

На правах рукописи

**Самохин Александр Сергеевич**

**Методика построения экстремалей Понtryгина в  
задачах сквозной траекторной оптимизации  
межпланетных перелётов с учётом  
планетоцентрических участков**

Специальность 01.02.01 —  
Теоретическая механика

**Автореферат**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Научный руководитель: **Григорьев Илья Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

Официальные оппоненты: **Петухов Вячеслав Георгиевич**, доктор технических наук, член-корреспондент РАН, первый заместитель директора Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики МАИ

**Гордиенко Евгений Сергеевич**, кандидат технических наук, математик второй категории в АО «Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Защита состоится 18 мая 2021 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ФГУ "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН", расположенного по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru>.

Автореферат разослан « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 года.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физ.-мат. наук

М.Г. Ширококов

## Общая характеристика работы

В работе рассматриваются математические проблемы решения задач оптимального управления межпланетными перелётами космических аппаратов (КА).

**Актуальность.** Управление КА посредством только реактивных двигателей большой тяги (БТ) в настоящее время не позволяет доставить к Марсу, Венере, поясу астероидов удовлетворительную массу полезного груза. Использование же только двигателя малой тяги (МТ) позволяет доставить массу полезного груза, значительную по сравнению с аппаратом, управляемым посредством двигателей БТ, однако время ухода КА от Земли и торможения КА около целевой орбиты становится слишком велико. Использование на КА комбинации двигателей БТ и МТ сочетает в себе достоинства манёвров с обоими двигателями и позволяет реализовать доставку необходимой полезной массы за приемлемое время. Задачи оптимизации перелётов КА, оснащённых экономически оправданными двигателями МТ решаются в первой, третьей, четвёртой, пятой главах диссертации.

В работе исследуется одна из актуальных проблем изучения дальнего космоса — задача забора проб грунта, предполагаемого реликтового вещества, со спутника Марса Фобоса. Российская Федерация и Япония независимо планируют осуществить миссию к Фобосу в ближайшем будущем, старты экспедиций запланированы на середину 2020-х гг. Траекторная часть миссии в работе формализуется с различной степенью детальности, проводится аналитическое исследование математических постановок и численное решение возникающих задач. Такое рассмотрение, с одной стороны, даёт возможность получения системной оценки различных проектных вариантов, возникающих в процессе разработки реальной технической системы управления КА. С другой стороны, исследование сложных задач траекторной оптимизации позволяет развивать методы решения громоздких задач космодинамики, повышать точность рассматриваемых математических моделей и расширять область исследования космических перелётов.

Примеры траекторий перелёта к Фобосу представлены во всех пяти главах диссертации. Потенциальный успех реализации подобного проекта даёт возможность для осуществления миссий к главному поясу астероидов, кометам, спутникам Юпитера, создания в будущем обитаемой базы на Фобосе.

**Степень разработанности темы исследования.** Проблематика оптимизации траекторий перелётов КА с комбинированным управлением двигателями БТ и МТ известна давно. Эффективность использования МТ при межпланетных экспедициях неоднократно отмечалась. Проблеме доставки проб грунта с Фобоса в целом, различным аспектам этой

проблемы и примыкающим к ним задачам марсианских экспедиций посвящено значительное число работ. В первой версии проекта ФОБОС–ГРУНТ предполагалось использование КА с комбинированной двигательной установкой (ДУ): уход от Земли осуществлялся с использованием разгонного блока, затем аппарат перестраивался, и в течение полёта к Марсу управление КА осуществлялось с помощью МТ. Манёвры у Марса и этап возвращения реализовывались с использованием двигателей БТ. В последующем при реализации проекта от перспективной схемы комбинирования двигателей БТ и МТ отказались, однако исследуемая в работе проблема оптимизации комбинированных схем межорбитальных перелётов, и в том числе проблема построения траекторий таких экспедиций, остаются актуальными.

При традиционном подходе обычно планетоцентрические участки не рассматриваются вовсе или рассматриваются на основе методики точечных сфер действия, или с упрощённым функционалом, или просчитываются с аналитически заданным неоптимальным управлением, что, в частности приводит к отсутствию оптимизации всей миссии с единым критерием. Трудной задачей траекторной оптимизации является задача сквозной оптимизации всей миссии КА с учётом планетоцентрических участков и единым функционалом. В диссертации предложена методика решения задач подобного рода. При этом возникают отдельные проблемы построения хорошего начального приближения, нахождения вычислительной схемы метода стрельбы, позволяющей решить краевую задачу принципа максимума, разработки методов преодоления перестройки структуры траектории, которые также рассмотрены в диссертации.

**Цели.** Основные цели диссертационной работы:

- Разработка методики для построения экстремалей Понтрягина в задачах оптимизации межпланетных траекторий КА с учётом притяжения планет и без использования грависфер нулевой протяжённости;
- Построение экстремалей в задачах с единым критерием оптимизации всей экспедиции, без разбивания её на куски с разными критериями;
- Реализация разработанных методик на ЭВМ и численное решение поставленных задач, в том числе с ограниченной кусочно-непрерывной тягой КА. Анализ полученных результатов.

**Задачи.** Основные задачи, рассматриваемые в работе:

- Оптимизация экспедиции с безвитковым подлётом к Фобосу КА, оснащённого ДУ МТ, с учётом эфемерид, в том числе без аппроксимации работы двигателей БТ импульсными воздействиями;
- Оптимизация экспедиции КА с учётом эфемерид с более выгодной трёхимпульсной схемой подлёта к Фобосу;
- Оптимизация экспедиции с многовитковым безимпульсным подлётом к Фобосу в трёхмерной круговой постановке, позволяющим отказаться от использования ДУ БТ вблизи Марса.

**Научная новизна.** Результаты работы являются новыми. Разработана теоретическая схема построения экстремалей Понтрягина в задачах траекторной оптимизации с возвращением к Земле, жёсткой фазировкой, единым функционалом и сквозной оптимизацией по нему, учётом эффекта потери точности, эфемерид, рассмотрением планетоцентрических участков, комбинированной ограниченной кусочно-непрерывной тягой. Предложена методика „лестница задач“, основанная на решении задач в упрощённой постановке и методе продолжения решения по параметру, позволяющая построить необходимое начальное приближение. Разработаны и реализованы на ЭВМ вычислительные методы построения экстремалей Понтрягина на основе предлагаемой методики.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается строгой математической постановкой задач, использованием хорошо обоснованных фундаментальных подходов и методов их решения, таких как принцип Лагранжа, принцип максимума Понтрягина и метод продолжения по параметру. В теоретической модели учитываются эфемериды и притяжение крупных тел на всей траектории. Учитываются вычислительные особенности, такие, как эффект потери точности.

Численные результаты подвергались неоднократной проверке. Использовались апробированные численные методы для решения систем нелинейных алгебраических уравнений, задач Коши, задач минимизации прямыми методами, задач оптимального управления. Были проведены тесты по переходу между рассматриваемыми системами координат (СК) в различное время. Разработанная методика предполагает решение одних и тех же промежуточных задач на основе различных принципов, совпадение таких решений также подтверждает отсутствие ошибок в реализации методов на ЭВМ. В части решения краевых задач верная работа разработанного автором программного комплекса была проверена независимо программой учёных из NASA на международных соревнованиях GTOC X, прошедших в 2019 году.

О достоверности полученных результатов позволяет судить полученный возможный выигрыш при использовании ДУ МТ, соответствующий работам других авторов по проекту ФОБОС–ГРУНТ, а также проведённое сравнение полученных траекторий с результатами программного комплекса ValCalc, разработанного в ИПМ им. М.В. Келдыша.

**Теоретическая значимость.** Рассмотрение сложных задач траекторной оптимизации, требующих для своего решения синтеза методов локальной и многоэкстремальной оптимизации, оптимального управления, космодинамики, механики космического полёта, небесной механики и численных методов, даёт значительный вклад в теорию решения таких задач.

В диссертации рассмотрены вопросы построения начального приближения, необходимого для решения задач с ограниченной непрерывной

тягой и предложена методика преодоления перестройки структуры траектории при продолжении решения по параметру, а также методика решения задач с жёсткой фазировкой.

### **Практическая значимость:**

— Разработан и реализован программный комплекс для расчёта и оптимизации межпланетных траекторий космических аппаратов, оснащённых ДУ комбинированной тяги. На его основе могут быть решены задачи оптимизации траекторий перелёта к различным телам Солнечной системы.

— Построены конкретные экстремали в задаче перелёта к Фобосу. Решены задачи в различной постановке, в том числе с трёхимпульсным и многовитковым подлётом к Марсу, пертурбационным манёвром у Луны.

— Проведена оценка выигрыша от использования ДУ МТ, трёхимпульсного подлёта к Фобосу, пертурбационного манёвра у Луны.

**Методы и методики.** В работе разработана методика перехода от решения задач, имеющих аналитическое решение, или задач, решение которых не представляет вычислительной трудности, к задачам в более сложных постановках. Перелёты рассматриваются плоские, круговые, трёхмерные, с учётом эфемерид, с различным учётом притяжения планет и Солнца на разных частях траектории. Задачи оптимизации решаются прямыми методами на основе оптимизации одной задачи Ламберта или их совокупности, а также непрямыми методами в импульсной постановке на основе принципа Лагранжа, с комбинированным управлением импульсами и кусочно-непрерывной МТ, и с полностью кусочно-непрерывной ограниченной комбинированной тягой. Разработана методика решения задач с жёсткой фазировкой. Разработаны численные методы для борьбы с перестройкой структуры траектории, введением штрафа на схлопывание возникающего активного участка и продолжения по тяге на этом участке. Задача решается в том числе в неинерциальных планетоцентрических системах координат в связи с вычислительной проблемой потери точности. Траектории продолжаются по большому числу различных параметров.

### **Соответствие диссертации паспорту научной специальности.**

Одна из главных научных целей специальности „Теоретическая механика“ — разработка и исследование теоретико-механических моделей материальных систем. Основные этапы исследования включают в себя постановку задачи, выбор корректной теоретико-механической модели, разработку и применение методов общей механики для исследования поставленной задачи, изучение полученных решений. Все этапы находят отражение в каждой из пяти глав диссертации.

**Апробация.** Работа докладывалась более 20 раз на научных семинарах: Спецсеминар «Прикладные задачи оптимального управления и численные методы их решения» под руководством доц. И.С. Григорьева, доц. М.П. Заплетина, мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова (2010 – 2020);

семинар им. В.А. Егорова по механике космического полёта под руководством проф. В.В. Сазонова, доц. М.П. Заплетина, мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова (2010, 2013, 2017); семинар имени В.В. Белецкого по динамике относительного движения под руководством проф. Ю.Ф. Голубева, проф. В.Е. Павловского, доц. К.Е. Якимовой, доц. Е.В. Мелкумовой, мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова (2013); научный семинар «Аналитическая механика и теория устойчивости имени В.В. Румянцева» под руководством проф. А.В. Карапетяна, доц. А.А. Зобовой, мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова (2013); научный семинар кафедры вычислительной математики под руководством проф. Г.М. Кобелькова, мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова (2011, 2017); научный семинар «Управление по неполным данным» под руководством чл.-корр. РАН, проф. А.А. Галаяева, 38-я лаборатория ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН (2020, 2021); научный семинар «Механика и управление движением» под руководством проф. Ю.Ф. Голубева, проф. М.Ю. Овчинникова, 5 и 7 отделы ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (2020),

а также на 32 конференциях: Ломоносовские чтения 2020. Секция механики, Москва, 19-31 октября 2020; Управление в аэрокосмических системах (УАКС-2020) имени академика Е.А. Микрина, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 6-8 октября 2020; 55-е Научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Калуга, 15-17 сентября 2020; XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 25 мая – 5 июня 2020; XXII конференция молодых учёных «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, 17-20 марта 2020; Двадцать седьмая международная конференция «Математика. Компьютер. Образование», Дубна, 27 января – 1 февраля 2020; 54-е Научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Калуга, 17-19 сентября 2019; 2nd IAA SciTech2019 Forum, РУДН, Москва, 25-27 июня 2019; «Ломоносовские чтения – 2019». Секция «Механика», МГУ, Москва, 15-25 апреля 2019; XLIII академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных – пионеров освоения космического пространства, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 29 января – 1 февраля 2019; International Conference "Optimal Control and Differential Games" dedicated to the 110th anniversary of L.S. Pontryagin, Москва, 12-14 декабря 2018; IAA SciTech Forum 2018, РУДН, Москва, 13-15 ноября 2018; Ломоносовские чтения – 2018, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 16-25 апреля 2018; 52-е Научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Администрация Калужской области, Калуга, 19-22 сентября 2017; «Орбита молодёжи» и перспективы развития российской космонавтики. III-я Всероссийская молодёжная научно-практическая конференция, Томск, 18-23 сентября 2017; 3rd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DYCOSS 2017), RUDN University, Москва, 30 мая – 1 июня 2017; XXIV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных „Ломоносов – 2017“,

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 20 апреля 2017; Ломоносовские чтения – 2017, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 17-26 апреля 2017; XLIII Международная молодёжная научная конференция „Гагаринские чтения“, 2017, МАИ (НИУ), Москва, 5-20 апреля 2017; XLI Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных – пионеров освоения космического пространства, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 24-27 января 2017; Ломоносовские чтения – 2016, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 18-27 апреля 2016; XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20-24 августа 2015; Актуальные проблемы космонавтики: XXXIX академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных-пионеров освоения космического пространства, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 27-30 января 2015; Ломоносовские чтения – 2014. Секция механики, МГУ, Москва, 14-23 апреля 2014; XXI Международная конференция «Математика. Компьютер. Образование», Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, 3-8 февраля 2014; XXXVIII Академические чтения по космонавтике, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 27-30 января 2014; Ломоносовские чтения – 2013. Секция механики, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 15-19 апреля 2013; Международная молодежная научная конференция XXXIX Гагаринские чтения Москва, МАТИ-РГТУ, Москва, 9-13 апреля 2013; Международный молодежный научный форум «Ломоносов – 2013», Москва, 8-13 апреля 2013; Ломоносовские чтения – 2012. Секция механики, МГУ, Москва, 2012; Ломоносовские чтения – 2011. Секция математики, МГУ, Москва, 7-15 апреля 2011; XLV Научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Калуга, 14-16 сентября 2010.

На основании предложенных методик разработан учебный курс: „Методы расчёта межпланетных перелётов космических аппаратов“, читается в Институте космических технологий ИА РУДН с 1 сентября 2018.

**Публикации и личный вклад автора.** Все результаты, приведённые в диссертации, получены лично автором и были доложены на 7 научных семинарах, также по ним сделано 42 доклада на конференциях, получено 4 свидетельства о регистрации программ на ЭВМ [8–11]. Основные результаты опубликованы в 38 научных работах [1–38]. Из них 7 работ [1–7] опубликовано в изданиях, входящих в список ВАК.

**Объём и структура работы.** Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованных источников. Текст диссертации содержит 157 страниц, включая 15 таблиц и 48 рисунков. Список литературы состоит из 125 наименований.

## Основное содержание работы

Во всех главах последовательно приводятся постановки задачи, их формализация, разработанная методика решения, подробно рассматриваются вычислительные аспекты, исследуется вопрос построения начального приближения, приводятся данные полученных конкретных экстремалей, в том числе в первой, третьей, четвёртой, пятой главах — численно построенных экстремалей с комбинированной кусочно-непрерывной тягой.

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования, проводится литературный обзор методов оптимизации межпланетных траекторий, аргументируется научная новизна, характеризуется разрабатываемая методика, приводится краткое содержание работы.

В **первой** главе рассматривается экспедиция с безвитковым подлётом к Фобосу с учётом эфемерид, с управлением КА кусочно-непрерывной ограниченной БТ и МТ, с возвратом к Земле. На рис. 1 приведена схема первой части экспедиции. Зелёным цветом выделен 1-й участок использования геоцентрической СК, синим — 2-й барицентрической, красным — 3-й марсоцентрической при подлёте к Марсу.

Перелёт начинается с 2020 по 2030 г. В первой части миссии (задача перелёта „вперёд“) КА стартует в момент времени  $t_0$  с круговой орбиты искусственного спутника Земли (ОИСЗ), соответствующей выведению с Байконура с фиксированным углом наклона к экватору  $51.6^\circ$ , высотой 200 км и свободными долготой восходящего узла  $\Omega_0$  и положением КА на орбите  $\varphi_0$ . Затем КА прилетает на Фобос в момент  $t_1$  и добывает пробы грунта. Продолжительность пребывания КА на Фобосе составляет не менее 30 дней. Во второй части миссии (задача перелёта „назад“) КА в момент  $t_2$  стартует обратно к Земле, перелёт рассматривается сначала в марсоцентрической, затем в барицентрической СК.

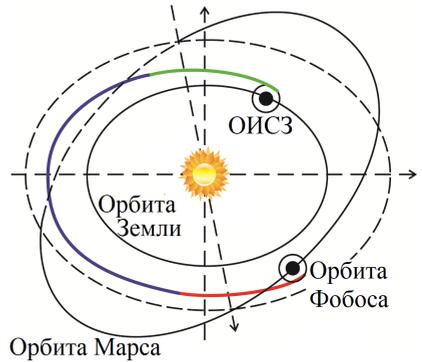


Рис. 1: Схема перелёта от Земли к Марсу. На разных участках траектории движение КА рассматривается в различных СК.

Общая продолжительность экспедиции ограничена 1500 днями. Положения Земли, Марса и Солнца соответствуют эфемеридам DE424, Фобоса — MAR097. Для учёта эфемерид автором был разработан и реализован программный комплекс на языке C, с интегрированным пакетом NASA SPICE. Гравитационные поля Солнца, Земли и Марса считаются центральными ньютоновскими. Поле притяжения Земли учитывается только в первой части миссии. Предполагается, что в конечный момент времени  $t_3$  КА

тормозится об атмосферу Земли. Угловое положение КА на исходной стартовой орбите, моменты старта и финиша оптимизируются.

Всюду в работе предполагается, что КА и Фобос представляют собой непритягивающие материальные точки. Их координаты и скорости в конечный момент первой части и начальный момент второй части совпадают.

КА последовательно управляется четырьмя разными ДУ: ДУ БТ Фрегат осуществляет разгон КА у Земли; затем на протяжении перелёта к Марсу может работать ДУ МТ, представленная СПД–230, с тягой вблизи Марса в два раза меньшей тяги у Земли; торможение у Марса осуществляется ДУ БТ перелётного модуля (ПМ); разгон у Марса при старте обратно к Земле осуществляется при помощи ДУ БТ возвращаемого аппарата (ВА). В первой части миссии после отработки каждой очередной ДУ она сбрасывается. Управление осуществляется величиной и направлением вектора реактивной тяги.

Обозначим компоненты векторов положения и скорости КА за  $x_i, y_i, z_i$  и  $u_i, v_i, w_i$ ;  $r_{Bi} = \sqrt{x_{Bi}^2 + y_{Bi}^2 + z_{Bi}^2}$  — расстояния от КА до центра тела  $B$ , т.е. Земли, Солнца и Марса соответственно на каждом из участков. Системы дифференциальных уравнений управляемого движения центра масс КА на каждом из пяти участков траектории имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i, & \dot{u}_i = -g_{xi} - \sum_B \mu_B \frac{x_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \frac{P_i}{m_i} \cos \xi_i \cos \eta_i, \\ \dot{y}_i = v_i, & \dot{v}_i = -g_{yi} - \sum_B \mu_B \frac{y_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \frac{P_i}{m_i} \sin \xi_i \cos \eta_i, \\ \dot{z}_i = w_i, & \dot{w}_i = -g_{zi} - \sum_B \mu_B \frac{z_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \frac{P_i}{m_i} \sin \eta_i, & \dot{m}_i = -\frac{P_i}{C_i}, \end{cases}$$

где  $g_{xi}, g_{yi}, g_{zi}$  — компоненты вектора ускорения рассматриваемой неинерциальной СК;  $m_i(t) \equiv M(t)/M_0$  — безразмерная,  $M(t)$  — абсолютная масса КА,  $M_0 \equiv M(t_0)$ ;  $P_i(t)$  — модуль вектора ускорения за счёт реактивной тяги, изменяющийся в пределах от 0 до  $P_{max} \equiv T_{ДУ}/M_0$ ,  $T_{ДУ}$  — тяга ДУ;  $\xi_i$  и  $\eta_i$  — углы, определяющие направление вектора тяги;  $\mu_B$  — гравитационный параметр притягивающего центра;  $C_i$  — скорость истечения реактивной струи ДУ, соответствующей текущему моменту перелёта.

Отлёт от Земли и подлёт и отлёт от Марса предполагаются безвитковыми, реализующимися за одно включение двигателей БТ. Моменты включения, выключения ДУ МТ и ДУ ВА оптимизируются, а ДУ Фрегат и ДУ ПМ заданы продолжительностями их работы, являющимися параметрами задачи. Максимизируется конечная масса:  $M_k = M_0 - \sum_{ДУ} \left( \frac{T_{ДУ} \cdot \Delta \tau_{ДУ}}{C_{ДУ}} + M_{ДУ} \right) \rightarrow \max$ , где  $C_{ДУ}$  — скорость истечения реактивной струи ДУ,  $\Delta \tau_{ДУ}$  — суммарное время работы соответствующей ДУ,  $M_{ДУ}$  — её сухая масса.

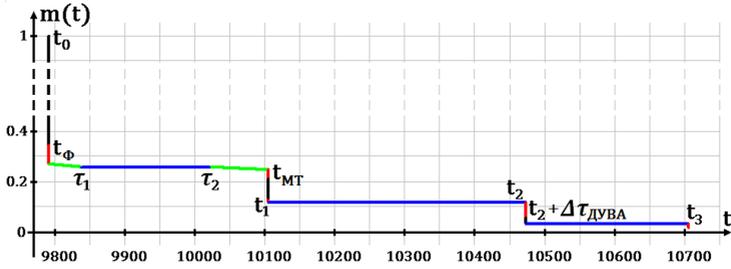


Рис. 2: Изменение массы. От времени  $t_0$  до  $t_\phi$ ,  $t_{MT}$  до  $t_1$ ,  $t_2$  до  $t_2 + \Delta\tau_{ДУВА}$  чёрные линии показывают уменьшение массы за счёт работы ДУ БТ: Фрегата, ПМ и ВА соответственно. Красным в моменты времени  $t_\phi$ ,  $t_{MT}$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  показан сброс ДУ Фрегата, ДУ МТ, ДУ ПМ, ПМ и ДУ ВА. Зелёным отмечены участки работы ДУ МТ от  $t_\phi$  до  $\tau_1$  и от  $\tau_2$  до  $t_{MT}$ . Синим показаны пассивные участки траектории перелёта. Время отсчитывается в днях от 1 января 2000.

Производится сквозная оптимизация траектории всей экспедиции по параметрам задачи. Задача космодинамики анализируется на основе принципа максимума Понтрягина для оптимального управления совокупностью динамических систем, т.к. вид дифференциальных связей меняется в зависимости от участка траектории. Полученная в результате 9-точечная краевая задача 70-го порядка нелинейна и решалась численно с подбором 21-го параметра пристрелки со счётом вперёд и назад во времени. Счёт ускорился аппроксимацией параметров пристрелки. Изменение массы КА на одной из полученных траекторий приведено на рис. 2, проекция на плоскость эклиптики — на рис. 3. В случае времени работы ДУ МТ 159.5 дней, масса КА у Фобоса составляет 1194 кг, выигрыш от использования комбинированной тяги по сравнению с миссией без МТ составит 158.9 кг при стартовой массе КА 10000 кг.

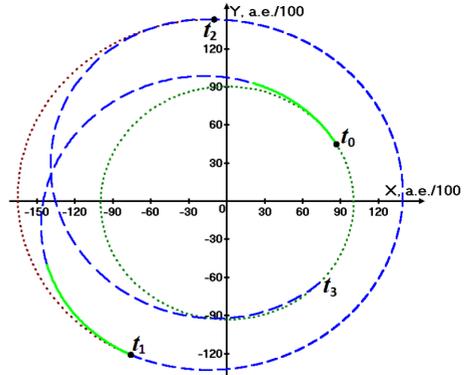


Рис. 3: Проекция траектории экспедиции на плоскость эклиптики OXY. Три жирные чёрные точки — области работы ДУ БТ, две зелёные сплошные линии — работа ДУ МТ, три синие пунктирные линии — пассивные участки, коротким пунктиром показаны орбиты Земли и Марса.

В данной главе разработана методика построения экстремалей в задачах космодинамики с проведением сквозной оптимизации всей миссии.

Приводятся числовые характеристики конкретной экстремали, позволяющие повторить расчёты, проведённые в работе. Представленные результаты позволяют судить о целесообразности использования комбинированного управления КА при помощи ДУ БТ и МТ в экспедиции к Фобосу. Решение описанной задачи космодинамики требует синтеза методов локальной и многоэкстремальной оптимизации. Основная трудность заключается в необходимости построения хорошего начального приближения. Для этого во 2 и 3 главах рассматривается аппроксимация миссии серией задач Ламберта, затем задача решается на основе принципа Лагранжа и, наконец, на основе принципа максимума с управлением импульсами и МТ. Основные результаты данной главы опубликованы в работах [1, 6].

Во **второй** главе рассматривается упрощённая импульсная постановка с учётом одного притягивающего центра на каждом участке траектории. Для решения задачи первой главы в сложной, громоздкой постановке требуется хорошее начальное приближение. Основная идея предлагаемой методики — „лестницы задач“ состоит в следующем. Сначала формулируется основная задача в самой интересной, но трудной постановке — верхней, последняя ступень лестницы. Задача первой главы при таком подходе будет верхней 8-й ступенью лестницы. Затем строится цепочка вспомогательных задач, такая, что задача первой ступени лестницы является прототипом основной задачи в сильно упрощённой постановке, её решение не представляет вычислительных трудностей или может быть найдено аналитически. Задачи промежуточных ступеней постепенно позволяют перейти от самой простой задачи к самой сложной. При этом задачи подбираются таким образом, чтобы они были в каком-то смысле близки и решение задачи текущей ступени являлось хорошим начальным приближением для следующей ступени. На каждой ступени производится продолжение решения по одному или нескольким параметрам, например, по величинам импульсов, временам старта и финиша КА, гравитационным параметрам планет.

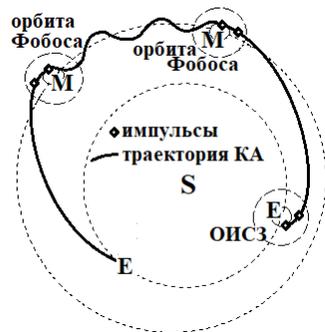


Рис. 4: Комбинация задач Ламберта.

В данной главе рассматриваются первые пять ступеней лестницы. На первой ступени находятся траектории перехода между Землёй и Марсом без учёта их притяжения. На второй — траектории экспедиции к Марсу и обратно. На третьей — траектории с учётом притяжения Солнца и Земли. На четвёртой — траектории с учётом притяжения Солнца, Земли и Марса, рассматриваемые как комбинации задач Ламберта. На пятой — такие же траектории, как и на четвёртой ступени, но уже рассматриваемые

на основе принципа Лагранжа. По мере движения вверх по лестнице растёт сложность задач и количество параметров оптимизации. Функционалы этих задач имеют вид минимизации суммы импульсов:  $F = \sum_i \Delta_i \rightarrow \inf$ .

Решение задач Ламберта в работе основано на модифицированной методике, использующей универсальное уравнение Кеплера, и градиентных методах. В работе [7] приведено полноценное исследование задачи 4-й ступени лестницы — исходной задачи гл. 1, приближённой комбинацией восьми задач Ламберта (см. рис. 4).

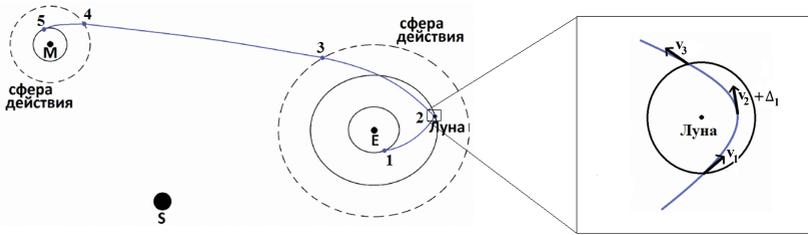


Рис. 5: Пертурбационный манёвр у Луны. S — Солнце, E — Земля, M — Марс.

Рассмотрена возможность совершения пертурбационного манёвра у Луны (см. рис. 5). Всего на такой траектории, состоящей из 4 частей, имеем 11 параметров оптимизации:  $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, \varphi_0, \Omega_0, \varphi_1, \psi_1, \varphi_2, \psi_2$ , задающих положения точек 1–5 и время прохождения КА через них. В результате расчётов на лучшей траектории импульс у Земли  $\Delta_E = 3.45$  км/с, импульс у Луны  $\Delta_1 = 0$  км/с, у Марса —  $\Delta_M = 1.95$  км/с. Выигрыш от совершения пертурбационного манёвра при этом составляет 148 м/с по характеристической скорости по сравнению с экспедицией без манёвра у Луны.

В данной главе найдены абсолютные минимумы манёвров от Земли к Марсу и от Марса к Земле. Проведена глобальная оптимизация и построены окна старта (см. рис. 6). Характеристики найденных траекторий перелёта к Марсу сравниваются с данными из работ других авторов. Проверены условия второго порядка на найденных решениях. Применение теоремы Брэквелла для нахождения значений сопряжённых переменных позволяет получить необходимые данные для дальнейшего исследования задачи на основе принципа Лагранжа в гл. 3. Основные результаты данной главы опубликованы в работах [3, 7].



Рис. 6: Функционал (от времени старта).

Характеристики найденных траекторий перелёта к Марсу сравниваются с данными из работ других авторов. Проверены условия второго порядка на найденных решениях. Применение теоремы Брэквелла для нахождения значений сопряжённых переменных позволяет получить необходимые данные для дальнейшего исследования задачи на основе принципа Лагранжа в гл. 3. Основные результаты данной главы опубликованы в работах [3, 7].

В **третьей** главе рассматриваются задачи многих тел на основе принципа Лагранжа и принципа максимума Понтрягина — шестая и седьмая ступени лестницы. На шестой ступени анализируется задача с

учётом притяжения рассматриваемых планет и Солнца на каждом участке траектории в импульсной постановке. На седьмой исследуется задача с управлением КА двигателями МТ и импульсными воздействиями, аппроксимирующими работу БТ или только кусочно-непрерывной БТ.

Максимизируется доставляемая к Фобосу масса:

$$\left[ M_0 \cdot e^{-\frac{\Delta_E}{C_{\text{Фрегат}}}} - M_{\text{Фрегат}} - \left( \frac{T_{\text{МТ}} \cdot \Delta\tau_{\text{МТ}}}{C_{\text{МТ}}} + M_{\text{МТ}} \right) \right] \cdot e^{-\frac{\Delta_M}{C_{\text{ДУПМ}}}} - M_{\text{ДУПМ}}.$$

В случае импульсной постановки задачи неизвестным управлением является конечное число величин: моменты приложения импульсов, их величина и направление. Принципиальное отличие задачи с МТ в том, что искомое управление становится кусочно-непрерывной функцией, которую необходимо определять уже в каждой точке траектории.

На рис. 7 представлена зависимость функционала — конечной массы от величины импульсов  $\Delta_E$  и  $\Delta_M$ . На оси абсцисс 100% соответствует импульсному решению без малой тяги, при этом  $\Delta_E = 3.65$  км/с,  $\Delta_M = 2.00$  км/с. Далее  $\Delta_E$  и  $\Delta_M$  равномерно уменьшаются с постоянным соотношением между шагами изменения импульсов у Земли и Марса, до значений 3.22 км/с и 0.87 км/с

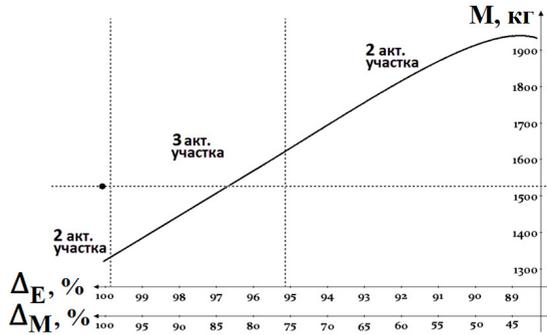


Рис. 7: Изменение массы при увеличении продолжительности работы ДУ МТ.

соответственно. Это минимальные необходимые для безвиткового ухода от Земли и подлета к Фобосу величины импульсов, при дальнейшем их уменьшении возникнут дополнительные полные обороты КА у Земли и Марса, которые в работе не рассматривались. При уменьшении  $\Delta_E$  и  $\Delta_M$  продолжительность участков с малой тягой увеличивается. Проценты на горизонтальной оси отсчитываются по величине  $\Delta_E$  относительно исходного значения 3.65 км/с. Жирная точка соответствует импульсному решению без учёта массы  $M_{\text{МТ}}$ , функционал при этом составляет  $M_{\text{имп}} = 1332.6$  кг. Выигрыш по функционалу при оценке массы  $M_{\text{МТ}}$  от 500 кг до 300 кг составляет от 19% до 30%, значение функционала при этом меняется от 1590.3 до 1736.8 кг. Данное исследование позволяет судить о целесообразности оснащения КА ДУ МТ в будущих миссиях.

Между вертикальными пунктирными линиями на рис. 7 находится область, соответствующая трём активным участкам на траекториях, а вне неё — двум. Гладко продолжить решение при переходе через вертикальную

пунктирную линию нельзя, так как в этот момент происходит перестройка структуры траектории и не существует производная вектор-функции невязок по параметрам пристрелки. В работе этот момент преодолевался введением штрафа на схлопывание возникающего промежуточного активного участка работы ДУ МТ и продолжением по величине тяги на нём.

Решение задачи в такой постановке является удовлетворительным начальным приближением для решения исходной задачи гл. 1.

В **четвёртой** главе рассматривается задача оптимизации управления КА при трёхимпульсном подлёте к Фобосу. Применялась разработанная методика построения лестницы задач. Задача в импульсной постановке была формализована различными способами. Сначала была построена комбинация траекторий, являющихся решениями задач Ламберта, реализующая необходимые перелёты к Фобосу и обратно к Земле. При этом рассматривается следующая схема подлёта к Фобосу (см. рис. 8).

Для посадки на спутник Марса вначале даётся тормозной импульс по направлению скорости КА в точке 2 – перигентре траектории на фиксированном небольшом расстоянии  $r_F$  от поверхности Марса в плоскости Фобоса. Этот импульс необходим для выхода на сферу Хилла Марса. На сфере Хилла в точке 3 даётся импульс, необходимый для подъёма перигентра орбиты и поворота до плоскости Фобоса. Точка 3 находится на пересечении подлётной плоскости и плоскости Фобоса  $\pi_F$ . Далее в точке 4 даётся тормозной импульс по скорости, необходимый для выравнивания скорости КА со скоростью Фобоса. Для попадания в точку 4 решается задача фазировки. Перелёты КА из точки 2 в 3 и из 3 в 4 считаются гомановскими, соответствующие им импульсы вычисляются аналитически. Тем самым вектор скорости КА поворачивается в точке 3, на что затрачивается существенно меньше характеристической скорости по сравнению с прямой схемой подлёта, предполагающей поворот в точке 4 сразу после точки 1.

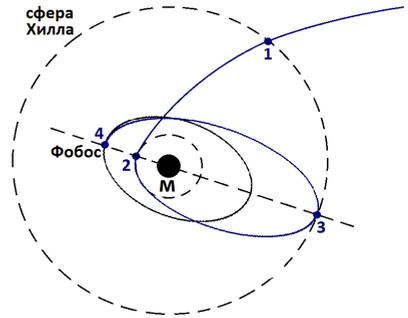


Рис. 8: Схема трёхимпульсного подлёта к Фобосу.

Затем задача исследовалась на основе принципа Лагранжа и её решение сводилось к краевой задаче, которая решалась численно методом многоточечной пристрелки. Результаты расчётов использовались в качестве начального приближения для анализа задачи в более точной постановке с добавлением управления КА вектором реактивной МТ. Рассматривалась различная формализация условий подлёта к Фобосу. Для

ускорения счёта орбита Фобоса в том числе аппроксимировалась его средней орбитой. Условия окончания счёта в т. 2, находящейся на линии узлов подлётной траектории и плоскости Фобоса, в перицентре подлётной орбиты КА на расстоянии  $r_F$  от поверхности Марса задавались следующими соотношениями:  $(x_T, y_T, z_T) \in \pi_F$ ,  $x_T^2 + y_T^2 + z_T^2 = (R_M + r_F)^2$ ,  $\vec{r}_T \cdot \vec{v}_T = 0$ . При заданной нормали к средней орбите Фобоса  $\vec{n}_\Phi = (A_\Phi, B_\Phi, C_\Phi)$  первое условие может быть расписано следующим образом:  $A_\Phi x_3(T) + B_\Phi y_3(T) + C_\Phi z_3(T) = 0$ . При этом численные расчёты заканчивались в точке 2, далее функционал и траектория рассчитывались аналитически.

Если внутри сферы действия или Хилла Марса учитывать притяжение только Марса, то численные расчёты могут быть остановлены в момент времени  $t_1$  в т. 1. Для этого сначала задача с остановкой в т. 2 была реализована через условия на вектор Лапласа орбиты КА  $\vec{\Lambda}_{КА}$  и вектор  $\vec{n}_\Phi$ . Запишем условия:  $\vec{\Lambda}_{КА} \cdot \vec{n}_\Phi = 0$ , радиус перицентра  $R_{\Pi} = R_M + r_F$ ,  $r_T = R_M + r_{cont}$ . Первые два условия должны выполняться на всей подлётной траектории вблизи Марса. А последнее условие этой системы позволяет задавать точку остановки вычислений и используется для продолжения траектории по параметру при задании различных значений  $r_{cont} \geq r_F$ .

Сначала задача рассматривалась с функционалом — суммой импульсов задачи. Затем так как около Земли и Марса используются разные ДУ со скоростями истечения  $C_1, C_2$ , и с учётом аналитического пересчёта последних импульсов в константы, функционал записывался в виде:

$\frac{\Delta_0}{C_1} + \frac{|\vec{v}(t_1)|}{C_2} \rightarrow \inf$ . При переходе от завершения расчётов в т. 2 к завершению расчётов в т. 1 функционал может быть пересчитан по методике точечных сфер действия:  $\frac{\Delta_0}{C_1} + \frac{\sqrt{\vec{v}^2(t_1) + 2\mu_M \left( \frac{1}{R_{\Pi}} - \frac{1}{\rho_M} \right)}}{C_2} \rightarrow \inf$ , где  $\rho_M$  — радиус сферы Хилла Марса.

В итоге на основе полученного из импульсного случая начально-го приближения удалось построить экстремали Понтрягина в задаче с МТ, аналогичной рассмотренной в гл. 3, но с выгодным трёхимпульсным подлётом к Фобосу. При этом был осуществлён переход от оптимизации функционала, представляющего сумму импульсов с весами, к задаче максимизации конечной массы с учётом трат топлива ДУ МТ:  $1 -$

$\frac{-\left[ \sqrt{\vec{v}^2(t_1) + 2\mu_M \left( \frac{1}{R_{\Pi}} - \frac{1}{\rho_M} \right)} - v_A \right]}{C_{ДУ\text{ ПМ}}} - \frac{M_{ДУ\text{ ПМ}}}{M_0}$ , где  $v_A$  — сумма вычисляемой аналитически скорости КА в перицентре подлётной к Марсу траектории, необходимой для осуществления первого гомановского перелёта, и последних двух импульсных воздействий в задаче на сфере Хилла и орбите сопровождения Фобоса. Были построены экстремали Понтрягина, полученные результаты позволяют судить о целесообразности осуществления трёхимпульсного маневра при подлёте к Фобосу.

Также в данной главе описан метод фазировки КА с Фобосом, заключающийся в фиксации удобного положения Фобоса так, как будто Фобос перестал вращаться вокруг Марса и замер в одном угловом положении. Это позволяет скользить по огибающей кривой, изображенной на рис. 9. Тогда при продолжении по параметру нет привязки к дискретному набору локальных минимумов и можно легко попасть в точку 7 рис. 9, после чего опять же по огибающей продолжить траекторию до ближайшего локального минимума по положению Фобоса из эфемерид.

В **пятой** главе рассматривается вопрос выигрыша многовиткового подлёта КА к Фобосу за счёт уменьшения времени работы ДУ БТ вблизи Марса в экспедиции в круговой трёхмерной постановке задачи наискорейшего перелёта. Пусть  $r_E$ ,  $r_S$  и  $r_M$  — расстояние от КА до Земли, Солнца и Марса соответственно;  $R_{SE} = 1$  а.е. — среднее расстояние от Земли до Солнца,  $R_{SM} = 1.5236878$  а.е. — среднее расстояние от Марса до Солнца;  $\vec{\omega}_E$  и  $\vec{\omega}_M$  — угловые скорости вращения Земли и Марса вокруг Солнца. Тогда следующие системы дифференциальных уравнений описывают скорость ускорение центра масс КА и изменение массы во вращающихся СК, связанных с Землёй и Марсом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_i = u_i, \dot{y}_i = v_i, \dot{z}_i = w_i, \dot{m}_i = -\frac{P_i}{C}, \\ \dot{w}_i = -\frac{\mu_S}{r_S^3} z_i - \frac{\mu_B}{r_B^3} z_i + \frac{P_i}{m_i} \sin \eta_i, \\ \dot{u}_i = -\frac{\mu_S}{r_S^3} (x_i + R_{SB}) - \frac{\mu_B}{r_B^3} x_i + \omega_B^2 (x_i + R_{SB}) + 2\omega_B v_i + \frac{P_i}{m_i} \cos \xi_i \cos \eta_i, \\ \dot{v}_i = -\frac{\mu_S}{r_S^3} y_i - \frac{\mu_B}{r_B^3} y_i + \omega_B^2 y_i - 2\omega_B u_i + \frac{P_i}{m_i} \sin \xi_i \cos \eta_i. \end{array} \right.$$

Задача была проанализирована на основе принципа максимума, её решение свелось к решению краевой задачи 42-го порядка, которая была решена численно методом стрельбы. Для нахождения начального приближения была построена лестница из семи задач, последняя траектория

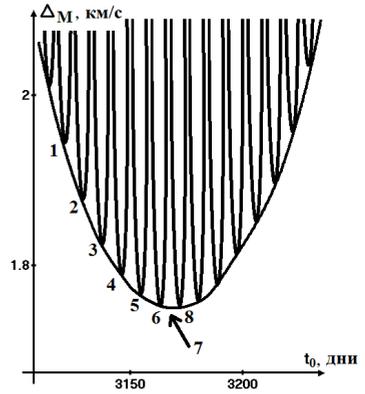


Рис. 9: Фазировка КА с Фобосом.

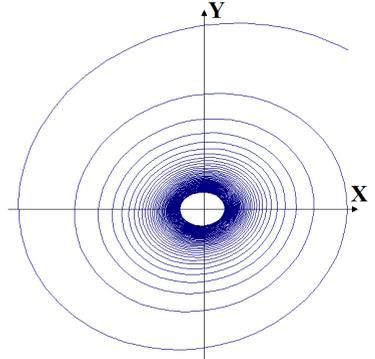


Рис. 10: Многовитковый подлёт к Марсу,  $\Delta_M = 0$  км/с, 66 витков в марсоцентрической СК.

продолжалась по 8 параметрам. В результате получилось, что на тормозной манёвр у Марса за счёт только ДУ БТ тратится 20% массы КА. Использование же лишь ДУ МТ для торможения позволяет сэкономить 15% массы (см. рис. 10). Аналогичный 19-витковый манёвр был построен около естественного спутника Марса Деймоса. Основные результаты данной главы опубликованы в [4].

**В заключении** приводятся основные результаты диссертационной работы, обосновывается достоверность полученных результатов.

## Основные результаты

1. Поставлена трёхмерная космодинамическая задача сквозной оптимизации траектории межпланетного перелёта КА с единым функционалом, подробным рассмотрением планетоцентрических участков без использования грависфер нулевой протяжённости, с комбинированной тягой и фазировкой.

2. Предложена методика решения многоэкстремальных задач оптимизации траекторий межпланетных перелётов с возвратом к Земле, с учётом эфемерид, с жёсткой фазировкой, ограниченной комбинированной большой и малой кусочно-непрерывной тягой, включающая решение серии вспомогательных задач в упрощённой постановке и продолжение решения по параметру.

3. Разработаны численные методы решения краевых задач принципа максимума, возникающих при управлении совокупностью динамических систем, с учётом эффекта потери точности и перестройки структуры траектории при изменении количества активных участков во время продолжения решения по параметру.

4. Для построения начального приближения значений параметров пристрелки метода стрельбы, необходимого для поиска области нахождения глобально оптимального решения, и значений сопряжённых переменных, требующихся для сходимости модифицированного метода Ньютона, разработана методика — „лестница задач“, основанная на поэтапном переходе от задач, решение которых не представляет вычислительных трудностей, таких как оптимизация комбинаций задач Ламберта прямыми методами, к задаче оптимального управления совокупностью динамических систем с кусочно-непрерывным управлением.

5. Опираясь на предложенные методики и численные методы, автором реализован программный комплекс на языке C, учитывающий эфемериды, численно решены 9-точечные краевые задачи 70-го порядка. Построены конкретные экстремали в трёх различных вариантах экспедиции КА к Марсу и его спутнику Фобосу.

6. На основе анализа построенных экстремалей Понтрягина оценен выигрыш от использования малой тяги при доставке образцов грунта с

Фобоса, позволяющий судить о целесообразности оснащения КА таким двигателем, произведено сравнение различных схем экспедиции.

## **Публикации автора по теме диссертации из списков ВАК, Scopus, WoS**

1. Samokhin A., Samokhina M., Grigoriev I., Zapletin M. The optimization of interplanetary flight to Phobos with a jet engine of combined low and high limited thrust // *Advances in the Astronautical sciences*, 2020, vol. 170, pp. 213–227.
2. Samokhin A., Samokhina M. Construction of a three-pulse approach to Phobos trajectories with access to the Mars Hill sphere based on the solution of a series of Lambert’s problems // *27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), IEEE*, 2020, pp. 1–3. Doi: 10.23919/icins43215.2020.9133816.
3. Samokhin A., Samokhina M. Verification of the second-order optimality conditions in the modeling of the SC expedition with the returning to the Earth based on two Lambert’s problems solving // *Advances in the Astronautical sciences*, 2018, vol. 161, pp. 843–862.
4. Samokhin A., Samokhina M., Zapletin M., Grigoriev I. Optimal interplanetary spacecraft flights design with many-revolution braking maneuver by a low thrust jet engine // *Advances in the Astronautical sciences*, 2018, vol. 161, pp. 587–606.
5. Samokhina M., Samokhin A., Zapletin M., Grigoriev I. Method of optimal trajectories design for a spacecraft with a jet engine of a large limited thrust in problems with the phasing condition // *Advances in the Astronautical sciences*, 2018, vol. 161, pp. 711–730.
6. Заплетин М.П., Григорьев И.С., Самохин А.С., Самохина М.А. Оптимизация экспедиции к Фобосу с комбинированной тягой с возвращением к Земле // *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, № 7, 24 с. Doi: 10.18698/2308-6033-2017-7.
7. Самохин А.С. Оптимизация экспедиции к Фобосу при управлении импульсами с использованием решения задач Ламберта и учетом притяжения Земли и Марса // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*, 2014, № 2, с. 62–66.

(перевод) Samokhin A.S. Optimization of expedition to Phobos using the impulse control and solution to Lambert problems taking into account attraction of the Earth and Mars. *Moscow University Mathematics Bulletin*, 2014, V. 69, № 2, pp. 84-87. Doi: 10.3103/S0027132214020089.

## Программы для ЭВМ

8. Самохин А.С. Построение траектории межпланетного перелёта космического аппарата с переходом между различными системами координат на основе данных решения краевой задачи. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020614266, 27.03.2020.
9. Самохин А.С., Самохина М.А. Вычисление координат и скоростей космического аппарата по известным начальным данным при кеплеровском невозмущённом движении. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020612093, 14.02.2020.
10. Самохин А.С., Самохина М.А. Решение задачи Коши многомерным методом Рунге-Кутты, основанным на расчётных формулах Дормана-Принса 8(7), с автоматическим выбором шага. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020611811, 11.02.2020.
11. Самохина М.А., Самохин А.С. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса с движением по матрице при помощи указателей, выбором главного элемента и повторным пересчётом. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020612092, 14.02.2020.

## Другие публикации

12. Самохин А.С., Самохина М.А. Построение траекторий трехимпульсного подлета к Фобосу с выходом на сферу Хилла Марса на основе решения серии задач Ламберта. XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов, СПб., изд-во: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020, с. 127–129.
13. Самохин А.С., Самохина М.А. Задача оптимизации межпланетного перелёта к Марсу с трёхимпульсным подлётом к Фобосу на основе принципа Лагранжа. Материалы конференции «Управление в аэрокосмических системах» (УАКС–2020) имени академика Е.А. Микрина. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020, с. 51–53.
14. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. О построении оптимальных траекторий для космического аппарата с реактивным двигателем большой ограниченной тяги в задачах с фазировкой. Материалы 55-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Часть 1, Калуга, изд-во Эйдос, 2020, с. 253–255.
15. Заплетин М.П., Григорьев И.С., Самохин А.С., Самохина М.А. Методика построения начального приближения при оптимизации трехимпульсного подлета к планете на основе принципа максимума

- Л.С. Понтрягина. Ломоносовские чтения – 2020. Секция механики. Тезисы докладов, М., изд-во Моск. ун-та, 2020, с. 94–95.
16. Самохин А.С. Обоснование необходимости использования двигателей малой тяги при перелётах к Фобосу для строительства и снабжения обитаемой базы. Ломоносовские чтения 2020. Секция механики. Тезисы докладов, Москва, изд-во Моск. ун-та, 2020, с. 183–184.
  17. Самохин А.С., Самохина М.А., Григорьев И.С., Заплетин М.П. Численная оптимизация трёхимпульсного подлёта к Фобосу с выходом на сферу Хилла Марса на основе решения серии задач Ламберта. Математика. Компьютер. Образование. XXVII международная конференция, Ижевск, изд-во: Автономная некоммерческая организация Ижевский институт компьютерных исследований, 2020, том 27, с. 176–176.
  18. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Методика построения экстремалей Понтрягина в задачах с комбинированной тягой. XLIII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, М., изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019, т. 1, с. 135–136.
  19. Samokhin A.S., Samokhina M.A. Optimization of interplanetary flight to Phobos on the basis of maximum principle. Оптимальное управление и дифференциальные игры. Материалы Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения Льва Семеновича Понтрягина, М., 12–14 декабря 2018 г., изд-во МАКС Пресс, 2018, с. 249–251. Doi: 10.4213/proc23042.
  20. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Методика построения начального приближения в задачах оптимального управления движением КА с ограниченной кусочно-непрерывной комбинированной тягой и фазировкой // Ломоносовские чтения – 2018. Секция механики, М., изд-во МГУ, 2018, с. 68–69.
  21. Панфилов Д.Н., Самохин А.С. Оптимизация перелёта космического аппарата к Луне на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина. Ломоносовские чтения – 2018. Секция механики, М., изд-во МГУ, 2018, с. 163–163.
  22. Мамонтов Е.К., Самохин А.С. Численное решение задачи оптимизации траектории перелёта космического аппарата с использованием пакета SPICE. Ломоносовские чтения – 2018. Секция механики, М., изд-во МГУ, 2018, с. 139–140.

23. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Оптимизация экспедиции к Фобосу с возвращением к Земле с комбинированной тягой. ХLI Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, М., изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, с. 319–319.
24. Голикова Г.Н., Горбунов Д.А., Григорьев И.С., Самохин А.С., Самохина М.А. Построение траекторий перелётов космического аппарата между орбитами на основе решения задач Ламберта // Материалы 52-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского, Калуга, изд-во АКФ «Политоп», 2017, с. 202–203.
25. Голикова Г.Н., Горбунов Д.А., Самохин А.С. Численная оптимизация пространственных перелётов космического аппарата на основе решения задач Ламберта // Материалы международного молодежного научного форума «Ломоносов – 2017», М., изд-во МАКС Пресс, 2017, 1 с. — 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).
26. Заплетин М.П., Мамонтов Е.К., Самохин А.С., Самохина М.А. Оптимизация траектории перелёта космического аппарата к астероиду с использованием эфемерид в импульсной постановке. Материалы 52-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского, Калуга, изд-во АКФ «Политоп», 2017, с. 183–184.
27. Самохин А.С. Оптимизация перелёта к Фобосу с комбинированной ограниченной большой и малой тягой. Ломоносовские чтения – 2017. Секция механики, М., изд-во МГУ, 2017, с. 177–178.
28. Мамонтов Е.К., Самохин А.С., Самохина М.А. Оптимизация траектории перелёта к астероиду с использованием эфемерид в импульсной постановке без учёта притяжения Земли. Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов, М., изд-во: МАИ, 2017, с. 1060–1061.
29. Самохин А.С., Самохина М.А. Методика построения оптимальных траекторий с ограниченной тягой в задачах с фазировкой. Ломоносовские чтения – 2017. Секция механики, М., изд-во МГУ, 2017, с. 178–179.
30. Самохин А.С., Самохина М.А., Мамонтов Е.К., Голикова Г.Н., Горбунов Д.А. Построение оптимальных траекторий экспедиций с возвращением к Земле КА с комбинированной тягой. «Орбита молодёжи» и перспективы развития российской космонавтики. Всероссийская молодёжная научно-практ. конф., Томск, изд-во ТПУ, 2017, с. 43–44.

31. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Об учете возмущения траектории КА солнечным ветром при численных расчетах межпланетного движения. Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики, 18-27 апреля 2016 г., М., изд-во МГУ, 2016, с. 68–68.
32. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Об учете неинерциальности гелиоцентрической системы координат при расчете движения КА на ЭВМ с использованием эфемерид. Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики, 18-27 апреля 2016 г., М., изд-во МГУ, 2016, с. 68–69.
33. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Оценка возможного выигрыша по массе при использовании двигателей малой тяги в экспедиции к Марсу. XI Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов, 20-24 августа 2015 г., Казань, изд-во КФУ, 2015, том 20, с. 84–84.
34. Григорьев И.С., Заплетин М.П., Самохин А.С., Самохина М.А. Оценка возможного выигрыша по массе при использовании двигателей малой тяги в экспедиции к Марсу. Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов, 20-24 августа 2015 г., Казань, изд-во КФУ, 2015, том 20, с. 1063–1065.
35. Самохин А.С., Григорьев И.С., Заплетин М.П. Об оптимизации посадки на Фобос со сферы Хилла Марса. Актуальные проблемы российской космонавтики. Материалы XXXIX академических чтений по космонавтике, 27-30 января 2015, М., изд-во: Комиссия РАН, 2015, с. 91–91.
36. Самохин А.С. Оптимизация перелёта космического аппарата с большой тягой от Фобоса к Земле. Математика. Компьютер. Образование: Сборник научных тезисов, выпуск 21, Дубна, изд-во: Межрег. обществ. орг. „Женщины в Науке и Образовании“, 2014, том 1, с. 159–159.
37. Самохин А.С., Григорьев И.С. Об оптимизации возврата КА с Фобоса без учёта притяжения Земли. Тезисы докладов секции „Механика“ научной конференции „Ломоносовские чтения“, 14 апреля 2014 г., М., МГУ, изд-во Моск. ун-та, Мехмат, НИИ механики МГУ, 2014, с. 60–60.
38. Самохин А.С., Григорьев И.С., Заплетин М.П. Оптимизация полета к Фобосу с малой тягой в 2020-2030 гг. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXVIII Академических чтений по космонавтике, январь 2014, М., изд-во: Комиссия РАН, 2014, с. 388–388.

*Самохин Александр Сергеевич*

Методика построения экстремалей Понtryгина в задачах сквозной траекторной оптимизации межпланетных перелётов с учётом планетоцентрических участков

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография \_\_\_\_\_