупногабаритных объектов космического мусора. Также были рассмотрены задачи оценки маневров, исполненных активными космическими объектами, задачи уклонения от столкновения с космическими объектами. Изложение методик решения этих задач значительно увеличило бы текст диссертации. Поэтому в восьмой главе приведен только краткий обзор результатов, полученных по этим задачам.

Также была решена задача перехода и встречи, когда маневры исполняются двигателями малой тяги. Описание методов решения этих задач приведено в монографии автора. В восьмой главе приведено решение задачи довыведения на солнечно синхронную орбиту малого КА с помощью двигателя малой тяги. Потребовалось 38 маневров. Высокое качество решения подтверждалось сравнением с решением в импульсной постановке. Также показано, что суммарная характеристическая скорость традиционного «раздельного» решения в данной задаче заметно больше.

Заключение и выводы

В диссертации разработаны аналитические, численно-аналитические и численные методы для решения основных задач маневрирования КА в окрестности круговой орбиты. Данные методы имеют универсальный характер и применимы для широкого класса КА, участвующих в различных проектах. Они успешно использовались при баллистическом обеспечении полетов отечественных и зарубежных КА. Быстрота и надежность получения решения с помощью этих методов, позволяют их использовать для определения параметров маневров на борту КА, что затруднительно для громоздких численных методов.

Полученные в диссертационной работе результаты позволяют сделать **следующие выводы:**

- 1) Для классической задачи встречи средней продолжительности установлены типы возможных оптимальных решений, определены

области их существования и предложены численно-аналитические методы определения параметров маневров этих решений.

- 2) Разработанные численно-аналитические методы определения параметров маневров позволяют решать все основные задачи маневрирования в окрестности круговой орбиты.
- 3) Достоверность и эффективность этих методов подтверждена их эффективным использованием в различных проектах полетов реальных космических аппаратов, как у нас в стране, так и за рубежом.
- 4) Геометрическая интерпретация получаемых решений позволяет выполнить их экспресс-анализ, и с помощью графического диалога найти решение, удовлетворяющее дополнительным ограничениям. Эта возможность чрезвычайно важна при возникновении нештатной ситуации, когда необходимо оперативно выбрать новую схему маневрирования.
- 5) Разработанный универсальный метод решения задачи встречи при значительном первоначальном отклонении ДВУ, обеспечивает нахождение компромисса между экономией энергетических затрат и сокращением времени перелета, ведущего к увеличению энергетических затрат. Данный метод предназначен для расчета параметров маневров формирования спутниковых систем, может быть использован при возвращении космического мусора с низких орбит, а также при решении задачи обслуживания.
- 6) Численно-аналитический метод определения параметров маневров относительного поддержания заданной конфигурации спутниковой системы позволяет уменьшить число требующихся маневров и обеспечить равномерное распределение энергетических затрат между спутниками системы.

Основные публикации по теме диссертации в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров четырехимпульсных переходов между близкими околокруговыми орбитами // Космические исследования. 1986. Т.24. № 3. С. 400-403.
2. Баранов А.А. О геометрическом решении задачи встречи на близких почти круговых компланарных орбитах // Космические исследования. 1989. Т.27. № 6. С. 808-816.
3. Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров многовитковых маневров дальнего наведения // Космические исследования. 1990. Т.28. №1. С. 69-76.
4. Баранов А.А., Терехова Е.О. Оптимальная четырехимпульсная встреча на компланарных почти круговых орбитах // Космические исследования. Т. 33. № 4. С. 420-425.
5. Boutonnet A., Martinot V., Baranov A., Escudier B. Optimal Invariant Spacecraft Formation Deployment with Collision Risk Management // Journal of Spacecraft and Rockets. V.42. №5. September-October 2005. P. 913-920.

6. Баранов А.А. Численно-аналитическое определение параметров маневров многовитковой встречи КА на близких околокруговых некомпланарных орбитах // *Космические исследования*. 2008. Т.46. № 5. С. 430-439.
7. Баранов А.А. Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем // *Космические исследования*. 2009. Т.47. № 3. С. 256-262.
8. Баранов А.А., Баранов А.А. Поддержание заданной конфигурации спутниковой системы // *Космические исследования*. 2009. т.47 № 1. С. 48-54.
9. Баранов А.А., Прадо А.Ф.Б., Разумный В.Ю., Баранов А.А. Оптимальные переходы с малой тягой между близкими околокруговыми компланарными орбитами // *Космические исследования*. 2011. Т. 49. № 3. С. 278-288.
10. Баранов А.А., Ролдугин Д.С. Шестиимпульсные маневры встречи КА на околокруговых некомпланарных орбитах // *Космические исследования*. 2012. Т. 50. № 6. С. 472-479.
11. Баранов А.А., Гришко Д.А., Майорова В.И. Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2013. № 3 (15). С. 26.
12. Баранов А.А., Гришко Д.А. Вопросы минимизации затрат суммарной характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на некомпланарных круговых орбитах // *Наука и образование*. №9. 2013. С. 289-312.
13. Баранов А.А., Гришко Д.А. Способы уменьшения энергетических затрат при облете элементов спутниковой группировки // *Полёт*. 2014. № 8 (8). С. 39-48.
14. Баранов А.А., Гришко Д.А. Баллистические аспекты облета крупногабаритного космического мусора на низких околокруговых орбитах // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. 2015. № 4. С. 160-171.
15. Baranov A.A., Grishko D.A., Mayorova V.I. The features of constellations' formation and replenishment at near circular orbits in non-central gravity fields // *Acta Astronautica*. 2015. V. 116. P. 307-317.
16. А. А. Баранов, А. А. Будянский, Н. В. Чернов, Поддержание угла между плоскостями орбит разноуровневых спутниковых систем // *Космические исследования*. 2015. Т. 53. № 5. С. 409–413
17. Баранов А.А., Каратунов М.О. Оценка маневров, выполненных активным космическим объектом // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение"*. 2015. № 5. С. 24–35.
18. Ван Лицзе, Баранов А.А. Оптимальное удержание космического аппарата с двигателями малой тяги на солнечно-синхронной орбите // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия машиностроение*. 2015. №2. С. 68-83.
19. Голиков А.Р., Баранов А.А., Будянский А.А., Чернов Н.В., Выбор низковысотных орбит захоронения и перевод на них выработавших свой ресурс космических аппаратов // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение"*. 2015. № 4(103). С. 4-19.

20. Баранов А.А., Каратунов М.О. Оценка параметров двух связанных маневров, выполненных активным космическим объектом // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2016. №2. С. 142-153.
21. Ляшко П.С., Олейников И.И., Баранов А.А. Баллистические аспекты задачи инспекции объектов низкоорбитальной области околоземного космического пространства с использованием прецессии плоскостей орбит. // Космонавтика и ракетостроение. В. 2(87). ЦНИИмаш 2016. С.120-126.
22. Баранов А.А., Гришко Д. А., Чернов Н.В. Облет низкоорбитальных объектов крупногабаритного космического мусора с их последовательным уводом на орбиту захоронения // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2016. №4. С. 48-64.
23. Баранов А.А., Гришко Д.А., Медведевских В.В., Лапшин В.В. Решение задачи облёта объектов крупногабаритного космического мусора на солнечно-синхронных орбитах // Космические исследования. 2016. Т.54. №3. С. 242-250.
24. Baranov A.A., Grishko D.A., Razoumny Y.N., Jun L. Flyby of large-size space debris objects and their transition to the disposal orbits in LEO // Advances in Space Research. 2017. V. 59. № 12. P. 3011-3022.
25. Баранов А.А., Каратунов М.О., Разумный Ю.Н., Вихрачев В.О. Геометрический метод оценки околокруговой орбиты после однократной коррекции // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2017. № 1. С. 141-149.
26. Баранов А.А., Будянский А.А., Разумный Ю.Н. Управление движением космического аппарата при подлете к крупногабаритному объекту космического мусора // Космические исследования. 2017. № 4. С. 285-289.
27. Baranov A.A., Grishko D.A., Razoumny Y.N. Large-Size Space Debris Flyby at Low Earth Orbits // Cosmic Research. 2017. V. 55. №5. P. 361-370
28. Баранов А.А., Каратунов М.О. Методика обеспечения безопасности динамической операции встречи на околокруговых орбитах // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. №7. С. 67

Монография

Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. М.: «Спутник+», 2016. 512 с.

