

**Публичное акционерное общество
«Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»**

На правах рукописи

Яскевич Андрей Владимирович

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ СТЫКОВКИ
И ПРИЧАЛИВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

Специальность 01.02.01 – «Теоретическая механика»

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант – доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Ф. Голубев

Королёв – 2020

Оглавление

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	4	
ВВЕДЕНИЕ	6	
ГЛАВА I. ОПИСАНИЕ КИНЕМАТИКИ СТЫКОВОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ		
НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ ДВИЖЕНИЯ	30	
1.1. Особенности кинематики СтМ	30	
1.2. Описание кинематических цепей, образующих контуры	46	
1.3. Алгоритмы формирования и решения уравнений контурных связей	52	
1.4. Аналитическое решение уравнений контурных связей для координат	57	
ГЛАВА II. КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ		
СТЫКОВОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ КАК СИСТЕМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	67	
2.1. Алгоритм сочлененного тела (АВА) для МС со структурой дерева	69	
2.2. Алгоритм составного тела (СРВА) для простой кинематической цепи	73	
2.3. Алгоритм расчета динамики периферийных СтМ	77	
2.4. Алгоритм вычисления сил и моментов, действующих в основании периферийных СтМ ..	81	
2.5. Комбинированный алгоритм расчета динамики СтМ центрального типа	84	
2.6. Последовательность и оптимизация вычислений	89	
ГЛАВА III. КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ С		
ГИСТЕРЕЗИСОМ ЗВЕНЬЕВ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СтМ	93	
3.1. Деформации элементов конструкции СтМ	93	
3.2. Кусочно-линейная модель гистерезиса с постоянными параметрами	96	
3.3. Модели гистерезиса с переменными параметрами	102	
ГЛАВА IV. УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ СТЫКУЕМЫХ КА		108
4.1. Системы координат, используемые для описания движения КА	108	
4.2. Уравнения динамики деформируемых КА при стыковке	110	
4.3. Численный расчет колебаний конструкции КА на основе аналитического решения уравнений	116	
4.4. Метод расчета контактных реакций при стыковке КА	119	
4.5. Начальные условия стыковки	126	
ГЛАВА V. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ		
ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ		
СТЫКОВОЧНЫХ АГРЕГАТОВ	130	
5.1. Описание геометрии направляющих поверхностей конечной совокупностью геометрических примитивов	130	

5.2. Алгоритмы определения параметров контакта для пар геометрических примитивов	131
5.3. Модель контактного взаимодействия СтА центрального типа	140
5.4. Модель контактного взаимодействия периферийных СтА	151
5.5. Модели контактного взаимодействия специализированных устройств для выполнения причаливания	163
5.6. Исключение избыточных вычислений и верификация моделей контактного взаимодействия	170
Выводы по главам 1-5	171
ГЛАВА VI. КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ СТЫКОВКИ КА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СтА ЦЕНТРАЛЬНОГО ТИПА	
6.1. Модель динамики стыковки с использованием существующего СтМ и агрегатов типа «штырь – конус»	173
6.2. Валидация модели по данным динамических испытаний на 6-степенном динамическом стенде	187
6.3. Динамическая мнемосхема для компьютерной визуализации процесса стыковки	196
6.4. Модификации осевого и бокового демпферов СтМ	202
6.5. Подвижный ограничитель относительных поворотов стыкуемых КА	210
Выводы по главе 6	218
ГЛАВА VII. КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СТЫКОВКИ КА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРУГО-АДАПТИВНОГО ПЕРИФЕРИЙНОГО СтМ	
7.1. Выполнение основных функций различными периферийными СтМ	220
7.2. Кинематика упруго-адаптивного периферийного СтМ	222
7.3. Учет дифференциальных шарниров в уравнениях динамики платформы СтМ	226
7.4. Модель для расчета сил, создаваемых устройствами аккумуляции энергии	230
7.5. Алгоритм расчет сил, создаваемых устройством стягивания	237
7.6. Особенности динамики стыковки в экспертных вариантах НУ	242
Выводы по главе 7.	254
ГЛАВА VIII. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЧАЛИВАНИЯ КА	
8.1. Спроектированные и реализованные операции причаливания	255
8.2. Математическая модель механической системы «манипулятор - полезный груз»	260
8.3. Гибридное моделирование причаливания модуля МИМ-1 к МКС	280
8.4. Компьютерный стенд для моделирования причаливания в реальном времени	291
Выводы по главе 8	307
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	308
Список литературы	310
ПРИЛОЖЕНИЕ. Модель данных для символьной реализации матричных алгоритмов	341

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- АКА – активный космический аппарат,
ДУС – датчик угловых скоростей КА,
ИСК – инерциальная система координат,
ИМ – исполнительный механизм (манипулятора),
ИП – исходное положение (СтМ),
КА – космический аппарат,
КМ – космический манипулятор,
КЦ – кинематическая цепь,
КП – конечное положение (СтМ),
МКС – Международная космическая станция,
МИМ-1 – малый исследовательский модуль 1
МЛМ – многоцелевой лабораторный модуль,
МС – механическая система,
НУ – начальные условия (стыковки),
НШС – нештатная ситуация,
ОК – орбитальный корабль,
ОС – орбитальная станция,
ПГ – полезный груз,
ПКА – пассивный космический аппарат,
ПМ – пружинный механизм,
ПП – переднее положение (СтМ),
РТО – радиатор-теплообменник,
РКК-Э – ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия»,
СДАУ – система дифференциально-алгебраических уравнений,
СК – система координат,

СМВ – скалярное математическое выражение,
ССП – система символьных преобразований,
СтА – стыковочный агрегат,
СтМ – стыковочный механизм,
СУБК – система управления бортовым комплексом,
ТЭ – такелажный элемент,
ТК – точка контакта,
УД – уравнения динамики,
УС – уравнения связей,
ФрТ – фрикционный тормоз,
ХТ – характерная точка,
ЦМ – центр масс,
ШВП – шарико-винтовой преобразователь,
ШК – шлюзовая камера,
ЭД – электродвигатель,
ABA – Articulated rigid Body Algorithm,
ATV – Automated Transfer Vehicle,
BDF – Backward Differentiation Formula,
CRBA – Composite Rigid Body Algorithm,
NASA – National Aeronautic and Space Administration,
ESA – European Space Agency,
ERA – European Robotic Arm

ВВЕДЕНИЕ

Стыковка и причаливание космических аппаратов (КА) являются двумя способами их соединения на орбите. Стыковка представляет собой управляемый механический процесс, который выполняется с использованием системы стыковки, включающей активный и пассивный стыковочные агрегаты (СтА) и их блоки управления. Стыковка начинается после завершения работы системы сближения КА, в момент первого контакта их СтА и состоит из следующих этапов: достижение сцепки, поглощение энергии сближения, выравнивание и стягивание, образование жесткого соединения. Относительные рассогласования СтА при дальнейшем сближении уменьшаются за счет контактов их направляющих элементов. Активный агрегат имеет три типа механизмов. Относительно его продольной оси равномерно распределены наборы плоских, с одной степенью свободы механизмов защелок, обеспечивающих сцепку, и механизмов крюков, реализующих жесткое соединение СтА. Наиболее сложным является пространственный стыковочный механизм (СтМ), который имеет, как правило, шесть степеней свободы. Он перемещает механизмы защелок для достижения сцепки, поглощает энергию сближения КА, выравнивает и стягивает СтА до положения, в котором обеспечивается зацепление крюков. Наведение КА для соединения с помощью космического робота-манипулятора, управляемого оператором, называется причаливанием. Данный способ предусматривает выполнение манипулятором функций системы сближения.

Математические модели динамики стыковки необходимы для оценки правильности проектных решений, формирования программ наземных испытаний и интерпретации их результатов, для расчета нагрузок при реальных стыковках по данным телеметрии, для анализа нештатных ситуаций. Они должны описывать движение как стыкуемых КА, так и СтМ, упругие и демпфирующие свойства которых определяют характер изменения контактных сил, значительно превышающих силы реактивных двигателей сближения и ориентации. Звенья СтМ с устройствами демпфирования и приводом образуют пространственные системы тел,

число степеней свободы которых, вплоть до жесткого соединения СтА, всегда больше числа независимых связей, налагаемых при контактах. **Корректное моделирование** возможно только при описании их движения дифференциальными уравнениями динамики (УД), отражающими законы механики. СтМ имеют незначительную по сравнению с КА инерцию и их движение может быть описано отдельными дифференциальными уравнениями. В этом случае необходимо вычислять силы и моменты, действующие в основании СтМ на КА. Звенья и передачи СтМ являются упруго деформируемыми с проявлением гистерезиса.

Начальные условия (НУ) стыковки в момент первого контакта СтА являются случайными величинами, распределение которых зависит от свойств системы сближения. На этапе проектирования качество стыковки оценивается на множестве различных сочетаний НУ, число которых достигает нескольких сотен, часто нескольких тысяч. Поэтому необходимо обеспечить высокую **вычислительную эффективность** моделирования, то есть расчет динамики с помощью минимального числа операций.

При корректном моделировании динамики стыковки, когда функционирование СтМ описывается дифференциальными уравнениями, возможна разработка детальных компьютерных моделей, структура и параметры которых учитывают все особенности реальных конструкций, определяющих динамику их взаимодействия. Такие **детальные модели** позволяют получить гораздо больший, чем при испытаниях, объем информации уже на этапе проектирования. Они должны быть дополнены средствами визуализации, позволяющими оперативно проанализировать большой объем данных моделирования.

Первые, а также активно используемые в настоящее время агрегаты механизмы для стыковки КА были разработаны в 70-х – начале 80-х гг. XX века [1-9]. При их создании основным методом проверки уже реализованных технических решений были динамические испытания на различных стендах. Объем таких испытаний и число измеряемых параметров ограничены по различным техническим причинам. В то время алгоритмы расчета динамики механических систем (МС) многих тел только развивались, а компьютеры обладали низкой производительностью.

стью. Для расчета параметров устройств демпфирования использовались простейшие УД [10] или теория удара [11, 12]. В пространственных моделях движения стыкуемые КА как свободные твердые тела описывались уравнениями Ньютона-Эйлера, а СтМ – кинематическими соотношениями, дополненными характеристиками жесткости устройств демпфирования и гипотезами о последовательности движения звеньев [13 – 20]. В результате численное моделирование процессов стыковки выполнялось только для первых 10 – 15 сек процесса, приближенно и некорректно, часто с привнесением необъяснимых эффектов.

С начала 90-х гг. XX века NASA и Европейское Космическое Агентство (ESA) начали разработку новых систем стыковки [22 – 24]. В период с 2009 по 2016 гг. NASA, ESA, Роскосмос и японское космическое агентство (JAXA) при участии РКК «Энергия» (РКК-Э) на основе интерфейса российского СтА АПАС [9] разработали международный стандарт [25]. В соответствии с ним доработана конструкция СтМ IBDM [26, 27] (ESA и компания QinetiQ), разработаны агрегаты NDS [28 – 30] (NASA и компания Boeing) и SXDS [31] (компания SpaceX). Китай создал свой СтА [32], скопировав АПАС. Однако зарубежные публикации, посвященные компьютерному моделированию динамики стыковки КА, практически отсутствуют. В открытом доступе имеются только очень краткие описания конструкции и отдельные патенты [22 – 24, 26 - 30]. Исключение составляют только статья [33], а также отчет [34] ESA, предоставленный РКК-Э в рамках совместных работ по проекту европейского грузового корабля ATV. Описанные в них модели являются упрощенными. Среди отечественных публикаций последних лет можно назвать работу [35].

Если при причаливании соединение КА обеспечивается специализированными устройствами с простым механическим интерфейсом [36], то компьютерное моделирование операции реализуется в реальном времени на математических стендах [37 – 39], которые предназначены для тренировки операторов, управляющих манипулятором. В том случае, когда при причаливании манипулятором соединение модулей обеспечивают стыковочные механизмы со сложной кинематикой, то на этапе проектирования необходимо оценить возможность выполнения

таких операций. Так как их моделирование, с учетом работы операторов, должно выполняться в реальном времени, то для этого необходимо применять не только вычислительно эффективные алгоритмы, но и новые подходы к моделированию.

Матричные алгоритмы расчета движения МС разрабатываются с появлением компьютеров на основе законов, принципов классической и уравнений аналитической механики [41 – 47]. При таком подходе кинематические и динамические соотношения в матричной форме записываются предварительно «вручную» и программируются для некоторого класса систем. Геометрические и инерционные свойства тел, виды шарниров, структура связей задаются в них элементами матриц, превращая алгоритм в УД конкретной МС. Различные способы вывода уравнений и полученные на их основе алгоритмы рассматривались в обзорных статьях, сборниках и монографиях [48 – 57].

Подход, основанный на явном использовании уравнений связей (УС) и уравнений Лагранжа 1-го рода, является наиболее универсальным. Движение тел в нем описывается непосредственно в декартовых координатах, УС составляются только для отдельных пар тел, соединенных шарнирами. Платой за универсальность является низкая вычислительная эффективность, так как движение МС описывает система дифференциально-алгебраических уравнений (СДАУ) максимальной размерности, которую необходимо интегрировать с очень малым шагом. Отсутствуют универсальные приемы обеспечения устойчивости численного решения. Это направление теоретически разработано и реализовано в коммерческих и открытых программных комплексах [58 – 67].

При неявном учете уравнений связей они заменяются своими решениями - рекуррентными кинематическими соотношениями для координат, скоростей и ускорений двух смежных тел простой или древовидной кинематической цепи (КЦ). Движение КЦ описывается минимальным набором переменных - относительными перемещениями, скоростями и ускорениями в ее шарнирах. Распространенный ранее способ определения относительного положения тел одним математическим объектом, (4×4) – матрицей преобразования однородных координат может быть использован совместно только с уравнениями Лагранжа 2-го рода

и приводит к наименее эффективным алгоритмам, вычислительные затраты которых оцениваются как $O(n^4)$ (n – число тел в КЦ) [68 – 74]. Применение для поступательного и углового движений тел отдельных векторно-матричных соотношений (которые иногда для компактности могут быть объединены с помощью блочных матриц) является более гибким и вычислительно эффективным. Оно дает возможность сформировать алгоритмы расчета динамики различными способами, в частности на основе принципа Д’Аламбера [75 – 82], уравнений Лагранжа 2-го рода [75, 83, 84], Гиббса-Аппеля [85], Кейна [43 – 45, 86 – 89], на основе формализма Ньютона-Эйлера [90 – 94], близкого по форме к уравнениям Кейна. Во всех этих случаях вычислительные затраты оцениваются как $O(n^3)$, что обусловлено необходимостью расчета $(n \times n)$ – обобщенной матрицы инерции и использованием для описания движения МС общей системы координат (СК) с определением движения каждого тела через все предшествующие, что порождает повторяющиеся, избыточные вычисления.

Расчет динамики МС без контуров с наименьшим числом матричных операций обеспечивают алгоритмы вычислительной механики, в которых кинематические и динамические соотношения записываются для отдельных тел в их локальных СК с учетом кинематики и динамики только смежных тел. В результате исключаются повторяющиеся векторно-матричные операции, преобразование векторов и тензоров инерции тел в общую базовую СК.

Способ вычисления матрицы обобщенной инерции и вектора обобщенных сил УД простой КЦ с выполнением только $O(n^2)$ простых алгебраических операций впервые предложен Ю.А. Степаненко в 1974 г. [95], позднее он был получен заново [96] и назван «алгоритмом составного тела» (Composite Rigid Body Algorithm, далее для краткости CRBA). Рекуррентный способ вычисления ускорений простой КЦ без составления системы УД, вытекающий из решения задачи минимизации меры принуждения Гаусса и требующий выполнения только $O(n)$ операций, впервые предложил А.Ф. Верещагин в 1976 г. [97]. Позднее аналогичный рекуррентный способ расчета был получен из условий равновесия для смежных

тел [98] и назван «алгоритмом сочлененного тела» (Articulated rigid Body Algorithm, далее для краткости АВА). Подход, аналогичный [97], получил развитие в [99, 100]. Работа [98] инициировала разработку новых версий алгоритмов, подобных CRBA и АВА и имеющих примерно такую же эффективность [101 – 109]. В отечественной литературе разработка рекуррентных форм УД МС представлена, в работах Д.Ю. Погорелова [56, 57] и А.И. Телегина [110, 111].

Несмотря на то, что производительность АВА оценивается как $O(n)$, при малом числе тел в КЦ из-за более сложной структуры матричных соотношений он может быть менее эффективным, чем CRBA. В обзоре [53] отмечается, что наиболее эффективная формулировка АВА [103] требует меньшего объема вычислений, чем CRBA только при $n \geq 6$ (оценка для простой КЦ). Но этот недостаток АВА не является значительным с учетом того, что «побочным результатом» алгоритма (в отличие от CRBA) являются силы и моменты реакций в шарнирах, необходимые для расчета воздействия СтМ на активный КА. Кроме того, при древовидной структуре связей МС матрица обобщенной инерции в УД в замкнутой форме становится разреженной и вычислительная эффективность применения CRBA уменьшается.

С учетом относительно небольшого числа звеньев в КЦ управляемых МС (СтМ и КМ) применение специальных алгоритмов и моделей, ориентированных на большое число тел [56, 57, 112-114] не является актуальным.

Описание МС с кинематическими контурами при использовании рекуррентных соотношений обеспечивается замещением в каждом контуре одного из шарниров, как правило, вращательного, уравнениями связей (УС) относительно шарнирных координат, скоростей и ускорений. Преобразованная таким образом МС имеет структуру простой КЦ или дерева. УС являются алгебраическими. При их использовании в явном виде, то есть при объединении с УД преобразованной МС, движение описывает СДАУ [115-120]. Приведение СДАУ с индексом 2 или 3 к одному составу неизвестных обеспечивается схемой дискретизации, лежащей в основе BDF-алгоритмов (Backward Differentiation Formula) [121] неявного численного интегрирования. Поэтому чаще используются СДАУ с индексом 1 с одина-

ковым набором неизвестных – обобщенными ускорениями [77]. Они численно решаются с использованием методами штрафных функций [58 – 66], регуляризации [122] или с помощью модифицированной схемы Адамса-Бошфорта-Моултона [119, 120]. При модификации АВА для описания МС с кинематическими контурами его сложность значительно увеличивается, а вычислительная эффективность соответственно снижается [123, 124]. Общим недостатком явного использования УС является необходимость применения более сложных методов численного интегрирования СДАУ размерности большей, чем число степеней подвижности в шарнирах преобразованной МС. Проблема обеспечения стабильности и точности решения в общем виде не решена.

При неявном учете УС кинематических контуров используется их решение на основе разделения переменных: зависимые выражаются через независимые. Этот метод применим для описания СтМ, так как у них отсутствуют сингулярные конфигурации, приводящие к потере их функциональности. Для формирования УС относительно скоростей необходимо выполнить меньший объем вычислений, но в этом случае алгоритм расчета динамики должен быть получен на основе уравнений аналитической механики [69, 125], то есть будет менее эффективным. Решение УС для ускорений позволяет редуцировать матрицу обобщенной инерции и вектор обобщенных сил преобразованной МС вне зависимости от алгоритма их расчета [126]. При неявном учете уравнений связей УД МС остаются дифференциальными, а их размерность соответствует числу степеней свободы, то есть значительно меньше, чем число степеней подвижности в шарнирах.

При описании контактного взаимодействия реакции должны входить в УД СтМ и пассивного КА и вычисляться как функции времени. Классическая теория удара [47, 127, 128], описывающая мгновенное перераспределение энергии, не может быть использована. Число точек контакта и временно налагаемых односторонних связей является конечным, но произвольным. При включении УС в СДАУ или при их решении методом разделения переменных необходимо применять процедуру исключения из них линейно зависимых, объединять в одной системе уравнения стыкуемых КА и СтМ, что значительно увеличивает вычислительные

затраты. При этом реакции связей либо являются обобщенными, либо не определяются вовсе, что делает невозможным анализ нагрузок на КА. В обоих вариантах учета УС структура УД значительно усложняется при описании упругих деформаций КА. Контактные реакции при стыковке определяются главным образом кинематикой СтМ, деформацией его КЦ, работой устройств демпфирования. Модели, описывающие контакты пар простых однородных тел [129], или распределение упругих свойств отдельных тел по глубине и объему, например [130], не отражают реальные свойства сложной конструкции. Необходимо разработать модели непосредственного вычисления контактных реакций на основе определения взаимного внедрения направляющих поверхностей СтА. Применение алгоритмов компьютерной графики для определения точек контакта (ТК) произвольных поверхностей [131 – 135], не требуется. Сложная форма направляющих элементов буферных звеньев СтМ и пассивных СтА может быть представлена конечной совокупностью простых геометрических поверхностей. Необходимо разработать более эффективные алгоритмы, учитывающие специфику геометрии СтА.

Наиболее общий и часто применяемый подход при составлении УД упруго деформируемых тел основан на предположении о независимости переносного и деформационного движений. Для описания последнего вводятся дополнительные обобщенные координаты, определенные на некоторой системе базисных функций [136 - 141], например, функций формы собственных колебаний конструкции, соответствующих условиям закрепления. Традиционно так описывается динамика упруго деформируемых КА. В МС приведенная к каждому телу инерция и соответственно функции формы зависят от конкретной конфигурации, но в УД они не корректируются из-за необходимости выполнения большого объема вычислений. Такая коррекция не требуется, если динамические модели разработаны на основе деформируемых [142 – 143] или твердотельных [144-149] конечных элементов. Но при этом получаются жесткие УД большой размерности, для интегрирования которых необходимо применять неявные методы. В упрощенных моделях динамики КМ, перемещающих груз большой массы, наиболее длинные, транспортирующие звенья представляются безмассовыми упругими стержнями, а размеры и

деформации остальных звеньев не учитываются. Таким способом расчетная схема сводится к плоской [150 – 153]. Она применима для анализа качества управления, но не для детального моделирования пространственного движения. Для расчета динамики причаливания в реальном времени, с учетом человека-оператора необходимо разработать другие УД манипулятора и перемещаемого КА.

Платой за относительную универсальность векторно-матричных алгоритмов является их вычислительная избыточность. Относительно просто она может быть устранена при реализации алгоритмов, основанных на уравнениях Лагранжа 1-го рода [58, 59]. Отдельные блоки разреженных СДАУ имеют неизменную или мало изменяемую структуру, априорная информация о которой является основой для генерации вместо матричных соотношений эквивалентных скалярных математических выражений (СМВ). Алгоритмы, использующие рекуррентные соотношения, представляют собой последовательность более сложных векторно-матричных выражений. Число возможных комбинаций свойств тел и шарниров и соответственно число различных вариантов записи эквивалентных СМВ резко возрастает при увеличении длины КЦ. Генерация исходного кода на основе априорной информации становится невозможной. В этом случае для исключения избыточных вычислений можно учитывать только общие свойства определенного класса СМВ. Кроме «ручного» упрощения используются универсальные или специализированные системы символьных преобразований (ССП). Обзоры многочисленных работ в данной области исследований приведены в [154 – 160]. Универсальные СПП [161 – 172] предназначены, прежде всего, для аналитических вычислений, не приспособлены для программирования сложных матричных алгоритмов, имеют ограниченные возможности для исключения повторяющихся операций из-за представления СМВ списковыми структурами данных. Специализированные СПП [173 – 181] выполняют в символьном виде простейшие математические операции – сложение, вычитание, умножение, иногда деление. Исторически в них реализованы алгоритмы, полученные на основе методов и уравнений классической механики. В этом случае все СМВ являются алгебраическими полиномами и часто кодируются строками таблицы, столбцы которой соответствуют

фиксированному составу переменных. Такое простое представление является избыточным, усложняет выполнение умножения и обеспечивает лишь частичное исключение повторяющихся вычислений на финальном этапе генерации символического кода. Специализированные ССП, ориентированные на алгоритмы АВА или CRBA, не реализованы.

Динамические нагрузки при стыковке определяются в основном СтМ. Чтобы избежать их завышенной оценки, необходимо учитывать потери энергии в его кинематических цепях, в частности гистерезис. Теоретические модели гистерезиса описывают причины возникновения этого явления на основе учета физических свойств различных сплавов и материалов [182 – 187] или особенностей функционирования биологических объектов [188], органов человека [189] и элементов технических устройств [190]. В СтМ гистерезис обусловлен распределенной деформацией передач вращения с люфтами или сложных сборок, состоящих из большого числа неоднородных по материалу и размерам деталей. Теория потерь механической энергии в таких механизмах отсутствует. Необходимо разработать модели, основанные на экспериментальных данных

Коммерческие программные комплексы моделирования [191 – 207] движения МС ориентированы на пользователей без специальной теоретической подготовки – проектантов, конструкторов. Отчасти поэтому они являются закрытыми, в них затруднен выбор параметров вычислительного процесса, влияющих, например, на его устойчивость. Наиболее часто в вычислительном ядре таких систем реализован какой-то один алгоритм расчета динамики, если же их предоставляется несколько, то они используются порознь и их выбор происходит автоматически как, например, в [203]. УС учитываются, как правило явно, формируются и интегрируются СДАУ. Используются ограниченные наборы программно автономных, не связанных между собой моделей контактного взаимодействия элементарных геометрических фигур. Высококачественная 3D-анимация результатов оказывается малоинформативной при анализе контактных ситуаций и работе устройств демпфирования, не позволяет связать изображение с большим числом вычисляемых параметров. Оптимизация вычислений в коммерческих системах имеет более

низкий приоритет, чем простота, надежность и универсальность. Для решения сложных задач определенного класса на основе таких систем, например, [191, 203 – 206] создаются проблемно-ориентированные приложения.

Приведенный краткий обзор показывает, что в теории динамики механических систем многих тел существуют алгоритмы расчета отдельных кинематических цепей с помощью минимального числа векторно-матричных операций, для редукции уравнений при наличии кинематических контуров. При разработке моделей СтМ необходимы их модификация, дополнение и комбинированное использование. Модели и алгоритмы для расчета контактного взаимодействия сложных поверхностей при выполнении сборочных операций отсутствуют. Корректное моделирование в реальном времени динамики космических манипуляторов с учетом упругих деформаций их звеньев затруднено из-за большого объема вычислений.

Таким образом, тема данного исследования, связанная с разработкой теоретических основ создания корректных, детальных и вычислительно эффективных компьютерных моделей динамики стыковки и причаливания, представляется актуальной.

Целью диссертационной работы является разработка теоретических основ корректного, детального и вычислительно эффективного компьютерного моделирования динамики стыковки и причаливания КА.

Основные задачи исследования, решаемые для достижения поставленной цели, состоят в разработке:

1. компьютерных алгоритмов, требующих минимального числа векторно-матричных операций для расчета динамики различных классов СтМ как систем тел, для расчета сил и моментов, действующих в их основании на КА, и методов оптимизации вычислений при реализации этих алгоритмов;
2. компьютерных алгоритмов расчета деформаций звеньев и передач к устройствам демпфирования СтМ на основе математических моделей, параметры которых определяются с высокой точностью по экспериментальным данным;

3. уравнений взаимного движения стыкуемых КА с учетом их контактного взаимодействия, алгоритмов расчета упругих деформаций их конструкции на основе параметров, получаемых из детальными конечно-элементными моделями;
4. компьютерных алгоритмов определения координат и параметров точек контакта, требующих минимального объема вычислений и детально учитывающих особенности геометрии сложных направляющих поверхностей стыковочных агрегатов и специализированных устройств причаливания;
5. компьютерных моделей полного процесса стыковки при использовании СтА различных типов;
6. методики гибридного моделирования на 6-степенном динамическом стенде причаливания космических аппаратов с использованием компьютерной модели для расчета в реальном времени движения механической системы «манипулятор – перемещаемый полезный груз»;
7. наглядного метода компьютерной визуализации результатов моделирования контактного взаимодействия и функционирования стыковочных механизмов при стыковке и причаливании.

Структура диссертации соответствует последовательности решения основных задач исследования.

Первая глава описывает вычислительно наиболее эффективные методы учета связей в системах тел СтМ и начинается с анализа особенностей их кинематики. В СтМ центрального типа [1 – 5] КЦ, предназначенные для поглощения энергии сближения КА, ориентированы вдоль продольных осей. Их буферные звенья, контактирующие с конусом пассивного СтА, обеспечивают устранение бокового промаха, сцепку и последующее торможение. Одно или несколько боковых буферных звеньев ограничивают относительные угловые развороты СтА при поглощении энергии, выравнивании, стягивании и компоуются вокруг продольной оси. Периферийные СтМ [7 – 9, 22 – 32] имеют одно буферное звено – стыковочное кольцо с шестью степенями свободы, которое вместе с периферийными кинематическими цепями образует гексапод – 6-степенной параллельный мани-

пулятор [211, 212], например, платформу Гью-Стьюарта (Gough-Stewart) [213, 214] или Ханта (K.H.Hunt) [215]. Кинематические схемы различных типов СтМ имеют частично или полностью параллельную структуру с одним узловым телом, которое соединяется с основанием несколькими пространственными КЦ с устройствами демпфирования или приводами. Эти параллельные КЦ не изменяют числа степеней свободы узлового тела, являются по отношению к нему зависимыми. Определены их возможные структуры, число которых ограничено. В преобразованной МС без контуров УС замещают вращательные шарниры, соединяющие зависимые КЦ с узловым телом. При этом все КЦ связаны только с основанием, центральная независимая с узловым телом может иметь структуру дерева, зависимые являются только простыми. Предложена методика составления УС для каждого контура относительно ускорений, скоростей и координат, которые разрешаются методом разделения переменных [126], обеспечивающим минимальную размерность УД. Для всех зависимых КЦ получены аналитические решения УС относительно координат, вычислительно более эффективные, чем численные итерационные.

Во второй главе определяется и разрабатывается набор алгоритмов, обеспечивающих наиболее эффективный расчет динамики различных классов СтМ. Метод разделения переменных, позволяющий исключить из УД зависимые переменные, применим, если используется замкнутая форма этих уравнений. Входящие в них матрица обобщенной инерции и вектор обобщенных сил могут быть вычислены на основе различных алгоритмов.

Наиболее эффективным из них для простых КЦ является алгоритм составного тела [96]. Этот метод совместим с методом разделения переменных. УД в замкнутой форме могут быть редуцированы на основе метода разделения переменных, то есть явного решения уравнений связей, но они не позволяют рассчитать силы и моменты, действующие на основание СтМ. Кроме того эффективность алгоритма снижается при расчете динамики МС с древовидной структурой. Для моделей периферийных механизмов, в которых узловое тело в преобразован-

ной МС не связано непосредственно с основанием, предлагается дополнительно разработанный алгоритм для расчета этих сил и моментов.

В СтМ центрального типа узловое тело является промежуточным в центральной независимой КЦ, которая непосредственно связана с основанием, может иметь до 6 степеней свободы и структуру дерева. Динамика этой цепи, с учетом скорректированных динамических параметров узлового тела, описывается алгоритмом сочлененного тела [103], который обеспечивает также вычисление сил и моментов, действующих на активный КА в основании СтМ, с учетом зависимых ветвей без их отдельного рассмотрения. Предложенный новый комбинированный алгоритм отличается высокой вычислительной эффективностью. В периферийных СтМ узловое тело не связано непосредственно с основанием, а замкнутая форма УД не позволяет рассчитать реакции связей. Поэтому для каждой зависимой ветви алгоритм составного тела дополнен новым разработанным алгоритмом расчета сил и моментов, действующих в основании СтМ. Алгоритмы выводятся в компактной блочной матричной форме. Но далее используется их отдельная векторно-матричная запись для поступательных и угловых движений тел, которая позволяет определить их вычислительные свойства и обеспечить исключение избыточных операций за счет их записи в виде последовательности эквивалентных СМВ. Модели данных для реализации специализированной ССП на основе этих рекуррентных алгоритмов приведены в Приложении 1. Программные коды, реализующие алгоритмы, верифицируются сравнением с результатами расчета по матричным соотношениям [224], полученным на основе уравнений Кейна [86 – 88].

В третьей главе описаны разработанные модели деформаций звеньев и КЦ СтМ с учетом гистерезиса, основанные на использовании экспериментальных данных. Предложена кусочно-линейная модель прямой, обратной и переходной ветвей гистерезиса. Она обеспечивает простоту определения текущих параметров модели деформации с помощью решения систем линейных алгебраических уравнений 2-го порядка. Логика ее функционирования задается в табличной форме, содержащей условия смены ее состояния. На ее основе разработаны модели изги-

бных и крутильных деформаций отдельных звеньев, КЦ с пружинными механизмами (ПМ) и фрикционными тормозами (ФрТ) боковых и осевых устройств демпфирования СтМ.

В четвертой главе рассматриваются УД КА, которые в модели стыковки представлены свободными, твердыми или деформируемыми телами. В общем случае активный и пассивный СтА могут быть установлены на любой из двух стыкуемых КА, активный или пассивный, а каждый КА может иметь несколько стыковочных портов с различной ориентацией. Поэтому геометрические, инерционные свойства, модели упругих колебаний, положение СтА для каждого КА описываются в его строительной СК, связанной с силовыми элементами его конструкции. При выполнении конкретной стыковки оси этих СК как правило не согласованы, в них неудобно описывать относительное движение и задавать его начальные условия (НУ). Поэтому кроме строительных используются расчетные СК с началом в центрах масс (ЦМ) КА и согласованными осями, в которых динамика КА как твердых тел описывается уравнениями Ньютона-Эйлера. Обобщенные координаты деформаций определены на собственных формах колебаний конструкции (программа моделирования совместима со стандартным файлом системы MSC/NASTRAN [232]). Их изменение под действием внешних активных сил описывается автономными линейными дифференциальными уравнениями 2-го порядка. Коэффициенты демпфирования вычисляются на основе логарифмического декремента затухания, определяемого на основе экспертных оценок. Дискретные решения с шагом численного интегрирования получаются на основе аналитических формул, полученных в предположении постоянства активных сил на очередном шаге. Это позволяет не вводить большое число уравнений в общую схему интегрирования механической системы, уменьшить объем вычислений. Вычисленные декартовы деформационные движения преобразуются в расчетные СК КА и СК СтА.

Контактные реакции в ходе численного интегрирования вычисляются как функции времени с использованием контактной жесткости на основе определения взаимного внедрения контактирующих поверхностей и являются известными

(вычисляемыми) величинами. Податливость СтМ, его звеньев, передач и устройств демпфирования значительно (на порядки) больше, чем у пассивного СтА и у стыкуемых КА. Поэтому контактная жесткость выбирается достаточно большой, чтобы обеспечить малую величину контактного внедрения, которая контролируется в процессе численного интегрирования уравнений динамики. Определены кинематические соотношения, позволяющие рассчитать единичные векторы и величины внедрений, относительные тангенциальные скорости в произвольном, но конечном числе точек контакта (ТК). Такой подход обеспечивает хорошую точность вследствие высокой податливости СтМ, не требует решения СДАУ, то есть является вычислительно более эффективным. С учетом инерции контактирующих тел он эквивалентен методу регуляризации [122].

Также определены параметры НУ для моделирования стыковки, задаваемые для СтА, статистические и проектные диапазоны их изменения, способ их пересчета в НУ движения КА.

Пятая глава описывает математические модели и алгоритмы для расчета параметров контактного взаимодействия. Направляющие поверхности пассивного СтА и буферных звеньев СтМ представляются произвольным, но конечным числом простейших геометрических фигур (примитивов). Пары контактирующих примитивов образуют сфера (точка) с усеченным конусом, граничной окружностью, цилиндром или плоскостью и отрезок прямой с граничной окружностью или другим отрезком. Для этих пар получены простые аналитически выражения, определяющие условия контакта и его параметры, которыми являются координаты точки контакта, единичный вектор нормали к обоим контактирующим примитивам, величина контактного внедрения вдоль этого вектора, единичный вектор тангенциальной скорости. Сложные поверхности аппроксимируются множествами однотипных примитивов. Для эффективного определения наличия их контакта использован итерационный метод дихотомии. Это исключает необходимость решения трансцендентных уравнений. Описываются, разработанные на основе этого подхода модели контактного взаимодействия направляющих поверхностей, зве-

ньев механизмов сцепки СтА центрального и периферийного типов, а также специализированных устройств для выполнения причаливания.

В шестой главе рассматриваются компьютерные модели динамики стыковки КА с использованием существующего и перспективных СтА центрального типа. Они объединили в себе рассмотренные в предшествующих главах алгоритмы расчета динамики систем тел СтМ, УД стыкуемых КА и алгоритмы расчета сил и контактного взаимодействия. Их дополняют УД осевого демпфера и система УД привода с двумя двигателями и дифференциалом, полученная на основе решения методом разделения переменных [126] УС для отдельных тел вращения, а также модели устройств демпфирования и деформации звеньев с учетом гистерезиса. Для согласования результатов моделирования с данными испытаний на 6-ступенном стенде в модель введены УД деформации крышки люка СтА, на которой установлен СтМ. В упрощенном виде, без второстепенных с точки зрения динамики деталей, учитывается циклограмма управления при стыковке. В отличие от всех предшествующих работ процесс моделируется корректно, с хорошей детальностью и полностью, от первого контакта до завершающей стадии стягивания (начала контакта электроразъемов) с учетом выравнивания с помощью выдвигающихся рычагов. Описывается функционирование 6-ступенного динамического стенда, приводятся отдельные результаты валидации комплексной модели по данным испытаний. Приводятся результаты моделирования с учетом упругих деформаций пассивного КА. Предложен и описан новый способ визуализации результатов моделирования стыковки с использованием динамической мнемосхемы – интегрированной многооконной программы анимации. Предложен способ модификации осевого и бокового демпферов существующего СтМ, позволяющий снизить контактные нагрузки при штатном и нештатном сближении. В кинематическую схему СтМ введен подвижный ограничитель, позволяющий стыковаться к пассивным СтА с различной конфигурацией приемных конусов. Конструктивные параметры этих модификаций определены на основе большого объема математического моделирования. Отдельные результаты иллюстрируются графиками и динамическими мнемосхемами.

В седьмой главе на основе анализа недостатков существующих периферийных механизмов предложена схема нового, упруго-адаптивного СтМ, в котором сцепка достигается за счет быстрого выдвигания и адаптивной подстройки его стыковочного кольца под положение кольца пассивного СтА за счет энергии накопленной в пружинах. Основой кинематики СтМ является платформа Гью-Стьюарта со штоками-винтами, которые через шарико-винтовые преобразователи (ШВП) связаны с расположенными на штангах устройствами аккумуляции энергии – спиральными пружинами с управляемой блокировкой отдачи. Механизм имеет три фиксированных положения – конечное (КП, штоки втянуты), переднее (ПП, штоки полностью выдвинуты) и исходное (ИП, перед стыковкой). Приведение СтМ в КП и из КП в ИП обеспечивает устройство стягивания с одним приводом, тремя барабанами и тросами. По сигналу датчика контакта с пассивным СтА блокировка пружин в ИП выключается, штоки и кольцо выдвигаются ему навстречу. Для увеличения хода штоков и соответственно улучшения сцепки ШВП реализуются как дифференциальные шарниры. Модель стыковки помимо описанных ранее УД КА, алгоритмов расчета сил контактного взаимодействия и УД привода с дифференциалом включает УД платформы, модифицированные с учетом дифференциальных ШВП, модель для расчета сил, создаваемых устройствами накопления энергии с учетом гистерезиса пружин и включения/выключения блокировки отдачи, модель устройства стягивания с учетом кулачковых механизмов выравнивания. При штатном сближении СтМ надежно, с большим запасом выполняет свои функции, поэтому особенности его функционирования иллюстрируются для более критичных экспертных вариантов НУ, как с помощью графиков, так и разработанной для этого динамической мнемосхемы. Результаты моделирования показывают, что существуют лишь отдельные практически невероятные сочетания экстремальных значений параметров, при которых сцепка невозможна без включения двигателей «дожатия» КА. Это указывает на хороший «запас устойчивости» нового СтМ к возможному нештатному сближению.

В главе 8 описано моделирование причаливания КА в реальном времени с человеком-оператором в контуре управления. Кратко излагается история наземной отработки и выполнения таких операций. Способ гибридного моделирования с использованием реальных СтА, математической модели манипулятора и 6-степенного стенда был впервые предложен автором диссертационной работы и реализован в 1989 г. Описывается модель динамики космического манипулятора, перемещающего груз большой массы, разработанная для реализации на 6-ступенном стенде. Она включает для манипулятора алгоритм сочлененного тела для простой КЦ тел, используемый в неявной схеме интегрирования УД ЭД и редукторов, модель системы управления и матрицу жесткости, а для груза – уравнения Ньютона-Эйлера и матрицу демпфирования. Указан способ расчета матриц. Приводится описание экспериментальной отработки причаливания российского модуля МИМ-1 манипулятором SSRMS к Международной космической станции (МКС) с помощью гибридного моделирования на 6-ступенном стенде. Результаты иллюстрируются графиками, приведен вид специализированной динамической мнемосхемы, разработанной для анализа данных испытаний.

Оборудование, доставляемое и устанавливаемое на борту КА с помощью манипулятора, не обязательно является новым модулем, соединяемым с помощью стыковочных агрегатов. Устройства для их соединения, разработанные специально для причаливания, могут иметь небольшие размеры, определяемые малыми промахами манипулятора. В результате ограничивается их видимость с помощью обзорных телекамер, не всегда могут быть использованы прицельные телекамеры и мишени. Это создает трудности для оператора, управляющего манипулятором при наведении. Для выбора параметров команд управления манипулятором и последовательности их выполнения под руководством автора был разработан компьютерный стенд моделирования причаливания в реальном времени. В нем была использована программно-реализованная математическая модель манипулятора ERA и графического интерфейса его управления в супервизорном режиме, разработанная к тому времени Дмитровским филиалом МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автором диссертации определены задачи и структура моделирующего стенда, разработаны кинематические соотношения для расчета относительного движения и модели контактного взаимодействия соединяемых устройств (описаны в главе 5), определен облик дополнительных компьютерных графических моделей, которые предложено использовать для анимации взаимного положения и контактов этих устройств, а также для целей управления. Приводится общий вид этого стенда, визуальная информация, доступная операторам, результаты оценки динамики причаливания с использованием специализированных агрегатов, а также устройств соединения без податливости. Они иллюстрируются графиками изменения кинематических параметров, сил и моментов контактного взаимодействия при установке. Для точного наведения автором предложено использовать дополнительные компьютерные каркасные графические модели, отображающие контактное взаимодействие соединяемых механических интерфейсов. Они позволяют обеспечить сцепку даже в условиях ограниченной видимости.

В Приложении описана структура данных и алгоритмы ее обработки, предназначенные для символьной реализации матричных алгоритмов расчета динамики СТМ, рассмотренных в главах 1 и 2, с целью повышения их вычислительной эффективности путем исключения избыточных операций. На основе анализа существующих способов компьютерного представления скалярных математических выражений (СМВ) в системах символьных преобразований, а также анализа свойств СМВ в упомянутых алгоритмах предложен способ их кодирования и выполнения скалярных и матричных операций с использованием нескольких взаимосвязанных таблиц.

Методы исследований.

В работе использованы уравнения аналитической механики, алгоритм составного тела и алгоритм сочлененного тела вычислительной механики, методы теории деформируемого свободного тела, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории структур больших наборов данных и теории автоматического управления.

Научная новизна работы состоит в разработанной впервые общей методологии создания корректных, детальных и вычислительно эффективных компьютерных моделей динамики стыковки КА, в разработке компьютерных моделей динамики существующих и новых СтА различных типов, в предложенном впервые методе гибридного моделирования причаливания КА, реализованном на 6-степенном динамическом стенде.

Достоверность результатов диссертации подтверждается соответствием результатов компьютерного моделирования экспериментальным данным, проверкой теоретических результатов посредством применения альтернативных форм записи алгоритмов, а также обеспечивается внутренними средствами тестирования, встроенными в программы компьютерного моделирования.

Результаты, выносимые на защиту

1. Компьютерные алгоритмы формирования и решения уравнений контурных связей, расчета динамики СтМ центрального и периферийного типа как систем твердых тел с параллельной структурой, требующие выполнения минимального числа векторно-матричных операций. Методика оптимизации вычислений на основе выполнения этих операций в символьном виде.
2. Компьютерные алгоритмы расчета деформаций с гистерезисом звеньев и передач к различным устройствам СтМ, использующие модели, основанные на экспериментальных данных.
3. Уравнения движения стыкуемых КА с учетом их контактного взаимодействия, алгоритмы расчета упругих деформаций их конструкции.
4. Компьютерные алгоритмы определения координат и параметров точек контакта СтА специализированных устройств для причаливания КА, позволяющие детально учесть форму их направляющих поверхностей.
5. Компьютерные модели динамики стыковки с использованием СтМ центрального типа с различными вариантами кинематических схем, а также с использованием нового, упруго-адаптивного периферийного СтМ.

6. Методика гибридного моделирования причаливания КА на 6-степенном динамическом стенде, использующая оригинальные уравнения движения космического манипулятора, перемещающего груз большой массы.

7. Метод компьютерной визуализации результатов моделирования стыковки и причаливания.

Все приведенные в диссертации результаты получены лично автором.

Практическая значимость результатов диссертации состоит в том, что разработанные компьютерные модели и полученные с их помощью результаты использованы:

- для анализа динамики, в том числе нештатных ситуаций, на этапе проектирования процессов стыковки кораблей «Союз», «Прогресс» и ATV, перспективного транспортного корабля, модулей МЛМ и НЭМ к Международной космической станции (МКС);
- при составлении программ и при анализе данных наземных динамических испытаний процессов стыковки указанных кораблей и модулей;
- при восстановлении контактных нагрузок по данным телеметрии, получаемой в ходе летных испытаний систем стыковки кораблей «Союз» и «Прогресс» для расчета израсходованного ресурса прочности МКС;
- при разработке конструкции новых стыковочных механизмов для перспективных кораблей;
- при экспериментальной отработке причаливания модуля к ОС «Мир», российского модуля МИМ-1 к МКС манипулятором SSRMS;
- при создании математического стенда моделирования в реальном времени контактной фазы операций причаливания, выполняемых манипулятором ERA, при разработке новых компьютерных средств наведения.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Всесоюзное совещание «Методы компьютерного конструирования моделей классической и небесной механики», Ленинград, 1989 г.;

- International workshop ‘New Computer Technologies in Control Systems, NCTCS-95’, August 13-19, 1995, Pereslavl-Zalessky, Russia;
- 2-й Международный симпозиум “Интеллектуальные системы”, INTELS’96, Санкт-Петербург, 1996 г.;
- Международная конференция «Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении», Саратов (1997 г., 2002 г.);
- Международная конференция “Информационные средства и технологии”, Москва, 1999 г.;
- 5-й (2004 г.), 6-й (2007 г.) Международный симпозиум по классической и небесной механике. Великие Луки, Россия;
- 6-я (2008 г.), 8-я (2013 г.) Международная конференция по механике и баллистике «Окуневские чтения», Санкт-Петербург;
- EUROMECH Colloquium 495. Advances in simulation of multibody system dynamics, 2008, Bryansk, Russia;
- 6-е Поляховские чтения. Международная научная конференция по механике, Санкт-Петербург, 2012 г.;
- COMPDYN 2013. 4th ECCOMAS thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Kos Island, Greece, 2013;
- International Astronautical Congress, IAC-65, Toronto, Canada, 2014;
- Международная научно-техническая конференция «Экстремальная робототехника», Санкт-Петербург (2013 г., 2014 г., 2017 г., 2018 г., 2019);
- 65th International Astronautical Congress IAC-2014, Toronto, Canada, 2014;
- XI (Казань, 2015 г.), XII (Уфа, 2019 г.) Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики»;
- CLAWAR 2020. 23rd International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines. Moscow, Russia, 2020.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 22 статьях в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, из них 3 статьи в журналах, входящих в базы данных Web of Sciences и Scopus, 13 по специальности «Теоретическая механика», а также в трудах 3 международных конференций

и 1 коллективной монографии, индексированных в Scopus. Результаты исследований защищены 4 патентами РФ.

Объем и структура работы. Основной текст диссертации содержит 340 страниц машинописного текста, 4 таблицы и 110 рисунков. Он включает в себя введение, восемь глав, заключение в выводы, список литературы, который состоит из 290 наименований. Приложение содержит 42 страницы машинописного текста, 5 рисунков.

ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ КИНЕМАТИКИ СТЫКОВОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ ДВИЖЕНИЯ

В данной главе решается задача разработки способа описания движения СтМ независимыми переменными, что позволяет сократить размерность уравнений динамики. Ей предшествует анализ кинематики, то есть особенностей структуры связей этого класса механических систем.

1.1 Особенности кинематики СтМ

Эффективность расчета динамики СтМ определяется не только использованием наиболее подходящих алгоритмов, но и максимальным учетом особенностей структуры этого класса механизмов как систем тел. Эти особенности коротко рассматриваются ниже.

СтМ предназначены для перемещения своих буферных звеньев с защелками при образовании сцепки, для поглощения энергии продольного сближения КА, их бокового и углового относительного движения в произвольном поперечном направлении, для стягивания и выравнивания СтА до положения, при котором обеспечивается образование их жесткого соединения.

Кинематическая схема любого СтМ **центрального типа** для выполнения этих функций содержит как минимум:

- штырь с головкой (буферное звено) и изменяемой длиной своей свободной части; его управляемое выдвижение и втягивание вдоль оси СтМ выполняется под действием привода; энергия его неуправляемой просадки (уменьшения свободной длины) при контактном взаимодействии поглощается осевым демпфером;
- одно или нескольких буферных звеньев, ограничивающих относительные угловые развороты СтА после сцепки в произвольных направлениях;
- параллельные КЦ с устройствами демпфирования энергии пространственных относительных угловых разворотов СтА, распределенные равномерно относи-

тельно продольной оси СтМ и связывающие основание механизма с буферными звеньями.

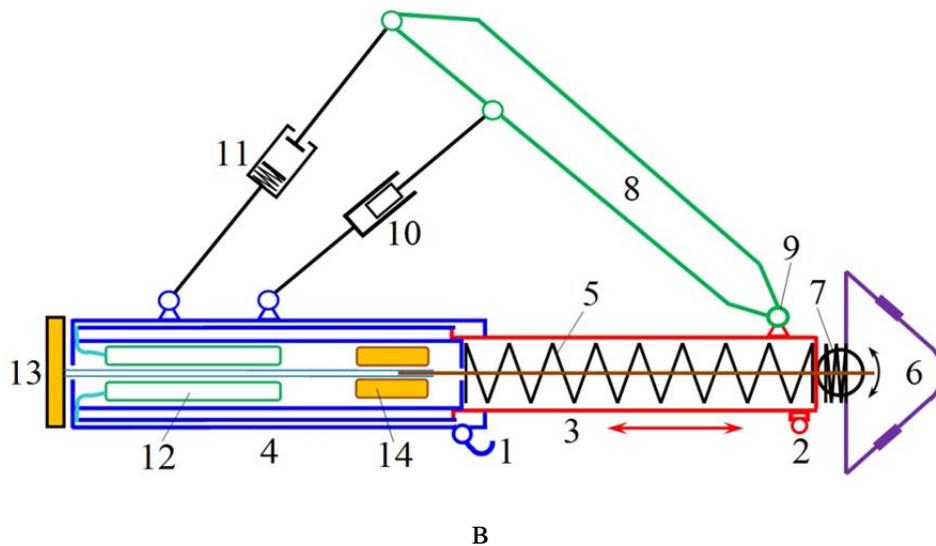
В первых СтМ центрального типа штырь с головкой мог перемещаться только поступательно относительно основания механизма и соответственно КА [1-3]. Поэтому до сцепки контактное взаимодействие головки и конуса ослаблялось лишь частично, осевыми демпферами. Боковая по отношению к головке составляющая контактной силы действовала непосредственно на активный космический аппарат, заставляя разворачиваться его, а не малоинерционный стыковочный механизм. Вследствие этого для сцепки без отскока необходимо было осуществлять сближение с большей скоростью, что приводило к увеличению контактной силы.

СтМ космического корабля Аполлон [2, 3] (рисунок 1.1.1а) обеспечивал стыковку к приемному конусу с отверстием для сцепки (рисунок 1.1.1б). На его упрощенной схеме (рисунок 1.1.1в) показано только одно из трех его боковых буферных звеньев с КЦ демпфирования. Управляемая скоба 1 отпускала «ухо» 2 штыря 3 в виде поршня и он выдвигался перед стыковкой из неподвижного корпуса 4 пружиной 5, которая являлась также осевым демпфером. Головка 6 с тремя защелками для увеличения подвижности и ускорения сцепки была связана со штырем подпружиненным универсальным шарниром 7. Сцепка достигалась при входе защелок в отверстие в вершине приемного конуса. Относительные развороты механизма и приемного конуса после сцепки ограничивали три радиально расположенных плоских рычажных механизма. Три буферных звена 8 контактировали с приемным конусом. Каждое из них было связано с концом штыря шарниром вращения 9, а с неподвижным корпусом механизма двумя кинематическими цепями. Первая с демпфером 10 смягчала контактное взаимодействие при ограничении относительных разворотов космических аппаратов. Вторая с возможностью начального свободного хода и тарельчатой пружиной 11 обеспечивала окончательное выравнивание при стягивании стыковочного механизма с приемным конусом. После стыковки штырь втягивался обратно сжатым азотом из баллонов 12, защелки убирались ручным 13 или электрическим 14 приводом.



а

б

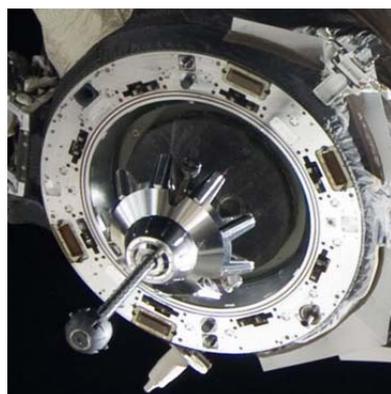


в

Рисунок 1.1.1. СтМ космического корабля Apollo: а) общий вид; б) приемный конус; в) упрощенная кинематическая схема СтМ

В первом российском СтМ [1] разработки НПО (в настоящее время Ракетно-космическая корпорация – РКК) «Энергия» для стыковки корабля «Космос» (1967 г.) штырь также перемещался относительно неподвижного корпуса, а угловое выравнивание агрегатов выполнялось с помощью радиально расположенных рычагов, разворачиваемых при втягивании штыря приводом и упирающихся в приемный конус. Впоследствии в конструкцию этого СтМ был введен качающийся в произвольном направлении корпус, связанный с основанием универсальным шарниром и параллельными пространственными КЦ с демпферами и пружинами. Относительно этого корпуса поступательно перемещается штырь. Такая схема поз-

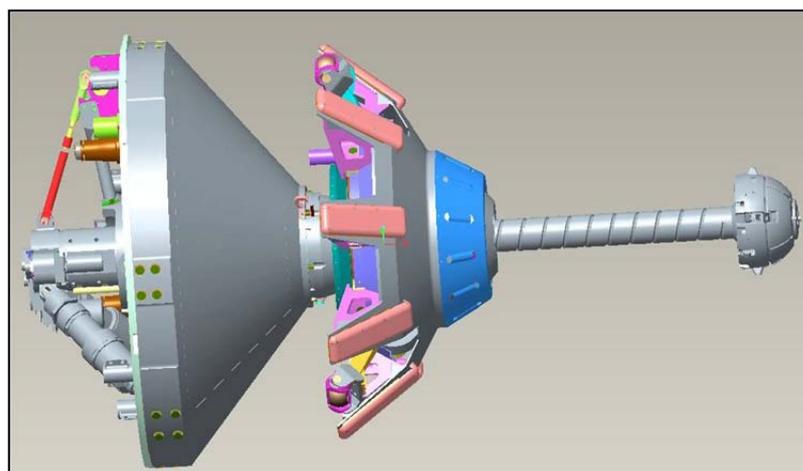
воляет разворачивать при контакте головки с конусом, прежде всего, малоинерционный СтМ, а не КА. Вследствие этого уменьшаются контактные нагрузки, и улучшается сцепка. СтА этого типа – активный с СтМ (рис. 1.1.2а) и пассивный с приемным конусом (рис. 1.1.2б) с незначительными модификациями используются до настоящего времени и стали де-факто одним из стандартов в области космической техники.



а



б



в

Рисунок 1.1.2. Агрегаты системы стыковки типа «штырь конус» разработки НПО/РКК «Энергия»: а) активный агрегат с СтМ); б) пассивный агрегат с приемным конусом; в) 3D-модель СтМ

Упрощенная кинематическая схема СтМ центрального типа, который используется в настоящее время для стыковки кораблей и модулей, приведена на рисунке 1.1.3. Штырь 1, представляющий собой полый винт, имеет головку 2

сферической формы и через направляющие подшипники 3 входит в качающийся корпус 4, связанный универсальным шарниром 5 с неподвижным корпусом 6, основанием стыковочного механизма. ШВП 7 трансформирует поступательное движение штыря во вращательное, которое передается на спиральный пружинный

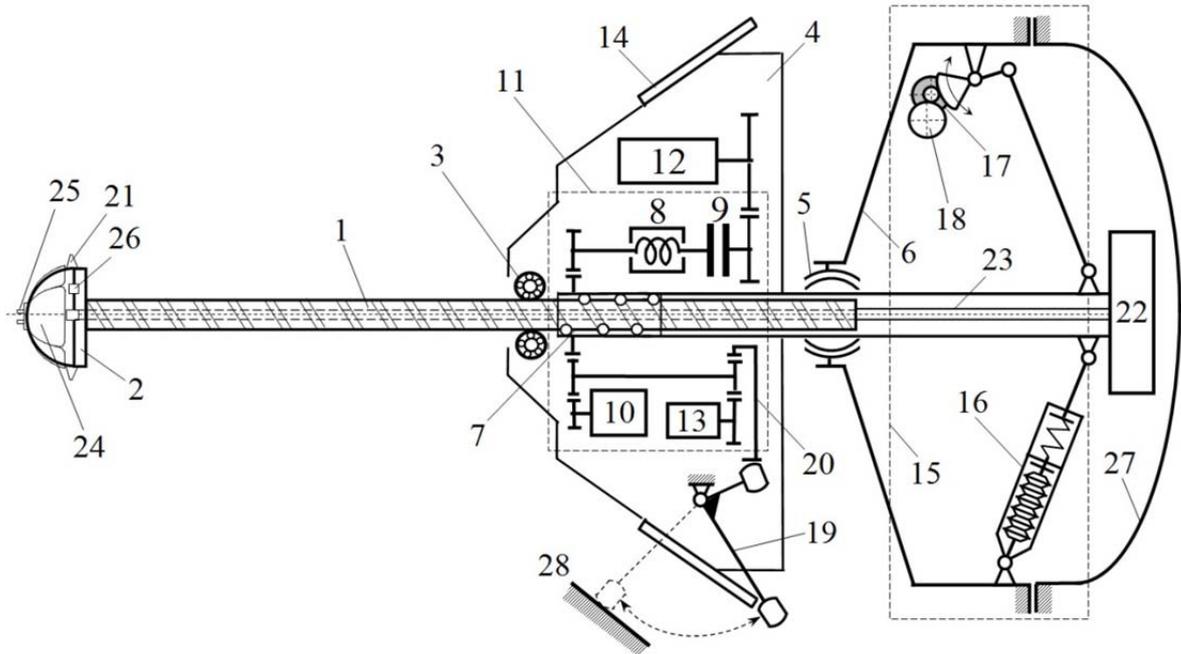


Рисунок 1.1.3. Упрощенная кинематическая схема стыковочного механизма центрального типа

механизм (ПМ) 8 с ограниченной величиной одностороннего хода, фрикционный тормоз (ФрТ) 9 и магнитный тормоз (МТ) 10 осевого демпфера 11. Выдвижение штыря в исходное перед стыковкой положение и втягивание его в качающийся корпус осуществляется приводом 12. Передача вращения от осевого демпфера на валы его электродвигателей (ЭД) блокируется соединенными с этими валами стопорными муфтами. Датчик 13 исходного положения формирует сигнал на остановку привода при выдвижении штыря перед стыковкой. Буферное звено, ограничивающее угловые движения СтМ относительно приемного конуса пассивного агрегата, является единственным, так как имеет коническую форму симметричную относительно продольной оси СтМ. По периметру этой поверхности установлены силовые накладки 14. Боковой демпфер 15 пространственных разворотов качающегося корпуса содержит радиально расположенные два ПМ 16 и два МТ

17. Их пространственные параллельные КЦ имеют тип соответственно $U_k P_k S_k$ ($k = \overline{1,2}$) и $R_k U_k S_k$ ($k = \overline{3,4}$). Величины углов качания корпуса измеряются датчиками 18. Максимальные значения этих углов ограничены механическими упорами в ПМ и в КЦ передачи движения к МТ.

ШВП имеет большой коэффициент редукции, что позволяет создавать значительные силы, действующие на штырь, малогабаритными устройствами демпфирования вращательного типа или ЭД привода.

Буферное звено, ограничивающее качание СтМ внутри приемного конуса после сцепки, является внешней частью конструкции качающегося корпуса и поэтому расстояние от его накладок 14 до шарнира 5 остается постоянным. Такой ограничитель не может отслеживать поверхность приемного конуса, приближающуюся к шарниру 5 при стягивании СтА. Поэтому на заключительном этапе стягивания из корпуса 4 выдвигаются три рычага выравнивания 19 со сферическими роликами для уменьшения трения. Их траектория движения определяется формой кулачка 20, вращение которого однозначно связано с поворотом гайки ШВП и длиной свободной части штыря. При выравнивании ролики этих кулачков (не все одновременно) могут контактировать с поверхностью 28 приемного конуса, обеспечивая близкое к соосному положение корпуса 4 и приемного конуса.

На головке штыря имеются четыре защелки 21, которые приводятся в исходное положение перед стыковкой и убираются после нее приводом 22, установленным в задней части качающегося корпуса и связанным с ними тягой 23. На головке штыря также имеются датчики 24, 25 и 26, сигнализирующие о ее контакте с приемным конусом, дном гнезда и о наличии сцепки соответственно. Их показания используются при реализации циклового режима управления процессом стыковки. Неподвижный корпус 6 (основание СтМ) соединен с крышкой переходного люка 27, которая может быть открыта после стыковки при полностью втянутом штыре.

Траектория движения рычагов выравнивания при поступательных перемещениях штыря определяется формой кулачка 1 (рисунок 1.1.4), вращение на кото-

рый передается от гайки ШВП. Направляющий ролик 2 обкатывает кулачок, вращая ведущий рычаг 3 относительно своей оси. Это вращение через конические шестерни 4 передается на ведомые рычаги 5. На концах всех рычагов установлены ролики 6, которые могут контактировать с поверхностью приемного конуса. Замкнутая кривая, описывающая форму кулачка, заключена между двумя окружностями. При нахождении ролика 2 в ее секторе, совпадающем с окружностью меньшего радиуса, рычаги не выдвигаются. Вследствие передачи вращения от ШВП на кулачок 1 ролик 2 движется относительно последнего в направлении 7 при выдвигении штыря из полностью втянутого, конечного положения (КП) в исходное положение (ИП) перед стыковкой и в противоположном направлении 8 при поглощении энергии сближения и стягивании.

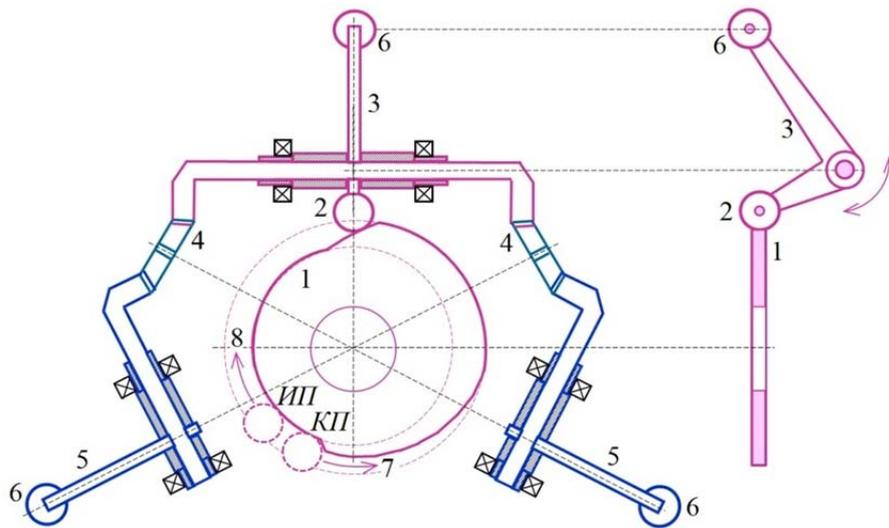


Рисунок 1.1.4. Кинематическая схема рычагов выравнивания

Геометрия гнезда 1 приемного конуса и головки 2 штыря, в отличие от отверстия в приемном конусе и головки механизма корабля Аполлон, позволяют выравнивать активный агрегат при его вращении относительно продольной оси пассивного (рисунок 1.1.5). Головка штыря может целиком войти в гнездо и раскрыть свои защелки 3 внутри фигурных пазов 4 после прохождений ими упоров 5 (осуществить сцепку). После этого центр головки может двигаться в гнезде поступательно. Во время этого движения выравнивание активного агрегата относительно продольной оси пассивного осуществляется контактными силами защелок

с гранями пазов за счет сужающейся формы этих пазов. После прохождения защелкой узкой части ответного паза она контактирует с соответствующим упором. При стягивании агрегатов (втягивании штыря) все защелки входят в узкую часть ответных пазов, осуществляя угловое выравнивание, и контактируют с плоскостями граней всех упоров. Одновременный полный контакт всех защелок с упорами возможен также при стыковке с нулевыми рассогласованиями. Точечные и плоскостные контакты показаны на рисунке красным цветом.

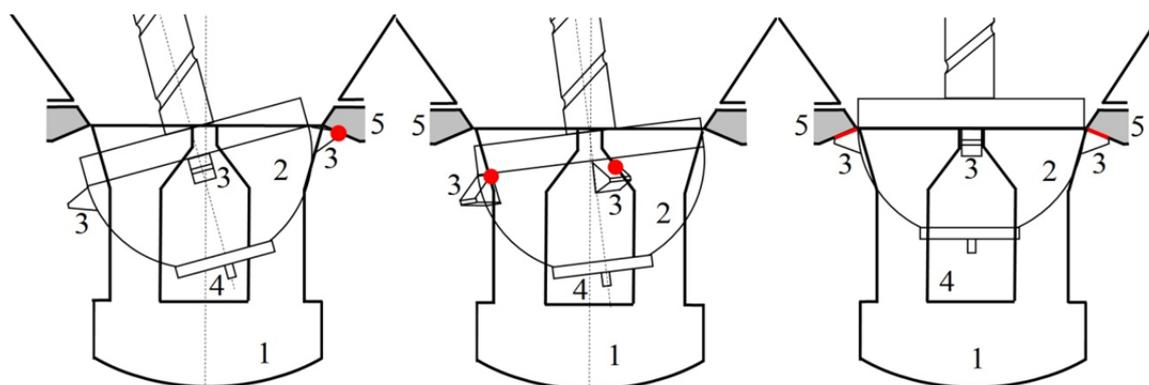


Рисунок 1.1.5. Контакты защелок головки с пазами и упорами гнезда приемного конуса

СтА центрального типа были разработаны также в ОКБ-52/КБ «Салют» [4, 5]. Они обеспечили стыковку трех кораблей транспортного снабжения к орбитальным станциям «Салют-6» (1983 г.) и «Салют-7» (1983 и 1985 гг.). Более сложная кинематика и примерно в два раза большие габариты активного агрегата были одними из причин, по которым данная система в дальнейшем не получила развития.

В первое десятилетие XX в. компания Michigan Aerospacе, несмотря на рекомендации, содержащиеся в работе [2], разработала действующие макеты СтА центрального типа с гибким штырем для микро спутников [208], осуществила их компьютерное моделирование [209] и экспериментальную отработку в летающей лаборатории искусственной невесомости [210] (в условиях силы тяжести гибкий штырь провисал под собственным весом). Эксперименты показали, что СтМ с гибким штырем не гарантирует выравнивание и соответственно соединение агре-

готов даже при малой массе стыкуемых аппаратов. Далее эта конструкция не рассматривается.

В активных **периферийных стыковочных агрегатах** КЦ СтМ распределены по периметру переходного тоннеля и связаны шарнирами с единственным буферным звеном – стыковочным кольцом, на окружности которого имеются направляющие элементы в форме фрагментов конической поверхности с установленными на них механизмами сцепки.

Первая в мире стыковка была выполнена в 1965 г. с использованием периферийного СтМ, установленного на пассивном корабле-мишени Agena [6, 1]. Космический корабль Gemini имел пассивный СтА (рисунок 1.1.6).

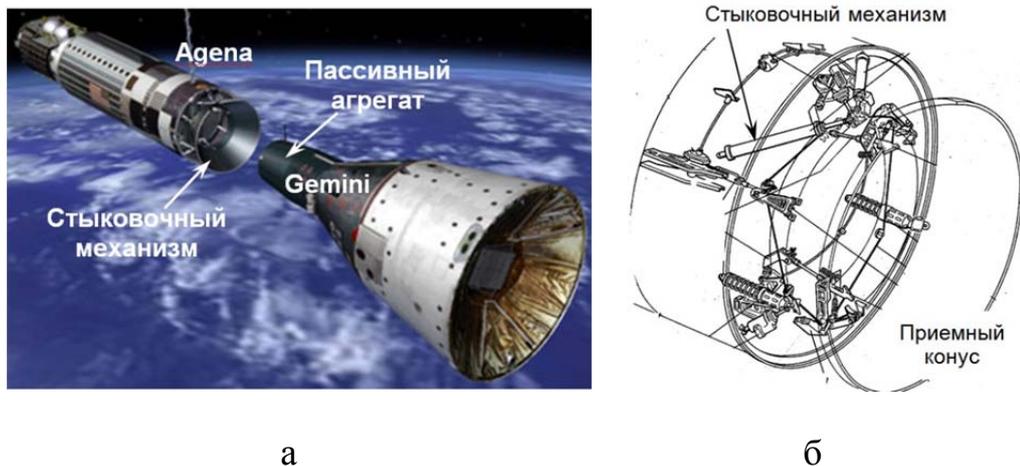
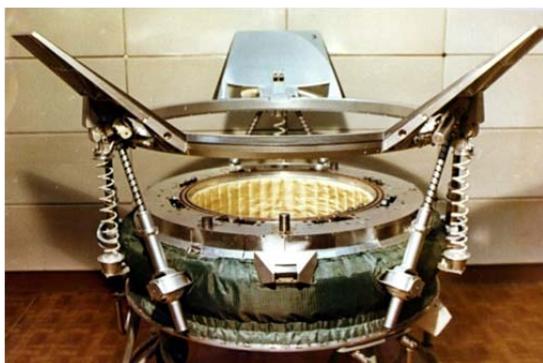


Рисунок 1.1.6. Стыковка Gemini к Agena; а) общий вид; б) периферийный СтМ

Первые периферийные СтА с полным набором механизмов были разработаны в рамках программы ЭПАС (Экспериментальный Полет «Аполлон» – «Союз») [7, 8]. Они (рисунок 1.1.7) обеспечили успешную поочередную стыковку двух этих кораблей в июле 1975 г. Агрегат, созданный в НПО «Энергия», получил название АПАС-75.



а



б

Рисунок 1.1.7. Периферийные СтА для программы ЭПАС: (а) АПАС-75; (б) СтА корабля Apollo в космическом центре им. Л. Джонсона NASA (2016 г.)

На его основе для корабля «Буран» был создан новый СтА АПАС-89 [9] (рисунок 1.1.8а). Он обеспечил стыковку к ОС «Мир» кораблей «Союз» и Space Shuttle, а его модификация АПАС-95 – стыковку Space Shuttle к международной космической станции (МКС). Его СтМ отличался высокой сложностью, но только он мог соединить корабль массой до 110 тонн и с большим (до 11 м) смещением своего ЦМ от оси СтА (рисунок 1.1.8б).



а



б

Рисунок 1.1.8. Периферийный стыковочный агрегат АПАС-89: а) общий вид; б) стыковка корабля Space Shuttle к орбитальной станции «Мир»

С конца 80-х годов XX века NASA, Европейское космическое агентство (ESA) и частные компании осуществляли разработку различных вариантов периферийных СтМ и агрегатов [22 – 24]. С 2009 по 2016 г. ведущие космические агентства NASA, ESA, CSA, JAXA и Роскосмос совместно с РКК «Энергия» разработали международный стандарт систем стыковки IDSS – International Docking System Standard [25], основой которого стал интерфейс АПАС-95. В соответствии с этим стандартом компания SpaceX, компания Boeing (совместно с NASA) и компания QinetiQ (совместно с ESA) создали свои стыковочные агрегаты NDS, IBDM и SXDS [26 - 31]. Китай скопировал конструкцию этого агрегата и в 2012 г. осуществил стыковку корабля Shenzhou-8 со станцией Tiangong-1 [32].

В СтМ **периферийного типа** единственное буферное звено – стыковочное кольцо с шестью степенями свободы образует вместе с периферийными КЦ гексапод – 6-степенной параллельный манипулятор [211, 212]. Основой кинематики большинства разработанных периферийных СтМ является платформа Гью-Стьюарта (Gough-Stewart) [213, 214]. Конструктивная реализация каждой ее k – й периферийной КЦ обычно называется штангой (рисунок 1.1.9). В ней используются поступательный, цилиндрический, универсальный, или сферический шарниры, а также ШВП. Главными достоинствами этой платформы для СтМ являются достаточная симметрия рабочего пространства, позволяющая компенсировать промахи в любом направлении, и хорошая нагрузочная способность, обусловленная использованием поступательных или цилиндрических шарниров с высокоэффективными приводами и демпферами.

Кинематической основой СтМ SXDS компании SpaceX является платформа Ханта (К.Н.Hunt) [215] с периферийными КЦ типа $R_k S_k U_k$ (рисунок. 1.1.10). Поглощение энергии сближения КА в этом СтМ осуществляется вращательными демпферами в шарнирах R_k и плоскими поступательными пружинами, связанными с первыми звеньями периферийных КЦ. При стягивании СтА центры первых шарниров R_k в квазистатическом режиме перемещаются плоскими механизмами

с приводами. На упрощенных кинематических схемах периферийных СтМ (рисунки 1.1.8 и 1.1.9) устройства демпфирования и приводы не показаны.

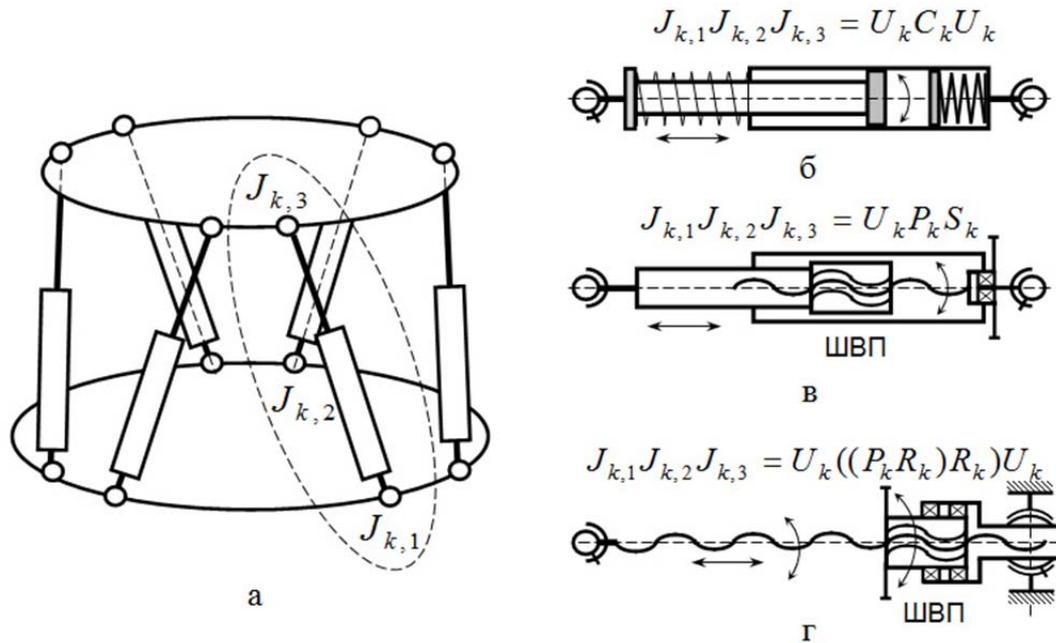


Рисунок 1.1.9. Кинематическая схема платформы Гью-Стьюарта:

а – платформа и ее k -я штанга с шарнирами $J_{k,1}, J_{k,2}, J_{k,3}$;

б – шток штанги в цилиндрическом шарнире (СтМ Apollo[8]);

в – шток штанги в поступательном шарнире с ШВП (IBDM [26, 27]);

г – шток штанги – винт, образующий с гайкой ШВП

дифференциальный механизм (АПАС [9], NDS [29, 30])

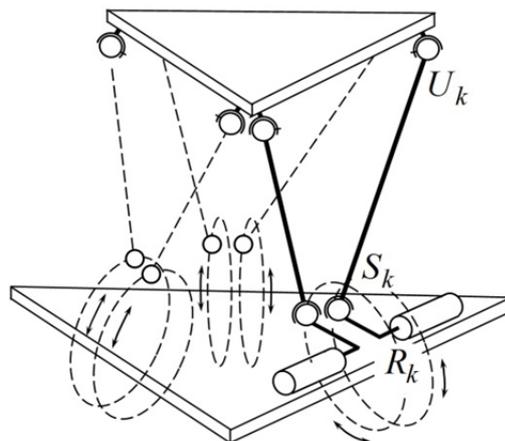


Рисунок 1.1.10. Платформа Ханта

Кинематические схемы различных СтМ имеют следующие общие особенности.

- Все СтМ представляют собой системы тел, в которых единственное узловое тело совершает пространственное движение и связано с основанием несколькими параллельными кинематическими цепями (КЦ).
- Узловое тело в СтМ центрального типа принадлежит центральной КЦ, которая имеет структуру дерева и до 6 степеней свободы. В периферийных СтМ оно не связано непосредственно с основанием и может рассматриваться условно как свободное (6 степеней свободы).
- Параллельные КЦ имеют простую структуру и не изменяют число степеней свободы узлового тела, поэтому они являются зависимыми, их движение описывается шарнирными переменными, которые могут быть выражены через переменные движения узлового тела. Возможность фиксированного разделения переменных движения на независимые и зависимые обусловлена отсутствием у СтМ сингулярных конфигураций. Это обеспечивается на этапе их проектирования.
- Узловое тело изменяет свою ориентацию относительно основания СтМ. Поэтому параллельные зависимые КЦ соединяются с ним сферическими или универсальными шарнирами. В каждом k -м таком шарнире число ограничений, налагаемых на относительные перемещения, равно $m_k \in \{3, 4\}$. Соответственно в каждой k -й зависимой ветви число степеней подвижности должно быть равно $n_k = m_k$.
- Общее число степеней подвижности в шарнирах зависимых КЦ значительно больше числа степеней свободы СтМ $\sum_{k=1}^K n_k \gg 6$.

Возможные виды параллельных зависимых КЦ представлены на рисунке 1.1.11. На нем B_N обозначает узловое тело, движение которого демпфируется, P_k , R_k – поступательный и вращательный шарниры с одной степенью подвижности, C_k – цилиндрический, U_k – универсальный и S_k – сферический шарниры.

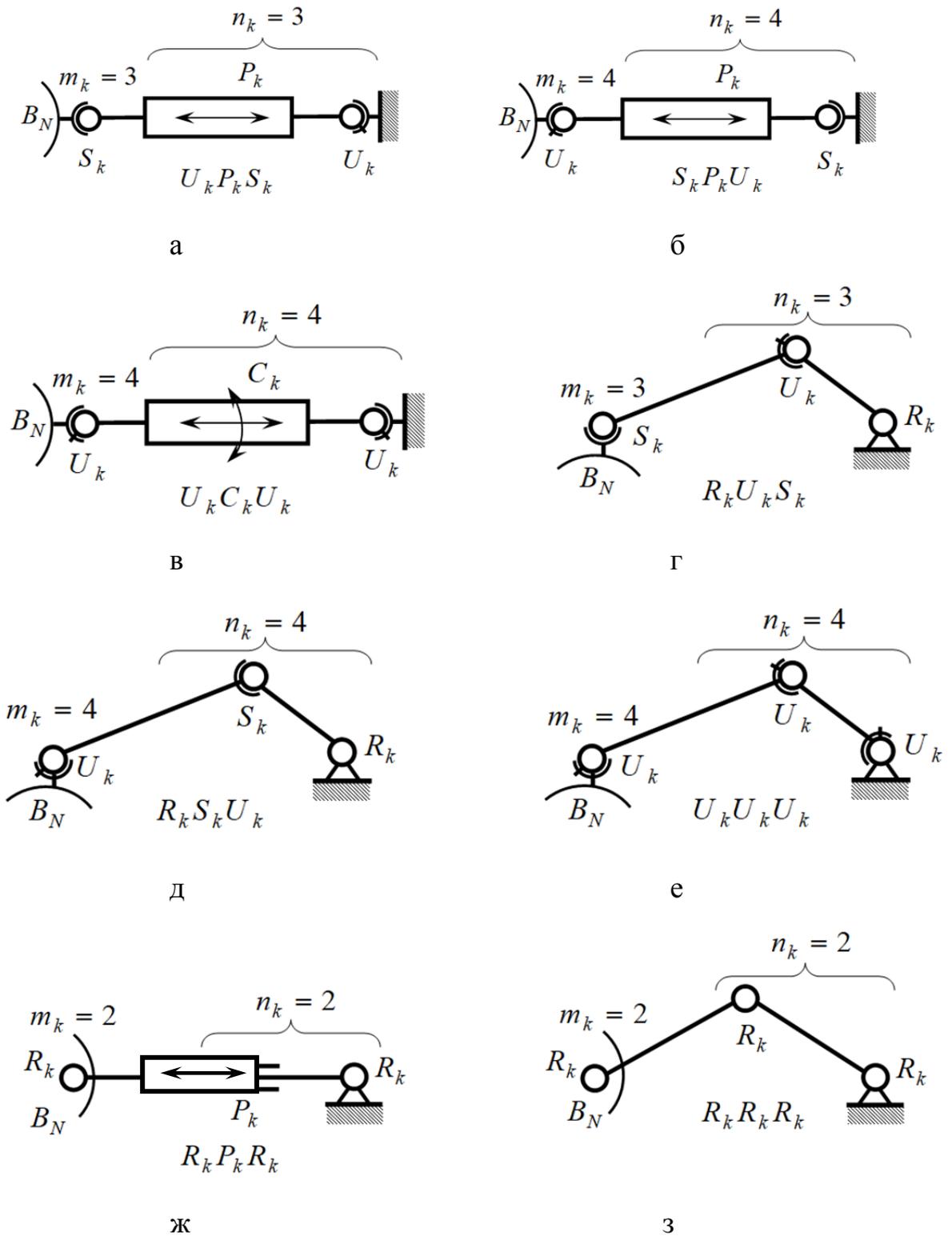


Рисунок. 1.1.11. Кинематические цепи, удовлетворяющие условию $n_k = m_k$:

а) – е) – пространственные; ж, з) - плоские

Последовательность шарниров в обозначении цепи указана от основания механизма. КЦ вида $U_k U_k U_k$ практически не используются, так как в них трудно реализовать демпфер или привод. Поэтому далее они не рассматриваются. В па-

параллельных цепях вида $R_k U_k S_k$ или $R_k S_k U_k$ механизмов на основе платформы Ханга демпфирование вращения первого звена возможно с помощью образующих вторичные контуры дополнительных плоских цепей вида $R_k P_k R_k$, в которых $n_k = m_k = 2$. При этом плоские КЦ вида $R_k R_k R_k$ практически не используются по той же причине, что и пространственные $U_k U_k U_k$.

При описании движения КЦ без контуров минимальное число переменных обеспечивают **шарнирные переменные**, соответствующие относительным перемещениям в шарнирах. Абсолютное движение каждого тела КЦ определяется через движение предшествующего с помощью рекуррентных соотношений. При таком подходе, если в МС имеются кинематические контуры, то они размыкаются, их отдельные шарниры замещаются уравнениями контурных связей.

При замещении шарниров, соединяющих зависимые КЦ с основанием, преобразованная МС имеет структуру дерева и в матрице обобщенной инерции необходимо вычислить $n_B^2 + K(n_B n_{1,k} + n_{1,k}^2)$ элементов (рисунок 1.1.12а).

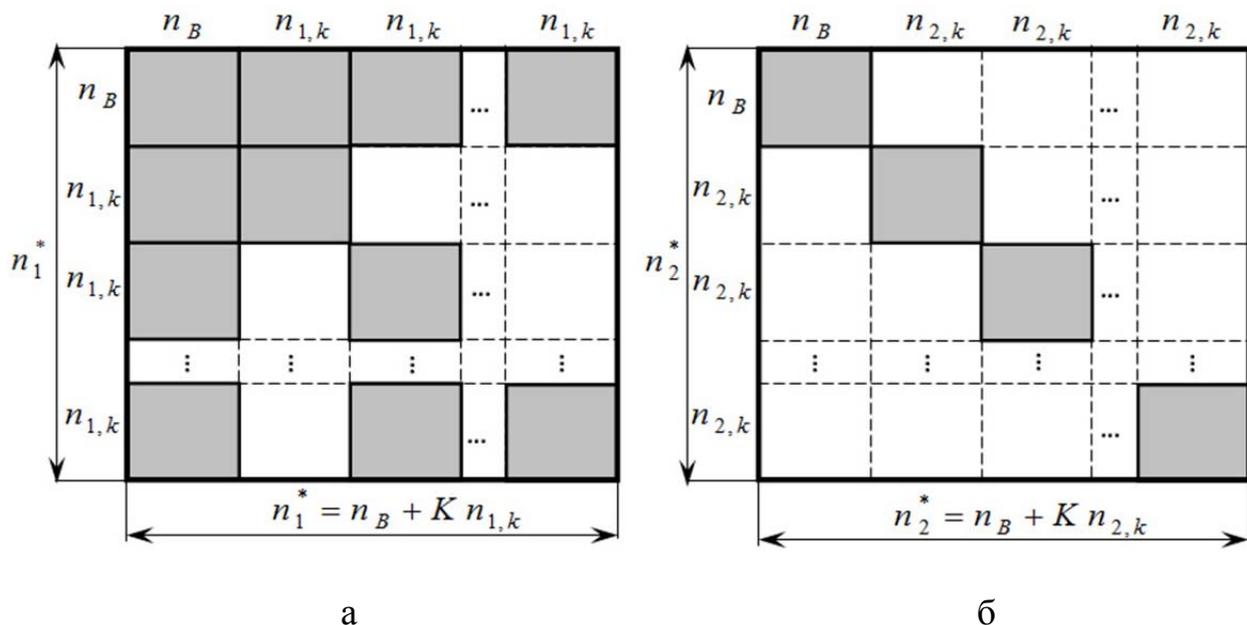


Рисунок 1.1.12. Вычисляемые элементы матрицы обобщенной инерции преобразованной механической системы при замещении шарниров, соединяющих зависимые цепи
а) – с основанием; б) – с буферными звеньями

Если замещаются шарниры, связывающие эти же цепи с буферными звеньями (рисунок 1.1.12б), то преобразованная МС представляет собой совокупность отдельных простых КЦ и количество вычисляемых элементов матрицы уменьшается до $n_B^2 + K n_{2,k}^2$, где $n_{1,k}, n_{2,k} \in \{3, 4\}$, $n_{1,k} = m_{1,k}$, $n_{2,k} = m_{2,k}$, $m_{1,k}, m_{2,k}$ – число ограничений в шарнирах, соединяющих параллельные КЦ соответственно с основанием и с буферными звеньями. То есть замещение шарниров, соединяющих параллельные КЦ узловым телом, обеспечивает меньший объем вычислений при расчете матрицы обобщенной инерции. С учетом того, что число степеней подвижности в замещаемых таким образом шарнирах, как правило, не меньше, чем в шарнирах у основания, обеспечивается и минимальное число уравнений контурных связей.

Таким образом, преобразование исходной МС СтМ для составления уравнений динамики состоит в замещении уравнениями контурных связей сферических или универсальных шарниров, соединяющих узловое тело и параллельные пространственные КЦ, а также простейших вращательных шарниров, соединяющих первые звенья таких цепей вида $R_k U_k S_k$ или $R_k S_k U_k$ и плоские цепи $R_k P_k R_k$. Преобразованная МС имеет следующие особенности.

- Она состоит из отдельных КЦ, связанных только с основанием – одной независимой и K зависимых, параллельных.
- Независимая, пространственная КЦ, ориентированная вдоль продольной оси СтМ, имеет нулевой номер, может иметь линейную или древовидную структуру (при наличии подвижных буферных звеньев в СтМ центрального типа). Первым в ней является узловое тело, связанное с основанием универсальным шарниром или фиктивным шарниром с шестью степенями свободы.
- Пространственные параллельные КЦ являются зависимыми по отношению к узловому телу независимой ветви, плоские КЦ вторичных контуров являются зависимыми по отношению к связанным с ними первым телам пространственных КЦ.

- Все зависимые параллельные КЦ имеют только линейную структуру (пространственную или плоскую). Их номера равны номерам «разрываемых» кинематических контуров.
- Во всех отдельных КЦ тела имеют локальную индексацию с добавлением номера цепи. Это уменьшает размерность матриц в записи и решении уравнений контурных связей.

Использование уравнения контурных связей в явном виде при описании динамики СтМ приводит к необходимости решения системы дифференциально-алгебраических уравнений (СДАУ) [115-120] порядка $6 + \sum_{k=1}^K n_k \gg 6$, то есть значительно большего, чем число степеней свободы механизма. С учетом этого, а также более сложного интегрирования СДАУ, такой подход не используется.

Отсутствие у СтМ сингулярных конфигураций гарантирует возможность использования **метода разделения переменных** [126], который позволяет исключить из уравнений динамики зависимые шарнирные переменные. Далее рассматривается его применение при решении уравнений контурных связей механизмов.

1.2 Описание кинематических цепей, образующих контуры

Для применения метода разделения переменных УД узлового тела и зависимых КЦ должны быть записаны в форме, замкнутой относительно ускорений. Движение всех пространственных КЦ, образующих контуры, определяется относительно общей для них системы координат (СК) $x_0 y_0 z_0$, связанной с неподвижным основанием СтМ (телом 0).

В зависимых КЦ расчет коэффициентов УД выполняется по наиболее эффективному алгоритму составного тела [95, 96], в котором используются шарниры только с одной степенью подвижности. Сферические, универсальные и цилиндрические шарниры представляются последовательностью простейших с введением фиктивных тел с нулевыми размерами и инерцией. Для описания k -й зависимой КЦ используется следующая система обозначений (рисунок 1.2.1).

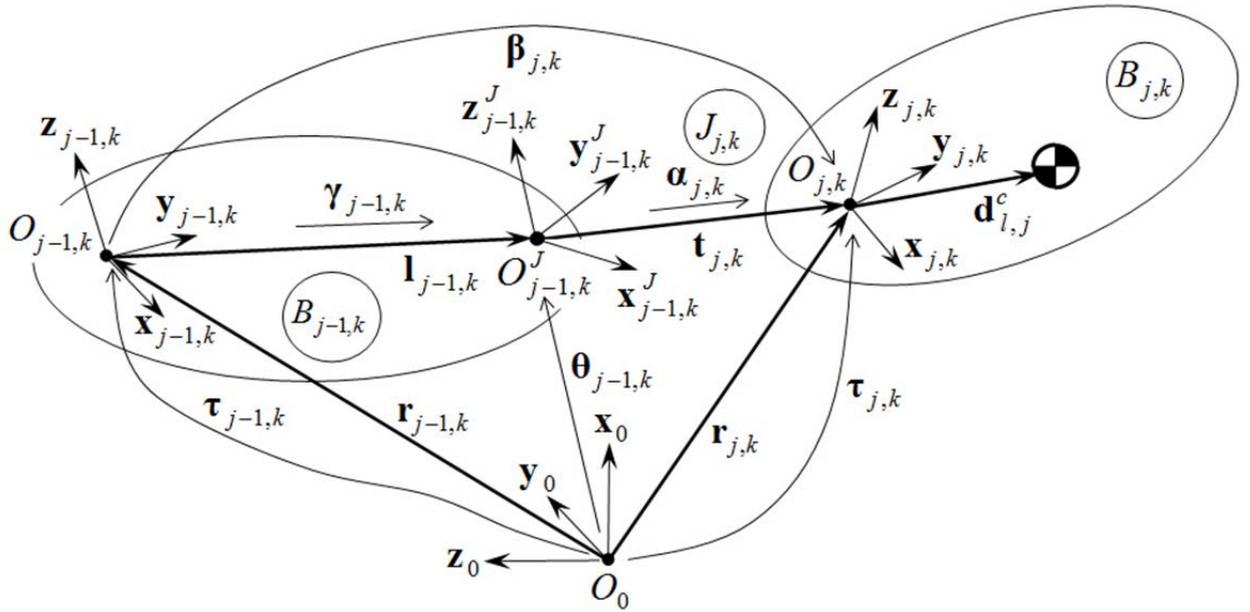


Рисунок 1.2.1. Системы координат смежных тел k -й зависимой КЦ

Каждое очередное тело $B_{j,k}$ связано с предшествующим телом $B_{j-1,k}$ шарниром $J_{j,k}$. Параметр $r_{j,k}^J = 1$ для вращательного и $r_{j,k}^J = 0$ для поступательного шарнира. В теле $B_{j,k}$ в точке $O_{j,k}$, связанной с шарниром $J_{j,k}$, фиксируется СК $\mathbf{x}_{j,k} \mathbf{y}_{j,k} \mathbf{z}_{j,k}$. Ее перемещения относительно СК $\mathbf{x}_{j-1,k}^J \mathbf{y}_{j-1,k}^J \mathbf{z}_{j-1,k}^J$ тела $B_{j-1,k}$, задаются вектором $\mathbf{t}_{j,k}$ и матрицей преобразования $\boldsymbol{\alpha}_{j,k}$. При этом либо $\mathbf{t}_{j,k} = [p_{j,k}, 0, 0]^T$, $\boldsymbol{\alpha}_{j,k} = \mathbf{1}_3$, либо $\mathbf{t}_{j,k} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\alpha}_{j,k} \in \{\boldsymbol{\alpha}_{j,k}^x(p_{j,k}), \boldsymbol{\alpha}_{j,k}^y(p_{j,k}), \boldsymbol{\alpha}_{j,k}^z(p_{j,k})\}$, где $\mathbf{1}_3$ – единичная (3×3) – матрица, а $\boldsymbol{\alpha}_{j,k}^x(p_k)$, $\boldsymbol{\alpha}_{j,k}^y(p_k)$, $\boldsymbol{\alpha}_{j,k}^z(p_k)$ – матрицы поворота относительно осей $\mathbf{x}_{j-1,k}^J$, $\mathbf{y}_{j-1,k}^J$, $\mathbf{z}_{j-1,k}^J$ на угол p_k . В теле $B_{j-1,k}$ положение $\mathbf{x}_{j-1,k}^J \mathbf{y}_{j-1,k}^J \mathbf{z}_{j-1,k}^J$ относительно $\mathbf{x}_{j-1,k} \mathbf{y}_{j-1,k} \mathbf{z}_{j-1,k}$ задается постоянным вектором $\mathbf{l}_{j-1,k}$ и постоянной матрицей направляющих косинусов $\boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}$. Положение $\mathbf{x}_{j,k} \mathbf{y}_{j,k} \mathbf{z}_{j,k}$ относительно $\mathbf{x}_{j-1,k} \mathbf{y}_{j-1,k} \mathbf{z}_{j-1,k}$ определяется вектором $\mathbf{r}_{j-1,k}$ и матрицей направляющих косинусов $\boldsymbol{\beta}_{j,k}$: $\mathbf{r}_{j-1,k} = \mathbf{l}_{j-1,k} + \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}^T \mathbf{t}_{j,k}$, $\boldsymbol{\beta}_{j,k} = \boldsymbol{\alpha}_{j,k} \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}$. Ориентация СК $\mathbf{x}_{j,k} \mathbf{y}_{j,k} \mathbf{z}_{j,k}$, $\mathbf{x}_{j-1,k}^J \mathbf{y}_{j-1,k}^J \mathbf{z}_{j-1,k}^J$ и положение их начала $O_{j,k}$ относительно $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$ задаются матрицами преобразования $\boldsymbol{\tau}_{j,k}$, $\boldsymbol{\theta}_{j-1,k}$ и вектором $\mathbf{r}_{j,k}$. Для расположенно-

го на основании корневого шарнира $\tau_{0,k} = \gamma_{0,k}$, $\mathbf{r}_{0,k} = \mathbf{r}_{0,1,k} = \mathbf{l}_{0,k}$. Тело $B_{j,k}$ имеет массу $m_{j,k}$ и тензор инерции $\mathbf{I}_{j,k}$, выраженный в $\mathbf{x}_{j,k}\mathbf{y}_{j,k}\mathbf{z}_{j,k}$. Положение центра масс в этой системе задается вектором $\mathbf{d}_{j,k}^c$. Если тело фиктивное, полученное в результате представления шарниров $U_{j,k}$, $S_{j,k}$ или $C_{j,k}$ простейшими, с одной степенью подвижности, то $m_{j,k} = 0$, $\mathbf{d}_{j,k}^c = \mathbf{0}$, $\mathbf{I}_{j,k} = \mathbf{0}$. Положение центра $O_{n_k,k}^L$ замещаемого шарнира и ориентация связанной с ним СК $\mathbf{x}_{n_k,k}^L\mathbf{y}_{n_k,k}^L\mathbf{z}_{n_k,k}^L$ относительно $\mathbf{x}_{n_k,k}\mathbf{y}_{n_k,k}\mathbf{z}_{n_k,k}$ в последнем звене $B_{n_k,k}$ зависимой КЦ задается постоянными вектором $\mathbf{l}_{n_k,k}^L$ и матрицей направляющих косинусов $\gamma_{n_k,k}^L$.

Локальный индекс j каждого тела в k -й зависимой КЦ совпадает с индексом зависимой шарнирной переменной $p_{j,k}$, описывающей его относительное поступательное или угловое перемещение в шарнире $J_{j,k}$. Все шарнирные переменные в этой КЦ образуют $(n_k \times 1)$ -вектор \mathbf{p}_k зависимых шарнирных переменных. На тело $B_{j,k}$ зависимой КЦ могут действовать только внутренние активные сила $\mathbf{f}_{j,k}^J$ или момент $\mathbf{m}_{j,k}^J$, создаваемые в шарнире $J_{j,k}$ и выраженные в проекциях на оси $\mathbf{x}_{j-1,k}^J\mathbf{y}_{j-1,k}^J\mathbf{z}_{j-1,k}^J$.

В независимой ветви все контуры образует первое в ней узловое тело. Его УД и соответственно описание для формирования уравнений контурных связей определяются видом шарнира, соединяющего это тело с основанием СтМ. В периферийных механизмах узловому телу независимой ветви соответствует единственное буферное звено – стыковочное кольцо. Оно связано с основанием фиктивным шарниром с шестью степенями свободы. Динамика его движения относительно основания наиболее эффективно описывается уравнениями Ньютона-Эйлера, которые имеют замкнутую форму относительно ускорений. Для такой независимой КЦ используется следующая система обозначений. С центром масс (ЦМ) узлового тела B_N связана система координат $\mathbf{x}_N\mathbf{y}_N\mathbf{z}_N$ (рисунок 1.2.2). Ее

положение относительно $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$ определяется вектором $\mathbf{r}_N = [x_N, y_N, z_N]^T$ и матрицей направляющих косинусов

$$\mathbf{a}_N = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\theta & -c_\theta s_\psi \\ -c_\varphi s_\theta c_\psi + s_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\theta & c_\varphi s_\theta s_\psi + s_\varphi c_\psi \\ s_\varphi s_\theta c_\psi + c_\varphi s_\psi & -s_\varphi c_\theta & -s_\varphi s_\theta s_\psi + c_\varphi c_\psi \end{bmatrix},$$

соответствующей последовательности поворотов $\psi_{N,y}$, $\theta_{N,z}$, $\varphi_{N,x}$ относительно текущих осей y , z и x ; переменные c_a , s_a обозначают тригонометрические функции угла a , то есть $c_a = \cos a$, $s_a = \sin a$. Компоненты x_N, y_N, z_N и углы $\psi_{N,y}$, $\theta_{N,z}$, $\varphi_{N,x}$ являются независимыми координатами механической системы.

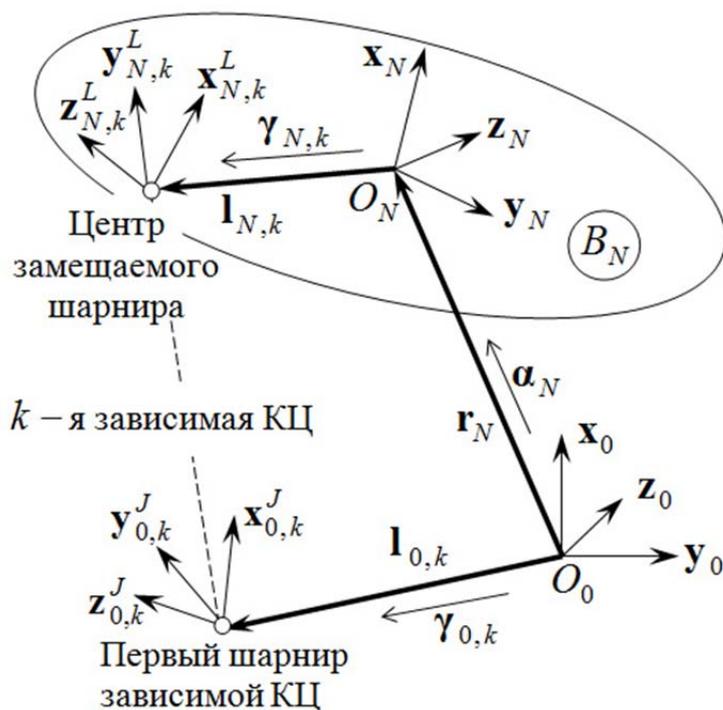


Рисунок 1.2.2. Системы координат узлового тела и центры шарниров зависимых КЦ периферийного СтМ

Положение центров замещаемых шарниров и ориентация связанных с ними СК $\mathbf{x}_{N,k}^L \mathbf{y}_{N,k}^L \mathbf{z}_{N,k}^L$ задаются относительно $\mathbf{x}_N \mathbf{y}_N \mathbf{z}_N$ постоянными векторами $\mathbf{l}_{N,k}$ и матрицами преобразования $\gamma_{N,k}$.

Скорость ЦМ узлового тела относительно $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$ определяется декартовым вектором $\mathbf{v}_N = \dot{\mathbf{r}}_N = [\dot{x}_N, \dot{y}_N, \dot{z}_N]^T$, а угловая скорость тела – декартовым вектором $\boldsymbol{\omega}_N = [\omega_{N,x}, \omega_{N,y}, \omega_{N,z}]^T$, выраженным в СК $\mathbf{x}_N\mathbf{y}_N\mathbf{z}_N$. Вектор независимых ускорений ветви равен $\dot{\mathbf{u}}_N = [\dot{\mathbf{v}}_N^T, \dot{\boldsymbol{\omega}}_N^T]^T$. Производные по времени $\dot{\psi}_{N,y}$, $\dot{\theta}_{N,z}$, $\dot{\phi}_{N,x}$ углов поворота (независимых координат) связаны с квазискоростями $\omega_{N,x}$, $\omega_{N,y}$, $\omega_{N,z}$ соотношением

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_{N,y} \\ \dot{\theta}_{N,z} \\ \dot{\phi}_{N,x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_\varphi / c_\theta & -s_\varphi / c_\theta \\ 0 & s_\varphi & c_\varphi \\ 1 & -c_\varphi s_\theta / c_\theta & s_\varphi s_\theta / c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{N,x} \\ \omega_{N,y} \\ \omega_{N,z} \end{bmatrix}.$$

Узловое тело (стыковочное кольцо) имеет массу m_N и диагональный тензор инерции $\mathbf{I}_N = \text{diag} [I_{N,x}, I_{N,y}, I_{N,z}]$, компоненты которого выражены в СК $\mathbf{x}_N\mathbf{y}_N\mathbf{z}_N$. На него могут действовать вектор внешней активной силы \mathbf{f}_N^E , выраженный в СК $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$ основания, и вектор внешнего активного момента \mathbf{m}_N^E , выраженный в СК $\mathbf{x}_N\mathbf{y}_N\mathbf{z}_N$.

Независимая КЦ в СтМ центрального типа содержит несколько тел и может иметь структуру дерева. Ее динамика будет рассчитываться по эффективному рекуррентному алгоритму сочлененного тела [103]. До применения этого алгоритма инерция параллельных КЦ, создаваемые этими цепями внутренние активные силы и моменты должны приводиться соответственно к тензору инерции первого, узлового тела и к декартовому вектору действующего на это тело активного момента. Узловое тело (качающийся корпус) связано с основанием универсальным шарниром, но для выполнения такого приведения предполагается, что его динамика описывается уравнениями Эйлера в связанной с ним СК $\mathbf{x}_N\mathbf{y}_N\mathbf{z}_N$. Такое допущение обеспечивает согласованность замкнутой и рекуррентной форм УД. Отсутствие у него вращения относительно своей продольной оси будет в последующем учтено в рекуррентных соотношениях алгоритма сочлененного тела в соответствии с реально имеющимися степенями подвижности. Сохраняются все обо-

значения, введенные ранее узлового тела с шестью степенями свободы (рисунок 1.2.2) при условии неподвижности центра вращения ($\mathbf{r}_N = const, \mathbf{v}_N = \dot{\mathbf{v}}_N = \mathbf{0}$).

Независимой частью вторичного плоского i -го кинематического контура является первое звено в k -й пространственной зависимой КЦ со структурой $R_k S_k U_k$ или $R_k U_k S_k$ (платформа Ханта), соединенное с плоской цепью вида $R_i P_i R_i$ (рисунок 1.2.3).

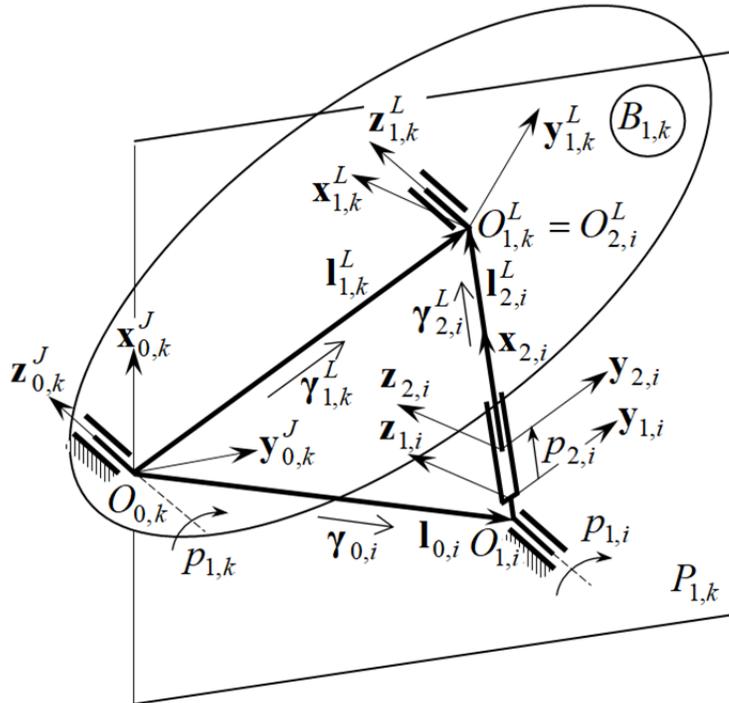


Рисунок 1.2.3. Вторичный плоский кинематический контур k -й зависимой КЦ

Положение центра $O_{1,i}$ и ориентация СК $\mathbf{x}_{1,i}^J, \mathbf{y}_{1,i}^J, \mathbf{z}_{1,i}^J$ первого шарнира i -й плоской КЦ $R_i P_i R_i$ относительно СК $\mathbf{x}_{0,k}^J, \mathbf{y}_{0,k}^J, \mathbf{z}_{0,k}^J$ в основании вторичного контура, задается постоянными вектором $\mathbf{l}_{0,i}$ и матрицей преобразования $\gamma_{0,i}$. Таким образом, все декартовы векторы и матрицы, описывающие движение цепи $R_i P_i R_i$ вторичного контура при формировании УС, определяются в СК $\mathbf{x}_{0,k}^J, \mathbf{y}_{0,k}^J, \mathbf{z}_{0,k}^J$ и имеют наименьшее число ненулевых компонент.

Центр замещаемого шарнира и ориентация связанной с ним СК $\mathbf{x}_{1,k}^L, \mathbf{y}_{1,k}^L, \mathbf{z}_{1,k}^L$ относительно СК $\mathbf{x}_{1,k}^J, \mathbf{y}_{1,k}^J, \mathbf{z}_{1,k}^J$ первого тела $B_{1,k}$ k -й цепи задаются постоянными

вектором $\mathbf{I}_{1,k}^L$ и матрицей преобразования $\boldsymbol{\gamma}_{1,k}^L$. Динамика вращения этого тела относительно основания описывается уравнением $Iz_{1,k} \ddot{p}_{1,k} = m_{1,k}^J$, где $Iz_{1,k}$ – момент инерции тела относительно оси $\mathbf{z}_{1,k} = \mathbf{z}_{0,k}^J$, $m_{1,k}^J$ – внутренний активный момент, создаваемый в шарнире $J_{1,k}$.

1.3 Алгоритмы формирования и решения уравнений контурных связей

Если в k – м пространственном кинематическом контуре УС замещают сферический шарнир (число ограничений на относительное движение равно $m_k = 3$), то условия замыкания контура определяются как равенство координат, скоростей и ускорений центра этого шарнира в узловом теле независимой ветви и последнем теле $B_{n_k,k}$ ($n_k = m_k$) зависимой

$$\mathbf{r}_{N,k}^{L(0)} = \mathbf{r}_{n_k,k}^{L(0)}, \quad \mathbf{v}_{N,k}^{L(0)} = \mathbf{v}_{n_k,k}^{L(0)}, \quad \dot{\mathbf{v}}_{N,k}^{L(0)} = \dot{\mathbf{v}}_{n_k,k}^{L(0)}, \quad (1.3.1)$$

где все векторы определены в системе координат $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$.

Если замещается универсальный шарнир ($m_k = 4$), то четвертое условие замыкания определяется следующим образом. Предполагается, что первый поворот на угол ψ_y в таком шарнире осуществляется относительно оси y , а второй, на угол θ_z , – относительно оси z . В этом случае единичный вектор оси второго поворота $\mathbf{z}_{N,k}^{L,2} = \mathbf{z}_{N,k}^{L,1}$ перпендикулярен к единичному вектору оси первого поворота $\mathbf{y}_{4,k}^L = \mathbf{y}_{N,k}^{L,0} = \mathbf{y}_{N,k}^{L,1}$ (рисунок 1.3.1). Единичные векторы $\mathbf{x}_{N,k}^{L,2}$, $\mathbf{y}_{N,k}^{L,2}$, $\mathbf{z}_{N,k}^{L,2}$ и $\mathbf{x}_{4,k}^L$, $\mathbf{y}_{4,k}^L$, $\mathbf{z}_{4,k}^L$, выраженные в СК $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$, – это столбцы матриц $\boldsymbol{\theta}_{N,k}^{L T} = \boldsymbol{\alpha}_N^T \boldsymbol{\gamma}_{N,k}^T$ и $\boldsymbol{\theta}_{4,k}^{L T} = \boldsymbol{\tau}_{4,k}^T \boldsymbol{\gamma}_{4,k}^L$. То есть единичный вектор $\mathbf{e}_{1,k}^{(0)}$ оси первого поворота – это второй вектор-столбец матрицы $\boldsymbol{\theta}_{4,k}^{L T}$ ($\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} = \mathbf{y}_{4,k}^L$), а единичный вектор $\mathbf{e}_{2,k}^{(0)}$ оси второго поворота – это третий вектор столбец матрицы $\boldsymbol{\theta}_{N,k}^{L T}$ ($\mathbf{e}_{2,k}^{(0)} = \mathbf{z}_{N,k}^{L,2}$). Здесь и далее верхний индекс в круглых скобках указывает на СК, в которой выражен вектор,

если их индексы не совпадают. На рисунке 1.3.1 перпендикулярные друг к другу единичные векторы $\mathbf{e}_{1,k}^{(0)}$ и $\mathbf{e}_{2,k}^{(0)}$ осей вращения отмечены более жирными линиями.

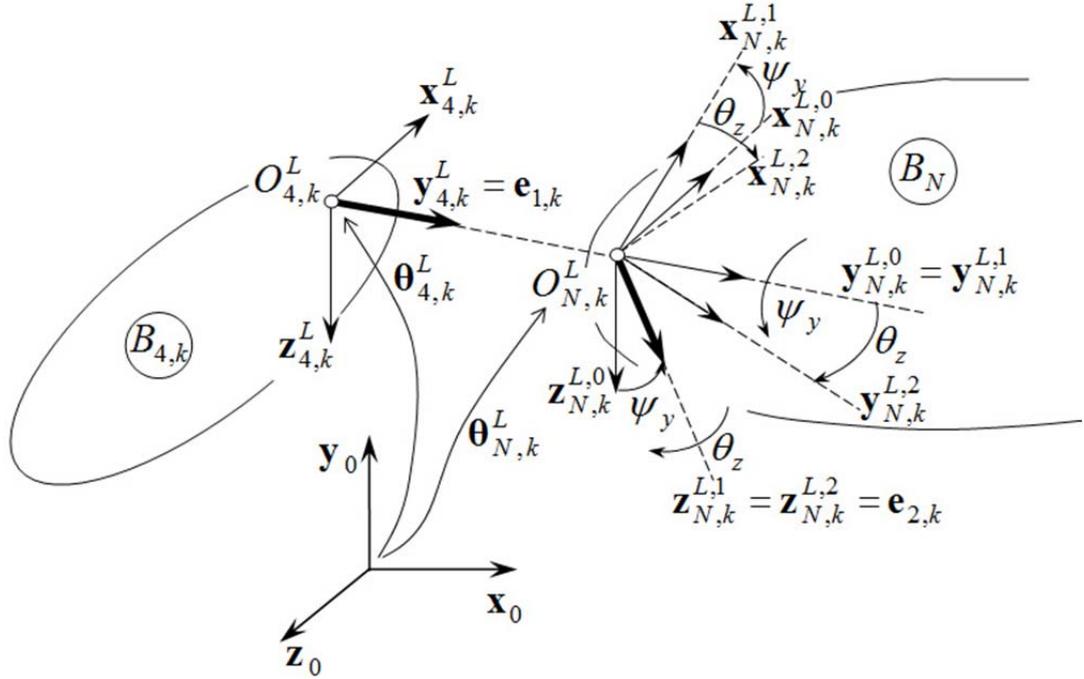


Рисунок 1.3.1. Относительные повороты в универсальном шарнире

В соответствии с этим для универсального шарнира ($m_k = 4$) четвертое условие замыкания k -го контура для угловых координат записывается в виде

$$\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \cdot \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} = \mathbf{e}_{1,k}^{(0)T} \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} = 0. \quad (1.3.2)$$

Дифференцирование (1.3.2) по времени с учетом свойства $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = -\mathbf{c} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ смешанного произведения векторов [216] позволяет получить соответствующее условие замыкания для угловых скоростей

$$\begin{aligned} & \dot{\mathbf{e}}_{1,k}^{(0)} \cdot \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} + \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \cdot \dot{\mathbf{e}}_{2,k}^{(0)} = \\ & = (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) \cdot \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} + \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \cdot (\boldsymbol{\omega}_N^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}) = \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} \cdot (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) - \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} \cdot (\boldsymbol{\omega}_N^{(0)} \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) = \\ & = \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} \cdot ((\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) = -\mathbf{e}_{2,k}^{(0)} \cdot (\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)})) = \\ & = (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) \cdot (\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}) = \mathbf{n}_{R,k}^{(0)T} (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) = 0, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{n}_{R,k}^{(0)} = \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} \quad (1.3.3)$$

- выраженный в проекциях на оси системы координат $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$ единичный вектор момента реакции.

Так как единичные векторы $\mathbf{e}_{1,k}^{(0)}, \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}$ выражены в $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$, то и векторы угловых скоростей $\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)}, \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}$ выражены в этой же системе координат. Условие замыкания для угловых ускорений получается аналогично

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} [(\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}) \cdot (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)})] = \\ & = (\dot{\mathbf{e}}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} + \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \dot{\mathbf{e}}_{2,k}^{(0)}) \cdot (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) + (\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}) \cdot (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{4,k}^{(0)} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_N^{(0)}) = \\ & = [(\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} + \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times (\boldsymbol{\omega}_N^{(0)} \times \dot{\mathbf{e}}_{2,k}^{(0)})] \cdot (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) + \\ & \quad + (\mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}) \cdot (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{4,k}^{(0)} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_N^{(0)}) = \\ & = \mathbf{n}_{R,k}^{(0)T} (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{4,k}^{(0)} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_N^{(0)}) + \dot{\mathbf{n}}_{R,k}^{(0)T} (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) = 0, \end{aligned}$$

где

$$\dot{\mathbf{n}}_{R,k}^{(0)} = (\boldsymbol{\omega}_{4,k}^{(0)} \times \mathbf{e}_{1,k}^{(0)}) \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)} + \mathbf{e}_{1,k}^{(0)} \times (\boldsymbol{\omega}_N^{(0)} \times \mathbf{e}_{2,k}^{(0)}).$$

Во вторичном плоском k -м контуре замещается простейший вращательный шарнир ($m_k = 2$) и условия замыкания имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \mathbf{r}_{1,k}^L = \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \mathbf{r}_{1,i}^L \\ \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \mathbf{r}_{1,k}^L = \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \mathbf{r}_{1,i}^L \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \mathbf{v}_{1,k}^L = \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \mathbf{v}_{1,i}^L \\ \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \mathbf{v}_{1,k}^L = \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \mathbf{v}_{1,i}^L \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \dot{\mathbf{v}}_{1,k}^L = \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \dot{\mathbf{v}}_{1,i}^L \\ \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \dot{\mathbf{v}}_{1,k}^L = \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \dot{\mathbf{v}}_{1,i}^L \end{cases},$$

где $\mathbf{x}_{0,k}^J = [1, 0, 0]^T$, $\mathbf{y}_{0,k}^J = [0, 1, 0]^T$ – единичные (3×1) -векторы осей СК в основании первого шарнира k -й зависимой КЦ (рисунок 1.2.3).

Для преобразования условий замыкания k -го контура в уравнения контурных связей относительно скоростей и ускорений необходимо использовать матрицы парциальных скоростей. Для тел зависимой КЦ они имеют размерность $(3 \times n_k)$

$$\mathbf{T}_{j,k}^{(0)} = \partial \mathbf{v}_{j,k}^{(0)} / \partial \dot{\mathbf{p}}_k = \partial \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^{(0)} / \partial \ddot{\mathbf{p}}_k, \quad \mathbf{R}_{j,k}^{(0)} = \partial \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{(0)} / \partial \dot{\mathbf{p}}_k = \partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^{(0)} / \partial \ddot{\mathbf{p}}_k$$

и позволяют выразить их абсолютные скорости и ускорения в виде

$$\mathbf{v}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{T}_{j,k}^{(0)} \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{T}_{j,k}^{(0)} \ddot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{w}_{j,k}^{(0)}, \quad \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{R}_{j,k}^{(0)} \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{R}_{j,k}^{(0)} \ddot{\mathbf{p}}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{j,k}^{(0)},$$

где $\mathbf{w}_{j,k}^{(0)}$ – векторы поступательных ускорений характерных точек и $\boldsymbol{\varepsilon}_{j,k}^{(0)}$ – векторы угловых ускорений тел, нелинейно зависящие только от координат \mathbf{p}_k и скоростей $\dot{\mathbf{p}}_k$.

Эти векторы и матрицы вычисляются рекуррентно с учетом геометрических параметров тел и таких же $(3 \times n_k)$ – матриц $\mathbf{T}_{j,k}^{rel}$ и $\mathbf{R}_{j,k}^{rel}$ для относительных скоростей в шарнирах, содержащих только единичные и нулевые элементы (так как все шарниры имеют одну степень подвижности). Последовательно, для тел с индексами $j = \overline{1, n_k}$, вычисляются следующие векторы и матрицы

$$\boldsymbol{\theta}_{j-1,k}^J = \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}^J \boldsymbol{\tau}_{j-1,k}, \quad \boldsymbol{\beta}_{j,k} = \boldsymbol{\alpha}_{j,k} \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}^J, \quad \boldsymbol{\tau}_{j,k} = \boldsymbol{\beta}_{j,k} \boldsymbol{\tau}_{j-1,k},$$

$$\mathbf{l}_{j-1,k}^{J(0)} = \boldsymbol{\tau}_{j-1,k}^T \mathbf{l}_{j-1,k}^J, \quad \mathbf{r}_{j-1,j,k}^{(0)} = \mathbf{l}_{j-1,k}^{J(0)} + \boldsymbol{\theta}_{j-1,k}^{J T} \mathbf{t}_{j,k}, \quad \mathbf{r}_{0,j,k}^{(0)} = \mathbf{r}_{0,j-1,k}^{(0)} + \mathbf{r}_{j-1,k}^{(0)},$$

$$\mathbf{T}_{j,k}^{rel(0)} = \boldsymbol{\theta}_{j-1,k}^{J T} \mathbf{T}_{j,k}^{rel}, \quad \mathbf{R}_{j,k}^{rel(0)} = \boldsymbol{\theta}_{j-1,k}^{J T} \mathbf{R}_{j,k}^{rel},$$

$$\mathbf{R}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{R}_{j-1,k}^{(0)} + \mathbf{R}_{j,k}^{rel(0)}, \quad \mathbf{T}_{j,k}^{J(0)} = \mathbf{T}_{j-1,k}^{J(0)} - \tilde{\mathbf{l}}_{j-1,k}^{J(0)} \mathbf{R}_{j-1,k}^{(0)} + \mathbf{T}_{j,k}^{rel(0)},$$

$$\mathbf{v}_{j,k}^{rel(0)} = \mathbf{T}_{j,k}^{rel(0)} \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel(0)} = \mathbf{R}_{j,k}^{rel(0)} \dot{\mathbf{p}}_k,$$

$$\boldsymbol{\omega}_{j,k}^{(0)} = \boldsymbol{\omega}_{j-1,k}^{(0)} + \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel(0)},$$

$$\mathbf{w}_{j,k}^{(0)} = \mathbf{w}_{j-1,k}^{(0)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^{(0)} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^{(0)} \mathbf{r}_{j-1,j,k}^{(0)} - 2\tilde{\mathbf{v}}_{j,k}^{rel(0)} \boldsymbol{\omega}_{j-1,k}^{(0)},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{j,k}^{(0)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{j-1,k}^{(0)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^{(0)} \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel(0)} \quad (\text{при } m_k = 4)$$

при начальных значениях $\mathbf{r}_{0,k}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{T}_{0,k}^{J(0)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_{0,k}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,k}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{w}_{0,k}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{0,k}^{(0)} = \mathbf{0}$.

Здесь и далее $\tilde{\mathbf{a}}$ обозначает кососимметрическую матрицу, с помощью которой записывается векторное произведение: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \tilde{\mathbf{a}} \mathbf{b}$.

После этого аналогичные векторы и матрицы вычисляются для центров зашарнированных шарниров в последних звеньях зависимых КЦ

$$\mathbf{l}_{n_k,k}^{L(0)} = \boldsymbol{\tau}_{n_k,k}^T \mathbf{l}_{n_k,k}^L, \quad \mathbf{r}_{n_k,k}^{L(0)} = \mathbf{r}_{0,n_k,k}^{(0)} + \mathbf{l}_{n_k,k}^{L(0)},$$

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{n_k, k}^{L(0)} &= \mathbf{T}_{n_k, k}^{(0)} - \tilde{\mathbf{I}}_{n_k, k}^{L(0)} \mathbf{R}_{n_k, k}^{(0)}, \\ \mathbf{w}_{n_k, k}^{L(0)} &= \mathbf{w}_{n_k, k}^{(0)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{n_k, k} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{n_k, k} \mathbf{l}_{n_k, k}^{L(0)}, \\ \boldsymbol{\theta}_{n_k, k}^L &= \boldsymbol{\gamma}_{n_k, k}^L \boldsymbol{\tau}_{n_k, k} \quad (\text{при } m_k = 4).\end{aligned}$$

Если узловое тело независимой ветви имеет 6 степеней свободы, то (3×6) – матрицы парциальных скоростей для его центра и центров его замещаемых шарниров равны

$$\mathbf{T}_N = [\mathbf{1}_3, \mathbf{0}_3], \quad \mathbf{R}_N = [\mathbf{0}_3, \mathbf{1}_3], \quad \mathbf{T}_{N, k} = \mathbf{T}_N + \boldsymbol{\alpha}_N^T (\tilde{\mathbf{I}}_{N, k}^T \mathbf{R}_N).$$

Тогда решения уравнений связей для k – го контура относительно зависимых скоростей и ускорений

$$\mathbf{C}_k^{(i)} \mathbf{u}_N = \mathbf{C}_k^{(d)} \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \mathbf{C}_k^{(i)} \dot{\mathbf{u}}_N = \mathbf{C}_k^{(d)} \ddot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{c}_k = \mathbf{0},$$

имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_k &= [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} \mathbf{C}_k^{(i)} \mathbf{u}_N = \mathbf{H}_k \mathbf{u}_N, \\ \ddot{\mathbf{p}}_k &= [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} (\mathbf{C}_k^{(i)} \dot{\mathbf{u}}_N + \mathbf{c}_k) = \mathbf{H}_k \dot{\mathbf{u}}_N + \mathbf{h}_k,\end{aligned} \quad (1.3.4)$$

где $\mathbf{u}_N = [\mathbf{v}_N^T, \boldsymbol{\omega}_N^T]^T$, $\mathbf{C}_k^{(d)}$ – $(m_k \times m_k)$ – матрица, $\mathbf{C}_k^{(i)}$ и $\mathbf{H}_k = [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} \mathbf{C}_k^{(i)}$ – $(m_k \times 6)$ – матрицы, \mathbf{c}_k – $(m_k \times 1)$ – вектор; $\mathbf{1}_3, \mathbf{0}_3$ – единичная и нулевая (3×3) – матрицы.

Для узлового тела независимой ветви с тремя степенями свободы такие же (3×3) – матрицы парциальных скоростей равны $\mathbf{T}_N = \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_N = \mathbf{1}_3$, $\mathbf{T}_{N, k} = \boldsymbol{\alpha}_N^T (\tilde{\mathbf{I}}_{N, k}^T \mathbf{R}_N)$, а решения уравнения связей для k – го контура

$$\mathbf{C}_k^{(i)} \boldsymbol{\omega}_N = \mathbf{C}_k^{(d)} \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \mathbf{C}_k^{(i)} \dot{\boldsymbol{\omega}}_N = \mathbf{C}_k^{(d)} \ddot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{c}_k = \mathbf{0},$$

записываются в виде

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_k &= [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} \mathbf{C}_k^{(i)} \boldsymbol{\omega}_N = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_N, \\ \ddot{\mathbf{p}}_k &= [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} (\mathbf{C}_k^{(i)} \dot{\boldsymbol{\omega}}_N + \mathbf{c}_k) = \mathbf{H}_k \dot{\boldsymbol{\omega}}_N + \mathbf{h}_k,\end{aligned} \quad (1.3.5)$$

где $\mathbf{C}_k^{(i)}$, \mathbf{H}_k – $(m_k \times 3)$ – матрицы.

Если k -й замещаемый шарнир сферический ($m_k = 3$), то $\mathbf{C}_k^{(i)} = \mathbf{T}_{T,k}$, $\mathbf{C}_k^{(d)} = \mathbf{T}_{n_k,k}^{L(0)}$, $\mathbf{c}_k = \mathbf{w}_{n_k,k}^{L(0)}$, а если универсальный ($m_k = 4$), то

$$\mathbf{C}_k^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{N,k} \\ \mathbf{n}_{R,k}^{(0)T} \mathbf{R}_N^{(0)} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_k^{(d)} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{n_k,k}^{L(0)} \\ \mathbf{n}_{R,k}^{(0)T} \mathbf{R}_{n_k,k}^{(0)} \end{bmatrix}, \mathbf{c}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{n_k,k}^{L(0)} \\ \mathbf{n}_{R,k}^{(0)T} \boldsymbol{\varepsilon}_{n_k,k}^{(0)} + \dot{\mathbf{n}}_{R,k}^{(0)T} (\boldsymbol{\omega}_{n_k,k}^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_N^{(0)}) \end{bmatrix}.$$

Решения уравнения связей k -го вторичного контура ($n_k = m_k = 2$) относительно скоростей и ускорений

$$\mathbf{C}_k^{(i)} \dot{\mathbf{p}}_{1,k} = \mathbf{C}_k^{(d)} \ddot{\mathbf{p}}_i, \quad \mathbf{C}_k^{(i)} \ddot{\mathbf{p}}_{1,k} = \mathbf{C}_k^{(d)} \ddot{\mathbf{p}}_i,$$

имеют вид

$$\dot{\mathbf{p}}_i = [\mathbf{C}_i^{(d)}]^{-1} \mathbf{C}_i^{(i)} \dot{\mathbf{p}}_{1,k} = \mathbf{H}_i \dot{\mathbf{p}}_{1,k}, \dots, \ddot{\mathbf{p}}_i = [\mathbf{C}_i^{(d)}]^{-1} \mathbf{C}_i^{(i)} \ddot{\mathbf{p}}_{1,k} = \mathbf{H}_i \ddot{\mathbf{p}}_{1,k}, \quad (1.3.6)$$

где $\mathbf{C}_i^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \tilde{\mathbf{I}}_{1,k}^L \mathbf{R}_{1,k}^{rel} \\ \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \tilde{\mathbf{I}}_{1,k}^L \mathbf{R}_{1,k}^{rel} \end{bmatrix}$ и $\mathbf{C}_i^{(d)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{0,k}^{JT} \mathbf{T}_{1,k}^L \\ \mathbf{y}_{0,k}^{JT} \mathbf{T}_{1,k}^L \end{bmatrix}$ – (2×1) - и (2×2) -матрицы.

Уравнения связей относительно координат с учетом (1.3.1) и (1.3.2) могут быть записаны в виде, где $\mathbf{f}_k = \mathbf{r}_{3,k}^{L(0)} - \mathbf{r}_{N,k}^{L(0)} = \mathbf{0}$ при $m_k = 3$ и $\mathbf{f}_k = [(\mathbf{r}_{4,k}^{L(0)} - \mathbf{r}_{N,k}^{L(0)})^T, (\mathbf{e}_{1,k}^{(0)T} \mathbf{e}_{2,k}^{(0)})^T]^T = \mathbf{0}$ при $m_k = 4$, и решены итерационным методом Ньютона

$$\mathbf{p}_k^{(i+1)} = \mathbf{p}_k^{(i)} - [\partial \mathbf{f}_k / \partial \mathbf{p}_k]^{-1} \mathbf{f}_k^{(i)} = \mathbf{p}_k^{(i)} - [\mathbf{C}_k^{(d)}]^{-1} \mathbf{f}_k^{(i)}. \quad (1.3.7)$$

Для всех практически используемых структур периферийных кинематических цепей параллельных манипуляторов могут быть найдены вычислительно более эффективные аналитические решения этих уравнений.

1.4 Аналитическое решение уравнений контурных связей для координат

Ниже приводятся аналитические соотношения, позволяющие определить шарнирные переменные во всех используемых зависимых КЦ со структурой $U_k P_k S_k, S_k P_k U_k, U_k C_k U_k, R_k U_k S_k$ и $R_k S_k U_k$. Вместо угловых переменных опре-

деляются их тригонометрические функции \sin и \cos . Для узловых тел СТМ центрального типа $\mathbf{r}_N = const$, в частном случае $\mathbf{r}_N = \mathbf{0}$.

Зависимая КЦ со структурой $U_k P_k S_k$ после замещения последнего шарнира S_k имеет три степени подвижности (рисунок 1.4.1).

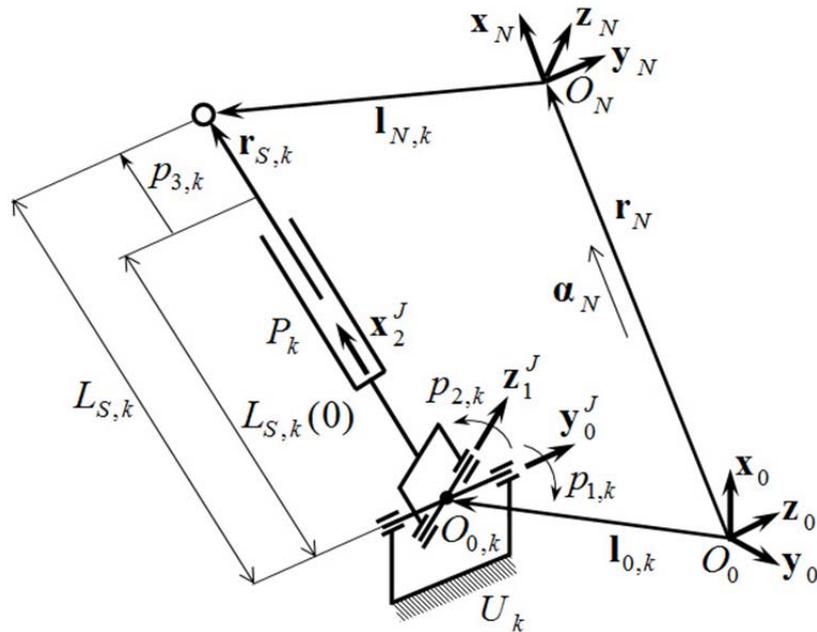


Рисунок 1.4.1. Определение шарнирных координат в зависимой КЦ $U_k P_k S_k$

Для определения ее шарнирных координат вычисляется вектор

$$\mathbf{r}_{S,k}^{(0)} = \mathbf{r}_N + \boldsymbol{\alpha}_N^T \mathbf{l}_{N,k} - \mathbf{l}_{0,k} = [l_k, m_k, n_k]^T$$

из центра первого в центр замещаемого шарнира, выраженный в системе координат $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$. Его длина $L_{S,k} = \sqrt{l_k^2 + m_k^2 + n_k^2}$ определяет поступательный ход штока в шарнире P_k этой цепи

$$p_{k,3} = L_{S,k} - L_{S,k}(0) \quad (1.4.1)$$

где $L_{S,k}(0)$ – расстояние между центрами первого и замещаемого шарниров в некотором исходном положении механизма, при котором все $p_{k,3} = 0$.

После преобразования вектора $\mathbf{r}_{S,k}^{(0)}$ в систему координат $\mathbf{x}_{0,k}^J \mathbf{y}_{0,k}^J \mathbf{z}_{0,k}^J$, связанную с первой осью вращения первого шарнира, компоненты вектора

$\mathbf{r}_{S,k}^{(k)} = \gamma_{0,k} \mathbf{r}_{S,k}^{(0)} = [l_{S,k}^{(k)}, m_{S,k}^{(k)}, n_{S,k}^{(k)}]^T$ позволяют вычислить значения тригонометрических функций его угловых переменных в этом шарнире. С учетом того, что $\gamma_{1,k} = \gamma_{2,k} = \mathbf{1}_3$, имеем

$$\mathbf{r}_{S,k}^{(k)} = \boldsymbol{\alpha}_{1,k}^T \boldsymbol{\alpha}_{2,k}^T [L_{S,k}, 0 \ 0]^T.$$

Так как в универсальном шарнире первый поворот выполняется относительно оси $\mathbf{y}_{1,k}$, а второй – относительно $\mathbf{z}_{2,k}$, то это равенство при обозначениях $c_{k,i} = \cos p_{k,i}$, $s_{k,i} = \sin p_{k,i}$ преобразуется к виду

$$\begin{bmatrix} c_{k,2}c_{k,1} & -s_{k,2}c_{k,1} & s_{k,1} \\ s_{k,2} & c_{k,2} & 0 \\ -c_{k,2}s_{k,1} & s_{k,2}s_{k,1} & c_{k,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{S,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{k,2}c_{k,1}L_{S,k} \\ s_{k,2}L_{S,k} \\ -c_{k,2}s_{k,1}L_{S,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{S,k}^{(k)} \\ m_{S,k}^{(k)} \\ n_{S,k}^{(k)} \end{bmatrix},$$

из которого определяются тригонометрические функции двух других зависимых шарнирных координат

$$\operatorname{ctg} p_{k,1} = -l_{S,k}^{(k)} / n_{S,k}^{(k)},$$

$$\sin p_{k,1} = \operatorname{sign}(\operatorname{ctg} p_{k,1}) / \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 p_{k,1}}, \quad \cos p_{k,1} = \sqrt{1 - \sin^2 p_{k,1}},$$

$$\sin p_{k,2} = m_{S,k}^{(k)} / L_{S,k}, \quad \cos p_{k,2} = \sqrt{1 - \sin^2 p_{k,2}}. \quad (1.4.2)$$

Для определения зависимых шарнирных координат этой КЦ необходимо вычислить (разложением в ряд) три математические функции, в то время как в решении (1.3.7) для общего случая необходимо вычислять четыре тригонометрические функции двух углов на каждой итерации.

Если зависимая КЦ имеет структуру $S_k P_k U_k$ или $U_k C_k U_k$, то есть число уравнений связей в ее замещаемом шарнире равно $m_k = 4$, то четвертая зависимая шарнирная переменная – поступательный ход $p_{k,4}$ штока, вычисляется по (1.4.1), а третья – угол поворота относительно продольной оси x звена в шарнирах S_k или C_k , определяется следующим образом. Условие замыкания (1.3.2) записывается для единичных векторов $\mathbf{e}_{1,k}, \mathbf{e}_{2,k}$ осей вращения, заданных не в системе координат $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$ основания, а в локальной системе $\mathbf{x}_{4,k}^L \mathbf{y}_{4,k}^L \mathbf{z}_{4,k}^L$ замещаемого шар-

мира в последнем звене. Тогда вместо матрицы $\theta_{4,k}^L$ (рисунок 1.3.1) используется матрица преобразования поворота

$$\alpha_{3,k} = \begin{bmatrix} c_{3,k} & s_{3,k} & 0 \\ -s_{3,k} & c_{3,k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

на угол $p_{3,k}$ последнего звена относительно своей продольной оси в первом шарнире S_k (для цепи $S_k P_k U_k$) или во втором шарнире C_k (для цепи $U_k C_k U_k$). Вместо матрицы $\theta_{N,k}^L$ используется матрица преобразования $\Psi_{4,k} = \gamma_{N,k} \alpha_N \theta_{4,k}^T$ из системы координат $\mathbf{x}_{4,k}^L \mathbf{y}_{4,k}^L \mathbf{z}_{4,k}^L$ в систему $\mathbf{x}_{N,k}^L \mathbf{y}_{N,k}^L \mathbf{z}_{N,k}^L$ (рисунки 1.2.2 и 1.3.1). Тогда $\mathbf{e}_{1,k} = \alpha_{3,k} (2) = [-s_{3,k} \ c_{3,k} \ 0]$, а $\mathbf{e}_{2,k} = \Psi_{4,k} (3)$, и условие замыкания (1.3.2) записывается в виде

$$-s_{3,k} \Psi_{4,k} (3,1) + c_{3,k} \Psi_{4,k} (3,2) = 0.$$

Величина $\operatorname{tg} p_{3,k} = \Psi_{4,k} (3,2) / \Psi_{4,k} (3,1)$ позволяет определить тригонометрические функции угла $p_{3,k}$

$$\cos p_{3,k} = 1 / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 p_{3,k}}, \quad \sin p_{3,k} = \operatorname{sign}(\operatorname{tg} p_{3,k}) \sqrt{1 - (\cos p_{3,k})^2}, \quad (1.4.3)$$

Для этого угла вычисляется две математические функции, как на одной итерации в решении (1.3.7) для общего случая.

В зависимой КЦ вида $R_k U_k S_k$ ось вращения $\mathbf{n}_k^F = [n_{k,x}^F, n_{k,y}^F, n_{k,z}^F]^T = \mathbf{z}_{0,k}$ первого шарнира лежит в плоскости, параллельной основанию. Направление этого вектора для каждой такой кинематической цепи выбирается так, чтобы угол $p_{1,k}$ поворота первого звена от оси $\mathbf{x}_{0,k}$ удовлетворял условию $0^0 < p_{1,k} < 180^0$, при этом соответственно угол во втором шарнире изменялся в диапазоне $-180^0 < p_{2,k} < 0^0$. Значения углов, равные 0^0 или $\pm 180^0$, соответствуют сингулярной конфигурации КЦ (звенья лежат на одной прямой). Предполагается, что стыковочный механизм спроектирован и функционирует таким образом, что эти углы и конфигурации не достигаются.

Центры трех шарниров обозначаются как $O_{1,k}$, $O_{2,k}$ и $O_{3,k}$, а длины первого и второго звеньев – как l_{12} и l_{23} . Векторы $\mathbf{n}_k^F = [n_{k,x}^F, n_{k,y}^F, n_{k,z}^F]^T$ определяют плоскость F_k с параметрами $n_{k,x}^F$, $n_{k,y}^F$, $n_{k,z}^F$ и $D_k^F = -\mathbf{n}_k^{FT} \mathbf{l}_{0,k}$, проходящую через центр $O_{1,k}$ первого шарнира перпендикулярно к основанию стыковочного механизма (рисунок 1.4.2).

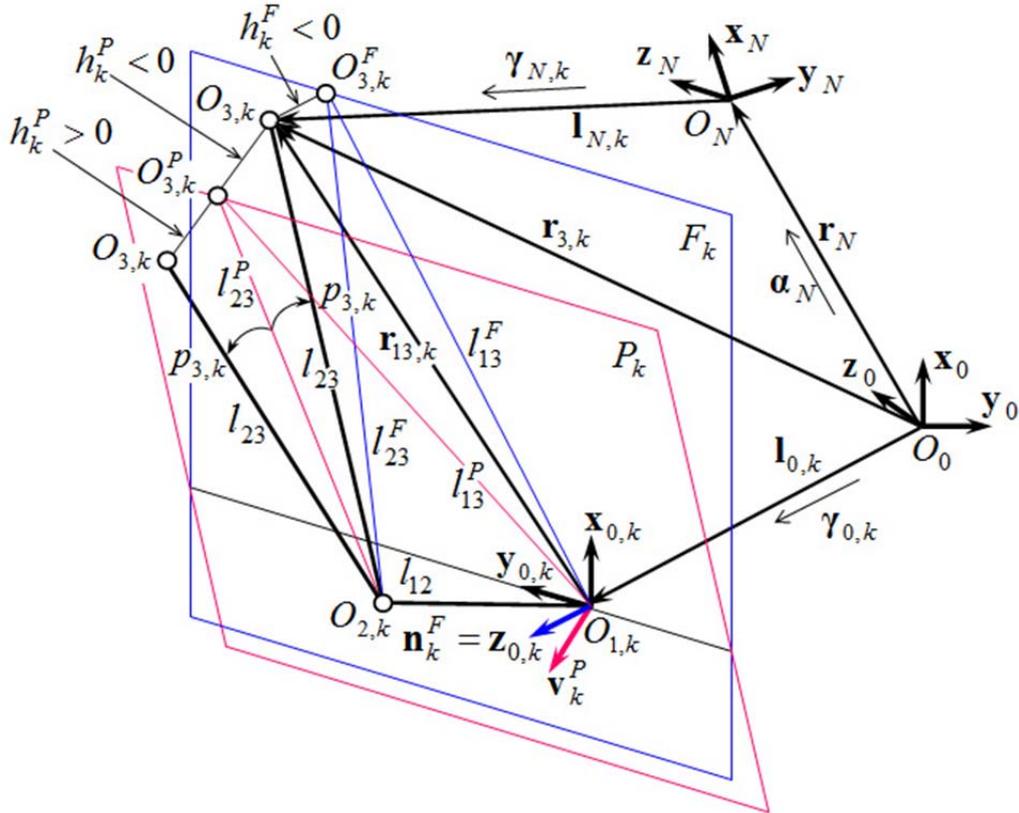


Рисунок 1.4.2. Проекция шарниров и звеньев кинематической цепи $R_k U_k S_k$, на плоскость F_k вращения первого звена и плоскость P_k , определяемую в исходном положении узлового тела

Точки $O_{1,k}$, $O_{2,k}$ всегда принадлежат плоскости F_k , а положение точки $O_{3,k}$ – центра замещаемого шарнира на узловом теле относительно СК $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$ и $\mathbf{x}_{0,k} \mathbf{y}_{0,k} \mathbf{z}_{0,k}$ определяются векторами, выраженными в $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$,

$$\mathbf{r}_{3,k}^{(0)} = \mathbf{r}_N + \boldsymbol{\alpha}_N^T \mathbf{l}_{N,k}, \quad \mathbf{r}_{13,k}^{(0)} = (\mathbf{r}_{3,k} - \mathbf{l}_{0,k}). \quad (1.4.4)$$

Для определения угла $p_{3,k}$ дополнительно используется плоскость P_k , проходящая через точки $O_{1,k}$, $O_{2,k}$ и $O_{3,k}$ в исходном, невозмущенном положении механизма, когда $r_{N,x} = const$, $r_{N,y} = r_{N,z} = 0$ и $\mathbf{a}_N = \mathbf{1}_3$. Ее постоянные параметры вычисляются по координатам этих точек [217]

$$A_k^P = (y_{2,k} - y_{1,k})(z_{3,k} - z_{1,k}) - (y_{3,k} - y_{1,k})(z_{2,k} - z_{1,k}),$$

$$B_k^P = (x_{3,k} - x_{1,k})(z_{2,k} - z_{1,k}) - (x_{2,k} - x_{1,k})(z_{3,k} - z_{1,k}),$$

$$C_k^P = (x_{2,k} - x_{1,k})(y_{3,k} - y_{1,k}) - (x_{3,k} - x_{1,k})(y_{2,k} - y_{1,k}),$$

$$D_k^P = -x_{1,k} A_k^P - y_{1,k} B_k^P - z_{1,k} C_k^P.$$

Знаки этих параметров, зависящие от координат и направления нумерации точек, выбираются таким образом, чтобы направляющие векторы $\mathbf{v}_k^P = [A_k^P, B_k^P, C_k^P]^T$ плоскостей удовлетворяли условию $\mathbf{v}_k^{PT} \mathbf{n}_k^F > 0$.

При произвольном допустимом положении узлового тела проекции $O_{3,k}^F$ и $O_{3,k}^P$ центров $O_{3,k}$ замещаемых шарниров соответственно на плоскости F_k и P_k являются точками пересечения с F_k и P_k нормалей из $O_{3,k}$ на эти же плоскости.

Положение точек $O_{3,k}^F$ и $O_{3,k}^P$ в СК $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$ определяют векторы

$$\mathbf{r}_{3,k}^{F(0)} = \mathbf{r}_{3,k}^{(0)} + h_k^F \mathbf{n}_k^F, \quad \mathbf{r}_{3,k}^{P(0)} = \mathbf{r}_{3,k}^{(0)} + h_k^P \mathbf{v}_k^P,$$

при этом параметры пересечения h_k^F и h_k^P из-за задания ориентации плоскостей F_k и P_k направляющими векторами \mathbf{n}_k^F и \mathbf{v}_k^P определяются как [217]

$$h_k^F = -\mathbf{n}_k^{FT} \mathbf{r}_{3,k} - D_k^F = -\mathbf{n}_k^{FT} \mathbf{r}_{13,k}, \quad h_k^P = -\mathbf{v}_k^{PT} \mathbf{r}_{3,k} - D_k^P = -\mathbf{v}_k^{PT} \mathbf{r}_{13,k}.$$

Знаки параметров h_k^F и h_k^P зависят от положения точки $O_{3,k}$ относительно плоскостей F_k и P_k (рисунок 1.4.2). Они положительны, если $O_{3,k}$ удалена от этих плоскостей в том же направлении, что и векторы \mathbf{n}_k^F и \mathbf{v}_k^P .

В соответствии с этим тригонометрические функции угла $p_{k,3}$ между вторым звеном и плоскостью P_k равны

$$\sin p_{3,k} = h_k^P / l_{23}, \quad \cos p_{3,k} = \sqrt{1 - (\sin p_{k,3})^2}.$$

Таким образом, выбор направления векторов \mathbf{n}_k^F и \mathbf{v}_k^P определяет положительное направление угла $p_{k,3}$.

Для определения углов поворота $p_{1,k}$ и $p_{2,k}$ используются проекции звеньев кинематической цепи на плоскости F_k и P_k . Точки $O_{1,k}$ и $O_{3,k}^F$, $O_{1,k}$ и $O_{3,k}^P$ соединяют векторы, определенные в СК $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$,

$$\mathbf{r}_{13,k}^{F(0)} = \mathbf{r}_{3,k}^{F(0)} - \mathbf{l}_{0,k}, \quad \mathbf{r}_{13,k}^{P(0)} = \mathbf{r}_{3,k}^{P(0)} - \mathbf{l}_{0,k}.$$

Квадраты их длин равны $(l_{13}^F)^2 = \mathbf{r}_{13,k}^{F(0)T} \mathbf{r}_{13,k}^{F(0)}$, $(l_{13}^P)^2 = \mathbf{r}_{13,k}^{P(0)T} \mathbf{r}_{13,k}^{P(0)}$, длина первого из этих векторов равна $l_{13}^F = \sqrt{(l_{13}^F)^2}$. Квадрат длины проекции второго звена на плоскость F_k равен $(l_{23}^F)^2 = l_{23}^2 - (h_k^F)^2$ (рисунок 1.4.2).

По известным длинам сторон треугольника $O_{1,k}O_{2,k}O_{3,k}^F$, лежащего в плоскости F_k , вычисляются тригонометрические функции положительного угла φ_1 между его сторонами $O_{1,k}O_{2,k}$ и $O_{1,k}O_{3,k}^F$ (рисунок 1.4.3а)

$$\cos \varphi_1 = (l_{12}^2 + (l_{13}^F)^2 - (l_{23}^F)^2) / 2l_{12}l_{13}^F, \quad \sin \varphi_1 = \sqrt{1 - (\cos \varphi_1)^2}.$$

Проекция единичного вектора $\mathbf{n}_{13,k}^F = \boldsymbol{\gamma}_{0,k} \mathbf{r}_{13,k}^{F(0)} / l_{13}^F$ на вектор $\mathbf{x}_{0,k}$, то есть компонента $n_{13,x}^F$ позволяет вычислить тригонометрические функции положительного угла φ_2

$$\cos \varphi_2 = n_{13,x}^F, \quad \sin \varphi_2 = \sqrt{1 - (\cos \varphi_2)^2}$$

Тригонометрические функции угла поворота в первом шарнире $p_{1,k} = \varphi_1 + \varphi_2$, определяемого от оси $\mathbf{x}_{0,k}$, равны

$$\cos p_{1,k} = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2, \quad \sin p_{1,k} = \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2.$$

Положение точки $O_{2,k}$ относительно $O_{1,k}$ определяет вектор, выраженный в проекциях на оси СК $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$

$$\mathbf{r}_{12,k}^{(0)} = \boldsymbol{\gamma}_{0,k}^T \begin{bmatrix} c_{1,k} - s_{1,k} & 0 \\ s_{1,k} & c_{1,k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

где $c_{1,k} = \cos p_{1,k}$, $s_{1,k} = \sin p_{1,k}$.

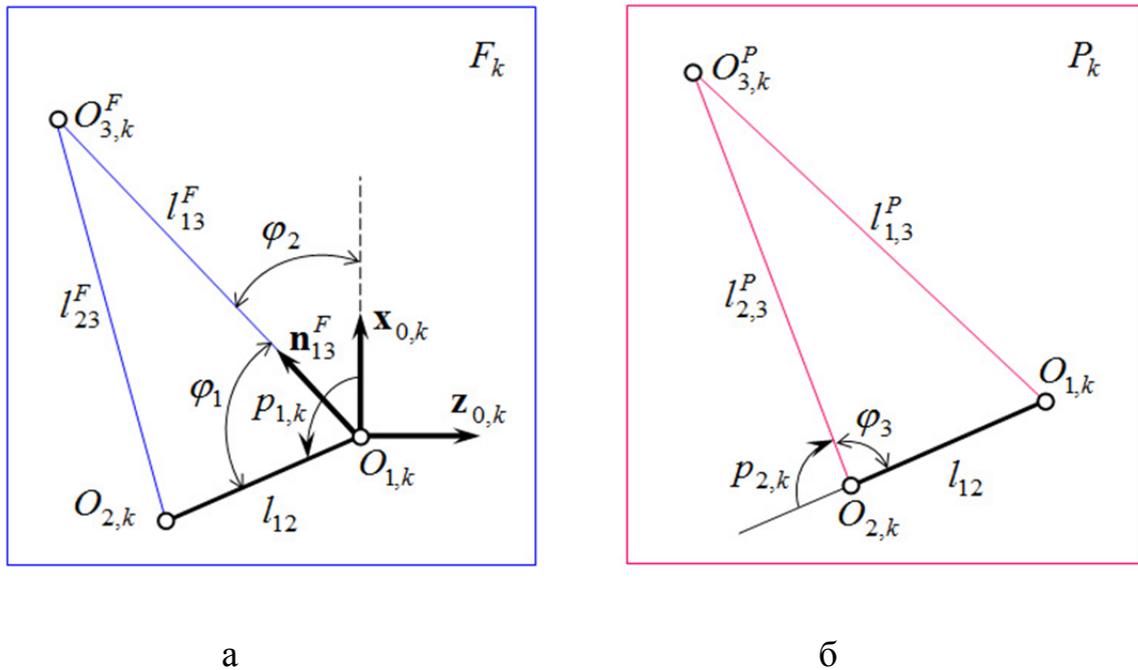


Рисунок 1.4.3. Определение углов поворота в зависимой КЦ: а) в первом шарнире; б) первого угла во втором шарнире

Этот вектор позволяет вычислить длину проекции второго звена на плоскость P_k

$$(l_{23}^P)^2 = (\mathbf{r}_{13,k}^{P(0)} - \mathbf{r}_{12,k}^{(0)})^T (\mathbf{r}_{13,k}^{P(0)} - \mathbf{r}_{12,k}^{(0)}), \quad l_{23}^P = \sqrt{(l_{23}^P)^2}.$$

Тригонометрические функции шарнирной переменной $p_{2,k}$ вычисляются с учетом того, что $-180^0 < p_{2,k} = (-180^0 + \varphi_3) < 0^0$. Соответственно $\sin p_{2,k} \leq 0$ и $\cos p_{2,k} = \cos(-180) \cos \varphi_3 + \sin(-180) \sin \varphi_3 = -\cos \varphi_3$, где угол φ_3 вычисляется по координатам треугольника $O_{1,k}O_{2,k}O_{3,k}^P$, лежащего в плоскости P_k , (рисунок 1.4.3б). В результате

$$\cos p_{2,k} = -(l_{12}^2 + (l_{23}^P)^2 - (l_{13}^P)^2) / 2l_{12}l_{23}^P, \quad \sin p_{2,k} = -\sqrt{1 - (\cos p_{2,k})^2}.$$

Для кинематической цепи вида $R_k S_k U_k$ угол $p_{4,k}$ вращения второго звена относительно своей продольной оси может быть вычислен аналогично (1.4.2).

Для определения зависимых шарнирных переменных кинематических цепей вида $R_k U_k S_k$ и $R_k S_k U_k$ необходимо вычислить столько же математических функций, как на одной итерации в решении (1.3.7) для общего случая.

В зависимой КЦ вида $R_i P_i R_i$ вторичного контура (рисунок 1.2.3) определяется вектор из центра $O_{1,i}$ ее первого шарнира в центр $O_{2,i}^L$ замещаемого, выраженный в проекциях на оси СК $\mathbf{x}_{0,k} \mathbf{y}_{0,k} \mathbf{z}_{0,k}$

$$\mathbf{r}_{1,i}^{L(k)} = \mathbf{r}_{1,k}^{L(k)} - \mathbf{l}_{0,i}^{(k)} = \boldsymbol{\alpha}_{1,k}^T \mathbf{l}_{1,k}^L - \mathbf{l}_{0,i}^{(k)} = [l_{1,i}^{(k)}, m_{1,i}^{(k)}, n_{1,i}^{(k)}]^T,$$

$$\text{где } \boldsymbol{\alpha}_{1,k} = \begin{bmatrix} c_{1,k} & s_{1,k} & 0 \\ -s_{1,k} & c_{1,k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad c_{1,k} = \cos p_{1,k}, \quad s_{1,k} = \sin p_{1,k}, \quad \mathbf{l}_{1,k}^L = \text{const}, \quad \mathbf{l}_{0,k}^{(k)} = \text{const}.$$

Длина этого вектора $L_{1,i} = \sqrt{l_{1,i}^{(k)2} + m_{1,i}^{(k)2} + n_{1,i}^{(k)2}}$ позволяет определить величину перемещения в поступательном шарнире

$$p_{i,2} = L_{1,i} - L_{1,i}(0),$$

где $L_{1,i}(0)$ – расстояние между центрами первого и замещаемого шарниров этой зависимой цепи в невозмущенном, исходном положении стыковочного механизма.

Этот же вектор в СК $\mathbf{x}_{0,i} \mathbf{y}_{0,i} \mathbf{z}_{0,i}$ имеет вид

$$\boldsymbol{\alpha}_{1,i}^T [L_{1,i}, 0, 0]^T = \boldsymbol{\gamma}_{0,i} \mathbf{r}_{1,i}^{L(k)} = \mathbf{r}_{1,i}^{L(i)} = [l_{1,i}^{(i)}, m_{1,i}^{(i)}, n_{1,i}^{(i)}]$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} c_{1,i} & -s_{1,i} & 0 \\ s_{1,i} & c_{1,i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{1,i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,i} L_{1,i} \\ s_{1,i} L_{1,i} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{1,i}^{(i)} \\ m_{1,i}^{(i)} \\ n_{1,i}^{(i)} \end{bmatrix},$$

где $c_{1,i} = \cos p_{1,i}$, $s_{1,i} = \sin p_{1,i}$.

В результате $c_{1,i} = l_{1,i}^{(i)} / L_{1,i}$, $s_{1,i} = m_{1,i}^{(i)} / L_{1,i}$.

Для определения двух зависимых шарнирных переменных требуется вычисление только одной математической функции.

Таким образом, для рассмотренных структур зависимых КЦ при аналитическом решении уравнений контурных связей относительно шарнирных координат число вычисляемых (разложением в ряд) математических функций не превышает число вычисляемых функций \sin и \cos только на одной итерации при решении таких же уравнений в общем виде (1.3.7).

Данная глава написана на основе публикаций [218 – 221].

ГЛАВА 2. КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ СТЫКОВОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ КАК СИСТЕМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В данной главе определяется и разрабатывается набор алгоритмов, обеспечивающих наиболее эффективный расчет динамики различных классов СтМ. Существующие подходы к описанию динамики МС, которые в принципе могут быть применены при формировании моделей СтМ, рассмотрены во введении и кратко суммируются в таблице 2.1.

Метод разделения переменных, позволяющий исключить из УД зависимые переменные, применим, если используется замкнутая форма этих уравнений. Входящие в них матрица обобщенной инерции и вектор обобщенных сил могут быть вычислены на основе различных алгоритмов. Наиболее эффективным из них для простых КЦ является алгоритм составного тела [96]. Для МС со структурой дерева его эффективность снижается из-за разреженности матрицы обобщенной инерции. Этот метод совместим с методом разделения переменных [126]. Оригинальный подход [222] к расчету коэффициентов УД платформы Гью-Стьюарта основан на алгоритме составного тела, но в отличие от [96] в нем используется решение обратной задачи динамики не для простой КЦ как в [223], а сразу для всего параллельного механизма. В качестве независимых выбраны шесть координат управляемого тела и их производные и коэффициенты УД вычисляются относительно только независимых ускорений. Несмотря на относительную простоту этот подход далее не используется, так как он описывает динамику только платформы Гью-Стьюарта с направляющими кинематическими цепями со структурой $U_k P_k S_k$ или $S_k P_k U_k$ и его соотношения не могут быть хотя бы частично использованы для вычисления реакций, действующих в основании СтМ на активный КА.

Но в замкнутой форме УД отсутствуют реакции в шарнирах и соответственно силы и моменты, действующие в основании кинематических цепей. Поэтому для моделей периферийных механизмов, в которых узловое тело в преобразованной МС не связано непосредственно с основанием, необходимо разработать дополнительный алгоритм для расчета этих сил и моментов.

Таблица 2.1. Методы расчета динамики МС тел, применимые для моделирования СТМ

Теоретическая основа векторно-матричных алгоритмов расчета динамики отдельных кинематических цепей	Структура механической системы	Вычислительная эффективность	Форма уравнений динамики	Способ учета уравнений контурных связей	Расчет сил/моментов на основе
Уравнения Лагранжа 1-го рода [58-67].	Произвольная	Низкая	N отдельных тел, все уравнения связей в явном виде	Решение СДАУ максимальной размерности	Обеспечивается
Уравнения Лагранжа 2-го рода: [68-75, 83,84]	Простая или древовидная кинематическая цепь	$O(n^3) - O(n^4)$	Замкнутая $A(q)\ddot{q} = b(q, \dot{q}) + Q$	Решение СДАУ [115-122]	Не обеспечивается
Принцип Д'Аламбера: [75-82]		$O(n^3)$			
Уравнения Кейна: [43-45, 86-89]	Простая или древовидная кинематическая цепь	$O(n^2)$	Рекуррентная	Только решение СДАУ, низкая эффективность [123, 124]	Обеспечивается
Уравнения Гиббса-Аппеля: [85]					
Формализм Ньютона-Эйлера: [90-94]	Простая или древовидная кинематическая цепь	$O(n^2)$	Рекуррентная	Только решение СДАУ, низкая эффективность [123, 124]	Обеспечивается
Алгоритм составного тела (CRBA - Composite Rigid Body Algorithm): [95.96], Walker M.W., Orin D.E					
Алгоритм сочлененного тела (ABA - Articulated Rigid Body Algorithm): [97 - 109]	Простая или древовидная кинематическая цепь	$O(n)$, $n \geq 5$	Рекуррентная	Только решение СДАУ, низкая эффективность [123, 124]	Обеспечивается
[103] - Brandl H., Johanni R., Otter M.					

В СтМ центрального типа узловое тело связано с основанием универсальным шарниром, а центральная, независимая КЦ может иметь древовидную структуру. Ее динамика рассчитывается наиболее эффективно по алгоритму сочлененного тела [103], который обеспечивает расчет реакций в шарнирах, сил и моментов, действующих на активный КА в основании СтМ. Для определения обобщенных ускорений он не использует матрицу инерции, но уравнения контурных связей учитывает только в явном виде, при этом сильно возрастает объем вычислений [113, 124]. Для эффективного учета кинематических контуров он используется в комбинации с алгоритмом составного тела и методом разделения переменных.

Комбинации алгоритмов, применяемые при разработке моделей динамики СтМ, выделены в таблице 2.1. красной рамкой.

Сначала приводится вывод этих алгоритмов с учетом ранее принятых обозначений. Наиболее просто он выполняется в блочной векторно-матричной форме записи. Но для СтМ различного типа полученные соотношения записываются уже в векторно-матричном виде, что облегчает последующую оптимизацию вычислений. Так как в алгоритме составного тела используются шарниры только с одной степенью подвижности, то для единообразия описания МС это соглашение распространяется и на алгоритм сочлененного тела.

2.1 Алгоритм сочлененного тела (АВА) для МС со структурой дерева

В прямой задаче динамики неизвестными величинами для j -го твердого тела кинематической цепи являются ускорение \ddot{q}_j относительного движения и вектор $\mathbf{r}_{c,j}$ реакций (сил и моментов) удерживающих связей в шарнирах. Приведенный ниже вывод алгоритма сочлененного тела, точнее рекуррентных уравнений динамики (УД), аналогичен [103]. Он основан на использовании базового кинематического соотношения для j -го шарнира, условий динамического равновесия для j -го тела, записанных с помощью блочных векторов и матриц и метода подстановок, подобного тому который используется при решении систем линей-

ных алгебраических уравнений. Сохраняются введенные в главе 2 обозначения, за исключением того, что индекс предшествующего тела обозначается как $p(j)$ (preceding – предшествующий j), который в древовидной структуре может быть не равным $j-1$. Древовидная структура механической системы описывается таблицей, каждая строка которой содержит номер j очередного тела и номер $p(j)$ непосредственно ему предшествующего. В отдельной ветви в виде простой кинематической цепи имеем $p(j) = j-1$. Также для упрощения записи не указывается нулевой индекс центральной независимой ветви ($k=0$).

Базовое кинематическое соотношение имеет вид

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \mathbf{P}_j^{rel} \ddot{q}_j + \boldsymbol{\eta}_j, \quad (2.1.1)$$

где $\mathbf{a}_j = [\dot{\mathbf{v}}_j^T, \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^T]^T - (6 \times 1)$ – блочный вектор абсолютного ускорения j -го тела; $\mathbf{a}_j^{rel} = [\dot{\mathbf{v}}_j^{rel T}, \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{rel T}]^T - (6 \times 1)$ – блочный вектор относительного ускорения в шарнире; $\mathbf{P}_j^{rel} = [\mathbf{T}_j^{rel T}, \mathbf{R}_j^{rel T}]^T - (6 \times 1)$ – блочная матрица парциальных скоростей;

$$\mathbf{B}_j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_j & \boldsymbol{\beta}_j \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j}^T \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\beta}_j \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \boldsymbol{\varepsilon}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_j (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)} \mathbf{r}_{p(j),j}) + 2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)}^{(j)} \mathbf{v}_j^{rel} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)}^{(j)} \boldsymbol{\omega}_j^{rel} \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{\beta}_j = \boldsymbol{\alpha}_j \boldsymbol{\gamma}_{p(j),j}^J$; $\boldsymbol{\omega}_{p(j)}^{(j)} = \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\omega}_{p(j)}$ – угловая скорость предшествующего тела, выраженная в системе координат тела j ; $\boldsymbol{\omega}_j = \boldsymbol{\omega}_{p(j)}^{(j)} + \boldsymbol{\omega}_j^{rel}$ – абсолютная угловая скорость j -го тела в его локальной системе координат; $\mathbf{r}_{p(j),j} = \mathbf{l}_{p(j),j}^J + \boldsymbol{\gamma}_{p(j),j}^{JT} \mathbf{t}_j$ – вектор в точку O_j очередного тела из точки $O_{p(j)}$ предшествующего тела; $\mathbf{v}_j^{rel} = \mathbf{T}_j^{rel} \dot{q}_j$ и $\boldsymbol{\omega}_j^{rel} = \mathbf{R}_j^{rel} \dot{q}_j$ – относительные скорости поступательного и углового движений в j -м шарнире.

Относительное движение в шарнире $J_{k,j}$ осуществляется вдоль i -й оси ($i \in \overline{1,3}$) СК $\mathbf{x}_j \mathbf{y}_j \mathbf{z}_j$ с единичным вектором $\mathbf{e}_{j,k}^i$. Для поступательного шарнира $\mathbf{e}_j^i = \hat{\mathbf{T}}_j^{rel} = \partial \mathbf{v}_j^{rel} / \partial q_j$, для вращательного – $\mathbf{e}_j^i = \hat{\mathbf{R}}_j^{rel} = \partial \boldsymbol{\omega}_j^{rel} / \partial q_j$.

Силы и моменты в шарнире являются суммой управляющих воздействий и неизвестных реакций связей

$$\mathbf{f}_{j-1,k}^{S(j)} = -\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} f_{j,k}^J + \mathbf{N}_{j,k}^R (\mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^S), \quad (2.1.2)$$

где (6×5) –матрицы для поступательного и вращательного шарниров соответственно равны

$$\mathbf{P}_{c,j} = \begin{bmatrix} [\mathbf{e}_j^{i\oplus 1}, \mathbf{e}_j^{i\oplus 2}] & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_{3,2} & \mathbf{1}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{c,j} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,2} & \mathbf{1}_3 \\ [\mathbf{e}_j^{i\oplus 1}, \mathbf{e}_j^{i\oplus 2}] & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{e}_j^{i\oplus 1}, \mathbf{e}_j^{i\oplus 2}$ –единичные векторы осей СК $x_j y_j z_j$ (\oplus означает циклическую подстановку следующих за номером i значений из множества $\overline{1,3}$), $\mathbf{0}_3, \mathbf{1}_3$ – нулевая и единичная (3×3) –матрицы, $\mathbf{0}_{3,2}$ – нулевая (3×2) –матрица; g_j – обобщенная активная сила, действующая в шарнире; $\mathbf{r}_{c,j}$ – (5×1) –вектор обобщенных реакций в шарнире.

Условие динамического равновесия для j –го тела относительно его входного шарнира имеет вид

$$\mathbf{M}_j \mathbf{a}_j = \mathbf{f}_j + \mathbf{s}_j - \sum_{k \in S_j} \mathbf{B}_k^T \mathbf{f}_k, \quad (2.1.3)$$

где

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} m_j \mathbf{1}_3 & m_j \tilde{\mathbf{d}}_j^{cT} \\ m_j \tilde{\mathbf{d}}_j^c & \mathbf{I}_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_j^E \\ \mathbf{m}_j^E \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_j \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \mathbf{d}_j^c) \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j) \end{bmatrix},$$

$\mathbf{f}_j^E, \mathbf{m}_j^E$ – суммарные внешние сила и момент относительно точки O_j , действующие на тело; \mathbf{M}_j – (6×6) – матрица инерции тела в поступательном и угловом движении относительно полюса O_j ; \mathbf{s}_j – (6×1) –блочный вектор инерционных и активных внешних сил и их моментов относительно того же полюса, S_j – множество номеров тел, непосредственно следующих за телом j .

Единичные векторы осей возможного относительного перемещения, сил и моментов реакций связей в кинематической паре с одной степенью свободы образуют ортогональный базис линейного метрического пространства \mathbf{R}^6 .

$$\mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{P}_j^{rel} = \mathbf{1}, \quad \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{P}_{c,j}^{rel} = 0. \quad (2.1.4)$$

Если предположить, что j – е тело терминальное и абсолютное ускорение $\mathbf{a}_{p(j)}$ для него уже определено, то подстановка (2.1.1) и (2.1.2) в (2.1.3) и умножение полученного результата слева на $\mathbf{P}_j^{rel T}$ с учётом (2.1.4) исключают неизвестные реакции связей и дают возможность разрешить уравнение относительно обобщенного ускорения

$$\ddot{q}_j = a_{I,j}^{-1} [-\mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j (\mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \boldsymbol{\eta}_j) + \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{s}_j + \mathbf{g}_j], \quad (2.1.5)$$

где $a_{I,j} = \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j \mathbf{P}_j^{rel}$ – обобщенная масса, приведенная к оси возможного перемещения в j – й кинематической паре.

Далее, в предположении, что \ddot{q}_j известно, с помощью подстановки (2.1.5) в (2.1.1) и результата в (2.1.3)

$$\mathbf{M}_j \{ \mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \mathbf{P}_j^{rel} \mathbf{A}_{I,j}^{-1} [-\mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j (\mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \boldsymbol{\eta}_j) + \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{s}_j + \mathbf{g}_j] \} = \mathbf{f}_j + \mathbf{s}_j$$

определяются силы и моменты, действующие на j – е тело и приводящие к такому движению

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{N}_j \mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \mathbf{n}_j, \quad (2.1.6)$$

где

$$\mathbf{N}_j = \mathbf{M}_j - \mathbf{M}_j \mathbf{P}_j^{rel} a_{I,j}^{-1} \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j = \mathbf{N}_j^T > 0,$$

$$\mathbf{n}_j = \mathbf{N}_j \boldsymbol{\eta}_j + \mathbf{M}_j \mathbf{P}_j^{rel} a_{I,j}^{-1} (\mathbf{g}_j + \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{s}_j) - \mathbf{s}_j.$$

По третьему закону Ньютона на предшествующее тело $p(j)$ со стороны j – го действует вектор сил и моментов $-\mathbf{f}_j$. Подстановка (3.6) в (3.3), но уже для тела $p(j)$ позволяет исключить из рассмотрения j – е тело, сделав $p(j)$ – е новым терминальным

$$(\mathbf{M}_{p(j)} + \mathbf{B}_j^T \mathbf{N}_j \mathbf{B}_j) \mathbf{a}_{p(j)} = \mathbf{f}_{p(j)} + \mathbf{s}_{p(j)} - \mathbf{B}_j^T \mathbf{n}_j.$$

Окончательно рекуррентные уравнения динамики реализуются в виде соотношений для обратного (от терминальных тел к корневому) рекуррентного процесса, в которых инерция, силы и моменты последующих тел приводятся к очередному j -му и ему предшествующему $p(j)$ -му,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_j^* &= \mathbf{M}_j + \sum_{k \in S_j} \Delta \mathbf{M}_k, & \mathbf{s}_j^* &= \mathbf{s}_j + \sum_{k \in S_i} \Delta \mathbf{s}_k, \\ a_{I,j} &= \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j^* \mathbf{P}_j^{rel}, \\ \mathbf{N}_j &= \mathbf{M}_j^* - \mathbf{M}_j^* \mathbf{P}_j^{rel} a_{I,j}^{-1} \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{M}_j^*, \\ \mathbf{n}_j &= \mathbf{N}_j \boldsymbol{\eta}_j + \mathbf{M}_j^* \mathbf{P}_j^{rel} a_{I,j}^{-1} (\mathbf{g}_j + \mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{s}_j^*) - \mathbf{s}_j^*, \\ \Delta \mathbf{M}_{p(j)} &= \Delta \mathbf{M}_{p(j)} + \mathbf{B}_j^T \mathbf{N}_j \mathbf{B}_j, & \Delta \mathbf{s}_{p(j)} &= \Delta \mathbf{s}_{p(j)} - \mathbf{B}_j^T \mathbf{n}_j \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

и соотношений для прямого (от корневого тела к терминальному) рекуррентного процесса расчета ускорений j -го тела

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_j^* &= \mathbf{B}_j \mathbf{a}_{p(j)} + \boldsymbol{\eta}_j, \\ \ddot{\mathbf{q}}_j &= a_{I,j}^{-1} [\mathbf{P}_j^{rel T} (-\mathbf{M}_j^* \mathbf{B}_j \mathbf{a}_j^* + \mathbf{s}_j^*) + \mathbf{g}_j], \\ \mathbf{a}_j &= \mathbf{a}_j^* + \mathbf{P}_j^{rel} \ddot{\mathbf{q}}_j. \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

2.2 Алгоритм составного тела (CRBA) для простой кинематической цепи

Уравнения прямой задачи динамики в замкнутой форме для простой КЦ N тел могут быть записаны в виде, соответствующем решению обратной задачи динамики

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \quad (2.2.1)$$

или построчно

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \dots \\ \ddot{q}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \\ b_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \\ \dots \\ b_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \end{bmatrix}, \quad (2.2.2)$$

где \mathbf{q} – вектор обобщенных координат (шарнирных переменных), $\mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E$ – блочные векторы внешних сил и моментов; $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ – матрица обобщенной инерции; $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E)$ – вектор обобщенных сил.

Если предположить, что внешние силы и моменты, действующие на механическую систему, обобщенные скорости и все обобщенные ускорения, кроме k -го, равны нулю, т.е.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \mathbf{F}^E = \mathbf{0}, \mathbf{M}^E = \mathbf{0}, \ddot{q}_k = 1, \ddot{q}_i = 0, i \neq k,$$

то из (2.2.1) и (2.2.2) следует, что вектор \mathbf{u} равен k -му столбцу матрицы $\mathbf{A}(\mathbf{q})$.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1k} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2k} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{Nk} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_k = 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ \dots \\ a_{Nk} \end{bmatrix}. \quad (2.2.3)$$

Такое предположение означает, что все тела, следующие в структуре МС после k -го шарнира с переменной \ddot{q}_k , движутся как одно составное тело с единичным ускорением $\ddot{q}_k = 1$ в k -м шарнире МС. Это определило название алгоритма. Управление в k -м шарнире должно компенсировать силу и момент инерции, обусловленные единичным ускорением \ddot{q}_k . В соответствии с (2.2.3) каждый столбец матрицы инерции может быть определен с помощью рекуррентного алгоритма решения обратной задачи динамики.

Если предположить, что $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$, а все q_i и \dot{q}_i принимают свои фактические значения, то из (2.2.2) вектор $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E)$ правой части уравнений может быть рассчитан с помощью однократного решения обратной задачи динамики.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \\ b_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \\ \dots \\ b_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}^E, \mathbf{M}^E) \end{bmatrix}. \quad (2.2.4)$$

Рекуррентное уравнение решения обратной задачи динамики [223] представляет собой систему прямых (от первого тела к последнему) и обратных (от последнего тела к первому) рекуррентных соотношений. Прямые соотношения позволяют вычислить скорости, ускорения, силы и моменты инерции каждого тела. Обратные соотношения определяют суммарные инерционные и активные силы и моменты, действующие на каждое тело, начиная от последнего к корневому, и проекции этих сил и моментов на оси относительного движения в шарнирах (управляющие воздействия, необходимые для реализации движения с заданными скоростями и ускорениями). С учетом обозначений, введенных в главе 2 и в п. 3.1, рекуррентный алгоритм решения обратной задачи динамики для простой КЦ N тел может быть записан в виде следующего псевдокода

```

for  $j=1$  to  $N$  do // прямые рекуррентные соотношения
     $\mathbf{v}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{v}_{j-1} + \mathbf{P}_j \dot{\mathbf{q}}_j$ 
     $\mathbf{a}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{a}_j + \mathbf{P}_j \ddot{\mathbf{q}}_j + \boldsymbol{\eta}_j$ 
     $\mathbf{f}_j^J = \mathbf{I}_j \mathbf{a}_j + \mathbf{s}_j$ 
end
for  $j=N$  to  $1$  do // обратные рекуррентные соотношения
     $\mathbf{u}_j = \mathbf{P}_i^T \mathbf{f}_i^J$ 
    if  $j \geq 1$  then  $\mathbf{f}_{j-1}^J = \mathbf{f}_{j-1}^J + \mathbf{B}_j^T \mathbf{f}_i^J$ 
end

```

В СтМ на тела простой КЦ, которая является зависимой, внешние (контактные) силы и моменты не действуют. Для нее решение обратной задачи динамики определяется только инерционными и внутренними активными силами и моментами. С учетом этого алгоритмы вычисления элементов обобщенной матрицы инерции может быть записано в виде следующего псевдокода.

```

for  $j = 1$  to  $N$  do // цикл по столбцам матрицы инерции
     $\mathbf{a}_j^l = \mathbf{P}_j^{rel}$  // ( $\ddot{q}_j = 1$ )
     $\mathbf{f}_j^l = \mathbf{M}_j \mathbf{a}_j^l$  // сила и момент инерции очередного тела
    for  $i = j + 1$  to  $N$  do // прямой цикл по элементам столбца
         $\mathbf{a}_i^l = \mathbf{B}_i \mathbf{a}_{i-1}^l$  // ускорение последующего тела
         $\mathbf{f}_i^l = \mathbf{M}_i \mathbf{a}_i^l, i > j + 1$ 
    end // конец прямого цикла по элементам столбца
    for  $i = N$  to  $j$  do // обратный. цикл по элементам столбца
         $\mathbf{A}_{i,j} = u_i = \mathbf{P}_i^{rel T} \mathbf{f}_i^l$  // элемент матрицы инерции
        if  $i > j$  then  $\mathbf{f}_{i-1}^l = \mathbf{f}_{i-1}^l + \mathbf{B}_i^T \mathbf{f}_i^l$ 
    end // конец обратного цикла по элементам столбца
end // конец цикла по столбцам матрицы инерции (2.2.5)

```

При вычислении вектора $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ обобщенных инерционных сил можно учесть переносное ускорение \mathbf{a}_0^n основания КЦ (стыковочного механизма), обусловленное угловыми скоростями активного КА. Алгоритм вычисления может быть записан в виде следующего псевдокода.

```

for  $j = 1$  to  $N$  do // прямой цикл
     $\mathbf{a}_j^n = \mathbf{B}_j \mathbf{a}_{j-1}^n + \boldsymbol{\eta}_j$  // нелинейное ускорение
     $\mathbf{f}_j^n = \mathbf{M}_j \mathbf{a}_j^n - \mathbf{s}_j$  // сумма инерционных сил
end
for  $j = N$  to  $1$  do // обратный цикл
     $\mathbf{b}_j = -u_j = -\mathbf{P}_j^{rel T} \mathbf{f}_j^n$  // знак обратный управлению
    if  $j > 1$  then  $\mathbf{f}_{j-1}^n = \mathbf{f}_{j-1}^n + \mathbf{B}_j^T \mathbf{f}_j^n$ 
end (2.2.6)

```

Внутренние активные силы и моменты, создаваемые в шарнирах, будут добавлены при векторно-матричной записи алгоритма.

Шарниры с несколькими степенями подвижности представляются последовательностью простейших введением фиктивных тел с нулевыми размерами и инерцией. Единичные ускорения в них необходимо задавать для каждой из них поочередно. В противном случае рассчитанное управление будет суммой двух или более столбцов матрицы обобщенной инерции, и выделить каждый из них будет невозможно.

2.3 Алгоритм расчета динамики периферийных СтМ

Динамика стыковочного кольца (узлового тела) периферийных СтМ относительно основания описывается уравнениями

$$\mathbf{M}_R \dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{s}_R, \quad (2.3.1)$$

где $\mathbf{M}_R = \text{diag} [m_R \mathbf{1}_3, \mathbf{I}_R]$ – (6×6) – матрица инерции; $\dot{\mathbf{u}}_R = [\dot{\mathbf{v}}_R^T, \dot{\boldsymbol{\omega}}_R^T]^T$ – (6×1) – вектор ускорений и квазиускорений; $\mathbf{s}_R = [\mathbf{f}_R^{ET}, (\mathbf{m}_R^E - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_R (\mathbf{I}_R \boldsymbol{\omega}_R))^T]^T$ – вектор внешних контактных и инерционных сил и моментов в декартовой СК.

УД преобразованной МС без учета УС контуров могут быть представлены в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^{(d)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_R \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_R \\ \mathbf{b}^{(d)} \end{bmatrix}, \quad (2.3.2)$$

где $\mathbf{A}^{(d)} = \text{diag} [\mathbf{A}_k^{(d)}]$ – блочная $(6n_k \times 6n_k)$ – матрица и $\mathbf{b}^{(d)} = [\mathbf{b}_k^{(d)T}]^T$ – блочный $(6n_k \times 1)$ – вектор обобщенных сил; $\mathbf{A}_k^{(d)}$, $\mathbf{b}_k^{(d)}$ – матрица обобщенной инерции и вектор обобщенных сил k -й периферийной кинематической цепи; $\ddot{\mathbf{p}} = [\ddot{\mathbf{p}}_1^T, \dots, \ddot{\mathbf{p}}_6^T]^T$ – вектор зависимых шарнирных ускорений.

Матрицы $\mathbf{A}_k^{(d)}$ и векторы $\mathbf{b}_k^{(d)}$ вычисляются по алгоритму составного тела (3.12), (3.13), в котором соотношения для поступательного и углового движения тел записаны отдельно в векторно-матричной форме.

Элементы $\mathbf{b}_k^{(d)}$ вычисляются в предположении, что ускорения во всех шарнирах равны нулю, а скорости и координаты принимают свои фактические значения. Сначала по прямым рекуррентным соотношениям ($j = \overline{1, n_k}$) вычисляются скорости, нелинейно зависящие от них составляющие поступательных $\mathbf{w}_{j,k}$ и угловых $\boldsymbol{\varepsilon}_{j,k}$ ускорений тел и обусловленные ими инерционные силы и моменты $\mathbf{f}_{j,k}^{I,n}$ и $\mathbf{m}_{j,k}^{I,n}$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\beta}_{j,k} &= \boldsymbol{\alpha}_{j,k} \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}^J, \quad \mathbf{r}_{j-1,k} = \mathbf{l}_{j-1,k}^J + \boldsymbol{\gamma}_{j-1,k}^{JT} \mathbf{t}_j^{rel}, \\
\mathbf{v}_{j,k}^{rel} &= \hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} \dot{\mathbf{p}}(i), \quad \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel} = \hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} \dot{\mathbf{p}}(j), \\
\boldsymbol{\omega}_{j-1,k}^{(j)} &= \boldsymbol{\beta}_{j,k} \boldsymbol{\omega}_{j-1,k}, \quad \boldsymbol{\omega}_{j,k} = \boldsymbol{\omega}_{j-1,k}^{(j)} + \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel}, \\
\mathbf{w}_{j,k} &= \boldsymbol{\beta}_{j,k} (\mathbf{w}_{j-1,k} + (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{j-1,k} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}) \mathbf{r}_{j-1,j,k}) + 2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^{(j)} \mathbf{v}_{j,k}^{rel}, \\
\boldsymbol{\varepsilon}_{j,k} &= \boldsymbol{\beta}_{j,k} \boldsymbol{\varepsilon}_{j-1,k} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^{(j)} \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel}, \\
\mathbf{f}_{j,k}^{I,n} &= -m_{j,k} \mathbf{w}_{j,k} - (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{j,k} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}) \mathbf{c}_{j,k}^c, \quad \mathbf{f}_{j,k}^{n,0} = \mathbf{f}_{j,k}^{I,n}, \\
\mathbf{m}_{j,k}^{I,n} &= -\mathbf{I}_{j,k} \boldsymbol{\varepsilon}_{j,k} - \tilde{\mathbf{c}}_{j,k}^c \mathbf{w}_{j,k} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} (\mathbf{I}_{j,k} \boldsymbol{\omega}_{j,k}), \quad \mathbf{m}_{j,k}^{n,0} = \mathbf{m}_{j,k}^{I,n}. \quad (2.3.3)
\end{aligned}$$

Векторы $\mathbf{r}_{0,1,k} = \mathbf{r}_{CD,s}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,k}$, $\mathbf{w}_{0,k}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{0,k}$ определяются далее в главе 4. Векторы $\mathbf{f}_{j,k}^{n,0}$ и $\mathbf{m}_{j,k}^{n,0}$ используются далее при расчете сил и моментов, действующих на основание стыковочного механизма.

После этого по обратным рекуррентным соотношениям ($j = \overline{n_k, 1}$) вычисляются элементы вектора $\mathbf{b}_k^{(d)}$ с добавлением внутренних активных силы $f_{j,k}^J$ или момента $m_{j,k}^J$, действующих вдоль оси шарнира

$$\mathbf{b}_k^{(d)}(j) = \begin{cases} \hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel T} \mathbf{f}_{j,k}^{I,n} + f_{j,k}^J, & r_{j,k}^J = 0 \\ \hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel T} \mathbf{m}_{j,k}^{I,n} + m_{j,k}^J, & r_{j,k}^J = 1 \end{cases},$$

а также инерционные силы и моменты, приведенные к предшествующему телу периферийной кинематической цепи (при $j > 1$)

$$\mathbf{f}_{j,k}^{I,n(j-1)} = \boldsymbol{\beta}_{j,k}^T \mathbf{f}_{j,k}^{I,n},$$

$$\mathbf{f}_{j-1,k}^{I,n} = \mathbf{f}_{j-1,k}^{I,n} + \mathbf{f}_{j,k}^{I,n(j-1)}, \quad \mathbf{m}_{j-1,k}^{I,n} = \mathbf{m}_{j-1,k}^{I,n} + \boldsymbol{\beta}_{j,k}^T \mathbf{m}_{j,k}^{I,n} + \tilde{\mathbf{r}}_{j-1,j,k} \mathbf{f}_{j,k}^{I,n(j-1)}.$$

При расчете элементов j -го ($j = \overline{1, n_k}$) столбца матрицы $\mathbf{A}_k^{(d)}$ предполагается, что $\ddot{\mathbf{p}}_k(j) = 1$ и $\ddot{\mathbf{p}}_k(i) = 0$ при $i \neq j$ и $\dot{\mathbf{p}}_k = \mathbf{0}$. С учетом этого определяются абсолютные ускорения $\dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l$, векторы инерционных силы $\mathbf{f}_{j,k}^{I,l}$ и момента $\mathbf{m}_{j,k}^{I,l}$ тела $B_{j,k}$

$$\dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l = \hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} \dot{\mathbf{p}}_k(j), \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l = \hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} \dot{\mathbf{p}}_k(j),$$

$$\mathbf{f}_{j,k}^{I,l} = m_{j,k} \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l \mathbf{c}_{j,k}^c, \quad \mathbf{m}_{j,k}^{I,l} = \mathbf{I}_{j,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l + \tilde{\mathbf{c}}_{j,k}^c \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l,$$

где $\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} = \partial \mathbf{v}_{j,k}^{rel} / \partial \dot{\mathbf{p}}_k(j)$ и $\hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} = \partial \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel} / \partial \dot{\mathbf{p}}_k(j)$ — (3×1) — матрицы парциальных скоростей; для поступательного ($r_{j,k}^J = 0$) шарнира $\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel}(i) \in \{0, 1\}$, $\hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} = \mathbf{0}$, для вращательного ($r_{j,k}^J = 1$) — $\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel}(i) \in \{0, 1\}$; $\mathbf{c}_{j,k}^c = m_{j,k} \mathbf{d}_{j,k}^c$ — постоянный вектор.

Далее по прямым рекуррентным соотношениям ($i = \overline{j+1, n_k}$) вычисляются обусловленные предполагаемым движением тела $B_{j,k}$ векторы поступательных $\dot{\mathbf{v}}_{i,k}^l$ и угловых $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i,k}^l$ ускорений, силы $\mathbf{f}_{i,k}^{I,l}$ и моменты $\mathbf{m}_{i,k}^{I,l}$ инерции всех последующих тел периферийной кинематической цепи.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_{i,k}^l &= \boldsymbol{\beta}_{i,k} (\dot{\mathbf{v}}_{i-1,k}^l + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i-1,k}^l \mathbf{r}_{i-1,i,k}), & \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i,k}^l &= \boldsymbol{\beta}_{i,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1,k}^l, \\ \mathbf{f}_{i,k}^{I,l} &= m_{i,k} \dot{\mathbf{v}}_{i,k}^l + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i,k}^l \mathbf{c}_{i,k}^c, & \mathbf{m}_{i,k}^{I,l} &= \mathbf{I}_{i,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i,k}^l + \tilde{\mathbf{c}}_{i,k}^c \dot{\mathbf{v}}_{i,k}^l. \end{aligned}$$

После этого по обратным рекуррентным соотношениям ($i = \overline{n_k, j}$) вычисляются элементы j -го столбца матрицы $\mathbf{A}_k^{(d)}$ как проекции на ось i -го шарнира инерционных сил и моментов i -го и всех последующих тел КЦ

$$\mathbf{A}_k^{(d)}(i, j) = \begin{cases} \hat{\mathbf{T}}_{i,k}^{rel T} \mathbf{f}_{i,k}^{I,l}, & r_{i,k}^J = 0 \\ \hat{\mathbf{R}}_{i,k}^{rel T} \mathbf{m}_{i,k}^{I,l}, & r_{i,k}^J = 1 \end{cases}$$

а также инерционные силы и моменты, приведенные к предшествующему телу периферийной кинематической цепи (при $i > j$)

$$\mathbf{f}_{i,k}^{I,l(j-1)} = \boldsymbol{\beta}_{i,k}^T \mathbf{f}_{i,k}^{I,l},$$

$$\mathbf{f}_{i-1,k}^{I,l} = \mathbf{f}_{i-1,k}^{I,l} + \mathbf{f}_{i,k}^{I,l(j-1)},$$

$$\mathbf{m}_{i-1,k}^{I,l} = \mathbf{m}_{i-1,k}^{I,l} + \boldsymbol{\beta}_{i,k}^T \mathbf{m}_{i,k}^{I,l} + \tilde{\mathbf{r}}_{i-1,i,k} \mathbf{f}_{i,k}^{I,l(i-1)}.$$

После расчета матриц $\mathbf{A}_k^{(d)}$ и векторов $\mathbf{b}_k^{(d)}$ для всех периферийных кинематических цепей выполняется редукция уравнений (2.3.2) в соответствии с методом разделения переменных в уравнениях контурных связей относительно ускорений [126]. Так как эти цепи не имеют общих тел и шарнирных переменных, то далее этот метод применяется к каждой из них отдельно.

Вектор ускорений управляемого тела и k -й периферийной кинематической цепи с учетом (1.3.6) выражается только через независимые переменные

$$\ddot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_C \\ \ddot{\mathbf{p}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_6 \\ \mathbf{H}_k \end{bmatrix} \mathbf{u}_C + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_k \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{H,k} \mathbf{u}_C + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_k \end{bmatrix}$$

и подставляется в уравнения динамики (2.3.2) преобразованной механической системы с множителями Лагранжа

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_k^{(d)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_R \\ \ddot{\mathbf{p}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_k^{(i)T} \\ \mathbf{C}_k^{(d)T} \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_R \\ \mathbf{b}_k^{(d)} \end{bmatrix}.$$

Новая система $6 + n_k$ уравнений

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_R \\ \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_R + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_k^{(i)T} \\ \mathbf{C}_k^{(d)T} \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_R \\ \mathbf{b}_k^{(d)} \end{bmatrix}$$

проецируется на единичные векторы независимых возможных перемещений механической системы, то есть умножается на матрицу $\mathbf{C}_{H,k}^T = [\mathbf{1}_{n_j} \quad \mathbf{H}_k^T]$

$$[\mathbf{1}_{n_j} \quad \mathbf{H}_k^T] \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{M}_R \\ \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_R + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_k^{(i)T} \\ \mathbf{C}_k^{(d)T} \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_R \\ \mathbf{b}_k^{(d)} \end{bmatrix} \right\}.$$

В полученном результате

$$(\mathbf{M}_R + \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k) \dot{\mathbf{u}}_R + \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k + (\mathbf{C}_k^{(i)T} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{C}_k^{(d)T}) \boldsymbol{\lambda}_k = \mathbf{s}_R + \mathbf{H}_k^T \mathbf{b}_k^{(d)}$$

вследствие того, что

$$\mathbf{C}_k^{(i)T} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{C}_k^{(d)T} = \mathbf{C}_k^{(i)T} - [\mathbf{C}_k^{(d)-1} \mathbf{C}_k^{(i)}]^T \mathbf{C}_k^{(d)T} = \mathbf{C}_k^{(i)T} - [\mathbf{C}_k^{(d)} \mathbf{C}_k^{(d)-1} \mathbf{C}_k^{(i)}]^T = \mathbf{0}$$

исключается вектор неопределенных множителей Лагранжа

$$(\mathbf{M}_R + \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k) \dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{s}_R + \mathbf{H}_k^T (\mathbf{b}_k^{(d)} - \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k).$$

Окончательно редуцированная система уравнений динамики параллельного манипулятора с шестью степенями свободы записывается в виде

$$\mathbf{A}_R^* \dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{b}_R^*,$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R^* &= \mathbf{M}_R + \sum_{k=1}^6 \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k, \\ \mathbf{b}_R^* &= \mathbf{s}_R + \sum_{k=1}^6 \mathbf{H}_k^T (\mathbf{b}_k - \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k), \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

\mathbf{A}_R^* – (6×6) – обобщенная матрица инерции, \mathbf{b}_R^* – (6×1) – вектор обобщенных сил.

2.4 Алгоритм вычисления сил и моментов, действующих в основании периферийных СтМ

Уравнения динамики в замкнутой форме не позволяют определить силы и моменты, действующие на АКА в основании k -й зависимой КЦ. Для их расчета предлагается использовать рекуррентный алгоритм, использующий уже ранее вычисленные в (2.3.3) векторы $\mathbf{f}_{j,k}^{n,0}$ и $\mathbf{m}_{j,k}^{n,0}$ и основанный на следующих соотношениях.

Условия равновесия сил и моментов, действующих на тело $B_{k,j}$, имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^R + \mathbf{f}_{j,k}^J + \mathbf{f}_{j,k}^{S(j)} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{m}_{j,k}^I + \mathbf{m}_{j,k}^R + \mathbf{m}_{j,k}^J + \mathbf{m}_{j,k}^{S(j)} &= \mathbf{0}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{f}_{j,k}^I, \mathbf{m}_{j,k}^I$ – сила инерции и момент сил инерции, действующие на тело;

$\mathbf{f}_{j,k}^R, \mathbf{m}_{j,k}^R$ – сила и момент реакции в j -м шарнире k -й кинематической цепи;

$\mathbf{f}_{j,k}^J, \mathbf{m}_{j,k}^J$ – внутренние активные сила и момент, создаваемые в этом шарнире устройствами демпфирования или приводами; $\mathbf{f}_{j,k}^S, \mathbf{m}_{j,k}^S$ – суммарные сила и момент, действующие со стороны всех последующих тел и выраженные в системе координат тела $B_{k,j}$.

Относительное движение в шарнире $J_{k,j}$ осуществляется вдоль i –й оси ($i \in \overline{1,3}$) с единичным вектором $\mathbf{e}_{j,k}^i$. Для поступательного шарнира ($r_{j,k}^J = 0$) $\mathbf{e}_{j,k}^i = \hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} = \partial \mathbf{v}_{j,k}^{rel} / \partial p_{j,k}$. Проекция на этот вектор условий равновесия сил, действующих на тело $B_{j,k}$, исключает силу реакции

$$\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{relT} (\mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^{S(j)}) + f_{j,k}^J = \mathbf{0},$$

то есть на тело вдоль $\mathbf{e}_{j,k}^i$ со стороны шарнира действует внутренняя активная сила f_j^J , преодолевающая силу его инерции и силу от последующих тел. Проекция этого же условия равновесия на оси $\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 1}$ и $\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 2} \mathbf{e}_{j,k\oplus 2}$ (\oplus означает циклическую подстановку следующих за номером i значений из множества $\overline{1,3}$) определяются соответствующие компоненты реакции

$$\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 1T} \mathbf{f}_{j,k}^R = -\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 1T} (\mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^{S(j)}), \quad \mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 2T} \mathbf{f}_{j,k}^R = -\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 2T} (\mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^S).$$

Суммарный вектор силы, действующей через шарнир на предшествующее тело и выраженный в системе координат $\mathbf{x}_{j,k} \mathbf{y}_{j,k} \mathbf{z}_{j,k} = \mathbf{e}_{j,k}^1 \mathbf{e}_{j,k}^2 \mathbf{e}_{j,k}^3$ очередного тела, равен

$$\mathbf{f}_{j-1,k}^{S(j)} = -\hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} f_{j,k}^J + \mathbf{N}_{j,k}^R (\mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^S),$$

где

$$\mathbf{N}_{j,k}^R = (\mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 1} \mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 1T} + \mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 2} \mathbf{e}_{j,k}^{i\oplus 2T})$$

– постоянная диагональная (3×3) –матрица, у которой i –й диагональный элемент равен нулю, а остальные равны 1.

Так как $\mathbf{m}_{j,k}^J = \mathbf{0}$, то момент реакции, действующий на тело $B_{j,k}$, равен $\mathbf{m}_{j,k}^R = -(\mathbf{m}_{j,k}^I + \mathbf{m}_{j,k}^S)$. На предшествующее тело через шарнир действует момент, выраженный в системе координат очередного тела $\mathbf{m}_{j-1,k}^{S(j)} = \mathbf{m}_{j,k}^I + \mathbf{m}_{j,k}^S$.

Аналогично во вращательном шарнире ($r_{j,k}^J = 1$) $\mathbf{e}_{j,k}^i = \hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} = \partial \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel} / \partial p_{j,k}$ и на предшествующее тело через шарнир действуют сила и момент

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{j-1,k}^{S(j)} &= \mathbf{f}_{j,k}^I + \mathbf{f}_{j,k}^S, \\ \mathbf{m}_{j-1,k}^{S(j)} &= -\hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} \mathbf{m}_{j,k}^J + \mathbf{N}_{j,k}^R (\mathbf{m}_{j,k}^I + \mathbf{m}_{j,k}^S).\end{aligned}$$

Сила $\mathbf{f}_{j-1,k}^S$ и момент $\mathbf{m}_{j-1,k}^S$, выраженные в системе координат предшествующего тела $B_{j-1,k}$, равны

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{j-1,k}^S &= \boldsymbol{\beta}_{j,k}^T \mathbf{f}_{j-1,k}^{S(j)}, \\ \mathbf{m}_{j-1,k}^S &= \boldsymbol{\beta}_{j,k}^T \mathbf{m}_{j-1,k}^{S(j)} + \tilde{\mathbf{r}}_{j-1,j,k} \mathbf{f}_{j-1,k}^S.\end{aligned}$$

Вычисление сил и моментов, действующих на основание механической системы в центре первого шарнира k -й периферийной кинематической цепи реализуется в ходе прямого и обратного рекуррентного процессов. В первом, прямом по известным шарнирным ускорениям вычисляются суммарные векторы инерционных и активных сил и моментов, действующих на каждое тело. При этом используются векторы $\mathbf{f}_{j,k}^{n,0}$ и $\mathbf{m}_{j,k}^{n,0}$, определенные при вычислении вектора \mathbf{b}_k обобщенных сил. Для $j = \overline{1, n_k}$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}_{j,k}^{rel} &= \hat{\mathbf{T}}_{j,k}^{rel} \ddot{p}_{j,k}, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^{rel} = \hat{\mathbf{R}}_{j,k}^{rel} \ddot{p}_{j,k}, \\ \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l &= \boldsymbol{\beta}_{j,k} (\dot{\mathbf{v}}_{j-1,k}^l - \tilde{\mathbf{r}}_{j-1,j,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^l) + \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^{rel}, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l &= \boldsymbol{\beta}_{j,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j-1,k}^l + \boldsymbol{\omega}_{j,k}^{rel}, \\ \mathbf{f}_{j,k}^I &= -m_{j,k} \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l - \tilde{\mathbf{c}}_{j,k}^{cT} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l + \mathbf{f}_{j,k}^{n,0}, \\ \mathbf{m}_{j,k}^I &= -\tilde{\mathbf{c}}_{j,k}^c \dot{\mathbf{v}}_{j,k}^l - \mathbf{I}_{j,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j,k}^l + \mathbf{m}_{j,k}^{n,0}.\end{aligned}$$

Во втором, обратном рекуррентном процессе вычисляются силы и моменты, действующие на все предшествующие тела и в итоге на основание механизма.

Для $j = \overline{n_k, 1}$ при $\mathbf{f}_{n_k, k}^S = \mathbf{0}$, $\mathbf{m}_{n_k, k}^S = \mathbf{0}$

$$\mathbf{f}_{j-1, k}^{S(j)} = \begin{cases} -\hat{\mathbf{T}}_{j, k}^{rel} f_{j, k}^J + \mathbf{N}_{j, k}^R (\mathbf{f}_{j, k}^I + \mathbf{f}_{j, k}^S), & r_{j, k}^J = 0 \\ \mathbf{f}_{j, k}^I + \mathbf{f}_{j, k}^S, & r_{j, k}^J = 1 \end{cases},$$

$$\mathbf{m}_{j-1, k}^{S(j)} = \begin{cases} \mathbf{m}_{j, k}^I + \mathbf{m}_{j, k}^S, & r_{j, k}^J = 0 \\ -\hat{\mathbf{R}}_{j, k}^{rel} m_{j, k}^J + \mathbf{N}_{j, k}^R (\mathbf{m}_{j, k}^I + \mathbf{m}_{j, k}^S), & r_{j, k}^J = 1 \end{cases},$$

$$\mathbf{f}_{j-1, k}^S = \boldsymbol{\beta}_{j, k}^T \mathbf{f}_{j-1, k}^{S(j)},$$

$$\mathbf{m}_{j-1, k}^S = \boldsymbol{\beta}_{j, k}^T \mathbf{m}_{j-1, k}^{S(j)} + \tilde{\mathbf{r}}_{j-1, j, k} \mathbf{f}_{j-1, k}^S.$$

Суммарные сила и момент, действующие на основание периферийного СтМ и выраженные в системе координат $\mathbf{x}_0 \mathbf{y}_0 \mathbf{z}_0$, равны

$$\mathbf{f}_0^S = \sum_{k=1}^6 \mathbf{f}_{0, k}^S, \quad \mathbf{m}_0^S = \sum_{k=1}^6 \mathbf{m}_{0, k}^S.$$

Они определяют движение активного космического аппарата наряду с силами и моментами его системы управления.

2.5 Комбинированный алгоритм расчета динамики СтМ центрального типа

Стыковочные механизмы центрального типа имеют центральную независимую КЦ, которая может иметь структуру дерева. Ее первое, узловое тело (качающийся корпус) связан с основанием СтМ и с K зависимыми простыми КЦ с устройствами демпфирования. Уравнения динамики качающегося корпуса являются уравнениями Эйлера, которые по аналогии с (2.3.1) могут быть записаны в виде

$$\mathbf{I}_N \dot{\boldsymbol{\omega}}_N = \mathbf{m}_N,$$

где \mathbf{I}_N – тензор инерции; $\dot{\boldsymbol{\omega}}_N$ – вектор угловой скорости; $\mathbf{m}_N = \mathbf{m}_N^E - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_N (\mathbf{I}_N \boldsymbol{\omega}_N)$

- момент внешних и инерционных сил.

Уравнения динамики k -й зависимой КЦ с числом тел n_k записываются в замкнутой форме. При этом элементы матрицы обобщенной инерции $\mathbf{A}_k^{(d)}$ и вектора $\mathbf{b}_k^{(d)}$ обобщенных сил вычисляются по алгоритму составного тела также как и для периферийного СтМ. В результате применения метода разделения переменных [126] аналогично (2.3.4) с использованием (1.3.5) вычисляются корректирующие значения тензора инерции качающегося корпуса $\Delta \mathbf{I}_N$ и действующего на него вектора суммарного инерционного и активного момента $\Delta \mathbf{m}_N^\Sigma$:

$$\Delta \mathbf{I}_N = \sum_{k=1}^4 \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k^{(d)} \mathbf{H}_k, \quad \Delta \mathbf{m}_N^\Sigma = \sum_{k=1}^4 \mathbf{H}_k^T (\mathbf{b}_k - \mathbf{A}_k^{(d)} \mathbf{h}_k). \quad (2.5.1)$$

После такой коррекции динамика центральной КЦ может быть рассчитана по алгоритму сочлененного тела [103]. При этом качающийся корпус является вторым телом при использовании в алгоритме только простейших шарниров.

В использовании алгоритма сочлененного тела последовательно реализуются три рекуррентных процесса. В ходе первого, от корневого к терминальным телам, вычисляется кинематика тел. Вторым выполняется обратный, то есть от терминальных к корневому телу, рекуррентный процесс приведения инерционных свойств, сил и моментов последующих тел к предшествующим. Третьим реализуется прямой рекуррентный процесс расчета обобщенных ускорений в шарнирах.

В каждой ветви древовидной структуры механической системы используется последовательно возрастающая нумерация тел и их входных шарниров, соединяющих с предшествующими телами. Предполагается, что все шарниры имеют одну поступательную или вращательную степень подвижности, поэтому номера тел, их входных шарниров и описывающих относительные перемещения обобщенных координат совпадают. Индексы последних тел ветвей образуют множество TB индексов терминальных тел. Древовидная структура механической системы описывается задаваемой в исходных данных таблицей, каждая строка которой содержит номер j очередного тела ($j \in \overline{1, TB}$) и номер $p(j)$ непосредственно ему предшествующего. В отдельной ветви в виде простой

кинематической цепи имеем $p(j) = j - 1$. Из-за возможности ветвления индексация вектора \mathbf{l}_{j-1} и матрицы $\boldsymbol{\gamma}_{j-1}$ заменяется на $\mathbf{l}_{p(j),j}$ и $\boldsymbol{\gamma}_{p(j),j}$, а индекс $j + 1$ заменяется на $j \in NB_j$, где NB_j – множество индексов тел, непосредственно следующих за телом j . Все остальные обозначения, введенные ранее в разделе 1.2, сохраняются.

Векторно-матричные соотношения **первого рекуррентного процесса** ($j = \overline{1, TB}$) вычисляют относительные положение и ориентацию, скорости и нелинейно зависящие от них составляющие поступательных и угловых ускорений очередного j – го тела кинематической цепи

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{p(j),j} &= \mathbf{l}_{p(j),j} + \boldsymbol{\gamma}_{p(j),j}^T \mathbf{t}_j, & \boldsymbol{\beta}_j &= \boldsymbol{\alpha}_j \boldsymbol{\gamma}_{p(j),j}, \\ \mathbf{v}_j^{rel} &= \mathbf{T}_j^{rel} \dot{\mathbf{q}}_j, & \boldsymbol{\omega}_j^{rel} &= \mathbf{R}_j^{rel} \dot{\mathbf{q}}_j, \\ \boldsymbol{\omega}_{p(j)}^{(j)} &= \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\omega}_{p(j)}^{(p(j))}, & \boldsymbol{\omega}_j &= \boldsymbol{\omega}_{p(j)}^{(j)} + \boldsymbol{\omega}_j^{rel}, \\ \mathbf{w}_j &= \boldsymbol{\beta}_j (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)} \mathbf{r}_{p(j),j}) + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)}^{(j)} \mathbf{v}_j^{rel}, & \boldsymbol{\varepsilon}_j &= \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)}^{(j)} \boldsymbol{\omega}_j^{rel}. \end{aligned}$$

Здесь и далее верхний индекс в круглых скобках соответствует телу, в системе координат которого выражены матрицы или векторы. Он не указывается для объектов, описывающих движение текущего j – го тела. Векторы $\mathbf{r}_{0,1,k} = \mathbf{r}_{CD,s}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,k}$, $\mathbf{w}_{0,k}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{0,k}$ определяются далее в главе 4.

Каждый шаг второго, **обратного рекуррентного процесса** ($j = \overline{TB, 1}$) начинается с учета в матрицах инерции поступательного и вращательного движений очередного j – го тела вкладов $\Delta \mathbf{M}_{tt,k}^{(j)}$, $\Delta \mathbf{M}_{tr,k}^{(j)}$, $\Delta \mathbf{M}_{rr,k}^{(j)}$ всех непосредственно следующих за ним тел ($k \in NB_j$)

$$\mathbf{M}_{tt,j}^{\Sigma} = m_j \mathbf{1}_3 + \sum_{k \in NB_j} \Delta \mathbf{M}_{tt,k}^{(j)}, \quad \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma} = \tilde{\mathbf{c}}_j^{cT} + \sum_{k \in NB_j} \Delta \mathbf{M}_{tr,k}^{(j)}, \quad \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma} = \mathbf{I}_j + \sum_{k \in NB_j} \Delta \mathbf{M}_{rr,k}^{(j)},$$

где $\mathbf{c}_j^c = m_j \mathbf{d}_j^c$; $\Delta \mathbf{M}_{tt,i}^{(p(i))} = 0$, $\Delta \mathbf{M}_{tr,i}^{(p(i))} = 0$, $\Delta \mathbf{M}_{rr,i}^{(p(i))} = 0$ для $i \in TB$.

Далее вычисляются суммарные векторы внешних активных, инерционных сил и моментов, действующие на j -е тело, а также силы и моменты от всех тел, следующих за j -м

$$\mathbf{f}_j^\Sigma = \mathbf{f}_j^E - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \mathbf{c}_j^c + \sum_{k \in NB_j} \Delta \mathbf{f}_k^{(j)}, \quad \mathbf{m}_j^\Sigma = \mathbf{m}_j^E - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j) + \sum_{k \in NB_j} \Delta \mathbf{m}_k^{(j)}.$$

В приведенном тензоре инерции и векторе суммарного момента второго тела учитывается вклад (2.5.1) зависимых КЦ цепей бокового демпфера

$$\mathbf{M}_{rr,2}^\Sigma = \mathbf{M}_{rr,2}^\Sigma + \Delta \mathbf{I}_C, \quad \mathbf{m}_2^\Sigma = \mathbf{m}_2^\Sigma + \Delta \mathbf{m}_C.$$

Матрицы \mathbf{T}_j^{rel} , \mathbf{R}_j^{rel} парциальных скоростей j -го шарнира имеют размерность (3×1) и содержат помимо нулевых только один единичный элемент: $\mathbf{T}_j^{rel}(i) = 1$ или $\mathbf{R}_j^{rel}(i) = 1$, где $i \in \overline{1,3}$ – индекс оси относительного движения. Поэтому масса (для поступательного) или момент инерции (для вращательного) текущего и всех последующих за ним тел, приведенные к этой оси, равны

$$m_j^* = \mathbf{T}_j^{relT} \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma \mathbf{T}_j^{rel} = \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma(i,i), \quad I_j^* = \mathbf{R}_j^{relT} \mathbf{M}_{rr,j}^\Sigma \mathbf{R}_j^{rel} = \mathbf{M}_{rr,j}^\Sigma(i,i). \quad (2.5.2)$$

Внутренняя активная сила $f_{J,j}$ или момент $m_{J,j}$, развиваемые вдоль оси относительного движения в j -м шарнире, противодействуют не всем компонентам суммарной инерции, приведенной к очередному j -му телу. Соответственно вычисляются матрицы инерции этого тела с компонентами, которым не противодействуют внутренние активные силы и моменты в j -м и последующих за ним шарнирах. Для поступательного шарнира ($r_j^J = 0$) они определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{u,j} &= \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma - \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma \mathbf{D}_{t,j} \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma, \\ \mathbf{N}_{tr,j} &= \mathbf{M}_{tr,j}^\Sigma - \mathbf{M}_{u,j}^\Sigma \mathbf{D}_{t,j} \mathbf{M}_{tr,j}^\Sigma, \\ \mathbf{N}_{rr,j} &= \mathbf{M}_{rr,j}^\Sigma - \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma T} \mathbf{D}_{t,j} \mathbf{M}_{tr,j}^\Sigma, \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

где $\mathbf{D}_{t,j} = \mathbf{T}_j^{rel} m_j^{*-1} \mathbf{T}_j^{relT}$ – диагональная матрица, в которой не равен нулю только i -й элемент, равный m_j^{*-1} .

Для вращательного шарнира ($r_j^J = 1$) эти матрицы вычисляются аналогично

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{tt,j} &= \mathbf{M}_{tt,j}^{\Sigma} - \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma} \mathbf{D}_{r,j} \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma T}, \\ \mathbf{N}_{tr,j} &= \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma} - \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma} \mathbf{D}_{r,j} \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma}, \\ \mathbf{N}_{rr,j} &= \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma} - \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma T} \mathbf{D}_{r,j} \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma}, \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

где $\mathbf{D}_{r,j} = \mathbf{R}_j^{rel} \mathbf{I}_j^{*-1} \mathbf{R}_j^{rel T}$ - диагональная матрица, в которой не равен нулю только i -й элемент, равный I_j^{*-1} .

Эти матрицы преобразуются в систему координат предшествующего тела $p(j)$

$$\mathbf{N}_{tt,j}^{(p(j))} = \boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{N}_{tt,j} \boldsymbol{\beta}_j, \quad \mathbf{N}_{tr,j}^{(p(j))} = \boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{N}_{tr,j} \boldsymbol{\beta}_j, \quad \mathbf{N}_{rr,j}^{(p(j))} = \boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{N}_{rr,j} \boldsymbol{\beta}_j \quad (2.5.5)$$

и определяют вклад в его инерцию

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{1R,j}^{(p(j))} &= \mathbf{N}_{tt,j}^{(p(j))} \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j}^T, & \mathbf{N}_{2R,j}^{(p(j))} &= \mathbf{N}_{tr,j}^{(p(j))T} \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j}^T, \\ \Delta \mathbf{M}_{tt,j}^{(p(j))} &= \mathbf{N}_{tt,j}^{(p(j))}, & \Delta \mathbf{M}_{tr,j}^{(p(j))} &= \mathbf{N}_{1R,j}^{(p(j))} + \mathbf{N}_{tr,j}^{(p(j))}, \\ \Delta \mathbf{M}_{rr,j}^{(p(j))} &= \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j} \mathbf{N}_{1R,j}^{(p(j))} + \mathbf{N}_{2R,j}^{(p(j))} + \mathbf{N}_{2R,j}^{(p(j))T} + \mathbf{N}_{rr,j}^{(p(j))}. \end{aligned}$$

Из условия динамического равновесия для j -го тела следует, что силы и моменты (активные и реакций), действующие на него со стороны j -го шарнира, равны взятым с обратным знаком суммам его инерционных и всех активных сил и моментов, действующих на это тело и последующие за ним. Эти силы и моменты для поступательного шарнира ($r_j^J = 0$) определяются соотношениями

$$\begin{aligned} a_{J,j}^t &= m_j^{*-1} (f_{J,j} + \mathbf{T}_j^{rel T} \mathbf{f}_j^{\Sigma}), \\ \mathbf{n}_{t,j} &= \mathbf{N}_{tt,j} \mathbf{w}_j + \mathbf{N}_{tr,j} \boldsymbol{\varepsilon}_j + \mathbf{M}_{tt,j}^{\Sigma} \mathbf{T}_j^{rel} a_{J,j}^t - \mathbf{f}_j^{\Sigma}, \\ \mathbf{n}_{r,j} &= \mathbf{N}_{tr,j}^T \mathbf{w}_j + \mathbf{N}_{rr,j} \boldsymbol{\varepsilon}_j + \mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma T} \mathbf{T}_j^{rel} a_{J,j}^t - \mathbf{m}_j^{\Sigma}, \end{aligned}$$

где $a_{J,j}^t$ - проекция абсолютного поступательного ускорения j -го тела на ось j -го поступательного шарнира.

Силы и моменты, действующие на j -е тело со стороны j -го вращательного шарнира ($r_j^J = 1$), вычисляются аналогично

$$a_{J,j}^r = I_j^{*-1} (m_{J,j} + \mathbf{R}_j^{rel T} \mathbf{m}_j^\Sigma), \quad (2.5.6)$$

$$\mathbf{n}_{t,j} = \mathbf{N}_{u,j} \mathbf{w}_j + \mathbf{N}_{tr,j} \boldsymbol{\varepsilon}_j + \mathbf{M}_{tr,j}^\Sigma \mathbf{R}_j^{rel} a_{J,j}^r - \mathbf{f}_j^\Sigma,$$

$$\mathbf{n}_{r,j} = \mathbf{N}_{tr,j}^T \mathbf{w}_j + \mathbf{N}_{rr,j} \boldsymbol{\varepsilon}_j + \mathbf{M}_{rr,j}^\Sigma \mathbf{R}_j^{rel} a_{J,j}^r - \mathbf{m}_j^\Sigma,$$

где $a_{J,j}^r$ – проекция абсолютного углового ускорения j -го тела на ось j -го вращательного шарнира.

Приведение этих сил и моментов к предшествующему телу кинематической цепи осуществляется по соотношениям

$$\Delta \mathbf{f}_j^{(p(j))} = -\boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{n}_{t,j}, \quad \Delta \mathbf{m}_j^{(p(j))} = -\boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{n}_{r,j} + \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j} \Delta \mathbf{f}_{t,j}^{(p(j))}. \quad (2.5.7)$$

Каждый шаг **второго прямого рекуррентного процесса** ($j = \overline{1, TB}$) начинается с вычисления переносных поступательного и углового ускорений очередного тела

$$\dot{\mathbf{v}}_j^{tr} = \boldsymbol{\beta}_j (\dot{\mathbf{v}}_{p(j)} + \tilde{\mathbf{r}}_{p(j),j}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)}) + \mathbf{w}_j, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{tr} = \boldsymbol{\beta}_j \dot{\boldsymbol{\omega}}_{p(j)} + \boldsymbol{\varepsilon}_j.$$

После этого относительное ускорение в j -м шарнире (обобщенное ускорение) определяется как разность спроецированных на его ось абсолютного и переносного ускорений j -го тела. Для поступательного и вращательного шарниров оно вычисляется по соотношениям

$$\begin{aligned} \ddot{q}_j &= a_{J,j}^t - m_j^{*-1} \mathbf{T}_j^{rel T} (\mathbf{M}_{u,j}^\Sigma \dot{\mathbf{v}}_j^{tr} + \mathbf{M}_{tr,j}^\Sigma \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{tr}), r_j^J = 0, \\ \ddot{q}_j &= a_{J,j}^r - I_j^{*-1} \mathbf{R}_j^{rel T} (\mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma T} \dot{\mathbf{v}}_j^{tr} + \mathbf{M}_{rr,j}^\Sigma \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{tr}), r_j^J = 1. \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Абсолютные ускорения j -го тела

$$\dot{\mathbf{v}}_j = \dot{\mathbf{v}}_j^{tr} + \mathbf{T}_j^{rel} \ddot{q}_j, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_j = \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{tr} + \mathbf{R}_j^{rel} \ddot{q}_j \quad (2.5.9)$$

используются для расчета переносных ускорений следующих за ним тел.

Соотношения (2.5.7) при $p(j) = 0$ определяют силы и моменты, действующие в основании СтМ на активный КА. Динамические характеристики всех зависимых КЦ приведены к качающемуся корпусу, то есть к телу 2 независимой вет-

ви. Поэтому, в отличие от УД периферийных механизмов, вычислять силы и моменты, действующие на основание со стороны этих цепей не требуется.

2.6 Последовательность и оптимизация вычислений

При моделировании динамики стыковки в пределах одного шага интегрирования для систем тел, соответствующих СтМ, последовательно вычисляются:

1. относительные перемещения в шарнирах зависимых КЦ – решением уравнений контурных связей для координат;
2. матрицы коэффициентов в УС для скоростей и скорости изменения зависимых шарнирных переменных;
3. коэффициенты УС относительно ускорений, нелинейно зависящие от шарнирных координат и скоростей;
4. внутренние активные силы и моменты, создаваемые устройствами демпфирования или приводами в зависимых КЦ (по известным шарнирным зависимым координатам и скоростям);
5. обобщенные матрицы инерции и векторы обобщенных сил в УД зависимых КЦ (с учетом внутренних активных сил и моментов);
6. независимые обобщенные ускорения по рекуррентному алгоритму или решением УД в замкнутой форме при известных внешних силах контактного взаимодействия;
7. силы и моменты, действующие на активный КА в основании СтМ: для механизмов центрального типа – непосредственно в рекуррентном алгоритме сочлененного тела, для периферийных СтМ – решением уравнений связей для зависимых ускорений и применением рекуррентного алгоритма расчета реакций в шарнирах для каждой зависимой КЦ.

Программный код, реализующий алгоритм составного тела для простой КЦ, верифицируется сравнением с результатами расчета матрицы обобщенной инерции и вектора обобщенных сил для этой же цепи по приведенным ниже векторно-матричным соотношениям [224], полученным из уравнений Кейна [86 - 88] при обозначениях, введенных в главе 1.

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(\mathbf{q}) &= \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} \mathbf{T}_j \\ \mathbf{R}_j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_j \mathbf{1}_3 & m_j \tilde{\mathbf{d}}_j^{cT} \\ m_j \tilde{\mathbf{d}}_j^c & \mathbf{I}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_j \\ \mathbf{R}_j \end{bmatrix} \\
\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}, \mathbf{M}) &= \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} \mathbf{T}_j \\ \mathbf{R}_j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}_j^E - m_j \mathbf{w}_j - m_j (\boldsymbol{\varepsilon}_j + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j) \mathbf{d}_j^c \\ \mathbf{m}_j^E - m_j \tilde{\mathbf{d}}_j^c \mathbf{w}_j - \mathbf{I}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j) \end{bmatrix} + \\
&+ \sum_{j=1}^{N_i} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_j^{rel(j)} \\ \mathbf{R}_j^{rel(j)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}_j^{J(j)} \\ \mathbf{m}_j^{J(j)} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Программный код, реализующий алгоритм сочлененного тела вычисления обобщенных ускорений простой КЦ, верифицируется сравнением с результатом расчета ускорений, полученным решением системы УД в замкнутой форме.

Предложенные векторно-матричные алгоритмы предназначены для расчета динамики двух классов СтМ центрального и периферийного типа. Присвоение элементам постоянных векторов и матриц значений, определяющих конструктивные и инерционные свойства звеньев, а также виды шарниров, превращает их в уравнения динамики конкретного механизма. Рассмотренные алгоритмы представляют собой рекуррентные соотношения, в которых отсутствуют повторяющиеся векторно-матричные операции, но многие векторы и матрицы содержат нулевые и единичные элементы, а некоторые состоят только из них. Дальнейшая оптимизация вычислений основана на представлении каждой матричной операции набором эквивалентных СМВ, в которых операндами являются элементы матриц-операндов и исключены избыточные скалярные операции сложения с нулями, умножения на нуль или единицу, сложения и умножения констант. Каждое такое не равное нулю или константе скалярное выражение обозначается соответствующим индексированным элементом матрицы-результата, который является операндом в последующих скалярных выражениях. Для векторно-матричных операций, в которые один и тот же вектор входит дважды, например, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} \mathbf{r}_{j-1,j,k}$ и $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} (\mathbf{I}_{j,k} \boldsymbol{\omega}_{j,k})$, могут быть использованы оптимизирующие формулы, исключая избыточные вычисления. Значительный выигрыш в быстродействии обеспечивается при отказе от использования индексированных переменных. Для этого

идентификаторы, обозначающие элементы матриц и входящие в СМВ, не должны содержать индексы не только элементов матриц, но и самих матриц. Из полного набора СМВ, эквивалентных векторно-матричным соотношениям, исключаются не влияющие на окончательный результат вычислений, вследствие их последующего умножения на ноль. Для этого с помощью обратных ссылок от результирующих СМВ к исходным отмечаются те, которые используются в вычислениях, а остальные отбрасываются. Последовательность оставшихся выражений является скалярной записью алгоритма вычислений.

Перечисленные способы оптимизации скалярных вычислений могут быть реализованы при использовании специализированной ССП. Для того чтобы в такой системе можно было запрограммировать все рекуррентные алгоритмы она должна иметь базу данных для описания структуры, свойств тел и шарниров МС, матриц и их элементов, процедуры, реализующие матричные операции, а также средства для верификации полученного исходного программного кода. Модель данных, предлагаемая для символьной реализации векторно-матричных операций и исключения избыточных вычислений, приведена в Приложении 1.

В СтМ используется только шесть различных типов структур пространственных зависимых КЦ, в каждой из которых число тел (с учетом фиктивных) не превышает четырех. В независимой КЦ СтМ центрального типа число тел (также с учетом фиктивных) не более шести. Поэтому все упомянутые выше приемы оптимизации скалярных вычислений могут быть реализованы и при «ручном» их выводе, без использования ССП.

Данная глава написана на основе публикаций [220, 221, 224 – 229].

ГЛАВА 3. КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ С ГИСТЕРЕЗИСОМ ЗВЕНЬЕВ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СтМ

3.1 Деформации элементов конструкции СтМ

Конструкция стыковочных механизмов разрабатывается в условиях жестких ограничений по массе и габаритам. Кроме того, их звенья могут выполнять одновременно несколько функций. Например, штырь с головкой СтМ центрального типа не только является буферным звеном. Внутри него размещается тяга привода механизма защелок, кабели двух типов датчиков контакта головки с приемным конусом и датчиков сцепки. Его конструкция является тонкостенной, но передает большие нагрузки. Возникающие вследствие этого деформации оказывают значительное влияние на динамический процесс стыковки. Деформируются также кинематические цепи, передающие движение от буферных звеньев к устройствам демпфирования, крышки переходных люков, на которых могут устанавливаться СтМ, а также другие элементы конструкции. Все эти деформации являются упругими и имеют следующие особенности.

1. Они имеют одну или две степени свободы относительно продольной оси деформируемого элемента. Одна степень свободы соответствует сжатию-растяжению и кручению. Двумя независимыми степенями свободы может быть приближенно описан пространственный изгиб штыря. Сферическая форма головки позволяет не учитывать распределение угла прогиба упругого стержня по его длине и использовать только два угла по тангажу и рысканию, определяющие отклонение головки от продольной оси механизма.

2. Для них характерно наличие гистерезиса, то есть сила или момент реакции неоднозначно зависят от величины деформации и определяются значением последней не только в текущий, но и в предшествующие моменты времени.

Характеристики жесткости и параметры гистерезиса для сложных конструктивных сборок СтМ чаще всего определяются экспериментально, реже на основе экспертных оценок. Например, полученные экспериментально характеристики жесткости СтМ центрального типа (в основном его штыря) при угловых

деформациях по крену (вращение головки штанги относительно продольной оси) имеют вид, приведенный на рисунке 3.1.1.

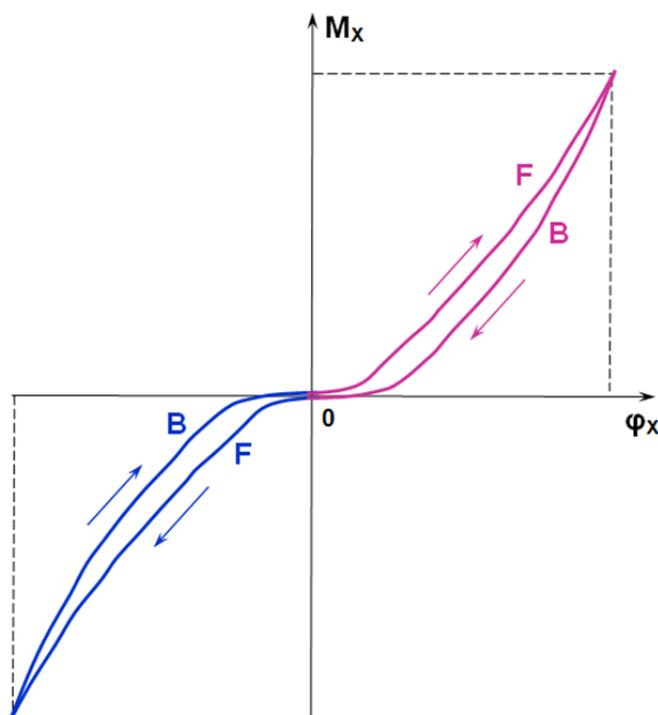


Рисунок 3.1.1. Жесткость СтМ центрального типа при его кручении

Прямая и обратная ветви гистерезиса на этих графиках отмечены буквами F и B. Направления изменения деформаций показаны стрелками. Переход между прямой и обратной ветвями гистерезиса при смене знака скорости деформации не является мгновенным, и осуществляется по переходной ветви, параметры которой зависят от текущей величины деформации.

Другим примером деформации со значительным проявлением гистерезиса является характеристика жесткости бокового демпфера СтМ центрального типа (см. рисунок 3.1.2). Сила реакции F_L на боковое поперечное смещение Δ_L головки определяется конструктивной изгибной жесткостью штыря и параметрами жесткости двух 2-ступенчатых ПМ бокового демпфера. Сами ПМ обладают незначительным гистерезисом. Поэтому идеализированная, расчетная характеристика жесткости бокового демпфера СтМ, полученная без учета деформации штанги и гистерезиса, имеет вид, показанный на рисунке 3.1.2а, экспериментально измеренная приведена на рисунке 3.1.2б.

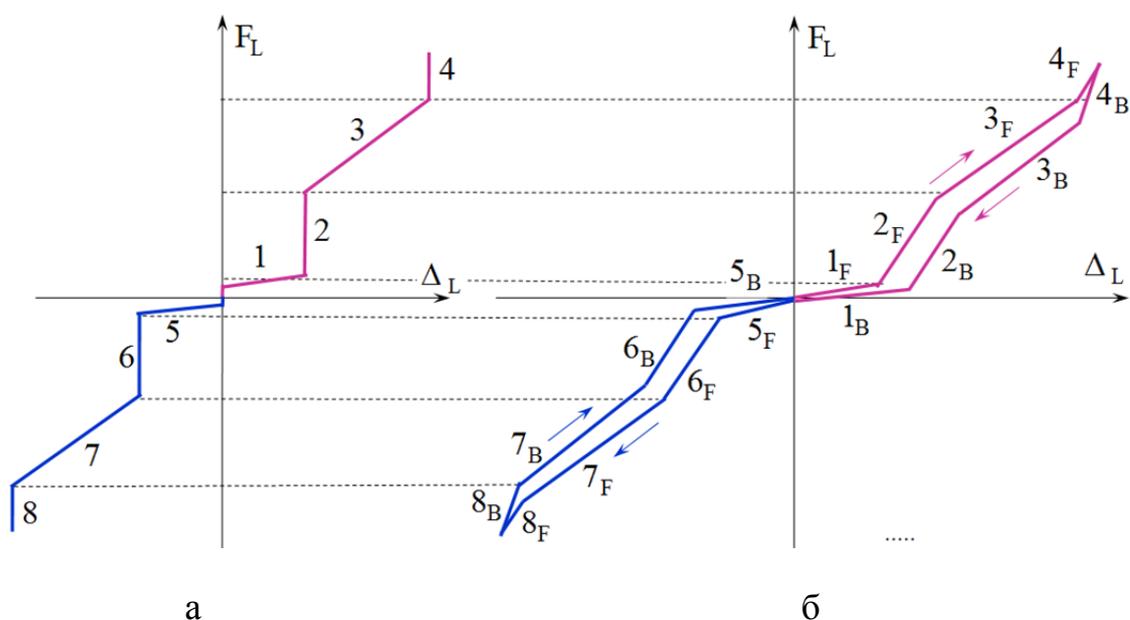


Рисунок 3.1.2. Сила реакции на боковое смещение головки СтМ центрального типа: а) расчет без учета деформаций б) экспериментальные данные

Изгибные деформации с гистерезисом штыря привели к тому, что k -му линейному участку расчетной характеристики, соответствуют два линейных участка прямой k_F и обратной k_B ветви, определяющих реальное изменение силы сопротивления бокового демпфера при поперечных смещениях головки.

Рассмотренные характеристики жесткости с гистерезисом типа «двойная петля» (по классификации [183]) отражают потери механической энергии за счет сил внутреннего конструкционного трения. Учет этих потерь позволяет адекватно отразить форму и периоды следования контактных сил на всех этапах стыковки – от первого контакта стыковочных агрегатов, до завершения их стягивания. В результате корректно определяются нагрузки, действующие на стыкуемые космические аппараты.

Для обеспечения высокой вычислительной эффективности компьютерного моделирования стыковки используются модели гистерезиса, основанные на кусочно-линейной аппроксимации экспериментальных данных, получаемых в результате измерения характеристик жесткости реальных механизмов.

3.2 Кусочно-линейная модель гистерезиса с постоянными параметрами

Модель гистерезиса с постоянными параметрами предназначена для описания деформаций, как отдельных звеньев, кинематических цепей так и конструктивных сборок. Она основана на следующих упрощающих допущениях.

1. Все ветви, описывающие характеристики жесткости с гистерезисом, с любой необходимой точностью представляются в виде совокупности отрезков прямых линий, которые нумеруются по мере возрастания величины деформации от нуля до границы допустимого рабочего диапазона.

2. Число линейных отрезков прямой и обратной ветви в каждом направлении деформации одинаково.

3. Силы или моменты реакции примерно равны нулю при малых деформациях, поэтому графики жесткости пересекают начало системы координат. Люфт моделируется отрезком с нулевым номером. Этот отрезок пересекает начало системы координат, имеет нулевой угол наклона и нулевую величину начальной обобщенной силы. В частном случае люфт может быть равен нулю.

4. Прямые и обратные ветви гистерезиса совпадают на первом линейном отрезке, следующем за люфтом, и на последнем, который соответствует деформациям, выходящим за границы рабочего диапазона модели, и имеет максимальный угол наклона (коэффициент жесткости).

5. Переходная ветвь между прямой и обратной ветвями гистерезиса определяется как отрезок прямой линии с коэффициентом наклона таким же, как и на последнем участке с максимальной жесткостью за границей рабочего диапазона модели.

6. Последний по номеру участок обратной ветви определяется линейным отрезком с максимальным углом наклона, как и переходная ветвь.

Общий для обеих ветвей первый линейный отрезок имеет малый размер, и незначительно влияет на точность представления гистерезиса. Он используется для исключения влияния погрешностей численных методов интегрирования на логику изменения состояния модели гистерезиса при малых деформациях. описа-

ние переходной ветви линейной функцией (допущение 5) примерно соответствует экспериментальным данным. Последнее допущение гарантирует переход из состояния за пределами рабочего диапазона модели гистерезиса на последний участок обратной ветви при изменении знака скорости деформации. Необходимая точность представления экспериментальных данных легко обеспечивается выбором числа и параметров линейных участков. Используемые упрощения обеспечивают высокую вычислительную эффективность моделей при практически незначительном снижении их точности. Далее для краткости рассматриваются модели гистерезиса только для положительных деформаций.

Модели гистерезиса с постоянными параметрами для линейных или угловых упругих деформаций различных элементов конструкции могут быть рассчитаны по одному алгоритму, использующему зависимость обобщенной силы реакции Q от обобщенного перемещения (деформации) q и скорости \dot{q} (рисунок 3.2.1). В системах с гистерезисом текущий отклик зависит от их текущего состояния. В предлагаемой кусочно-линейной модели ветви гистерезиса нумеруются, и состояние деформируемой системы определяется этим номером

В частности, общему линейному участку прямой и обратной ветвей с малыми деформациями соответствует номер и состояние 0, прямой и обратной ветвям – номера и состояния 1 и 2 соответственно. Линейному участку перехода между прямой и обратной положительными ветвями соответствует номер и состояние 3. Линейному участку, общему для двух ветвей за пределами рабочего диапазона, соответствует номер и состояние 10. Для отрицательных деформаций номера ветвей и состояния модели имеют значения -1, -2, -3 и -10. Каждый i -й линейный участок прямой положительной ветви характеризуется значениями начальной деформации $q_{FP}(i)$, обобщенной силы $Q_{FP}(i)$ и коэффициентом жесткости $k_{FP}(i)$. Для i -го участка обратной положительной ветви аналогичные параметры обозначаются как $q_{BP}(i)$, $Q_{BP}(i)$ и $k_{BP}(i)$, $i = \overline{1, N_P}$.

Участки прямой и обратной отрицательных ветвей имеют параметры $q_{FN}(i)$, $Q_{FN}(i)$, $k_{FN}(i)$ и $q_{BN}(i)$, $Q_{BN}(i)$, $k_{BN}(i)$, $i = \overline{1, N_N}$ соответственно.

Здесь N_P, N_N – число точек (концов отрезков), используемых в кусочно-линейной аппроксимации при положительных и отрицательных перемещениях.

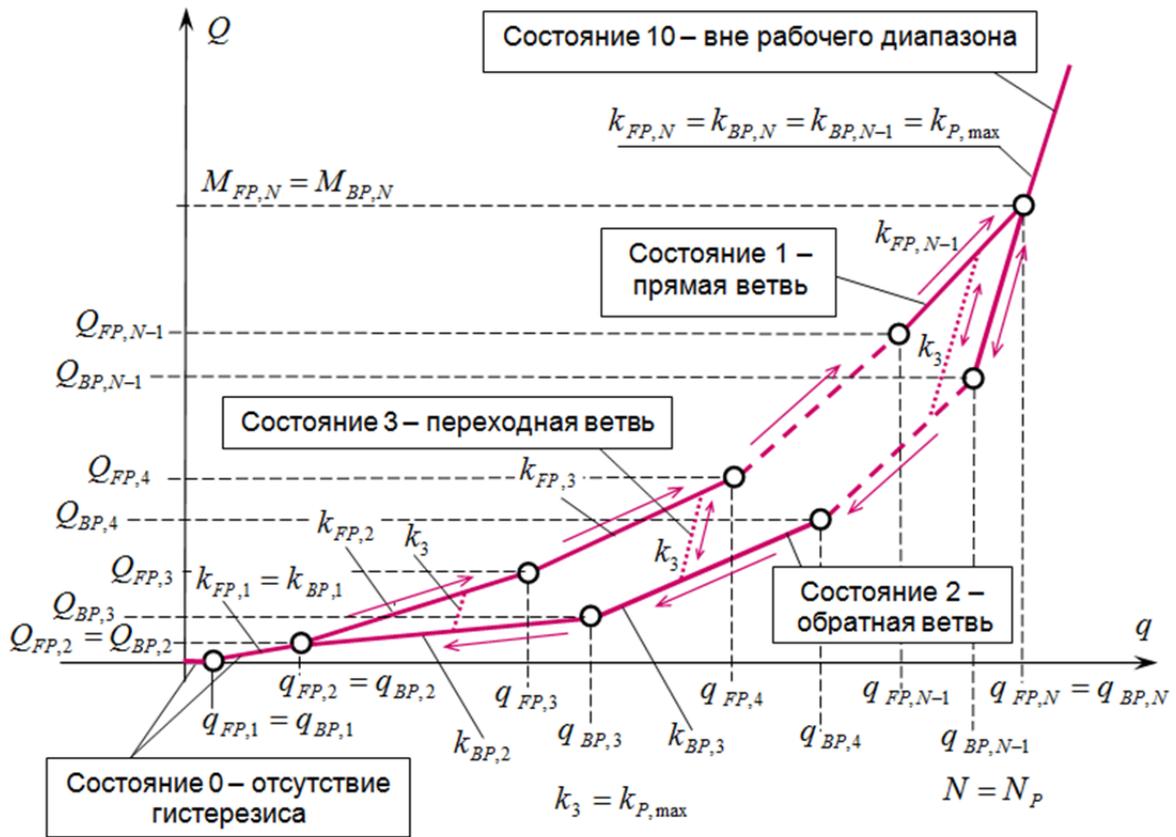


Рисунок 3.2.1. Обобщенная кусочно-линейная модель гистерезиса с постоянными параметрами

Переходный отрезок имеет только один постоянный параметр – коэффициент жесткости $k_3 = k_{P,max}$. Его переменными параметрами являются координаты точек его пересечения с отрезками прямой и обратной ветвей гистерезиса. Они вычисляются при переходе в состояние 3 из состояний 1 или 2. При этом один конец переходного отрезка является текущей точкой на отрезке прямой или обратной ветви, а другой – точкой пересечения переходного отрезка с каким-либо отрезком соответственно обратной или прямой ветви. Координаты последнего определяются в результате решения системы двух линейных уравнений, в которых первое является уравнением переходного отрезка, а второе – уравнением одного из отрезков той ветви, на которую осуществляется переход.

При переходе от прямой ветви к обратной, то есть из состояния 1 в состояние 2 (рисунок 3.2.2а), значение деформации в процессе перехода убывает. Поэтому точка $(x_{E,3}, y_{E,3})$ на отрезке прямой ветви, соответствующая текущей деформации, является также конечной точкой переходного отрезка. Ее абсцисса $x_{E,3}$ и ордината $y_{E,3}$ соответствуют значению деформации и обобщенной силы на момент смены знака скорости. Из этих координат определяется вторая точка $(x_{0,3} = x_{E,3} - y_{E,3} / k_3, y_{0,3} = 0)$ линии переходного отрезка, расположенная на оси абсцисс, и параметры этой прямой

$$A_3 = m_3 = y_{E,3}, \quad B_3 = -l_3 = -y_{E,3} / k_3, \quad C_3 = -A_3 x_{0,3}.$$

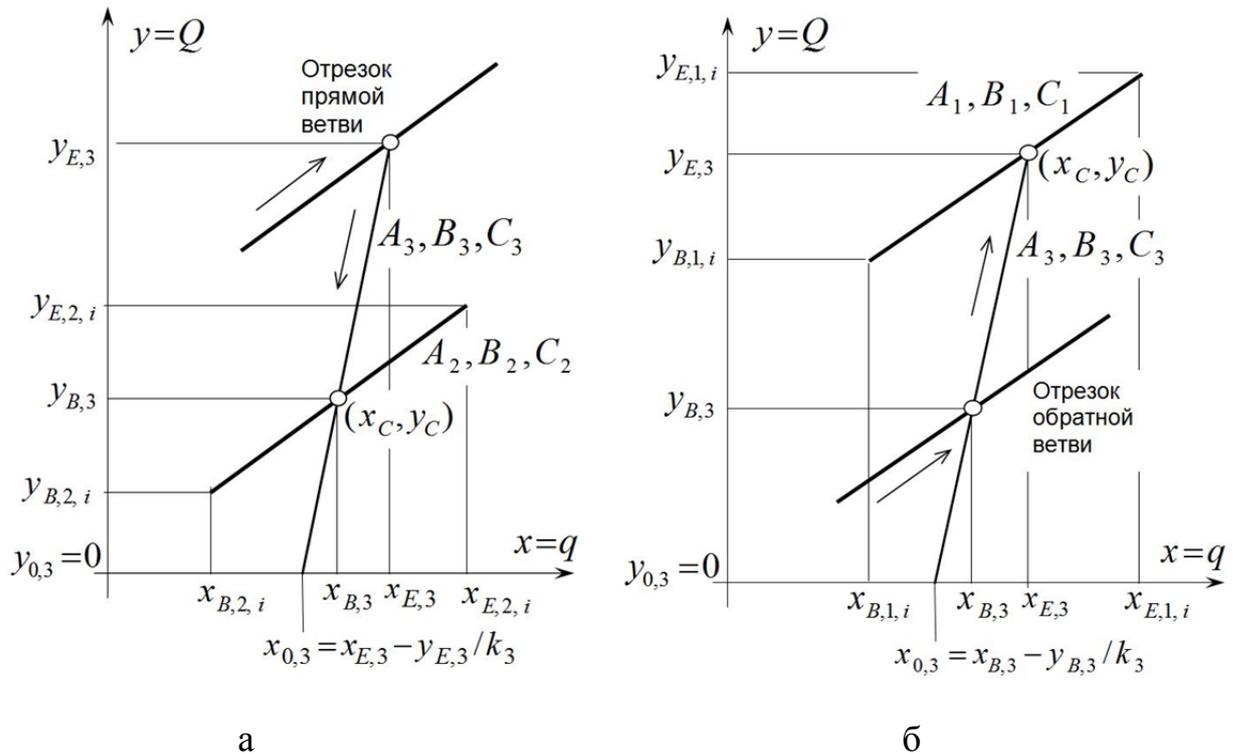


Рис. 3.2.2. Определение параметров переходного отрезка

Далее для каждого очередного i -го отрезка, $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ обратной ветви, где $A_2 = m_{2,i} = y_{E,2,i} - y_{B,2,i}$, $B_2 = -l_{2,i} = -x_{E,2,i} + x_{B,2,i}$, $C_2 = -A_2 x_{B,2,i} - B_2 y_{B,2,i}$ решается система уравнений

$$\begin{cases} A_2 x + B_2 y = -C_2 \\ A_3 x + B_3 y = -C_3 \end{cases}$$

и определяется точка его пересечения (x_C, y_C) с линией переходного отрезка.

При выполнении условий

$$x_{B,2,i} < x_C < x_{E,2,i}, \quad y_{B,2,i} < y_C < y_{E,2,i}, \quad i = \overline{1, N_P}$$

она является начальной точкой переходного отрезка, то есть $(x_{B,3} = x_C, y_{B,3} = y_C)$.

При переходе от обратной ветви к прямой, то есть из состояния 2 в состояние 1 (рисунок 3.2.2б), значение деформации возрастает в процессе перехода. Поэтому точка $(x_{B,3}, y_{B,3})$ на отрезке обратной ветви, соответствующая текущей деформации и обобщенной силы в момент изменения знака скорости, является начальной точкой переходного отрезка. Из этих координат определяется вторая точка $(x_{0,3} = x_{B,3} - y_{B,3} / k_3, y_{0,3} = 0)$ линии переходного отрезка, расположенная на оси абсцисс, и параметры этой прямой

$$A_3 = m_3 = y_{B,3}, \quad B_3 = -l_3 = -y_{B,3} / k_3, \quad C_3 = -A_3 x_{0,3}.$$

Далее для каждого очередного i -го отрезка $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ прямой ветви, где $A_1 = m_{1,i} = y_{E,1,i} - y_{B,1,i}$, $B_1 = -l_{1,i} = -x_{E,1,i} + x_{B,1,i}$, $C_1 = -A_1 x_{B,1,i} - B_1 y_{B,1,i}$ решается система уравнений

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y = -C_1 \\ A_3 x + B_3 y = -C_3 \end{cases}$$

и определяется точка его пересечения (x_C, y_C) с линией переходного отрезка.

При выполнении условий

$$x_{B,1,i} < x_C < x_{E,1,i} \text{ и } y_{B,1,i} < y_C < y_{E,1,i}, \quad i = \overline{1, N_N}$$

она является конечной точкой переходного отрезка, то есть $(x_{E,3} = x_C, y_{E,3} = y_C)$.

Аналогично определяются параметры переходного отрезка между ветвями при отрицательных обобщенных перемещениях.

Таблица 3.2.1 определяет допустимую последовательность смены состояния модели гистерезиса, условия перехода между его прямой и обратной положительными ветвями.

Таблица 3.2.1 Условия изменения состояния модели положительной ветви модели гистерезиса с постоянными параметрами

Текущее состояние	Условия изменения состояния	Новое состояние
Любое	$q_{BN}(2) = q_{FN}(2) < q < q_{FP}(2) = q_{BP}(2)$	0
0	$\dot{q} > 0, q > q_{FP}(2)$	1
	$\dot{q} < 0, q < q_{FN}(2)$	-1
1	$\dot{q} > 0, q_{FP}(2) < q < q_{FP}(N)$	1
	$\dot{q} > 0, q > q_{FP}(N)$	10
	$\dot{q} < 0, q_{FP}(2) < q < q_{FP}(N)$	3 ^{*)}
10	$\dot{q} > 0, q > q_{FP}(N)$	10
	$\dot{q} < 0$	2
2	$\dot{q} < 0, q > q_{BP}(2)$	2
	$\dot{q} > 0, q > q_{FP}(N)$	10
	$\dot{q} > 0, q < q_{FP}(N)$	3 ^{*)}
3	$q_{3B} < q < q_{3E}$	3
	$\dot{q} > 0, q > q_{3E}$	1
	$\dot{q} < 0, q < q_{3B}$	2

^{*)} Определяются параметры переходного отрезка

Нарушение этой последовательности вызывает остановку процесса моделирования с выдачей диагностического сообщения. Такое событие может быть вызвано влиянием вычислительной погрешности процесса численного интегрирова-

ния при очень малых деформациях. Для устранения этого влияния в модели используется первый линейный отрезок малого размера, общий для обеих ветвей гистерезиса. При нарушении логики изменения состояния модели необходимо либо увеличить размер этого участка, либо уменьшить шаг интегрирования.

Аналогично определяется смена состояний модели и параметры переходных отрезков при отрицательных обобщенных перемещениях.

Модель гистерезиса с постоянными параметрами при моделировании СтМ центрального типа описывает деформации изгиба и кручения штанги, боковых пружинных механизмов при поворотах качающегося корпуса, деформации сжатия и растяжения крышки, на которой установлен механизм. При моделировании периферийного СтМ такая модель описывает деформации кинематических цепей, передающих движение от штанг к устройствам демпфирования.

3.3 Модели гистерезиса с переменными параметрами

В устройствах демпфирования и приводах СтМ используются фрикционные тормозы (ФрТ) вращательного типа, которые обычно выполняют две функции – поглощение энергии сближения КА и предохранение электродвигателей привода от перегрузок при наличии препятствия управляемому движению. В отличие от магнитных тормозов фрикционные обладают высокой эффективностью при любых скоростях вращения и создают заранее настроенный момент сопротивления. Поглощение энергии в ФрТ осуществляется без ее возврата в МС, в результате конфигурация кинематической цепи не восстанавливается после «снятия» внешней силы, действующей на буферное звено, например, головку штыря. Для приведения СтМ в исходное состояние (и для его втягивания после соединения СтА) используется электропривод.

Осевое демпфирующее устройство существующего СтМ центрального типа связано с поступательным перемещением штыря через ШВП и редуктор (рисунок 1.1.3). Оно состоит из соединенных последовательно ПМ спирального типа и ФрТ (рисунок 3.3.1).

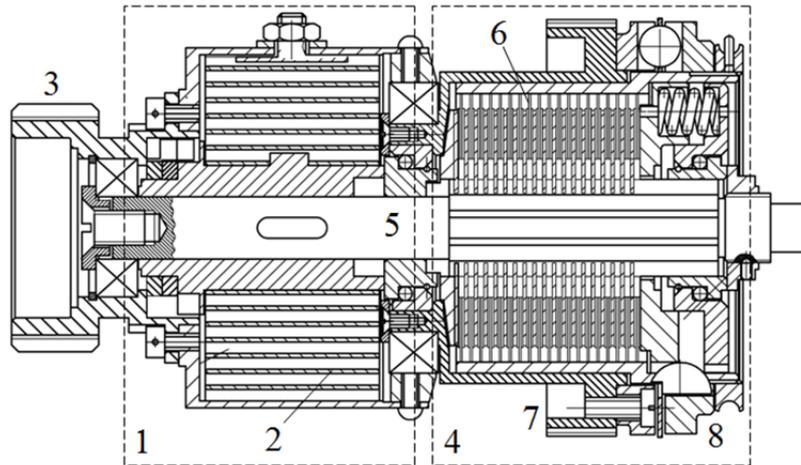


Рисунок 3.3.1. Устройство демпфирования с ПМ и ФрТ

Конструкция ПМ (1) обеспечивает вращение его спиральной пружины (2) только в одном направлении, соответствующем уменьшению длины свободной части штока. Максимальный угловой ход является фиксированным, после его исчерпания вращение входного вала (3) демпфера передается на входной вал (5) ФрТ (4). Энергоемкости спиральной пружины в большинстве случаев достаточно для поглощения энергии осевого сближения КА при штатной стыковке. Накопленная в ней энергия после «снятия» внешней нагрузки возвращается в МС, вращая вал (3) и через редуктор и ШВП выдвигая шток. Для деформации спиральной пружины и всей КЦ, передающей движение от ШВП к ПМ, характерно наличие гистерезиса.

При больших скоростях сближения КА после исчерпания хода пружины ПМ начинает вращаться входной вал (5) ФрТ (4). Трение пакета дисков (6) создает большой по величине момент сопротивления. Но при этом часть углового хода входного вала (3), соответствующая работе тормоза, после прекращения действия внешней контактной силы не восстанавливается, то есть является необратимой. Выходной вал электропривода со стопорными муфтами соединен с выходным валом (7) фрикционного тормоза. Стопорные муфты блокируют вращение вала (7) при выключенных электродвигателях. Привод втягивает шток (стягивает СтА), а также выдвигает его в исходное положение перед стыковкой, передавая вращение на вал (3) через осевой демпфер. При втягивании штока ФрТ ограничивает мо-

мент со стороны электропривода, предохраняя его двигатели от перегрузки. Момент сопротивления уменьшению длины свободной части штыря и ограничивающий момент имеют разную величину и настраиваются с помощью шарикового регулятора (8), его канавки, по которым могут двигаться шарики, имеют разный угол наклона

Упрощенный вид статической характеристики такого демпфера показан на рисунке 3.3.2. Ее ветви, соответствующие вращению входного вала демпфера в противоположных направлениях, показаны различными цветами.

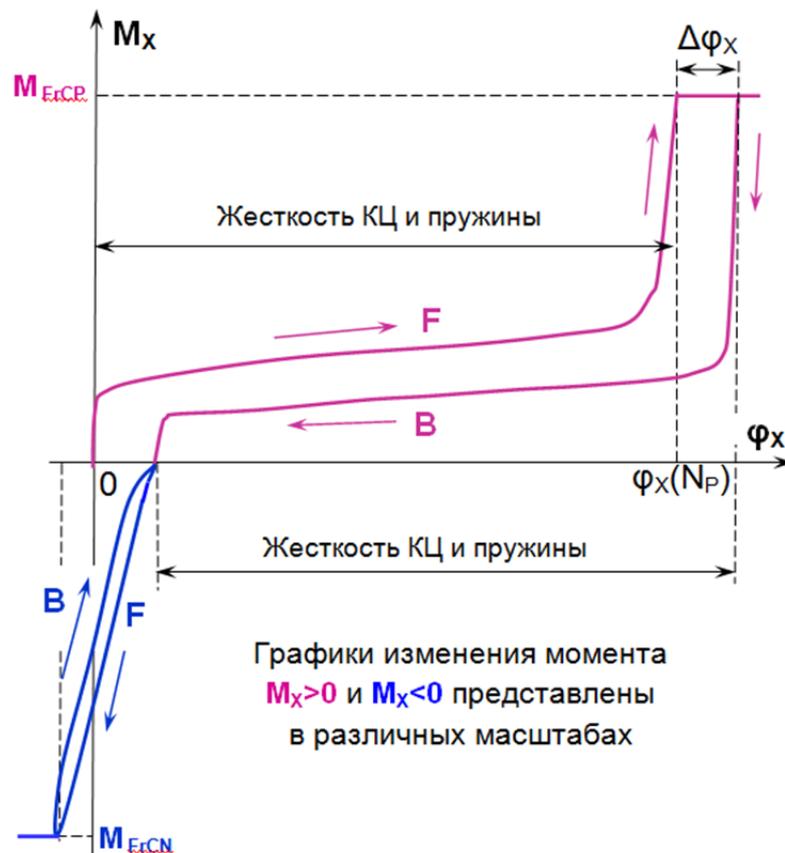


Рисунок 3.3.2. Момент создаваемый осевым демпфером с ПМ и ФрТ

Отрицательное направление вращения соответствует вытягиванию штыря и отрицательный момент $M_{\text{ФрСН}}$, на который настроен ФрТ, ограничивает силу стягивания при совмещении стыковочных плоскостей активного и пассивного СтА. Этот момент по абсолютной величине значительно больше величины положительного момента $M_{\text{ФрСР}}$, противодействующего просадке штыря. Поэтому ветви

гистерезиса при вращении в противоположных направлениях условно показаны в разных масштабах. Прямые ветви обозначены буквой F, обратные – буквой B.

В отличие от описанной выше модели гистерезиса коэффициенты жесткости за пределами последних линейных отрезков аппроксимации (в состояниях 10 или -10) равны нулю, то есть

$$k_{FP, N_P} = k_{BP, N_P} = 0, \quad k_{FN, N_N} = k_{BN, N_N} = 0.$$

Если после исчерпания углового хода пружины ПМ входной вал ФрТ повернулся на угол $\Delta\varphi > 0$, то после смены направления вращения величины угловых ходов в кусочно-линейной модели гистерезиса осевого демпфера должны быть скорректированы на эту величину, то есть такая модель имеет переменные параметры.

Необратимое угловое движение входного вала демпфера после завершения вращения муфты в положительном направлении (при поглощении энергии сближения космических аппаратов) определяется как

$$\Delta\varphi = \varphi_{P, \max} - \varphi_{FP}(N_P).$$

а после завершения вращения муфты в отрицательном направлении (при стягивании) оно равно

$$\Delta\varphi = \varphi_{N, \min} - \varphi_{FN}(N_N)$$

где $\varphi_{P, \max} > \varphi_{FP}(N_P)$ и $\varphi_{N, \min} < \varphi_{FN}(N_N)$ – максимальные достигнутые углы входного вала редуктора в положительном и отрицательном направлении.

Аргументы табличных описаний модели деформаций при смене знака скорости вращения муфты корректируются следующим образом

$$\varphi_{FP}(i) = \varphi_{FP}(i) + \Delta\varphi_X, \quad \varphi_{BP}(i) = \varphi_{BP}(i) + \Delta\varphi_X, \quad i = \overline{1, N_P};$$

$$\varphi_{FN}(i) = \varphi_{FN}(i) + \Delta\varphi_X, \quad \varphi_{BN}(i) = \varphi_{BN}(i) + \Delta\varphi_X, \quad i = \overline{1, N_N}.$$

Коррекция параметров модели гистерезиса может быть многократной. Она определяется числом срабатываний фрикционного тормоза. Смена состояний модели гистерезиса при положительном направлении вращения входного вала демпфера описывается таблицей подобной таблице 3.2.1. Изменение параметров

модели гистерезиса при отрицательных деформациях и срабатывании фрикционной муфты в обратном направлении описывается аналогично.

В модифицированном СтМ центрального типа, который будет рассмотрен в главе 6, осевой демпфер (рисунок 3.3.3) содержит два последовательно соединенных фрикционных тормоза: ФрТ1 (1), используется вместо ПМ и также имеет односторонний ограниченный ход, а ФрТ2 (2) по характеристикам аналогичен фрикциону существующего СтМ. Оба тормоза не накапливают энергию и соответственно не восстанавливают длину свободной части штыря (восстановление максимального хода ФрТ1 производится на завершающей стадии стягивания СтА).

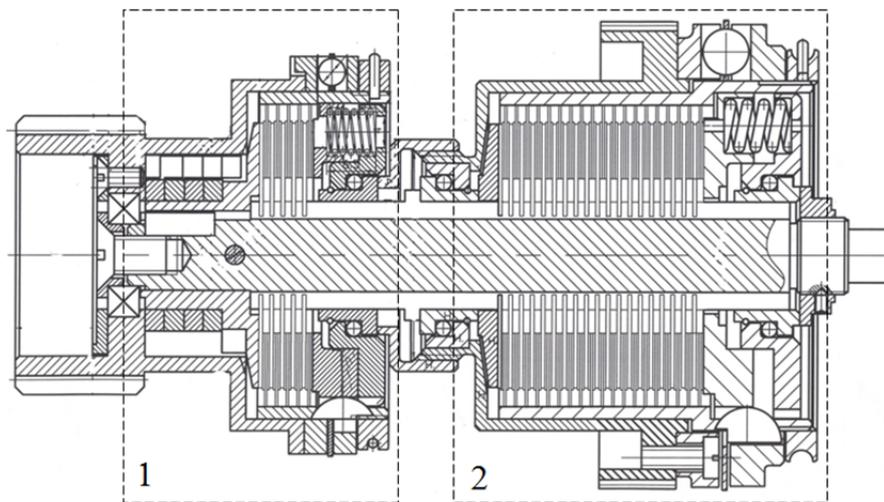


Рисунок 3.3.3. Устройство демпфирования с ФрТ1 и ФрТ2

В этом осевом демпфере имеют место деформации только КЦ, передающей движение к его входному валу от штыря. Упрощенный вид статической характеристики такого демпфера для положительного момента сопротивления показан на рисунке 3.3.4.

Смена состояний кусочно-линейной модели такого демпфера описывается более сложной таблицей, но подобной таблице 3.2.1. Коррекция величин углового хода для концов каждого отрезка кусочно-линейной модели может происходить при срабатывании и ФрТ1, и ФрТ2.

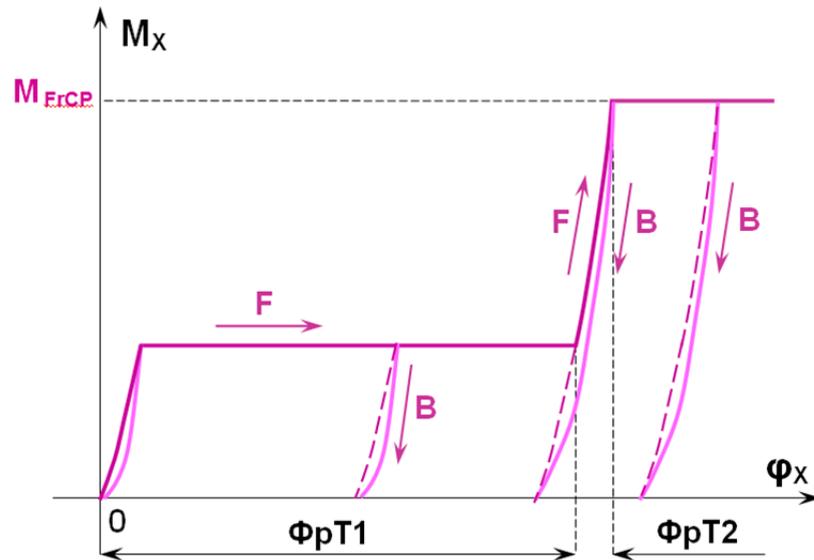


Рисунок 3.3.4. Положительный момент, создаваемый осевым демпфером с двумя фрикционными тормозами

Модели деформаций упругих передач с фрикционными муфтами используются для описания процессов поглощения энергии в различных стыковочных механизмах центрального («штырь-конус») и периферийного типа.

Данная глава написана на основе публикаций [230, 231].

ГЛАВА 4. УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ СТЫКУЕМЫХ КА

4.1 Системы координат, используемые для описания движения КА

Математическая модель движения взаимодействующих при стыковке механических систем характеризуется следующими основными особенностями:

- Активный и пассивный КА представлены свободными, твердыми или деформируемыми, телами, движение которых описывается автономными уравнениями движения.
- При стыковке на близкой к круговой орбите небесного тела предполагается, что КА движутся с постоянной угловой орбитальной скоростью. Их положение в орбитальной СК до начала стыковки поддерживается системами ориентации. В этом случае их орбитальная угловая скорость добавляется в начальные условия движения. Влияние гравитационных моментов и аэродинамического сопротивления верхних слоев атмосферы на КА после 1-го контакта не учитывается вследствие кратковременности стыковки (весь процесс от первого контакта до начала жесткого соединения объектов длится не более 5-7 мин.).
- Число точек контакта СтМ и пассивного СтА может быть произвольным, но конечным.
- На активный и пассивный КА кроме контактных действуют также силы и моменты, создаваемые их системами управления движением и ориентацией.

В настоящее время активный СтА с функциями управления устанавливается на активном КА, который выполняет сближение, а пассивный агрегат – на пассивном КА, который только поддерживает ориентацию. В перспективных проектах возможна установка активного СтА на пассивном аппарате. В используемой ниже системе обозначений при записи УД КА предполагается, то активный СтА установлен на первом КА, а пассивный СтА – на втором. Перераспределение функций между аппаратами приводит к незначительным отличиям в определении начальных условий движения без изменения их УД. Для описания их взаимодействия КА и СтА используются следующие СК (см. рис. 4.1.1).

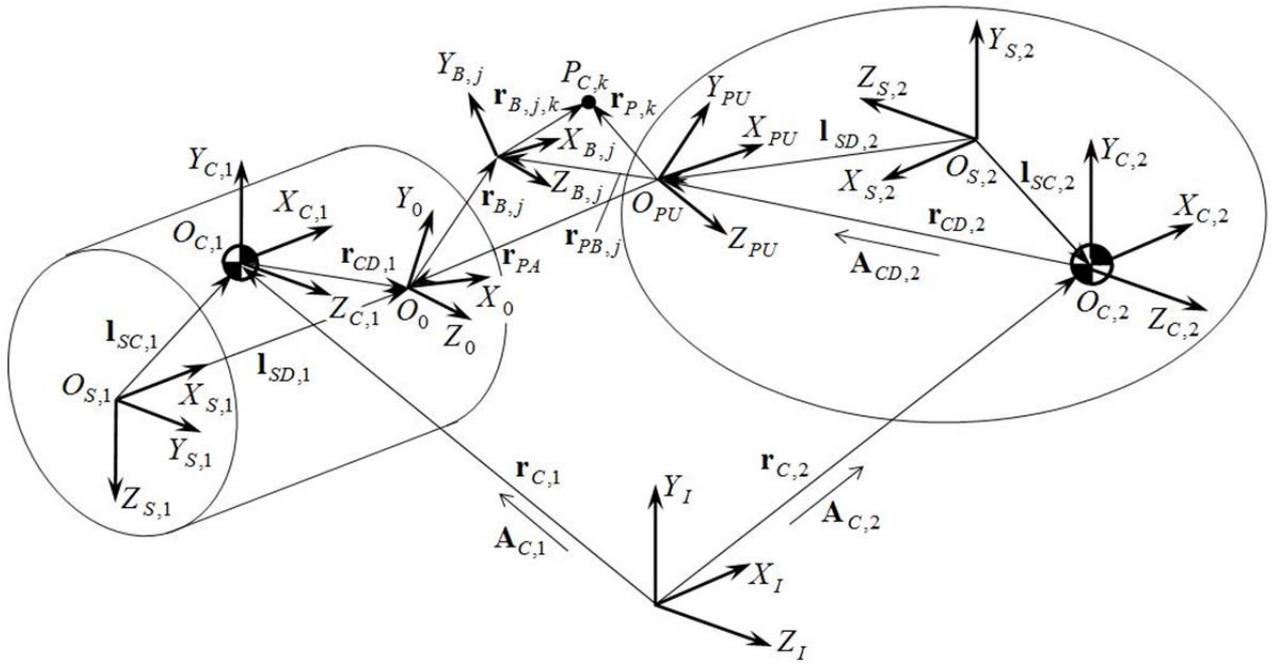


Рисунок. 4.1.1. Системы координат, используемые для описания движения и контактного взаимодействия космических аппаратов

Строительные СК $X_{S,1} Y_{S,1} Z_{S,1}$ и $X_{S,2} Y_{S,2} Z_{S,2}$ связаны с силовыми элементами конструкции КА. В них определяются положение центров масс, моменты инерции, собственные формы упругих колебаний конструкции, положение СтА, а также положение и ориентация реактивных двигателей. Оси эти СК не согласованы по направлению.

Расчетные СК $X_{C,1} Y_{C,1} Z_{C,1}$ и $X_{C,2} Y_{C,2} Z_{C,2}$ КА как твердых тел связаны с их центрами масс (ЦМ). Их оси для каждой конкретной стыковки согласованы по направлению, что позволяет наиболее просто описать абсолютное и относительное движение стыкуемых объектов, определить начальные условия (НУ) стыковки. Положение СК $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$ s -го КА ($s \in \{1, 2\}$) относительно $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$ задается постоянными вектором $\mathbf{I}_{SC,i}$ и углами ориентации $\psi_{SC,s}, \theta_{SC,s}, \varphi_{SC,s}$, определяющими матрицу направляющих косинусов $\mathbf{G}_{SC,s}$. Положение $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$ относительно ИСК определяется вектором $\mathbf{r}_{C,s}^{(I)}$ и матрицей направляющих косинусов $\mathbf{A}_{C,s}$. Здесь и далее верхние индексы в скобках обозначают СК, в проекциях на оси которых выражены векторы. Система координат

$X_0 Y_0 Z_0$ активного СтА первого КА расположена в основании СтМ, а СК $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$ пассивного СтА расположена в центре его стыковочной плоскости. Положение СК каждого агрегата относительно $X_{S,i} Y_{S,i} Z_{S,i}$ в недеформированном корпусе s -го КА задается постоянными вектором $\mathbf{I}_{SD,s}$ и углами ориентации $\psi_{SD,s}, \theta_{SD,s}, \varphi_{SD,s}$, определяющими матрицу направляющих косинусов $\mathbf{G}_{SD,s}$. По этим исходным данным и известному положению $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$ относительно $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$ вычисляется вектор $\mathbf{I}_{CD,s}$ и матрица направляющих косинусов $\mathbf{G}_{CD,s}$, определяющие положение его положение относительно $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$.

С каждым j -м буферным звеном СтМ активного СтА связана локальная СК $X_{B,j} Y_{B,j} Z_{B,j}$. Ее положение относительно $X_0 Y_0 Z_0$ определяется переменными вектором $\mathbf{r}_{B,j}^{(0)}$ и матрицей преобразования $\mathbf{A}_{B,j}$.

4.2 Уравнения динамики деформируемых КА при стыковке

Инерционные свойства s -го КА как твердого тела описываются соответственно массой m_s и тензором инерции \mathbf{I}_s , который первоначально задается в СК $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$, а перед началом моделирования преобразуются соответственно в СК $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$.

Среди различных методов описания деформируемых тел при описании КА предпочтение отдано модальному представлению вследствие его универсальности и корректности для отдельных тел-конструкций. Кроме того, оно используется при обработке алгоритмов управления упругими КА. Это позволяет учесть возмущения, вносимые маневрами КА, совершаемыми непосредственно перед стыковкой. Собственные частоты и формы свободных колебаний получаются в результате преобразования линейных моделей, разработанных на основе метода конечных элементов, который является стандартным инструментом расчета параметров конструкции космического аппарата и действующих на нее нагрузок. Однако при использовании этого метода все узловые перемещения определяются

относительно фиксированной так называемой глобальной системы координат, то есть упругая конструкция не участвует в переносном движении. Поэтому в математических моделях динамики упругих КА используются комбинированные координаты. Они определяют движение объекта как свободного твердого тела и упругие колебания его конструкции относительно этого переносного движения.

Модель упругих свойств конструкции s -го КА характеризуется числом N_s^f тонов собственных свободных колебаний и для каждого j -го тона – круговой частотой $\omega_{s,j}^f$ и значениями собственных форм в каждой i -й характерной точке его конструкции, определяемой вектором $\mathbf{I}_{s,i}$. Значения собственных форм в этой точке задаются $(3 \times N_s^f)$ -матрицами $\mathbf{T}_s^f(\mathbf{I}_{s,i})$ и $\mathbf{R}_s^f(\mathbf{I}_{s,i})$. Все эти параметры являются результатом расчета конечно-элементной модели конструкции s -го КА в его строительной СК $X_{s,s} Y_{s,s} Z_{s,s}$. Величина логарифмического декремента затухания $\delta_{s,j}$ каждого тона колебаний определяется на основе экспертных оценок для различных диапазонов собственных частот. Матрицы значений собственных форм позволяют также определить обобщенные силы в уравнениях упругих колебаний конструкции КА, записанных относительно обобщенных деформаций - $(N_s^f \times 1)$ -векторов \mathbf{q}_s^f .

Вследствие упругих деформаций КА системы координат СтА получают дополнительные линейные и угловые смещения и их положение относительно $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$ определяется переменными вектором $\mathbf{r}_{CD,s}^{(C,s)}$ и матрицей $\mathbf{A}_{CD,s}$, способ вычисления которых будет определен ниже в 6.4. Влияние упругих деформаций s -го КА на его переносное движение предполагается незначительным. Поэтому его динамика как твердого тела описывается уравнениями Ньютона-Эйлера

$$m_s \dot{\mathbf{v}}_{C,s}^{(I)} = \mathbf{A}_{C,s}^T (\mathbf{f}_{D,s}^{(C,s)} + \mathbf{f}_{C,s}^{(C,s)}),$$

$$\mathbf{I}_s^{(C,s)} \dot{\boldsymbol{\omega}}_s^{(C,s)} = - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_s^{(C,s)} (\mathbf{I}_s^{(C,s)} \boldsymbol{\omega}_s^{(C,s)}) + \tilde{\mathbf{r}}_{CD,s}^{(C,s)} \mathbf{f}_{D,s}^{(C,s)} + \mathbf{m}_{D,s}^{(C,s)} + \mathbf{m}_{C,s}^{(C,s)}, \quad (4.2.1)$$

где $\mathbf{f}_{D,1}^{(C,1)} = \mathbf{A}_{CD,1}^T \mathbf{f}_0^{(0)}$, $\mathbf{m}_{D,1}^{(C,1)} = \mathbf{A}_{CD,1}^T \mathbf{m}_0^{(0)}$, $\mathbf{f}_{D,2}^{(C,2)} = \mathbf{A}_{CD,2}^T \mathbf{f}_{PU}^{(PU)}$, $\mathbf{m}_{D,2}^{(C,2)} = \mathbf{A}_{CD,2}^T \mathbf{m}_{PU}^{(PU)}$,
- силы и моменты, действующие на первый и второй КА со стороны их СТА;
 $\mathbf{f}_0^{(0)}, \mathbf{m}_0^{(0)}$ – силы и моменты, действующие в основании СТМ; $\mathbf{f}_{PU}^{(PU)}, \mathbf{m}_{PU}^{(PU)}$ – суммарные контактные сила и момент, действующие на пассивный СТА, их вычисление определено далее в 6.4; $\mathbf{f}_{C,s}^{(C,s)}, \mathbf{m}_{C,s}^{(C,s)}$ – векторы силы и момента, создаваемые системой управления; $\mathbf{v}_{C,s}^{(I)} = \dot{\mathbf{r}}_{C,s}^{(I)}$, $\boldsymbol{\omega}_s^{(C,s)}$ – скорость ЦМ и угловая скорость s -го КА.

При вычислении матриц направляющих косинусов $\mathbf{A}_{C,s}$ используются самолетные углы при следующей последовательности поворотов: 1-й – относительно оси Y на угол $\psi_{1y,s}$ (рыскание), 2-й – относительно оси Z на угол $\theta_{2z,s}$ (тангаж), 3-й – относительно продольной оси X на угол $\varphi_{3x,s}$ (крен). В этом случае матрица направляющих косинусов равна

$$\mathbf{A}_{C,s} = \begin{bmatrix} c_{\theta,s} c_{\psi,s} & s_{\theta,s} & -c_{\theta,s} s_{\psi,s} \\ -c_{\varphi,s} s_{\theta,s} c_{\psi,s} + s_{\varphi,s} s_{\psi,s} & c_{\varphi,s} c_{\theta,s} & c_{\varphi,s} s_{\theta,s} s_{\psi,s} + s_{\varphi,s} c_{\psi,s} \\ s_{\varphi,s} s_{\theta,s} c_{\psi,s} + c_{\varphi,s} s_{\psi,s} & -s_{\varphi,s} c_{\theta,s} & -s_{\varphi,s} s_{\theta,s} s_{\psi,s} + c_{\varphi,s} c_{\psi,s} \end{bmatrix}, \quad (4.2.2)$$

где $c_{\psi,s} = \cos \psi_{1y,s}$, $s_{\psi,s} = \sin \psi_{1y,s}$, $c_{\theta,s} = \cos \theta_{2z,s}$, $s_{\theta,s} = \sin \theta_{2z,s}$, $c_{\varphi,s} = \cos \varphi_{3x,s}$,
 $s_{\varphi,s} = \sin \varphi_{3x,s}$.

Производные углов определяются через вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_s^{(C,s)} = [\omega_{x,s}^{(C,s)}, \omega_{y,s}^{(C,s)}, \omega_{z,s}^{(C,s)}]^T$, компоненты которого выражены в СК, связанной с ЦМ КА,

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_{y,s} \\ \dot{\theta}_{z,s} \\ \dot{\varphi}_{x,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_{\varphi,s}/c_{\theta,s} & -s_{\varphi,s}/c_{\theta,s} \\ 0 & s_{\varphi,s} & c_{\varphi,s} \\ 1 & -c_{\varphi,s}s_{\theta,s}/c_{\theta,s} & s_{\varphi,s}s_{\theta,s}/c_{\theta,s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x,s}^{(C,s)} \\ \omega_{y,s}^{(C,s)} \\ \omega_{z,s}^{(C,s)} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{C,s} \boldsymbol{\omega}_s^{(C,s)}.$$

Углы ориентации КА относительно ИСК в процессе сцепки и поглощения кинетической энергии сближения не приближаются к 90^0 и это решение всегда существует.

Уравнения упругих колебаний конструкции s –КА в его строительной СК записываются относительно обобщенных деформаций

$$\ddot{\mathbf{q}}_s^f + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{q}}_s^f + \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{q}_s^f = \mathbf{f}_s^q. \quad (4.2.3)$$

Ненулевые элементы матриц $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag} [\lambda_{s,j}]$ и $\mathbf{C}_s = \text{diag} [c_{s,j}]$ соответственно равны $\lambda_{s,j} = \omega_{s,j}^{f2}$ и $c_{s,j} = 2\delta_{s,j} \omega_{s,j}^f / \sqrt{4\pi^2 + 1}$, где $j = \overline{1, N_s^f}$. Величина логарифмического декремента затухания $\delta_{s,j}$ каждого тона колебаний определяется на основе экспертных оценок для различных диапазонов собственных частот. Обобщенные силы определяются соотношением

$$\mathbf{f}_s^q = \mathbf{T}_{D,s}^{fT} \mathbf{f}_{D,s}^{(S,s)} + \mathbf{R}_{D,s}^{fT} \mathbf{m}_{D,s}^{(S,s)} + \sum_{e \in E_k} \mathbf{T}_{e,s}^{fT} \mathbf{f}_{e,s}, \quad (4.2.4)$$

в котором $(3 \times N_s^f)$ –матрицы собственных форм колебаний $\mathbf{T}_{D,s}^f, \mathbf{R}_{D,s}^f$ заданы в характерной точке, соответствующей началу СК СтА; $\mathbf{T}_{e,s}^f$ – значения собственных форм в точках установки e –го двигателя реактивной системы управления; $\mathbf{f}_{e,s}$ – вектор тяги этого двигателя, E_s – множество характерных точек конструкции s –го КА, соответствующих соплам двигателей. Векторы силы и момента, действующих на КА со стороны его СтА и выраженные в СК $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$ равны

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{D,1}^{(S,1)} &= \mathbf{A}_{SD,1}^T \mathbf{f}_0^{(0)}, & \mathbf{m}_{D,1}^{(S,1)} &= \mathbf{A}_{SD,1}^T \mathbf{m}_0^{(0)}, \\ \mathbf{f}_{D,2}^{(S,2)} &= \mathbf{A}_{SD,2}^T \mathbf{f}_{PU}^{(PU)}, & \mathbf{m}_{D,2}^{(S,2)} &= \mathbf{A}_{SD,2}^T \mathbf{m}_{PU}^{(PU)}, \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

где матрицы направляющих косинусов $\mathbf{A}_{SD,s}$ определяют ориентацию СК СтА относительно $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$.

Коэффициенты демпфирования в уравнениях (4.2.3) рассчитываются из заданных значений логарифмического декремента колебаний, которые получаются на основе экспертной оценки, из опыта экспериментального исследования конструкций КА. Для однородного уравнения j -го тона упругих колебаний конструкции с малым демпфированием

$$\ddot{q}_j^f + c_{d,j} \dot{q}_j^f + \omega_j^2 q_j^f = 0$$

характеристическое уравнение имеет корни

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c_{d,j}}{2} \pm \frac{\sqrt{c_{d,j}^2 - 4\omega_j^2}}{2} = -\frac{c_{d,j}}{2} \pm i \sqrt{\frac{4\omega_j^2 - c_{d,j}^2}{4}} = \alpha_j \pm i\beta_j. \quad (4.2.6)$$

Круговая частота и период демпфированных колебаний равна

$$\omega_j = \frac{2\pi}{T_j} = \sqrt{\frac{4\omega_j^2 - c_{d,j}^2}{4}}, \quad T_j = \frac{2\pi}{\omega_j} = \frac{4\pi}{\sqrt{4\omega_j^2 - c_{d,j}^2}}.$$

Вместо коэффициента затухания колебаний

$$\psi_j = (Ae^{-\frac{c_{d,j}}{2}t}) / (Ae^{-\frac{c_{d,j}}{2}(t+T_j)}) = e^{\frac{c_{d,j}}{2}T_j}$$

используется логарифмический коэффициент затухания колебаний

$$\delta_j = \ln \psi_j = \frac{c_{d,j}}{2} T_j = \frac{c_{d,j}}{2} \frac{4\pi}{\sqrt{4\omega_j^2 - c_{d,j}^2}} = \frac{2\pi c_{d,j}}{\sqrt{4\omega_j^2 - c_{d,j}^2}},$$

значение которого задается экспертно. Из последнего соотношения

$$\delta_j^2 (4\omega_j^2 - c_{d,j}^2) = 4\pi^2 c_{d,j}^2$$

или окончательно для j -го тона колебаний коэффициент демпфирования, равен

$$c_{d,j} = 2\omega_j \delta_j / \sqrt{4\pi^2 + 1}. \quad (4.2.7)$$

Для всего частотного диапазона могут быть заданы различные интервальные экспертные оценки δ_j .

Управление стыковкой осуществляется в наиболее простом и надежном автоматическом цикловом режиме, при котором последовательность сигналов

управления жестко связана со значениями дискретных датчиков, фиксирующие те или иные характерные события, например, первый контакт или сцепку. Максимально допустимая длительность интервалов времени между событиями определяется при проектировании и контролируется системой управления бортовым комплексом (СУБК) активного КА. Штатная последовательность событий и управляющих сигналов вместе с указанием допустимых временных интервалов называется циклограммой. Для СтА она реализуется автоматически его блоком управления. При нарушении допустимых временных ограничений СУБК активного КА прерывает ее выполнение. В этом случае дальнейшее управление с помощью ручной выдачи отдельных команд осуществляет оператор.

Для активного КА циклограмму стыковки реализует его СУБК. В частности, при первом контакте СтА она инициирует включение двигателей, создающих вектор тяги вдоль продольной оси КА для ускорения сцепки. Если сцепка не достигается в течение заданного времени, то СУБК включает другой комплект двигателей, создающий вектор тяги в противоположном направлении для безопасного отвода КА. До сцепки каждый из стыкуемых КА поддерживает собственную ориентацию. После ее достижения и до завершения стыковки СУБК обоих КА выключают системы ориентации, для которых контактные силы и моменты, создаваемые СтА, являются большими возмущениями.

В математической модели стыковки циклограммы программируются в упрощенном виде. В соответствующих процедурах учитываются лишь те события и сигналы, которые оказывают непосредственное влияние на динамику процесса, и рассчитываются суммарные векторы управляющих сил $\mathbf{f}_{C,s}^{(C,s)}$ и моментов $\mathbf{m}_{C,s}^{(C,s)}$ или векторы $\mathbf{f}_{e,s}$ тяги конкретных двигателей (при учете упругих деформаций конструкции КА). При анализе нештатных ситуаций (НШС) к модели подключаются дополнительные процедуры расчета сил и моментов, создаваемых системой ориентации КА в случае ее не выключения после сцепки. Соответствующие упрощенные модели для этого разрабатываются специалистами по управлению движением.

4.3 Численный расчет колебаний конструкции КА на основе аналитического решения уравнений

Шаг интегрирования УД СтМ и соответственно всей МС тел, взаимодействующих при стыковке, является малым ($\Delta t \leq 0.0005$ сек.). На этом интервале контактные силы меняются незначительно. Поэтому при моделировании упругих колебаний конструкции деформируемых КА можно заменить интегрирование линейных дифференциальных уравнений (4.2.3) с постоянными коэффициентами их аналитическим решением в предположении неизменной величины обобщенной силы на интервале Δt . Это позволяет не вводить большое число уравнений (часто для нескольких тысяч тонов) в общую схему интегрирования уравнений динамики механической системы, уменьшить объем вычислений.

Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами равно сумме общего решения соответствующего однородного и какого-либо частного решения неоднородного уравнения.

Для уравнения j -го тона колебаний (для упрощения записи индекс этого тона не указывается)

$$\ddot{q}^f + c_d \dot{q}^f + \omega^2 q^f = f^q(0) \quad (4.3.1)$$

частное решение ищется в виде $q_{ч.н.}^f = A$ (постоянная величина правой части). Его подстановка в исходное уравнение при $\ddot{q}_{ч.н.}^f = \dot{q}_{ч.н.}^f = 0$ приводит к соотношению $A = f^q(0)/\omega^2$. Решение однородного уравнения для колебательной системы с малым демпфированием с учетом (4.2.6)

$$q_o^f(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t$$

определяет общее решение уравнения (4.3.1)

$$q^f(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t + \frac{f^q(0)}{\omega^2}.$$

Постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий $q(0), \dot{q}(0)$

$$q^f(0) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + \frac{f^q(0)}{\omega^2} = C_1 + \frac{f^q(0)}{\omega^2}$$

$$\begin{aligned} \dot{q}^f(0) &= [C_1 \alpha e^{\alpha t} \cos \beta t - C_1 \beta e^{\alpha t} \sin \beta t + C_2 \alpha e^{\alpha t} \sin \beta t + C_2 \beta e^{\alpha t} \cos \beta t]_{t=0} = \\ &= C_1 \alpha + C_2 \beta \end{aligned}$$

$$\text{где } C_1 = q^f(0) - \frac{f^q(0)}{\omega^2}, \quad C_2 = \frac{1}{\beta} \dot{q}^f(0) - \frac{\alpha}{\beta} q^f(0) + \frac{\alpha}{\beta} \frac{f^q(0)}{\omega^2}.$$

В результате

$$\begin{aligned} q^f(t) &= [q(0) - \frac{f^q(0)}{\omega^2}] e^{\alpha t} \cos \beta t + \\ &+ [\frac{1}{\beta} \dot{q}^f(0) - \frac{\alpha}{\beta} q^f(0) + \frac{\alpha}{\beta} \frac{f^q(0)}{\omega^2}] e^{\alpha t} \sin \beta t + \frac{f^q(0)}{\omega^2}, \\ \dot{q}^f(t) &= [q^f(0) - \frac{f^q(0)}{\omega^2}] \alpha e^{\alpha t} \cos \beta t - [q^f(0) - \frac{f^q(0)}{\omega^2}] \beta e^{\alpha t} \sin \beta t + \\ &+ [\frac{1}{\beta} \dot{q}(0) - \frac{\alpha}{\beta} q(0) + \frac{\alpha}{\beta} \frac{f^q(0)}{\omega^2}] \alpha e^{\alpha t} \sin \beta t + \\ &+ [\frac{1}{\beta} \dot{q}(0) - \frac{\alpha}{\beta} q^f(0) + \frac{\alpha}{\beta} \frac{f^q(0)}{\omega^2}] \beta e^{\alpha t} \cos \beta t. \end{aligned}$$

Это решение вычисляется для очередного постоянного интервала времени Δt , начальными условиями $q^f(t)$, $\dot{q}^f(t)$ являются значения в конце предшествующего интервала. В предположении постоянства значения правой части f_i^q на интервале Δt оно записывается в виде

$$\begin{aligned} q^f(t + \Delta t) &= q^f(t) \{ e^{\alpha \Delta t} [\cos \beta \Delta t - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t] \} + \dot{q}^f(t) [e^{\alpha \Delta t} \frac{1}{\beta} \sin \beta \Delta t] + \\ &+ f^q(t) \{ \frac{1}{\omega^2} e^{\alpha \Delta t} [\frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t - \cos \beta \Delta t + 1] \}, \\ \dot{q}^f(t + \Delta t) &= -q^f(t) [e^{\alpha \Delta t} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} \sin \beta \Delta t] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \dot{q}^f(t) \left[e^{\alpha \Delta t} \left(\frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t + \cos \beta \Delta t \right) \right] + \\
& + f_i^q \left[e^{\alpha \Delta t} \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta \omega^2} \sin \beta \Delta t \right) \right].
\end{aligned}$$

Таким образом, окончательно

$$q^f(t + \Delta t) = q^f(t)c_{i,1} + \dot{q}^f(t)c_{i,2} + f^q(t)c_{i,3}, \quad (4.3.2)$$

$$\dot{q}^f(t + \Delta t) = q^f(t)c_{i,4} + \dot{q}^f(t)c_{i,5} + f^q(t)c_{i,6}, \quad (4.3.3)$$

где константы, зависящие только от коэффициентов однородного уравнения колебаний и величины шага Δt , вычисляются до начала моделирования

$$\begin{aligned}
c_{i,1} &= e^{\alpha \Delta t} \left(\cos \beta \Delta t - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t \right), \\
c_{i,2} &= e^{\alpha \Delta t} \frac{1}{\beta} \sin \beta \Delta t, \\
c_{i,3} &= \frac{1}{c} e^{\alpha \Delta t} \left(\frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t - \cos \beta \Delta t + 1 \right), \\
c_{i,4} &= - e^{\alpha \Delta t} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} \sin \beta \Delta t, \\
c_{i,5} &= e^{\alpha \Delta t} \left(\frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \Delta t + \cos \beta \Delta t \right), \\
c_{i,6} &= e^{\alpha \Delta t} \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta \omega^2} \sin \beta \Delta t \right). \quad (4.3.4)
\end{aligned}$$

Для системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений (4.2.3), описывающих колебания конструкции s -го КА, аналитическое решение запишется в виде

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}_s^f(t + \Delta t) &= \mathbf{C}_{1,s} \mathbf{q}_s^f(t) + \mathbf{C}_{2,s} \dot{\mathbf{q}}_s^f(t) + \mathbf{C}_{3,s} \mathbf{f}_s^q(t), \\
\dot{\mathbf{q}}_s^f(t + \Delta t) &= \mathbf{C}_{4,k} \mathbf{q}_s^f(t) + \mathbf{C}_{5,s} \dot{\mathbf{q}}_s^f(t) + \mathbf{C}_{6,s} \mathbf{f}_s^q(t), \quad (4.3.5)
\end{aligned}$$

где $C_{1,s}, \dots, C_{6,s}$ – диагональные матрицы, элементы которых для каждого тона колебаний определяются соотношениями (4.3.4); вектор обобщенных сил $f_s^q(t)$ вычисляется по соотношению (4.2.4).

Оно позволяет не вводить большое число уравнений в общую схему интегрирования механической системы, уменьшить объем вычислений. Шаг Δt интегрирования УД МС стыковки изменяется не автоматически, а принимает либо минимальное, либо максимальное значение, выбранное исходя из изменяющейся жесткости СТМ (например, при включении управляемых устройств демпфирования). Для этих двух значений Δt вычисляются два набора констант.

Программа инициализации конкретного варианта стыковки перед началом моделирования считывает файлы исходных данных, в том числе стандартный файл системы MSC/NASTRAN [231] с расширением .f06, который содержит собственные частоты и формы колебаний конструкции КА, и файл с экспертными оценками логарифмического декремента затухания для различных диапазонов частот. На основе этой информации вычисляются коэффициенты в (4.3.5) для аналитического решения уравнений упругих колебаний конструкции КА. Такой способ моделирования упругих колебаний при вычислительных затратах, сравнимых с методом Эйлера, отличается большей точностью.

4.4 Метод расчета контактных реакций при стыковке КА

Математические модели контактного взаимодействия при стыковке могут быть разделены на два класса.

В моделях первого класса обе контактирующие поверхности принадлежат телам, каждое из которых имеет несколько степеней свободы и может двигаться произвольным образом в зависимости от действующих на него сил. В этом случае контактное взаимодействие рассматривается как динамический механический процесс с односторонними связями. Контактные реакции в ходе численного интегрирования вычисляются как функции времени с использованием контактной жесткости на основе определения взаимного внедрения контактирующих поверх-

ностей и являются известными (вычисляемыми) величинами. Поэтому контактная жесткость выбирается достаточно большой, чтобы обеспечить малую величину контактного внедрения, которая контролируется в процессе численного интегрирования уравнений динамики. Корректность такого подхода определяется тем, что податливость СтМ, его звеньев, передач и устройств демпфирования значительно (на порядки) больше, чем у пассивного СтА и у стыкуемых КА. При превышении максимально допустимой величины внедрения выдается диагностическое сообщение. В этом случае необходимо уменьшить шаг интегрирования. Классическая теория удара [47,127, 128], описывающая мгновенное перераспределение энергии, не используется. В алгоритмах расчета параметров контакта, которые рассматриваются далее в главе 5, для каждой k – й точки контакта ($P_{C,k}$ на рисунке 4.1.1) определяются $\mathbf{n}_{R,k}^{(PU)}$ – единичный вектор нормали к контактирующим поверхностям; $\Delta_{n,k}$ – величина внедрения вдоль этого вектора; $\mathbf{r}_{B,j,k}^{(PU)}$ – положение точки контакта в j – м буферном (контактирующим с пассивным СтА) звене СтМ; $\mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}$ – положение точки контакта в СК пассивного СтА. Ниже рассматривается вычисление контактных реакций по этим параметрам.

В моделях второго класса одна из двух контактирующих поверхностей принадлежит телу, имеющему пренебрежимо малую инерцию и только одну степень свободы относительного движения, которому противодействует пружина. В этом случае можно считать перераспределение энергии незначительным и мгновенным, положение тела с условно нулевой инерцией и направление контактной силы определять положением ответного тела, а величину этой силы – деформацией пружины. Итерационное уточнение положения тела с нулевой инерцией позволяет обеспечить близкое к нулю внедрение с любой заданной точностью, которая ограничивается только компьютерным представлением действительных чисел. Модели этого класса описывают взаимодействие защелок и механических датчиков СтМ с пассивным СтА, а также активных крюков и пассивных крюков двух СтА при образовании их жесткого соединения.

При упругих деформациях конструкции s -го КА его СтА получает линейные и угловые смещения. Вследствие малости угловых деформаций их можно объединить в (3×1) -вектор. Тогда декартовые (3×1) -векторы линейных $\mathbf{u}_{D,s}^{(S,s)} = \mathbf{T}_{D,s}^f \mathbf{q}_s^f$, и угловых $\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(S,s)} = \mathbf{R}_{D,s}^f \mathbf{q}_s^f$ деформационных перемещений СК СтА $X_{D,s} Y_{D,s} Z_{D,s}$ в $\mathbf{A}_{D,s}^f$ и их производные $\dot{\mathbf{u}}_{D,s}^{(S,s)} = \mathbf{T}_{D,s}^f \dot{\mathbf{q}}_s^f$, и $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{D,s}^{(S,s)} = \mathbf{R}_{D,s}^f \dot{\mathbf{q}}_s^f$ вычисляются в строительной СК $X_{S,s} Y_{S,s} Z_{S,s}$. Векторы $\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(S,s)}$ могут быть линейно преобразованы в СК СтА $\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)} = \mathbf{G}_{SD,s} \boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(S,s)}$. После этого компоненты векторов $\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}$ интерпретируются как углы поворота в последовательности, определяющей матрицу преобразования вида (4.2.2). С учетом малости углов их косинусы равны примерно 1, а синусы – самим этим углам. Тогда матрицы $\mathbf{A}_{D,k}^f$ преобразования, описывающие деформационные угловые смещения СтА приближенно равны

$$\mathbf{A}_{D,s}^f = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(2) & -\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(1) \\ -\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(2) & 1 & \boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(3) \\ \boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(1) & -\boldsymbol{\theta}_{D,s}^{(D,s)}(3) & 1 \end{bmatrix}.$$

Положение СтА относительно $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$, связанной с ЦМ КА, с учетом упругих деформаций определяется вектором

$$\mathbf{r}_{CD,s}^{(C,s)} = \mathbf{l}_{CD,s}^{(C,s)} + \mathbf{G}_{SC,s} \mathbf{u}_{D,s}^{(S,s)}$$

и матрицей направляющих косинусов

$$\mathbf{A}_{CD,s} = \mathbf{A}_{D,s}^f \mathbf{G}_{CD,s}.$$

Векторы скоростей линейных и угловых деформаций КА в местах установки СтА, выраженные в $X_{C,s} Y_{C,s} Z_{C,s}$, равны

$$\mathbf{v}_{D,s}^{f(C,s)} = \mathbf{G}_{SC,s} \dot{\mathbf{u}}_{D,s}^{(S,s)}, \quad \boldsymbol{\omega}_{D,s}^{f(C,s)} = \mathbf{G}_{SC,s} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{D,s}^{(S,s)}.$$

Ускорения активного КА малы по сравнению с ускорениями звеньев СтМ, но его угловая скорость может постепенно нарастать до значительных величин.

Поэтому в УД СтМ учитываются переносные угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_{D,1}$, угловое и поступательное ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_{D,1}$, $\mathbf{w}_{D,1}$ системы координат $X_{D,1}^f Y_{D,1}^f Z_{D,1}^f$, обусловленные угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_1$, а также скоростями изгибных $\boldsymbol{\omega}_{D,1}^f$ и линейных $\mathbf{v}_{D,1}^{f(C,1)}$ деформаций конструкции в месте установки активного СтА

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{A}_{CD,1}(\boldsymbol{\omega}_1^{(C,1)} + \boldsymbol{\omega}_{D,1}^{f(C,1)}),$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{A}_{CD,1}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1^{(C,1)}\boldsymbol{\omega}_{D,1}^{f(C,1)},$$

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{A}_{CD,1}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1^{(C,1)}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1^{(C,1)}\mathbf{r}_{D,1}^{(C,1)} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1^{(C,1)}\mathbf{v}_{D,1}^{f(C,1)}).$$

Абсолютные поступательные и угловые скорости пассивного СтА, выраженные в связанной с ним СК $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$ равны

$$\mathbf{v}_{D,2}^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2}(\mathbf{A}_{C,2}\mathbf{v}_{C,2}^{(I)} + \boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)} \times \mathbf{r}_{CD,2}^{(C,2)} + \mathbf{v}_{D,2}^{f(C,2)}),$$

$$\boldsymbol{\omega}_2^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2}(\boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)} + \boldsymbol{\omega}_{D,2}^{f(C,2)}).$$

Они используются для расчета сил контактных реакций.

Положение и ориентацию системы координат активного СтА относительно СК пассивного определяют вектор \mathbf{r}_{PA} и матрица \mathbf{A}_{PA}

$$\mathbf{r}_{PA}^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2}[-\mathbf{r}_{CD,2} + \mathbf{A}_{C,2}(-\mathbf{r}_{C,2} + \mathbf{r}_{C,1} + \mathbf{A}_{C,1}^T \mathbf{r}_{CD,1})], \quad \mathbf{A}_{PA} = \mathbf{A}_{CD,1} \mathbf{A}_{C,1} \mathbf{A}_{C,2}^T \mathbf{A}_{CD,2}^T.$$

Абсолютные поступательные и угловые скорости СК пассивного и активного СтА, выраженные в проекциях на оси $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$, равны

$$\mathbf{v}_{PU}^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2}(\mathbf{A}_{C,2}\mathbf{v}_{C,2} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \mathbf{r}_{CD,2} + \mathbf{v}_{D,2}^f), \quad \boldsymbol{\omega}_{PU}^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2}(\boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\omega}_{D,2}^f),$$

$$\mathbf{v}_0^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2} \mathbf{A}_{C,2} [\mathbf{v}_{C,1} + \mathbf{A}_{C,1}^T (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \mathbf{r}_{CD,1} + \mathbf{v}_{D,1}^f)], \quad \boldsymbol{\omega}_0^{(PU)} = \mathbf{A}_{CD,2} \mathbf{A}_{C,2} \mathbf{A}_{C,1}^T (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_{D,1}^f).$$

С каждым j -м буферным звеном СтМ связана СК $X_{B,j} Y_{B,j} Z_{B,j}$, в которой задается форма его контактирующей поверхности. Для определения возможности

контакта этого звена с пассивным СтА вычисляются вектор $\mathbf{r}_{PB,j}^{(P)}$ из начала системы координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ в начало системы координат $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$ и матрица $\mathbf{A}_{PB,j}$ преобразования из $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ в $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$.

$$\mathbf{r}_{PB,j}^{(PU)} = \mathbf{r}_{PA}^{(PU)} + \mathbf{A}_{PA}^T \mathbf{r}_{B,j}^{(0)}, \quad \mathbf{A}_{PB,j} = \mathbf{A}_{B,j} \mathbf{A}_{PA}. \quad (4.4.1)$$

Для расчета параметров контакта вычисляются абсолютные скорости системы координат $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$, выраженные в $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{B,j}^{(PU)} &= \mathbf{v}_0^{(PU)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0^{(PU)} (\mathbf{A}_{PA}^T \mathbf{r}_{B,j}^{(0)}) + \mathbf{A}_{PA}^T \mathbf{v}_{B,j}^{(0)}, \\ \boldsymbol{\omega}_{B,j}^{(PU)} &= \boldsymbol{\omega}_0^{(PU)} + \mathbf{A}_{PA}^T \boldsymbol{\omega}_{B,j}^{(0)}. \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

В этих соотношениях положение $\mathbf{r}_{B,j}^{(0)}$, ориентация (матрица преобразования $\mathbf{A}_{B,j}$) и скорости $\mathbf{v}_{B,j}^{(0)}$, $\boldsymbol{\omega}_{B,j}^{(0)}$ системы координат $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$ относительно $X_0Y_0Z_0$ определяются кинематикой конкретного СтМ.

В общем случае СтМ имеет несколько буферных звеньев, которые могут одновременно контактировать с пассивным СтА. Поэтому определение возможности контактов и координат точек, в которых они имеют место, осуществляется в СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$. Если пассивный СтА и j -е буферное звено СтМ контактируют в k -й точке ($P_{C,k}$ на рисунке 4.1.1), то ее положение относительно СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ определяется вектором $\mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}$, а относительно СК $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$ - вектором $\mathbf{r}_{B,j,k}^{(PU)} = -\mathbf{r}_{PB,j}^{(PU)} + \mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}$. Абсолютные скорости j -го буферного звена и пассивного агрегата в этой точке равны

$$\mathbf{v}_{B,j,k}^{(PU)} = \mathbf{v}_{B,j}^{(PU)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{B,j}^{(PU)} \mathbf{r}_{B,j,k}^{(PU)}, \quad \mathbf{v}_{P,k}^{(PU)} = \mathbf{v}_{PU}^{(PU)} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{PU}^{(PU)} \mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}.$$

На основе вычисленных вектора $\mathbf{r}_{PB,j}^{(PU)}$ и матрицы $\mathbf{A}_{PB,j}$ для каждой пары направляющих поверхностей j -го буферного звена СтМ и пассивного СтА, контакт которых потенциально возможен, определяется величина взаимного внедрения вдоль общей к ним нормали. Если такое внедрение является положительной

величиной, то имеет место очередная k -я точка контакта с величиной внедрения $\Delta_{n,k}$ вдоль нормали $\mathbf{n}_{R,k}^{(PU)}$. В этом случае вычисляются:

- векторы $\mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}$, $\mathbf{r}_{B,j,k}^{(PU)}$ положения k -й точки контакта на пассивном СтА, на j -м буферном звене СтМ и абсолютные скорости $\mathbf{v}_{P,k}^{(PU)}$, $\mathbf{v}_{B,j,k}^{(PU)}$;
- скорость $\dot{\Delta}_{n,k} = \mathbf{n}_{R,k}^{(PU)T} (\mathbf{v}_{B,j,k}^{(PU)} - \mathbf{v}_{P,k}^{(PU)})$ взаимного внедрения вдоль вектора $\mathbf{n}_{R,k}^{(PU)}$ общей нормали;
- относительная тангенциальная скорость $\mathbf{v}_{T,k}^{(PU)} = \mathbf{v}_{B,j,k}^{(PU)} - \mathbf{v}_{P,k}^{(PU)} - \dot{\Delta}_{n,k} \mathbf{n}_{R,k}^{(PU)}$ поверхности буферного звена СтМ относительно поверхности пассивного СтА в точке контакта, и ее единичный вектор $\mathbf{n}_{T,k}^{(PU)} = \mathbf{v}_{T,k}^{(PU)} / |\mathbf{v}_{T,k}^{(PU)}|$;
- модуль контактной реакции $|\mathbf{f}_{R,k}| = k_{S,k} \Delta_{n,k} + c_{D,k} \dot{\Delta}_{n,k}$, где $k_{S,k}$ – контактная жесткость, $c_{D,k}$ – коэффициент демпфирования;
- модуль силы трения $|\mathbf{f}_{Fr,k}| = k_{Fr,k} |\mathbf{f}_{R,k}|$ в точке контакта, где $k_{Fr,k}$ – коэффициент трения;
- контактная сила $\mathbf{f}_{PU,k}^{(PU)} = \mathbf{n}_{R,k}^{(PU)} |\mathbf{f}_{R,k}| - \mathbf{n}_{T,k}^{(PU)} |\mathbf{f}_{Fr,k}|$, действующая на пассивный агрегат и создаваемый ее момент $\mathbf{m}_{PU,k}^{(PU)} = \tilde{\mathbf{r}}_{PU,k}^{(PU)} \mathbf{f}_{PU,k}^{(PU)}$ относительно системы координат $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$;
- контактная сила $\mathbf{f}_{B,j,k}^{(j)} = \mathbf{A}_{PB,j} \mathbf{f}_{B,j,k}^{(PU)} = \mathbf{A}_{PB,j} (-\mathbf{n}_{R,k}^{(PU)} |\mathbf{f}_{R,k}| - \mathbf{n}_{T,k}^{(PU)} |\mathbf{f}_{Fr,k}|)$, действующая на j -е буферное звено, и создаваемый ею момент $\mathbf{m}_{B,j,k}^{(j)} = \mathbf{A}_{PB,j} \mathbf{m}_{B,j,k}^{(PU)} = \mathbf{A}_{PB,j} (\tilde{\mathbf{r}}_{B,j,k}^{(PU)} \mathbf{f}_{B,j,k}^{(PU)})$ относительно системы координат $X_{B,j} Y_{B,j} Z_{B,j}$.

Алгоритмы вычисления величины внедрения $\Delta_{n,k}$ и векторов $\mathbf{r}_{P,k}^{(PU)}$ и $\mathbf{n}_{R,k}^{(PU)}$ для различных пар направляющих поверхностей СтМ и СтА рассматриваются далее в Главе 5.

Модули $|\mathbf{f}_{R,k}|$ контактных реакций определяются главным образом податливостью и относительно малой инерцией стыковочного механизма. Для правильной работы представленной модели контактного взаимодействия величины $k_{S,k}$ контактных жесткостей выбираются примерно на два порядка больше жесткости его звеньев и устройств демпфирования. Их максимальные значения ограничены только размером шага численного интегрирования.

Суммарные для всех выделенных точек контакта силы $\mathbf{f}_{PU}^{(PU)}$ и моменты $\mathbf{m}_{PU}^{(PU)}$, действующие на пассивный СтА, входят в уравнения динамики второго КА. Аналогично суммарные силы $\mathbf{f}_{B,j}^{(j)}$ и моменты $\mathbf{m}_{B,j}^{(j)}$ для каждого j -го буферного звена и входят в УД СтМ. Силы $\mathbf{f}_0^{(0)}$ и моменты $\mathbf{m}_0^{(0)}$, создаваемые механизмом в своем основании, определяются при решении его УД. Эти векторы входят в УД (4.2.1) КА как твердых тел, а через (4.2.5) и (4.2.4) в УД (4.2.3) упругих деформаций их конструкции.

Моделирование контактного взаимодействия с использованием контактной жесткости характеризуется высокой вычислительной эффективностью, так как в этом случае:

- сохраняется исходная структура обыкновенных дифференциальных уравнений динамики космических аппаратов и стыковочного механизма;
- вычисляются скорости, а не ускорения, в точках контакта, уменьшаются вычислительные затраты;
- возможен учет произвольного числа точек контакта сложных поверхностей, не требуется определять линейно независимые векторы нормалей;
- контактные реакции являются декартовыми векторами, что упрощает интерпретацию результатов моделирования и расчет нагрузок на критические точки конструкции космических аппаратов;
- легко учитывается контактное трение.

Использование контактной жесткости и демпфирования для расчета величины реакций по своему действию эквивалентно методу Баумгарта [122], с уче-

том инерции контактирующих тел оно описывает выполнение ограничения в виде осциллятора с демпфированием.

4.5 Начальные условия стыковки

Взаимное движение активного и пассивного КА как независимых твердых тел определяется шестью координатами и шестью скоростями. При первом контакте их СтА с некоторыми допустимыми боковыми и угловыми рассогласованиями можно определить взаимное осевое расстояние между их центрами масс. Число параметров начальных условий (НУ) движения становится равным одиннадцати. Это $\Delta y, \Delta z$ – компоненты бокового промаха (линейного смещения центров СтА), $\psi_y, \theta_z, \varphi_x$ – углы рассогласования СК СтА (рыскание, тангаж, крен), v_x, v_y, v_z и $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ компоненты скорости ЦМ и угловой скорости активного КА относительно пассивного.

Если первый КА, на котором устанавливается активный СтА, является активным, то предполагается, что в начальный момент времени ИСК совпадает с СК второго, пассивного КА, относительные скорости которого считаются нулевыми: $\mathbf{A}_{C,2}(0) = \mathbf{1}_3$, $\mathbf{r}_{C,2}^{(I)}(0) = \mathbf{0}$, $\mathbf{v}_{C,2}^{(I)}(0) = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)}(0) = \mathbf{0}$. При стыковке на орбите близкой к круговой система ориентации пассивного КА до момента первого контакта поддерживает его угловую скорость близкую к орбитальной, то есть $\boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)}(0) = \boldsymbol{\omega}_{2,orb}^{(C,2)}$. Тогда положение ЦМ первого, активного КА относительно пассивного в начальный момент времени определяется следующим образом. Первый контакт с пассивным СтА осуществляет основное (единственное или первое ($j=1$)) буферное звено B_1 СтМ. При заданных в НУ боковых и угловых рассогласованиях агрегатов осуществляется постепенное, итерационное сближение КА до появления первой точки контакта (ТК) ($k=1$) с допустимой величиной внедрения. Этой ТК соответствуют векторы $\mathbf{r}_{B,1,1}^{(B,1)}$ и $\mathbf{r}_{P,1}^{(PU)}$, определенные в СК первого буферного звена и пассивного СтА. Матрица преобразования из СК $X_{C,1}Y_{C,1}Z_{C,1}$ в СК $X_{C,2}Y_{C,2}Z_{C,2}$ равна

$$\mathbf{A}_{C_1,C_2} = \mathbf{A}_{C_1}^T(0)\mathbf{A}_{C_2}(0), \quad (4.5.1)$$

где $\mathbf{A}_{C_2}(0) = \mathbf{1}_3$, а $\mathbf{A}_{C_1}(0)$ вычисляется, исходя из заданных начальных угловых рассогласований первого, активного КА.

Для определения положения ЦМ первого КА относительно ИСК в момент времени $t = 0$ последовательно вычисляются матрицы преобразования из СК $X_0Y_0Z_0$ основания СтМ в СК $X_{C_2}Y_{C_2}Z_{C_2}$

$$\mathbf{A}_{0,C_2} = \mathbf{A}_{C_1,C_2}\mathbf{A}_{CD,1}^T,$$

и вектор из центра пассивного СтА в центр основания активного СтА (рис. 4.1.1)

$$\mathbf{r}_{PA}^{(C,2)} = \mathbf{A}_{CD,2}^T \mathbf{r}_{P,1}^{(PU)} - \mathbf{A}_{0,C_2} [\mathbf{r}_{B,1}^{(0)} + \mathbf{A}_{B,1}^T \mathbf{r}_{B,1,1}^{(B,1)}],$$

который с учетом невозмущенного положения СтМ ($\mathbf{A}_{B,1} = \mathbf{1}_3$) равен

$$\mathbf{r}_{PA}^{(C,2)} = \mathbf{A}_{CD,2}^T \mathbf{r}_{P,1}^{(PU)} - \mathbf{A}_{0,C_2} [\mathbf{r}_{B,1}^{(0)} + \mathbf{r}_{B,1,1}^{(B,1)}]. \quad (4.5.2)$$

Положение ЦМ активного, первого КА относительно ИСК определяется вектором

$$\mathbf{r}_{C,1}^{(I)} = \mathbf{r}_{C,1}^{(C,2)} = \mathbf{r}_{CD,2}^{(C,2)} + \mathbf{r}_{PA}^{(C,2)} - \mathbf{A}_{C_1,C_2} \mathbf{r}_{CD,1}^{(C,1)}. \quad (4.5.3)$$

Система сближения активного КА при стыковке функционирует на основе измерения относительного положения и скоростей тех участков конструкции активного и пассивного КА, на которых установлены соответственно активный и пассивный СтА. То есть первый, активный КА также поддерживает орбитальную скорость и его начальные скорости в момент начала моделирования равны

$$\mathbf{v}_{C,1}^{(I)}(0) = [v_x, v_y, v_z]^T, \quad \boldsymbol{\omega}_1^{(C,1)*} = \boldsymbol{\omega}_1^{(C,1)} + \mathbf{A}_{C_1} \mathbf{A}_{C_2}^T \boldsymbol{\omega}_{2,orb}^{(C,2)}, \quad (4.5.4)$$

где $\boldsymbol{\omega}_1^{(C,1)} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ соответствует НУ сближения.

Если первый КА, на котором устанавливается СтМ, является пассивным, то СК $X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ в начальный момент времени совпадает с ИСК и соответственно:

$\mathbf{A}_{C_1}(0) = \mathbf{1}_3$, $\mathbf{r}_{C,1}^{(I)}(0) = \mathbf{0}$, $\mathbf{v}_{C,1}^{(I)}(0) = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}_1^{(C,1)}(0) = \mathbf{0}$, а $\mathbf{A}_{C_2}(0)$ вычисляется исходя из

заданных начальных угловых рассогласований. В этом случае положение ЦМ второго, активного КА относительно ИСК определяется вектором

$$\mathbf{r}_{C,2}^{(I)} = \mathbf{r}_{C,2}^{(C,1)} = \mathbf{r}_{CD,1}^{(C,1)} - \mathbf{A}_{C1,C2}^T (\mathbf{r}_{PA}^{(C,2)} + \mathbf{r}_{CD,2}^{(C,2)}),$$

все слагаемые которого определяются по соотношениям (4.5.1), (4.5.2). Начальные скорости второго КА корректируются аналогично (4.5.4)

$$\mathbf{v}_{C,2}^{(I)}(0) = [v_x, v_y, v_z]^T, \quad \boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T, \quad \boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)*} = \boldsymbol{\omega}_2^{(C,2)} + \mathbf{A}_{C,2} \mathbf{A}_{C,1}^T \boldsymbol{\omega}_{1,orb}^{(C,1)}.$$

Дополнительно при необходимости могут быть заданы начальные условия $\mathbf{q}_{f,k}(0)$ и $\dot{\mathbf{q}}_{f,k}(0)$ для тонов упругих колебаний конструкции k -го пассивного КА, при учете воздействия на нее факелов двигателей приближающегося активного.

Начальные условия движения в момент первого контакта являются случайными величинами, распределение которых зависит от свойств системы сближения. При проектировании задается допустимый диапазон изменения каждого из одиннадцати кинематических параметров АКА. Критичность их сочетаний может быть оценена различными обобщенными показателями, например,

$$R_1 = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\Delta p_i}{\Delta_{\max} p_i} \right)^2} \quad \text{или} \quad R_2 = \sum_i \frac{\Delta p_i}{\Delta_{\max} p_i},$$

где p_i – i – й параметр начальных условий.

При штатной работе системы сближения активного КА значения кинематических параметров распределены в области, значительно меньшей по объему, чем полное пространство возможных значений. При этом значение обобщенного параметра меньше 1. Этой области соответствуют результаты статистического моделирования процесса сближения без учета нештатных ситуаций, а также накопленная до настоящего времени летная статистика выполненных стыковок (рисунок 4.5.1). При статистическом моделировании процесса сближения отдельные параметры могут достигать предельно допустимых значений в нескольких вари-

антах из тысячи. Максимальные значения одновременно для нескольких параметров начальных условий характерны для нештатного сближения.

Однако СтА разрабатываются не для конкретных пар КА, часто параллельно с созданием системы сближения. На этапе их проектирования результаты статистического моделирования штатного и тем более нештатного сближения, как правило, отсутствуют. Но остается задача оценки предельных возможностей СтА и СтМ. Кроме того СтА должен по возможности парировать нештатные условия сближения с учетом того, что в конструкции КА могут быть механические интерфейсы, чувствительные к нагрузкам.

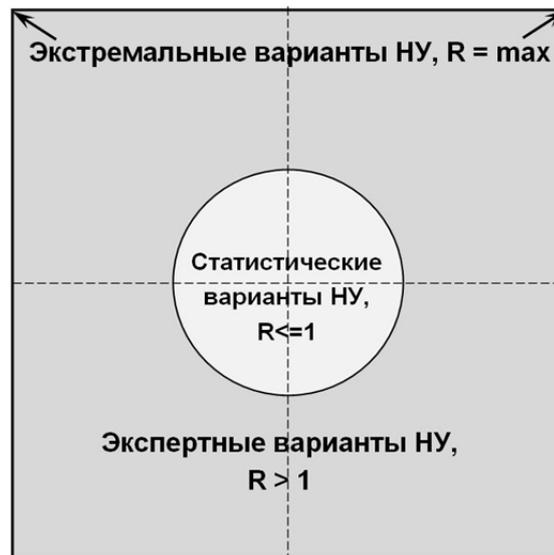


Рисунок 4.5.1. Упрощенное представление диапазона начальных условий (НУ) стыковки для 2-х кинематических параметров

Поэтому анализ динамики стыковки проводится для более критичных экспертных ($R > 1$), а также экстремальных сочетаний параметров НУ стыковки, в которых R может достигать максимума.

Данная глава написана на основе публикаций [225-227, 233 - 235].

ГЛАВА 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТЫКОЧНЫХ АГРЕГАТОВ

5.1 Описание геометрии направляющих поверхностей конечной совокупностью геометрических примитивов

СтМ и пассивный СтА имеют одну или несколько согласованных пар направляющих поверхностей, обеспечивающих их взаимное выравнивание за счет уменьшения объема относительного движения в процессе сближения. Разработка математических моделей контактного взаимодействия СтА основана на следующих основных положениях.

1. Область каждого отдельного контакта представляется одной точкой, которая соответствует максимальной величине контактного внедрения вдоль общей нормали к контактирующим поверхностям. Число таких точек контакта может быть произвольным, но конечным.
2. Поверхности направляющих элементов пассивного СтА и буферных звеньев СтМ могут быть представлены произвольным, но конечным числом простейших геометрических фигур (примитивов), которые далее для краткости будут называться соответственно пассивными и активными.
3. Пары контактирующих примитивов выбираются таким образом, чтобы определить наличие контакта, вычислить внедрение $\Delta_{n,k}$ вдоль общей нормали $\mathbf{n}_{R,k}^{(P)}$ к поверхностям контакта и координаты точки контакта можно было с помощью простых аналитических выражений.
4. Множеством однотипных примитивов можно аппроксимировать более сложную направляющую поверхность, и в таком случае эффективное определение наличия контакта обеспечивает итерационный метод дихотомии. Это исключает необходимость решения трансцендентных уравнений.
5. Каждое аналитическое решение выводится для допустимого диапазона боковых и угловых рассогласований стыковочных агрегатов. Вне его возможна не-

корректная работа алгоритма. Тогда моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения.

6. Геометрические примитивы имеют постоянные параметры: активные – в системах координат $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$ буферных звеньев, пассивные – в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ пассивного агрегата. Такими параметрами являются координаты характерных точек (ХТ), которые являются концами отрезков, центрами линий и поверхностей второго порядка, а также величины радиусов окружностей сфер, цилиндров, усеченных конусов.
7. СтМ в общем случае имеет несколько буферных звеньев. Координаты ХТ их направляющих элементов преобразуются в СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ пассивного агрегата для определения возможности контактов и расчета их параметров. Координаты ХТ направляющих элементов пассивного СтА являются неизменными в этой СК и могут быть определены до начала моделирования.

Выделены следующие пары контактирующих геометрических примитивов:

- активная сфера или точка – пассивный усеченный конус;
- активная сфера или точка – пассивная линия граничной окружности;
- активная сфера или точка – пассивный цилиндр;
- активная сфера или точка – пассивный фрагмент плоскости;
- активный (пассивный) отрезок прямой – пассивная (активная) граничная окружность;
- активный и пассивный отрезки.

5.2 Алгоритмы определения параметров контакта для пар геометрических примитивов

Контакт активной сферы (точки) с пассивным усеченным конусом (рисунки 5.2.1а). Сфера имеет радиус R_S , ее центр находится в точке $P_S = (x_S, y_S, z_S)$, определенной в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$. При $R_S = 0$ она вырождается в характерную точку, которая может соответствовать, например,

ния от P_S до оси конуса, минимальная и максимальная абсциссы $x_{C,\min} = R_{CB,\min} \operatorname{ctg} \alpha + R_S \sin \alpha_C$, $x_{C,\max} = x_{CB,\max} + (R_{CB,\max} - R_{CB,\min}) \operatorname{ctg} \alpha$ центра $P_S = (x_S, y_S, z_S)$ сферы.

При выполнении одного из условий $x_S < x_{C,\min}$, $x_S > x_{C,\max}$, $d_L < d_{L,\min}$, $d_L > d_{L,\max}$, где $d_L = \sqrt{y_S^2 + z_S^2}$ контакт активной сферы и пассивного усеченного конуса невозможен и дальнейший анализ возможности контакта завершается. В противном случае уточнение его наличия и определение его параметров выполняются следующим образом.

1. Вычисляются расстояния $d_{SX} = x_T - d_L \operatorname{ctg} \alpha_C$ от центра $P_S = (x_S, y_S, z_S)$ сферы до поверхности конуса вдоль его оси и $d_S = d_{SX} \sin \alpha_C$ вдоль нормали к его поверхности $d_S = d_{SX} \sin \alpha_C$. Если $d_S > R_S$, то контакт этого типа отсутствует, и анализ завершается.
2. Вычисляются расстояния $d_{SX} = x_T - d_L \operatorname{ctg} \alpha_C$ от центра $P_S = (x_S, y_S, z_S)$ сферы до поверхности конуса вдоль его оси и $d_S = d_{SX} \sin \alpha_C$ вдоль нормали к его поверхности $d_S = d_{SX} \sin \alpha_C$. Если $d_S > R_S$, то контакт этого типа отсутствует, и анализ завершается.
3. Вычисляется величина $\Delta_n = R_S - d_S$ внедрения вдоль нормали к поверхности конуса и, если $\Delta_n < 0$, то контакт отсутствует, и анализ завершается, если она превышает максимально допустимую величину, то есть $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$, то моделирование завершается с выдачей соответствующего диагностического сообщения о превышении допустимой величины внедрения.
4. При наличии контакта ($0 < \Delta_n < \Delta_{n,\max}$) определяются постоянная $n_X = n_{CX}$ и переменные компоненты $n_Y = n_{CL} y_S / d_L$ и $n_Z = n_{CL} z_S / d_L$ единичного вектора реакции и координаты точки контакта в СК $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$ определяемые вектором $\mathbf{r}_{P,k}^{(PU)} = [x_S + n_X R_S, y_S + n_Y R_S, z_S + n_Z R_S]^T$.

Контакт активной сферы (точки) с пассивной граничной окружностью (рисунок 5.2.1б). Граничная окружность является линией сопряжения двух соосных усеченных конусов – $(i-1)$ -го и i -го с углами α_{i-1}, α_i между их образующими и осью X_{PU} . В частном случае i -й конус может вырождаться в цилиндр с равными радиусами оснований и углом $\alpha_i = 0$ между образующими и осью X_{PU} . Независимо от этого $(i-1)$ -й усеченный конус может вырождаться в плоскость (угол $\alpha_{i-1} = 90^\circ$, рисунок 5.2.2б). Граничная окружность имеет радиус R_{CB} . Ее плоскость перпендикулярна к X_{PU} и пересекает ее в точке $(x_{CB}, 0, 0)$. Возможность контакта с ней сферы радиуса R_S , определяют следующие постоянные параметры $(i-1)$ -го и i -го соосных усеченных конусов: абсциссы $x_{C, \min, i-1}$ и $x_{C, \max, i}$ центра сферы и расстояния $d_{L, \min, i-1}$ и $d_{L, \max, i}$ от него до оси X_{PU} , которые соответствуют окончанию контакта с $(i-1)$ -м усеченным конусом и началу контакта с i -м конусом, то есть $x_{C, \min, i-1} = x_{CB} + R_S \sin \alpha_{i-1}$, $d_{L, \min, i-1} = R_{CB} - R_S \cos \alpha_{i-1}$, и соответственно $x_{C, \max, i} = x_{CB} + R_S \sin \alpha_i$, $d_{L, \max, i} = R_{CB} - R_S \cos \alpha_i$.

При одновременном выполнении условий $x_S \geq x_{C, \min, i-1}$, $d_L \geq d_{L, \min, i-1}$, $x_S \leq x_{C, \max, i}$, $d_L < d_{L, \max, i}$, где $d_L = \sqrt{y_S^2 + z_S^2}$, контакт возможен. Уточнение его возникновения и определение его параметров выполняется следующим образом.

1. Определяются боковое $d_{BL} = R_{CB} - d_L$, осевое $d_{BX} = x_S - x_{CB}$ и полное $d_B = \sqrt{d_{BL}^2 + d_{BX}^2}$ расстояния от центра головки до граничной окружности.
2. Если $d_B > R_S$, то контакт отсутствует и данный анализ завершается.
3. Вычисляется внедрение $\Delta_n = d_B - R_S$ и, если $\Delta_n > \Delta_{n, \max}$, то моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о превышении допустимой величины внедрения.
4. Вычисляются компоненты $n_X = d_{BX} / d_B$; $n_L = d_{BL} / d_B$, $n_Y = n_L (y_S / d_L)$, $n_Z = n_L (z_S / d_L)$ единичного вектора реакции и координаты точки контакта.

Контакт активной сферы с пассивным цилиндром. Для определения возможности его существования используются следующие постоянные параметры: радиус R_{CB} цилиндра, абсцисса $x_{C,\min}$ его верхней грани и расстояние $d_{L,\min} = R_{CB} - R_S$ от центра сферы до оси X_{PU} цилиндра в начале контакта (рисунок 5.2.2а). Рассматриваемый контакт невозможен, и дальнейший анализ завершается при выполнении одного из условий: $x_S < x_{C,\min}$ или $d_L < d_{L,\min}$, где $d_L = \sqrt{y_S^2 + z_S^2}$. В противном случае уточнение его наличия и определение параметров точки контакта выполняются следующим образом.

1. Вычисляется боковое $d_{BL} = R_{CB} - d_L$ расстояние от центра головки до поверхности цилиндра.
2. Если $d_{BL} > R_S$, то контакт отсутствует, и данный анализ завершается.
3. Вычисляется внедрение $\Delta_n = d_L - R_S$ и, если $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$, то моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о соответствующей ошибке.
4. Вычисляются компоненты $n_X = 0$; $n_Y = y_S / d_L$, $n_Z = z_S / d_L$ единичного вектора реакции и координаты точки контакта.

Контакт активной сферы с пассивной плоскостью, перпендикулярной к оси X_{PU} (рисунок 5.2.2б). Постоянными параметрами, определяющими возможность такого контакта, являются абсцисса $x_{C,\min}$ центра сферы при ее касании с плоскостью, характерные расстояния $d_{L,\min}$, $d_{L,\max}$ от центра $P_S = (x_S, y_S, z_S)$ сферы до оси X_{PU} , если она ограничена одним или двумя радиусами, и компоненты $n_X = 1$, $n_Y = 0$, $n_Z = 0$ единичного вектора реакции. Параметр $x_{C,\max}$ не используется.

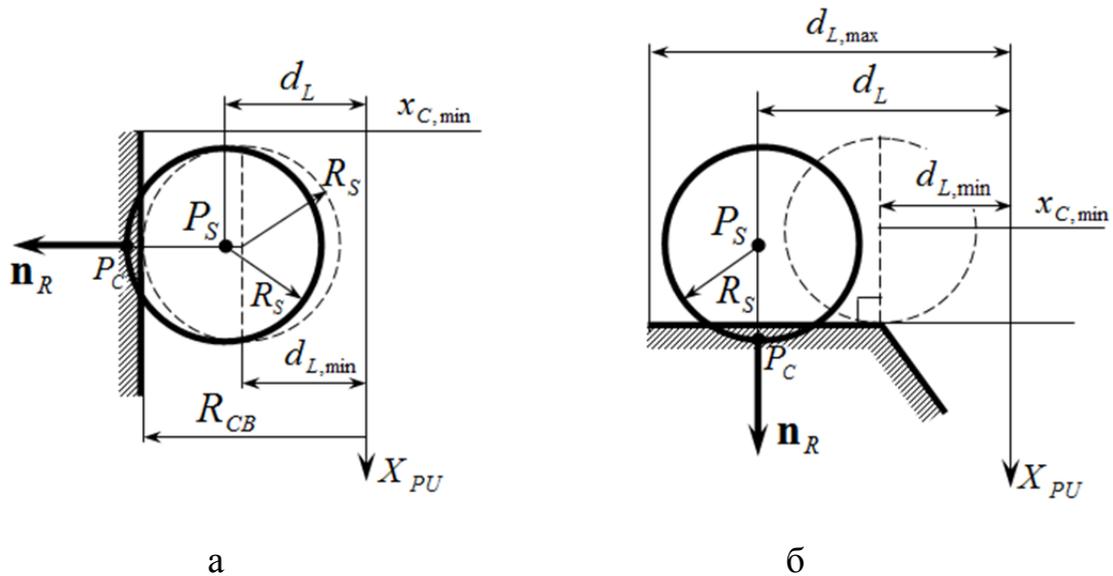


Рисунок 5.2.2. Контакт активной сферы: а) с пассивным цилиндром; б) с пассивной плоскостью

При выполнении условий $x_S \geq x_{C,\min}$ и $d_{L,\min} < d_L < d_{L,\max}$, где $d_L = \sqrt{y_S^2 + z_S^2}$, определение наличия точки контакта и расчет ее параметров выполняются следующим образом.

1. Вычисляется величина внедрения $\Delta_n = x_S - x_{C,\min}$ сферы в плоскость.
2. Если $\Delta_n < 0$, то контакт отсутствует, и анализ завершается; при $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$ моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о превышении допустимой величины.
3. Вычисляются координаты точки контакта в соответствии с значениями $n_X = 1$, $n_Y = 0$, $n_Z = 0$ компонент единичного вектора реакции.

Контакт отрезка прямой с окружностью (рисунок 5.2.3). В паре «отрезок прямой – окружность» каждый из геометрических примитивов в моделях различных агрегатов может быть активным или пассивным. Постоянные параметры пассивного примитива вычисляются до начала моделирования.

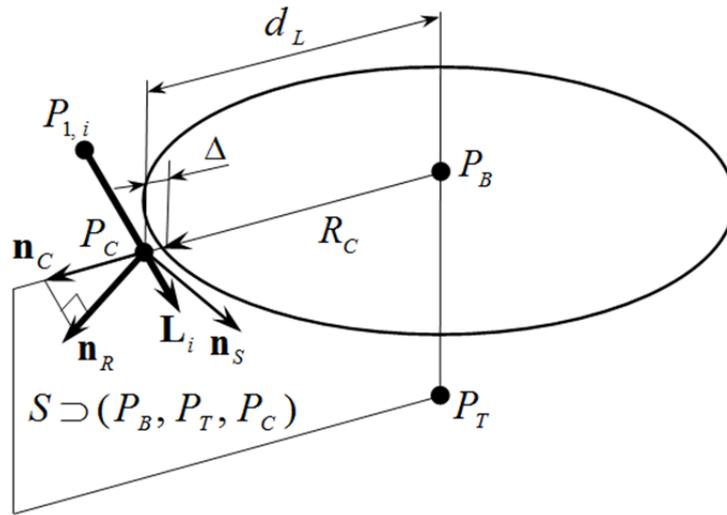


Рис. 5.2.3. Контакт отрезка прямой с окружностью

Отрезок i -й прямой, проходящий через точки $P_{1,i} = (x_{1,i}, y_{1,i}, z_{1,i})$ и $P_{2,i} = (x_{2,i}, y_{2,i}, z_{2,i})$, описывается параметрическим уравнением $x = x_{1,i} + l_i t$, $y = y_{1,i} + m_i t$, $z = z_{1,i} + n_i t$, то есть исходной точкой $P_{1,i}$ и направляющим вектором $\mathbf{L}_i = [l_i, m_i, n_i]^T$ с компонентами $l_i = x_{2,i} - x_{1,i}$, $m_i = y_{2,i} - y_{1,i}$, $n_i = z_{2,i} - z_{1,i}$. Окружность радиуса R_C является линией сопряжения двух конических поверхностей или конуса и цилиндра. Ее центр $P_B = (x_B, y_B, z_B)$ и точка $P_T = (x_T, y_T, z_T)$ лежат на оси этих поверхностей.

Здесь и далее при определении параметров контакта используются известные формулы аналитической геометрии [217] для отрезков, плоскостей и параметров их пересечения. Точка P_C пересечения отрезка $\mathbf{L}_i = [l_i, m_i, n_i]^T$ и плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ определяется параметром

$$t_C = - (Ax_{1,i} + By_{1,i} + Cz_{1,i} + D) / (Al_i + Bm_i + Cn_i),$$

при этом точка P_C имеет координаты $x_C = x_{1,i} + t_C l_i$, $y_C = y_{1,i} + t_C m_i$, $z_C = z_{1,i} + t_C n_i$. Она принадлежит отрезку при выполнении условия $t_C \in [0, 1]$.

Для определения наличия контакта и его геометрических параметров последовательно вычисляются:

1. Параметры A, B, C, D плоскости окружности, проходящей через P_B перпендикулярно отрезку $P_B P_T$: $A = x_T - x_B$, $B = y_T - y_B$, $C = z_T - z_B$,
 $D_C = -(A x_B + B y_B + C z_B)$.
2. Параметры вектора \mathbf{L}_i отрезка с исходной точкой $P_{1,i}$.
3. Параметр t_C , соответствующий точке P_C пересечения отрезка \mathbf{L}_i и плоскости окружности. Если $t_C \notin [0, 1]$, то отрезок не пересекает плоскость окружности и определение параметров контакта данного типа завершается.
4. Координаты точки P_C и расстояние d_L от нее до центра окружности P_B и боковое внедрение $\Delta = d_L - R_C$ (если $\Delta \leq 0$ то отрезок не пересекает окружность и определение параметров контакта данного типа завершается).
5. Компоненты направляющего вектора $\mathbf{n}_S = [A_S, B_S, C_S]^T$ плоскости S проходящей через три точки P_C, P_B и P_T , то есть компоненты вектора параллельного касательной к окружности в точке ее пересечения с отрезком $P_B P_C$:

$$A_S = (y_B - y_C)(z_T - z_C) - (y_T - y_C)(z_B - z_C),$$

$$B_S = -[(x_B - x_C)(z_T - z_C) - (x_T - x_C)(z_B - z_C)],$$

$$C_S = (x_B - x_C)(y_T - y_C) - (x_T - x_C)(y_B - y_C).$$
6. Единичный вектор \mathbf{n}_R реакции в точке контакта как результат нормирования компонент вектора $\mathbf{L}_i \times \mathbf{n}_S$ с выполнением условия $\mathbf{n}_{R,x} > 0$.
7. Единичный вектор $\mathbf{n}_C = [0, y_C/d_L, z_C/d_L]^T$ радиуса окружности, проходящего через точку P_C , который позволяет определить величину контактного внедрения $\Delta_n = \Delta(\mathbf{n}_R^T \mathbf{n}_C)$ вдоль вектора \mathbf{n}_R .
8. Если $\Delta_n \leq \Delta_{n,\max}$, то P_C является точкой контакта, в противном случае моделирование завершается с выдачей соответствующего диагностического сообщения.

Контакт активного и пассивного отрезков (рисунок 5.2.4). Активный и пассивный отрезки заданы своими исходными точками $O_A = (x_A, y_A, z_A)$, $O_P = (x_P, y_P, z_P)$ и векторами $\mathbf{L}_A = [l_A, m_A, n_A]^T$, $\mathbf{L}_P = [l_P, m_P, n_P]^T$. Для расчета параметров возможного контакта сначала вычисляются параметры плоскостей:

- S_{PP} , проходящей через L_A параллельно L_P ;
- S_{PA} , проходящей через L_P параллельно L_A ;
- S_{NP} , проходящей через L_A перпендикулярно к S_{PP} ;
- S_{NA} , проходящей через L_P перпендикулярно к S_{PA} .

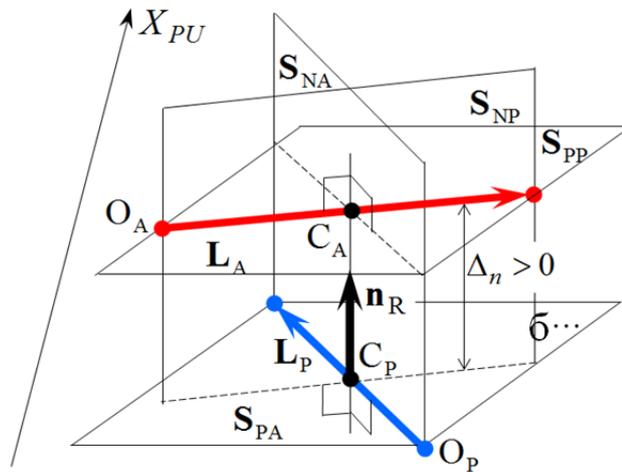


Рисунок 5.2.4. Контакт активного и пассивного отрезков

Параметры плоскости, проходящей через отрезок L_i параллельно другому отрезку L_j , и параметры плоскости, проходящей через отрезок L_i перпендикулярно плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$, определяются схожими по структуре условиями

$$\begin{vmatrix} x - x_i & y - y_i & z - z_i \\ l_i & m_i & n_i \\ l_j & m_j & n_j \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x - x_i & y - y_i & z - z_i \\ l_i & m_i & n_i \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0.$$

Далее вычисляются параметр t_{CA} , соответствующий точке C_A пересечения отрезка L_A с плоскостью S_{NA} , и параметр t_{CP} , соответствующий точке C_P пересечения отрезка L_P с плоскостью S_{NP} .

Если $t_{CA} \notin [0, 1]$ или $t_{CP} \notin [0, 1]$, то отрезки не пересекаются, и анализ возможности контакта завершается. В противном случае отрезок $C_P C_A$ пересекает векторы L_A , L_P и перпендикулярен к ним. Вычисляются его компоненты и длина.

Если проекция отрезка $C_P C_A$ на ось X_{PU} оказалась меньше нуля, то L_A еще не внедрился в L_P и анализ возможности контакта завершается.

Вычисляется длина отрезка $C_P C_A$. Если она меньше очень малой величины (в описываемом варианте модели она меньше 10^{-6} мм), то контакт не учитывается для исключения ситуации деления на ноль.

В противном случае единичный вектор \mathbf{n}_R контактной реакции, действующей в точке C_P , определяется компонентами отрезка $C_P C_A$, деленными на его длину, которая равна величине контактного внедрения Δ_n .

Описанные выше алгоритмы определения параметров контактов пар геометрических примитивов позволяют разработать модели контактного взаимодействия стыковочных агрегатов и устройств.

5.3 Модель контактного взаимодействия СтА центрального типа

На рисунке 5.3.1 показаны активный и пассивный СтА центрального типа. Кинематика СтМ активного СтА описана в Главе 2. Его буферными звеньями являются головка штыря 1, качающийся корпус с накладками 2 ограничителя относительных разворотов, рычаги выравнивания с роликами 3. На головке штыря имеются датчики 4 первого контакта, датчики 5 контакта с дном гнезда приемного конуса, датчики 6 захвата головки (сцепки) и защелки 7 (на рисунке 5.3.1б в убранном положении). Направляющими элементами СтА являются приемный конус 8 и приемное гнездо 9.

При малой скорости сближения на возможность сцепки влияют силы сопротивления защелок и датчиков захвата головки штанги. Поэтому эти элементы учитываются в модели контактного взаимодействия СтМ и пассивного СтА.

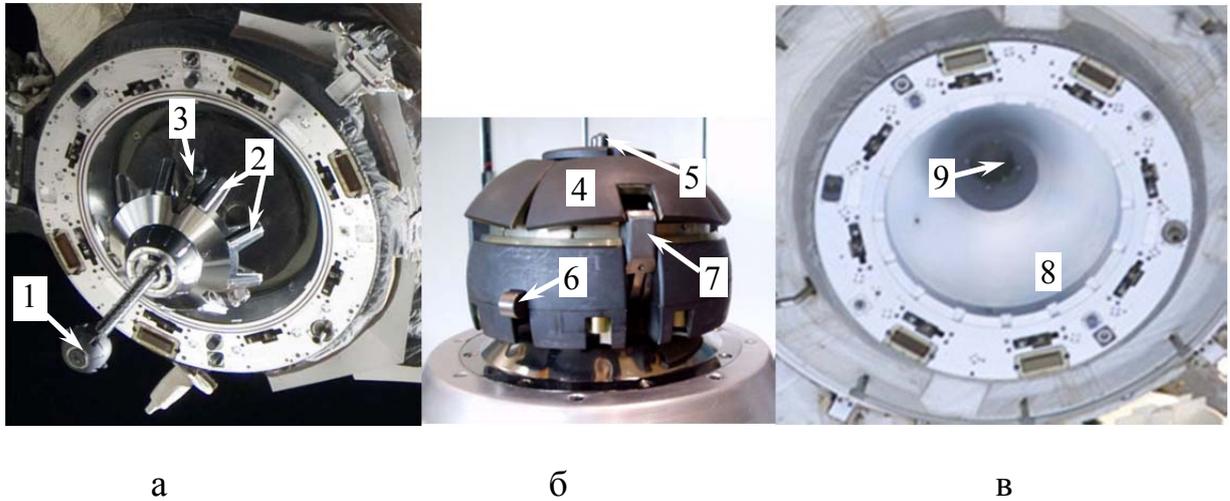


Рис. 5.3.1. Стыковочный агрегаты центрального типа: (а) активный; (б) головка штанги СтМ; (в) пассивный

Головка штанги 1, основное буферное звено, описывается сферой радиуса R_H . В ее центре расположена СК $X_H Y_H Z_H$, в которой определяется геометрия защелок и датчиков (рисунок 5.3.2б). Контактующие с приемным конусом (8) пассивного СтА грани накладок 2 ограничителя относительных разворотов СтА на подвижном корпусе СтМ, второго буферного звена, моделируются отрезками прямых, концы которых являются характерными точками (ХТ) (рисунок 5.3.2а). Координаты этих точек задаются в СК $X_M Y_M Z_M$, жестко связанной с подвижным корпусом. Ось X_M направлена вдоль штанги к его головке. Ролики рычагов выравнивания (3) также моделируются сферами, центры которых являются ХТ.

Трехмерные защелки вследствие своей незначительной толщины описываются плоскими фигурами – набором точек и отрезков, в их локальных системах координат, начало которых точка 0 (центр вращения защелки) задается параметрами X_{LC0} , Y_{LC0} (рисунок 5.3.2в) в плоскостях $X_H O_H Y_H$ для защелок 1 и 3, $X_H O_H Z_H$ для защелок 2 и 4 (рисунок 5.3.2б). ХТ (1) и (2) являются концами от-

резка, соответствующей поверхности, контактирующей с приемным конусом до срабатывания защелки. Их исходное положение относительно локальной СК

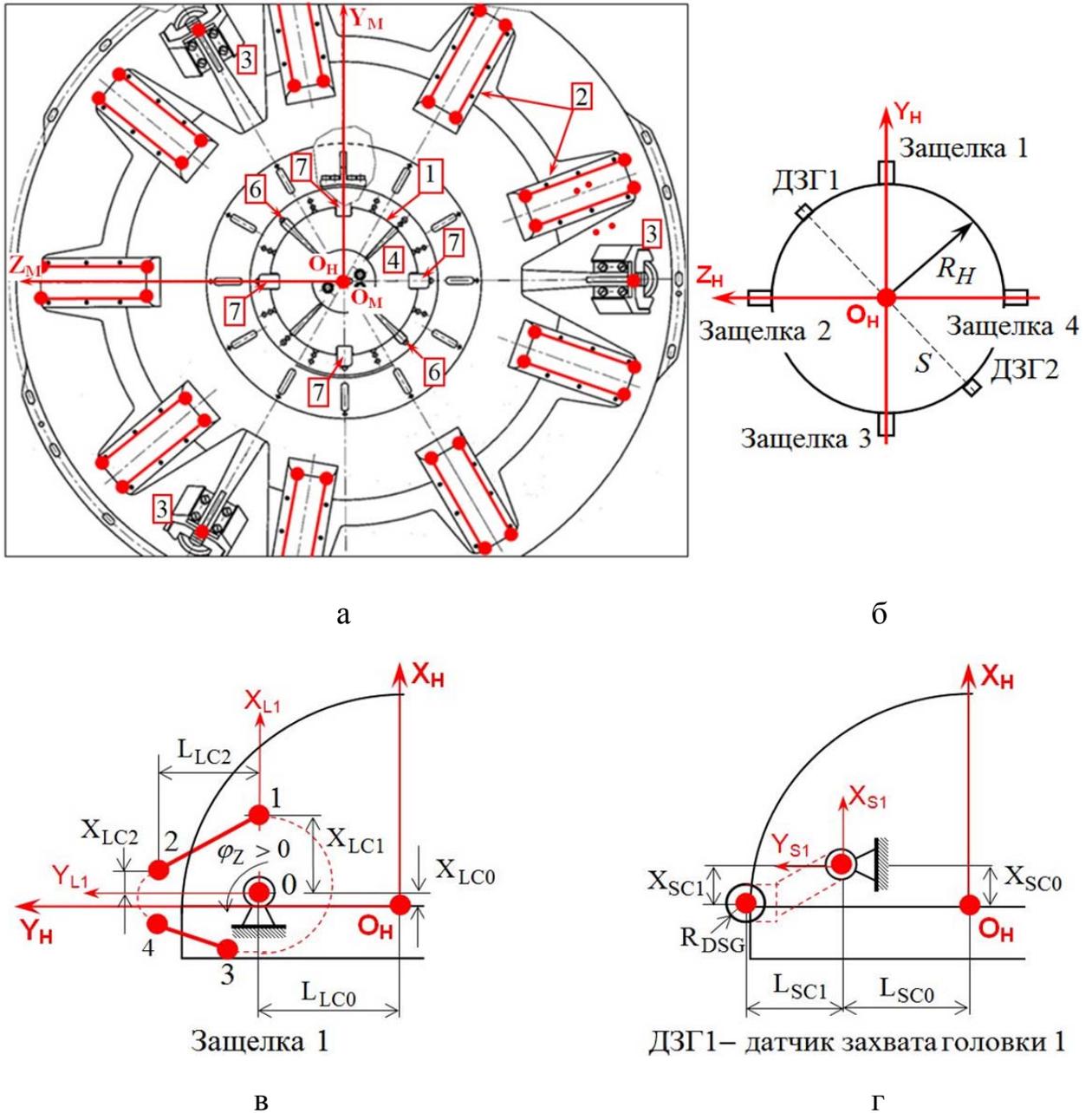


Рисунок 5.3.2. Системы координат, характерные точки и отрезки:

(а) подвижного корпуса СтМ; (б) головки штыря;

(в) защелки 1; (г) датчика 1 захвата головки (ДЗГ1)

$X_{L1}Y_{L1}$ (для первой защелки) определяются постоянными параметрами X_{LC1} , X_{LC2} , L_{LC2} , с помощью которых вычисляются их переменные координаты в зависимости от угла $\varphi_Z > 0$ поворота защелки до ее срабатывания. ХТ 3 и 4 являются

концами отрезка, соответствующего поверхности, контактирующей с пазом гнезда приемного конуса после срабатывания защелки. Их координаты неизменны относительно $X_H Y_H Z_H$.

Аналогично звенья трехмерных датчиков захвата головки (ДЗГ) описываются характерными точками, лежащими в плоскости S (рисунок 5.3.2б), проходящей через ось $O_H X_H$ головки штанги. Положение их центров вращения, которые являются началом локальных систем координат $X_{S1} Y_{S1}$ и $X_{S2} Y_{S2}$, относительно центра головки задается постоянными параметрами X_{SC0} и L_{SC0} (рисунок 5.3.2г). С приемным конусом контактируют цилиндрические поверхности звеньев датчиков, которые в плоской модели описываются окружностями радиуса R_{DSG} . Исходное положение центра окружности относительно центра вращения определяется постоянными параметрами X_{SC1} и L_{SC1} .

Геометрия направляющих элементов пассивного СтА задается в СК $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$. Характерные точки (1) и (2) определяют продольную ось $O_{PU} X_{PU}$, а точки 2, 3 и 4 – плоскость стыка агрегата. Приемный конус представляет собой набор из нескольких усеченных конических поверхностей, расположенных последовательно вдоль их общей продольной оси $O_{PU} X_{PU}$ (рисунок 5.3.3а). Большой радиус R_{CB2} очередного усеченного конуса является меньшим радиусом R_{CB1} предшествующего. Последний усеченный конус переходит в цилиндрическую поверхность гнезда с радиусом R_{CYL} и высотой H_{CYL} .

Гнездо приемного конуса имеет четыре паза, внутри которых четыре защелки головки штыря перемещаются после сцепки. Форма паза обеспечивает выравнивание СтМ и пассивного СтА при их сближении (стягивании) за счет контакта с его гранями соответствующей защелки. Пространственная геометрия каждого паза в модели приближенно представлена плоской фигурой, которая параллельна плоскостям $X_{PU} O_{PU} Y_{PU}$ или $X_{PU} O_{PU} Z_{PU}$.

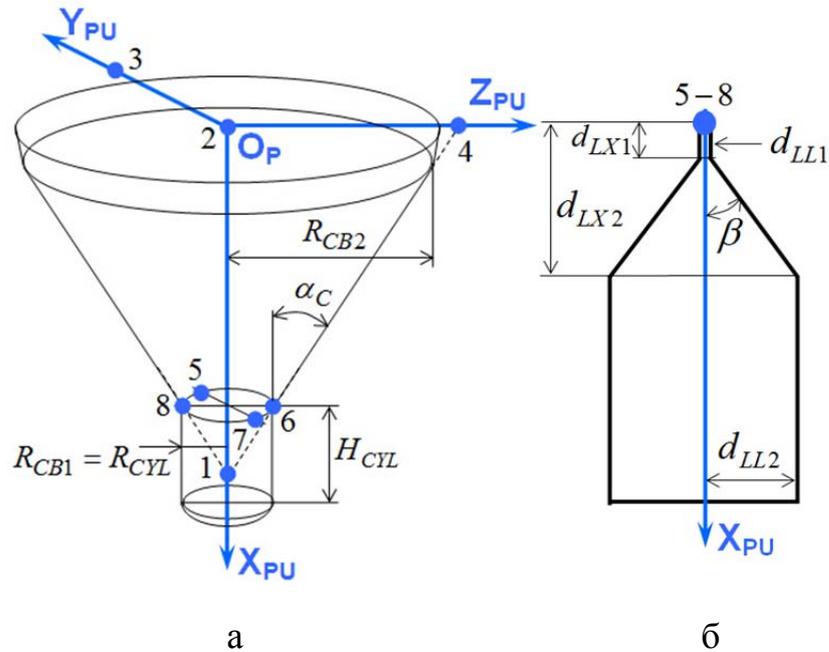


Рисунок 5.3.3. Приемный конус пассивного СтА: а) характерные точки и параметры; б) параметры пазов гнезда приемного конуса

Основные параметры модели геометрии паза – это расстояния d_{LL1} и d_{LL2} от ее продольной оси до верхней и нижней вертикальных граней, осевые расстояния d_{LX1} и d_{LX2} от упора гнезда (характерная точка) до начала и окончания наклонных граней паза, угол β между ними и продольной осью (рисунок 5.3.3б). Так как модель защелки является плоской, то значения параметров d_{LL1} и d_{LL2} уменьшены на половину ширины реальной защелки по сравнению с исходными конструктивными размерами. Это обеспечивает сохранение максимальных значений углов поворота стыковочного механизма относительно продольной оси пассивного агрегата. Защелки никогда не контактируют с нижними гранями пазов.

В математической модели система координат $X_0 Y_0 Z_0$ активного СтА располагается в центре шарнира подвижного корпуса СтМ. Матрица направляющих косинусов системы координат второго буферного звена – ограничителя угловых движений, и его угловая скорость относительно $X_0 Y_0 Z_0$ определяются соотношениями

$$\mathbf{A}_{B,2} = \begin{bmatrix} cq_1cq_2 & -sq_2 & -sq_1cq_2 \\ -cq_1sq_2 & cq_2 & sq_1sq_2 \\ sq_1 & 0 & cq_1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{B,2}^{(B,2)} = \begin{bmatrix} sq_1\dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \\ cq_1\dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{B,2}^{(0)} = \mathbf{A}_{B,2}^T \boldsymbol{\omega}_{B,2}^{(B,2)}.$$

где $sq_j = \sin q_j$, $cq_j = \cos q_j$, q_j – углы отклонения подвижного корпуса от продольной оси СТМ.

Если ограничитель является внешней частью конструкции подвижного корпуса и вращается вместе с ним в шарнире, то положение и скорость его системы координат относительно основания равны нулю: $\mathbf{r}_{B,2}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v}_{B,2}^{(0)} = \mathbf{0}$. Если он перемещается вдоль продольной оси подвижного корпуса со скоростью $\dot{x}_{LD}(t)$ и находится на расстоянии $x_{LD}(t)$ от центра шарнира, то

$$\mathbf{r}_{B,2}^{(0)} = \mathbf{A}_{B,2}^T [x_{LD}(t), 0, 0]^T, \quad \mathbf{v}_{B,2}^{(0)} = \mathbf{A}_{B,2}^T (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{B,2}^{(B,2)} [x_{LD}(t), 0, 0]^T + [\dot{x}_{LD}(t), 0, 0]^T).$$

Траектория движения роликов рычагов выравнивания задается в системе координат подвижного корпуса.

Ориентация системы координат головки (первого буферного звена) относительно системы координат $X_0 Y_0 Z_0$ определяется матрицей направляющих косинусов

$$\mathbf{A}_{B,1} = \begin{bmatrix} cq_3cq_3 & sq_4 & -cq_4sq_3 \\ -cq_5sq_4cq_3 + sq_5sq_3 & cq_5cq_4 & cq_5sq_4sq_3 + sq_5cq_3 \\ sq_5sq_4cq_3 + cq_5sq_3 & -sq_5cq_4 & -sq_5sq_4sq_3 + cq_5cq_3 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{B,2}$$

где q_3, q_4, q_5 – изгибные и крутильные деформации штыря относительно подвижного корпуса.

Угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_{B,1}^{(0)}$ СК головки штыря, положение $\mathbf{r}_{B,1}^{(0)}$ и скорость $\mathbf{v}_{B,1}^{(0)}$ ее начала относительно $X_0 Y_0 Z_0$ определяются соотношениями

$$\boldsymbol{\omega}_{B,1}^{rel(B,1)} = \begin{bmatrix} sq_4\dot{q}_3 + \dot{q}_5 \\ cq_5cq_4\dot{q}_3 + sq_5\dot{q}_4 \\ -sq_5cq_4\dot{q}_3 + cq_5\dot{q}_4 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{B,1}^{(0)} = \boldsymbol{\omega}_{B,2}^{(0)} + \mathbf{A}_{B,21}^T \boldsymbol{\omega}_{B,1}^{rel(B,1)},$$

$$\mathbf{r}_{B,1}^{(0)} = \mathbf{A}_{B,2}^T [L_M, 0, 0]^T + \mathbf{A}_{B,1}^T [L_H(t), 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{v}_{B,1}^{(0)} = \mathbf{A}_{B,2}^T (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{B,2}^{(B,2)} [L_M, 0, 0]^T) + \mathbf{A}_{B,1}^T (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{B,1}^{(B,1)} [L_H(t), 0, 0]^T),$$

где $\boldsymbol{\omega}_{B,1}^{rel(B,1)}$ – угловая скорость штока относительно подвижного корпуса в системе координат штока; L_M – постоянное осевое расстояние от центра шарнира до выходного опорного подшипника штока; $L_H(t)$ – текущая длина внешней части штока от выходного подшипника до центра головки.

Матрицы $\mathbf{A}_{B,1}$ и $\mathbf{A}_{B,2}$, векторы $\mathbf{r}_{B,1}^{(0)}$, $\mathbf{v}_{B,1}^{(0)}$, $\boldsymbol{\omega}_{B,1}^{(0)}$ и $\mathbf{r}_{B,2}^{(0)}$, $\mathbf{v}_{B,2}^{(0)}$, $\boldsymbol{\omega}_{B,2}^{(0)}$ входят в равенства (4.4.1), (4.4.2), которые определяют вектор $\mathbf{r}_{PB,j}^{(PU)}$ и матрицу ориентации $\mathbf{A}_{PB,j}$ буферных звеньев относительно СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ пассивного СтА, а также их абсолютные скорости $\mathbf{v}_{B,j}^{(PU)}$, $\boldsymbol{\omega}_{B,j}^{(PU)}$ в этой же СК. Положение i -й ХТ j -го буферного звена СтМ относительно $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ определяется вектором

$$\mathbf{r}_{B,j,i}^{(PU)} = \mathbf{r}_{PB,j}^{(PU)} + \mathbf{A}_{PB,j}^T \mathbf{l}_{B,j,i}^{(B,j)}, \quad (5.3.1)$$

где постоянный вектор $\mathbf{l}_{B,j,i}^{(B,j)}$ задает эту точку в системе координат $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$.

После того как координаты ХТ примитивов, описывающих поверхности буферных звеньев СтМ, выражены в СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ для каждой возможной пары активных и пассивных примитивов с учетом их параметров выявляются возможные точки контакта. Для каждой ТК по алгоритмам, приведенным в 5.2, вычисляются ее координаты, компоненты вектора нормали к поверхностям контакта, величина внедрения вдоль этого вектора. По известным скоростям буферного звена СтМ и пассивного СтА определяются скорости активной и пассивной поверхностей в ТК и на их основе сила контактного демпфирования и направление силы трения.

Контактное взаимодействие головки штока с приемным конусом, входной гранью, стенками и дном его гнезда описываются моделями для пар примитивов «активная сфера – пассивный усеченный конус», «активная сфера – пассивная граничная окружность», «активная сфера – пассивный цилиндр», «активная сфера

– пассивная плоскость». Контакты накладок ограничителя с приемным конусом моделируются парами примитивов «активный отрезок – пассивная окружность» и «активная точка - пассивный усеченный конус, а роликов выравнивающих рычагов и приемного конуса – парой примитивов «активная сфера – пассивный усеченный конус».

Вследствие очень малой массы защелок и датчиков их положение, силы сопротивления, создаваемые их пружинами, рассчитываются итерационно после завершения очередного шага численного интегрирования уравнений динамики механической системы. Последовательность вычислений далее коротко поясняется на примере одной защелки. Отрезок защелки, контактирующий до ее срабатывания с направляющими поверхностями приемного конуса, описывается характерными точками 1 и 2 (рисунок 5.3.2в). Сначала при нулевом угле поворота защелки координаты точки 2 преобразуются в систему координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ и определяется величина внедрения защелки в последний (переходящий в цилиндр приемного гнезда) усеченный конус. Положительная величина внедрения означает, что защелка начала контактировать с приемным конусом. Для итерационного уточнения ее истинного положения начальное значение угла поворота берется равным его величине, полученной перед началом предшествующего шага интегрирования. На каждом шаге итерационной процедуры выполняются следующие действия (рисунок 5.3.4).

1. Угол поворота защелки увеличивается на малую величину, которая определяет точность расчета силы сопротивления.
2. Вычисляются координаты характерных точек 1 и 2 защелки относительно $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$. Определяется тип контакта «прямого» отрезка – с усеченным конусом, граничной окружностью или цилиндром (рисунок 5.3.4а). Здесь $P_{P,1}$ – характерная точка 1, а плоскость граничной окружности проходит через характерные точки 5 и 8 пассивного агрегата (рисунок 5.3.3а). Вычисляется величина контактного внедрения. Если оно остается положительным, то выполняется очередное увеличение угла поворота защелки.

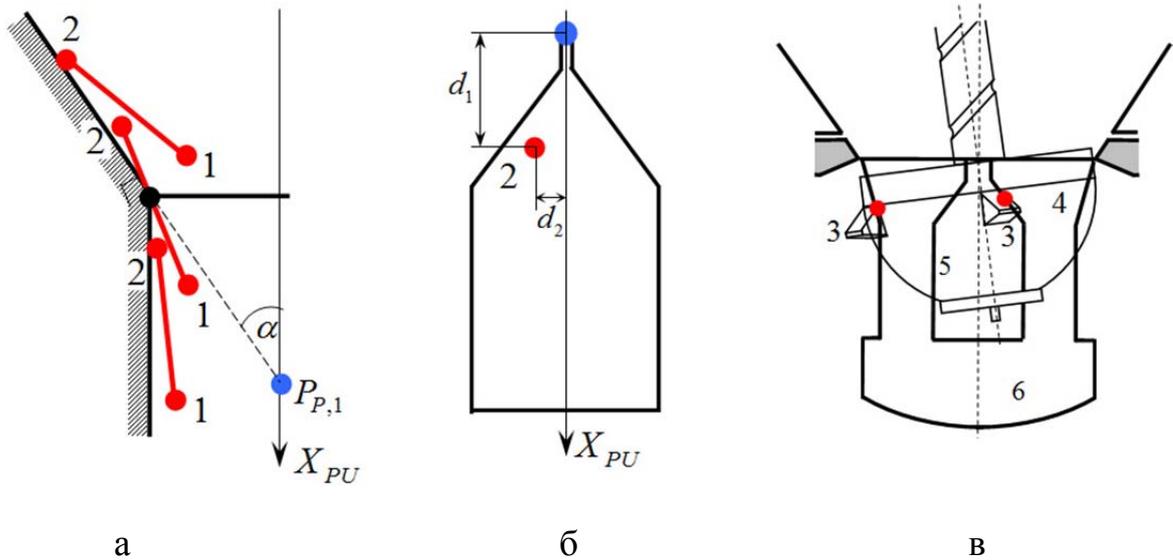


Рисунок 5.3.4. Модель защелки: а) контакты отрезка защелки до ее срабатывания; б) определение срабатывания защелки по попаданию ее ХТ 2 внутрь паза приемного гнезда; в) контакты защелок с пазами гнезда после сцепки

3. Если внедрение становится меньше или равным нулю, то значение угла поворота защелки запоминается для старта итерационного процесса после очередного шага интегрирования.
4. Координаты точки пересечения отрезка с граничной окружностью или его конечной точки 2 преобразуются в систему координат головки штыря, определяется плечо силы относительно центра вращения защелки.
5. По текущему значению угла поворота защелки вычисляется момент, создаваемый ее пружиной, а по величине плеча – модуль силы. Силы, действующие со стороны защелки на головку штыря и пассивный агрегат, равны умноженному на этот модуль единичному вектору реакции, выраженному в системе координат головки, а также в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$.
6. Координаты точки 2 в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ проецируются на плоскость соответствующего паза гнезда. При попадании внутрь его границ защелка считается сработавшей (рисунок 5.3.4б). После этого она не оказывает сопротивления сближению.

Аналогично определяются силы сопротивления до сцепки, которые создают датчики захвата головки. После сцепки они контактируют со стенками гнезда

приемного конуса. Суммарная сила трения от всех датчиков головки при ее движении вдоль продольной оси гнезда определяется экспериментально и также учитывается в уравнениях динамики.

Каждая защелка 3 головки 4 штыря (рисунок 5.3.4в) после срабатывания контактирует с соответствующим пазом 5 гнезда 6 приемного конуса своей обратной стороной, а в модели – отрезком, концы которого – характерные точки 3 и 4 на рисунке 5.3.2в, являются неизменными в системе координат головки.

Характерная точка и единичные векторы контактных реакций каждого паза гнезда являются постоянными в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ пассивного агрегата. На рисунке 5.3.5 они показаны для первого паза. Вхождение в свои пазы всех четырех защелок означает сцепку, установление первичной механической связи стыковочных агрегатов. Форма пазов обеспечивает их выравнивание относительно продольной оси при стягивании.

Анализ контактного взаимодействия защелки с соответствующим ей пазом выполняется следующим образом.

1. Параметры постоянного характерного отрезка защелки преобразуются в СК $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$, и определяются точка P_C его пересечения с плоскостью соответствующего паза.
2. Вычисляется разность d_1 абсцисс точки P_C и характерной точки вершины паза, а также расстояние d_2 от P_C до продольной оси паза. Характерные точки вершин для первого и третьего паза имеют координату $z = 0$, а для второго и четвертого – координату $y = 0$ (рисунок 5.3.3а).
3. В зависимости от положения точки P_C относительно узкой и широкой областей паза с вертикальными гранями, а также области с наклонными гранями, вычисляются внедрения Δ_x в поверхность упора, Δ_L в боковые и Δ_S в наклонную стенки гнезда.

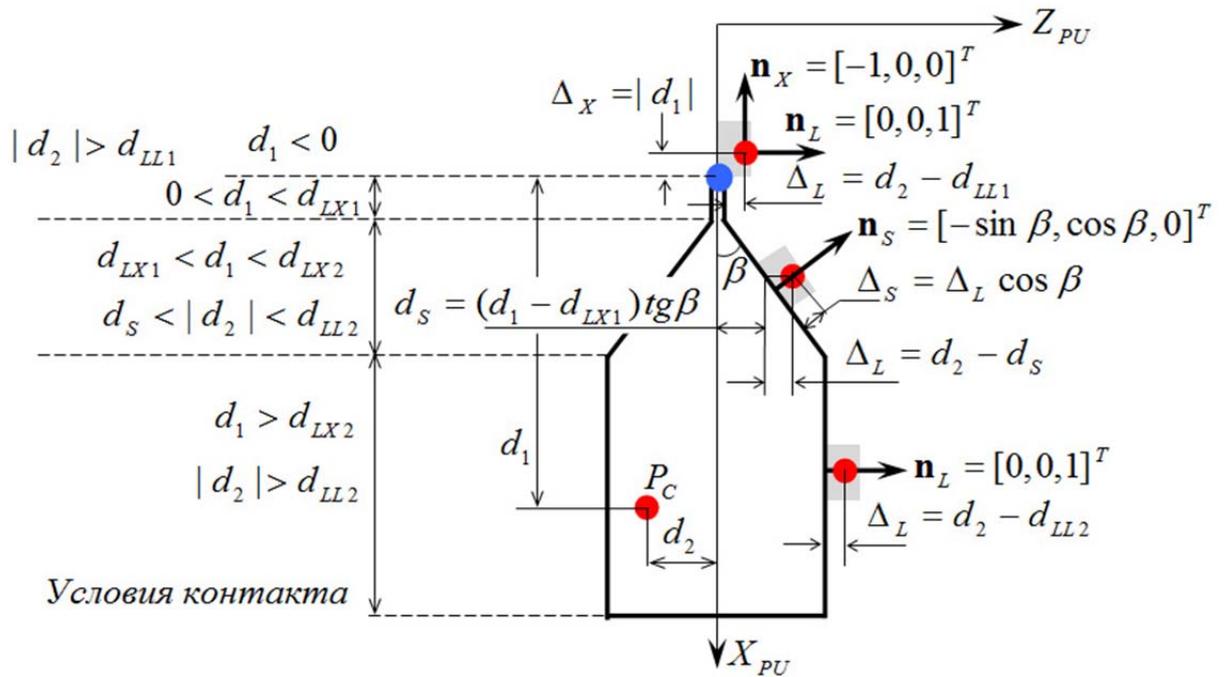


Рисунок 5.3.5. Условия контакта, величины внедрений и единичные векторы реакций в модели взаимодействия защелки с первым пазом гнезда приемного конуса

4. В случае отрицательной величины d_1 , положительных значений Δ_L или Δ_S имеет место контакт, которому соответствует единичный вектор реакции \mathbf{n}_x , \mathbf{n}_L или \mathbf{n}_S , с постоянными компонентами в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$. Осевое внедрение в упор и боковое внедрение в стенку узкой части паза могут возникать одновременно, тогда пара «защелка-гнездо» может одновременно работать на растяжение и кручение штыря.

Суммарные контактные силы $\mathbf{f}_{B,j}^{(P)}$ и моменты $\mathbf{m}_{B,j}^{(P)}$, действующие на j -е буферное звено, преобразуются в СК $X_{B,j}Y_{B,j}Z_{B,j}$ и входят в УД СтМ. Суммарные сила $\mathbf{f}_{PU}^{(PU)}$ и момент $\mathbf{m}_{PU}^{(PU)}$, действующая на пассивный СтА, приводится к системе координат $X_{C2}Y_{C2}Z_{C2}$ и входят в уравнения динамики (4.3.1) пассивного КА.

5.4 Модель контактного взаимодействия периферийных СТА

Периферийные СТА изначально были созданы как андрогинные, то есть способные выполнять либо активные, либо пассивные функции в зависимости от программы полета. Поэтому они имеют одинаковую геометрию единственного буферного звена – стыковочного кольца 1 с направляющими выступами 2, на которых установлены механизмы защелок 3 (рисунок 5.4.1).

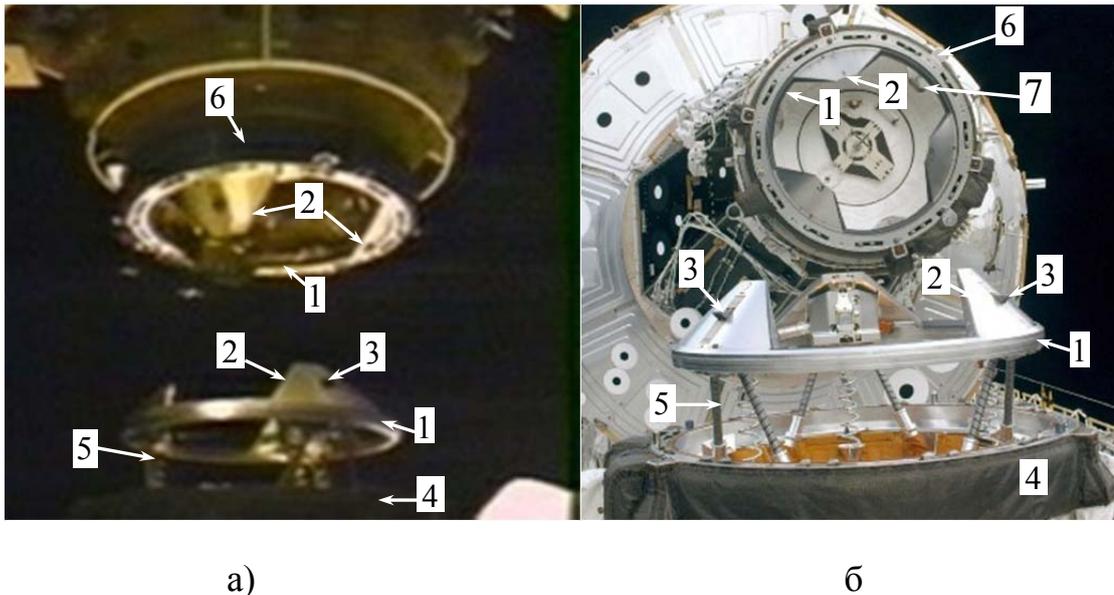


Рисунок 5.4.1. Вид на андрогинные периферийные СТА при стыковке:

- а) корабля Space Shuttle: к орбитальной станции «Мир»;
- б) к модулю NODE1 МКС (фото NASA)

На активном агрегате 4 стыковочный механизм 5 перед стыковкой выдвигается в исходное положение, на пассивном агрегате 6 он либо втянут, либо отсутствует. При сцепке защелки 3 зацепляются за соответствующие упоры 7, установленные на пассивном агрегате 6.

Стыковочные кольца (рисунок 5.4.2а) для возможности выравнивания их рассогласований и совмещения их плоскостей обладают симметрией относительно одной поперечной оси (оси Z_{AR} и Z_{PR}) и обратной симметрией относительно другой (оси Y_{AR} и Y_{PR}).

Каждая защелка (3) на своем конце имеет ролик, уменьшающий силу трения. Она контактирует с направляющей и обратной (запирающей) поверхностями упора 7 (рисунок 5.4.2б). Ее движение с хорошей степенью приближения может быть описано как поступательное. При контакте с направляющей поверхностью упора 7 защелка утапливается внутрь своего направляющего выступа, а после прохождения его грани восстанавливает свое выдвинутое положение. Все защелки дублированы. Если при совмещении плоскостей колец хотя бы одна защелка из каждой пары заходит за соответствующий упор, то образуется первичная механическая связь стыковочных агрегатов – сцепка.

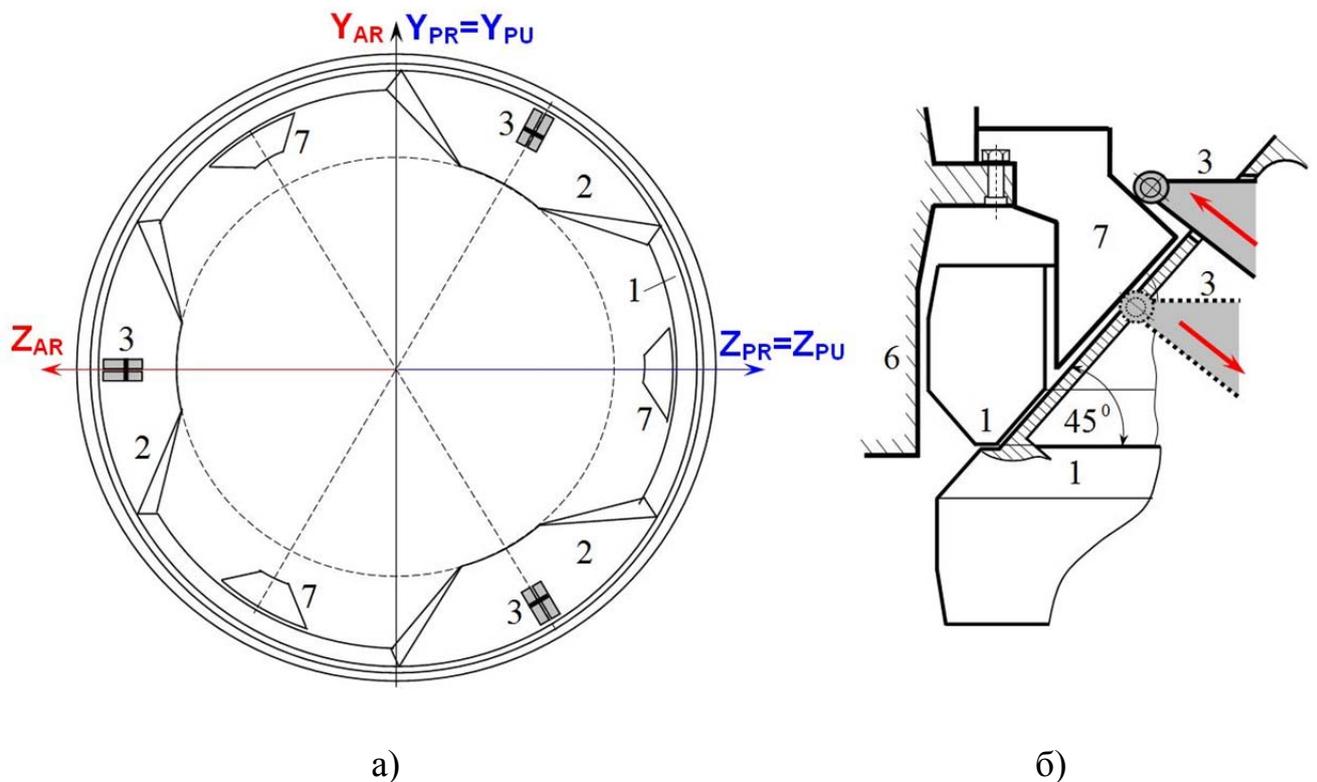


Рисунок 5.4.2. Стыковочное кольцо периферийных СтА: а) геометрия и СК; б) контакт защелки активного агрегата с направляющей поверхностью упора пассивного агрегата и ее выходе за этот упор

При взаимодействии активного и пассивного стыковочных колец могут возникать контакты их плоскостей, контакты боковых граней их направляющих выступов, контакты граней и конических поверхностей направляющих выступов одного кольца с внутренней границей-окружностью плоскости другого кольца. Ис-

ходя из этого, геометрия активного стыковочного кольца описывается набором следующих примитивов: характерные отрезки боковых граней и конических поверхностей боковых выступов, характерные точки плоскости кольца, характерные отрезки защелок.

Границы каждой треугольной плоской боковой грани направляющих выступов задаются двумя отрезками, каждый из которых описывается начальной точкой и вектором. Начальные точки B_1 и B_2 направленных отрезков верхних границ на плоскости кольца лежат на ее граничной окружности радиуса R_R (рисунок 5.4.3а).

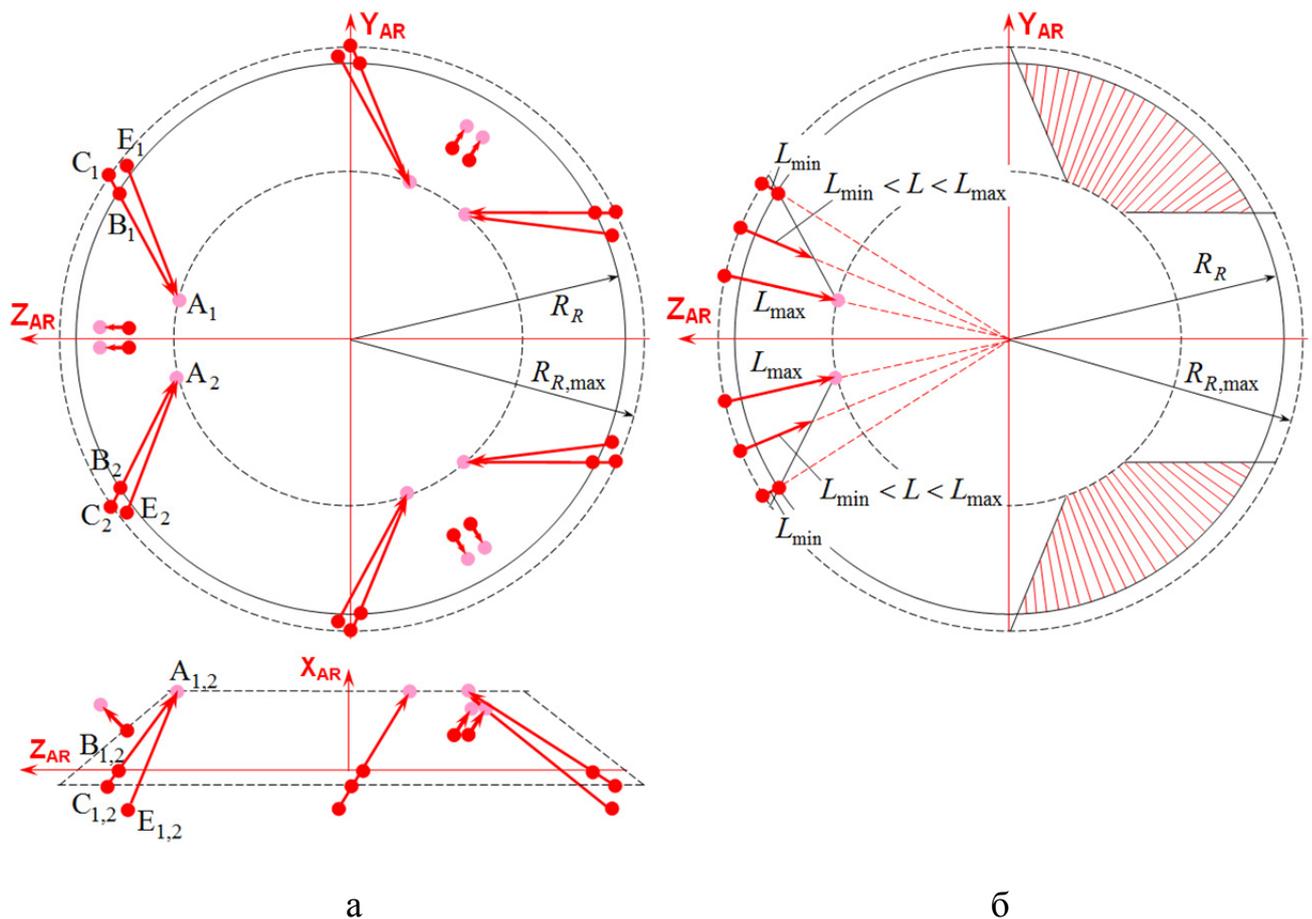


Рисунок 5.4.3. Характерные отрезки и точки активного стыковочного кольца:

- а) граней направляющих выступов, защелок и плоскости кольца,
- б) конических поверхностей направляющих выступов

Точки A_1 и A_2 являются вершинами треугольников, концами направленных отрезков. Отрезки верхних границ продлеваются за плоскость кольца. Их новые

исходные точки C_1 и C_2 лежат на окружности радиуса $R_{R,\max} = R_R + \Delta_{\max}$, где Δ_{\max} – максимально допустимое боковое внедрение. Плоскость этой окружности расположена ниже плоскости стыковочного кольца и параллельна ей. Это сделано для того, чтобы в модели исходные точки верхних границ граней не могли пройти внутрь граничной окружности ответного кольца. Положения начальных точек E_1 и E_2 направленных отрезков нижних границ определяются из конструкции. Сечение конической поверхности плоскостью, наклонной к оси конуса, является гиперболой. Максимальное отклонение гиперболы от отрезка B_1A_1 верхней границы грани составляет 4.65 мм и определяет погрешность модели ее контакта. Конические поверхности направляющих выступов аппроксимированы наборами из $2^N + 1$ отрезков-образующих (рисунок 5.4.3б), где N определяет точность аппроксимации и число итераций при поиске точки контакта. Эти отрезки также описываются начальными точками, лежащими на окружности радиуса $R_{R,\max}$, и векторами. Векторы образующих, пересекающие поверхность направляющего выступа между точками A_1 и A_2 , имеют максимальную длину L_{\max} , пересекающие плоскости боковых граней, имеют длину $L < L_{\max}$. Первый и последний векторы имеют минимальную длину L_{\min} .

При инициализации геометрической модели координаты начальных точек и параметры векторов отрезков-образующих формируются автоматически в зависимости от заданного числа N . В описываемом варианте модели $N = 8$, то есть число образующих, аппроксимирующих коническую поверхность каждого направляющего выступа, равно $2^8 + 1 = 257$.

Контакт плоскостей стыковочных колец возможен при их боковых и угловых рассогласованиях, близких к нулю. Он описывается как контакт характерных точек плоскости активного кольца (точки B_1 и B_2 каждого направляющего выступа) с плоскостью пассивного кольца.

Геометрическая модель пассивного кольца описывается аналогично, только вместо характерных отрезков защелок задаются геометрические параметры упоров, которые будут рассмотрены ниже.

В математической модели начало системы координат $X_0 Y_0 Z_0$ активного периферийного агрегата располагается в точке пересечения его продольной оси с плоскостью, проходящей через центры нижних шарниров СтМ. Положение центра $\mathbf{r}_{B,1}^{(0)}$, матрица направляющих косинусов $\mathbf{A}_{B,1}$ и скорости $\mathbf{v}_{B,1}^{(0)}$, $\boldsymbol{\omega}_{B,1}^{(0)}$ единственного буферного звена – стыковочного кольца определяются в этой системе координат соотношениями

$$\mathbf{r}_{B,1}^{(0)} = \mathbf{r}_{AR}^{(0)} = [q_1, q_2, q_3]^T,$$

$$\mathbf{A}_{B,1} = \mathbf{A}_{AR} = \begin{bmatrix} cq_5 cq_4 & sq_5 & -cq_5 sq_4 \\ -cq_6 sq_5 cq_4 + sq_6 sq_4 & cq_6 cq_5 & cq_6 sq_5 sq_4 + sq_6 cq_4 \\ sq_6 sq_5 cq_4 + cq_6 sq_4 & -sq_6 cq_5 & -sq_6 sq_5 sq_4 + cq_6 cq_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_{B,1}^{(0)} = \mathbf{v}_{AR}^{(0)} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3]^T, \quad \boldsymbol{\omega}_{B,1}^{(0)} = \boldsymbol{\omega}_{AR}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & c_4 & c_4 c_5 \\ 1 & 0 & s_5 \\ 0 & -s_4 & -s_4 c_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix},$$

где q_1, q_2, q_3 – координаты центра кольца, q_4, q_5, q_6 – его углы рыскания, тангажа и крена, $sq_j = \sin q_j$, $cq_j = \cos q_j$, $j = \overline{4, 6}$.

Эти векторы и матрицы входят в соотношения (4.4.1) и (4.4.2), которые определяют положение и скорости активного стыковочного кольца относительно системы координат $X_P Y_P Z_P$ пассивного, для периферийного агрегата совпадающей с системой $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$. Положение i – й характерной точки активного кольца относительно системы $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$ определяется аналогично (5.3.1). Компоненты векторов активных отрезков преобразуются в систему координат $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$ с помощью матрицы $\mathbf{A}_{PB,1}^T$.

Для моделей контакта колец периферийных агрегатов возможны следующие пары контактирующих примитивов:

- активный и пассивный отрезки, описывающие границы граней направляющих выступов;
- активный или пассивный отрезок, описывающий границу грани, и пассивная или активная окружность (внутренняя граница плоскости соответствующего кольца);
- активный или пассивный отрезок-образующая конической поверхности и пассивная или активная окружность;
- точки плоскости активного кольца и плоскость пассивного кольца.

Для анализа контактов граней направляющих выступов используется модель взаимодействия пары геометрических примитивов «активный - пассивный отрезок», рассмотренная в 5.2.6.

При анализе контакта конической поверхности каждого направляющего выступа и граничной окружности, лежащей в плоскости ответного кольца, используется модель взаимодействия пары геометрических примитивов «отрезок прямой - окружность», предложенная в 5.2.5. Но вместо последовательного перебора всех отрезков образующих конической поверхности применяется итерационный метод дихотомии [235], который в данном случае реализуется следующим способом.

На очередном шаге итерации для двух крайних и одного среднего аппроксимирующих отрезков текущего сектора с индексами i_B , i_E и i_M соответственно определяются характерные расстояния от точек их пересечения с ответной окружностью до центра этой окружности. На первой итерации значения индексов крайних и среднего аппроксимирующих отрезков равны $i_B = 1$, $i_E = i_B + 2^N$, $i_M = i_B + 2^{N-1}$. Если характерные расстояния для всех трех точно равны между собой, то параметр контакта определяется для среднего, так как в этом случае ось аппроксимированной конической поверхности совпадает с осью ответной окружности. В противном случае из этих трех отрезков выбираются два с максимальными характерными расстояниями. Индексам i_B и i_E присваиваются новые значения, и сектор поиска сужается в два раза. Вычисляется индекс $i_M = (i_B + i_E) / 2$ нового среднего отрезка и осуществляется переход к следующей итерации. Про-

цесс заканчивается, когда в секторе поиска разность индексов двух крайних образующих равна 1 и дальнейшее его деление пополам невозможно. Из двух оставшихся отрезков выбирается один с максимальным характерным расстоянием, для него определяются параметры контакта. Общее число шагов дихотомии не превышает N . Единственность решения обеспечивается выпуклыми формами фрагмента аппроксимированной конической поверхности направляющего выступа и охватывающей его ответной окружности. В систему координат пассивного СтА преобразуются координаты исходных точек и параметры только тех аппроксимирующих активных отрезков, которые выбираются в процессе реализации метода дихотомии.

На рисунке 5.4.4 показан упрощенный пример оценки возможности контакта граничной окружности 1 радиуса R_R и поверхности усеченного конуса с нижним 2 и верхним 3 основаниями.

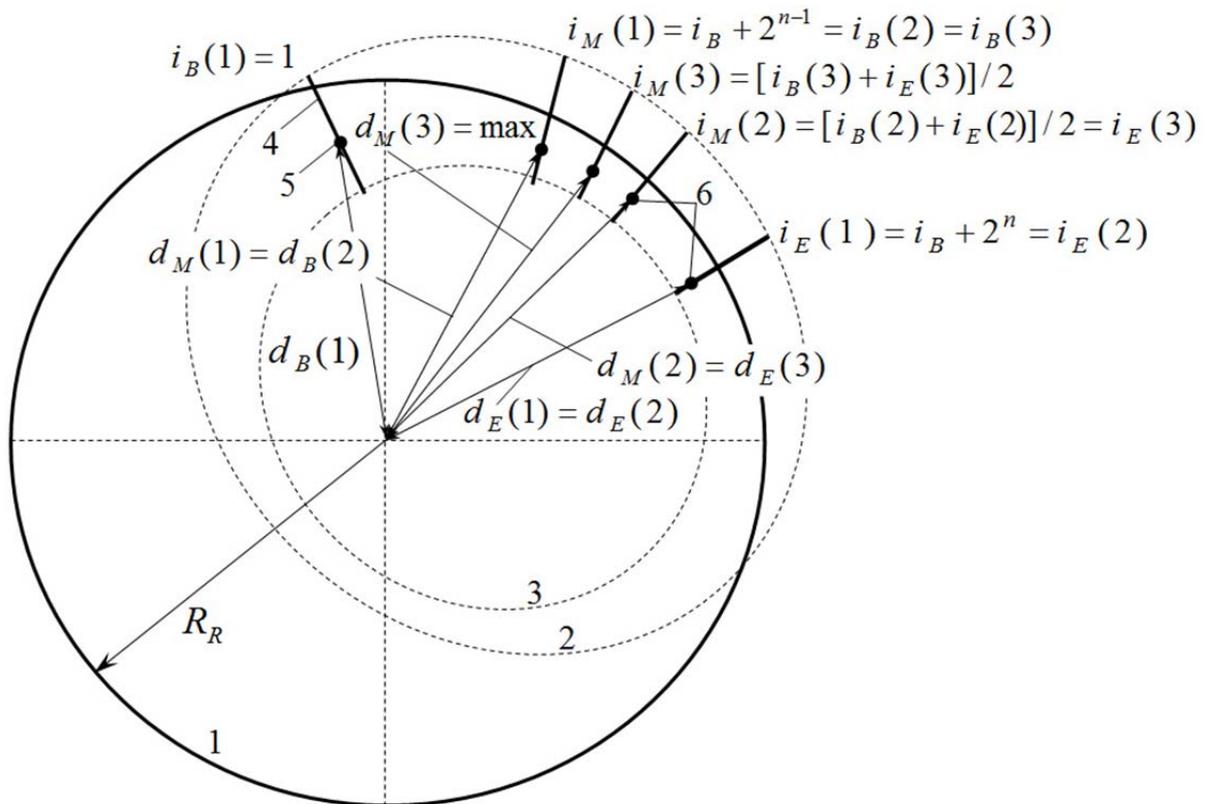


Рисунок 5.4.4. Оценка возможности контакта усеченной конической поверхности и грани-окружности

В нем выполняются три итерации для определения образующей 4 усеченного конуса, точка 5 пересечения которой с плоскостью окружности максимально удалена от центра этой окружности. Две крайние и средняя образующая в секторе поиска на k -й итерации ($k = \overline{1, 3}$) имеют индексы $i_B(k)$, $i_E(k)$, $i_M(k)$. Характерные расстояния для них равны $d_B(k)$, $d_E(k)$, $d_M(k)$ соответственно. Для следующей итерации выбираются две образующие с наибольшим удалением, и определяется индекс новой средней между ними. На последней, третьей итерации наиболее удалены от центра окружности точки пересечения отрезков с индексами $i_M(3)$ и $i_E(3)$, разность между которыми равна 1. При этом $d_M(3) < d_E(3) < R_R$, что указывает на отсутствие внедрения и соответственно точки контакта.

Длина образующих конических поверхностей направляющих выступов стыковочных колец монотонно изменяется в областях их наклонных боковых граней. Вследствие этого отрезки образующих в таких областях могут пересекать окружность, но их отрезки, ограниченной длины не будут касаться плоскости этой окружности. Для оценки возможности контакта других отрезков в этом случае используется следующая модификация описанного выше алгоритма.

На первом этапе методом дихотомии определяется отрезок образующей с индексом i_{Max} , имеющий максимальное значение характерного расстояния $d(i_{Max})$. При $d(i_{Max}) < R_R$ контакт направляющего выступа невозможен, и анализ завершается. В противном случае, если для отрезка с индексом i_{Max} параметр пересечения с плоскостью окружности удовлетворяет условию $t_C(i_{Max}) \in [0, 1]$, то вычисляются параметры контакта по описанному выше алгоритму для пары геометрических примитивов «отрезок прямой – граничная окружность».

При $t_C(i_{Max}) > 1$ или $t_C(i_{Max}) < 0$ точка пересечения образующей конуса с плоскостью окружности, наиболее удаленная от центра этой окружности, не принадлежит аппроксимирующему отрезку направляющего выступа. Но в этом случае возможен контакт соседних аппроксимирующих отрезков. Поэтому выполняется их последовательный просмотр в направлении, наиболее близком к возмож-

ности контакта. Длина отрезков образующих направляющего выступа может изменяться только монотонно, поэтому начиная с отрезка с индексом i_{Max} , последовательно выбираются те, у которых при $t_C(i_{Max}) > 1$ значение t_C убывает, а при $t_C(i_{Max}) < 0$ возрастает. Контакт отсутствует, если

- для очередного отрезка $t_C \in [0, 1]$, но расстояние от точки его пересечения с плоскостью окружности до центра окружности меньше радиуса R_R ;
- просмотрен и не внедряется в окружность крайний (первый или последний) аппроксимирующий отрезок направляющего выступа.

Если для очередного отрезка образующей выполняется условие $t_C \in [0, 1]$ и имеет место внедрение в окружность, то параметры его контакта определяются по описанным ранее в разделе 2 соотношениям для этой пары геометрических примитивов.

Описанный выше алгоритм требует значительно меньшего объема вычислений, чем простой перебор всех отрезков, аппроксимирующих коническую поверхность направляющего выступа.

Плоскость активного стыковочного кольца определяется шестью характерными точками (точки B_1 и B_2 для каждого направляющего выступа). При близких к нулю боковых и угловых рассогласованиях эти точки могут внедряться в плоскость пассивного кольца с параметрами $A = 1$, $B = C = D = 0$ в системе координат $X_{PU}Y_{PU}Z_{PU}$ и радиусами-границами R_R и $R_{R,max}$. В этом случае возможен также контакт внутренней граничной окружности радиуса R_R с внешними отрезками боковых граней направляющих выступов ответного кольца. Алгоритмы анализа таких контактов рассмотрены ранее в разделе 2.

Инерция звеньев механизма защелок, сопоставима с инерцией звеньев стыковочного механизма. Поэтому при расчете силы сопротивления каждой защелки до ее срабатывания используются система уравнений ее движения в форме Коши

$$\begin{cases} \dot{v}_{L,x} = (-k_L x_L - f_{L,0} + f_{R,L})/m_{L,x} \\ \dot{x}_{Lx} = v_{L,x} \end{cases},$$

где $x_{L,x}, v_{L,x}$ – линейная осевая деформация пружины защелки и скорость изменения этой деформации соответственно; $m_{L,x}$ – приведенная к перемещению масса звеньев механизма защелки; $k_L, f_{L,0}$ – коэффициент жесткости и начальная сила поджатия пружины защелки; $f_{R,L}$ – контактная сила, действующая на защелку.

Для численного интегрирования системы уравнений защелки используется неявный метод Эйлера. Соответствующая разностная схема приводится к системе линейных алгебраических уравнений, матричная форма которой и решение имеют вид

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{hk_{L,x}}{m_{L,x}} \\ -h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{L,x}(t+h) \\ x_L(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{L,x}(t) + (f_{R,L}(t+h) - f_{L,0})h/m_{L,x} \\ x_L(t) \end{bmatrix},$$

$$\Delta_{0,L} = 1 + \frac{h^2 k_{L,x}}{m_{L,x}}, \quad \Delta_{1,L} = v_{L,x}(t) + \frac{h}{m_{L,x}} [(f_{R,L}(t+h) - f_{L,0} - k_{L,x} x_L(t))],$$

$$\Delta_{2,L} = x_L(t) + h [v_{L,x}(t) + (f_{R,L}(t+h) - f_{L,0})h/m_{L,x}],$$

$$v_{L,x}(t+h) = \Delta_{1,L} / \Delta_{0,L}, \quad x_L(t+h) = \Delta_{2,L} / \Delta_{0,L}.$$

Направляющие поверхности упоров, с которыми защелки контактируют до своего срабатывания, являются фрагментами усеченного конуса с радиусами оснований $R_{Stop,min}$ и $R_{Stop,max}$. Через грани упоров проходит плоскость P_{Stop} с направляющим вектором $\mathbf{n}_{P,Stop}$ (рисунок 5.4.5). Контактная сила $f_{R,L}$, действующая на защелку до ее срабатывания, вычисляется следующим образом. Координаты исходной точки A защелки и параметры ее характерного отрезка преобразуются в систему координат $X_P Y_P Z_P$ пассивного кольца, которая совпадает с системой $X_{PU} Y_{PU} Z_{PU}$. Определяется точка C пересечения этого характерного отрезка с плоскостью P_{Stop} и расстояние $d_{C,L}$ от нее до оси X_{PU} .

Если $d_{C,L} < R_{Stop,min}$, то защелка считается сработавшей, устанавливается соответствующий признак, блокирующий дальнейший расчет ее силы сопротивле-

ния, обусловленной пружинами. При $d_{C,L} > R_{Stop,min}$ вычисляются единичный вектор \mathbf{n}_L линии защелки, координаты ее конечной точки $E = (x_E, y_E, z_E)$ с учетом

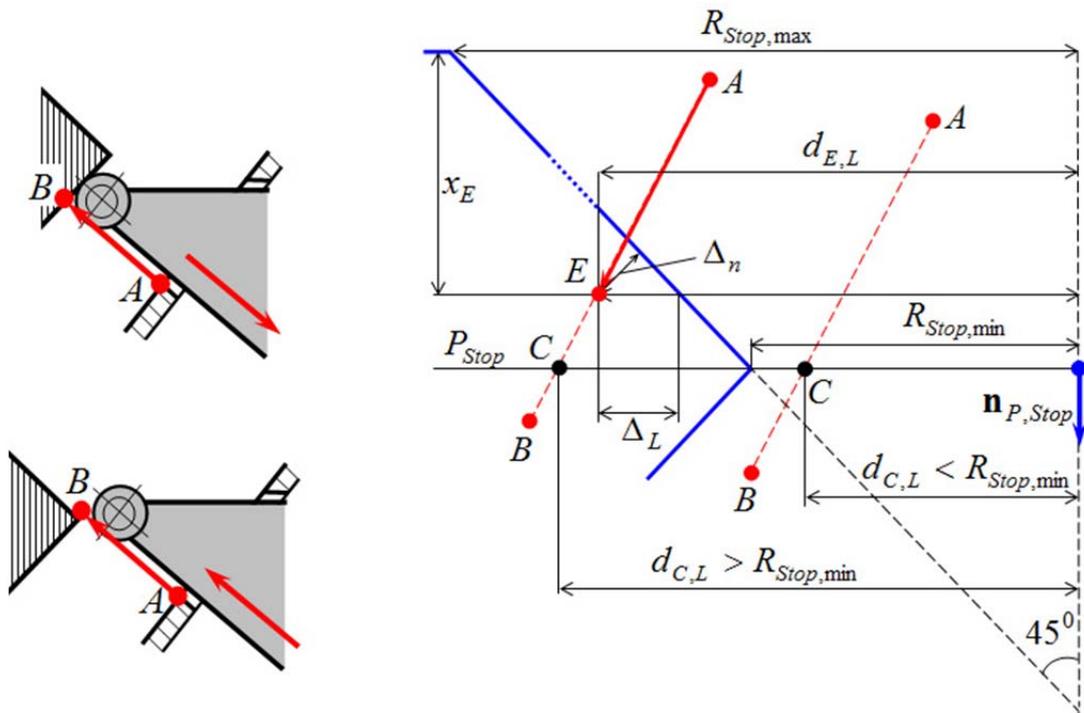


Рисунок 5.4.5. Модель контакта защелки с направляющей поверхностью упора

текущей деформации $x_{L,x}$ пружин механизма, расстояние $d_{E,L}$ от этой точки до продольной оси агрегата. Так как угол образующей прямой конической поверхности упора равен 45^0 , то боковое и нормальное внедрения точки E в эту поверхность равны $\Delta_L = d_{E,L} - (R_{Stop,max} - x_E)$ и $\Delta_n = \Delta_L / \sqrt{2}$. Контактная реакция, перпендикулярная к направляющей конической поверхности упора, равна $f_n = k_{L,S} \Delta_n$, где $k_{L,S}$ – коэффициент контактной жесткости. Значение $k_{L,S}$ может быть выбрано произвольно большим из-за малой жесткости пружин защелок. Единичный вектор контактной реакции равен $\mathbf{n}_R = [1, y_E / d_{E,L}, z_E / d_{E,L}] / \sqrt{2}$. Величина силы, сжимающей пружины защелки, равна $f_{R,L} = \mathbf{n}_L^T \mathbf{n}_R f_n$. На кольцо стыковочного механизма действует сила $\mathbf{f}_{L,A} = -(k_L x_L + f_{L,0}) \mathbf{n}_L$ сопротивления пружин механизма не сработавшей защелки, а на пассивный агрегат – сила, противоположная ей по

направлению. Создаваемые этими силами моменты определяются положением точки E относительно центров стыковочных колец.

Силы и моменты сопротивления не сработавших защелок вычисляются между шагами численного интегрирования явным методом уравнений динамики космических аппаратов и стыковочного механизма. Они входят в суммарные векторы сил и моментов контактного взаимодействия стыковочных агрегатов.

Если защелка сработала, то она контактирует с обратной, запирающей поверхностью упора. Контакты ее конечной точки или характерного отрезка могут иметь место порознь или одновременно. Для их определения координаты характерных точек A и B преобразуются в систему координат $X_P Y_P Z_P$, после чего определяются параметры отрезка AB (рисунок 5.4.6).

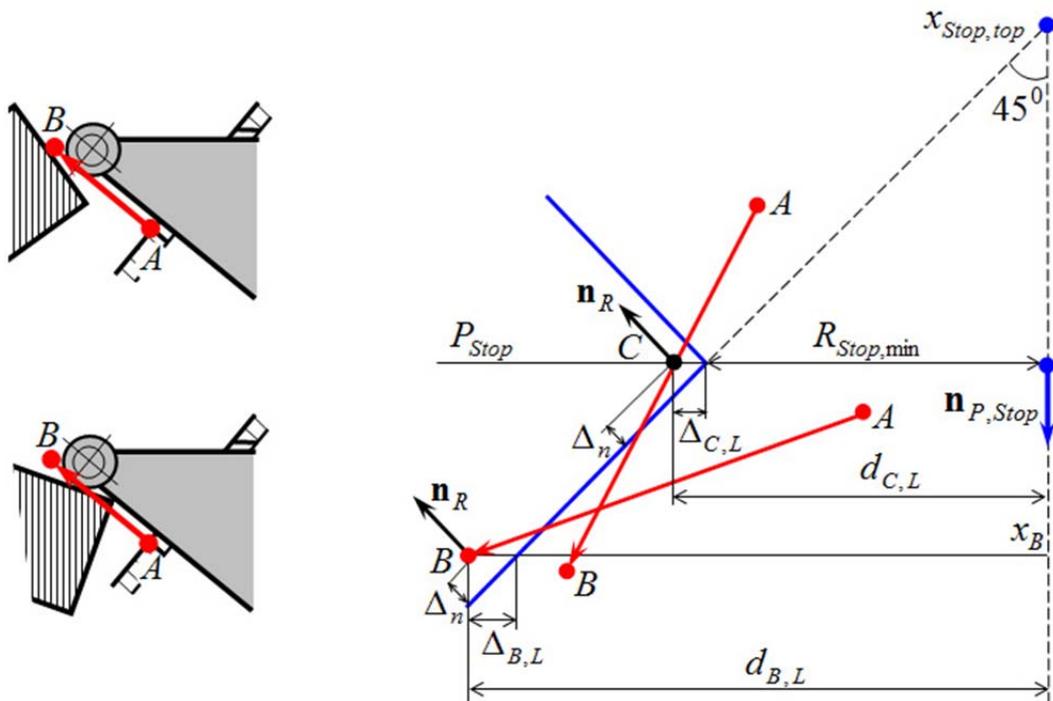


Рисунок 5.4.6. Модель контакта защелки с запирающей поверхностью упора

Вычисляется боковое расстояние $\Delta_{B,L} = d_{B,L} - (x_{Stop,top} - x_B)$ от точки $B = (x_B, y_B, z_B)$ до продольной оси пассивного агрегата, где $x_{Stop,top}$ – обратной конической поверхности упоров, характерная точка пассивного агрегата. Если $\Delta_{B,L} < 0$, то контакт конца защелки с упором отсутствует.

В противном случае вычисляется внедрение $\Delta_n = \Delta_{B,L} / \sqrt{2}$ вдоль нормали к поверхности упора. Единичный вектор реакции в точке B контакта конца защелки имеет компоненты $\mathbf{n}_R = [1, y_B / d_{B,L}, z_B / d_{B,L}] / \sqrt{2}$.

Вычисляются координаты точки $C = (x_C, y_C, z_C)$ пересечения характерного отрезка AB защелки с плоскостью P_{Stop} , проходящей через грани упоров, и расстояние от $d_{C,L}$ этой точки до продольной оси агрегата. Если $d_{C,L} < R_{Stop, min}$, контакт отрезка защелки с упором отсутствует.

В противном случае вычисляется боковое внедрение $\Delta_{C,L} = d_{C,L} - R_{Stop, min}$ и внедрение $\Delta_n = \Delta_{C,L} / \sqrt{2}$ вдоль нормали к поверхности упора. Единичный вектор реакции в точке C контакта отрезка защелки имеет компоненты $\mathbf{n}_R = [1, y_C / d_{C,L}, z_C / d_{C,L}] / \sqrt{2}$.

Звенья трех механических датчиков сцепки стыковочного механизма расположены рядом с основаниями конических поверхностей направляющих выступов и имеют сферическую поверхность, выступающую за плоскость кольца. Расчет их перемещений и сил сопротивления основан на контактной модели для пары геометрических примитивов «активная сфера – пассивная плоскость» (рисунок 5.2.2б).

Суммарные силы $\mathbf{f}_{AR}^{(PU)} = \mathbf{f}_{B,1}^{(PU)}$ и моменты $\mathbf{m}_{AR}^{(PU)} = \mathbf{m}_{B,1}^{(PU)}$, действующие на активное кольцо, преобразуются в его систему координат $X_{B,1} Y_{B,1} Z_{B,1} = X_{AR} Y_{AR} Z_{AR}$ и входят в уравнения динамики СтМ. Суммарные сила $\mathbf{f}_{PU}^{(PU)}$ и момент $\mathbf{m}_{PU}^{(PU)}$, действующая на пассивный СтА, приводится к системе координат $X_{C2} Y_{C2} Z_{C2}$ и входят в уравнения динамики (4.3.1) пассивного КА.

5.5 Модели контактного взаимодействия специализированных устройств для выполнения причаливания

Для выполнения операций причаливания в РКК «Энергия» разработаны специализированные стыковочные агрегаты с учетом более точного прицеливания и

меньшей скорости сближения, которые обеспечивает манипулятор (рисунок 5.5.1). Активный агрегат 1 для сцепки использует очень простой, без устройств демпфирования СтМ 2 типа «штырь» с головкой захвата. Пассивный агрегат 3 имеет приемный конус 4 малого диаметра. Для наведения используются иллюминатор 5 для телекамеры, расположенной внутри, и мишень 6. Направляющие выступы 7 обеспечивают выравнивание агрегатов при их стягивании после сцепки.

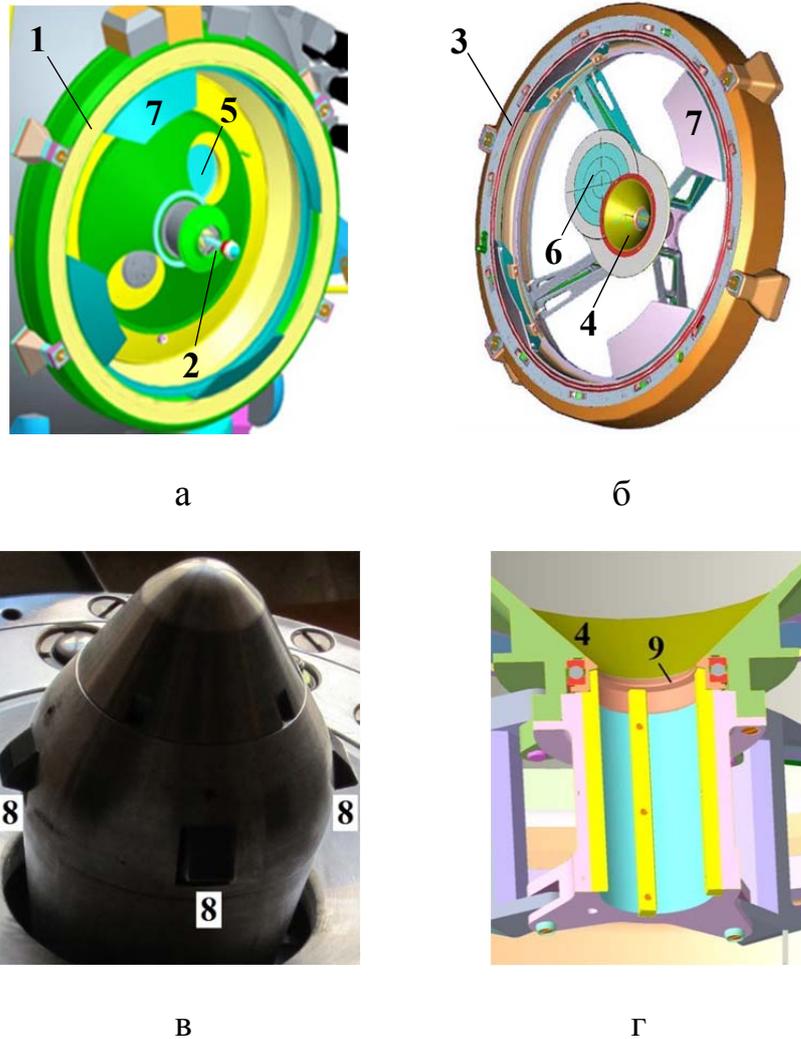


Рисунок 5.5.1. Активный и пассивный агрегаты разработки РКК «Энергия» для выполнения причаливания: (а) активный СТА; (б) пассивный СТА; (в) головка захвата СтМ; (г) приемное гнездо

Штырь 2 связан с основанием универсальным шарниром, его относительные угловые перемещения выполняются без демпфирования, но их амплитуда ограничена жесткими тарельчатыми пружинами. На конце штыря имеется головка за-

хвата (рисунок 5.5.1в) с четырьмя защелками 8, которые при попадании в приемное гнездо (рисунок 5.5.1г) проходят за упор 9, образуя сцепку. Контакт направляющих выступов 7 при штатном сближении возможен только на завершающем этапе стягивания. При моделировании причаливания этот этап функционирования и соответствующие ему вид контактного взаимодействия не рассматривается. Основными направляющими элементами являются головка захвата и приемный конус с гнездом. Представление их формы набором геометрических примитивов показано на рисунке 5.5.2.

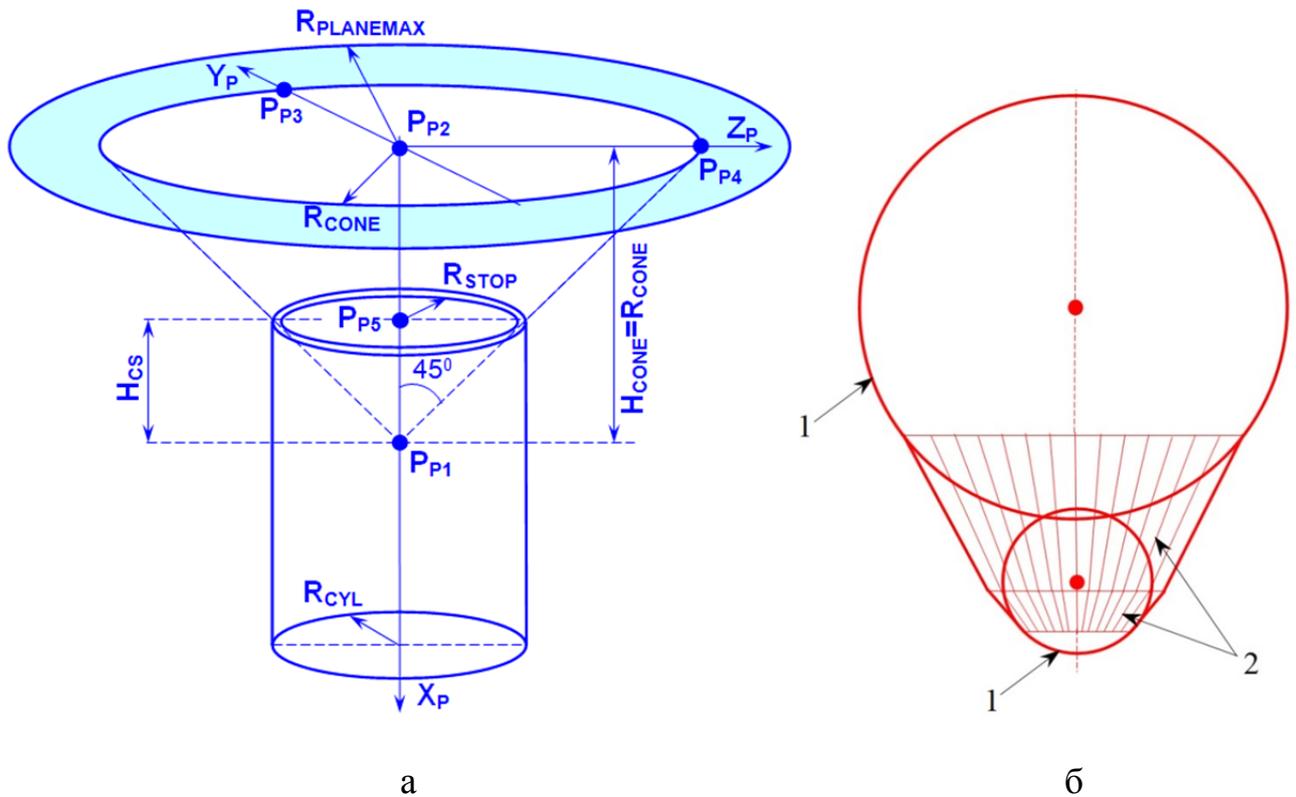


Рисунок 5.5.2. Геометрические примитивы для представления:

а) приемного конуса; б) головки захвата СтМ

Приемный конус с гнездом описывается набором ХТ и параметрами примитивов. Точка $P_{P,1}$ – вершина приемного конуса, $P_{P,2} - P_{P,4}$ определяют плоскость, которая ограничивает движение головки захвата при боковых промахах за пределами конуса; $P_{P,5}$ – центр входной плоскости приемного гнезда. Постоянные параметры определяют радиус R_{CONE} входной грани приемного конуса, радиус R_{STOP}

механического упора на входе гнезда, расстояние H_{CS} от вершины конуса до плоскости упора, высоту H_{CONE} приемного конуса, радиус $R_{PlaneMax}$ окружности плоскости за пределами входной грани приемного конуса.

Форма головки описывается двумя сферами 1 и двумя наборами отрезков 2, аппроксимирующих поверхности двух усеченных конусов. Для итерационного поиска точек контакта методом дихотомии поверхность каждого конуса разбивается на 2 сектора, у которых крайние образующие совпадают. Общее число аппроксимирующих образующих – отрезков прямых равно $2^N + 1$. Это позволяет определять наличие или отсутствие точки контакта за N итераций. Разбиение конусов на сектора обеспечивает выпуклость их поверхностей и соответственно упрощает реализацию итерационного алгоритма.

Форма каждой защелки описывается плоской фигурой – набором из трех отрезков, соединяющих ее ХТ $P_{L,0} - P_{L,3}$ (рисунок 5.5.3). Координаты всех ХТ и параметры отрезков, описывающие форму головки и защелок задаются в СК $X_H Y_H Z_H$ подвижного штыря.

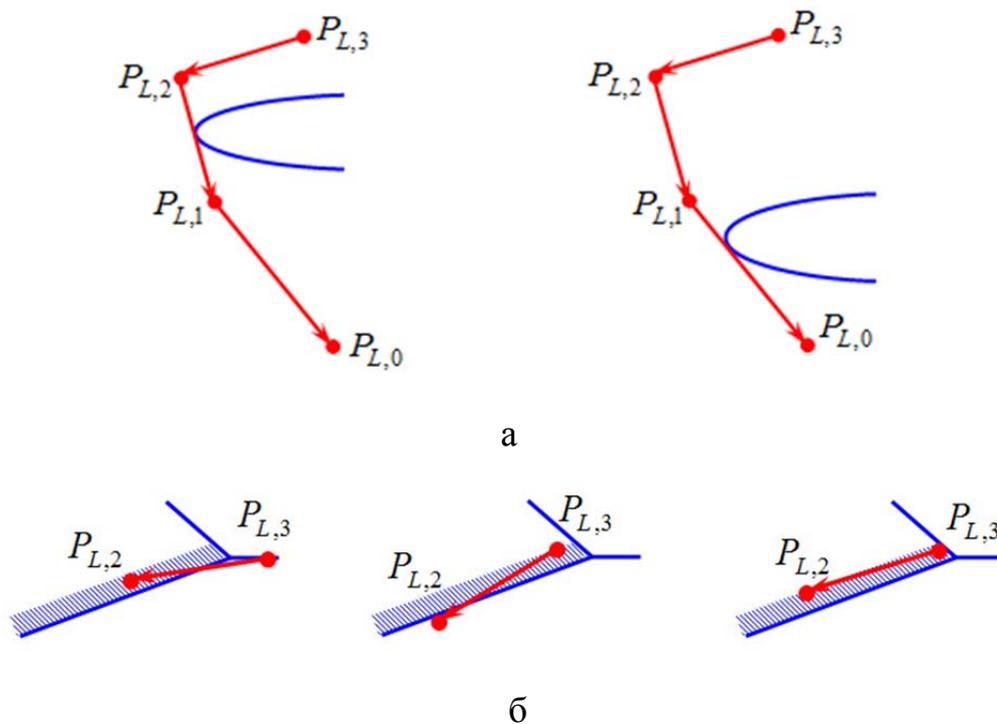


Рисунок 5.5.3. Представление защелки головки захвата отрезками прямых и ее контакты с приемным конусом:(а) до сцепки; (б) после сцепки

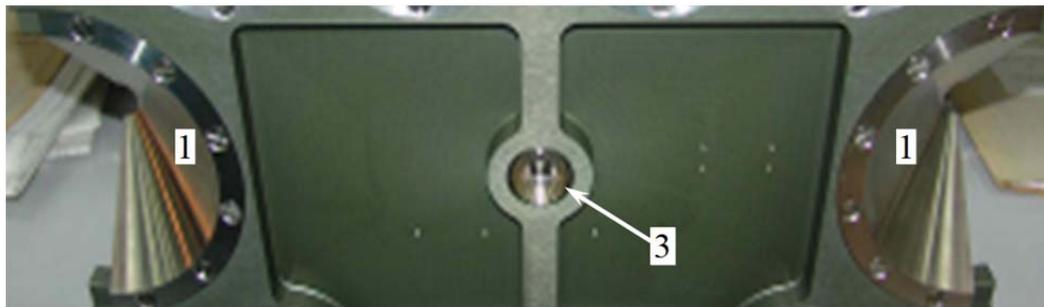
До сцепки могут отрезки $P_{L,0}P_{L,1}$ и $P_{L,1}P_{L,2}$ могут контактировать с окружностью, гранью упора гнезда (рисунок 5.5.3а). При этом под действием контактной силы защелка перемещается относительно головки захвата. Этому перемещению противодействует пружина. После сцепки защелка находится в своем исходном положении, с обратной, конической поверхностью упора могут контактировать только ХТ $P_{L,2}$ и $P_{L,3}$, с координатами неизменными в СК головки. Для каждой из них внедрение и контактная реакция определяются отдельно (рисунок 5.5.3б).

Положение защелки при контакте до сцепки определяется итерационным методом дихотомии. Для ускорения вычисления предварительно, до начала моделирования весь ее рабочий диапазон ее движения разбивается на $2^N + 1$ возможных положений (2^N интервалов). Число итераций N выбирается исходя из приемлемой точности определения положения защелки. Для каждого i -го положения ($i = \overline{1, 2^N + 1}$) j -го отрезка ($j = \overline{1, 2}$) k -й защелки ($k = \overline{1, 4}$) определяются координаты $[x_{1,j,k}^{(H)}(i), y_{1,j,k}^{(H)}(i), z_{1,j,k}^{(H)}(i)]^T$ его исходной точки и направляющий вектор $\mathbf{v}_{L,j,k}^{(H)}(i) = [l_{L,j,k}^{(H)}(i), m_{L,j,k}^{(H)}(i), n_{L,j,k}^{(H)}(i)]^T$, а также единичный вектор $\mathbf{n}_{L,l,k}^{(H)}(i)$ реакций, нормальный к отрезку и расположенный в плоскости защелки.

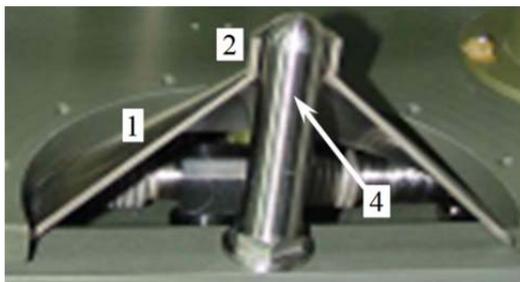
Форма направляющих поверхностей определяет необходимость использования всех ранее описанных в 5.2 моделей контактного взаимодействия геометрических примитивов. Преобразование координат ХТ и параметров отрезков, описывающих форму головки, из СК $X_H Y_H Z_H$ подвижного штыря в СК $X_P Y_P Z_P$ приемного конуса, необходимое для определения ТК, определяется схемой выполнения операции причаливания и рассматривается в главе 8.

Операция причаливания планируется также с устройствами, которые были спроектированы для ручного соединения, но вследствие труднодоступности места установки было решено выполнить эту операцию с помощью манипулятора. Узел стыковки пассивный (УСП) (рисунок 5.5.4) содержит две направляющих поверхности в виде фрагментов конуса 1 с приемными гнездами 2 и приемное гнездо

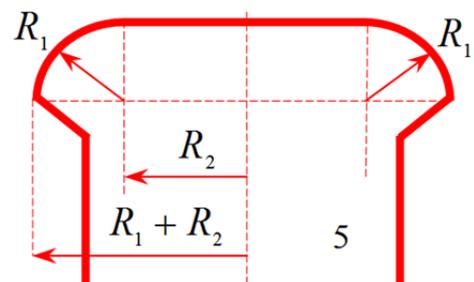
фиксации 3 в форме цилиндра с входной частью в виде усеченного конуса. Внутри цилиндра находится подпружиненный шариковый замок. Узел стыковки активный (УСА) имеет два направляющих штыря 4 с торцами сферической формы, которые должны контактировать с коническими выравнивающими поверхностями 1 и гнездами 2 УСП, и замок фиксации 5 с торцевой поверхностью в виде фрагмента тора (рисунок 5.5.4в), который должен входить в гнездо фиксации 3 УСП.



а



б



в

Рисунок 5.5.4. Направляющие элементы устройств соединения: а) гнездо фиксации; б) направляющие штырь и конус; в) геометрия замка фиксации

Сферическая торцевая поверхность каждого направляющего штыря 4 может контактировать с соответствующей направляющей конической поверхностью 1, с граничной окружностью приемного гнезда и цилиндром гнезда 2 (рисунок 5.5.5а). Контакт цилиндрической поверхности штыря 4 с цилиндром гнезда 2 не рассматривается, так как он имеет место только после того, как замок фиксации 5 войдет в цилиндрическую часть гнезда фиксации 3 (рисунок 5.5.5б).

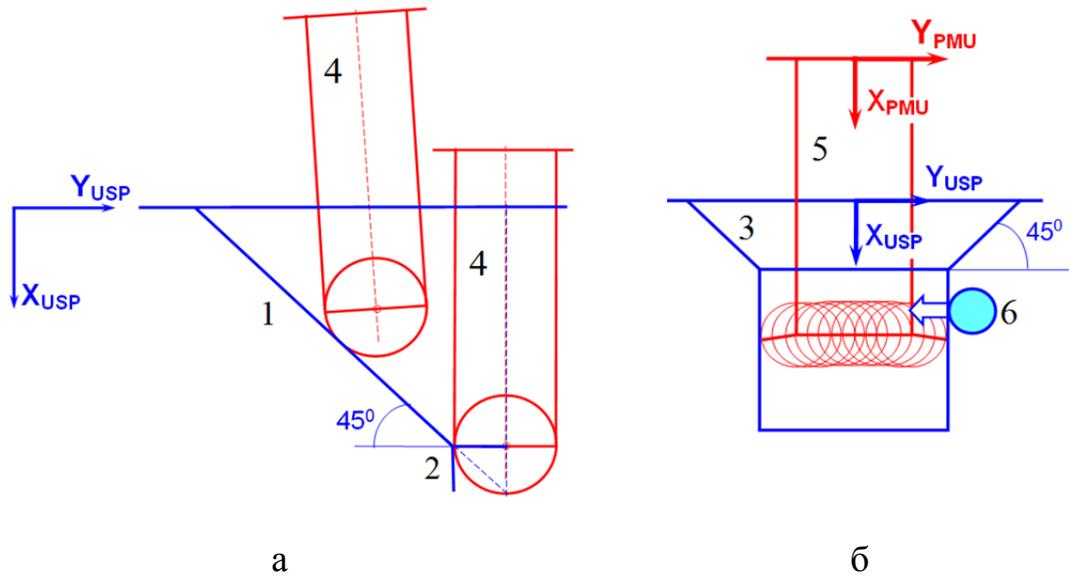


Рисунок 5.5.5. Контакты направляющих элементов а) штыря с конической поверхностью; б) замка и гнезда фиксации

Торцевая поверхность замка фиксации, имеющая форму тора 1, разбивается на два сектора 2 и 3, у которых крайние точки совпадают (рисунок 5.5.6).

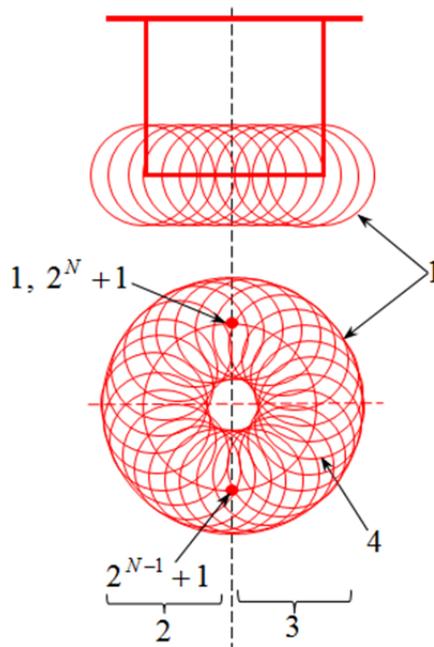


Рисунок 5.5.6. Аппроксимация тора набором сфер

Каждый сектор представлен набором сфер 4 с индексами $\overline{1, 2^{N-1} + 1}$ и $\overline{2^{N-1} + 1, 2^N + 1}$. Разделение поверхности на два сектора обеспечивает выпуклость

их формы и применимость метода дихотомии, с помощью которого наличие или отсутствие точки контакта тора с конической поверхностью, граничной окружностью или цилиндром гнезда фиксации определяется за N итераций.

Сцепка достигается, когда замок фиксации войдет в гнездо на глубину, достаточную для выхода подпружиненного ролика 6 за его торцевую поверхность (рисунок 5.5.5б). Так как замок в гнезде может двигаться только вдоль оси цилиндра, то сцепка моделируется наличием односторонней контактной силы, действующей вдоль оси X_{USP} .

Форма направляющих поверхностей определяет необходимость использования ранее описанных в 5.2 моделей контактного взаимодействия геометрических примитивов «активная сфера – пассивный усеченный конус», «активная сфера – граничная окружность», «активная сфера - цилиндр». Преобразование координат ХТ (центров сфер), описывающих форму штырей и замка захвата, из СК $X_{USA} Y_{USA} Z_{USA}$ активного устройства в СК $X_{USP} Y_{USP} Z_{USP}$ пассивного, необходимое для определения точек контакта, определяется схемой выполнения операции причаливания и рассматривается в главе 8.

5.6 Исключение избыточных вычислений и верификация моделей контактного взаимодействия.

Скорость моделирования контактного взаимодействия направляющих поверхностей СтА обеспечивают следующие приемы.

- Отказ по возможности от использования индексированных переменных.
- Вычисление всех постоянных параметров и координат ХТ пассивных примитивов до начала моделирования.
- Получение аналитических соотношений для анализа контактного взаимодействия с учетом допустимого относительного положения контактирующих элементов поверхностей.
- Учет в аналитических соотношениях заведомо нулевых значений параметров пассивных примитивов.

- Прекращение анализа конкретного контакта при первом невыполнении любого из необходимых условий его наличия.
- Использование метода дихотомии для уменьшения числа анализируемых пар примитивов из заданного множества.

Верификация контактной модели включает в себя проверку правильности выбора ее геометрических параметров, программной реализации алгоритмов и заданных начальных условий. Автономное тестирование программ осуществляется до их интеграции в общую модель процесса стыковки. На этом этапе очень сложно выявить все возможные комбинации отдельных видов контактов. Поэтому тестирование предусмотрено также в процессе моделирования динамического процесса. В каждой отдельной моделирующей подпрограмме имеется возможность выдачи в файл в удобном формате данных обо всех ее параметрах. Для того, чтобы сделать объем такого файла приемлемым для анализа, режим тестирования может включаться на любой сколь угодно короткий интервал времени, вплоть до отдельного шага интегрирования. В рамках этого интервала устанавливаются отдельные индикаторы, инициирующие тест любой конкретной подпрограммы. Если ненормальное завершение процесса моделирования происходит при выявлении самой подпрограммой нарушения предельных условий контакта или предельно допустимой величины внедрения, то на основе модельного времени наступления такого события и характера ошибки, фиксируемых в протоколе вычислительного процесса, можно выбрать интервал и индикаторы тестирования для повторного моделирования и анализа.

Данная глава написана на основе публикаций [237-240].

Выводы по главам 1- 5

В главах 1 – 5 описаны модели и алгоритмы, разработанные на основе учета общих свойств стыкуемых КА и СтМ.

1. Определены особенности кинематики СтМ и вытекающие из них наилучшие способы составления и решения уравнений связей (УС) для контуров на ос-

нове разделения переменных. Получены аналитические решения УС относительно координат, вычислительно более эффективные, чем итерационные процедуры.

2. Динамика всех зависимых КЦ, образующих кинематические контуры, рассчитывается по алгоритму составного тела и приводится к узловому телу независимой КЦ на основе решения УС для контуров. Для СтМ центрального типа алгоритм составного тела используется совместно с алгоритмом сочлененного тела, а для периферийных СтМ он дополняется алгоритмом расчета сил и моментов, действующих на КА в основании СтМ. Определены способы повышения вычислительной эффективности при расчете динамики СтМ.

3. Разработанные кусочно-линейные модели упругих деформаций звеньев и КЦ СтМ с учетом гистерезиса обладают высокой вычислительной эффективностью и достаточной инженерной точностью.

4. Определен способ описания динамики стыкуемых КА с учетом упругих деформаций конструкции, расположения СтА и их контактного взаимодействия.

5. Предложены алгоритмы определения точек контакта и их параметров для выделенных пар геометрических примитивов, способы аппроксимации сложных направляющих поверхностей СтА различного типа и устройств для причаливания КА, способы исключения избыточных вычислений.

На этой общей методической основе могут разрабатываться компьютерные модели конкретных операций стыковки и причаливания с учетом особенностей устройств демпфирования, КЦ передачи движения и приводов применяемых СтМ, алгоритмов управления КА.

ГЛАВА 6. КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ СТЫКОВКИ КА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТА ЦЕНТРАЛЬНОГО ТИПА

6.1 Модель динамики стыковки с использованием существующего СтМ и агрегатов типа «штырь – конус»

Общий вид (3D-модель) существующего СтМ центрального типа показан на рисунке 6.1.1. Его кинематика коротко описана в главе 1. Она имеет последовательно-параллельную структуру.



Рисунок 6.1.1. Общий вид существующего СтМ центрального типа

Осевой демпфер и привод. Центральная, независимая кинематическая цепь включает в себя штырь с головкой, качающийся корпус с осевым демпфером, приводом и устройством выравнивания (рисунок 1.1.3). Уменьшение длины свободной части штыря $\Delta_{L,Pr} < 0$ под действием контактной силы вызывает поворот гайки ШВП 7 на положительный угол $\varphi_{Nut} = -i_{Nut} \Delta_{L,Pr}$, где $i_{Nut} = 2\pi / t$, t – шаг винта. Гайка, в свою очередь, через передачу, пружинный механизм (ПМ) 8 и фрикционный тормоз (ФрТ) 9 связана с выходным валом привода 12.

Масса всех кинематических цепей вращения осевого демпфера учтена в массе качающегося корпуса. Приведение их моментов инерции к поступательному перемещению штока привело бы, из-за большой величины коэффициента передачи i_{Nut} ШВП, к появлению значительной дополнительной осевой массы, не участвующей в переносном движении механизма и искажающей описание его динамики. В то же время из-за большой величины i_{Nut} динамика осевого демпфера практически не зависит от пространственного переносного углового движения качающегося корпуса. Кроме того, описание вращения осевого демпфера хорошо согласуется с уравнениями динамики привода стыковочного механизма. В результате динамика СтМ описывается двумя отдельными группами уравнений. Первая определяет ускорения вращения осевого демпфера и связанного с ним привода, вторая – угловые ускорения качающегося корпуса и ускорения угловых деформаций свободной части штока.

Кинематические цепи вращения осевого демпфера и привода развязаны через фрикционный тормоз (ФрТ), момент сопротивления которого зависит от знака разности углов поворота его входного и выходного вала. Поэтому осевой демпфер и привод описываются независимыми уравнениями динамики.

Суммарный момент инерции I_{Nut}^{tot} , приведенный к гайке ШВП осевого демпфера, учитывает массу штока, моменты инерции фрикционного и электромагнитных тормозов, а также передач к ним. Масса штока, участвующего в поступательном перемещении, и соответственно величина I_{Nut}^{tot} считаются постоянными. Уравнения динамики вращения гайки записываются в виде

$$I_{Nut}^{tot} \ddot{\varphi}_{Nut} = m_{NutScrew} - m_{FR}(\varphi_{FR}, \dot{\varphi}_{FR}) - \text{sign}(\varphi_{Nut}) m_{MB}(|\dot{\varphi}_{Nut}|), \quad (6.1.1)$$

где $m_{NutScrew} = -\mathbf{f}_H^E(1)(1 - \text{sign}(\dot{\Delta}_{L,Pr}))k_{NutFr} / i_{Nut}$ – момент, передаваемый гайке от винта штока, на головку которого действует внешняя осевая контактная сила; k_{NutFr} – коэффициент трения в ШВП; $m_{FR}(\varphi_{FR}, \dot{\varphi}_{FR})$ – приведенный к оси гайки момент сопротивления пружины и фрикционного тормоза;

$\varphi_{FR} = i_{Nut,FR} (\varphi_{Nut} - \varphi_{Dive} / i_{Nut,Drive})$ – угол поворота входного вала кинематической цепи с ФрТ относительно ее выходного вала; $\dot{\varphi}_{FR} = i_{Nut,FR} (\dot{\varphi}_{Nut} - \dot{\varphi}_{Dive} / i_{Nut,Drive})$ – скорость изменения этого угла; φ_{Dive} и $\dot{\varphi}_{Dive}$ – угол поворота и скорость вращения выходного вала привода, связанного с выходным валом ФрТ; $m_{Nut,MB}$ – приведенный к оси гайки ШВП момент сопротивления двух осевых магнитных тормозов; $i_{Nut,FR}$, $i_{Nut,Drive}$ – коэффициенты передачи от гайки к входному валу кинематической цепи с фрикционным тормозом и к выходному валу привода соответственно.

В приводе СтМ (рисунок 6.1.2а) два дублирующих электродвигателя 1 связаны с выходным валом 5 через стопорные муфты 2, планетарный механизм (дифференциал) 3 и две планетарные передачи 4. Стопорные муфты предотвращают передачу движения от основных колес дифференциала (фактически от выходного вала привода) к электродвигателям.

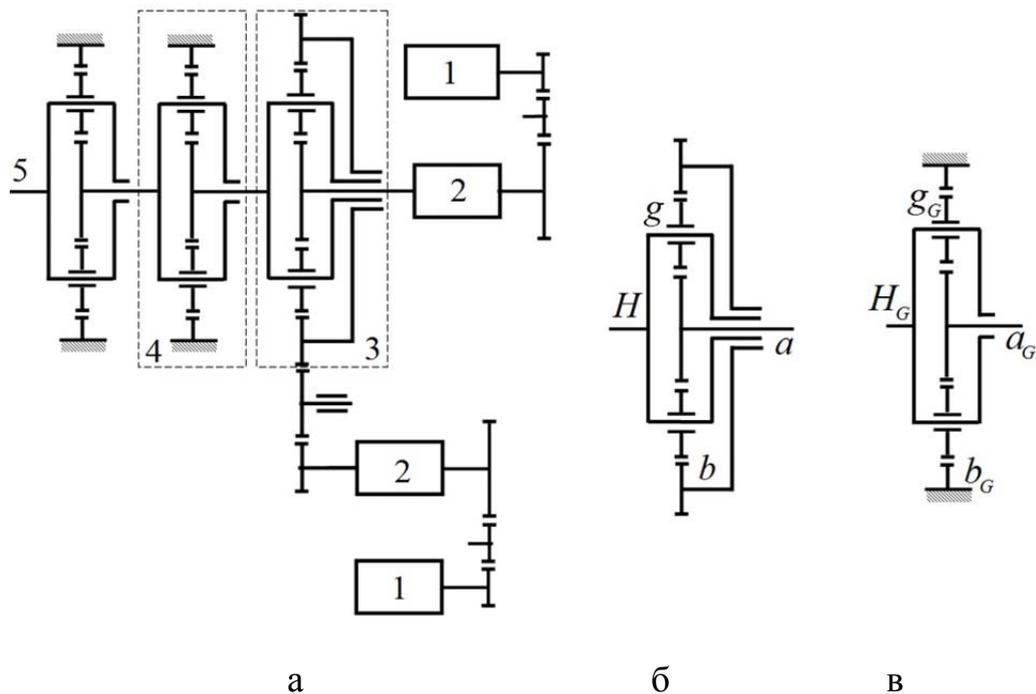


Рисунок 6.1.2. Кинематические схемы механизмов вращения: а) привода; б) планетарного механизма; в) планетарного редуктора

Уравнения динамики отдельных колес планетарного механизма (рисунок 6.1.2б) – основных колес a и b , водила H и сателлита g имеют вид

$$I_a \ddot{\varphi}_a = m_a, \quad I_b \ddot{\varphi}_b = m_b, \quad I_H \ddot{\varphi}_H = m_H, \quad I_g \ddot{\varphi}_g = m_g,$$

где I_a, I_b, I_H, I_g – приведенные моменты инерции с учетом передач, стопорных муфт и роторов электродвигателей; m_a, m_b, m_H, m_g – действующие активные моменты; $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_H, \varphi_g$ – углы поворота звеньев относительно своих осей.

Система из указанных четырех тел вращения имеет две степени свободы. В качестве независимых выбираются угловые ускорения основных колес: соответственно первая и вторая компоненты вектора ускорений $\ddot{\mathbf{q}}(1) = \ddot{\varphi}_a$ и $\ddot{\mathbf{q}}(2) = \ddot{\varphi}_b$ основных колес. Ускорения вращения водила и сателлита подчиняются уравнениям связей

$$\ddot{\varphi}_H R_H = \frac{R_a \ddot{\varphi}_a + R_b \ddot{\varphi}_b}{2}, \quad \ddot{\varphi}_g R_g = \frac{R_b \ddot{\varphi}_b - R_a \ddot{\varphi}_a}{2}, \quad (6.1.2)$$

где R_a, R_b, R_H, R_g – радиусы колес.

С учетом (6.1.2) представление ускорений звеньев через (1×2) – матрицы $\mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b, \mathbf{R}_H, \mathbf{R}_g$ парциальных скоростей ($\mathbf{R} = \partial \dot{\varphi} / \partial \dot{\mathbf{q}} = \partial \ddot{\varphi} / \partial \ddot{\mathbf{q}}$):

$$\ddot{\varphi}_a = [1 \quad 0] \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}_a \ddot{\mathbf{q}}, \quad \ddot{\varphi}_b = [0 \quad 1] \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}_b \ddot{\mathbf{q}},$$

$$\ddot{\varphi}_H = \frac{1}{2R_H} [R_a, R_b] \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}_H \ddot{\mathbf{q}}, \quad \ddot{\varphi}_g = \frac{1}{2R_g} [R_a, -R_b] \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}_g \ddot{\mathbf{q}}$$

позволяют преобразовать УД отдельных колес в УД планетарного механизма в виде

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q} \quad (6.1.3)$$

Элементы постоянной симметричной (2×2) – матрицы обобщенной инерции \mathbf{A} и (2×1) – вектора обобщенных сил \mathbf{Q} равны

$$\mathbf{A}_{1,1} = I_a + \frac{R_a^2}{4R_H^2} I_H + n_g \frac{R_a^2}{4R_g^2} I_g, \quad \mathbf{A}_{1,2} = \frac{R_a R_b}{4} \left(\frac{I_H}{R_H^2} - n_g \frac{I_g}{R_g^2} \right),$$

$$\mathbf{A}_{2,2} = I_b + \frac{R_b^2}{4R_H^2} I_H + n_g \frac{R_b^2}{4R_g^2} I_g,$$

$$\mathbf{Q}_1 = m_a + \frac{R_a}{2R_H} m_H, \quad \mathbf{Q}_2 = m_b + \frac{R_b}{2R_H} m_H,$$

где n_g – число сателлитов; m_H – момент внешней нагрузки, приведенный к водилу; m_a , m_b – моменты электродвигателей, действующие на колеса a и b :

$$m_a = i_{mot,a} (k_u u_{mot} - k_\omega \omega_{mot,a} - \text{sign}(\omega_{mot,a}) m_{Fr} - c_d \omega_{mot,a}),$$

$$m_b = i_{mot,b} (k_u u_{mot} - k_\omega \omega_{mot,b} - \text{sign}(\omega_{mot,b}) m_{Fr} - c_d \omega_{mot,b}),$$

где $\omega_{mot,a} = i_{mot,a} \dot{\varphi}_a$, $\omega_{mot,b} = i_{mot,b} \dot{\varphi}_b$; $i_{mot,a}$, $i_{mot,b}$ – коэффициенты редукции от электродвигателей к колесам дифференциала; k_u, k_ω – постоянные характеристики электродвигателя; u_{mot} – напряжение питания; m_{Fr} , c_d – момент трения и коэффициент конструкционного демпфирования в кинематической цепи.

При неподвижном колесе b_G ($\omega_{G,b} = 0$) в планетарном редукторе (рисунок 6.1.1в) угловые скорости водила H_G и сателлита g_G с учетом с (6.1.2) равны

$$\omega_{G,H} = \omega_{G,a} R_{G,a} / 2R_{G,H}, \quad \omega_{G,g} = -\omega_{G,a} R_{G,a} / 2R_{G,g}, \quad (6.1.4)$$

где $R_{G,a}, R_{G,H}, R_{G,g}$ – радиусы колес; $\omega_{G,a}, \omega_{G,H}, \omega_{G,g}$ – их угловые скорости.

С учетом этого суммарный коэффициент редукции двух планетарных передач от водила дифференциала к выходному валу привода равен $i_{PG} = (R_{G,a} / 2R_{G,H})^2$.

На выходной вал привода действует суммарный момент нагрузки $m_{Drive}^{FrC} = -m_{FR}(\varphi_{FR}, \dot{\varphi}_{FR}) / (\eta_{red} i_{Nut, Drive})$, где $m_{FR}(\varphi_{FR}, \dot{\varphi}_{FR})$ – момент, создаваемый ФрТ; η_{red} , $i_{Nut, Drive}$ – к.п.д. и коэффициент передачи осевого редуктора от ШВП к выходному валу привода. Момент на оси водила H дифференциала равен $m_H = m_{Drive}^{FrC} / i_{PG}$.

Подстановка угловых скоростей (6.1.4) в выражение для кинетической энергии вращения водила и сателлитов позволяет получить соотношение для приведения момента инерции планетарной передачи к оси a ее главного колеса

$$I_{G,a}^* = I_{G,a} + (R_{G,a} / (R_{G,a} + R_{G,b}))^2 I_{G,H} + n_g (R_{G,a} / 2R_{G,g})^2 I_{G,g}$$

где $I_{G,a}, I_{G,H}, I_{G,g}$ – моменты инерции колес планетарной передачи.

Так как планетарные передачи не имеют собственных степеней свободы, их инерция приводится к оси водила дифференциала, увеличивая его момент инерции с учетом двух ступеней планетарного редуктора на величину

$$\Delta I_H = I_{G,a}^* + (R_{G,a} / 2R_{G,H})^2 I_{G,a}^* = (1 + i_{PG}^2) I_{G,a}^*$$

Уравнения связей, аналогичные (6.1.2), справедливы также для скоростей и углов поворота колес планетарного механизма. После численного интегрирования уравнений динамики (6.1.3) они определяют скорость и угол поворота выходного вала привода

$$\varphi_{Drive} = i_{PG} \frac{R_a \varphi_a + R_b \varphi_b}{2R_H}, \quad \omega_{Drive} = i_{PG} \frac{R_a \dot{\varphi}_a + R_b \dot{\varphi}_b}{2R_H}$$

Зависимость момента m_{FR} сопротивления, создаваемого ПМ и ФрТ осевого демпфера, от угла $\varphi_{FR} = i_{Nut,FR} (\varphi_{Nut} - \varphi_{Dive} / i_{Nut,Drive})$ приведена на рисунке 6.1.3.

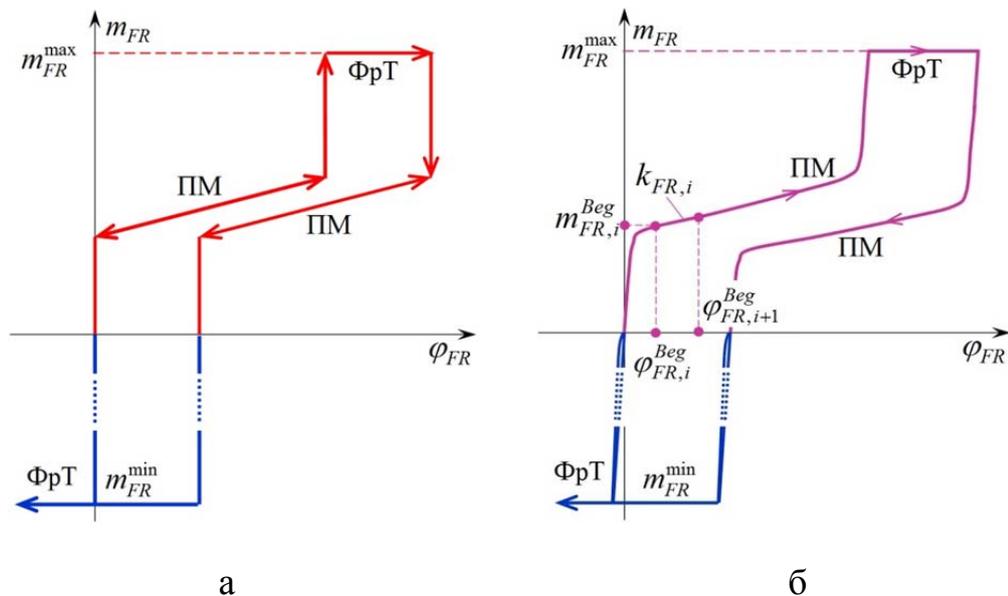


Рисунок 6.1.3. Момент сопротивления создаваемый ПМ и ФрТ осевого демпфера:
(а) характеристика идеализированная, (б) с учетом гистерезиса
и деформации передач

Кусочно-линейная модель для расчета момента с учетом деформаций с гистерезисом описана в главе 3. Параметры ее текущего линейного участка определяются перед началом каждого шага интегрирования и внутри него не изменяются. Момент сопротивления кинематической цепи с фрикционным тормозом определяется соотношением

$$m_{FR}(\varphi_{FR}, \dot{\varphi}_{FR}) = i_{Nut,FR} [m_{FR,i}^{Beg} + k_{FR,i}(\varphi_{FR} - \varphi_{FR,i}^{Beg}) + c_{D,FR}\dot{\varphi}_{FR}],$$

где $m_{FR,i}^{Beg}$, $\varphi_{FR,i}^{Beg}$, $k_{FR,i}$ – начальные значения момента сопротивления и угла, угловая жесткость i -го линейного участка, соответствующего текущему углу φ_{FR} и его скорости $\dot{\varphi}_{FR}$; $c_{D,FR}$ – коэффициент конструкционного демпфирования.

При выдвигании штока в исходное положение перед стыковкой принимается, что $\dot{\varphi}_{Dive} < 0$, $\varphi_{Dive} < 0$ и соответственно $\varphi_{FR} > 0$, $\dot{\varphi}_{FR} > 0$. При этом спиральная пружина не закручивается, так как момент ее предварительного поджатия больше момента трения в редукторе. Момент $m_{FR} > 0$ не превышает момента поджатия пружины и создается деформацией кинематической передачи. В результате получается $\ddot{\varphi}_{Nut} < 0$, $\varphi_{Nut} < 0$ и $\Delta_{L,Pr} > 0$ – шток выдвигается до момента срабатывания контактного датчика исходного положения.

При поглощении энергии сближения КА свободная длина штока уменьшается, то есть $\Delta_{L,Pr} < 0$ и $\varphi_{Nut} > 0$. Передача вращения от выходного вала ФрТ на валы выключенных электродвигателей привода блокируется их стопорными муфтами, поэтому $\varphi_{Dive} = 0$. Соответственно $\varphi_{FR} > 0$, и пружинный механизм, а при исчерпании его хода – фрикционный тормоз создают положительный момент $0 < m_{FR} < m_{FR}^{max}$, противодействующий увеличению модуля угла φ_{Nut} , то есть уменьшению длины свободной части штока.

При стягивании принимается, что $\dot{\varphi}_{Dive} > 0$, $\varphi_{Dive} > 0$, при этом момент нагрузки на выходной вал привода создает сила $\mathbf{f}_H^E(1) > 0$ сопротивления, обусловленная контактным взаимодействием головки штока с приемным гнездом.

Она пересчитывается в момент $m_{Screw} < 0$, действующий на гайку, и в момент $m_{Screw} / i_{Nut, Drive} < 0$ передаваемый на выходной вал привода через редуктор и фрикционный тормоз. Эта сила стремится вытянуть штырь, то есть увеличить ΔS и соответственно уменьшить φ_{Nut} . Таким образом, при стягивании $\varphi_{FR} < 0$, $\dot{\varphi}_{FR} < 0$. При этом пружинный механизм выходит на упор и его спиральная пружина далее не деформируется, а фрикционный тормоз ограничивает отрицательный момент, передаваемый от привода на гайку, величиной m_{FR}^{\min} (рисунок 6.1.3). Этот момент способствует увеличению угла φ_{Nut} и уменьшению свободной части штыря.

Зависимость момента магнитного тормоза (МТ) от скорости вращения его вала задается в исходных данных в виде массивов значений этих величин. При инициализации модели, перед интегрированием уравнений движения, они пересчитываются к гайке ШВП. Текущая абсолютная величина момента электромагнитного тормоза равна

$$m_{MB}(|\dot{\varphi}_{Nut}(t)|) = m_{MB}^{Beg} + k_{MB,i}(|\dot{\varphi}_{Nut}(t)| - \dot{\varphi}_{Nut,i}^{Beg}), \quad (6.1.5)$$

где $\dot{\varphi}_{Nut,i}^{Beg}$, m_{MB}^{Beg} – начальные значения скорости и момента, а $k_{MB,i}$ – коэффициент изменения последнего на i -м интервале зависимости, для которого $\dot{\varphi}_{Nut,i}^{Beg} \leq |\dot{\varphi}_{Nut}(t)| \leq \dot{\varphi}_{Nut,i+1}^{Beg}$.

Рычаги выравнивания связаны передачей с гайкой ШВП, поэтому их инерция учитывается в суммарном приведенном моменте I_{Nut}^{tot} . Форма кулачка, управляющего их движением, задается в исходных данных в виде двух массивов значений – направляющих углов и соответствующих им радиусов. Между двумя соседними значениями углов величина радиуса изменяется линейно. При инициализации модели СтМ эти массивы пересчитываются соответственно в массивы углов поворота гайки и координат центров роликов всех выравнивающих рычагов относительно качающегося корпуса. На основе этих данных и текущего значения угла $\varphi_{Nut}(t)$ поворота гайки, получаемого в результате интегрирования уравнений ди-

намики (6.1.1) осевого демпфера, вычисляются положения центров роликов рычагов выравнивания относительно приемного конуса. Точки контакта этих геометрических объектов определяются на основе моделей и алгоритмов, описанных в главе 5. При их наличии вычисляются реакции, действующие на приемный конус и качающийся корпус и входящие в уравнения динамики соответственно пассивного космического аппарата и стыковочного механизма. Изменение момента инерции качающегося корпуса при выдвигении рычагов не учитывается из-за малой массы последних.

Деформируемый штырь и боковой демпфер. Полый штырь обладает изгибной податливостью такого же порядка, как и пружины бокового демпфера. Распределенные упругие свойства его свободной части заменяются фиктивным шарниром с сосредоточенной жесткостью на выходе из качающегося корпуса. Это позволяет использовать при описании стыковочного механизма алгоритмы моделирования динамики систем твердых тел. Моменты, действующие в шарнире, моделирующем угловые деформации при изгибе и кручении штыря, приблизительно описываются линейной зависимостью, но с выраженным эффектом гистерезиса, величина которого определяется экспериментально. Его кусочно-линейные модели с постоянными параметрами и алгоритм выбора очередных линейных участков деформации описаны в главе 3.

При втягивании штыря его жесткость как балки при изгибе возрастает обратно пропорционально его уменьшающейся длине $L_{Pr}(t)$ [241], то есть изменение угловых жесткостей $k_{J,4}(t)$, $k_{J,5}(t)$ в шарнирах 3 и 4 центральной кинематической цепи определяется соотношением $k_{J,4}(t) = k_{J,5}(t) = k_{\varphi,0} L_{Pr}(0) / L_{Pr}(t)$, в котором $L_{Pr}(0)$, $k_{\varphi,0}$ – длина и угловая жесткость штыря в исходном положении перед стыковкой. Чтобы не изменять параметры моделей гистерезиса при изгибе штыря, вычисляемые на их основе моменты сопротивления умножаются на коэффициент $k_{BendMod} = L_{Pr}(0) / L_{Pr}(t)$.

Угловая φ_E и боковая Δ_l деформации на конце изогнутой балки длины l связаны соотношением $\varphi_E = 1.5\Delta_l/l$ [241]. При моделировании изгиба балки твердым телом и фиктивным шарниром величина боковой деформации определяется углом поворота φ_J в этом шарнире $\Delta_L = l\sin\varphi_J$. При этом угол на конце балки должен быть равен $\varphi_E = 1.5\Delta_l/l = 1.5\sin\varphi_J$. То есть к углу φ_J в фиктивном шарнире, который получается в результате моделирования, необходимо добавить угол $\Delta\varphi = \varphi_E - \varphi_J = 1.5\sin\varphi_J - \varphi_J$.

Для сферической головки штыря такая дополнительная угловая деформация не имеет значения, но она учитывается при определении положения относительно гнезда приемного конуса задаваемых в системе координат головки датчиков и защелок, координаты которых корректируются с помощью дополнительной матрицы преобразования поворота

$$A_{HS} = \begin{bmatrix} \cos \Delta q_5 & \sin \Delta q_5 & 0 \\ -\sin \Delta q_5 & \cos \Delta q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta q_4 & 0 & -\sin \Delta q_4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Delta q_4 & 0 & \cos \Delta q_4 \end{bmatrix},$$

где $\Delta q_4 = 1.5\sin q_4 - q_4$, $\Delta q_5 = 1.5\sin q_5 - q_5$.

Принимается, что деформация кручения штыря равномерно распределяется по всей его длине, начиная от крестовины, блокирующей его вращение относительно качающегося корпуса, до головки. Поэтому при стягивании жесткость кручения и момент сопротивления кручению не корректируются.

Боковой демпфер имеет четыре параллельных кинематических цепи, связывающих качающийся корпус с основанием механизма. Силы и моменты в них создают пружинные механизмы (ПМ) и магнитные тормозы (МТ) (рисунок 6.1.4). Зависимые кинематические цепи (КЦ) ПМ и МТ имеют структуру соответственно $U_1P_1S_1$, $U_2P_2S_2$ и $R_3U_3S_3$, $R_4U_4S_4$.

Две последовательно соединенные пружины – мягкая, витая и жесткая (пружина Бельвилля) объединены в ПМ бокового демпфера (рисунок 1.1.3), который обеспечивает их сжатие при любом направлении движения входного

штока, ход которого определяется из аналитического решения уравнений контурных связей для координат, приведенного в разделе 1.4 главы 1.

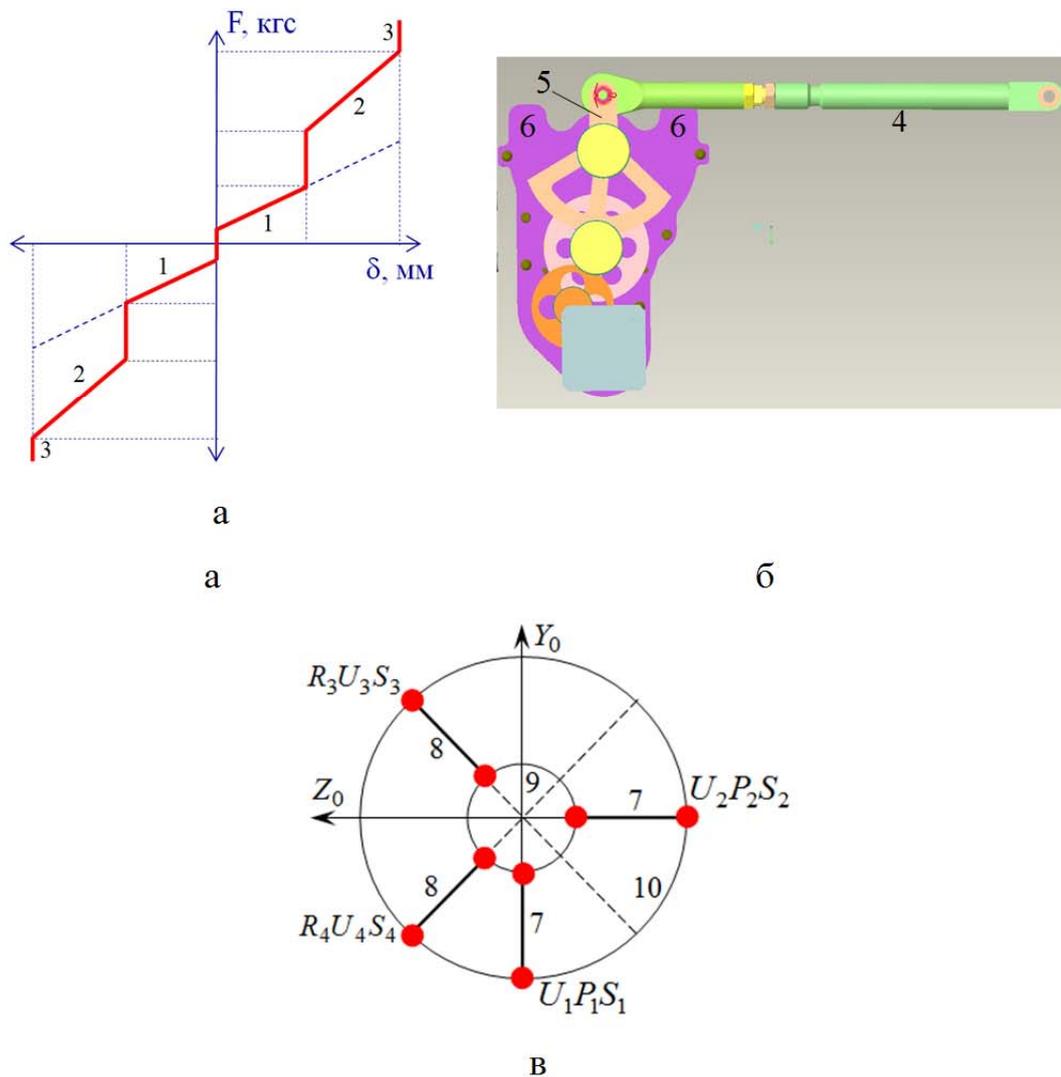


Рис. 6.1.4. Ограничение угловых движений качающегося корпуса в боковом демпфере: а) идеализированная характеристика жесткости ПМ; б) механические упоры в кинематической цепи МТ; в) положение кинематических цепей относительно основания и качающегося корпуса СтМ

Идеализированная характеристика его жесткости показана на рис. 6.1.4а. Каждая из пружин предварительно поджата соответствующим моментом. После исчерпания хода мягкой 1 и жесткой 2 пружин достигается механический упор 3. Реальная характеристика жесткости ПМ имеет гистерезис, который определяется экспериментально. Его модель в виде кусочно-линейной зависимости с

постоянными параметрами и алгоритм выбора очередного линейного участка деформации описаны в главе 3.

МТ бокового демпфера аналогичны тем, которые применяются при поглощении энергии осевого сближения. Создаваемые ими моменты рассчитываются по соотношению вида (6.1.5), в котором скорость вращения гайки ШВП заменена на угловую скорость входного звена 5, определяемую из решения (1.3.5) уравнений связей для контуров. Угол поворота тягой 4 входного звена 5 МТ (рисунок 6.1.3б) определяется из аналитического решения уравнений контурных связей для координат, приведенных в разделе 1.4 главы 1. Он изменяется в пределах механических упоров 6.

Положение кинематических цепей ПМ 7 и МТ 8 бокового демпфера в плане (рисунок 6.1.3в) показывает, что имеющиеся в них упоры ограничивают качание корпуса 9 относительно основания 10 по восьми направлениям, равномерно распределенным по периметру СтМ.

Структура постоянных связей МС твердых тел, описывающей угловые движения СтМ представлена в виде графа (рисунок 6.1.5), на котором каждому телу соответствует вершина, а каждому шарниру – ребро. Шарниры, замещаемые уравнениями связей, обозначены пунктирными линиями. В результате многоконтурная структура распадается на пять ветвей, соединенных с основанием механизма (тело B_0). Подвижный корпус и штанга стыковочного механизма образуют нулевую, независимую ветвь.

В главах 1 и 2 при описании алгоритмах расчета динамики принято, что все шарниры в МС имеют одну степень подвижности. Поэтому универсальные шарниры представляются последовательностью двух простейших с введением фиктивных тел с нулевыми размерами и инерцией. Фиктивным телам на графе соответствуют белые вершины, реальным – темные. На ребрах графа показаны шарнирные переменные – независимые и зависимые. Динамика этой МС рассчитывается по алгоритму, описанному в разделе 2.5. Всего СтМ имеет шесть степеней свободы: пять в угловых движениях и одну вдоль своей продольной оси.

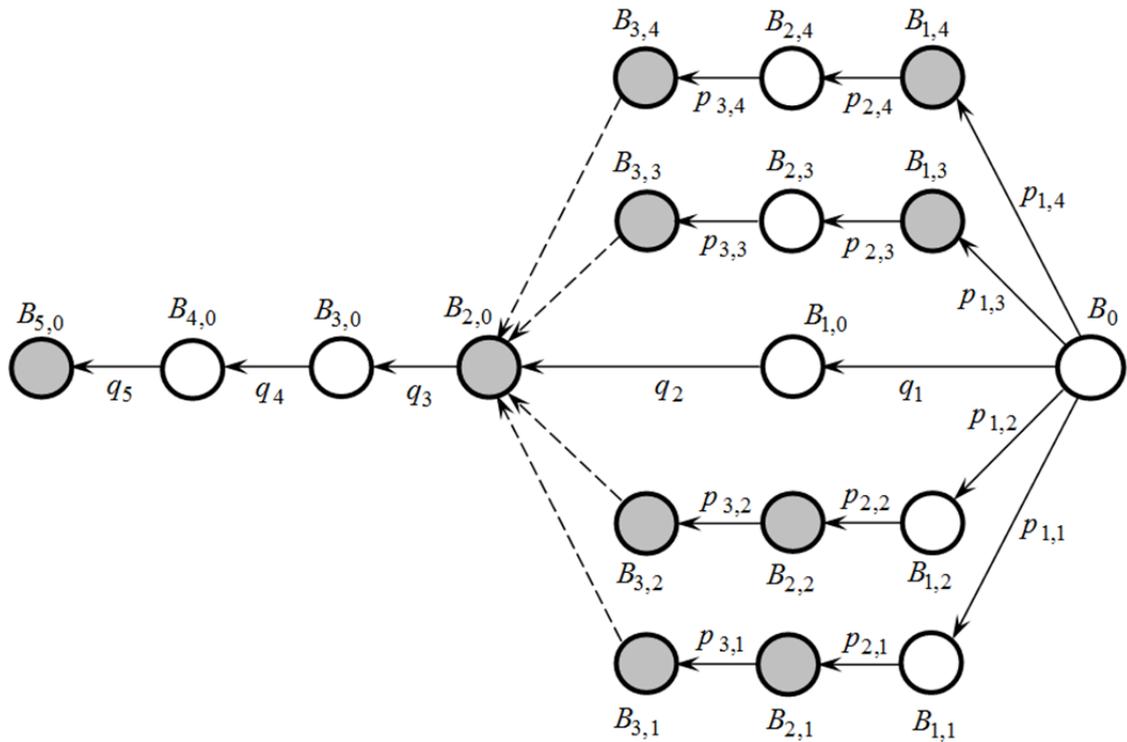


Рисунок 6.1.5. Граф МС твердых тел описывающей угловые движения СтМ

СтМ устанавливается на крышке переходного люка 27 (рисунок 1.1.3). В процессе стыковки на нее действует внутреннее атмосферное давление в КА, вследствие чего она имеет большую жесткость, которую можно не учитывать при моделировании. Но при наземных динамических испытаниях на 6-ступенном стенде из-за отсутствия такого давления крышка обладает податливостью, которая увеличивает интервалы времени между ударами головки в дно гнезда приемного конуса и обратными ударами защелок в упоры гнезда. Для согласования результатов моделирования с данными испытаний в расчетную схему временно может вводиться модель осевой деформации (сжатия и растяжения) крышки, то есть основания стыковочного механизма, с которым связаны все его кинематические цепи. Для сохранения в неизменном виде уравнений динамики СтМ и гарантии устойчивости процесса численного интегрирования для уравнений динамики деформаций крышки используется неявный метод Эйлера. Его разностные формулы записываются в виде системы уравнений

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{hc_{CovX}}{m_{DM}} & \frac{hk_{Cov,i}}{m_{DM}} \\ -h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{CovX}(t+h) \\ x_{Cov}(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{CovX}(t) + (\mathbf{f}_{1R,I}(1) - f_{CovX,i}^{Beg} + k_{CovX,i}x_{Cov,i}^{Beg}) \frac{h}{m_{DM}} \\ x_{Cov}(t) \end{bmatrix},$$

решение которой методом Крамера определяет скорость $v_{Cov,x}$ и величину x_{Cov} деформаций

$$v_{Cov,x}(t+h) = \Delta_{1,Cov} / \Delta_{0,Cov}, \quad x_{Cov}(t+h) = \Delta_{2,Cov} / \Delta_{0,Cov}, \quad (6.1.6)$$

где $\Delta_{0,Cov} = 1 + (c_{Cov,x} + hk_{Cov,x})h / m_{DM},$

$$\Delta_{1,Cov} = v_{CovX}(t) + [\mathbf{f}_{1R}(1) - f_{CovX,i}^{Beg} - k_{CovX,i}(x_{Cov} - x_{Cov,i}^{Beg})] \frac{h}{m_{DM}},$$

$$\Delta_{2,Cov} = x_{Cov}(t) \left(1 + c_{CovX} \frac{h}{m_{DM}}\right) + h \left[v_{CovX}(t) + (\mathbf{f}_{1R}(1) - f_{CovX,i}^{Beg} + k_{CovX,i}x_{Cov,i}^{Beg}) \frac{h}{m_{DM}} \right].$$

В этих соотношениях m_{DM} – масса стыковочного механизма; $\mathbf{f}_{1R,I}(1)$ – осевая сила, действующая в его основании; $x_{Cov,i}^{Beg}, f_{CovX,i}^{Beg}, k_{Cov,i}$ – параметры текущего линейного участка модели гистерезиса при деформациях растяжения и сжатия; c_{CovX} – коэффициент конструкционного демпфирования; h – величина шага интегрирования. Величина x_{Cov} корректирует компоненты вектора из центра масс активного КА в центр основания СТМ. Вычисление соотношений (6.1.6) производится перед началом очередного шага интегрирования явным методом уравнений динамики стыковочного механизма и стыкуемых космических аппаратов.

Упрощенная циклограмма стыковки. Упрощенная циклограмма управления при стыковке с использованием СТА центрального типа приведена на рисунке 6.1.6. При первом контакте головки штыря с приемным конусом датчик ДК1 формирует сигнал, передаваемый в СУБК активного КА, которая при его получении включает двигатели поджатия и ориентации, создающие силу $F_{ДПО}$ вдоль продольной оси в направлении сближения. Эта сила должна ускорить сцепку. Если сцепка не достигается за 10 с, то двигателя включаются в обратном направлении для безопасного отвода активного КА.

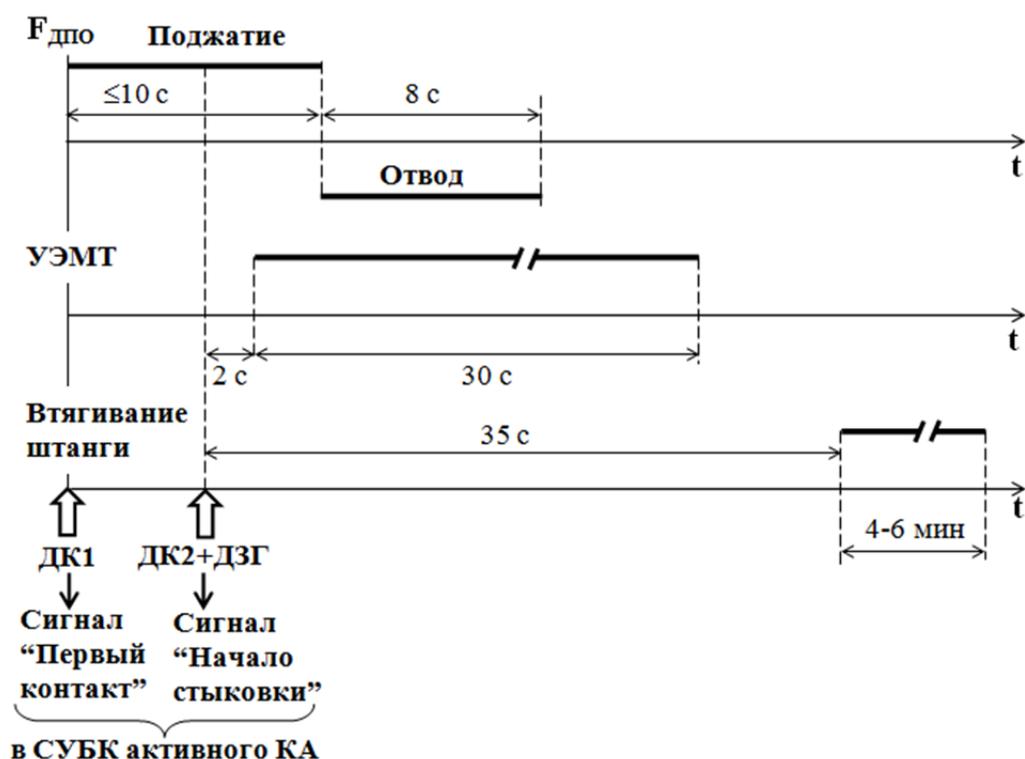


Рисунок 6.1.6. Упрощенная циклограмма управления при стыковке с использованием СтА центрального типа

При достижении сцепки датчик захвата головки (ДЗГ) формирует соответствующий сигнал. После того, как головка штыря достигает дна гнезда приемного конуса, срабатывает ее датчик ДК2. При наличии этих двух сигналов блок управления формирует сигнал «Начало стыковки» и запускает автоматическое выполнение последовательности команд. Через 2 с после этого сигнала на интервал времени 30 с включаются дополнительные управляемые МТ бокового демпфера, а через 35 с включается привод на стягивание СтА. Процесс стыковки в зависимости от начальных условий движения продолжается 5 – 7 мин.

6.2 Валидация модели по данным динамических испытаний на 6-степенном динамическом стенде

Под валидацией компьютерной модели понимается сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными. Измерения в ходе взаимодействия реальных СтА производятся при наземных динамических испытаниях на 6-степенном стенде, и в процессе летных испытаний. При испытаниях

на 6-степенном стенде в файле результатов фиксируются силы и моменты контактного взаимодействия СтА, кинематические параметры относительного движения КА, показания датчиков СтА. При летных испытаниях в общий поток телеметрических данных сбрасываются показания датчиков СтА, датчиков угловых скоростей (ДУС) КА, датчиков линейных ускорений, установленных на корпусах модулей орбитальной станции. При стыковке первых модулей МКС корреляция показаний датчиков ускорений с расчетными значениями контактных сил была высокой. Но по мере наращивания станции увеличилось влияние упругости ее конструкции. В настоящее время сопоставление результатов моделирования с данными летной телеметрии производится при анализе каждой реальной стыковки только для датчиков СтА и ДУС. Контактные силы и моменты, в отличие от кинематических параметров, являются причиной движения, а не результатом интегрирования УД, и соответственно основными параметрами процесса, по которым осуществляется валидация модели. Источником их экспериментального измерения являются динамические испытания на 6-степенном стенде.

На первом таком стенде в центре им. Джонсона (Johnson Space Center – JSC) NASA [242-244] была произведена экспериментальная отработка американского и российского стыковочных агрегатов по программе ЭПАС. Позднее, в начале 80-х гг. аналогичный стенд был создан в НПО «Энергия» [21]. Его упрощенная схема представлена на рисунке 6.2.1. На нем реализуется гибридное моделирование процесса стыковки в реальном времени. Для этого используются реальные стыковочные агрегаты 1, относительное пространственное перемещение которых обеспечивает 6-степенная платформа 2 с кинематикой Гью-Стьюарта [213, 214] и управляемыми гидроприводами 3. Один из агрегатов устанавливается на подвижной платформе, другой – на устройстве 4 измерения сил и моментов контактного взаимодействия, которое расположено на силовой ферме 5. Это устройство содержит шесть тензометрических датчиков, ориентированных по непараллельным направлениям. Сигналы 6 этих датчиков поступают на вход аналого-цифрового

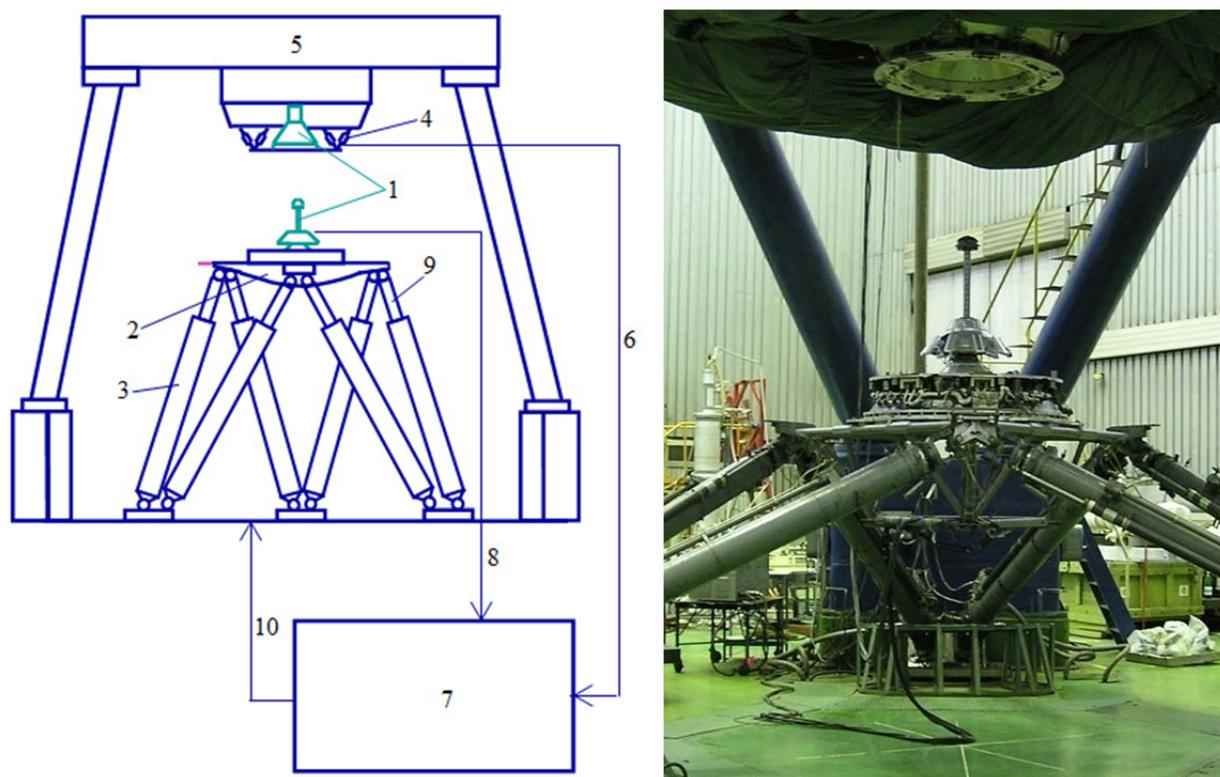


Рис. 6.2.1. Упрощенная схема 6-степенного станда для отработки стыковки преобразователя и далее в управляющий компьютер 7, который выполняет несколько функций. Его программы, во-первых, пересчитывают показания шести датчиков в три компоненты силы и три компоненты момента контактного взаимодействия стыковочных агрегатов. Во-вторых, они интегрируют дифференциальные уравнения динамики относительного движения стыкуемых космических аппаратов и вычисляют требуемые значения относительных положений и скоростей стыковочных агрегатов. Начальные условия, а также места установки каждого из агрегатов (на подвижной платформе или на устройстве измерения сил и моментов) задаются программой испытаний. Входными данными для уравнений движения являются геометрические и инерционные характеристики стыкуемых космических аппаратов, вычисляемые в модели значения сил и моментов, создаваемых системой управления активного объекта, измеренные значения сил и моментов контактного взаимодействия и показания датчиков 8 стыковочного механизма активного агрегата. В третьих, на основе решения обратной задачи кинематики для платформы Гью-Стьюарта программы управляющего компьютера пересчитывают

относительные положения и скорости стыковочных агрегатов в требуемые линейные перемещения и скорости штоков 9 гидроприводов. Эти управляющие сигналы 10 подаются на входы регуляторов каждого отдельного гидропривода. Давление в этих приводах создает насосная станция, расположенная под основанием стенда. Сигналы с тензометрических датчиков поступают также в аналоговую подсистему аварийного контроля, которая блокирует гидроприводы платформы в случае превышения заранее заданных значений сил и моментов контактного взаимодействия.

Гибридное моделирование каждого варианта программы испытаний при экспериментальной отработке стыковки выполняется следующим образом. Предварительно подвижная платформа автоматически в программном режиме управления выводится в заданную точку с заданной относительной скоростью, которые соответствуют движению активного КА относительно пассивного в момент первого контакта (начальным условиям стыковки). После этого управление осуществляется в замкнутом контуре, то есть на основе решения системы дифференциальных уравнений относительного движения стыкуемых КА с учетом измеренных сил и моментов контактного взаимодействия, а также сил и моментов системы управления активного объекта.

Осевая жесткость управляемых гидроприводов платформы 6-степенного стенда намного превосходит контактную жесткость СтМ, обусловленную его устройствами демпфирования. Но если моделируемое контактное взаимодействие становится недемпфированным, то это приводит к увеличению погрешности воспроизведения их относительного движения, к автоколебаниям или росту амплитуды измеряемой контактной силы. По этой причине динамический процесс экспериментально воспроизводится до начала контакта роликов рычагов выравнивания СтМ с приемным конусом пассивного СтА.

Очередное испытание завершается при достижении заданного максимального значения модельного времени или аварийно, в случае превышения заданных максимальных значений сил и моментов контактного взаимодействия. В файлах

результатов для последующей обработки кроме значений измеренных контактных сил и моментов запоминаются относительные положения и скорости стыкуемых космических аппаратов и агрегатов, показания датчиков стыковочного механизма – дискретных и аналоговых, фиксирующих движение звеньев устройств демпфирования.

Динамические испытания на 6-степенных стендах являются средством подтверждения принятых технических решений и валидации разработанных математических моделей стыковочных механизмов, они позволяют подобрать, используемые в этих моделях параметры трения и демпфирования. Несмотря на безусловную важность получаемых экспериментальных данных такие стенды сами являются сложными техническими системами и вследствие этого обладают следующими недостатками:

- объем испытаний ограничен из-за больших временных затрат на их проведение и из-за ограниченного технического ресурса самого стенда, программа испытаний конкретного сценария стыковки обычно содержит 20-30 вариантов начальных условий;
- небольшое число измеряемых и вычисляемых параметров (обычно не более 40), характеризующих процесс стыковки, что часто является недостаточным для объяснения отдельных его особенностей;
- стенд вносит определенные погрешности в процесс воспроизведения движения КА и СтА, обусловленные его техническими ограничениями;
- на стенде невозможно исследование нештатных ситуаций при стыковке из-за неизменной модели движения КА и возможности превышения допустимых контактных сил и моментов.

На рисунке 6.2.2 и 6.2.3 показано сопоставление данных испытаний и результатов моделирования в начале процесса стыковки европейского корабля ATV к МКС. При первом контакте головки штыря и приемного конуса СУДН ATV включает двигатели, создающие силу «дожатия», увеличивается осевая скорость сближения V_{12x} , изменяются боковые и угловые скорости стыкуемых КА.

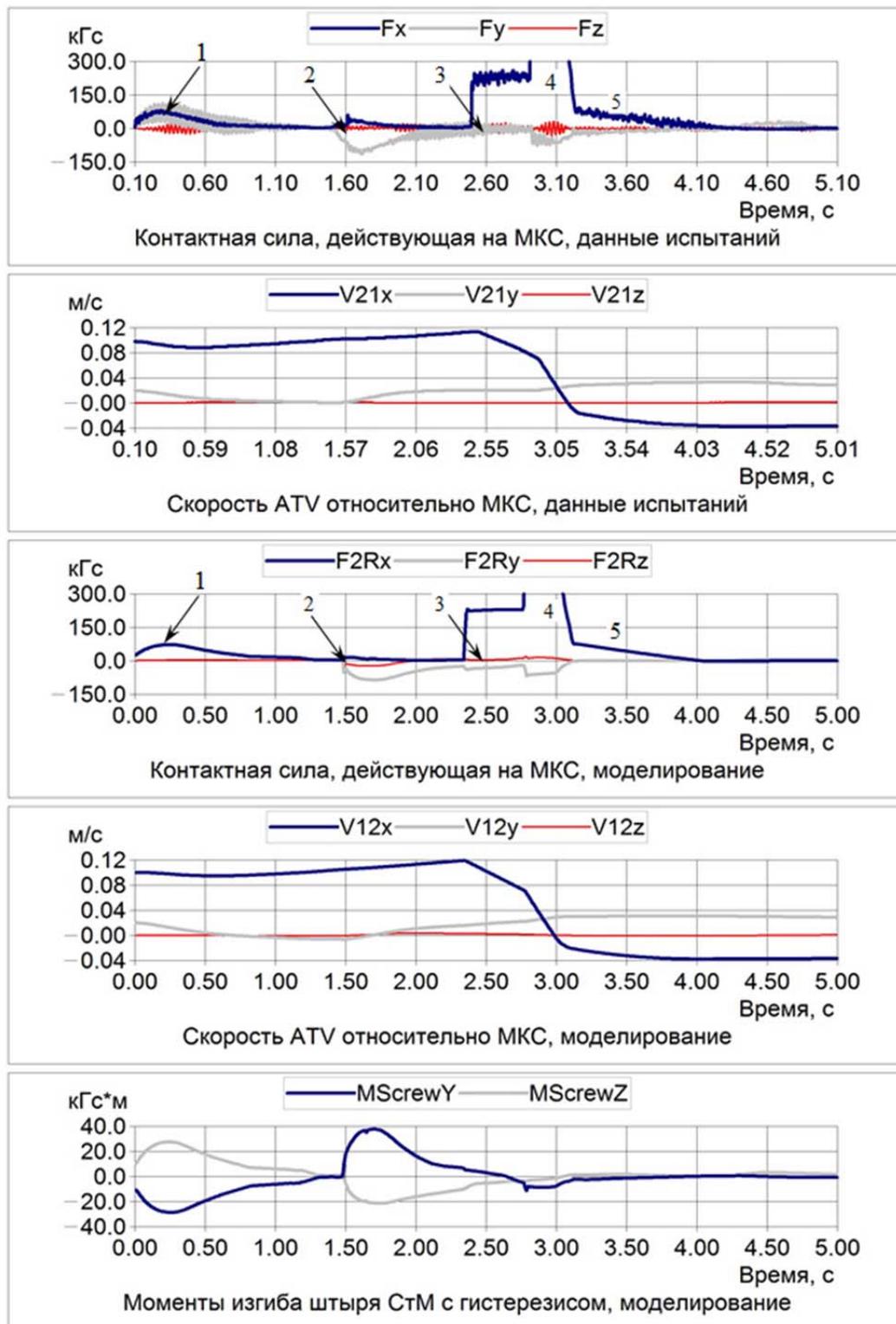


Рисунок 6.2.2. Сравнение данных испытаний с результатами моделирования.

Контакты головки што́ра с приемным конусом и гнездом.

В результате контакт теряется, но далее в процессе сближения головка входит в приемное гнездо и достигает его дна. По контакту датчика ДК2 двигателя

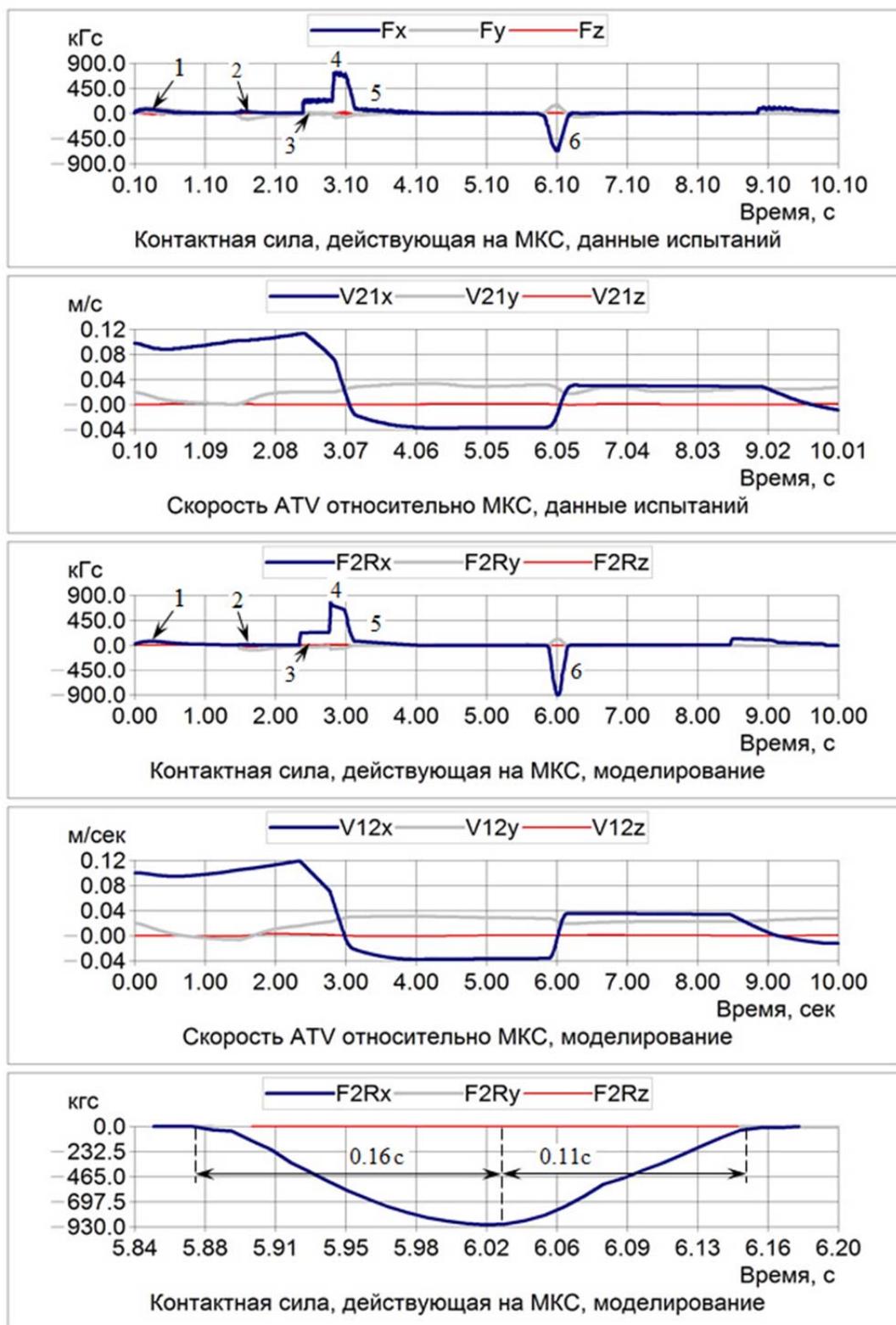


Рисунок 6.2.3. Сравнение данных испытаний с результатами моделирования.

Контакты головки штыря с приемным конусом и гнездом.

«дожатия» выключаются. При контакте головки с дном гнезда свободная часть штыря начинает уменьшаться. Силу сопротивления этому создают сначала ПМ и

МТ 3, а потом и ФРТ осевого демпфера 4. После обнуления осевой скорости сближения энергия, накопленная в ПМ, освобождается, вызывая осевое расхождение КА. Вследствие гистерезиса ПМ и противодействия осевого МТ, осевая сила отдачи 5 меньше силы сопротивления просадке штанги, но достаточна для создания обратного движения головки штыря, СтМ и активного КА. В результате этого на шестой секунде защелки головки достигают упоров гнезда. При этом контакте штырь вытягивается, ПМ не вращается и деформируется кинематическая цепь осевого демпфера, вызывая реакцию значительной амплитуды 6. Накопленная энергия деформации вновь возвращается в механическую систему и вызывает новый контакт 3 головки с дном гнезда с меньшей скоростью сближений и силой сопротивления. Приведенные графики показывают влияние гистерезиса при деформации. Оно проявляется в характере изменения боковых контактных сил и момента изгиба штыря, в силе отдачи, создаваемой ПМ на участке 5 обратного движения, в асимметрии формы осевой контактной реакции защелок головки и упоров гнезда (гистерезис при деформации КЦ осевого демпфера).

Весь процесс стыковки от первого контакта до завершения стягивания СтА, с учетом упругих деформаций конструкции КА может быть оценен только на основе компьютерного моделирования. Результаты такого моделирования приведены на рисунке 6.2.4 для варианта НУ стыковки европейского корабля ATV к МКС, представленного выше на рисунках 6.2.1 и 6.2.2. При этом учитывается упругость конструкции МКС.

К основным особенностям 1 – 6 процесса добавляется контакт 7 накладок ограничителя угловых движений СтМ с приемным конусом (признак IcontLDCone на нижнем графике). Два таких последовательных контакта вызывают моменты по тангажу, действующие на СтМ, пассивный СтА и КА. На 38-й секунде (через 35 с после сигнала «Начало стыковки») включается привод, втягивающий штырь в качающийся корпус СтМ (уменьшающий его свободную длину).

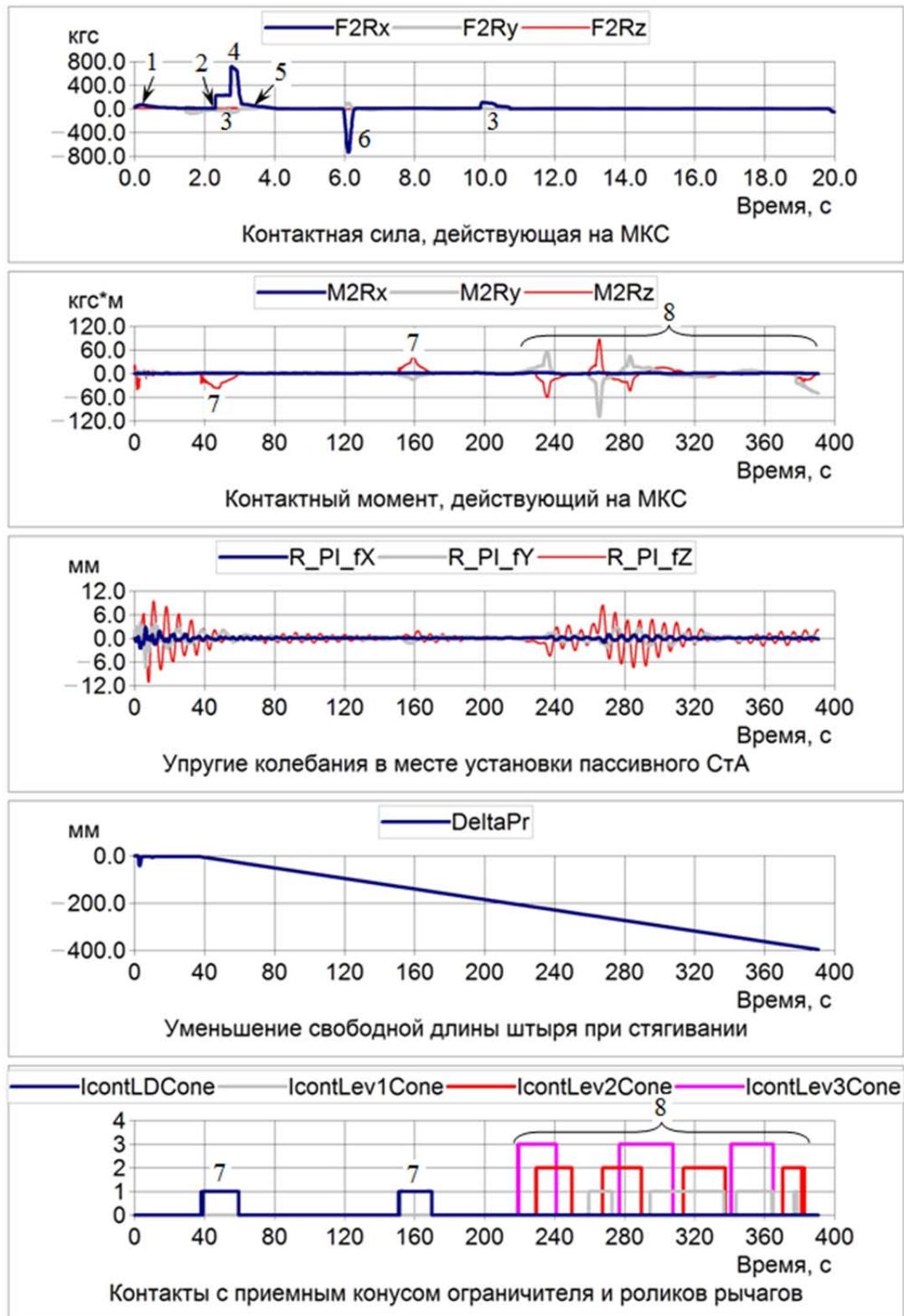


Рисунок 6.2.4. Результаты моделирования стыковки корабля ATV к МКС от первого контакта до завершения стягивания

В процессе стягивания после 220-й сек с приемным конусом контактируют ролики 8 рычагов выравнивания. Они создают моменты по тангажу и рысканию.

Для предотвращения заклинивания с конусом одновременно могут контактировать не более двух роликов, движущихся относительно качающегося корпуса СтМ по фиксированной траектории. Это демонстрируют признаки IcontLev1(2,3)Cone на нижнем графике. Моделирование автоматически завершается, когда плоскости стыков сближающихся СтА обжимают расположенные на них механические толкатели, используемые при последующей расстыковке.

6.3 Динамическая мнемосхема для компьютерной визуализации процесса стыковки

Несмотря на то что общее число степеней свободы стыкуемых КА и СтМ как системы твердых тел относительно невелико, для ускорения анализа процесса при его моделировании вычисляется и запоминается в файлах результатов большое число кинематических и силовых параметров (более 150 для КА и более 300 для СтМ). Это позволяет быстро оценить все основные особенности их относительного движения и контактного взаимодействия. Результаты моделирования, помимо графиков изменения отдельных параметров во времени, представляются посредством анимации, обладающей большей наглядностью.

При иллюстрации результатов моделирования стыковки КА обычное трехмерное изображение этого процесса (рисунок 6.3.1) может оказаться малоинформативным по следующим причинам.

Во-первых, значительные по величине контактные реакции определяются взаимодействием зачастую небольших по размеру направляющих элементов, распределенных равномерно относительно оси СтМ или пассивного СтА. При обычном изображении эти элементы и точки их контакта не могут быть полностью видны, так как заслоняют друг или скрыты внутри конструкции.

Во-вторых, не отображается наглядно работа различных устройств демпфирования и деформация звеньев, также значительно влияющих на амплитуду контактных реакций.

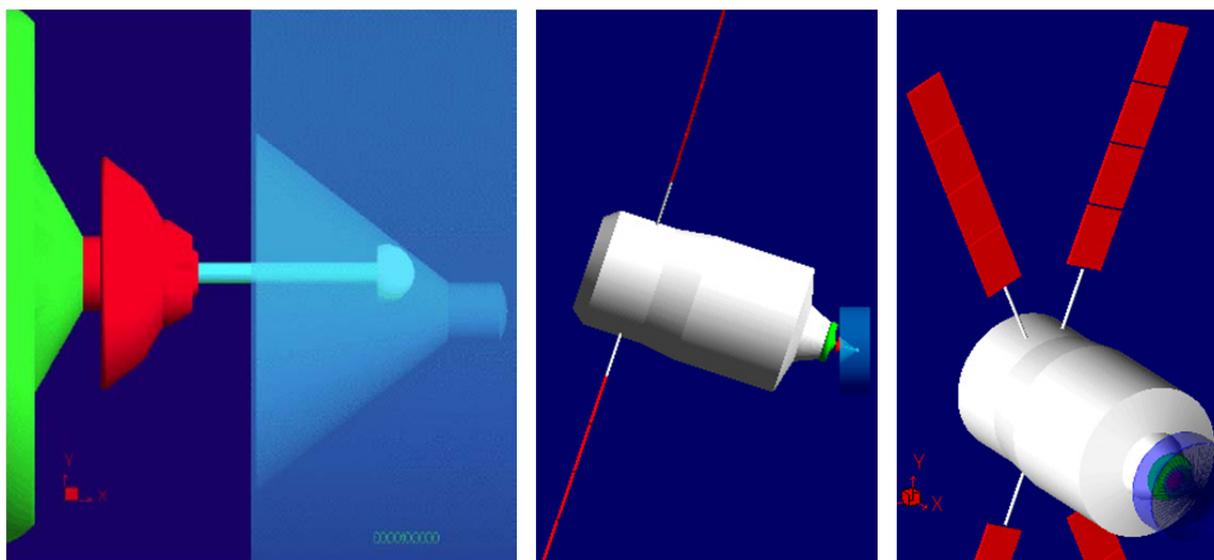


Рисунок 6.3.1. Трехмерная анимация процесса стыковки в МКС европейского грузового корабля ATV, как результат его моделирования с помощью программного комплекса DADS [34].

В-третьих, большой объем информации, получаемой при моделировании, можно быстро интерпретировать только при наличии интегрированного графического инструмента, который позволяет синхронно отображать изменение контактной ситуации (с показом возникающих в модели точек контакта), работу устройств демпфирования, изменение графиков заданных параметров. При этом численные значения основных кинематических параметров, сил и моментов, ходов и скоростей устройств демпфирования должны дублироваться в поле изображения наряду с графическими образами.

Предложен и реализован новый способ компьютерной визуализации результатов моделирования в виде динамической мнемосхемы (рисунки 6.3.2 – 6.3.4), которая отображает учитываемые в модели связи между элементами системы, их изменение во времени и пространстве, основные численные параметры. Все данные отображаются в трех окнах, объединенных в одну экранную форму. В верхнем окне показываются перемещения головки штыря с защелками, ограничителя, роликов выравнивающих рычагов относительно

приемного конуса и его гнезда, численные значения кинематических параметров, сил и моментов, действующих на основание механизма.

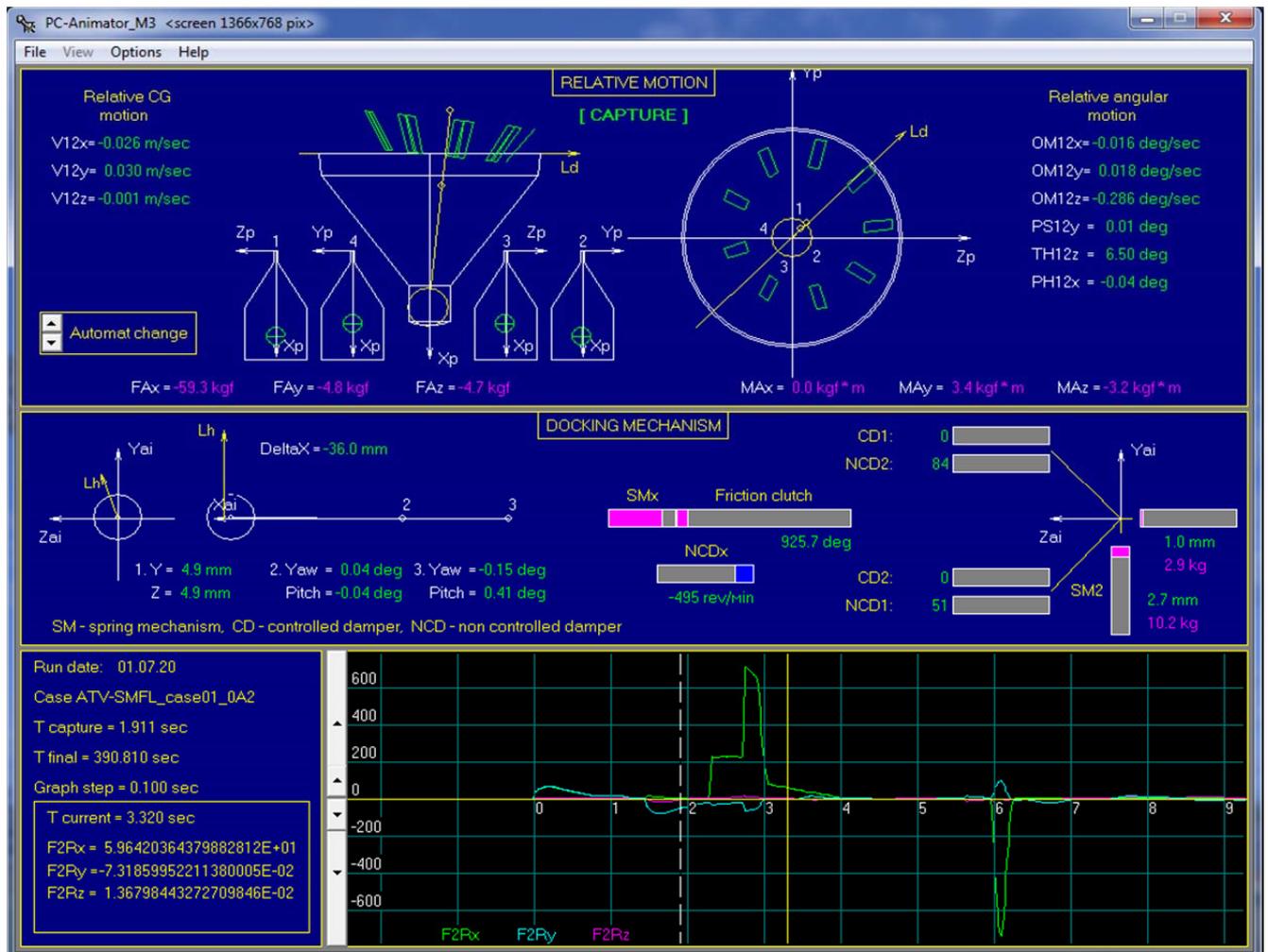


Рисунок 6.3.2. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс стыковки при использовании существующего СтМ центрального типа (контакты головки штыря и гнезда приемного конуса при поглощении энергии сближения КА).

Изображение пространственной сцены в показано в двух проекциях: справа – вид сверху, а слева – проекция на плоскость Ld , проходящую через ось приемного конуса и центры шарнира стыковочного механизма и выходного фиктивного шарнира штыря. Для обеспечения прозрачности изображения, необходимой для отображения всех типов контактов, используются каркасные

геометрические модели контактирующих элементов. Контакт ограничителя с приемным конусом и создаваемый при этом момент демонстрирует рисунок 6.3.3.

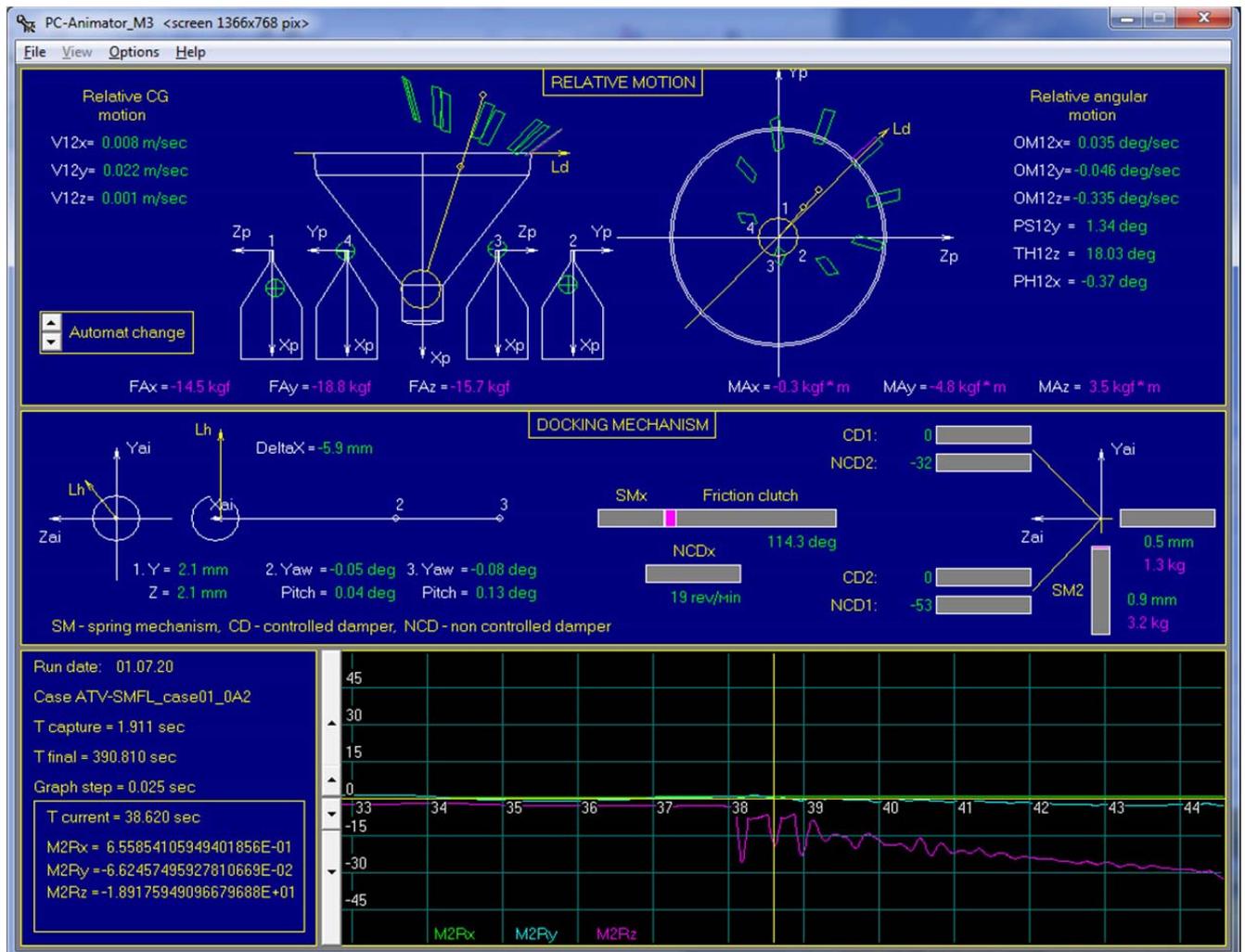


Рисунок 6.3.3. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс стыковки при использовании существующего СтМ центрального типа (контакты ограничителя и приемного конуса).

При выдвигении из качающегося корпуса выравнивающих рычагов отображаются их ролики (рисунок 6.3.4). При контакте накладок ограничителя и роликов направляющих рычагов с приемным конусом их изображения изменяют свой цвет с зеленого на красный.

В левой и правой частях верхнего окна отображаются численные значения параметров относительного движения: до сцепки – линейные и угловые скорости и положения штыря и его головки относительно приемного конуса, а после

сцепки – скорость центра масс, угловые скорости и положение активного стыкуемого объекта относительно пассивного. Строка в нижней части окна показывает текущие значения сил и моментов, действующих на основании СтМ.

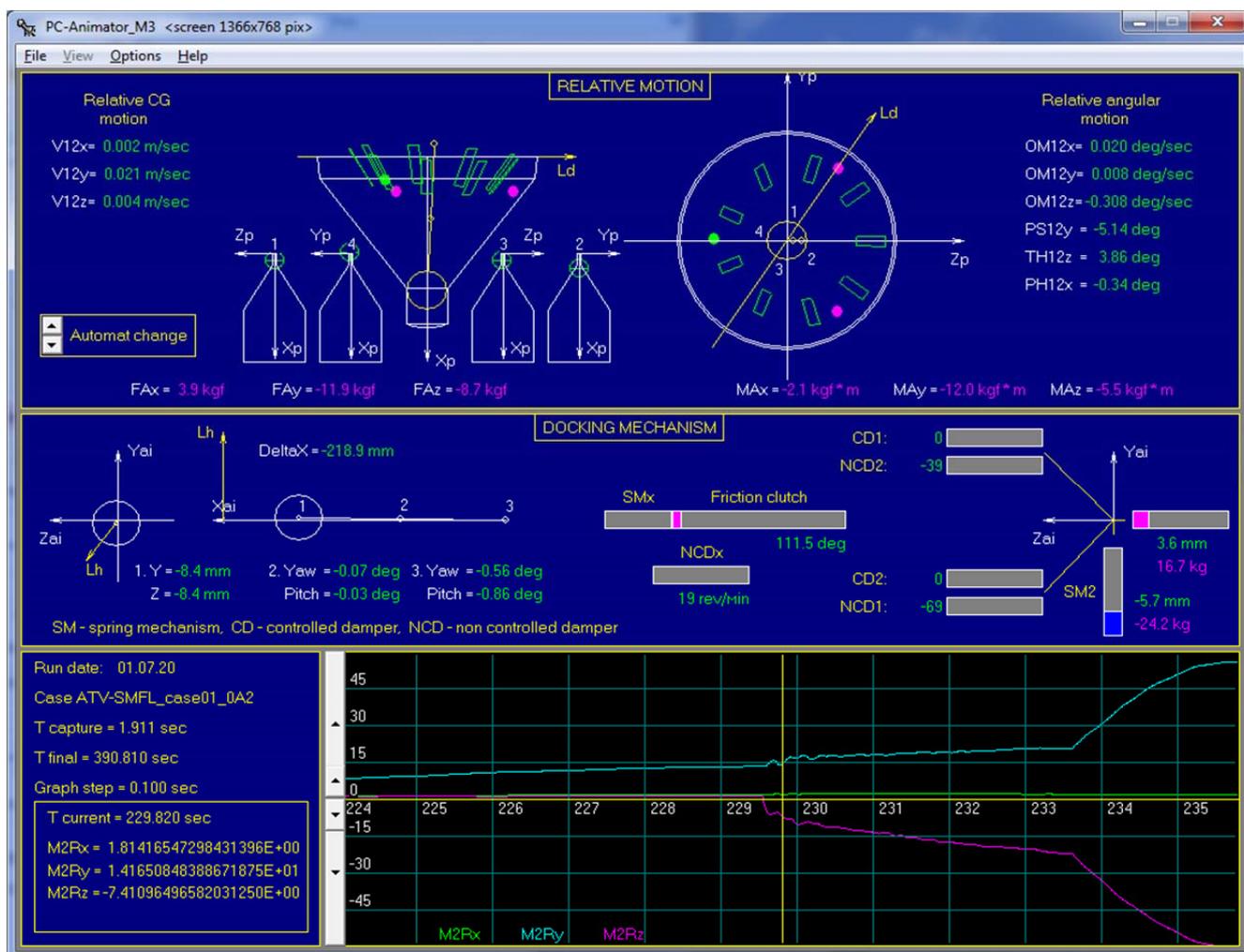


Рисунок 6.3.4. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс стыковки при использовании существующего СтМ центрального типа (контакты роликов рычагов выравнивания и приемного конуса при стягивании и выравнивании СтА).

В среднем окне условно отображается функционирование устройств осевого и бокового демпферов СтМ. Слева показываются боковые смещения головки штыря, углы изгиба свободной части штыря и поворота качающегося корпуса. Цифра 1 обозначает центр головки, 2 – центр фиктивного шарнира, моделирующего изгиб штыря, 3 – центр шарнира стыковочного механизма. Гори-

горизонтальные прямоугольники в центре окна условно отображают ход ПМ и ФрТ, скорость вращения МТ осевого демпфера. Прямоугольники в правой части окна отображают деформацию ПМ и скорости вращения МТ бокового демпфера. Их относительное положение соответствует виду со стороны головки штыря. Красный цвет, частично или полностью закрашивающий прямоугольники, соответствует положительным перемещениям и скоростям, синий – отрицательным.

В левой части нижнего окна приведена справочная информация – шаг смещения графика по оси времени (изменяемый параметр GraphStep), дата выполнения моделирования (переменная Run Date), комментарии к варианту, время сцепки (переменная T capture) и время завершения моделирования (переменная T Final). Ниже в отдельной рамке отображаются численные значения текущего времени (переменная T Current) и величин, соответствующих переменным – результатам моделирования, выбранным с помощью меню в верхней части экранной формы. Графики изменения этих переменных смещаются по оси времени справа налево с заданным шагом. Текущее время обозначается в окне вертикальной желтой линией. Ему соответствуют численные значения параметров в рамке слева и изображения во всех трех окнах экранной формы. Факт сцепки отмечается белой вертикальной пунктирной линией. Просмотр результатов может осуществляться в пошаговом режиме или в режиме «прокрутки» нажатием соответствующих управляющих клавиш.

Приведенные выше мнемосхемы отображают результаты моделирования варианта стыковки, показанного ранее на рисунке 6.2.3. В нижнем окне в виде графика демонстрируется изменение контактной силы, создаваемой головкой и гнездом (рисунок 6.3.2), изменение момента, создаваемого при контакте головки с гнездом и ограничителя с конусом (рисунок 6.3.3) или при контакте головки с гнездом и роликов рычагов с конусом (рисунок 6.3.4). Для представления в виде графиков могут быть выбраны любые другие параметры модели с помощью пункта Options меню в верхней части окна.

6.4 Модификации осевого и бокового демпферов СтМ

По замыслу конструкторов, создававших существующий СтМ в 70-е годы XX-го века, пружина осевого демпфера должна была обеспечивать плотный, без отскока контакт головки штыря с приемным конусом (для надежного получения управляющего сигнала первого контакта) и восстановление свободной длины штыря после такого контакта. Основным элементом поглощения энергии осевого сближения считался ФрТ. Позднее, по мере снижения скорости сближения, в большинстве случаев стыковки легких транспортных и грузовых кораблей энергоемкости пружины стало достаточно для полного торможения без срабатывания ФрТ и соответственно увеличения осевой силы сопротивления. Но даже в этих случаях энергия, накопленная в полностью деформированной пружине, вызывала обратное относительное осевое движение космических аппаратов и недемпфированный удар защелок головки о пазы и упоры гнезда приемного конуса с большой амплитудой контактной силы.

В начале 90-х годов XX-го века было экспериментально установлено, что податливость штыря при изгибе имеет тот же порядок, что и податливость пружин бокового демпфера. Математическое моделирование показало, что сила, создаваемая изгибающимся штырем и пружинами бокового демпфера, препятствует отскоку головки, обеспечивая плотный контакт ее датчиков контакта с приемным конусом. Этот факт определил возможность модификации осевого демпфера с целью снижения контактных сил при стыковке. В результате было решено заменить пружину и осевые магнитные тормозы, создающие совместно приблизительно постоянный момент сопротивления, одним дополнительным фрикционным тормозом (ФрТ1), с постоянным моментом сопротивления почти в четыре раза меньшим, чем момент основного фрикционного тормоза (ФрТ2) (рисунок 6.4.1).

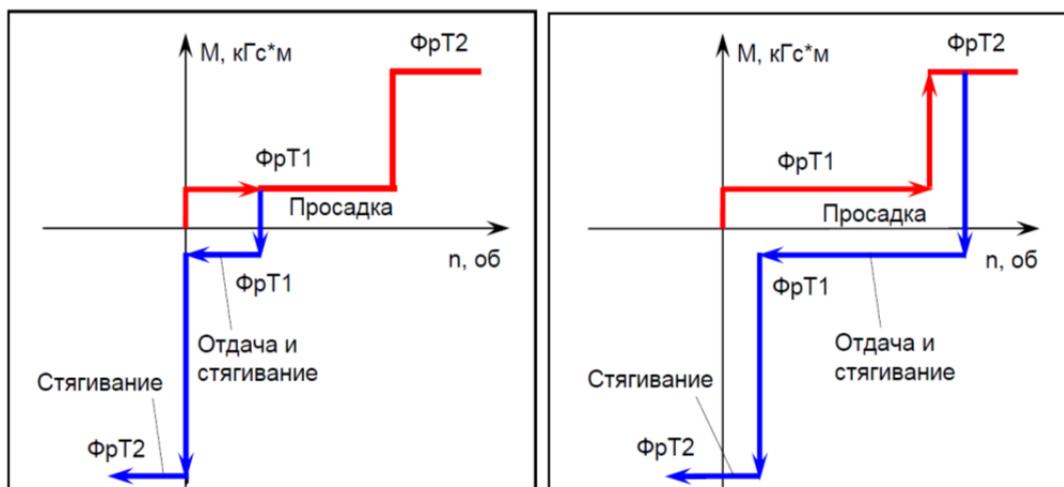


Рисунок 6.4.1. Идеализированная, без учета гистерезиса характеристика нового осевого демпфера, содержащего два фрикционных тормоза (ФрТ1 и ФрТ2)

Угловой ход ФрТ1 увеличен в 2.5 раза по сравнению с ходом пружины, что обеспечивает его повышенную энергоемкость при меньшей величине силы сопротивления. ФрТ2 гарантирует ограничение нагрузок при экстремальной скорости осевого сближения, но главное – ограничивает величину силы стягивания, что предохраняет привод при наличии каких-либо неожиданных препятствий. Оба тормоза являются фрикционными муфтами с шариковым регулятором, который обеспечивает два уровня сопротивления при различных направлениях вращения входного вала. ФрТ2 создает больший момент сопротивления в направлении вытягивания штока, то есть при стягивании, а ФрТ1 – при просадке, то есть уменьшении его длины вне качающегося корпуса. Модель такого демпфера с учетом гистерезиса при деформации кинематической цепи описана в главе 3.

Потенциальная энергия в новом осевом демпфере накапливается только при деформации кинематических цепей передачи движения от штока к фрикционным тормозам. Жесткость этих передач характеризуется гистерезисом, кусочно-линейная модель которого имеет переменные параметры. Для осевого демпфера с двумя фрикционными тормозами она имеет вид, аналогичный модели с пружиной и фрикционным тормозом, описанной в главе 3.

Эффект модификации осевого демпфера демонстрируют графики изменения контактных сил при стыковке корабля массы 20 тонн к МКС (рисунок 6.4.2), на котором представлены результаты моделирования так называемого «центрального удара», когда все боковые и угловые рассогласования активного объекта относительно пассивного и их скорости равны нулю.

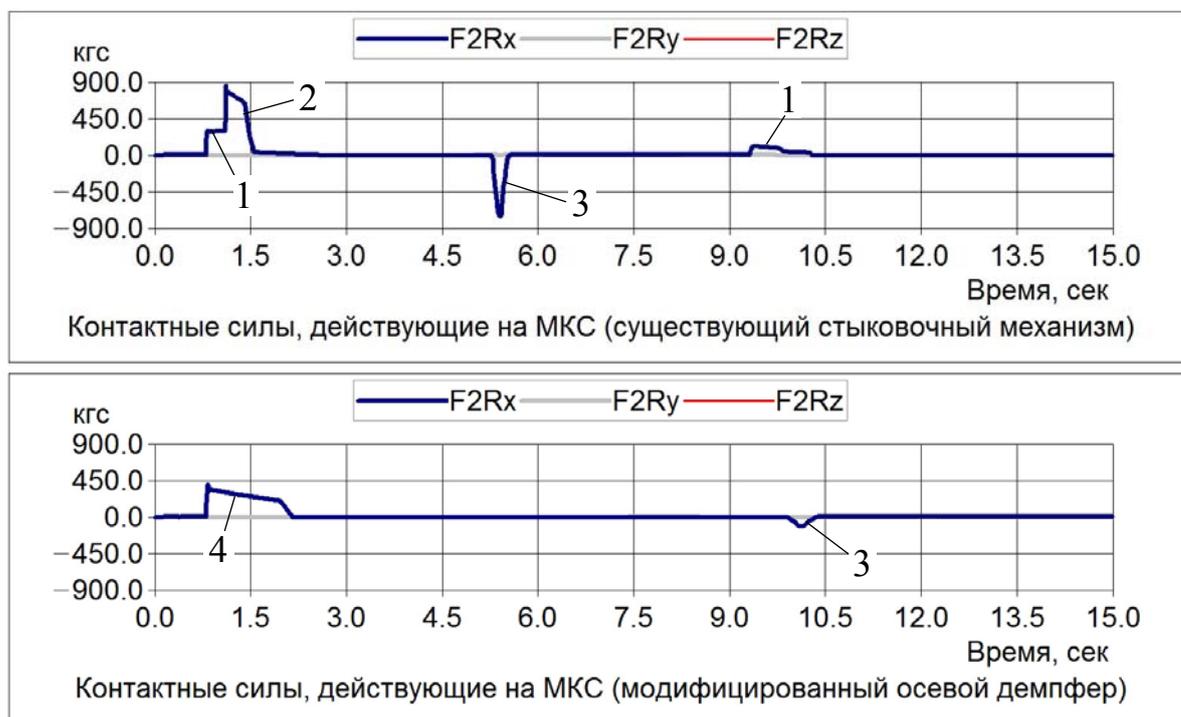


Рисунок 6.4.2. Контактные силы при стыковке (центральный удар со скоростью сближения $V_x=0.15$ м/сек)

В этом случае энергию сближения активного объекта со скоростью 0.15 м/сек поглощает только осевой демпфер. В существующем СтМ просадке штыря (уменьшению его свободной длины вне качающегося корпуса) при контакте головки с дном гнезда противодействует сначала сила (1), создаваемая ПМ и МТ, а затем сила (2) ФрТ. Сила (3) соответствует контакт удару защелок с упорами гнезда приемного конуса. Накопленная при этом энергия деформаций может приводить к повторным ударам головки о дно гнезда. Затухание процесса контактного взаимодействия обеспечивает также сила трения головки и ее датчиков о стенки гнезда. При стыковке с использованием механизма с

модифицированным осевым демпфером сила сопротивления (4) просадке штыря создается ФрТ1 и конструкционным демпфированием в кинематической цепи. Накопленная энергия ее деформации вызывает обратное движение с меньшей скоростью и меньшей амплитудой контактной силы (3) при контакте защелок головки с упорами гнезда.

ФрТ1, в отличие от ПМ, не может самостоятельно вернуться в свое исходное положение после снятия нагрузки для последующей стыковки. Такой возврат может произойти только при втягивании штыря приводом и наличии силы сопротивления, приложенной к его головке и противодействующей этому втягиванию. При штатной стыковке эту силу создают механические толкатели, пружины которых обжимаются при достаточном сближении стыковочных плоскостей активного и пассивного агрегатов и накапливают энергию для их последующего разделения. Это будет показано на примере моделирования стыковки в следующем разделе (рисунок 6.5.4).

На этапе разработки существующих агрегатов “штырь-конус” детальный анализ динамики стыковки был практически невозможен из-за низкой производительности компьютеров и отсутствия эффективных алгоритмов моделирования механических систем твердых тел. Поэтому ориентация пружинных механизмов и магнитных тормозов бокового демпфера была выбрана без анализа их расположения относительно шарнира вращения качающегося корпуса с ограничителем. В реальных штатных стыковках это не вызывало никаких проблем. В то же время в наземных испытаниях по программе орбитальной станции «Мир», которые начались в середине 80-х годов на введенном в строй к этому времени 6-степенном динамическом стенде, многие варианты завершались преждевременно, аварийно из-за превышения заданной максимальной величины контактных сил. Причину этого удалось установить только в середине 90-х, когда перед началом реализации программы построения МКС автором была разработана корректная математическая модель стыковки, учитывающая пространственную динамику СтМ. На начальной стадии анализа

первой для МКС стыковки Функционально-грузового блока к Служебному модулю с использованием агрегатов центрального типа из-за отсутствия данных статического моделирования процесса сближения были выбраны экспертные варианты начальных условий с максимальными значениями нескольких параметров. В результате полученные результаты моделирования стыковки содержали наряду с уже отменными ранее силами (1) – (3) (рисунок 6.4.2) ранее не наблюдавшиеся при анализе значения контактных сил с высокочастотными пиками значительной амплитуды. Ход стыковки при нештатном сближении с максимальными значениями всех параметров иллюстрирует рисунок 6.4.3. Разработанные средства анимации процесса стыковки указывали на то, что эти силы возникают при контакте (5) ограничителя стыковочного механизма и приемного конуса. Путем сужения диапазонов изменения параметров начальных условий амплитуда этих пиков была снижена до приемлемой величины и соответствующие варианты были воспроизведены на 6-степенном динамическом стенде. Данные испытаний подтвердили результаты моделирования, после чего была установлена причина появления пиковых нагрузок (рисунок 6.4.4а.). Линия действия реакции (1) при контакте с приемным конусом ограничителя (2), направленная по нормали к поверхности последнего, проходит практически через центр (3) шарнира СтМ. В результате эта сила не создает момента для поворота качающегося корпуса и не демпфируется ПМ (4) и МГ (5). Ее амплитуда определяется скоростью сближения и конструктивной жесткостью в области контакта. Вследствие серии недемпфированных высокочастотных ударов и относительного разворота КА качающийся корпус СтМ постепенно поворачивается и ПМ бокового демпфера начинают создавать силу, прижимающую ограничитель к приемному конусу. При возникновении их плотного контакта силы, действующие на головку штыря и ограничитель, создают момент, изгибающий штырь и нагружающий ПМ бокового демпфера, и серия высокочастотных ударов завершается. При экспериментальной отработке стыковки такие варианты завершаются аварийным остановом из-за технических

ограничений 6-степенного станда. Описанный выше эффект проявляется, если одновременно несколько параметров НУ стыковки близки к своим максимальным значениям, то есть при нештатном сближении.

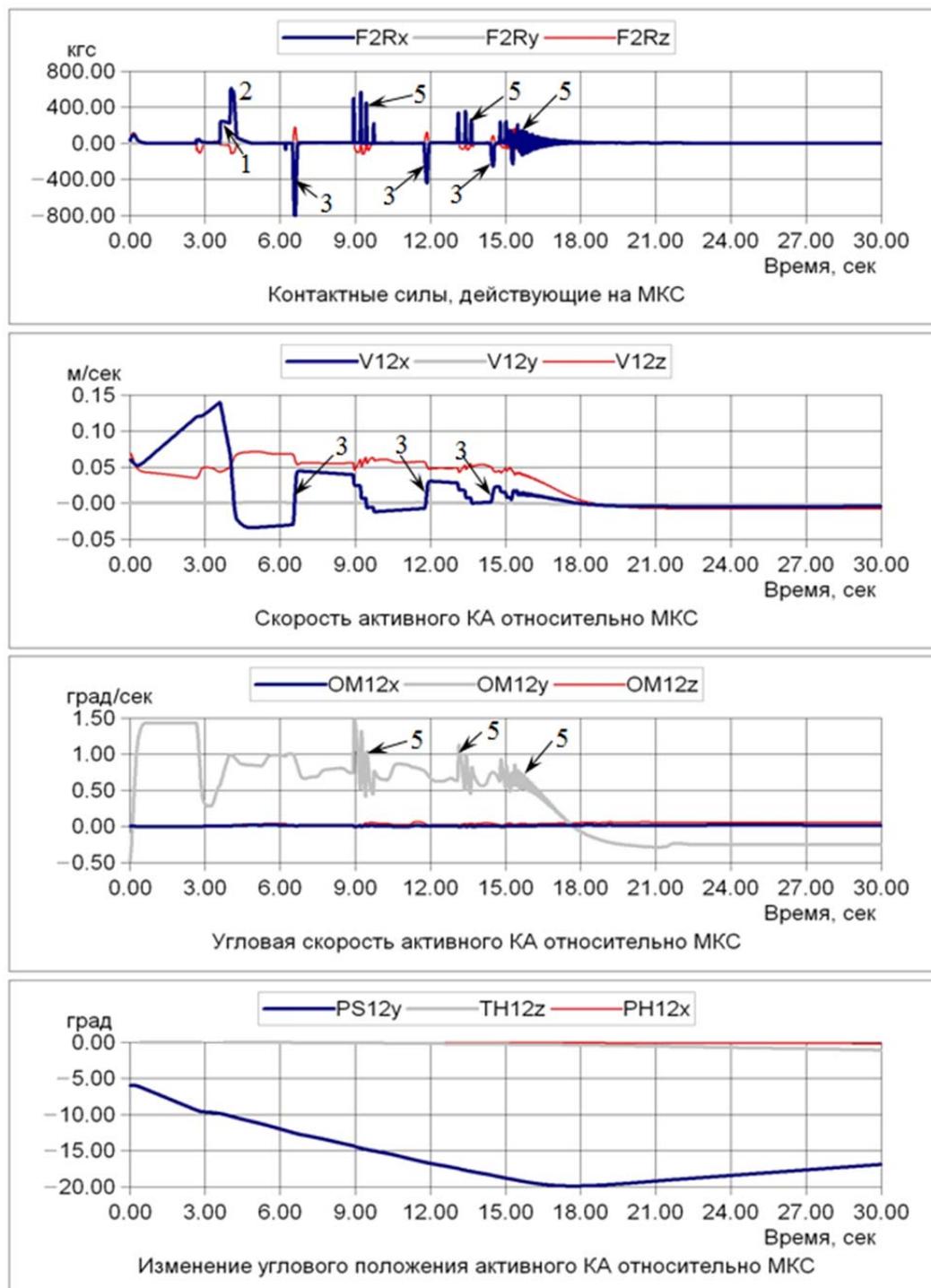
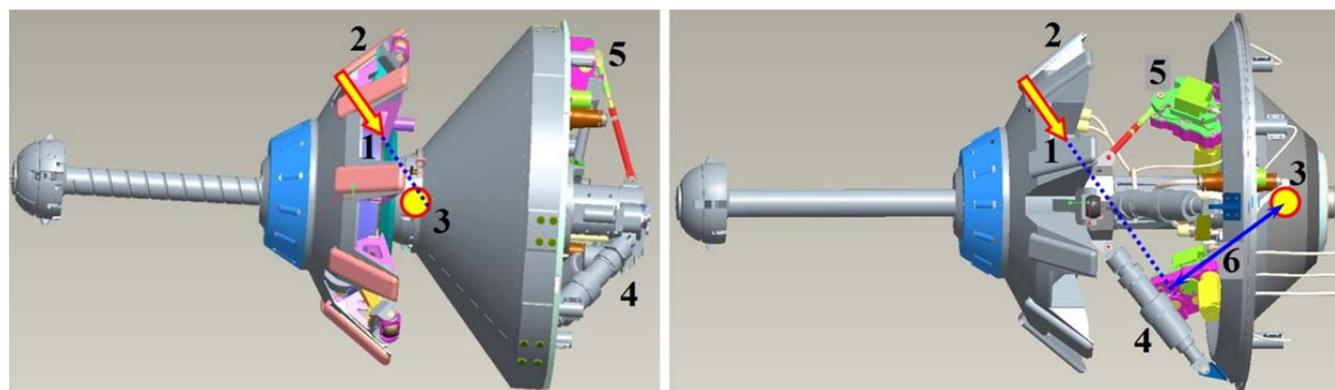


Рисунок 6.4.3. Контактные силы и кинематика относительного движения КА при стыковке после нештатного сближения



а

б

Рисунок 6.4 4. Плечо контактной силы ограничителя: а) в существующем СтМ, б) в механизме с модифицированным боковым демпфером

Он не наблюдается или слабо выражен когда значения указанных кинематических параметров не превышают 30% от своих максимальных значений. Например, это демонстрирует график изменения момента, действующего на пассивный КА при первом контакте ограничителя с приемным конусом, отображаемый на мнемосхеме на рисунке 6.3.3.

Перенос шарнира в основание СтМ создает плечо 6 контактной силы ограничителя и позволяет развернуть ПМ и передаточные звенья МТ бокового демпфера навстречу линии ее действия (рисунок 6.4.4б). В результате в варианте начальных условий, которому соответствует рисунок 6.4.3, импульс силы с небольшой амплитудой возникает только при первом контакте ограничителя и приемного конуса, после этого происходит плавное демпфирование относительного поворота стыкуемых КА (рисунок 6.4.5).

Приведенные графики показывают, что СтМ с модифицированными осевым и боковым демпферами успешно парирует даже самые критичные сочетания параметров начальных условий, возникшие вследствие нештатного сближения активного КА.

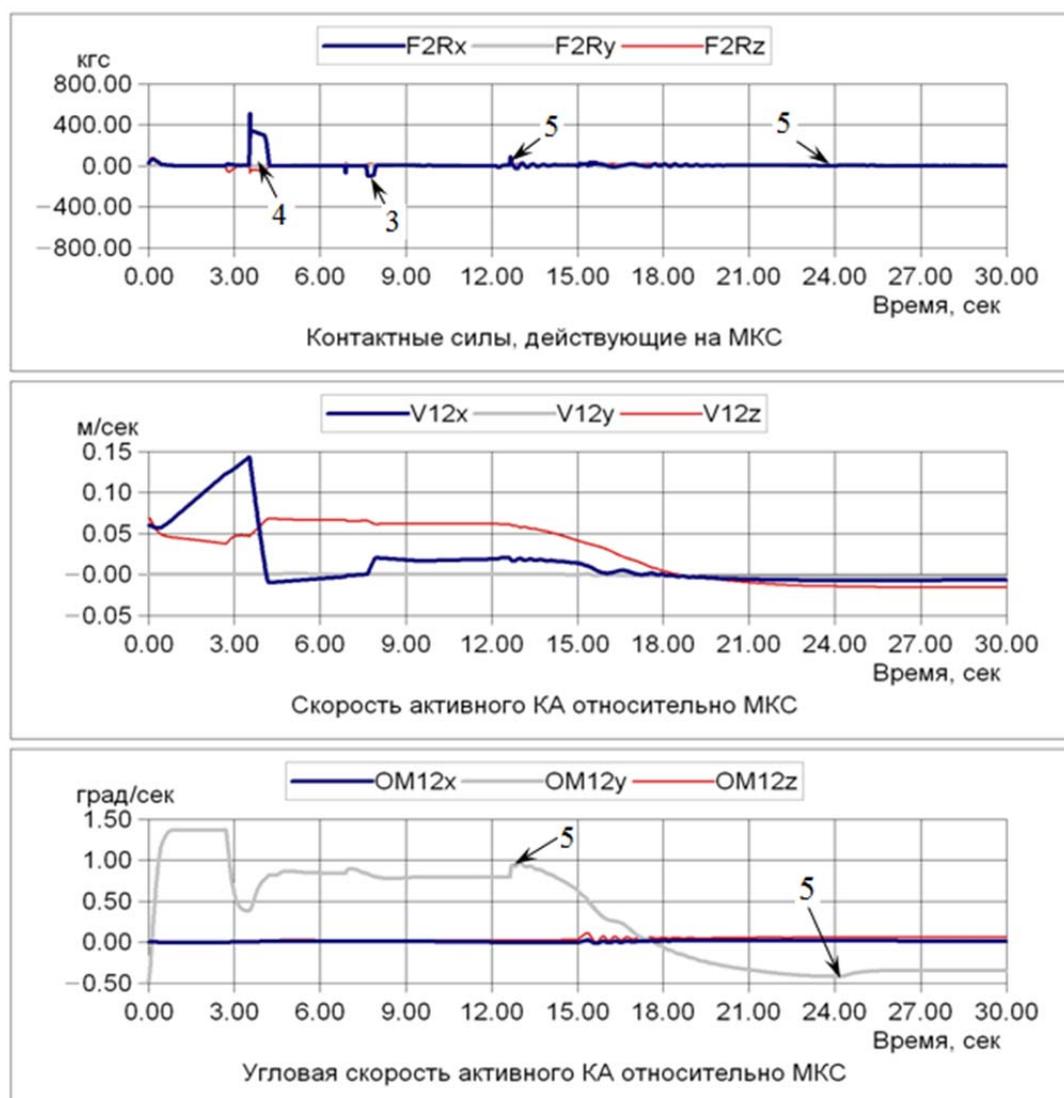


Рисунок 6.4.5. Контактные силы и кинематика относительного движения при стыковке с использованием модифицированного СтМ

Динамическая мнемосхема, отображающая процесс стыковки при использовании СтМ с модифицированными осевым и боковым демпферами приведена на рисунке 6.4.6. В верхнем окне показано новое положение центра шарнира СтМ относительно центра фиктивного шарнира, моделирующего изгиб штанги, а в среднем – угловой ход входных валов первого и второго фрикционных тормозов (отсутствует магнитный тормоз) и новое расположение устройств бокового демпфера относительно осей СтМ. Отсутствуют дополнительные управляемые магнитные тормозы вследствие увеличения эффективности основных.

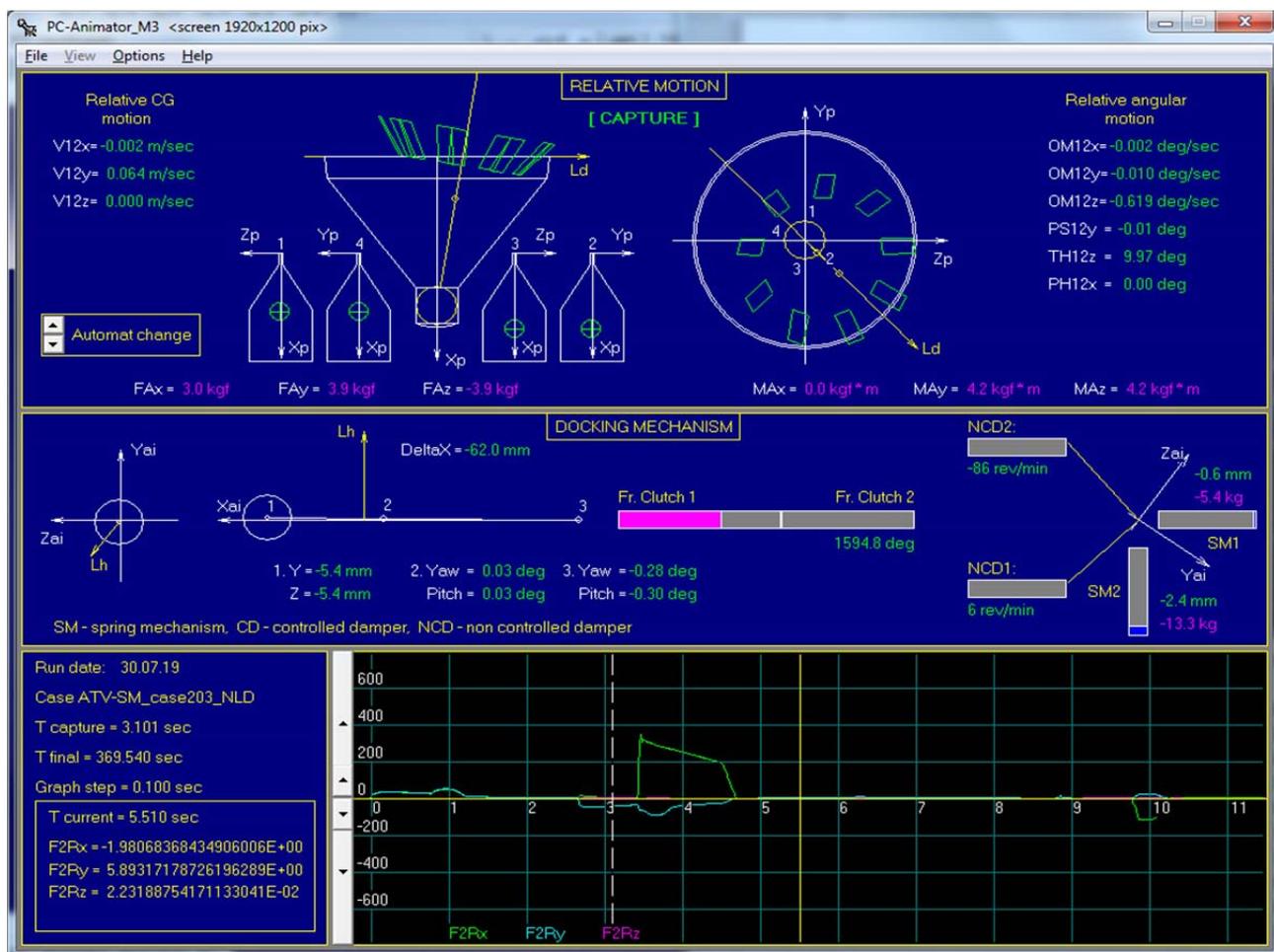


Рисунок 6.4.6. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс стыковки при использовании СтМ с модифицированными осевым и боковым демпферами.

6.5 Подвижный ограничитель относительных поворотов стыкуемых КА

В новом узлом модуле МКС компактное расположение нескольких пассивных агрегатов обуславливает необходимость применения укороченного приемного конуса 1 (рисунок 6.5.1a), с меньшей высотой и длиной образующей, чем у уже существующих пассивных агрегатов вида 2 для стыковки кораблей и вида 3 для стыковки модулей. Рассмотренные выше СтМ с ограничителями, которые являются частью конструкции качающегося корпуса, при стыковке будут выходить за пределы укороченного конуса, не контактируя с ним и не обеспечивая ограничение относительных угловых поворотов КА. По предложению автора в конструкцию рассмотренного ранее СтМ с модифицированным осевым и

боковым демпфером (рисунок 6.4.4б) было введено новое устройство – подвижный ограничитель 4 (рисунок 6.5.1б) [245]. Он может перемещаться вдоль продольной оси соединенного с шарниром 5 качающегося корпуса 6 и обеспечивает как ограничение угловых движений при поглощении энергии сближения активного КА, так и выравнивание агрегатов при их стягивании без использования выравнивающих рычагов.

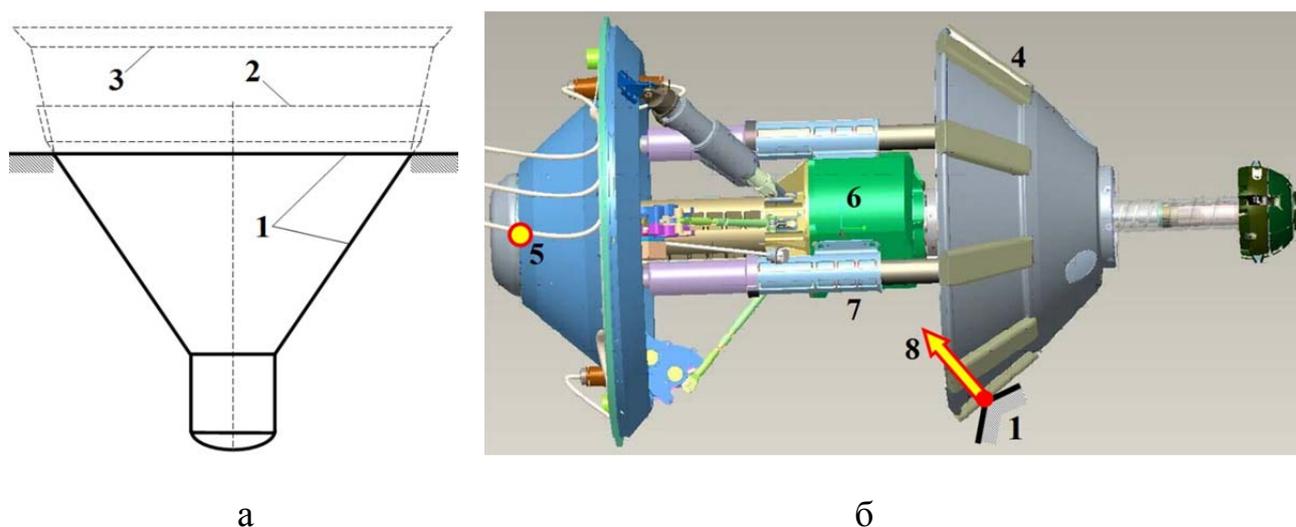


Рисунок 6.5.1. Укороченный приемный конус пассивного агрегата (а);
СтМ с подвижным ограничителем (б)

С качающимся корпусом такой ограничитель связан тремя направляющими, содержащими пружины 7, которые размещены на месте кулачка и рычагов выравнивания, исключенных из конструкции СтМ с модифицированными демпферами (рисунок 6.4.4б). При полностью втянутом штыре его головка упирается в ограничитель, удерживая его во втянутом, конечном положении, а пружины в сжатом состоянии. Перед стыковкой штырь выдвигается, и ограничитель под действием пружин перемещается в свое выдвинутое, переднее положение. Осевая проекция действующей на него контактной реакции 8 с входной гранью приемного конуса 1 направлена к центру шарнира 5 СтМ. Пружины 7 препятствуют перемещению в этом направлении, обеспечивая выполнение функции ограничения угловых движений.

Подвижный ограничитель имеет такие же размеры, как и неподвижный в ранее рассмотренных СтМ. В этом случае радиус большего основания его конической поверхности немного меньше радиуса входной грани укороченного приемного конуса. При полном контакте с ним он не выходит за его границы и не препятствует стягиванию (рисунок 6.5.2).

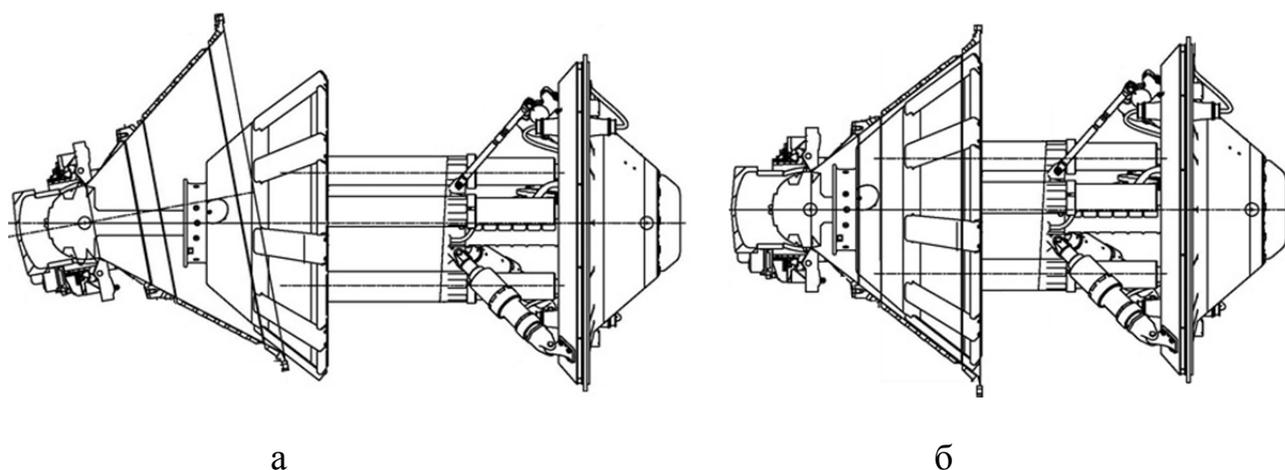


Рисунок 6.5.2. Ограничение относительных поворотов СтА (а); полный контакт подвижного ограничителя с приемным конусом (б)

Другими параметрами подвижного ограничителя, кроме геометрических, являются ход его пружин, сила их сопротивления в переднем и конечном положении. Переднее положение выбирается таким образом, чтобы контакт с входной гранью приемного конуса обеспечивался после сцепки даже при максимальном удалении СтМ, то есть когда головка находится в гнезде приемного конуса, ее защелки упираются в упоры гнезда, а у штыря отсутствует просадка (рисунок 6.5.2б). Максимальный ход пружин должен обеспечивать достаточную длительность процесса выравнивания (при заданной скорости стягивания) для полного демпфирования относительных угловых колебаний СтА и КА в шарнире СтМ до совмещения стыковочных плоскостей. Кроме того, этот ход должен быть больше, чем расстояние между стыковочными плоскостями агрегатов в момент достижения полного контакта ограничителя и приемного конуса. Это необходимо для возможности открытия крышки люка переходного тоннеля, на которой

установлен СтМ, после завершения стыковки. Последнее требование обеспечивается соответствующей установкой механизма на активном СтА.

Чем больше сила сопротивления пружин ограничителя, тем более плотный контакт обеспечивается с приемным конусом и тем лучше выполняется функция ограничения угловых движений СтА и демпфирования колебаний КА при стягивании. Ее величина в выдвинутом и во втянутом положении определяется конструктивными ограничениями, налагаемыми на диаметр и длину пружин. Выбор приемлемых значений осуществлялся на основе многократного математического моделирования стыковки на множестве экспертных, наихудших начальных условий. Центральная кинематическая цепь СтМ с подвижным ограничителем имеет структуру дерева. Динамика механизма как системы тел рассчитывается по алгоритмам, приведенным в главе 2 (раздел 2.5).

Моделирование динамики стыковки при использовании СтМ с подвижным ограничителем и пассивного СтА с укороченным приемным конусом показало, что при статистических НУ (штатное сближение) и в большинстве вариантов экспертных НУ контактные силы аналогичны тем, что показаны на рисунке 6.4.5.

Но в некоторых вариантах нештатного сближения контакт ограничителя с приемным конусом может происходить во время или до контакта головки штыря с дном гнезда. В таком случае пружины ограничителя накапливают часть энергии сближения активного КА, которую должен поглощать осевой демпфер, и это является недостатком данной конструкции СтМ. Возврат этой энергии в механическую систему энергии приводит к расхождению СтА и удару защелок в упоры гнезда приемного конуса. ФрТ1 в исходном положении штыря не имеет обратного хода, он может поглотить энергию удара защелок только в том случае, если при поглощении энергии сближения КА он накопил свой прямой ход. При этом момент его сопротивления при вытягивании штыря в три раза меньше, чем при просадке. Если энергоемкость ФрТ1 при отдаче меньше, чем энергия накопленная в пружинах подвижного ограничителя, то возникают недемпфированные контактные силы большой амплитуды. Но такой эффект может проявиться только при

неблагоприятном сочетании максимальных значений одновременно нескольких параметров НУ стыковки, что маловероятно. Исключить его можно было бы выдвиганием подвижного ограничителя в переднее положение пружинами по команде блока управления только после сцепки через некоторое фиксированное время, достаточное для затухания осевой скорости сближения. Но тогда ограничитель из-за своей малой массы и большой силы сопротивления пружин приобретает большую скорость. Это приводит к высокочастотным пиковым нагрузкам при его контакте с приемным конусом даже при штатном сближении, что нежелательно. Потенциальная возможность создания запаса прямого хода ФрТ1 существует также за счет увеличения скорости сближения активного КА, но она не реализуется из-за проектных ограничений. С учетом малой вероятности одновременного достижения экстремальных значений несколькими параметрами НУ ограничитель выдвигается при приведении СтМ в исходное положение перед началом стыковки.

Особенности динамики стыковки с использованием такого СтМ иллюстрируются для экспертного варианта НУ (рисунки 6.5.3 и 6.5.4). Первый контакт подвижного ограничителя с приемным конусом начинается 1, когда ФрТ1 поглощает энергию сближения КА, а завершается 2 уже после его работы. Но накопленный ход ФрТ1 является достаточным для демпфирования энергии, запасенной в пружинах ограничителя, при контакте 3 защелок головки с упорами гнезда. На десятой секунде начинается ограничение 4 угловых движений СтА – первый из нескольких контактов с входной гранью приемного конуса.

Амплитуда относительных угловых движений СтА при выдвинутом вперед подвижном ограничителе и укороченном приемном конусе примерно в 1.5 раза меньше, чем при стыковке СтМ с неподвижным ограничителем к пассивному СтА с обычным конусом. Это является полезным качеством с точки зрения размещения мишеней, антенн и другого оборудования на стыкуемых КА в области их потенциального контактного взаимодействия. Начиная примерно со 80-й сек, весь

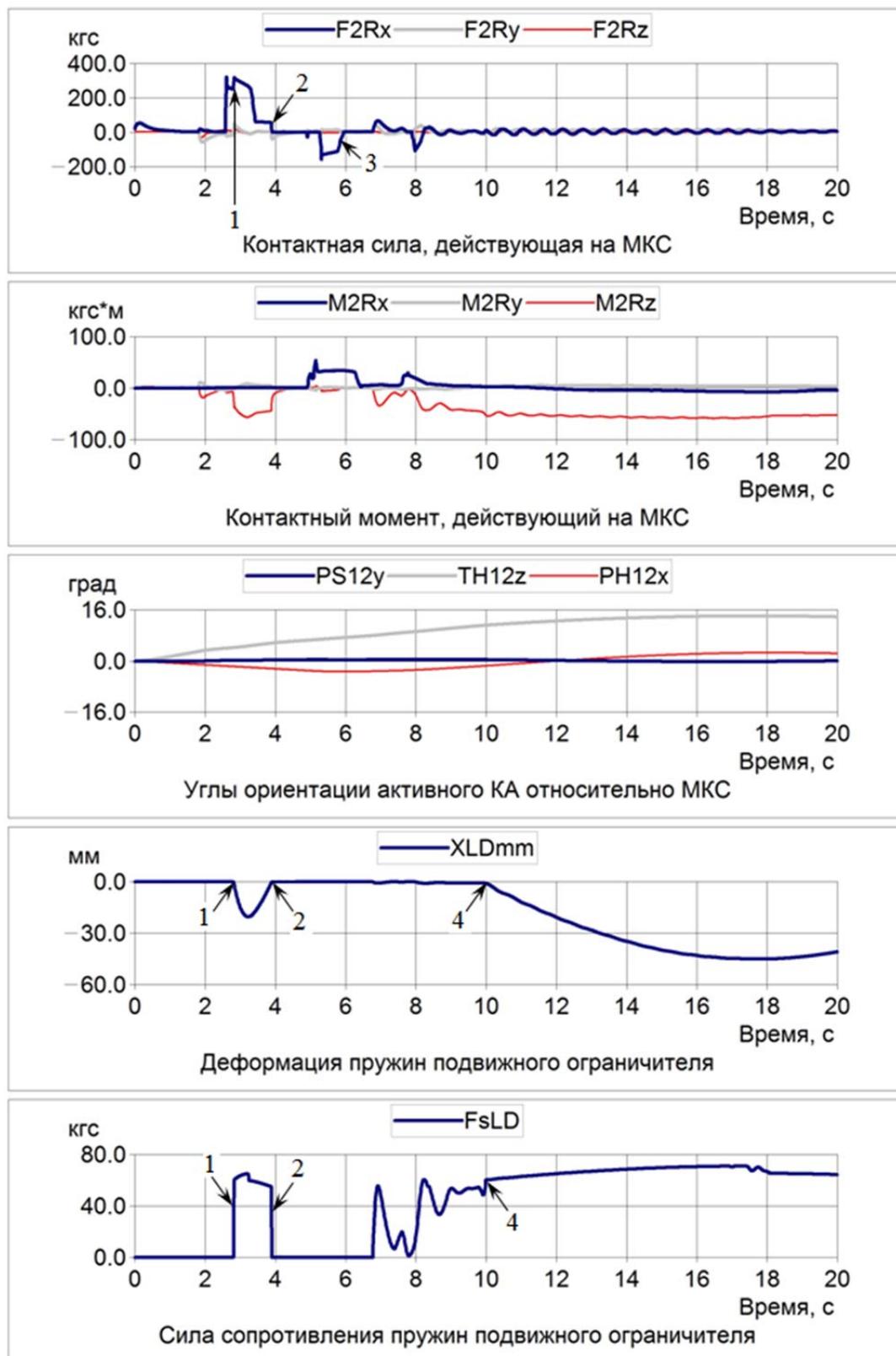


Рисунок 6.5.3. Контактные силы и моменты при стыковке с использованием СтМ с подвижным ограничителем (экспертный вариант НУ)

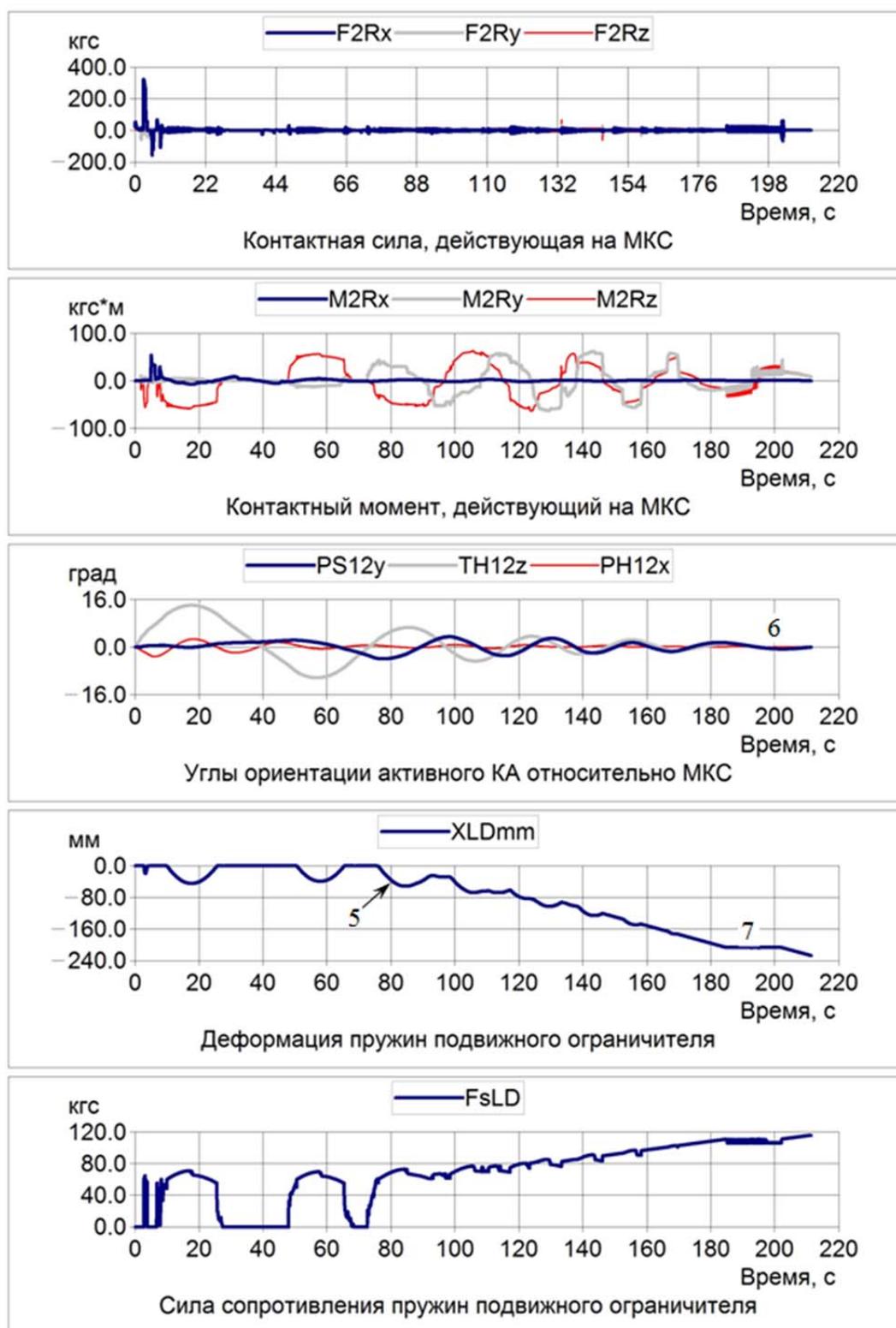


Рисунок 6.5.4. Контактные силы и моменты при стыковке с использованием СТМ с подвижным ограничителем (экспертный вариант НУ)

подвижный ограничитель плотно контактирует с приемным конусом 5, начинается выравнивание стыкуемых КА. Их относительные угловые колебания полно-

стью завершаются 6 до сближения стыковочных плоскостей СтА при заданной скорости втягивания штока (1 мм/сек), выбранной величине хода пружин ограничителя и при существующей эффективности бокового демпфера СтМ. Примерно на 185-й сек стыковочные плоскости сближаются настолько, что начинают обжимать пружины расположенных на них толкателей, которые накапливают энергию для последующей расстыковки. Толкатели расположены на периферии СтА и создаваемые ими моменты способствует окончательному выравниванию по тангажу и рысканию. Выравнивание по крену обеспечивают контактные моменты защелок и направляющих пазов гнезда приемного конуса.

Суммарная сила сопротивления толкателей, действующая на оба СтА, через упоры гнезда пассивного агрегата прикладывается к защелкам головки штока СтМ. Она вытягивает шток и превышает силу сопротивления, создаваемую ФрТ1 в этом направлении. Благодаря ее действию, входной вал осевого демпфера остается неподвижным, а привод СтМ, вращая его выходной вал, восстанавливает рабочий ход ФрТ1, потерянный при поглощении энергии сближения КА. В это время гайка ШВП не вращается, шток не втягивается, пружины подвижного ограничителя не сжимаются 7. Примерно на 204-й сек рабочий ход ФрТ1 полностью восстанавливается и стягивание продолжается. Моделирование завершается, когда расстояние между стыковочными плоскостями становится равным 10 мм и начинается контакт электроразъемов.

Для анализа результатов моделирования также используется их анимация с помощью модифицированной динамической мнемосхемы (рисунок 6.5.5). Она иллюстрирует процесс, графики для которого приведены на рисунке 6.5.3. В верхнем ее окне отображается перемещение вдоль штока подвижного ограничителя, одна из его накладок, контактирующая с приемным конусом, изменяет свой цвет с зеленого на красный. В среднем окне, по сравнению с рисунком 6.4.6, добавлен горизонтальный прямоугольник, в котором красным цветом и численным значением параметра X_{LimD} условно показывается ход сжатия пружин подвижного ограничителя.

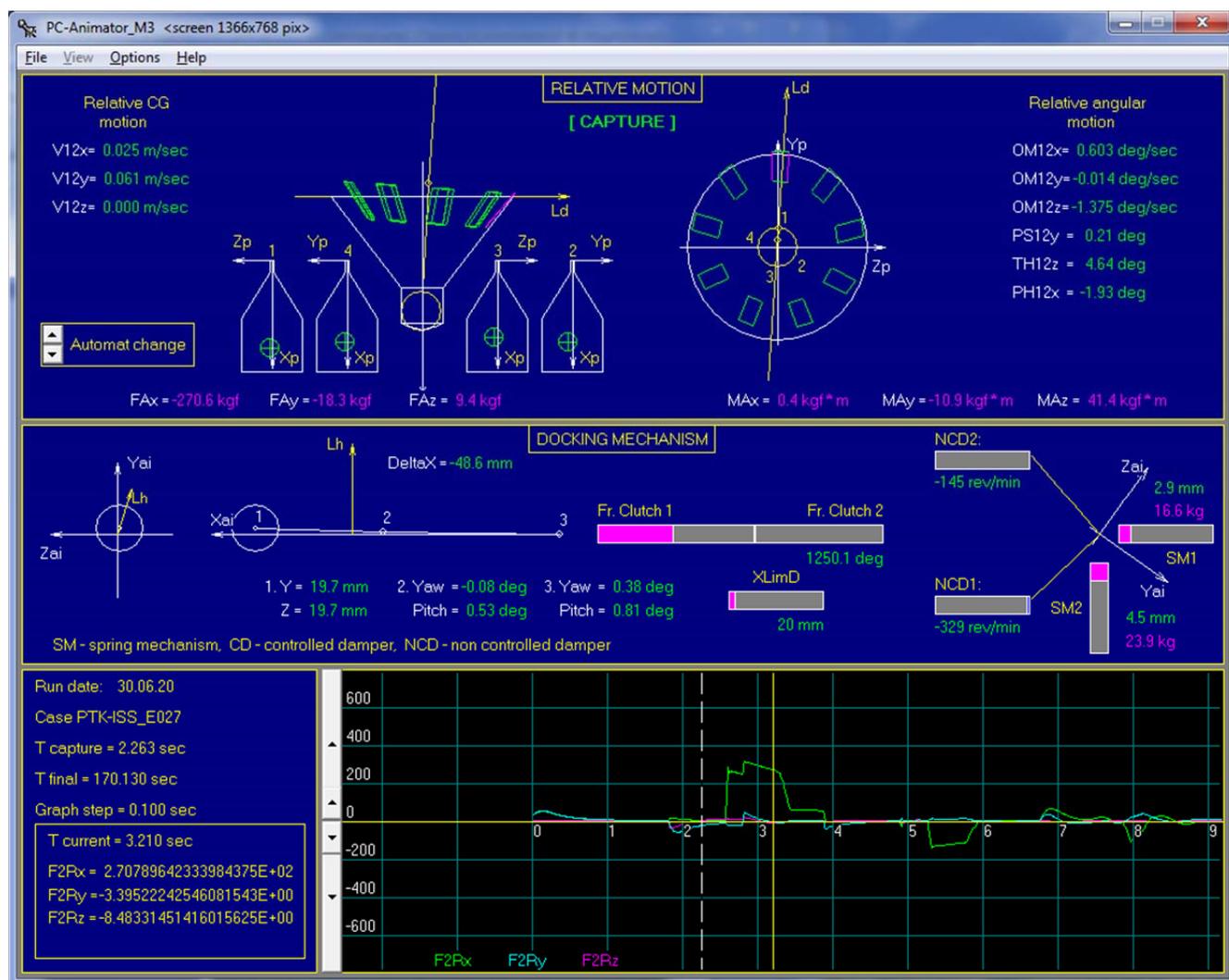


Рисунок 6.5.5. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс стыковки при использовании СтМ с подвижным ограничителем

Укороченный приемный конус соответствует части уже используемых приемных конусов (рисунок 6.5.1а). Подвижный ограничитель контактирует с ним только после сцепки. Поэтому данная модификация СтМ совместима с ранее разработанными пассивными СтА, что подтверждается результатами компьютерного моделирования.

Выводы по главе 6

Разработана компьютерная модель динамики стыковки с использованием существующего СтМ центрального типа, которая обеспечила сопровождение его наземных динамических и летных испытаний, позволила выявить его

кинематические и конструктивные ограничения. На основе результатов моделирования были предложены два варианта модификации механизма. Первый из них обеспечивает снижение нагрузок во всем диапазоне начальных условий стыковки. Второй позволяет реализовать заданные внешние проектные ограничения и возможность стыковки к агрегатам с различной формой приемного конуса за счет незначительного сужения множества допустимых сочетаний максимальных значений параметров начальных условий. Для этих модификаций СтМ разработаны соответствующие версии модели динамики стыковки, которые использованы для выбора значений параметров конструкции, экспериментальной отработки лабораторных образцов на 6-степенном стенде, детального анализа особенностей процесса стыковки. На модифицированные конструкции СтМ центрального типа получены 2 патента РФ [245, 246]. На их основе разработан и изготавливается штатный экземпляр механизма для перспективного транспортного корабля.

Предложен и реализован новый способ визуализации результатов моделирования процессов стыковки на основе динамических мнемосхем.

Данная глава написана на основе публикаций [225-229, 247 - 250]. Анимация разработанных мнемосхем доступна отдельно по ссылкам:

https://keldysh.ru/e-biblio/golubev/probe-cone_1.mp4

https://keldysh.ru/e-biblio/golubev/probe-cone_2.mp4

https://keldysh.ru/e-biblio/golubev/probe-cone_3.mp4

ГЛАВА 7. КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СТЫКОВКИ КА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРУГО-АДАПТИВНОГО ПЕРИФЕРИЙНОГО СтМ

7.1 Выполнение основных функций различными периферийными СтМ

Выполнение основных функций СтМ – обеспечение сцепки, поглощение энергии сближения КА, выравнивание и стягивание СтА, в периферийных механизмах в зависимости от начальных условий стыковки во многом определяется принципом их функционирования.

В системах стыковки, основанных на принципе пассивной сцепки, звенья СтМ и защелок удерживаются пружинами в некотором невозмущенном положении. Они могут отклоняться под действием сил контактного взаимодействия с пассивным СтА, то есть за счет кинетической энергии сближения активного КА. В результате обеспечивается согласование положений контактирующих поверхностей и заход защелок за упоры. Движения СтМ от первого контакта до начала стягивания приводом является неуправляемым, оно определяется только НУ стыковки и параметрами устройств демпфирования. Такой подход представляется оправданным в условиях скоротечного и случайного процесса.

В обычных платформах периферийных СтМ перемещение стыковочного кольца относительно какой-либо одной оси декартовой СК вызывает изменение всех шарнирных переменных в зависимых ветвях. Из-за этого боковым и угловым рассогласованиям активного и пассивного колец противодействуют устройства демпфирования СтМ, «настроенные» на поглощение максимальной по величине осевой энергии сближения КА. Для снижения этого сопротивления без уменьшения энергоемкости механизма увеличивается его ход, перед стыковкой он выводится в переднее положение (ПП). Но при этом подвижность СтМ уменьшается, усложняется сцепка, так как его периферийные кинематические цепи могут только уменьшать свою длину. Эти особенности характерны для периферийного механизма корабля Apollo по программе ЭПАС (рисунок 1.1.76) [7, 8].

Периферийный СтМ российского СтА АПАС-75 [1] имел значительно более сложную кинематическую схему, которая была впоследствии усовершенствована

в агрегате АПАС-89 [9]. Реализованные в нем дифференциальные связи позволяли выделять в нелинейном конфигурационном пространстве платформы вращательные движения, соответствующие линейным и угловым перемещениям стыковочного кольца в декартовой системе координат и демпфировать их устройствами с различной энергоемкостью, ограничивать амплитуду механическими упорами. Они также обеспечивали дополнительный разворот кольца до сцепки, сближая его с кольцом пассивного СтА под действием контактной силы. Эти качества СтМ, полезные для стыковки больших несимметричных КА (типа «Буран» или Space Shuttle), привели к значительному усложнению его конструкции. Кроме того, сцепка облегчалась далеко не всегда из-за большой инерционности СтМ, влияния трения в длинных кинематических цепях вращения, лишь частичного соответствия разворотов кольца под действием контактных сил его реальному положению относительно пассивного СтА. УД СтМ АПАС с учетом дифференциальных связей рассматривались в [251-254]. Интерфейс АПАС (размеры стыковочного кольца и корпуса агрегата, механизмов сцепки и герметизации стыка) в 2014 г. был принят в качестве основы международного стандарта систем стыковки IDSS [25]. Но отмеченные выше недостатки СтМ обуславливают необходимость реализации другого способа его функционирования.

Пассивная сцепка реализуется также в системе стыковки SXDS фирмы SpaceX. Ее активный периферийный СтА соответствует стандарту IDSS, а СтМ имеет относительно простую конструкцию, основанную на кинематике платформы Ханта (рисунок 2.1.10). Но из-за преобразования поступательного движения звеньев в угловое устройства демпфирования имеют малый ход и соответственно энергоемкость. Сцепка при этом, возможно, упрощается, но диапазоны изменения параметров начальных условий примерно в два раза меньше, чем задает стандарт IDSS.

Принцип активной сцепки предполагает управляемое движение звеньев СтМ под действием электроприводов (механические устройства для его демпфирования и ограничения отсутствуют). На нем основаны система стыковки NDS (NASA Docking System) и СтМ IBDM (International Berthing Docking Mechanism),

разработанные соответственно NASA совместно с компанией Boeing [28-30] и ESA совместно с фирмой Qinetiq [26, 27]. В обоих случаях кинематической основой СтМ является платформа Гью-Стьюарта (Gough-Stewart) [213, 214] (рисунок 1.1.9), штоки штанг которой представляют собой винты, связанные через ШВП с электродвигателями (ЭД), расположенными на корпусах штанг. Движение этих механизмов в начале стыковки начинается из промежуточного, исходного положения (ИП). При этом скорость выдвижения кольца СтМ из ИП ограничена мощностью и скоростью вращения ЭД. Это значительно сужает допустимый диапазон начальных условий стыковки – промахов и скоростей в момент первого контакта агрегатов и не способствует парированию возможных нештатных ситуаций при сближении. Энергия сближения КА поглощается противодействием ЭД, работающих в генераторном режиме, и из-за его малой эффективности в основном за счет трения и большой приведенной к штокам-винтам инерции якорей ЭД. Кроме того упомянутые СтМ не могут создать осевую силу, достаточную для выполнения стягивания. В NDS с неуправляемыми ЭД силы ограничены, чтобы не расталкивать КА до сцепки. В IBDM с управляемыми приводами малая величина осевой силы обусловлена большими углами наклона штанг в завершающей фазе стягивания, необходимыми для увеличения запаса хода при движении до сцепки. Это приводит к необходимости введения в конструкцию СтА большого числа дополнительных электроприводов для выведения за плоскости стыка всех элементов, создающих сопротивление при жестком соединении (толкателей, электро- и гидроразъемов).

Реализация активной сцепки с помощью электрических машин снижает возможности СтМ на всех этапах стыковки. Далее рассматривается кинематика и математическая модель нового упруго-адаптивного периферийного СтМ, реализующего активную сцепку с помощью только механических устройств

7.2 Кинематика упруго-адаптивного периферийного СтМ

Быстрое выдвижение стыковочного кольца вперед из ИП и его адаптивная подстройка под положение кольца пассивного СтА для сцепки с ним могут быть

наиболее эффективно реализованы за счет использования энергии, накопленной в пружинах. Поглощение кинетической энергии сближения активного КА со скоростью даже больше допустимой может быть обеспечено этими же пружинами. С учетом этого предлагается создать новый упруго-адаптивный периферийный СтМ [255, 256], позволяющий выполнять стыковку в диапазоне НУ значительно более широком, чем механизмы с электромеханической активной сцепкой. Его кинематику и функционирование отличают следующие основные особенности.

- Основой кинематики является платформа Гью-Стьюарта, поступательные шарниры которой позволяют обеспечить высокую скорость выдвижения кольца и хорошую нагрузочную способность.
- Штоки штанг представляют собой винты, которые могут двигаться поступательно и вращаться относительно своих продольных осей. Эти движения преобразуются во вращение валов спиральных пружин.
- СтМ имеет три фиксированных положения: **конечное (КП)**, в котором штоки полностью втянуты; **переднее (ПП)**, в котором они максимально выдвинуты и **исходное (ИП)** – некоторое промежуточное перед началом стыковки. Фиксация механизма в конечном или исходном положении обеспечивается блокировкой отдачи сжатых пружин.
- Втягивание СтМ в КП, по аналогии с СтМ корабля Apollo, обеспечивается тремя тросами, приводимыми в движение одним электроприводом. Каждый из трех тросов наматывается на отдельный барабан, связанный с приводом малогабаритным редуктором с большим коэффициентом передачи. Развиваемая приводом и тросами сила не зависит от наклона штанг и достаточна для стягивания СтА. При этом пружины штанг накапливают энергию, которая впоследствии используется для приведения СтМ из КП в ИП, а затем при достижении сцепки – из ИП в ПП.
- Непосредственно перед стыковкой СтМ находится в ИП. При обнаружении контакта колец агрегатов датчиками механизма блокировка отдачи всех пружин снимается, штоки всех штанг выдвигаются, и кольцо механизма быстро перемещается вперед навстречу кольцу пассивного агрегата. Его адаптивная

подстройка под положение кольца пассивного СтА для сцепки с ним обеспечивается за счет энергии ПМ.

- После сцепки отдача пружин вновь блокируется, энергия сближения КА аккумулируется без возврата в механическую систему (штоки штанг только вытягиваются).

Упрощенная кинематическая схема пары штанг упруго-адаптивного периферийного СтМ приведена на рисунке 7.2.1.

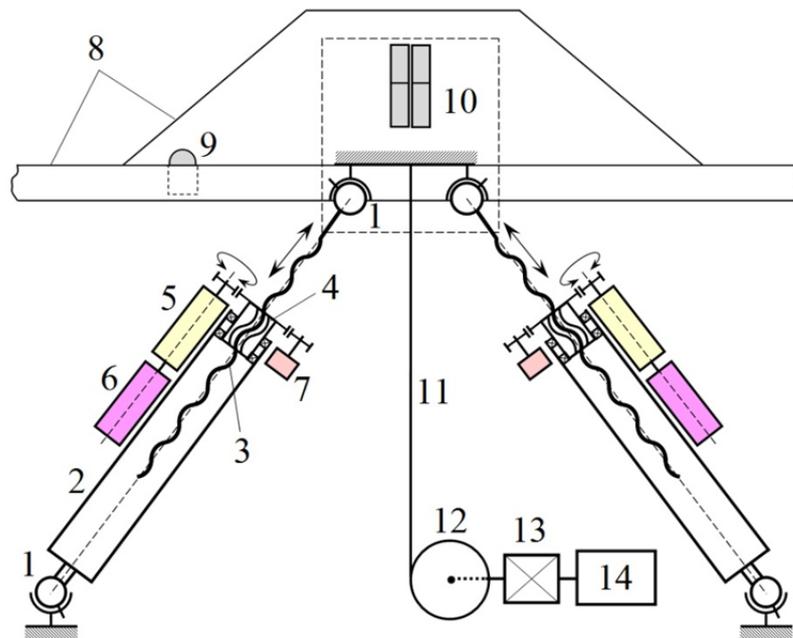


Рисунок 7.2.1. Упрощенная кинематическая схема пары штанг периферийного упруго-адаптивного СтМ

На ней показаны универсальные шарниры 1, корпуса штанг 2, штоки-винты 3, ШВП 4, спиральные пружины 5, управляемые обгонные муфты 6 для блокирования вращения валов пружин в направлении отдачи (освобождения накопленной энергии), контактные устройства 7, стыковочное кольцо с направляющими выступами 8, датчик совмещения колец 9, корпус механизмов защелок 10, трос 11, барабан намотки троса 12, силовой редуктор 13, электропривод устройства стягивания 14. Управляемые обгонные муфты 6 имеют два состояния, соответствующие включенной или выключенной блокировке отдачи пружин. Вместе с пружинами они образуют устройства аккумулирования энергии. Блок управления СтМ

обеспечивает обработку сигналов датчиков, переключение управляемых обгонных муфт, включение и выключение электропривода.

При выдвижении из КП в ИП перед началом стыковки блок управления переключает все управляемые обгонные муфты 6 в состояние снятой блокировки отдачи пружин 5 и задает вращение привода 14 в направлении, соответствующем увеличению свободной длины тросов 11.

Штоки 3 штанг выдвигаются под действием сжатых пружин 5. Сигнал с контактного устройства 7 каждой штанги формируется, когда ход штока достигает величины, соответствующей ИП СтМ. При появлении такого сигнала в какой-нибудь штанге блок управления переключает состояние ее управляемой обгонной муфты 6, включая блокировку входного вала пружины 5. При блокировке пружин всех штанг СтМ фиксируется в ИП. При этом пружины остаются в деформированном состоянии, в них накоплена энергия.

В начале стыковки при перемещении стыковочного кольца 8 под действием контактных сил свободные длины штоков 3 штанг могут уменьшаться, отклоняясь от своих исходных положений. Блок управления интерпретирует потерю сигнала контактного устройства 7 хотя бы в одной штанге как наличие первого контакта колец агрегатов и переключает все управляемые обгонные муфты в состояние снятия блокировки отдачи пружин. Кольцо СтМ быстро выдвигается из ИП навстречу пассивному СтА за счет освобождения энергии пружин. При этом под действием контактных сил с пассивным кольцом оно адаптивно подстраивается под его положение. В результате кольца сближаются, выравниваются и их плоскости сближаются на расстояние, достаточное для срабатывания защелок. Происходит сцепка.

Блок управления определяет факт сцепки по срабатыванию трех датчиков 9 совмещения колец, и переключает управляемые обгонные муфты всех штанг в состояние блокировки отдачи пружин. После этого штоки штанг могут только втягиваться, а пружины – накапливать потенциальную энергию, преобразованную из кинетической энергии сближения активного КА. При этом энергоемкость пружин

обеспечивает отсутствие недемпфированных контактов звеньев СтМ между собой, с корпусом активного и кольцом пассивного СтА [257-259].

Через фиксированный интервал времени после сцепки, достаточный для полного поглощения энергии сближения спиральными пружинами, блок управления подает сигнал на электропривод устройства стягивания, для вращения барабанов 12 в направлении уменьшения свободной длины тросов, прикрепленных к стыковочному кольцу. СтМ движется в направлении своего конечного положения, плоскости стыков агрегатов и стыкуемые космические аппараты соответственно сближаются. Более подробно функционирование устройства стягивания рассматривается в разделе 7.5.

7.3 Учет дифференциальных шарниров в уравнениях динамики платформы СтМ

В упруго-адаптивном периферийном СтМ сцепка достигается тем лучше, чем больше ход кольца вперед из своего ИП по сигналу первого контакта. Величина этого хода определяется максимальным ходом штоков штанг и, в конечном счете, конструкцией ШВП, передающих движение к ним от соответствующих спиральных пружин.

В обычном ШВП с одной степенью подвижности (рисунок 7.3.1а) винт 1 может перемещаться только поступательно, а гайка 2 – только вращаться. Поступательное x_{Screw} и угловое φ_{Nut} перемещения связаны через шаг винта t соотношением

$$x_{Screw} = \varphi_{Nut} / (2\pi / t).$$

Для его конструктивной реализации значительное место в корпусе штанги занимают крестовина 3 с роликами вращения и направляющие жолобы 4, блокирующие вращение винта относительно своей оси. Отказ от блокировки вращения винта упрощает конструкцию шарнира и увеличивает ход штока, но при этом шарнир становится дифференциальным, как в СтМ АПАС-89 [254], – поступательное пе-

ремещение винта определяется разностью углов поворота его самого и гайки ШВП (рисунок 7.3.1б).

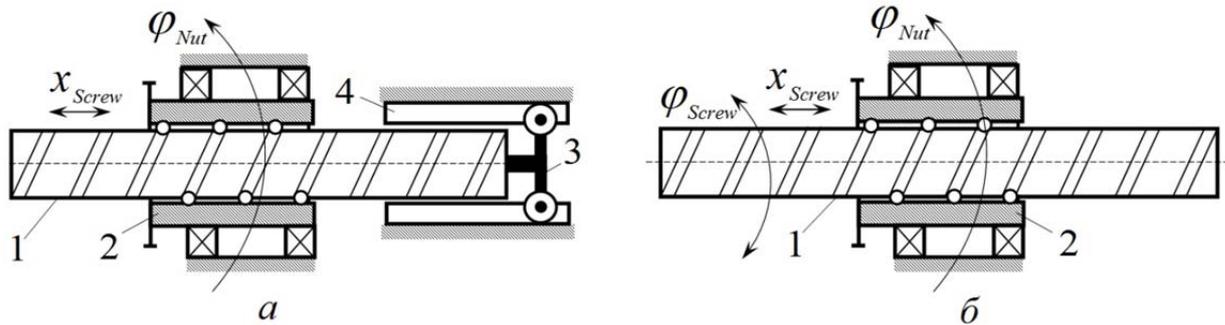


Рисунок 7.3.1. Шарико-винтовой преобразователь: (а) с одной степенью подвижности; (б) дифференциальный, с двумя степенями подвижности

При правом направлении винта связь его шарнирных координат и их производных по времени описывается соотношениями

$$\begin{aligned} p_{Nut} &= (2\pi/t)x_{Screw} + \varphi_{Screw}, \\ \dot{p}_{Nut} &= (2\pi/t)\dot{x}_{Screw} + \dot{\varphi}_{Screw}, \\ \ddot{p}_{Nut} &= (2\pi/t)\ddot{x}_{Screw} + \ddot{\varphi}_{Screw}, \end{aligned} \quad (7.3.1)$$

где φ_{Screw} – угол поворота винта относительно своей оси.

Шарико-винтовой преобразователь, гайка которого связана через передачу со спиральной пружиной, преобразует момент, создаваемый этой пружиной в силу, действующую на шток. При этом суммарный момент инерции гайки и всех связанных с ней звеньев вращения создает добавочную приведенную осевую массу винта. В обычном ШВП сила f_S на шток и его добавочная осевая масса Δm_x определяются соотношениями

$$f_S = (2\pi/t)m_S, \quad \Delta m_x = (2\pi/t)^2 I_{Nut}^{\Sigma},$$

где m_S – момент спиральной пружины, действующий на гайку; I_{Nut}^{Σ} – приведенный к гайке суммарный момент инерции всех передач вращения.

В дифференциальных ШВП винты с двумя степенями подвижности без учета связанных с ними гаек можно представить, как цилиндрические шарниры. Тогда каждая k – я зависимая периферийная кинематическая цепь описываемого ме-

ханизма будет иметь структуру $U_k C_k U_k$. Ее (4×1) – вектор шарнирных переменных \mathbf{p}_k составляется из углов вращения $\mathbf{p}_k(1)$, $\mathbf{p}_k(2)$ в универсальном шарнире, поступательного перемещения $\mathbf{p}_k(3)$ и вращения $\mathbf{p}_k(4)$ винта. Граф преобразованной таким образом МС тел периферийного СтМ (с учетом гаек) приведен на рисунке 7.3.2, на котором $B_{1,0} = B_R$ обозначает стыковочное кольцо.

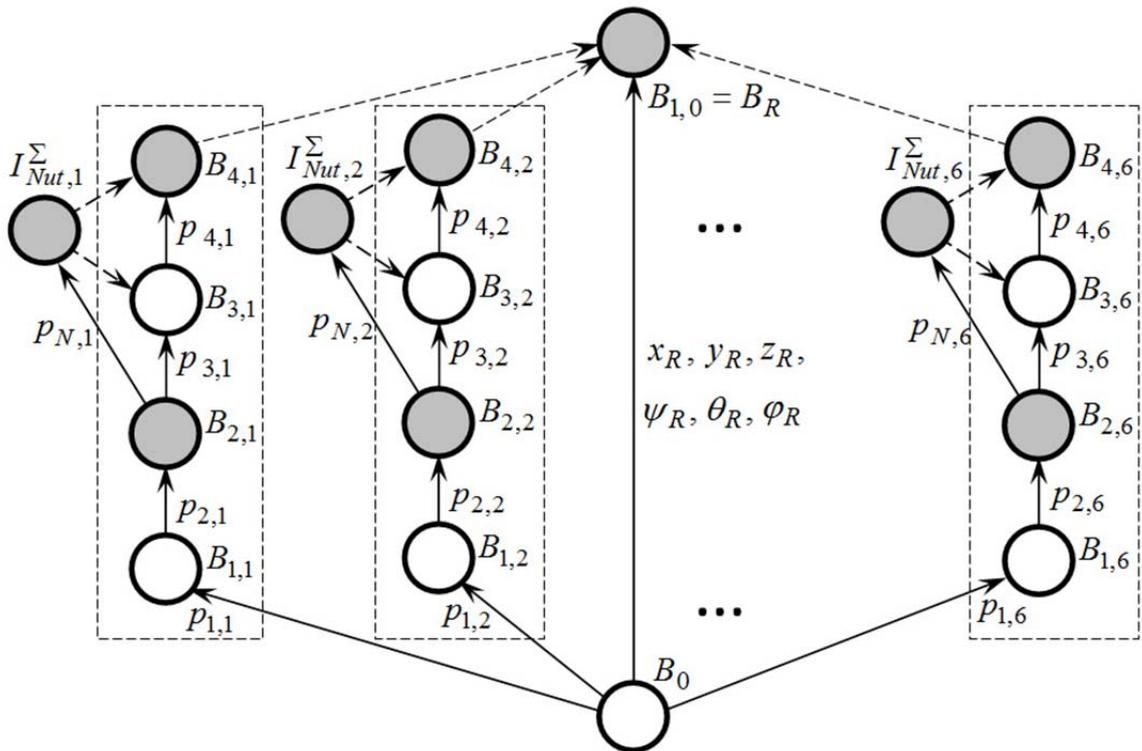


Рисунок 7.3.2. Граф механической системы тел платформы упруго-адаптивного периферийного СтМ

Как и ранее в главе 7, универсальные и цилиндрические шарниры представляются последовательностью двух простейших с введением фиктивных тел с нулевыми размерами и инерцией. Фиктивным телам на графе соответствуют белые вершины, реальным – темные. На ребрах графа показаны шарнирные переменные – независимые и зависимые.

Сначала вычисляются (4×4) – матрицы \mathbf{A}_k обобщенной инерции и (4×1) – векторы \mathbf{b}_k ($k = \overline{1,6}$) обобщенных сил для зависимых периферийных кинематических цепей, выделенных на графе пунктирным прямоугольником. Соответствующие алгоритмы приведены в главе 2 (раздел 2.3).

После этого методом разделения переменных [126] разрешаются и учитываются в уравнениях динамики дополнительные дифференциальные связи (7.3.1). В качестве зависимых шарнирных переменных выбираются углы $p_{N,k}^{(d)}$ поворота гайки и их производные $\dot{p}_{N,k}^{(d)}, \ddot{p}_{N,k}^{(d)}$. Независимые переменные являются компонентами векторов $\mathbf{p}_k, \dot{\mathbf{p}}_k, \ddot{\mathbf{p}}_k$. Решение уравнений (7.3.1) записывается в виде

$$p_{N,k}^{(d)} = \mathbf{H}_N \mathbf{p}_k, \quad \dot{p}_{N,k}^{(d)} = \mathbf{H}_N \dot{\mathbf{p}}_k, \quad \ddot{p}_{N,k}^{(d)} = \mathbf{H}_N \ddot{\mathbf{p}}_k,$$

где $\mathbf{H}_N = [0, 0, i_N, 1] - (1 \times 4)$ – матрица; $i_N = 2\pi/t$; $k = \overline{1, 6}$.

Тогда в соответствии с методом разделения переменных и аналогично (2.3.4) матрица \mathbf{A}_k и вектор \mathbf{b}_k будут скорректированы по соотношениям

$$\mathbf{A}_k^* = \mathbf{A}_k + \mathbf{H}_{N,k}^T I_{Nut}^\Sigma \mathbf{H}_{N,k} = \mathbf{A}_k + \Delta \mathbf{A}_k, \quad \mathbf{b}_k^* = \mathbf{b}_k + \mathbf{H}_{N,k}^T m_{Nut,k} = \mathbf{b}_k + \Delta \mathbf{b}_k,$$

где

$$\Delta \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_N^2 & i_N \\ 0 & 0 & i_N & 1 \end{bmatrix} I_{Nut}^\Sigma, \quad \Delta \mathbf{b}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ i_N \\ 1 \end{bmatrix} m_{Nut,k},$$

$m_{Nut,k}$ – суммарный действующий на гайку момент пружины и управляемой обгонной муфты при включенной или выключенной блокировке.

Для компенсации дополнительного момента на стыковочное кольцо, создаваемого пружиной вследствие использования дифференциального ШВП все штанги СтМ делятся на пары, в каждой из которых один шток имеет правое направление винта, а другой – левое. Для штоков с левым направлением винтов изменяется знак перед x_{Screw} в уравнениях связи (7.3.1) и соответственно $\mathbf{H}_N = [0, 0, -i_N, 1]$, матрицы $\Delta \mathbf{A}_k$ и векторы $\Delta \mathbf{b}_k$ вычисляются аналогично.

После выполнения описанной выше коррекции в соответствии с (2.3.4) осуществляется расчет коэффициентов уравнений динамики периферийного СтМ относительно его независимых обобщенных ускорений

$$\mathbf{A}_R^* \dot{\mathbf{u}}_R = \mathbf{b}_R^*,$$

где \mathbf{A}_R^* – (6×6) – обобщенная матрица инерции, \mathbf{b}_R^* – (6×1) – вектор обобщенных сил; $\mathbf{u}_R = [\mathbf{v}_R^T, \boldsymbol{\omega}_R^T]^T$ – (6×1) – вектор скоростей и квазискоростей стыковочного кольца.

Внешними активными являются силы контактного взаимодействия. Алгоритмы их расчета описаны в главах 4 и 5. Внутренние активные силы СтМ создаются устройствами аккумулирования энергии (пружинами и управляемыми обгонными муфтами) штанг и тогда они определяют элементы векторов \mathbf{b}_k и, в конечном счете, вектора \mathbf{b}_R^* , либо тросами устройства стягивания, действующими непосредственно на стыковочное кольцо (входят напрямую в вектор \mathbf{b}_R^*). Ниже рассматриваются алгоритмы расчета внутренних активных сил.

7.4 Модель для расчета сил, создаваемых устройствами аккумулирования энергии

Устройство аккумулирования энергии в каждой штанге состоит из спиральной пружины и управляемой обгонной муфты, которая блокирует или разрешает ее отдачу (освобождение накопленной энергии), а также ограничивает величину силы растяжения штанги при наличии блокировки. Управляемая обгонная муфта расположена на подвижном корпусе штанги, поэтому блокировка вала пружины не предотвращает деформацию кинематической цепи между кольцом и этим валом, что учитывается в математической модели.

При анализе результатов моделирования удобнее оперировать не угловыми деформациями и моментами сопротивления спиральных пружин, а поступательными перемещениями штоков штанг и противодействующими этим перемещениям силами. Поэтому вместо угла $p_{N,k} = i_N p_{3,k} + p_{4,k}$ и скорости $\dot{p}_{N,k} = i_N \dot{p}_{3,k} + \dot{p}_{4,k}$ поворота гайки, момента $m_{Nut,k} = m_{Nut,k}(p_{N,k}, \dot{p}_{N,k})$ сопротивления этому повороту и силы $f_{S,k} = i_N m_{Nut,k}$, действующей на шток в k -й периферийной кинематической цепи, вычисляются эффективные поступательные ход штока: $p_{3,k}^{eff} = p_{N,k} / (-i_N) = p_{3,k} - p_{4,k} / i_N$ и его скорость $\dot{p}_{3,k}^{eff} = \dot{p}_{3,k} - \dot{p}_{4,k} / i_N$, соот-

ветствующие повороту гайки на угол $p_{N,k}$ со скоростью $\dot{p}_{N,k}$, сила $f_{S,k} = f_{S,k}(p_{3,k}^{eff}, \dot{p}_{3,k}^{eff})$ и момент $m_{Nut,k} = f_{S,k} / i_N$, действующие на винт. В итоге, как и прежде, третья компонента вектора $\Delta \mathbf{b}_k(3) = f_{S,k}$, а четвертая соответственно $\Delta \mathbf{b}_k(4) = m_{Nut,k}$.

Потери энергии от «внутреннего» трения в спиральной пружине штанги обуславливают наличие гистерезиса – двух ветвей в ее статической характеристике жесткости, соответствующих прямому и обратному ходу деформаций. Величина гистерезиса (разность амплитуд прямого и обратного хода, запаздывание по фазе движения) определяются экспериментально или с использованием математической модели деформации пружины с нелинейной характеристикой жесткости. Форма ветвей гистерезиса описывается с помощью кусочно-линейной аппроксимации и задается в виде табличных значений углов, моментов и коэффициентов жесткости. Перед началом моделирования эти параметры приводятся к эффективному поступательному ходу штока (моменты преобразуются в силы). В модели устройства аккумуляции энергии она дополняется ветвями, учитывающими деформацию всей кинематической цепи и ограничение величины максимальной силы растяжения штанги фрикционом управляемой обгонной муфты при включенной блокировке отдачи пружины. Гистерезис при деформации кинематической цепи значительно меньше, чем в пружине, и в данной модели (на проектной стадии анализа) пока не учитывается. Все ветви гистерезиса нумеруются, и номер ветви, которая описывает текущую деформацию, соответствует состоянию модели. Текущее состояние зависит от предшествующего, а также от знака скорости деформации.

В модели устройства аккумуляции энергии используется характеристика его жесткости как функция деформации $d = p_3^{PP} - p_3^{eff}$, то есть изменения эффективного хода штока штанги по сравнению с его величиной p_3^{PP} в переднем положении (для сокращения записи индекс k кинематической цепи далее опускается). Задается кусочно-линейное представление этой характеристики. Изменение

силы на прямой ветви гистерезиса пружины описывается массивом значений $f_{1,i}$, на обратной – массивом $f_{2,i}$. Значения соответствующих им деформаций задаются массивами $d_{1,i}$ и $d_{2,i}$, линейным отрезком прямой и обратной ветвей соответствуют коэффициенты жесткости $k_{1,i}$ и $k_{2,i}$, где $i=1$ при нахождении штока в переднем положении и $i=N_{RP}$ – при его полностью втянутом положении.

Геометрическое представление кусочно-линейной характеристики жесткости устройства аккумулирования энергии приведено на рисунке 7.4.1.

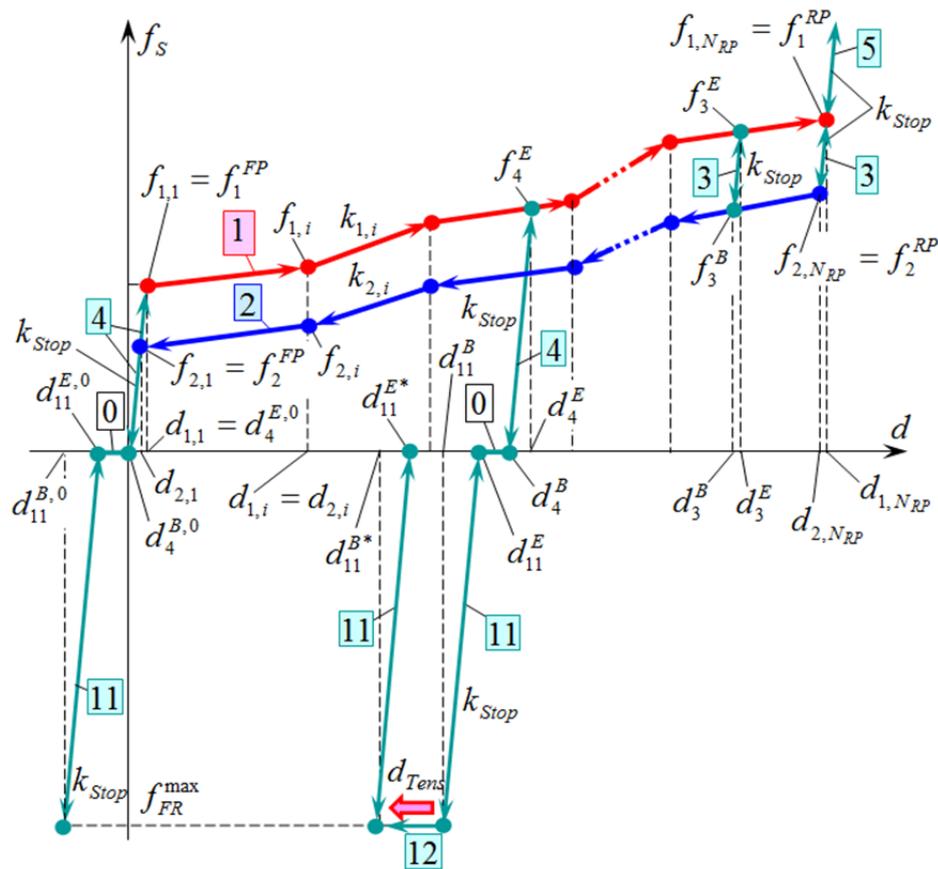


Рисунок 7.4.1. Параметры кусочно-линейной характеристики жесткости устройства аккумулирования энергии

Для наглядности прямая ветвь обозначена красным цветом, обратная ветвь – синим, а переходные отрезки – цветом маренго. Цифры в прямоугольниках обозначают состояния модели. Прямой ветви при сжатии пружины соответствует состояние 1, обратной – состояние 2, переходному отрезку между ветвями 1 и 2 – состояние 3, падению силы сжатия до нуля при снятии нагрузки – состояние 4,

механическому упору при сжатии и полностью втянутом штоке – состояние 5. Люфту при растяжении соответствует состояние 0, растяжению штанги от люфта до максимального значения силы, ограниченной управляемой обгонной муфтой – состояние 11, ограничению максимальной силы растяжения фрикционом управляемой обгонной муфты – состояние 12.

В переднем положении штока сила f_1^{FP} сопротивления его втягиванию положительна (спиральные пружины имеют предварительное поджатие) для того, чтобы все штанги вместе обеспечивали сопротивление кольца, необходимое для срабатывания защелок. Поэтому при растяжении штанги сила f_S сначала изменяется от значения $f_{1,1} = f_1^{FP}$ до нуля, при прохождении зоны люфта она равна нулю, а после этого отрицательная сила реакции штанги нарастает до максимальной по модулю величины $-f_{FR}^{max}$, определяемой настройкой фрикциона управляемой обгонной муфты. Жесткость при растяжении принимается равной жесткости k_{Stop} механического упора штанги. Концы переходных отрезков, соответствующих состояниям 3, 4, и 11, описываются следующими парами координат: (d_3^B, f_3^B) и (d_3^E, f_3^E) , $(d_4^B, 0)$ и (d_4^E, f_4^E) , $(d_{11}^B, -f_{FR}^{max})$ и $(d_{11}^E, 0)$. Их жесткость также принимается равной k_{Stop} . Отрезок $[d_{11}^E, d_4^B]$ соответствует зоне люфта.

Сила сопротивления f_S устройства аккумулирования энергии вычисляется как

$$f_S = f_B + k_S (d - d_B),$$

где k_S , f_B , d_B – жесткость текущего линейного участка, сила сопротивления и деформация в его начале соответственно. Их значения выбираются в зависимости от состояния модели.

До начала численного интегрирования УД стыковки модели устройств аккумулирования энергии отдельных штанг медленным втягиванием кольца СтМ (увеличением деформации сжатия пружин) переводятся из состояния 0 в состояние 1, соответствующее положению штоков в ИП СтМ. Эти состояния сохраня-

ются вследствие включенной блокировки отдачи пружин. При этом ход t_k каждого штока находится в диапазоне $(t_{\min}^{IP}, t_{\max}^{IP})$, величина которого определяется зоной нечувствительности контактного устройства.

Условия изменения состояний модели устройства аккумулирования энергии при выключенной блокировке отдачи пружин приведены в таблице 7.4.1, а при включенной блокировке – в таблице 7.4.2. Их выполнение обеспечивается назначением соответствующей величины шага численного интегрирования. Определение координат (d_3^B, f_3^B) , (d_3^E, f_3^E) переходных отрезков (состояние 3) с коэффициентом жесткости k_{Stop} , описано в главе 3.

Таблица 7.4.1

**Смена состояний модели устройства аккумулирования энергии
при выключенной блокировке отдачи пружины**

Предш. состояние	Условия перехода	Новое состояние	Дополнительное вычисление параметров
0	$d < d_{11}^E$	11	
	$d > d_4^B$	4	
	$d_{11}^E < d < d_4^B$	0	
1	$\dot{d} < 0$	3	$(d_3^B, f_3^B), (d_3^E, f_3^E)$
	$\dot{d} > 0$	1	
3	$d > d_3^E$	1	
	$d < d_3^B$	2	
2	$\dot{d} > 0$	3	$(d_3^B, f_3^B), (d_3^E, f_3^E)$
	$\dot{d} < 0$	2	
	$\dot{d} < 0, d < d_2^{FP}$	4	

**Изменение состояния модели устройства аккумулирования энергии
при включенной блокировке отдачи пружины**

Предш. состояние	Условия перехода	Новое состояние	Дополнительное вычисление параметров
1	$d > d_1^{RP}$	5	
	$\dot{d} < 0$	4	$d_4^B, (d_4^E, f_4^E)$
2		3	$(d_3^B, f_3^B), (d_3^E, f_3^E)$
3		4	$d_4^E = d_3^E, f_4^E = f_3^E, d_4^B$
5	$d < d_1^{RP}$	4	$d_4^B, (d_4^E, f_4^E)$
	$d \geq d_1^{RP}$	5	
4	$d_{11}^{End} < d < d_4^{Beg}$	0	
	$d > d_4^E < d_1^{RP}$	1	
	$d > d_4^E = d_1^{RP}$	5	
	$d_4^B \leq d < d_4^E$	4	
	$d < d_{14}^E = d_4^B$	11	
11	$d_{11}^E < d < d_4^B$	0	
	$d_{11}^B < d < d_{11}^E$	11	
	$d < d_{11}^B$	12	
12	$\dot{d} < 0$	12	$d_{Tens} = d - d_{11}^B < 0,$ $d_{11}^B = d_{11}^B + d_{Tens}, \quad d_{11}^E = d_{11}^E + d_{Tens},$ $d_4^B = d_4^B + d_{Tens}, \quad d_4^E = d_4^E + d_{Tens},$ $d_{1,i} = d_{1,i} + d_{Tens}; \quad d_{2,i} = d_{2,i} + d_{Tens}$
12	$\dot{d} > 0$	11	

При включенной блокировке отдачи пружин растяжение штанги ($\dot{d} < 0$) вызывает переход модели устройства поглощения энергии из предшествующих состояний 1, 2 или 3 только в состояние 4.

При переходе из состояния 1 точка на отрезке прямой ветви с номером 1 соответствующая текущему значению переменной d , является конечной точкой отрезка, соответствующего состоянию 4: $d_4^E = d$, а сила f_4^E определяется из параметров отрезка ветви 1 на момент начала перехода. При переходе из состояния 3 принимается $d_4^E = d_3^E$ и $f_4^E = f_3^E$. При переходе из состояния 2 сначала определяются параметры отрезка, соответствующего состоянию 3, а после этого d_4^E и f_4^E . Начальная точка отрезка, соответствующего состоянию 4, определяется параметрами $d_4^B = d_4^E - f_4^E / k_{Stop}$ и $f_4^B = 0$.

При превышении максимально допустимой силы растяжения штанги ($f_S < -f_{FR}^{\max}$), то есть при $d < d_{11}^B$, начинает работать фрикционный тормоз управляемой обгонной муфты, Модель устройства поглощения энергии переходит из состояния 11 в состояние 12, в котором вычисляется невозвратная деформация $d_{Tens} = d - d_{11}^B < 0$. На эту величину изменяются границы всех ветвей.

К силе сопротивления $f_{S,k}$, вычисляемой в соответствии с описанным выше алгоритмом, добавляется сила вязкого трения $-c_{G,k} \dot{p}_{3,k}^{eff}$ ($c_{G,k}$ – коэффициент демпфирования), которая отражает потери энергии в передачах вращения и шарнирах k -й периферийной кинематической цепи.

В процессе моделирования процесса стыковки при потере сигнала исходного положения в любой из штанг, то есть при ходе штока $t_i < t_{\min}^{IP}$, $i \in \overline{1, 6}$; блокировки отдачи пружин всех штанг отключаются до сцепки. Поэтому в зависимости от контактных сил, действующих на стыковочное кольцо, модели отдельных устройств могут оставаться в состоянии 1 либо через состояние 3 переходить в состояние 2.

При достижении сцепки блокировки отдачи всех пружин вновь включаются и модели устройств аккумулирования энергии могут находиться только в состояниях 1 и 5, соответствующих сжатию без отдачи, в состояниях 0, 11 и 12, соответствующих растяжению, или в переходном состоянии 4.

Описанная модель устройства аккумулирования энергии с учетом деформации кинематических цепей и гистерезиса обеспечивает нечувствительность к вычислительному шуму при численном интегрировании, а также корректное вычисление сил сопротивления перемещению штоков-винтов штанг СтМ.

7.5 Алгоритм расчета сил, создаваемых устройством стягивания

После поглощения энергии сближения активного КА пружинами штанг стыковочное кольцо СтМ из-за включенной блокировки отдачи находится в некотором произвольном положении, обусловленном начальными условиями стыковки и инерционными характеристиками стыкуемых КА. Из этого положения, для которого характерна в общем случае различная длина свободной (между стыковочным кольцом и барабаном) части тросов, начинается стягивание. На рисунке 7.5.1 для упрощения показана расчетная схема только с двумя тросами, но она действительна и для трех.

Все соотношения для расчета создаваемых тросами сил справедливы при движении механизма в обоих направлениях – при втягивании в конечное положение и при выдвигении в исходное. Направление движения определяется знаками управляющего напряжения и угловой скорости вращения выходного вала привода.

Вращение с выходного вала привода 1 передается гибкими валами 2 на входы трех силовых редукторов 3, каждый из которых связан со своим барабаном 4 намотки троса (9) устройства стягивания. При боковых и угловых перемещениях стыковочного кольца тросы могут провисать. Для выборки их избыточной длины выходные валы силовых редукторов связаны с барабанами через кулачки 5 – 7. Для увеличения разности угловых ходов каждый барабан имеет основной 6 и дополнительный, промежуточный 7 кулачки. Разводящая пружина 8, связывающая

выходной вал силового редуктора с валом барабана, обеспечивает небольшое натяжение ослабленного троса за счет отведения кулачков 6, 7 от кулачка 5. Связь между силовым редуктором и барабаном становится жесткой при контакте всех кулачков, когда разводящая пружина полностью сжата натянутым тросом.

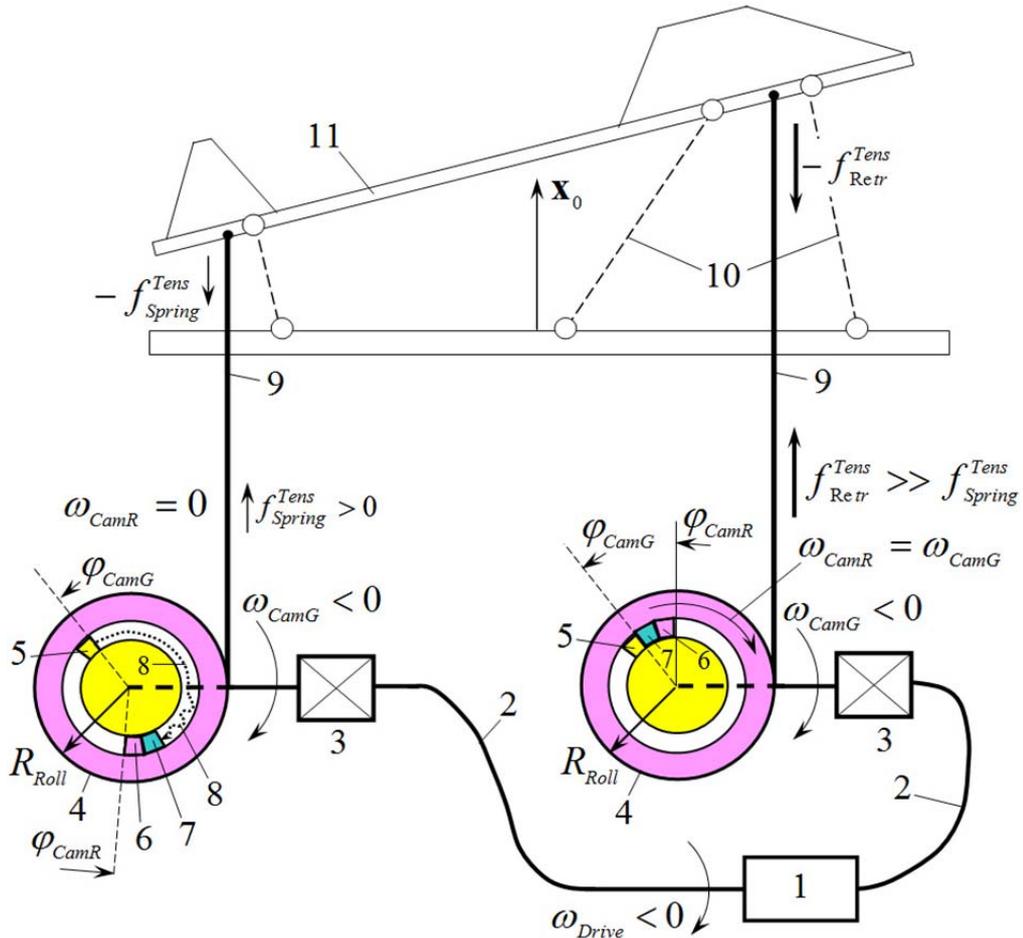


Рисунок 7.5.1. Относительное положение кулачков барабанов и силовых редукторов ненапрянутого (слева) и натянутого (справа) тросов при их втягивании

Силовой редуктор – это планетарный редуктор с цевочным зацеплением [261], имеющий большое значение коэффициента редукции i_{Gear} , которое обуславливает эффект самоторможения – невозможность передачи вращения с выходного на входной вал. Из-за этого, а также по причине большого демпфирования в гибких валах колебания системы «гибкий вал – силовой редуктор» не рассматриваются.

При расчете сил, создаваемых тросами, предполагается, что углы поворота кулачков барабанов неотрицательны: $\varphi_{CamR,i} \geq 0, i = \overline{1,3}$ на всей длине тросов. Равенство нулю имеет место только при полностью втянутых тросах и СтМ в КП. Положительная скорость вращения $\omega_{CamR,i}$ кулачков барабанов соответствуют удлинению тросов, отрицательная – их втягиванию.

Во время выдвигания СтМ из КП в ИП выходной вал привода, силовые редукторы и барабаны вращаются в положительном направлении, освобождая тросы, которые вытягиваются кольцом 11, движущимся под действием спиральных пружин в штангах 10. При достижении ИП отдача пружин штанг блокируется, кольцо останавливается, длины свободной части тросов между ним и барабанами после этого не изменяются. Но привод продолжает работать, создавая запас длины тросов для выдвигания кольца из ИП вперед для достижения сцепки, увеличивая угловое расстояние между кулачками 5 силовых редукторов и кулачками 6, 7 барабанов, которые при этом сохраняют свое положение под действием разводящих пружин 8. Эти пружины создают малые силы натяжения тросов: $f_{Spring,i}^{Tens} > 0$, прилагаемые к барабанам, и $-f_{Spring,i}^{Tens}$, прилагаемые к кольцу. Знаки этих сил определяются направлением оси x_0 системы координат основания СтМ. Так как $|f_{Spring,i}^{Tens}|$ значительно меньше сил пружин штанг, то они практически не оказывают влияния на выдвигание кольца из исходного положения вперед для улучшения сцепки.

Для увеличения запаса длины троса используется дополнительный, промежуточный кулачок 7 барабана, поэтому углы поворота кулачков 5 силовых редукторов при ослаблении тросов после выхода стыковочного механизма в исходное положение изменяются в пределах $\varphi_{CamR,i} + 2\Delta\varphi_{Cam} \leq \varphi_{CamG,i} \leq \varphi_{CamG}^{\max}$, где $\varphi_{CamG}^{\max} = 2\pi - 4\Delta\varphi_{Cam}$ – максимальный угол поворота, при достижении которого привод выключается; $\Delta\varphi_{Cam}$ – одинаковый угловой размер всех кулачков.

Длины свободных частей тросов равны расстояниям $d_{RR,i}$ между точками их схода с барабанов и крепления на кольце. Они однозначно определяют положительные углы поворота кулачков барабанов

$$\varphi_{CamR,i} = (d_{RR,i} - L_{Cable}^{RP}) / R_{Roll},$$

где L_{Cable}^{RP} – длина свободной части троса при полностью втянутом стыковочном механизме.

Положительные углы поворота кулачков силовых редукторов равны

$$\varphi_{CamG,i} = (\varphi_{Drive} - \Delta\varphi_{FS,i}) / i_{Gear},$$

где $\Delta\varphi_{FS,i}$ – угловые деформации гибких валов.

Совместное вращение силового редуктора и барабана при втягивании троса или при освобождении его длины при выдвигании СтМ из КП в ИП осуществляется при выполнении условия совместного вращения кулачков 5, 6 и 7

$$\varphi_{CamG,i} < \varphi_{CamR,i} + 2 \Delta\varphi_{Cam} \quad (7.5.1)$$

При втягивании тросов скорости вращения привода и редукторов отрицательные: есть $\omega_{Drive} < 0$, $\omega_{Gear,i} < 0$. Поэтому первым начинает вращаться барабан, кулачок которого наиболее близок к кулачку редуктора, то есть имеет максимальное значение угла $\varphi_{CamR,i}$. Для него условие (7.5.1) начинает выполняться первым по мере уменьшения положительного угла $\varphi_{CamG,i}$. Это соответствует максимальной величине $d_{RR,i}$, так что первым начинает втягиваться трос с наиболее длинной свободной частью. На рисунке 7.5.1, это выполняется для троса справа. Для более короткого троса (на рисунке 7.5.1 слева) угол $\varphi_{CamR,i}$ имеет меньшее значение, угловое расстояние между кулачками редуктора и барабана больше и движение барабану не передается, его скорость вращения равна нулю. При продолжении втягивания (уменьшении угла $\varphi_{CamG,i}$) кулачок редуктора входит в контакт с кулачком барабана более короткого троса, начиная втягивать и его. Это обеспечивает выравнивание кольца стыковочного механизма.

С момента времени $t_{Join,i}$ начала совместного вращения кулачков редуктора и барабана i -го троса ($i = \overline{1,3}$), постепенно нарастают суммарное изменения расстояния между его точками схода с барабана и крепления на кольце:

$$\Delta d_{RR,i}^{\Sigma}(t) = \sum_{t_{Join,i}}^t (d_{RR,i}(t) - d_{RR,i}^{prev}), \quad (7.5.2)$$

суммарное изменение его намотанной на барабан длины

$$\Delta l_{Cable,i}^{\Sigma}(t) = R_{Roll} \sum_{t_{Join}}^t (\varphi_{CamG,i}(t) - \varphi_{CamG,i}^{prev}) \quad (7.5.3)$$

и деформация (растяжение) троса

$$\Delta_{Cable,i}^{Def} = \Delta d_{RR,i}^{\Sigma}(t) - \Delta l_{Cable,i}^{\Sigma}(t), \quad (7.5.4)$$

где $d_{RR,i}^{prev}$, $\varphi_{CamG,i}^{prev}$ – значения величин на предшествующем шаге интегрирования.

При выдвигании штоков штанг в ИП приращения длин свободных частей тросов положительны: $\Delta d_{RR,i}^{\Sigma}(t) > 0$, $\Delta l_{Cable,i}^{\Sigma}(t) > 0$, но $|\Delta d_{RR,i}^{\Sigma}(t)| > |\Delta l_{Cable,i}^{\Sigma}(t)|$, следовательно и в этом случае тросы по-прежнему будут натянуты: $\Delta_{Cable,i}^{Def} \geq 0$.

Скорости изменения деформаций тросов равны

$$v_{Cable,i}^{Def} = v_{RR,i}(t) - v_{L,Cable,i}(t) = \mathbf{n}_{Cable,i}^T (\mathbf{v}_R + \boldsymbol{\alpha}_R^T \tilde{\boldsymbol{\omega}}_R \mathbf{l}_{CableR,i}) - \omega_{CamG,i} R_{Roll}, \quad (7.5.5)$$

где $\mathbf{n}_{Cable,i}$ и \mathbf{v}_R – единичный вектор свободной части натянутого троса и скорость центра стыковочного кольца в системе координат (СК) основания СтМ; $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_R$, $\mathbf{l}_{CableR,i}$ – угловая скорость кольца и вектор из его центра в точку крепления троса, выраженные в СК кольца; $\boldsymbol{\alpha}_R$ – матрица преобразования из СК основания СтМ в СК кольца; $\boldsymbol{\omega}_R$ – угловая скорость кольца.

Силы натяжения тросов, прилагаемые к барабанам, равны

$$f_{Retr,i}^{Tens} = k_{Cable}^S \Delta_{Cable,i}^{Def} + c_{Cable}^S v_{Cable,i}^{Def} > 0, \quad (7.5.6)$$

где k_{Cable}^S , c_{Cable}^S – коэффициенты жесткости и демпфирования.

Моменты сил натяжения тросов на выходные валы силовых редукторов

$m_{Gear,i}^{Tens} = f_{Retr,i}^{Tens} R_{Roll}$ суммируются на выходном валу привода

$m_{Drive}^{Load} = (\sum_{i=1}^3 m_{Retr,i}^{Tens}) / i_{Gear}$. Уравнения динамики привода описаны в главе 6.

Векторы силы и момента, действующие на стыковочное кольцо со стороны тросов, равны

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_R^{Cable} &= \sum_{i=1}^3 (-\mathbf{f}_{Retr,i}^{Tens}) = -\sum_{i=1}^3 (\mathbf{n}_{Cable,i} f_{Retr,i}^{Tens}), \\ \mathbf{m}_R^{Cabke} &= -\sum_{i=1}^3 \mathbf{l}_{CableR,i} \times (\boldsymbol{\alpha}_R \mathbf{f}_{Retr,i}^{Tens}). \end{aligned} \quad (7.5.7)$$

Векторы силы и момента, действующие на основание СтМ, определяются аналогично. Угловые деформации гибких валов равны $\Delta\varphi_{FS,i} = (m_{Retr,i}^{Tens} / i_{Gear}) / k_{FS,i}$, где $k_{FS,i}$ – жесткость гибкого вала на кручение, определяемая его длиной.

В процессе стягивания СтА происходит постепенный набор угловых скоростей стыкуемых КА вследствие их инерции. В результате точки крепления на кольце некоторых тросов могут получить скорость в направлении основания СтМ большей величины, чем скорость стягивания. Такие тросы будут наматываться на барабаны слабыми пружинами 8 и иметь нулевую деформацию. В этом случае при нарушении условия 7.5.1 времена $t_{Join,i}$ начала совместного вращения кулачков и суммы (7.5.2) – (7.5.4) обнуляются, силы натяжения тросов не вычисляются. При дальнейшем стягивании контакты кулачков редукторов и барабанов восстанавливаются и вычисления по соотношениям (7.5.2) – (7.5.7) возобновляются.

7.6 Особенности динамики стыковки в экспертных вариантах НУ

При штатном сближении упруго-адаптивный периферийный СтМ надежно, с большим запасом выполняет свои основные функции: обеспечивает сцепку, поглощает энергию сближения активного КА при незначительных интерфейсных нагрузках, стягивает и выравнивает активные и пассивные СтА и КА. Более интересными представляются результаты моделирования, демонстрирующие возмож-

ности нового механизма в экспертных НУ, когда максимально допустимых значений достигают одновременно несколько параметров. Эти максимальные значения, как и минимальные и максимальные значения инерционных параметров активного КА, определяются международным стандартом систем стыковки IDSS (International Docking System Standard) [25]

Так как основная часть кинетической энергии активного КА приходится на его осевое сближение с пассивным, то максимальная по амплитуде контактная интерфейсная сила имеет место при так называемом «центральной ударе», когда только один параметр НУ – осевая скорость сближения на момент первого контакта имеет максимально допустимое значение. Графики на рисунке 7.6.1 показывают изменение контактной силы и кинематических параметров такого экстремального варианта, когда активный КА максимальной массы (25 тонн) сближается с максимальной скоростью 0.1 м/сек. Они позволяют выделить следующие особенности динамического процесса.

- спиральные пружины штанг при максимально выдвинутых штоках (в ПП) обеспечивают силу сопротивления, превышающую внешнюю контактную силу, необходимую для срабатывания защелок, расположенных на направляющих выступах стыковочного кольца. Поэтому при центральном ударе сцепка СтА происходит до потери исходного положения штанг механизма и блокирует выдвижения кольца вперед.
- Вследствие деформаций кинематических цепей одновременно всех штанг возникает динамический пик продольной силы сопротивления механизма. Его амплитуда, как и амплитуда силы при поглощении основной части кинетической энергии сближения не превышают величин, допустимых международным стандартом IDSS.
- Поступательные перемещения штоков штанг не превышают 35 мм, то есть не более 15% от их максимально допустимого хода. Это указывает на большой запас энергоемкости стыковочного механизма, на возможность стыковки с большей, штатной скоростью сближения.

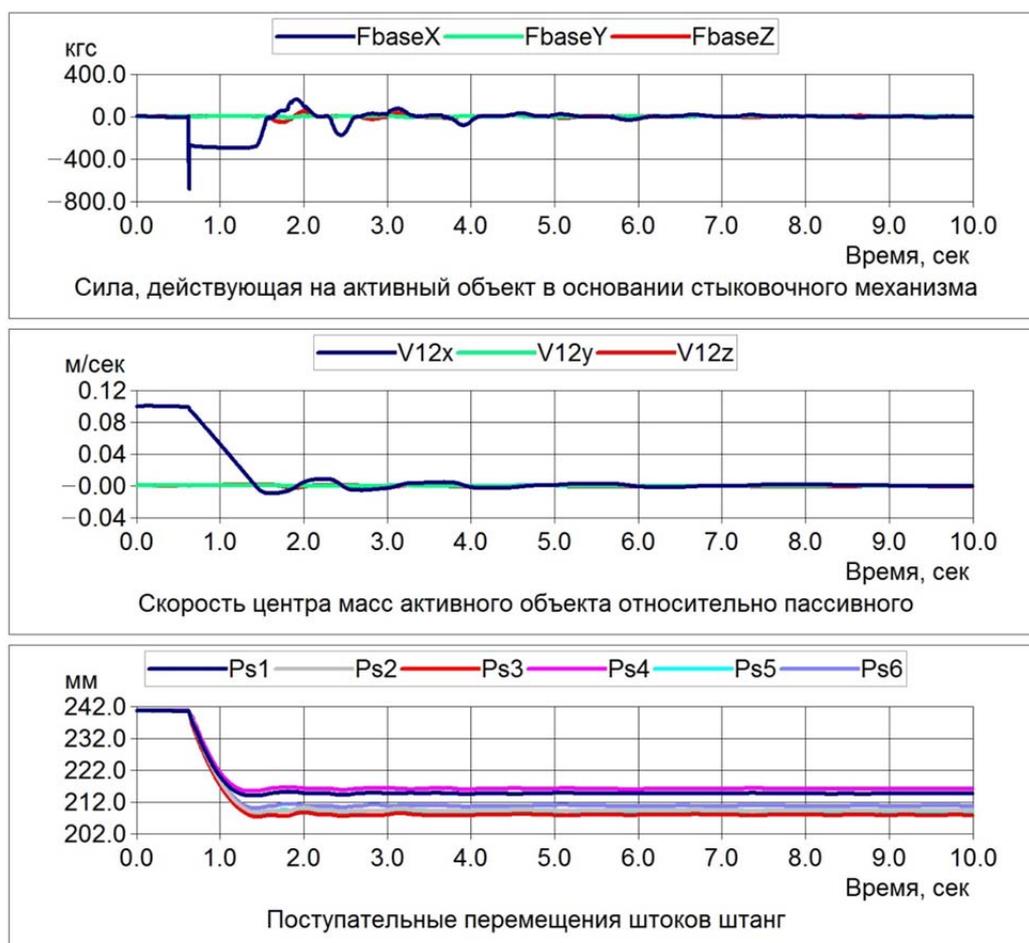


Рисунок 7.6.1. Поглощение энергии сближения с максимальной скоростью активного космического аппарата массой 25 тонн при центральном ударе

Наихудшей по критерию сцепки является стыковка активного КА минимальной массы, на который силы контактного взаимодействия оказывают максимальное тормозящее влияние. Ниже рассматриваются результаты моделирования динамики стыковки такого объекта с минимальной массой 5 тонн при следующем экспертном сочетании начальных условий: скорость сближения минимальна и равна 0.05 м/сек, угловые скорости максимальны и равны 0.2 град/сек относительно продольной оси (крен) и 0.2 град/сек – отклонение продольной оси (тангаж/рыскание), боковой промах максимален и равен 0.1 м, угловые отклонения также максимальны и равны 4 град по крену и по тагажу/рысканию. Боковая скорость равна 0.02 м/сек (половина от максимума) в направлении промаха. Осевая сила «дожатия» для ускорения сцепки после первого контакта не создается. Все перечисленные условия усложняют достижение сцепки.

Графики изменения интерфейсных сил и моментов, кинематических параметров для такого экспертного варианта приведены на рисунках 7.6.2 – 7.6.4. На них цифрами обозначены следующие события: 1 – первый контакт СтА, 2 – снятие блокировки отдачи пружин при потере признака ИП, 3 – выдвижение кольца СтМ вперед из ИП, 4 – включение блокировки отдачи пружин после сцепки, 5 – колебания при выравнивании СтМ во время стягивания; 6 – преодоление сил сопротивления толкателей и разъемов. Эти графики демонстрируют следующие особенности процесса стыковки при использовании упруго-адаптивного СтМ.

- Первый контакт агрегатов начинается при $T = 0.305$ сек. Амплитуда создаваемой им контактной силы меньше, чем сила сопротивления кольца в исходном положении стыковочного механизма. Поэтому потеря ИП и снятие блокировки отдачи пружин происходят только при $T = 3.648$ сек, когда механизм начинает оказывать достаточно сильное сопротивление сближению агрегатов и космических аппаратов. Данная особенность является положительным качеством, так как предохраняет от преждевременного выдвижения кольца вперед, когда агрегаты еще удалены друг от друга и хода штоков штанг из исходного положения в переднее недостаточно для обеспечения сцепки.
- Освобождаемая энергия пружин обеспечивает быстрое выдвижение кольца вперед. Сцепка достигается через 0.207 сек после снятия блокировки отдачи пружин. За такое время не успевают измениться скорость активного КА даже минимальной массы, то есть условия для сцепки не ухудшаются.
- В процессе достижения сцепки кольцо СтМ подстраивается под положение кольца пассивного СтА под действием сил, создаваемых пружинами штанг, в соответствии с конкретными контактными реакциями, определяемыми относительным положением этих колец.
- Длительность фазы поглощения энергии сближения не превышает 1 сек, силы контактного взаимодействия незначительны.

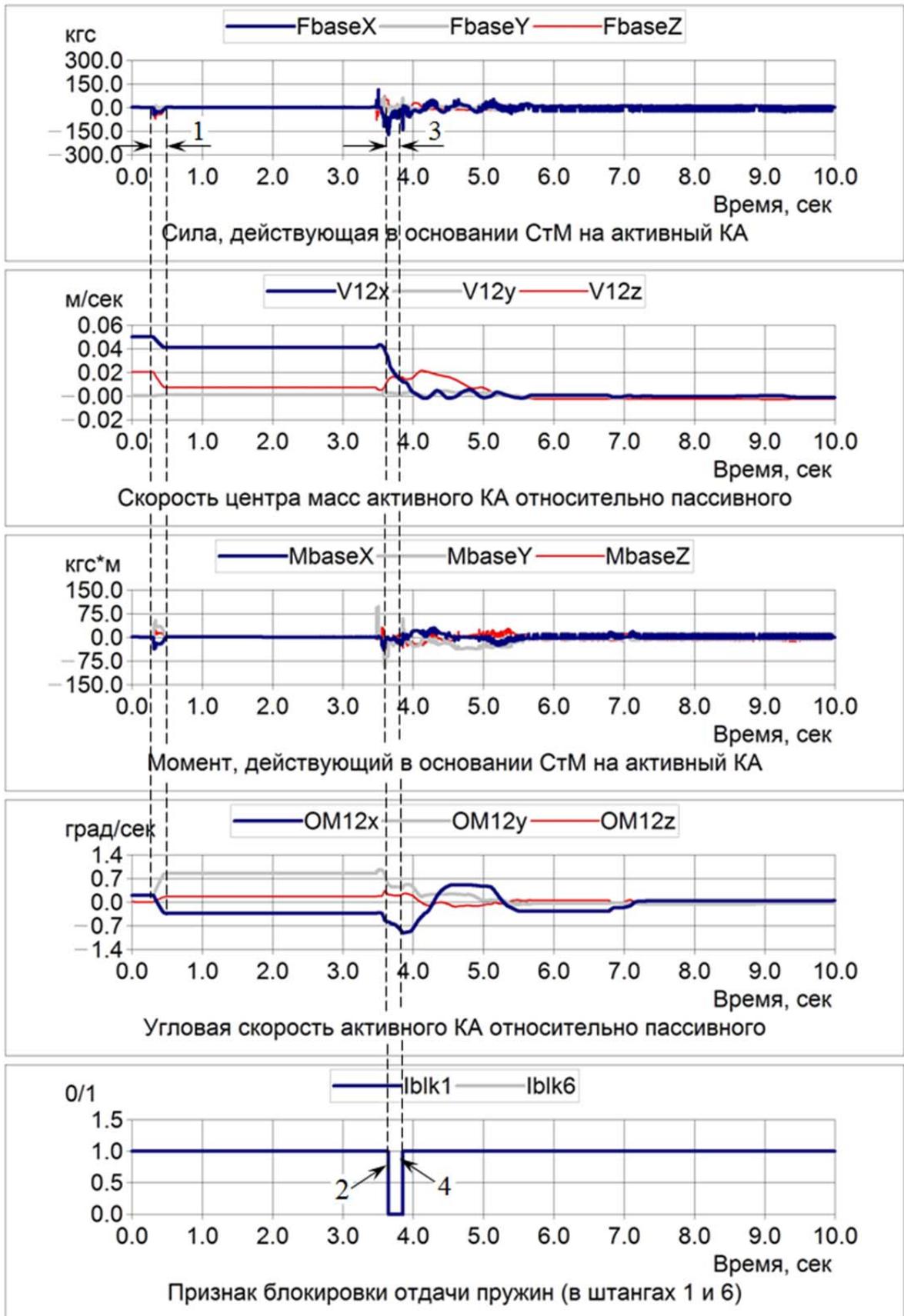


Рисунок 7.6.2. Сцепка и поглощение энергии сближения активного КА

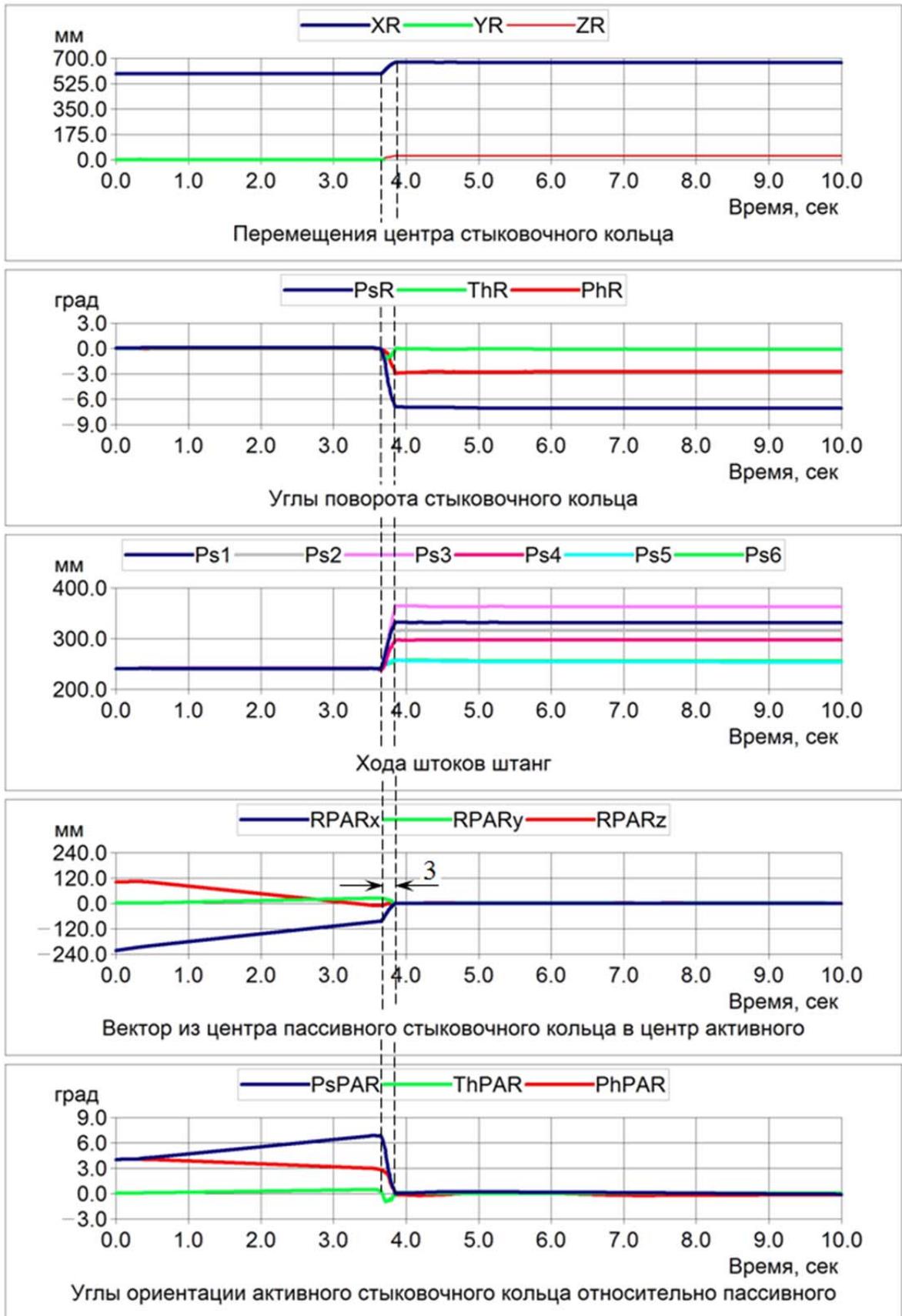


Рисунок 7.6.3. Выдвижение кольца СтМ из ИП вперед для достижения сцепки

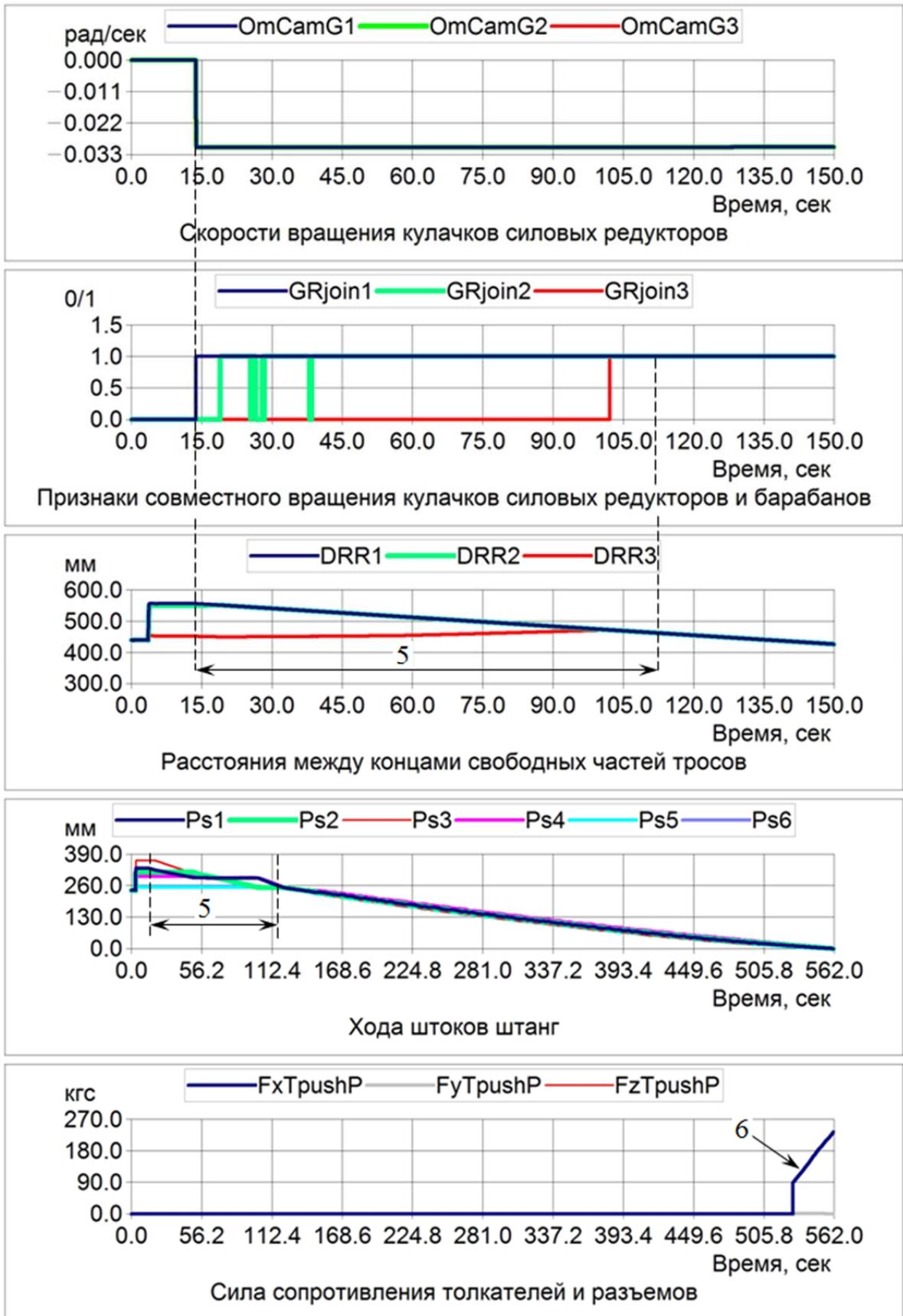


Рисунок 7.6.4. Выравнивание СтМ при стягивании СтА и КА

- При стягивании, которое начинается через 10 сек после сцепки, совместное вращение кулачков силовых редукторов и кулачков барабанов начинается с троса 1 (между штангами 1 и 2), имеющего самую длинную свободную часть (между сходом с барабана и стыковочным кольцом). На это указывает признак $GR_{join1}=1$. Втягивание троса 2, начиная с 19-й сек, приводит к выравниванию на 114-й сек кольца СтМ и агрегатов стыкуемых КА. При выравнивании СтМ совместное вращение кулачков 1-го и 2-го барабанов прерывается вследствие нарастания относительной угловой скорости стягиваемых КА и появления слабину тросов, которая выбирается разводящими пружинами барабанов. На это указывают меняющиеся значения признаков их совместного вращения на рисунке 7.6.4.
- Сила, создаваемая приводом при выравнивании и стягивании СтА и КА, достаточна для преодоления сопротивления толкателей, электро и гидроразъемов при совмещении стыковочных плоскостей. Стягивание завершается на 550-й сек.

Для компьютерной визуализации результатов моделирования используется мнемосхема, которая, как и ранее, представляет собой три окна, объединенные в одну экранную форму. Для рассмотренного варианта она приведена на рисунке 7.6.5. В верхнем окне показывается относительное положение колец стыковочных агрегатов, платформа стыковочного механизма, численные значения кинематических параметров, сил и моментов, действующих на основание механизма; в среднем - состояние устройств СтМ для накопления энергии; в нижнем – графики изменения любых выбранных кинематических или динамических величин.

Для простоты реализации кольцо пассивного агрегата в верхнем окне движется относительно стыковочного механизма с неподвижным основанием. Для упрощения восприятия изображение пространственной сцены движение показано в трех фиксированных проекциях на плоскости X_bY_b , Y_bZ_b , X_bZ_b , образованные осями системы координат $X_bY_bZ_b$ основания стыковочного механизма.

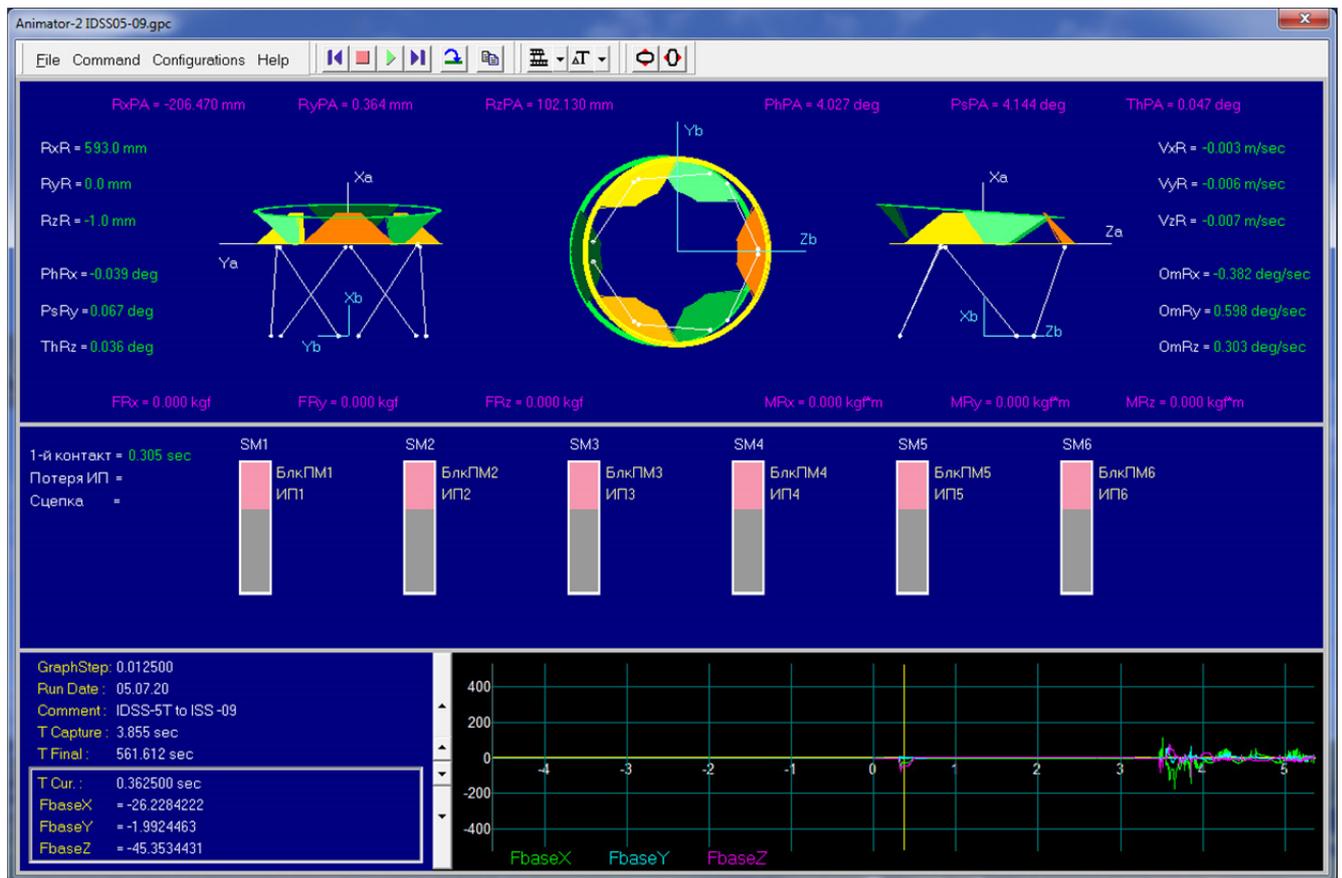


Рисунок 7.6.5. Динамическая мнемосхема, визуализирующая функционирование упруго-адаптивного периферийного СтМ

Направляющие выступы и стыковочное кольцо пассивного агрегата окрашены в различные тона зеленого цвета, а активного агрегата – в различные тона оранжевого. С активным кольцом связана система координат $X_aY_aZ_a$. Штанги стыковочного механизма и их шарниры показаны упрощенно белым цветом. В верхнем окне слева отображаются значения координат центра (переменные R_xR , R_yR , R_zR) и углы ориентации (переменные $PhRx$, $PsRy$, $ThRz$) кольца механизма относительно системы координат $X_bY_bZ_b$, а справа – значения его линейных и угловых скоростей (переменные V_xR , V_yR , V_zR и $OmRx$, $OmRy$, $OmRz$). В верхней части верхнего окна показываются значения компонент вектора из центра кольца пассивного агрегата в центр кольца механизма (переменные R_xPA , R_yPA , R_zPA) и углы ориентации кольца механизма относительно «пассивного» кольца (переменные $PhPA$, $PsPA$, $ThPA$). В нижней части верхнего окна отображаются значения сил и моментов (переменные F_{baseX} , F_{baseY} , F_{baseZ} и M_{baseX} , M_{baseY} ,

MbaseZ), действующих в основании стыковочного механизма на активный космический аппарат. Численные значения всех перечисленных выше параметров позволяют оценивать динамический процесс без построения соответствующих графиков, используя нижнее окно мнемосхемы для других величин.

В среднем окне шесть вертикальных прямоугольников показывают розовым цветом степень сжатия спиральных пружин ПМ1 – ПМ6 в устройствах аккумуляции энергии штанг. Минимальная степень сжатия соответствует выдвинутому, переднему положению штоков (верх прямоугольника), максимальная – сжатому, конечному положению (низ прямоугольника). Рядом с каждым прямоугольником справа указывается состояние устройства аккумуляции энергии – включение блокировки отдачи (признаки БлкПМ1 – БлкПМ6) и нахождение в исходном положении (признаки ИП1 – ИП6). В левой части окна отображаются времена наступления основных событий – первого контакта, потери исходного положения и сцепки. В нижней части среднего окна при включении привода устройства стягивания отображаются численное значение скорости вращения выходного вала (переменная OmDrive) и под каждой парой пружин штанг – значения угловых скоростей вращения кулачков барабанов для намотки тросов (переменные OmCamR1 – OmCamR3) только при их совместном вращении с кулачками редуктора (признаки GRjoin1 – Grjoin3).

Как и ранее, в левой части нижнего окна приведена справочная информация – шаг смещения графика по оси времени (изменяемый параметр GraphStep), дата выполнения моделирования (переменная Run Date), комментарии к варианту, время сцепки (переменная T capture) и время завершения моделирования (переменная T Final). Ниже в отдельной рамке отображаются численные значения текущего времени (переменная T Cur) и величин, соответствующих переменным – результатам моделирования, выбранным с помощью меню в верхней части экранной формы показано изменение силы, действующее в основании СтМ на активный КА). Графики изменения этих переменных смещаются по оси времени справа налево с заданным шагом. Текущее время обозначается в окне вертикальной желтой линией. Ему соответствуют численные значения параметров в рамке слева и

изображения во всех трех окнах экранной формы. Просмотр результатов может осуществляться в пошаговом режиме или в режиме «прокрутки» нажатием соответствующих управляющих клавиш.

Приведенные результаты показывают, что новый упруго-адаптивный периферийный СтМ, в отличие от механизмов NDS, IBDM и SXD, может обеспечить стыковку при большом числе параметров НУ, одновременно достигающих своих максимальных значений. Он также успешно выполняет стягивание СтА одним приводом. Тем не менее, существуют определенные сочетания экстремальных значений кинематических и инерционных параметров, в которых сцепка без использования силы «дожатия», создаваемой двигателями КА, невозможна. Проведенный анализ динамики стыковки показал, что наиболее критичными параметрами НУ являются максимальный боковой промах в сочетании с максимальной боковой скоростью в том же направлении. При их одновременном наличии датчики, указывающие на потерю первого контакта, срабатывают слишком рано, когда расстояние между стыковочными кольцами еще велико. Преждевременное выдвижение активного кольца вперед из ИП приводит к тому, что запас хода штанг (от ИП до ПП) становится недостаточным для совмещения плоскостей колец и сцепки. Это показывают графики на рисунке 7.6.6, которые соответствуют ранее рассмотренному варианту (рисунки 7.6.2 – 7.6.4), но с максимальным значением 0.04 м/сек боковой скорости (все параметры НУ и масса активного КА имеют экстремальные значения).

Критичные сочетания числа кинематических и инерционных параметров вследствие нелинейного характера контактного взаимодействия СтА выявляются только непосредственной их проверкой на основе многократного моделирования. Они соответствуют практически невероятным случаям, что указывает на хороший «запас устойчивости» нового СтМ к возможному нештатному сближению.

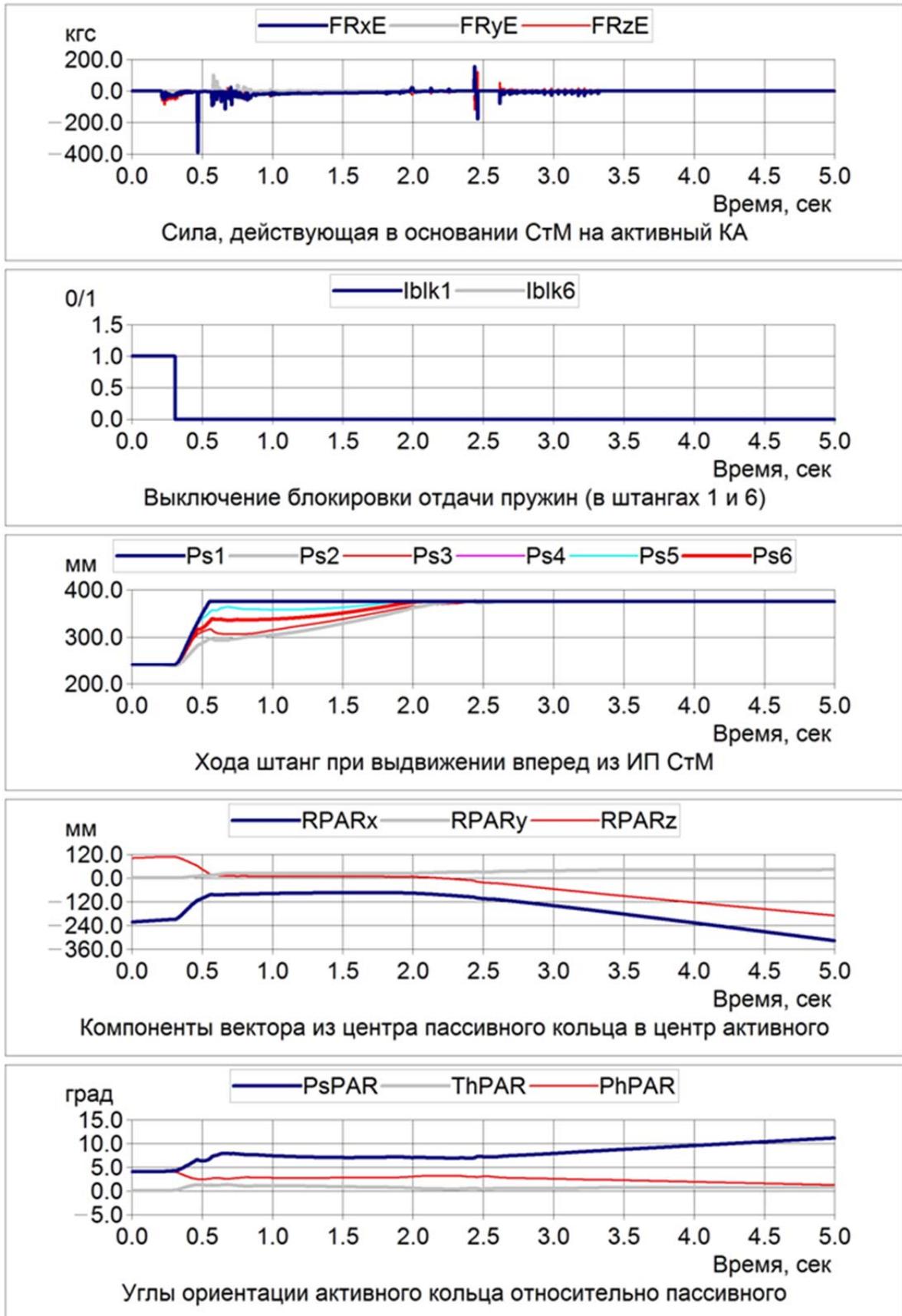


Рисунок 7.6.6. Преждевременное выдвигание кольца из ИП, нет сцепки

Выводы по главе 7

Предложен новый принцип функционирования и кинематическая схема упруго-адаптивного периферийного СтМ, который позволяет значительно расширить допустимый диапазон НУ стыковки, эффективно (с запасом) поглотить энергию сближения активного КА и обеспечить стягивание СтА только одним приводом. При этом кинематическая его схема, соответствующая классической платформе Гью-Стьюарта, значительно проще, чем у АПАС-89.

Разработана компьютерная модель динамики стыковки с использованием этого механизма. Она позволяет обеспечить анализ возможных кинематических и конструктивных ограничений на этапе его проектирования, сопровождение наземных динамических испытаний на 6-степенном стенде и в перспективе – сопровождение летных испытаний. Приведенные результаты показывают, что данный стыковочный механизм обладает достаточной энергоемкостью и в то же время обеспечивает сцепку даже при минимальной массе активного КА аппарата. Достаточно широкий допустимый диапазон НУ стыковки – промахов и скоростей в момент первого контакта агрегатов говорит о хорошей робастности СтМ. На кинематическую схему и конструкцию нового упруго-адаптивного периферийного механизма получено 2 патента РФ [255, 256].

Данная глава написана на основе публикаций [257-260, 262-265]. Анимация разработанной мнемосхемы доступна отдельно по ссылке:

<https://keldysh.ru/e-biblio/golubev/docking.mp4>

ГЛАВА VIII. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЧАЛИВАНИЯ КА

8.1 Спроектированные и реализованные операции причаливания

В 80-е годы XX-го века в первом полете второго экземпляра орбитального корабля (ОК) «Буран» предполагалось доставить на ОС «Мир» блок научной аппаратуры (рисунок 8.1.1). Корабль 1 должен был пристыковаться к одному из портов ОС 2, захватить своим бортовым манипулятором 3 блок научной аппаратуры 4, перенести его из отсека полезного груза к другому, соседнему порту и стыковать с ним. Перенос должен был выполняться в режиме автоматического управления по заранее заданной траектории, а стыковка – в полуавтоматическом режиме, под управлением человека-оператора, обеспечивающего точное наведение с помощью телекамеры и мишени.

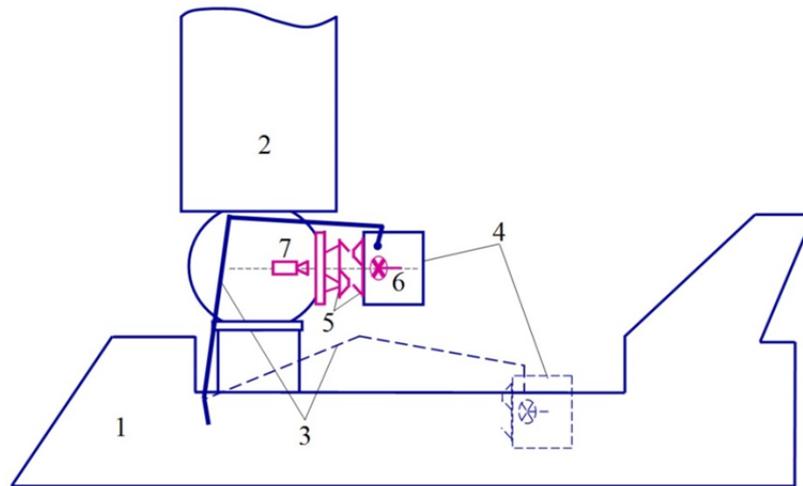


Рисунок 8.1.1. Упрощенная схема причаливания блока научной аппаратуры к ОС бортовым манипулятором ОК «Буран»

Стыковку в обоих случаях должны были обеспечивать периферийные СТА АПАС 5, у которых центральная часть является свободной. Поэтому мишень 6 для наведения устанавливалась вдоль продольной оси пассивного СТА на блоке научной аппаратуры, а телекамера 7 – вдоль продольной оси активного агрегата ОС.

Возможность выполнения такой операции необходимо было подтвердить экспериментально, с участием человека-оператора в контуре управления манипулятором, то есть в реальном времени. Использование для этого 6-степенного стенда было впервые предложено автором этой работы в 1989 г. Им была разработана упрощенная модель динамики МС «манипулятор - полезный груз» [266, 267]. Упрощения были введены, прежде всего, потому, что для управления стендом тогда использовался удаленно расположенный компьютер с относительно небольшим быстродействием. В модели ОС и состыкованной с ней ОК, обладающие большой инерцией, считались неподвижным основанием. Динамика перемещаемого полезного груза (ПГ) описывалась уравнениями Ньютона–Эйлера для твердого тела, а движение манипулятора – рекуррентными уравнениями с учетом инерции только приводов. Матрица жесткости исполнительного механизма и алгоритм управления, основанный на решении обратной задачи кинематики для скоростей, были предоставлены разработчиком манипулятора – ЦНИИ робототехники и технической кибернетики. Матрица демпфирования упругих колебаний механической системы вычислялась на основе экспертной интервальной оценки логарифмического декремента затухания. Расчет управляющих сигналов и интегрирование уравнений манипулятора и ПГ выполнялись в реальном времени. Телекамера, мишень, ручки управления и СтА были представлены реальными образцами.

В результате экспериментальной отработки причаливания с участием сертифицированных операторов после определенной тренировки сцепка, более сложная для периферийных СтА, была достигнута в результате управления, обеспечивающего последовательное срабатывание защелок. Тем самым доказана принципиальная возможность выполнения причаливания. Первый этап экспериментальной отработки завершился в июле 1991 г., но вскоре программа «Буран» была закрыта.

Первая реальная стыковка с использованием периферийных СтА АПАС и космического манипулятора была выполнена 14 ноября 1995 г. в полете STS-74

ОК Space Shuttle при доставке к ОС «Мир» стыковочного отсека (рисунок 8.1.2а). По оценке специалистов NASA и Rockwell Int., сила, развиваемая бортовым манипулятором 2 SRMS (Shuttle Remote Manipulation System) корабля 1, была недостаточной для обеспечения сцепки АПАС. Поэтому в полном объеме причаливание не выполнялось. Манипулятор перемещал стыковочный отсек 3 с пассивным агрегатом АПАС 4 в положение для стыковки, то есть перед активным агрегатом АПАС 5 на переходном тоннеле ОК, и расслаблял свои шарниры. Включались двигатели корабля, обеспечивая его быстрое движение в направлении стыковочного отсека и сцепку двух СтА. Далее выполнялась обычная процедура стыковки связки «ОК + стыковочный отсек» к ОС «Мир».

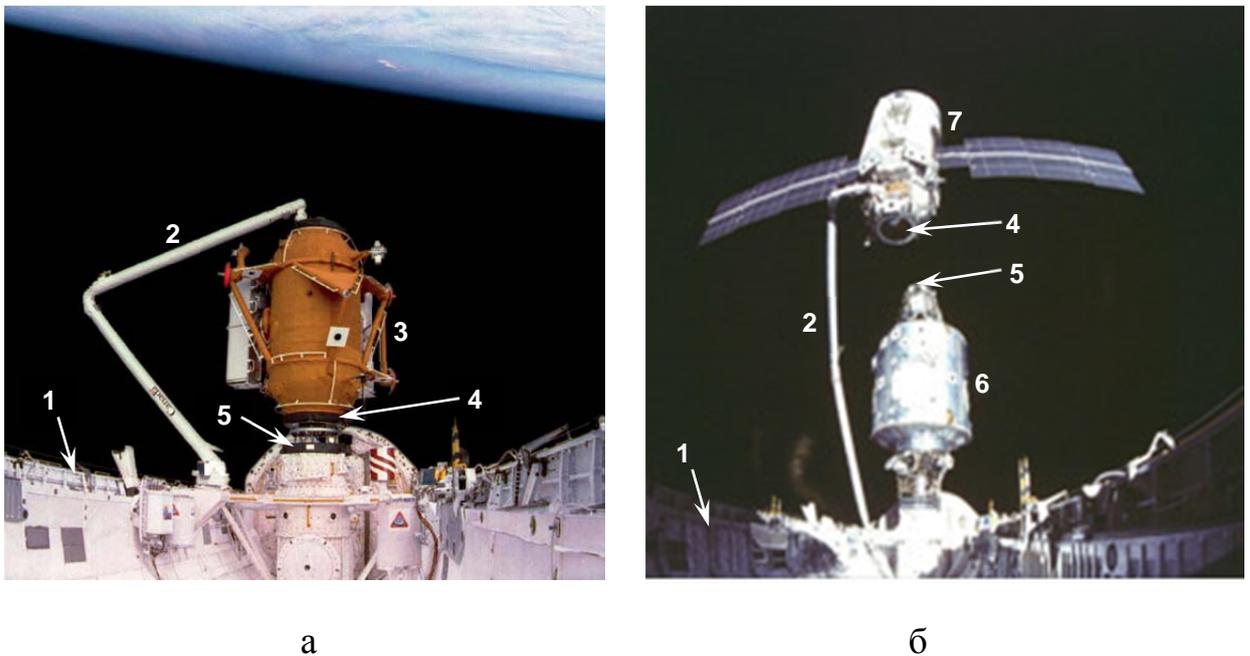


Рисунок 8.1.2. Подведение манипулятором SRMS в позицию для стыковки:

(а) стыковочного отсека к ОК Space Shuttle в полете STS-74;

(б) модуля ФГБ к связке ОК+NODE1 в полете STS-88.

В последующем подобная операция была выполнена дважды в полете STS-88 ОК Space Shuttle в течение 5-7 декабря 1998 г (рисунок 8.1.2б). Были соединены два первых модуля международной космической станции (МКС) – американский NODE1 (Узловой 1) и российский ФГБ (Функционально-Грузовой

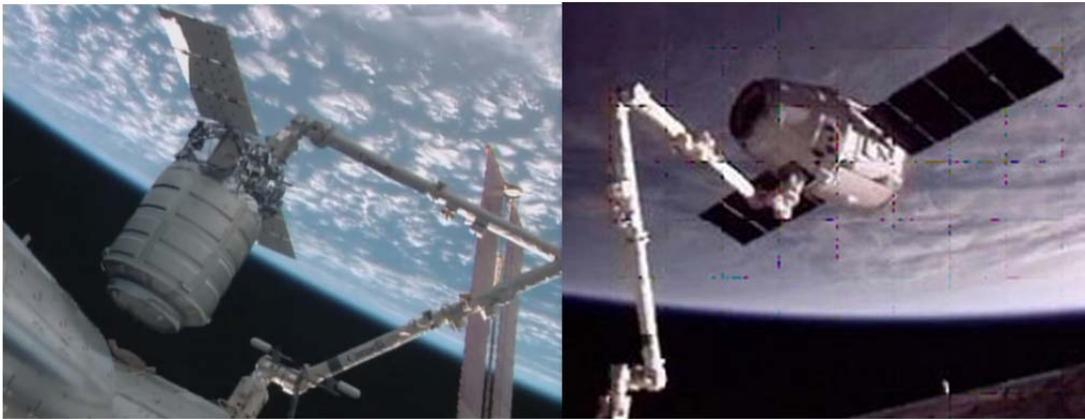
Блок). По уже отработанной схеме сначала модуль NODE1 (6) был установлен на стыковочный агрегат 5 ОК, а затем модуль ФГБ 7 – на «задний» стыковочный агрегат 5 модуля NODE1, такой же, как у Space Shuttle. Специалисты РКК «Энергия» для анализа динамики выполнения данных операций не привлекались.

В 1997 г. из-за предполагаемой задержки запуска Служебного модуля, необходимого для поднятия орбиты связки модулей ФГБ и NODE1, NASA инициировала работу по анализу возможности стыковки к ФГБ доставляемого ОК Space Shuttle космического аппарата ИСМ с двигательной установкой. Свободный порт модуля ФГБ был оснащен пассивным СтА системы типа «штырь-конус», который обеспечивал более легкие условия для сцепки, чем периферийные АПАС. Проводился двусторонний анализ данной операции при взаимном обмене исходными данными.

Специалисты NASA разрабатывали упрощенную модель взаимодействия СтА и использовали математический стенд реального времени SES (Software Engineering Simulator [39]). В РКК «Энергия» была разработана модель манипулятора и ПГ для гибридного моделирования операции на 6-степенном стенде с использованием реальных СтА [268]. Экспериментальная отработка описанной выше операции причаливания на 6-степенном стенде, выполненная летом 1998 г., показала, что сцепка успешно достигается даже при невысоком уровне тренированности оператора, управляющего манипулятором. В реальном полете данная операция не была реализована, так как Служебный модуль стартовал в соответствии с графиком.

Причаливание в полном объеме, без использования реактивных двигателей КА, в реальном полете было впервые выполнено в сентябре 2009 г. [269] (рисунок 8.1.3а). Японский грузовой корабль HTV был присоединен к МКС стационарным манипулятором SSRMS (Space Station Remote Manipulator System) с использованием агрегатов CBM (Common Berthing Mechanism) [36], специально разработанных для таких операций. Первое причаливание к МКС американского грузового

корабля SpaceX Dragon (рис. 1.1.9б) с использованием СВМ было выполнено 25 мая 2012 г. [270] (рисунок 8.1.3б).



а

б

Рис. 8.1.3 Захват и причаливание к МКС манипулятором SSRMS космических кораблей: (а) HTV, (б) Dragon

Агрегаты СВМ имеют направляющие элементы и очень простые механизмы без устройств демпфирования для образования первичной механической связи после совмещения стыковочных плоскостей. Из-за высокой жесткости их контакта гибридное моделирование причаливания связано с большими трудностями. Для отработки операции и тренировки операторов использовался математический стенд моделирования в реальном времени [38, 39].

Причаливание российского модуля МИМ1 (Малый Исследовательский Модуль 1) к МКС манипулятором SSRMS с использованием СтА центрального типа («штырь-конус») было успешно реализовано 18 мая 2010 г. в полете STS-132 корабля Space Shuttle к МКС. Уравнения движения механической системы «манипулятор-ПГ» для гибридного моделирования и результаты экспериментальной отработки этой операции рассматриваются далее.

Необходимо добавить, что СтА, соответствующие международному стандарту IDSS, должны выполнять не только стыковку, но и причаливание КА. Экспериментальную отработку этих операций обеспечивает гибридное моделирование.

8.2 Математическая модель механической системы «манипулятор - полезный груз»

Управление манипулятором. В данной модели предполагается, что причаливание КА производится дистанционно управляемым манипулятором SSRMS МКС (рисунок 8.2.1). Станция 1 читается неподвижным основанием, так как ее масса более, чем на два порядка превышает массу манипулятора 2 и переносимого КА 3 (далее для краткости – ПГ). Исполнительный механизм (ИМ) манипулятора имеет симметричную кинематическую схему и одинаковые приводы во всех шарнирах. Звено с номером 0 соединяет первый шарнир с основанием. В месте этого соединения (корне ИМ) располагается СК $X_R Y_R Z_R$. В процессе перемещения ПГ первый его шарнир фиксируется и используется шесть из семи его степеней подвижности.

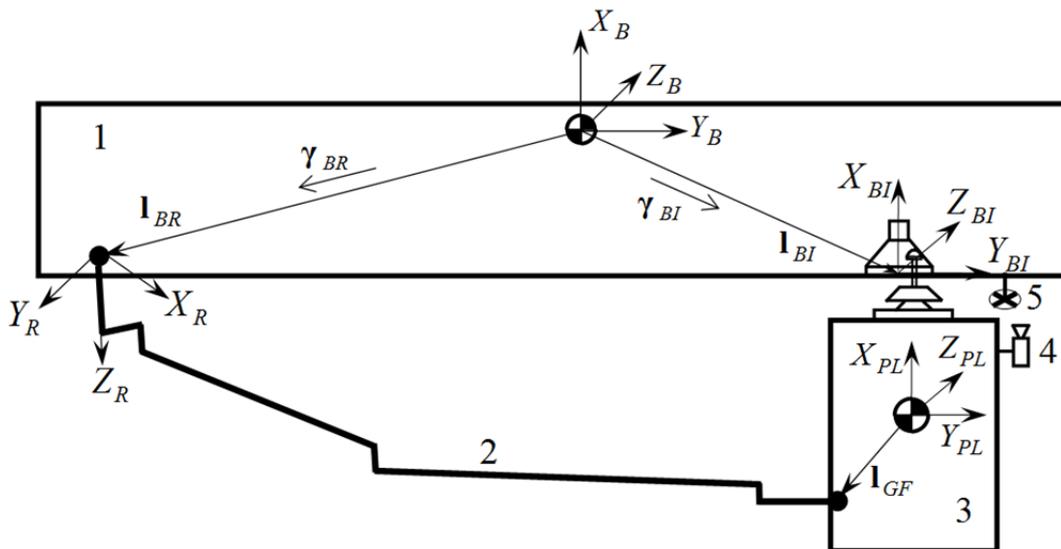


Рисунок 8.2.1. Схема выполнения операции причаливания

Перенос ПГ в зону причаливания осуществляется в автоматическом режиме по заранее рассчитанной траектории, гарантирующей достаточное его удаление (как и звеньев манипулятора) от поверхности станции. При окончательном выравнивании и сближении вплоть до сцепки манипулятором управляет человек-оператор в полуавтоматическом режиме. Он наблюдает с помощью телекамеры 4

изображение мишени 5 (прямое наблюдение невозможно) и на его основе задает значения требуемых линейных и угловых скоростей ПГ в системе координат телекамеры. Сигналы с рукояток и команды с пульта управления оператора поступают в бортовой компьютер, который преобразует их в цифровые коды требуемых скоростей для приводов. Алгоритм преобразования основан на решении линейной обратной кинематической задачи для скоростей и учитывает текущие ограничения на конфигурацию манипулятора, контроль которой осуществляется по информации с датчиков скорости и углового положения приводов манипулятора. Обобщенная структурная схема системы управления манипулятором в полуавтоматическом режиме приведена на рисунке 8.2.2.

Каждый привод имеет цифровой регулятор скорости, двигатель с редуктором, датчик углового положения и тахометр для обеспечения обратной связи по скорости. Код ϕ_c требуемой скорости привода подается на вход его цифрового регулятора, который имеет внешний и внутренний контуры обратной связи по скорости, а также контур ограничения управляющего сигнала по току I (то есть по развиваемому двигателем моменту m_j). Период обновления информации в фильтре внешнего контура составляет 8 мсек, а в фильтре внутреннего контура – 0.5 мсек. С таким же интервалом управляющее напряжение V_m подается на электродвигатель постоянного тока. Коэффициенты усиления K_{oi} и K_{op} во внешнем контуре могут быть изменены в зависимости от массы переносимого полезного груза. В цифровом регуляторе формируется также значение $T_{m,max}$ максимально допустимого момента в виде максимального значения тока I_{max} , который подается во внутренний контур регулирования и соответственно в схему управления электродвигателем, и флаг F_{FB} , указывающий на наличие или отсутствие в электрической машине генераторного режима. Код ϕ_{oi} фактической скорости формируется во внешнем контуре регулирования, а код q_c угла поворота звена манипулятора снимается с датчика, установленного на выходном валу редуктора. Обмен информацией бортового компьютера с приводами осуществляется через блок

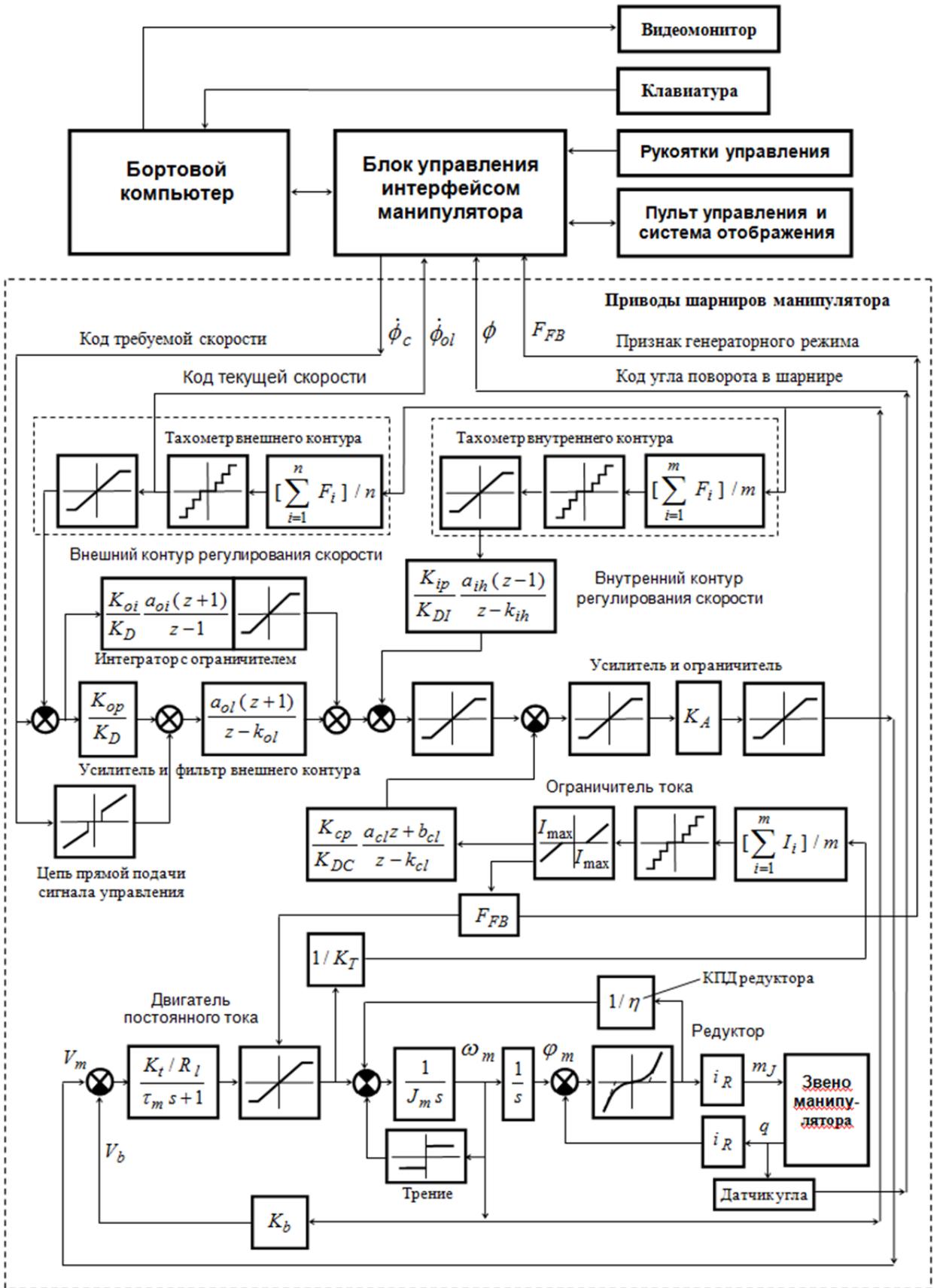


Рисунок 8.2.2. Обобщенная схема системы управления манипулятором

управления интерфейсом каждые 8 мсек, что соответствует такту работы внешнего контура регулирования приводов.

Манипуляторы SSRMS и SRMS имеют одинаковые рукоятки управления, похожие алгоритмы полуавтоматического управления, одинаковую структуру цифровых регуляторов и одинаковую кинематику редукторов приводов. Поэтому при разработке модели SSRMS помимо описания [271] максимально использовались справочник [272] и описание программных процедур управления [273] SRMS, предоставленные ранее NASA во время работы по анализу причаливания КА ICM к модулю ФГБ. Параметры приводов SSRMS были взяты такими же, как у самого мощного привода SRMS в его первом шарнире.

Редукторы SSRMS, как и всех космических манипуляторов, использующих компактные высокооборотные электродвигатели, имеют большие передаточные отношения i_R , что значительно ослабляет динамическое воздействие на приводы со стороны звеньев и переносимого ПГ. Момент $T_j(\delta) = g(\delta) \text{sign } \delta$ сопротивления на входе редуктора определяется его люфтом и жесткостью и приближенно описывается нелинейной функцией параметра $\delta = \varphi_m - \varphi_n$

$$g(\delta) = \begin{cases} \frac{T_\Delta}{B_L^2} \delta^2, & \text{если } \delta < B_L; \\ k_g (|\delta| - B_L) + T_\Delta, & \text{если } \delta > B_L; \end{cases} \quad (8.2.1)$$

где φ_m – угол поворота вала электродвигателя; φ_n – угол поворота входного вала редуктора; T_Δ, B_L – момент и угол поворота вала редуктора при полной выработке люфта; k_g – жесткость редуктора.

Программа, реализующая алгоритм функционирования цифровых регуляторов была разработана на основе их разностных уравнений, содержащихся в [273] и являющихся детализацией схемы на рисунке 8.2.2.

Алгоритм расчета требуемых скоростей в шарнирах SSRMS по сигналам рукояток управления с учетом обхода сингулярных конфигураций и наличием кинематических зон торможения в шарнирах был разработан автором самостоя-

тельно с использованием [273] и опыта работы по отработке причаливания с помощью бортового манипулятора корабля «Буран».

Основные особенности математической модели причаливания. Податливость исполнительного механизма (ИМ) космического манипулятора определяется люфтами в редукторах и упругими деформациями звеньев. Высокочастотные колебания звеньев вследствие их упругих деформаций практически не оказывают влияния на движение ПГ большой массы при его переносе. Поэтому с учетом отмеченных ранее особенностей методов моделирования ИМ космических манипуляторов для этого случая разработаны новые уравнения движения, основанные на следующих положениях.

- Инерция всех звеньев ИМ как системы твердых тел учитывается, даже если масса ПГ намного превосходит суммарную массу манипулятора. Это позволяет описать динамику электромеханической системы с люфтами.
- Матрица жесткости ИМ, имеющая размерность (6×6) , описывает статическую деформацию его звеньев. Вместе с тензором инерции ПГ она определяет частоты его колебаний 6-степенного осциллятора, параметры демпфирования которого рассчитываются на основе оценки логарифмического декремента затухания.
- В такой расчетной схеме, которая не приводит к высокочастотным колебаниям ИМ, люфты в редукторах могут быть не выбранными только при малых моментах нагрузки, то есть при слабо деформированных звеньях, когда силами и моментами, вычисляемыми с помощью матриц жесткости и демпфирования можно пренебречь. Таким образом, вклад люфтов и деформаций звеньев в податливость ИМ можно рассматривать независимо.
- Электродвигатели и редукторы приводов с учетом приведенных динамических параметров звеньев описываются линеаризованными дифференциальными уравнениями. Линейный неявный метод интегрирования обеспечивает устойчивость их численного решения даже при большой жесткости редукторов (при выбранных люфтах);

- Приведение моментов инерции, инерционных и активных моментов к осям вращения приводов шарниров, расчет движения по углам, угловым скоростям и ускорениям в шарнирах, полученным из решения уравнений динамики приводов, выполняется по модифицированному алгоритму сочлененного тела (который обычно не совместим со схемой неявного интегрирования). Большие передаточные отношения редукторов и малая скорость движения ИМ позволяют приближенно считать инерционные и активные моменты постоянными на очередном шаге интегрирования уравнений привода.

Все эти особенности позволяют рассчитать движение механической системы наиболее экономичным способом, при котором обеспечивается достаточный запас времени на реализацию управления гибридным динамическим стендом.

При составлении УД используются показанные на рисунке 8.2.1 системы координат (СК) $X_B Y_B Z_B$ основания и $X_{PL} Y_{PL} Z_{PL}$ полезного груза. С корнем манипулятора связана система координат $X_R Y_R Z_R$. Ее положение и ориентация относительно $X_B Y_B Z_B$ задается постоянным вектором \mathbf{I}_{BR} и матрицей направляющих косинусов γ_{BR} . Со стыковочными агрегатами на основании и на ПГ связаны СК $X_{BI} Y_{BI} Z_{BI}$ и $X_{PI} Y_{PI} Z_{PI}$. Их положение и ориентация относительно $X_B Y_B Z_B$ и $X_{PL} Y_{PL} Z_{PL}$ определяются соответственно постоянными векторами \mathbf{I}_{BI} , \mathbf{I}_{PI} и матрицами и γ_{BI} , γ_{PI} .

Сила $\mathbf{f}_C^{(BI)}$ и момент $\mathbf{m}_C^{(BI)}$ контактного взаимодействия определяются системой измерений гибридного стенда в виде проекций на оси $X_{BI} Y_{BI} Z_{BI}$, и приводятся к системе координат $X_B Y_B Z_B$

$$\mathbf{f}_C^{(B)} = \gamma_{BI}^T \mathbf{f}_C^{(BI)}, \quad \mathbf{m}_C^{(B)} = \gamma_{BI}^T \mathbf{m}_C^{(BI)}, \quad (8.2.2)$$

Уравнения динамики ИМ с недеформируемыми звеньями. Динамика ИМ как системы твердых тел со структурой простой кинематической цепи рассчитывается по рекуррентному алгоритму сочлененного тела, описанному в главе 2 (раздел 2.5) при обозначениях, введенных в главе 2.

В алгоритме сочлененного тела соотношение (2.5.8) для вращательного шарнира ($r_j^J = 1$) с учетом (2.5.6) может быть переписано в виде

$$I_j^* \ddot{q}_j = m_j^{IA} + m_j^J,$$

где

$$m_j^{IA} = -\mathbf{R}_j^{rel T} (\mathbf{M}_{tr,j}^{\Sigma T} \dot{\mathbf{v}}_j^{tr} + \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma} \dot{\boldsymbol{\omega}}_j^{tr}) + \mathbf{R}_j^{rel T} \mathbf{m}_j^{\Sigma}, \quad (8.2.3)$$

- суммарный момент инерционных и активных сил, действующий на выходной вал редуктора привода со стороны j -го и всех последующих тел; m_j^J – момент, развиваемый приводом на выходе его редуктора; I_j^* – момент инерции текущего тела и всех последующих за ним тел, приведенный к оси j -го шарнира и определяемый соотношением (2.5.2); все остальные обозначения введены в главе 2.

Управляющий момент $m_{J,j}$ является результатом угловой деформации вала редуктора, поэтому расчетная схема электромеханической системы привода строится по 2-х массовой схеме – уравнения динамики электродвигателя и редуктора являются автономными. Жесткость дифференциальных уравнений обуславливает необходимость применения неявного метода интегрирования, который для реализации в реальном времени должен быть линейным. Допустимость применения линейного метода определяется также тем, что вследствие больших передаточных отношений движение звеньев манипулятора являются значительно более медленными, чем скорости изменения деформаций входного вала редуктора. Это позволяет считать постоянными в течение очередного шага интегрирования добавляемые к уравнениям j -го редуктора момент инерции I_j^* и момент m_j^{IA} приведенной инерционной и активной нагрузки j -го звена. Интегрирование уравнений движения электромеханической системы привода осуществляется неявным методом Эйлера.

Если в электродвигателе постоянного тока j -го привода отсутствует насыщение электромагнитного момента ($V_{m,j} < V_{m,j}^{\max}$), то его вращение определяется уравнениями равновесия моментов, которые в форме Коши имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{m,j} = \frac{1}{J_{m,j}} (T_{m,j} - T_{f,j} - T_{g,j}^*); \\ \dot{\varphi}_{m,j} = \omega_{m,j}; \\ \dot{T}_{m,j} = \frac{1}{\tau_j} [-T_{m,j} + \frac{K_{T,j}}{R_{L,j}} (V_{m,j} - K_{B,j} \omega_{m,j})]; \end{cases} \quad (8.2.4)$$

где $J_{m,j}$ – момент инерции якоря; $T_{m,j}$, $T_{f,j}$, $T_{g,j}^*$ – моменты электромагнитный, трения на валу и нагрузки от редуктора привода с учетом его к.п.д (см. (8.2.6)). (трение на шаге интегрирования полагается постоянным); τ_j – электромагнитная постоянная двигателя; $K_{T,j}$, $R_{L,j}$, $K_{B,j}$ – коэффициент передачи по моменту, сопротивление обмотки ротора и коэффициент противо-ЭДС соответственно; $V_{m,j}$, $\omega_{m,j}$, $\varphi_{m,j}$ – входное напряжение, угловая скорость и угол поворота выходного вала электродвигателя.

Уравнения метода Эйлера в матричной записи для (8.2.4) имеют вид

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{h}{J_{m,j}} \\ -h & 1 & 0 \\ \frac{h}{\tau_{m,j}} & \frac{K_{T,j} K_{B,j}}{R_{L,j}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{m,j}(t+h) \\ \varphi_{m,j}(t+h) \\ T_{m,j}(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{m,1} \\ \varphi_{m,j}(t) \\ b_{m,3} \end{bmatrix},$$

и решаются методом Крамера

$$\omega_{m,j}(t+h) = \Delta_{m,1} / \Delta_{m,0}, \quad \varphi_{m,j}(t+h) = \Delta_{m,2} / \Delta_{m,0}, \quad T_{m,j}(t+h) = \Delta_{m,3} / \Delta_{m,0},$$

$$\text{где } b_{m,1} = \omega_{m,j}(t) - \frac{h}{J_{m,j}} [T_{f,j} + T_{g,j}], \quad b_{m,3} = T_{m,j}(t) + \frac{h}{\tau_{m,j}} \frac{K_{T,j}}{R_{L,j}} V_{m,j}(t+h),$$

$$\Delta_{m,0} = 1 + \frac{h}{\tau_{m,j}} \left(1 + \frac{h}{J_{m,j}} \frac{K_{T,j} K_{B,j}}{R_{L,j}} \right), \quad \Delta_{m,1} = b_{m,1} \left(1 + \frac{h}{\tau_{m,j}} \right) + b_{m,3} \frac{h}{J_{m,j}},$$

$$\Delta_{m,2} = \left(1 + \frac{h}{\tau_{m,j}} \right) [\varphi_{m,j}(t) + h b_{m,1}] + \frac{h}{J_{m,j}} [h b_{m,3} + \varphi_{m,j}(t) \frac{h}{\tau_{m,j}} \frac{K_{T,j} K_{B,j}}{R_{L,j}}],$$

$$\Delta_{m,3} = b_{m,3} - b_{m,1} \frac{h}{\tau_{m,j}} \frac{K_{T,j} K_{B,j}}{R_{L,j}}.$$

При насыщении электромагнитного момента ($V_{m,j} \geq V_{m,j}^{\max}$, $T_{m,j} = T_{m,j}^{\max}$) уравнения неявного метода Эйлера для электродвигателя

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{m,j}(t+h) \\ \varphi_{m,j}(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{m,j}(t) - \frac{h}{J_{m,j}} [T_{f,j} + T_{g,j}] \\ \varphi_{m,j}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{m,1} \\ \varphi_{m,j}(t) \end{bmatrix}$$

имеют решение

$$\omega_{m,j}(t+h) = \Delta_{m,1} / \Delta_{m,0}, \quad \varphi_{m,j}(t+h) = \Delta_{m,2} / \Delta_{m,0},$$

где $\Delta_{m,0} = 1$; $\Delta_{m,1} = b_{m,1}$; $\Delta_{m,2} = \varphi_{m,j}(t) + h b_{m,1}$.

При составлении уравнений движения редуктора определяемая соотношением (8.2.1) функция $T_j(\delta)$ линеаризуется относительно текущего значения момента $T_j(\delta(t))$ на предшествующем шаге. Это позволяет применить линейный неявный метод интегрирования. Уравнения движения редуктора, приведенные к его входному валу, в форме Коши имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_j = \frac{1}{J_{g,j}^*} [b_j^* + M_j(\delta(t)) + k_{g,j}(\varphi_{m,j} - \varphi_j) + c_{g,j}(\omega_{m,j} - \omega_j)] \\ \dot{\varphi}_j = \omega_j \end{cases}, \quad (8.2.5)$$

$$\text{где } k_{g,j}(\delta_j) = \frac{\partial T_j(\delta)}{\partial \delta} = \begin{cases} 2 \left(\frac{T_{\Delta}}{B_L^2} \right) \delta, & \text{если } \delta \leq B_L; \\ k_{g,j} = \text{const}, & \text{если } \delta > B_L; \end{cases}$$

$J_{g,j}^* = J_{g,j} + I_j^* / i_R^2$ – скорректированный момент инерции редуктора;
 $b_j^* = m_j^{IA} / i_R$ – приведенный к его входному валу момент инерционной и активной нагрузки; I_j^* и $b_{R,j}$ определяются соотношениями (2.5.2) и (8.2.3); i_R – коэффициент передачи редуктора; $k_{g,j}, c_{g,j}$ – коэффициенты жесткости и демпфирования его вала.

Уравнения метода Эйлера в матричной записи для (8.2.5) имеют вид

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{hc_{g,j}}{J_{g,j}^*} & \frac{hk_{g,j}}{J_{g,j}^*} \\ -h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_j(t+h) \\ \varphi_j(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{g,1} \\ \varphi_j(t) \end{bmatrix},$$

и решаются методом Крамера

$$\omega_j(t+h) = \omega_j = \Delta_{g,1} / \Delta_{g,0},$$

$$\varphi_j(t+h) = \varphi_j = \Delta_{g,2} / \Delta_{g,0},$$

где $b_{g,1} = \omega_j(t) + \frac{h}{J_{g,j}^*} [b_j^* + M_j(\delta(t)) + k_{g,j} \varphi_{m,j}(t+h) + c_{g,j} \omega_{m,j}(t+h)]$,

$$\Delta_{g,0} = 1 + \frac{h}{J_{g,j}^*} (c_{g,j} + hk_{g,j}), \quad \Delta_{g,1} = b_{g,1} - \frac{hk_{g,j}}{J_{g,j}^*} \varphi_j(t),$$

$$\Delta_{g,2} = \varphi_j(t) \left(1 + \frac{hc_{g,j}}{J_{g,j}^*} \right) + hb_{g,1}.$$

Шаг интегрирования уравнений движения электродвигателя и редуктора равен периоду обновления информации во внутреннем контуре цифрового регулятора и составляет 0.5 мсек.

Момент на входе редуктора без учета его КПД η_j

$$T_{g,j}(t+h) = T_j(\delta(t)) + k_{g,j} [\varphi_{m,j}(t+h) - \varphi_j(t+h)] + c_{g,j} [\omega_{m,j}(t+h) - \omega_j(t+h)]$$

определяет момент нагрузки, который преодолевает электродвигатель на следующем шаге интегрирования

$$T_{g,j}^*(t+h) = T_{g,j}(t+h) / \eta_j. \quad (8.2.6)$$

Активный момент на выходном валу редуктора, действующий и на j -е, и на предшествующее $(j-1)$ -е звенья манипулятора,

$$m_{J,j}(t+h) = i_R T_{g,j}(t+h)$$

используется в соотношении (2.5.6) алгоритма сочлененного тела на следующем шаге интегрирования.

Из решения уравнения движения редуктора определяются угловая скорость и положение жестко соединенного с ним j -го звена манипулятора, то есть обобщенные скорость и положение в j -м шарнире

$$\dot{q}_j(t+h) = \omega_j(t+h) / i_R, \quad q_j(t+h) = \varphi_j(t+h) / i_R.$$

Обобщенное ускорение

$$\ddot{q}_j(t+h) = \frac{1}{J_{g,j}^*} [m_j^{IA} + m_{J,j}(t+h)]$$

используется во втором прямом рекуррентном процессе алгоритма сочлененного тела (соотношение (2.5.9)) на этом же шаге интегрирования для определения линейных составляющих абсолютных ускорений $\dot{\omega}_j^{tr}$ и \dot{v}_j^{tr} j -го звена, которые определяют обобщенные ускорения следующего, $(j+1)$ -го звена манипулятора. Все приведенные выше соотношения, начиная с (8.2.3) вычисляются вместо (2.5.8).

Вычисление матрицы жесткости ИМ. Распределенные упругие свойства каждого звена ИМ описываются последовательностью его деформируемых и недеформируемых сегментов нулевой массы, в пределах которых коэффициенты изгибной и крутильной жесткости полагаются постоянными. Вследствие последовательного соединения сила и момент, приложенные к концу цепи, однозначно определяют силу и момент, действующие на конец каждого отдельного сегмента и соответственно его деформацию. Суммирование деформаций отдельных сегментов позволяет определить обусловленные ими линейные и угловые перемеще-

ния конечной точки ИМ, к которой прикладывается сила и момент. Поочередное задание шести компонент силы и момента, действующих на конец цепи, позволяет вычислить (6×6) – матрицу податливости ИМ (без учета люфтов редукторов), в результате обращения которой получается приведенная к концу цепи матрица жесткости.

Три типа сегментов – балочный, твердотельный с сосредоточенной угловой жесткостью и недеформируемый используются в модели, описывающей упругие свойства звеньев. Допускается произвольное их сочетание, каждый из них имеет локальную СК, соответствующую его невозмущенному положению. В сегменте второго типа угловые деформации моделируются углами поворота в фиктивном шарнире, расположенном в его исходной точке. Абсолютно жесткий сегмент используется для описания недеформируемых сегментов конечных размеров и произвольной формы и позволяет более точно рассчитать матрицу податливости. Допускается произвольное сочетание элементов при описании деформаций звеньев, каждый из них имеет свою локальную систему координат, соответствующую его невозмущенному положению. Балочный сегмент ориентирован вдоль одной из осей этой системы, его размеры относительно других осей не учитываются. Твердотельный и недеформируемый сегменты могут иметь произвольную геометрию.

Каждое j – е ($j = \overline{0, N}$) звено представляется последовательностью сегментов $S_{j,k}$, $k = \overline{1, n_j}$. Первый сегмент $S_{0,1}$ нулевого звена и последний сегмент S_{N,n_N} последнего звена являются твердотельными и имеют нулевую длину. Они описывают угловые деформации в соединениях «основание – нулевое звено» и «схват – ТЭ». Источником деформации очередного j – го звена являются сила $\mathbf{f}^{(j, n_j)}$ и момент $\mathbf{m}_{j, n_j}^{(j, n_j)}$, действующие на конце его последнего сегмента S_{j, n_j} . Индексы в скобках вверху указывают на локальную СК недеформированного сегмента. На конце очередного k – го сегмента j – го звена действуют преобразованные в его локальную СК эта же сила на конце звена и момент реакции, скорректированный с учетом возрастания плеча действия этой силы. Конечной точке сегмента в его

недеформированном состоянии соответствует постоянный вектор $\mathbf{l}_{j,k}^{(j,k)}$. В результате действия внешней силы $\mathbf{f}^{(j,k)} = [f_x^{(j,k)}, f_y^{(j,k)}, f_z^{(j,k)}]^T$ или момента $\mathbf{m}_{j,k}^{(j,k)} = [m_{j,k,x}^{(j,k)}, m_{j,k,y}^{(j,k)}, m_{j,k,z}^{(j,k)}]^T$ конец сегмента $S_{j,k}$ смещается на величину $\Delta \mathbf{l}_{j,k}^{(j,k)}$ и поворачивается на углы $\Delta \varphi_{j,k} = [\Delta \varphi_{j,k}^x, \Delta \varphi_{j,k}^y, \Delta \varphi_{j,k}^z]^T$, которым соответствует матрица преобразования $\boldsymbol{\theta}_{j,k}$ из системы координат его недеформированного состояния в систему координат следующего, $(k+1)$ -го сегмента.

При расчете матрицы податливости ИМ предполагается, что в СК $X_E Y_E Z_E$, то есть на конце сегмента S_{N,n_N} , действует сила $\mathbf{f}^{(N,n_N)} = \mathbf{f}^E$ или момент $\mathbf{m}_{N,n_N}^{(N,n_N)} = \mathbf{m}^E$ только с одной ненулевой компонентой, равной по модулю единице. В обратном порядке, от последнего звена к основанию (сегменту $S_{0,1}$), последовательно вычисляются деформации каждого сегмента каждого звена. При переходе от очередного звена к предшествующему учитывается их относительная ориентация, определяемая углом поворота (матрицей $\boldsymbol{\beta}_{j+1}$ преобразования поворота) в соединяющем их шарнире без учета люфтов в редукторе.

$$\Delta \mathbf{l}_{j,k}^{(j,k)} = \boldsymbol{\Psi}1_{j,k} \mathbf{f}^{(j,k)} + \boldsymbol{\Psi}2_{j,k} \mathbf{m}_{j,k}^{(j,k)}, \quad j \in \overline{N, 0}, \quad k \in \overline{n_j, 1};$$

$$\Delta \varphi_{j,k} = \boldsymbol{\Psi}3_{j,k} \mathbf{f}^{(j,k)} + \boldsymbol{\Psi}4_{j,k} \mathbf{m}_{j,k}^{(j,k)}, \quad j \in \overline{N, 0}, \quad k \in \overline{n_j, 1};$$

$$\boldsymbol{\theta}_{j,k} = \boldsymbol{\theta}_{j,k}(\Delta \varphi_{j,k}), \quad \mathbf{f}^{(j,k-1)} = \boldsymbol{\theta}_{j,k}^T \mathbf{f}^{(j,k)}, \quad j \in \overline{N, 0}, \quad k \in \overline{n_j, 1};$$

$$\mathbf{f}^{(j,k-1)} = \boldsymbol{\theta}_{j,k}^T \mathbf{f}^{(j,k)}, \quad j \in \overline{N, 0}, \quad k \in \overline{n_j, 2};$$

$$\mathbf{m}_{j,k}^{(j,k-1)} = \boldsymbol{\theta}_{j,k}^T (\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{j,k}^{(j,k)} \mathbf{f}^{(j,k)} + \mathbf{m}_{j,k}^{(j,k)}), \quad j \in \overline{N, 0}, \quad k \in \overline{n_j, 2};$$

$$\mathbf{f}^{(j-1,n_{j-1})} = \boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{f}^{(j,1)}, \quad \mathbf{m}_{j-1,n_{j-1}}^{(j-1,n_{j-1})} = \boldsymbol{\beta}_j^T \mathbf{m}_{j,1}^{(j,1)} + \mathbf{l}_{j,n_j} \mathbf{f}^{(j-1,n_{j-1})}, \quad j \in \overline{N, 1};$$

где $\boldsymbol{\Psi}1_{j,k}$, $\boldsymbol{\Psi}2_{j,k}$, $\boldsymbol{\Psi}3_{j,k}$, $\boldsymbol{\Psi}4_{j,k}$ – постоянные (3×3) -матрицы.

Если сегмент ориентирован вдоль продольной оси $X_{j,k}$ (рисунок 8.2.3), то

$$\Psi_{1,j,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{1,j,k} & 0 \\ 0 & 0 & c_{1,j,k} \end{bmatrix}, \quad \Psi_{2,j,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{2,j,k} \\ 0 & -c_{2,j,k} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{3,j,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{2,j,k} \\ 0 & c_{2,j,k} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Psi_{4,j,k} = \begin{bmatrix} c_{3,j,k} & 0 & 0 \\ 0 & c_{4,j,k} & 0 \\ 0 & 0 & c_{4,j,k} \end{bmatrix}.$$

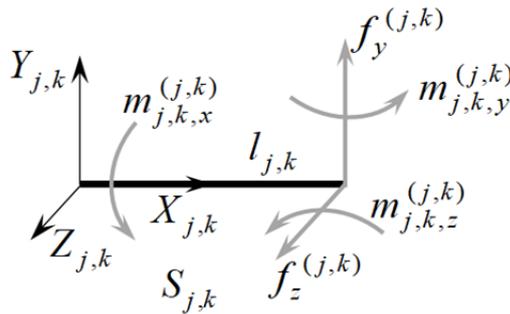


Рисунок 8.2.3. Силы и моменты, действующие на сегмент

В этом случае для балочного сегмента в соответствии с теорией кручения и изгиба стержней [241]

$$c_{1,j,k} = \frac{l_{j,k}^3}{3EJ_{j,k}}, \quad c_{2,j,k} = \frac{l_{j,k}^2}{2EJ_{j,k}}, \quad c_{3,j,k} = \frac{1}{GJ_{j,k}^p}, \quad c_{4,j,k} = \frac{l_{j,k}}{EJ_{j,k}},$$

для твердотельного сегмента

$$c_{1,j,k} = \frac{l_{j,k}^2}{k_{yz}^b}, \quad c_{2,j,k} = \frac{l_{j,k}}{k_{yz}^b}, \quad c_{3,j,k} = \frac{1}{k_x^t}, \quad c_{4,j,k} = \frac{l_{j,k}}{k_{yz}^b},$$

где $GJ_{j,k}^p$ – жесткость сегмента на кручение, $EJ_{j,k}^x$ – жесткость сегмента на изгиб; k_{yz}^b – жесткость в фиктивном шарнире на изгиб; k_x^t – жесткость в фиктивном шарнире на кручение.

Для недеформируемого сегмента матрицы $\Psi_{1,j,k}$, $\Psi_{2,j,k}$, $\Psi_{3,j,k}$, $\Psi_{4,j,k}$ являются нулевыми.

Одновременно с расчетом деформаций относительно СК каждого недеформированного КЭ вычисляются обусловленные ими суммарные угловые и линейные перемещения СК $X_E Y_E Z_E$ конечной точки ИМ, в которой задаются сила или момент. Угловые перемещения описываются матрицами преобразования из СК недеформированных сегментов в СК $X_E Y_E Z_E$ конечной точки ИМ деформированного ИМ

$$\sigma_{N, n_N} = \theta_{N, n_N};$$

$$\sigma_{j, k-1} = \sigma_{j, k} \theta_{j, k-1}, \quad j = \overline{N, 0}; \quad k = \overline{n_j, 2};$$

$$\sigma_{j-1, n_{j-1}} = \sigma_{j, 1} \beta_j \theta_{j, n_{j-1}}, \quad j = \overline{N, 1};$$

а линейные перемещения – векторами из СК недеформированных сегментов в СК $X_E Y_E Z_E$ конечной точки деформированного ИМ

$$\mathbf{r}_E^{(N, n_N)} = \mathbf{l}_{N, n_N}^{(N, n_N)} + \Delta \mathbf{l}_{N, n_N}^{(N, n_N)};$$

$$\mathbf{r}_E^{(j, k-1)} = \mathbf{l}_{j, k-1}^{(j, k-1)} + \Delta \mathbf{l}_{j, k-1}^{(j, k-1)} + \sigma_{j, k}^T \mathbf{r}_E^{(j, k)}, \quad j = \overline{N, 0}; \quad k = \overline{n_j, 2};$$

$$\mathbf{r}_E^{(j-1, n_{j-1})} = \mathbf{l}_{j-1, n_{j-1}}^{(j-1, n_{j-1})} + \Delta \mathbf{l}_{j-1, n_{j-1}}^{(j-1, n_{j-1})} + \beta_j^T \sigma_{j, 1}^T \mathbf{r}_E^{(j, 1)}, \quad j = \overline{N, 1}.$$

В результате обратного рекуррентного процесса вычисляются вектор $\mathbf{r}_E^{(0,1)}$ из СК 1-го сегмента 0-го звена (СК $X_R Y_R Z_R$ корня ИМ) в СК $X_E Y_E Z_E$ конечной точки ИМ, выраженный в СК корня, и матрица $\sigma_{0,1}$ преобразования из СК 1-го сегмента 0-го звена (СК $X_R Y_R Z_R$ корня ИМ) в СК $X_E Y_E Z_E$. Так как единичные силы и моменты задаются в СК $X_E Y_E Z_E$, то вычисляется вектор $\mathbf{r}_E^{(E)} = \sigma_{0,1} \mathbf{r}_E^{(0,1)}$ из корня в конец деформированного ИМ в этой СК.

Вектор $\mathbf{r}_E^{(E)}$ и матрица $\sigma_{0,1}$ определяются не только деформациями, но и углами поворота в шарнирах ИМ. Для выделения чисто деформационных перемещений определяется положение и ориентация конца ИМ относительно корня в предположении абсолютно жестких звеньев. Для этого рекуррентно вычисляются

матрицы $\boldsymbol{\tau}_{E,j}$ преобразования и векторы $\mathbf{r}_{E,j}^{(j)}$ из СК корня в СК конца j -го жесткого звена (векторы выражены в СК конца звеньев)

$$\boldsymbol{\tau}_{E,j} = \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\tau}_{E,j-1}, \quad j = \overline{1, N}; \quad \boldsymbol{\tau}_{E,0} = \boldsymbol{\gamma}_0,$$

$$\mathbf{r}_{E,j}^{(j)} = \boldsymbol{\beta}_j \mathbf{r}_{E,j-1}^{(j-1)} + \mathbf{l}_{j\cdot}, \quad j = \overline{1, N}, \quad \mathbf{r}_{E,0}^{(0)} = \mathbf{l}_0.$$

В результате вектор $\mathbf{r}_{E,N}^{(N)}$ и матрица преобразования $\boldsymbol{\tau}_{E,N}$ определяют положение и ориентацию СК конца последнего звена жесткого, недеформированного ИМ относительно СК $X_R Y_R Z_R \cdot X_R Y_R Z_R$, выраженные в СК схвата.

Линейные и угловые перемещения конца ИМ относительно его корня, зависящие только от деформаций определяются вектором и матрицей преобразования

$$\Delta \mathbf{r}_{E,Def}^{(E)} = [\Delta r_{E,x}, \Delta r_{E,y}, \Delta r_{E,z}] = \mathbf{r}_E^{(E)} - \mathbf{r}_{E,N}^{(N)}, \quad \boldsymbol{\tau}_{E,Def} = \boldsymbol{\tau}_N^T \boldsymbol{\sigma}_{0,1}.$$

Матрица $\boldsymbol{\tau}_{E,Def}$ позволяет определить амплитуды угловых деформаций, в предположении малости их значений (в соответствии со структурой матрицы преобразования трех поворотов)

$$\boldsymbol{\tau}_{E,Def} \approx \begin{bmatrix} 1 & \Delta \theta_{E,z} & -\Delta \psi_{E,y} \\ -\Delta \theta_{E,z} & 1 & \Delta \varphi_{E,x} \\ \Delta \psi_{E,y} & -\Delta \varphi_{E,x} & 1 \end{bmatrix}.$$

Внешняя сила или момент, приложенные СК $X_E Y_E Z_E$ и имеющие поочередно только одну ненулевую единичную компоненту, определяют линейные и угловые перемещения $[\Delta r_{E,x}, \Delta r_{E,y}, \Delta r_{E,z}, \Delta \varphi_{E,x}, \Delta \varphi_{E,y}, \Delta \varphi_{E,z}]^T$ в этой же СК, то есть соответствующий столбец (6×6) -матрицы $\mathbf{P}_M^{(E)}$ податливости ИМ. Все шесть столбцов этой матрицы получаются в результате расчета перемещений под действием трех единичных сил и трех единичных моментов.

Матрица жесткости $\mathbf{K}_M^{(E)}$ ИМ при деформации только его звеньев (без учета люфтов в редукторах), соответствующая перемещениям, задаваемым в СК $X_E Y_E Z_E$, получается обращением матрицы податливости

$$\mathbf{K}_M^{(E)} = [\mathbf{P}_M^{(E)}]^{-1},$$

является полностью заполненной и имеет следующий вид

$$\mathbf{K}_M^{(E)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{tt}^{(E)} & \mathbf{K}_{tr}^{(E)} \\ \mathbf{K}_{rt}^{(E)} & \mathbf{K}_{rr}^{(E)} \end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{K}_{tt}^{(E)} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{tr}^{(E)} = \begin{bmatrix} k_{x\psi} & k_{x\theta} & k_{x\varphi} \\ k_{y\psi} & k_{y\theta} & k_{y\varphi} \\ k_{z\psi} & k_{z\theta} & k_{z\varphi} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{rt}^{(E)} = \begin{bmatrix} k_{\psi x} & k_{\psi y} & k_{\psi z} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta z} \\ k_{\varphi x} & k_{\varphi y} & k_{\varphi z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{rr}^{(E)} = \begin{bmatrix} k_{\psi\psi} & k_{\psi\theta} & k_{\psi\varphi} \\ k_{\theta\psi} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\varphi} \\ k_{\varphi\psi} & k_{\varphi\theta} & k_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}.$$

Вследствие малого изменения конфигурации ИМ манипулятора на этапе контактного взаимодействия причаливания матрицу жесткости, как правило, достаточно вычислить однократно до начала моделирования.

Уравнения движения ПГ. Динамика движения ПГ относительно основания описывается уравнениями Ньютона Эйлера

$$m_{PL} \ddot{\mathbf{r}}_{PL}^{(B)} = \mathbf{f}_{GF}^{(B)} + \mathbf{f}_C^{(B)},$$

$$\mathbf{I}_{PL}^{(PL)} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{PL}^{(PL)} = \mathbf{m}_{GF}^{(PL)} + \mathbf{m}_C^{(PL)} - \boldsymbol{\omega}_{PL}^{(PL)} \times \mathbf{I}_{PL} \boldsymbol{\omega}_{PL}^{(PL)},$$

в которых m_{PL} , \mathbf{I}_{PL} – масса и тензор инерции груза; $\mathbf{r}_{PL}^{(B)}$ – вектор положения центра масс (ЦМ) ПГ относительно СК $X_B Y_B Z_B$ основания; $\boldsymbol{\omega}_{PL}^{(PL)}$ – вектор угловой скорости ПГ в проекциях на оси СК $X_{PL} Y_{PL} Z_{PL}$, связанной с его ЦМ. Векторы контактной силы и момента $\mathbf{f}_C^{(B)} = \boldsymbol{\gamma}_{BI}^T \mathbf{f}_C^{(BI)}$, $\mathbf{m}_C^{(B)} = \boldsymbol{\gamma}_{BI}^T \mathbf{m}_C^{(BI)}$, измеряемые в СК $X_{BI} Y_{BI} Z_{BI}$ и преобразуемые в $X_B Y_B Z_B$, позволяют вычислить суммарный момент контактных сил, действующий на ПГ

$$\mathbf{m}_C^{(PL)} = -\boldsymbol{\tau}_{PL} \mathbf{m}_C^{(B)} - \mathbf{I}_{PI}^{(PL)} \times (\boldsymbol{\tau}_{PL} \mathbf{f}_C^{(B)}),$$

где $\boldsymbol{\tau}_{PL}$ матрица преобразования из $X_B Y_B Z_B$ в $X_{PL} Y_{PL} Z_{PL}$.

$$\mathbf{\tau}_{PL} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\theta & -c_\theta s_\psi \\ -c_\varphi s_\theta c_\psi + s_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\theta & c_\varphi s_\theta s_\psi + s_\varphi c_\psi \\ s_\varphi s_\theta c_\psi + c_\varphi s_\psi & -s_\varphi c_\theta & -s_\varphi s_\theta s_\psi + c_\varphi c_\psi \end{bmatrix},$$

$c_\psi = \cos \psi_{1y}$, $s_\psi = \sin \psi_{1y}$, $c_\theta = \cos \theta_{2z}$, $s_\theta = \sin \theta_{2z}$, $c_\varphi = \cos \varphi_{3x}$, $s_\varphi = \sin \varphi_{3x}$. — тригонометрические функции углов $\psi_{1y}, \theta_{2z}, \varphi_{3x}$ ориентации ПГ относительно СК $X_B Y_B Z_B$.

Сила $\mathbf{f}_{GF}^{(B)}$ и момент $\mathbf{m}_{GF}^{(PL)}$, действующие на такелажный элемент (ТЭ) ПГ есть реакции квазистатических деформаций звеньев ИМ. Эти деформации определяются как величины линейных и угловых перемещений СК $X_{GF} Y_{GF} Z_{GF}$ такелажного элемента (ТЭ) относительно СК $X_{EE} Y_{EE} Z_{EE}$ схвата манипулятора с жесткими звеньями. Оси $X_{EE} Y_{EE} Z_{EE}$ параллельны осям $X_N Y_N Z_N$ последнего звена ИМ, а их положение относительно $O_N X_N Y_N Z_N$ определяется постоянным вектором \mathbf{l}_N . Положение и ориентация СК $X_{GF} Y_{GF} Z_{GF}$ ТЭ относительно $X_{PL} Y_{PL} Z_{PL}$ ПГ задается постоянными вектором \mathbf{l}_{GF} и матрицей преобразования γ_{GF} .

Сначала для каждого j -го ($j = \overline{1, N}$) звена ИМ рекуррентно вычисляются $\mathbf{r}_j^{(B)}$ — радиус-вектор из начала $X_B Y_B Z_B$ в начало СК, связанной с выходным шарниром, концом j -го звена, $\mathbf{\tau}_j$ — матрица преобразования из $X_B Y_B Z_B$ в $O_j x_j y_j z_j$, $\mathbf{v}_j^{(B)}$ — скорость конца j -го звена относительно СК $X_B Y_B Z_B$; вектор $\boldsymbol{\omega}_j$ угловой скорости звена в его локальной СК

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_j^{(B)} &= \mathbf{r}_{j-1}^{(B)} + \mathbf{\tau}_j^T \mathbf{l}_j, & \mathbf{\tau}_j &= \boldsymbol{\beta}_j \mathbf{\tau}_{j-1}, \\ \mathbf{v}_j^{(B)} &= \mathbf{v}_{j-1}^{(B)} + \mathbf{\tau}_j^T (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{l}_j), & \boldsymbol{\omega}_j &= \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\omega}_{j-1} + \boldsymbol{\omega}_j^{rel}, \end{aligned}$$

при $\mathbf{r}_0^{(B)} = \mathbf{l}_{BR} + \gamma_{BR}^T \mathbf{l}_0$, $\mathbf{\tau}_0 = \gamma_{BR}$, $\mathbf{v}_0^{(B)} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{0}$.

При вычислении матриц преобразования $\boldsymbol{\alpha}_j$ и соответственно $\boldsymbol{\beta}_j = \boldsymbol{\alpha}_j \gamma_{j-1}$ углы q_j поворота выходных валов редукторов учитывают люфты.

Вектор положения ТЭ в СК $X_B Y_B Z_B$ основания и матрицы преобразования из СК ПГ и ТЭ в СК схвата равны

$$\mathbf{r}_{GF}^{(B)} = \mathbf{r}_{PL}^{(B)} + \boldsymbol{\tau}_{PL}^T \mathbf{l}_{GF}^{(PL)}, \quad \boldsymbol{\tau}_{PL,E} = \boldsymbol{\tau}_{PL}^T \boldsymbol{\tau}_N, \quad \boldsymbol{\tau}_{GF,E} = \boldsymbol{\tau}_{GF}^T \boldsymbol{\tau}_{PL,E}.$$

Линейные смещения и скорости, а также скорости разворота СК ТЭ относительно СК схвата

$$\mathbf{r}_{FL}^{(E)} = \boldsymbol{\tau}_N (\mathbf{r}_{GF}^{(B)} - \mathbf{r}_N^{(B)}),$$

$$\mathbf{v}_{FL}^{(E)} = \boldsymbol{\tau}_N [\mathbf{v}_{PL}^{(B)} + \boldsymbol{\tau}_{PL}^T (\boldsymbol{\omega}_{PL}^{(PL)} \times \mathbf{l}_{GF}^{(PL)}) - \mathbf{v}_N^{(B)}],$$

$$\boldsymbol{\omega}_{FL}^{(E)} = \boldsymbol{\tau}_{PL,EE} \boldsymbol{\omega}_{PL}^{(PL)} - \boldsymbol{\omega}_N,$$

являются суммарными линейными деформациями и скоростями деформаций ИМ манипулятора. Суммарные угловые деформации вследствие их малой величины могут определяться приближенно в соответствии со структурой матрицы преобразования трех поворотов как $\psi_{y,FL} \approx -\boldsymbol{\tau}_{GF,E}(1,3)$, $\theta_{z,FL} \approx \boldsymbol{\tau}_{GF,E}(1,2)$, $\varphi_{x,FL} \approx \boldsymbol{\tau}_{GF,E}(3,2)$ или более точно интегрированием соотношения

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{FL}^{(E)} = \mathbf{D}_{FL} \boldsymbol{\omega}_{FL}^{(E)},$$

где $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{FL}^{(E)} = [\dot{\psi}_{y,FL}, \dot{\theta}_{z,FL}, \dot{\varphi}_{x,FL}]^T$; \mathbf{D}_{FL} – (3×3) – матрица, элементы которой являются тригонометрическими функциями углов $\psi_{y,FL}$, $\theta_{z,FL}$, $\varphi_{x,FL}$.

Действующие на хват и выраженные в СК $X_E Y_E Z_E$ сила $\mathbf{f}_E^{(E)}$ и момент $\mathbf{m}_E^{(E)}$, определяются величиной и скоростью деформаций, матрицами жесткости и демпфирования

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_E^{(E)} \\ \mathbf{m}_E^{(E)} \end{bmatrix} = \mathbf{K}_M^{(E)} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{FL}^{(E)} \\ \boldsymbol{\varphi}_M^{(E)} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_M^{(E)} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_{FL}^{(E)} \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{FL}^{(E)} \end{bmatrix}.$$

Сила и момент упругого манипулятора, действующие на ПГ, равны

$$\mathbf{f}_{GF}^{(B)} = -\boldsymbol{\tau}_N^T \mathbf{f}_E^{(E)}, \quad \mathbf{m}_{GF}^{(PL)} = -\boldsymbol{\tau}_{PL,EE}^T \mathbf{m}_E^{(E)} - \mathbf{l}_{GF}^{(PL)} \times (\boldsymbol{\tau}_{PL,E}^T \mathbf{f}_E^{(E)}).$$

Матрица $\mathbf{C}_M^{(E)}$ демпфирования упругих колебаний ИМ может быть рассчитана на основе экспертных интервальных оценок логарифмического декремента затухания. Для этого уравнения незатухающих свободных колебаний ПГ

$$\mathbf{M}_{PL}^{(E)} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_M^{(E)} \mathbf{x} = 0$$

преобразуются к диагональному виду

$$\ddot{\mathbf{p}} + [\boldsymbol{\mu}]^{-1} [\mathbf{M}_{PL}^{(E)}]^{-1} \mathbf{K}_M^{(E)} [\boldsymbol{\mu}] \mathbf{p} = \ddot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{p} = 0,$$

где $\mathbf{x} = [\mathbf{r}_{FL}^{(E)T}, \varphi_M^{(E)T}]^T$, $\mathbf{M}_{PL}^{(E)} = \begin{bmatrix} m_{PL} \mathbf{1}_3 & \tilde{\mathbf{I}}_{CG}^{(E)T} \\ \tilde{\mathbf{I}}_{CG}^{(E)} & \mathbf{I}_{PL}^{(E)} \end{bmatrix}$; m_{PL} , $\mathbf{I}_{PL}^{(E)} = \boldsymbol{\tau}_{PL,E} \mathbf{I}_{PL}^{(PL)} \boldsymbol{\tau}_{PL,E}^T$ – масса и постоянный тензор инерции ПГ, приведенный к СК $X_E Y_E Z_E$ конца схвата;

$\tilde{\mathbf{I}}_{CG}^{(E)} = -\boldsymbol{\tau}_{PL,E}^T \mathbf{I}_{GF}^{(PL)}$ – вектор из $X_E Y_E Z_E$ в центр масс ПГ; $[\boldsymbol{\mu}]$ – матрица собственных векторов матрицы $[\mathbf{M}_{PL}^{(E)}]^{-1} \mathbf{K}_M^{(E)}$, $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag} [\lambda_i]$, $\lambda_i = \omega_i^2$, $i = \overline{1,6}$; $\mathbf{p} = [\boldsymbol{\mu}]^{-1} \mathbf{x}$ – вектор модальных координат.

Для каждой i – й собственной частоты на основе экспертной оценки логарифмического декремента затухания δ вычисляется значение коэффициента демпфирования

$$c_i = \frac{2 \delta \omega_i}{\sqrt{4 \pi^2 + \delta^2}}.$$

После обратного перехода на основе $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\mu}] \mathbf{p}$ от уравнений затухающих колебаний в модальных координатах

$$\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{p} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{C} = \text{diag} \{ c_i \}, \quad i = \overline{1,6};$$

к аналогичным уравнениям относительно декартовых координат

$$\mathbf{M}_{PL}^{(E)} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_M^{(E)} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_M^{(E)} \mathbf{x} = 0,$$

матрица демпфирования имеет вид $\mathbf{C}_M^{(E)} = \mathbf{M}_{PL}^{(E)} [\boldsymbol{\mu}] \mathbf{C} [\boldsymbol{\mu}]^{-1}$. Практически достаточно использовать только ее диагональные элементы. Матрицу демпфирования,

как и матрицу жесткости, достаточно вычислить однократно до начала моделирования причаливания из-за малого изменения конфигурации манипулятора.

8.3 Гибридное моделирование причаливания модуля МИМ-1 к МКС

Из-за ограниченной зоны подхода прямая стыковка модуля МИМ-1 (Малый Исследовательский модуль 1) к МКС была невозможна, он доставлялся кораблем Space Shuttle и переносился к стыковочному порту ФГБ (Функционально-Грузовой Блок) манипулятором SSRMS в автоматическом режиме управления. После этого оператор, управляя манипулятором, должен был обеспечить сцепку двух агрегатов российской системы стыковки типа «штырь-конус» (рисунок 8.3.1). Проектирование процесса установки модуля МИМ-1 на модуль ФГБ МКС проводилось с начала 2007 г. до весны 2010 г.

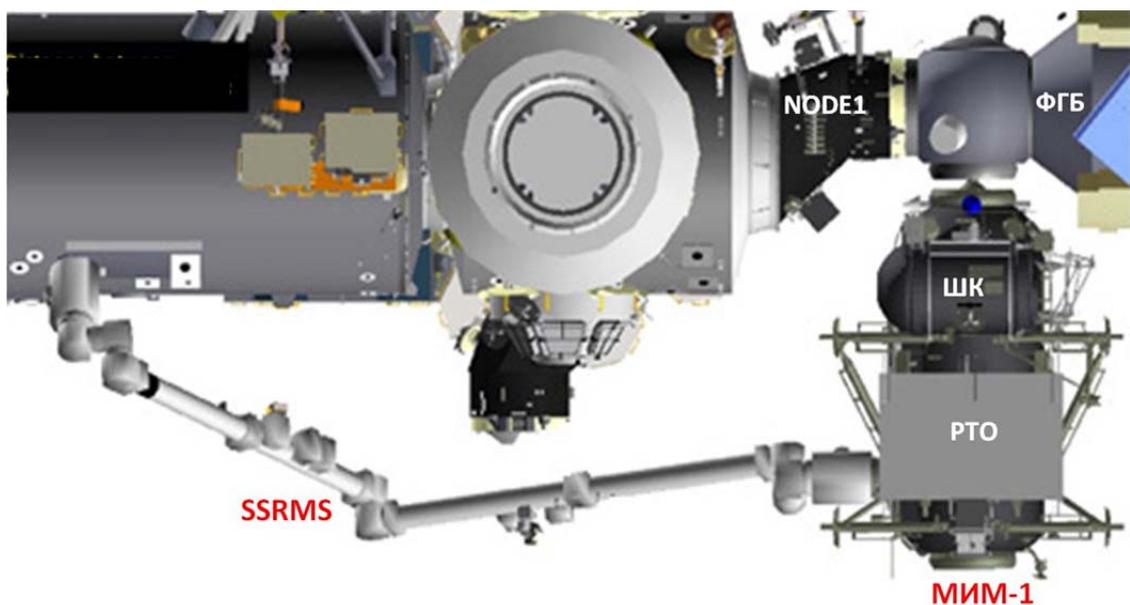


Рисунок 8.3.1. Конфигурация манипулятора SSRMS при причаливании модуля МИМ-1 (данные NASA)

Допустимые нагрузки на элементы манипулятора значительно меньше, чем для стыковочных агрегатов. Поэтому большие скорости сближения недопустимы. Для преодоления промахов и достижения сцепки при малых скоростях манипулятор должен создать силу, которая может находиться на пределе возможностей его

приводов. Задачей совместного исследования специалистов космического центра им. Л. Джонсона NASA, Канадского космического агентства и РКК «Энергия» являлась разработка процедуры управления манипулятором SSRMS, позволяющей выполнить операцию при соблюдении взаимно приемлемых ограничений.

Для наведения МИМ-1 в процессе причаливания были предусмотрены используемые при обычной стыковке прицельная телекамера на модуле и мишень на МКС, установленная вблизи пассивного агрегата. Изображение этой мишени, получаемое прицельной телекамерой, является интегральной характеристикой и бокового промаха и углового рассогласования стыковочных интерфейсов по тангажу и рысканию. Для определения реального промаха необходимо выполнить угловое выравнивание стыкуемых объектов. С этой целью использовались обзорные телекамеры. Оператор манипулятора на своем рабочем месте наблюдал (рисунок 8.3.2) телевизионное изображение 1 с прицельной телекамеры на модуле МИМ-1, изображение 2 с обзорной камеры на ферме S1L американского сегмента и изображение 3 с обзорной камеры на кисти манипулятора SRMS.

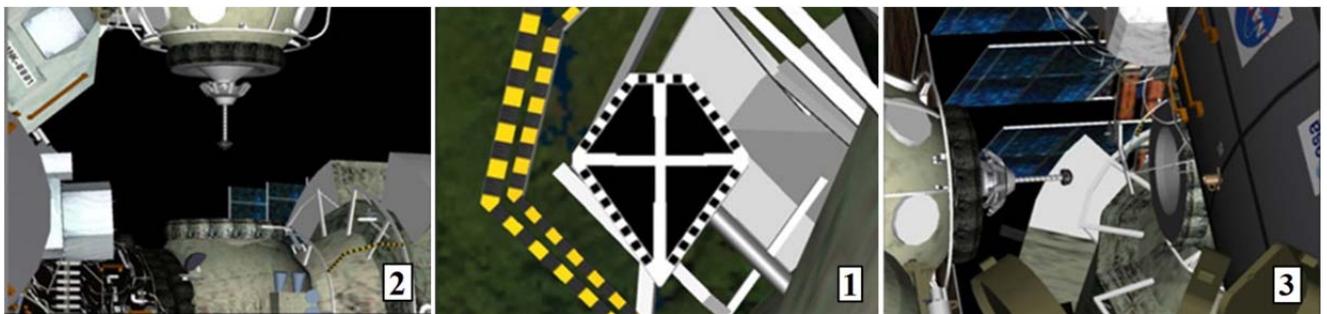


Рисунок 8.3.2. Модели изображений с телекамер на математическом стенде SES реального времени NASA

Такелажный элемент, с которым соединяется схват, расположен на некотором удалении от центра масс переносимого модуля, и его ориентация не совпадает с направлением сближения. Вследствие этого силовое воздействие упругого манипулятора на модуль вызывает его дополнительное вращение даже при выдаче команд только на поступательные перемещения. В процессе наведения многократно устранялись сначала угловые рассогласования осей стыковочных агрега-

тов на основе их изображений, формируемых обзорными телекамерами, а после этого – «чистый» боковой промах и угловое рассогласование относительно продольной оси с помощью прицельной телекамеры. Искусство управления в данном случае состояло в минимизации числа таких выравниваний.

Специалистами центра им. Л. Джонсона NASA были определены два режима моделирования причаливания на математическом моделирующем стенде SES (Software Engineering Simulator) [39] реального времени с различными вариантами начальных условий, в обозначения которых добавлялась аббревиатура RT (Real Time) или NRT (Non Real Time). При моделировании причаливания в реальном времени управление манипулятором обеспечивал оператор, задающий требуемые скорости движения модуля с помощью двух управляющих рукояток на основе визуальной информации от прицельной и обзорных телекамер. В этом режиме осуществлялось необходимое выравнивание стыковочных агрегатов, время достижения сцепки могло составлять 15 мин.

Варианты причаливания не в реальном времени были промоделированы без участия оператора на основе предположения о реализации простейшего управления – задании только максимальной осевой скорости сближения 1.9 см/сек. При этом параметры начальных условий были равномерно распределены в диапазоне, определяемом возможностями стыковочных агрегатов.

При моделировании обоих режимов управления использовалась разработанная в космическом центре им. Л. Джонсона NASA приближенная, не сертифицированная математическая модель взаимодействия стыковочных агрегатов. С целью тестирования полученные результаты необходимо было сопоставить с аналогичными данными, полученными при полунатурном моделировании причаливания на 6-степенном стенде РКК «Энергия». Для поддержки такой отработки NASA предоставила результаты моделирования и дала возможность специалистам РКК «Энергия» не только принять участие в тренировках штатных операторов, но и самим получить начальные навыки управления манипулятором в процессе причаливания российского модуля.

Основной целью испытаний на 6-степенном стенде являлось подтверждение возможности стыковки модуля МИМ1 с использованием реальных агрегатов типа «штырь-конус» при начальных условиях, реализуемых манипулятором SSRMS. Второй задачей испытаний было получение данных, необходимых для верификации контактной модели, используемой на математическом стенде реального времени NASA. В программу испытаний вошли 10 вариантов начальных условий реального времени (RT) и 10 наихудших вариантов нереального времени (NRT). Начальные условия задавались в виде углов в шарнирах манипулятора, а также линейных и угловых рассогласований стыковочных интерфейсов. Для возможности сравнения результатов испытаний, полученных на SES и на 6-степенном стенде, была сохранена нумерация вариантов, используемая NASA.

При гибридном моделировании причаливания КА используется доработанный 6-степенной динамический стенд, упрощенная схема которого представлена на рисунке 8.3.3. По сравнению с описанной ранее в разделе 6.2 схемой (рисунок 6.2.1) добавлено новое оборудование, которое на приведенной ниже схеме выделено другим цветом. При воспроизведении на 6-степенном стенде причаливания КА реализуемая компьютером модель движения использует дифференциальные уравнения и кинематические соотношения, которые описывают перемещение не только этих аппаратов, но и манипулятора, переносящего один из них. Для модели манипулятора сигналы управления формирует оператор. В полуавтоматическом режиме управления он использует две ручки управления 11. Левая задает требуемые линейные, а правая – требуемые угловые скорости движения переносимого объекта. Система координат, в которой определены эти величины, связана с мишенью 12, установленной рядом с агрегатом, к которому производится причаливание. Оператор наблюдает мишень с помощью телекамеры 13, установленной на перемещаемом космическом аппарате рядом с его стыковочным агрегатом, и монитора 14. При необходимости выполнения коррекции относительной угловой ориентации стыкуемых космических аппаратов используются дополнительные обзорные телекамеры 15 и мониторы 16.

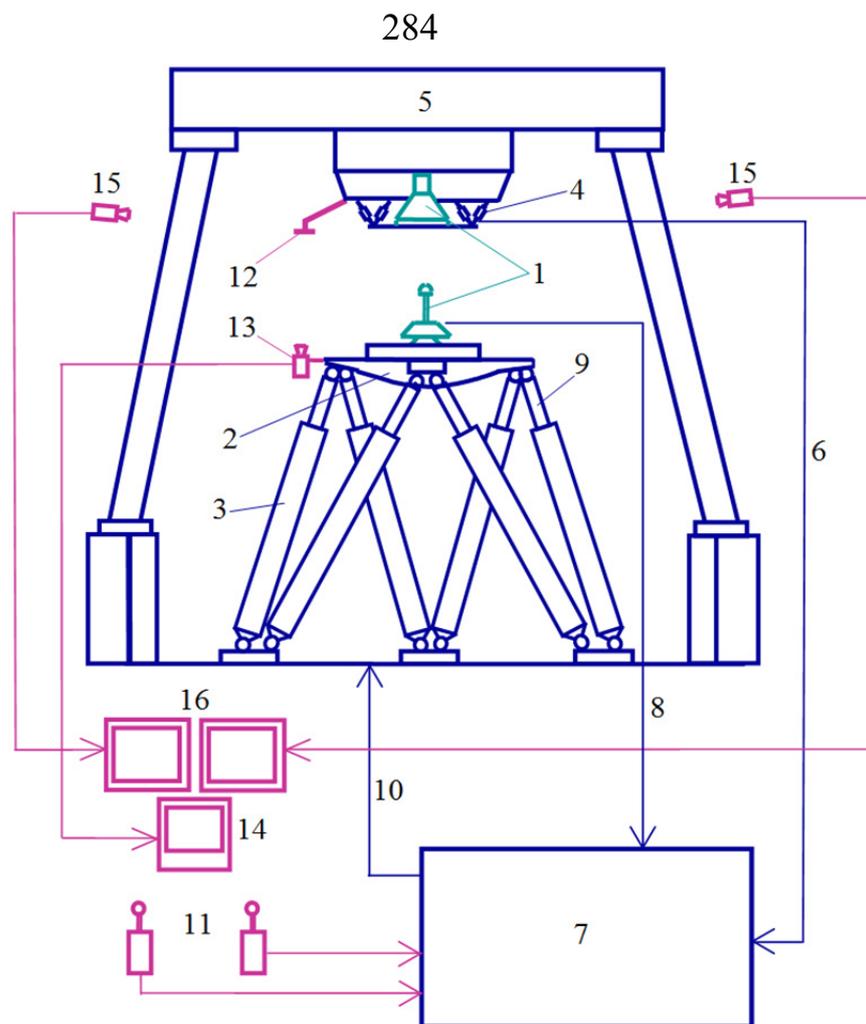


Рисунок 8.3.3. Упрощенная схема 6-степенного станда для отработки причаливания КА

Задаваемые оператором линейные и угловые скорости телекамеры 13 поступают в компьютер, где преобразуются в скорости схвата манипулятора и далее, с помощью решения обратной кинематической задачи, – в требуемые скорости вращения выходных валов его приводов. Эти сигналы управления поступают в модели регуляторов приводов, а вычисленные напряжения на выходе этих моделей – в модели динамики электродвигателей и редукторов. Вычисленные моменты на выходных валах приводов входят в дифференциальные уравнения динамики манипулятора и перемещаемого объекта, в результате интегрирования которых определяются сигналы управления подвижной платформой. Испытание завершается при достижении сцепки.

Дискретные датчики стыковочного механизма активного агрегата системы типа «штырь-конус», используемой для стыковки модуля МИМ-1, фиксируют наступление характерных событий. В частности, сигнал датчика DK1 указывает на контакт головки штыря с приемным конусом, сигнал датчика DSG – на возникновение сцепки, то есть захвата головки в гнезде приемного конуса при срабатывании защелок, сигнал датчика DK2 – на контакт головки штыря с дном приемного гнезда. Сигнал сцепки означает успешное выполнение причаливания, сигнал DK2 в данной операции предназначен для контроля движения головки в гнезде приемного конуса. Сигналы аналоговых датчиков характеризуют относительные перемещения звеньев осевого и бокового демпферов механизма, то есть направление и интенсивность контактного взаимодействия стыковочных агрегатов: LPS – ход осевого демпфера, BPR и BPT – боковые отклонения штанги во взаимно перпендикулярных направлениях. При гибридном моделировании значения датчиков поступали в программу моделирования движения управляющего компьютера и на пульт управления системой стыковки.

При отработке причаливания на 6-ступенном стенде использовались рукоятки управления манипулятором, телекамеры, мишень и мониторы, имевшиеся в распоряжении РКК «Энергия». Предполагалось (и впоследствии было подтверждено на практике), что существующие различия в аппаратуре компенсируются адаптивными способностями человека-оператора. Прицельная телекамера была установлена на подвижной платформе, мишень - на неподвижной части стенда, а две обзорных телекамеры – на стенах стендового зала. Получаемые с них изображения показаны на рисунке 8.3.4. Вхождение штыря СтМ в приемный конус пассивного СтМ во время испытаний на 6-ступенном стенде показано на рисунке 8.3.5. Результат гибридного моделирования каждого варианта представлял собой файл, содержащий задаваемые сигналы управления от рукояток, скорости и углы поворотов в шарнирах манипулятора, кинематические параметры модуля, сигналы с дискретных и аналоговых датчиков стыковочного механизма активного агрегата.

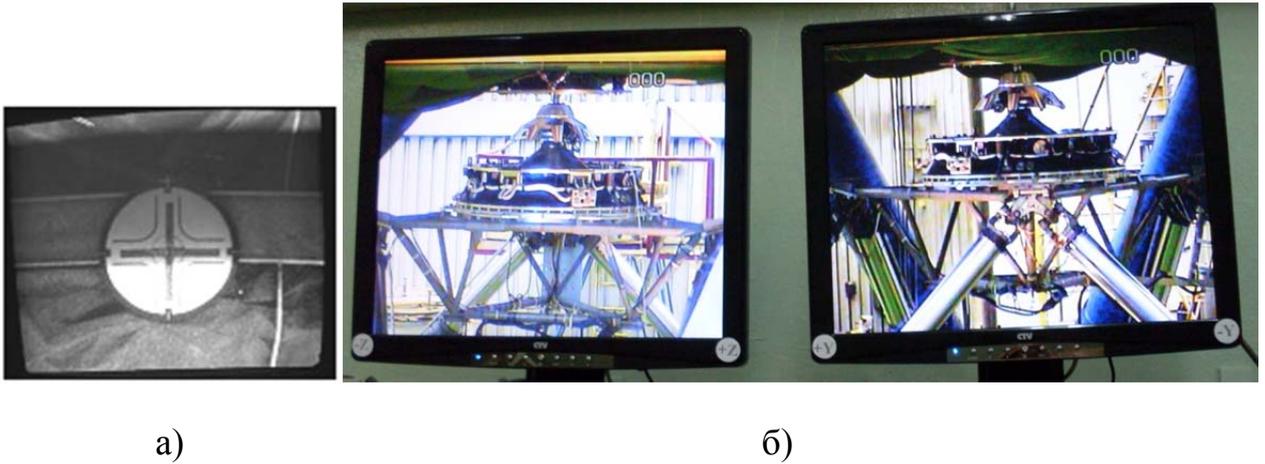


Рисунок 8.3.4. Изображения, получаемые с телекамер при гибридном моделировании причаливания модуля МИМ-1; а) прицельной; б) обзорных



Рисунок 8.3.5. Вхождение штыря СтМ в приемный конус пассивного СтА в процессе испытаний на 6-степенном стенде

Для упрощения оперативного анализа большого объема разнородных данных использовалась разработанная сотрудником РКК «Энергия» И.Е. Чернышевым по проекту автора программа визуализации, генерирующая динамическую мнемосхему – интегрированное многооконное представление процесса причаливания (рисунок 8.3.6).

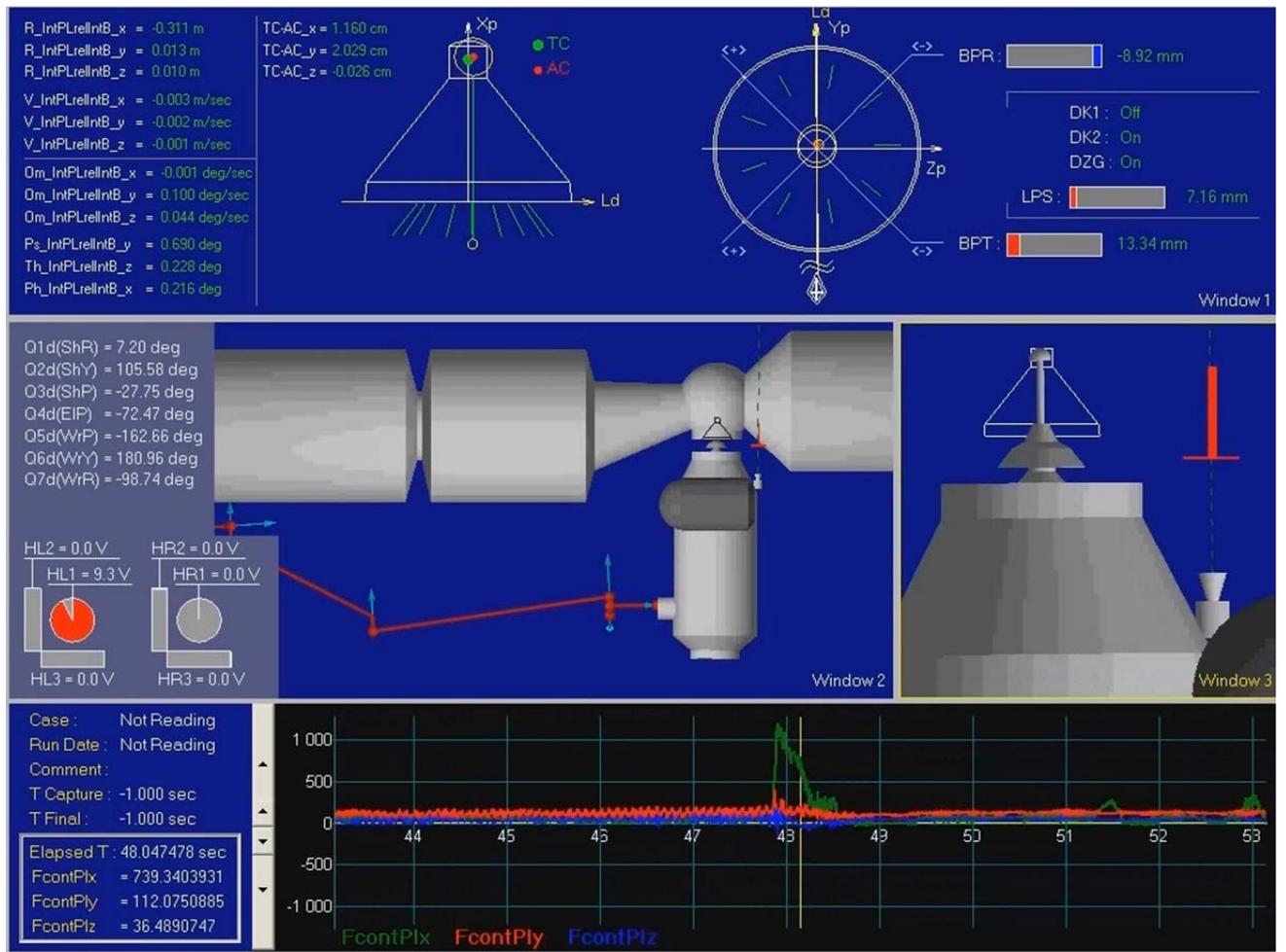


Рисунок 8.3.6. Динамическая мнемосхема, визуализирующая процесс причаливания модуля МИМ-1

Ее верхнее окно 1 отображает информацию о контактном взаимодействии стыковочных агрегатов – их каркасную модель, кинематические параметры относительного движения стыковочных агрегатов, сигналы дискретных и аналоговых датчиков стыковочного механизма. В окне 2 в центре мнемосхемы отображаются конфигурация (углы в шарнирах и геометрия) манипулятора и направления осей его шарниров, сигналы управления, снимаемые с левой (HL1-HL3) и правой (HR1-HR3) рукояток. В масштабируемом с помощью «мыши» окне 3 показываются относительные положения стыкуемых объектов, стыковочных агрегатов, телекамеры прицеливания и мишени. В нижнем окне отображаются контактные силы или другие параметры процесса в виде функций времени. Вертикальная черта в центре соответствует текущему времени моделирования. Программа визуализа-

ции связана с файлом результатов очередного варианта моделирования. При его последовательном просмотре временные функции в нижнем окне перемещаются слева направо, проходя через ось текущего времени. Их численные значения отображаются в левой части нижнего окна. В соответствии с изменяющимся текущим временем моделирования изменяется и содержимое верхнего и центральных окон мнемосхемы.

На рисунке 8.3.6 и в анимационном файле доступном по ссылке, содержащейся в работе [278], отображаются результаты гибридного моделирования варианта NRT-74, в котором оператор задает левой рукояткой только скорость движения вперед, без углового и бокового выравнивания стыковочных агрегатов. Такой вариант реализуется за более короткое время. В данном случае сцепка достигается на 48-й секунде, осевая контактная сила, незначительно превышающая 1000 Н, создается в основном при ударе головки штанги в дно гнезда приемного конуса из-за того, при чем таком управлении манипулятор не останавливается при сцепке. Для уменьшения объема указанного анимационного файла скорость отображения этого процесса увеличена в четыре раза. Однако не во всех вариантах «грубого» управления достигается сцепка. При больших боковых и угловых промахах головка штыря упиралась в приемный конус и приводы манипулятора не могли преодолеть сопротивление контактной реакции.

При гибридном моделировании RT-вариантов (точное наведение с выравниванием) оператор, управляющий манипулятором, периодически выполнял относительное выравнивание стыковочных агрегатов, и успешность достижения сцепки определялась уровнем его тренированности. На рисунке 8.3.7 задаваемые оператором сигналы управления и изменения относительного положения стыковочных агрегатов, полученные в результате гибридного моделирования причаливания (вариант RT-3), представлены в виде графиков.

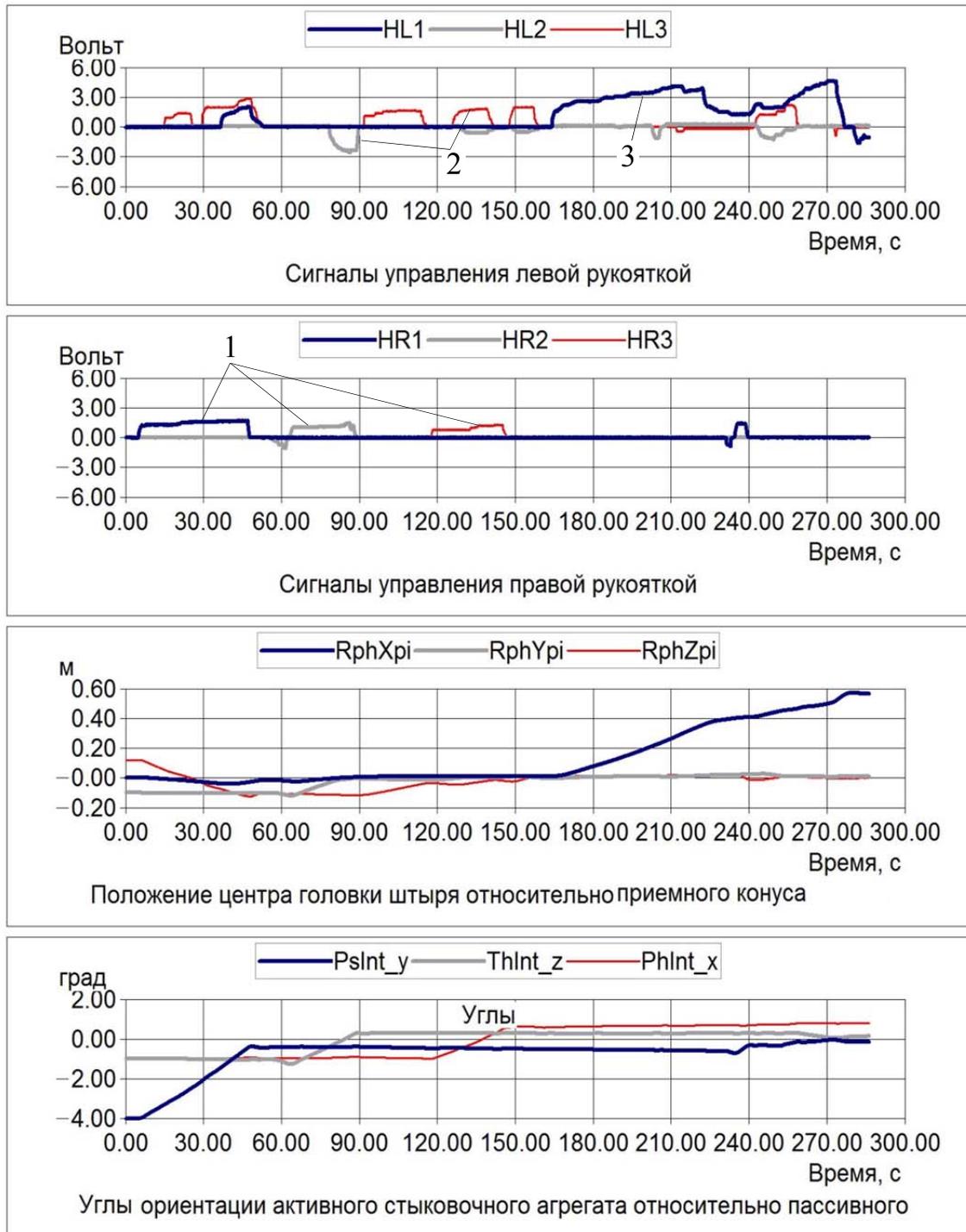


Рисунок 8.3.7. Управление манипулятором и перемещаемым модулем в процессе причаливания (вариант RT-3 – управление с выравниванием)

Сначала оператор выполнял угловое выравнивание 1 с использованием информации от обзорных телекамер, а затем – устранение бокового промаха 2 по изображению мишени, передаваемому прицельной телекамерой. На завершающем этапе он задавал в основном скорость сближения 3 и осуществлял незначительную коррекцию боковых промахов и угловых рассогласований. На рисунке 8.3.8 для этого варианта приведены графики показаний упомянутых выше дискретных и аналоговых датчиков стыковочного механизма и измеренных контактных сил, значительно меньших по амплитуде, чем в варианте NRT-74 управления без выравнивания (более 1000 Н на рисунке 8.3.6 и в анимационном файле).

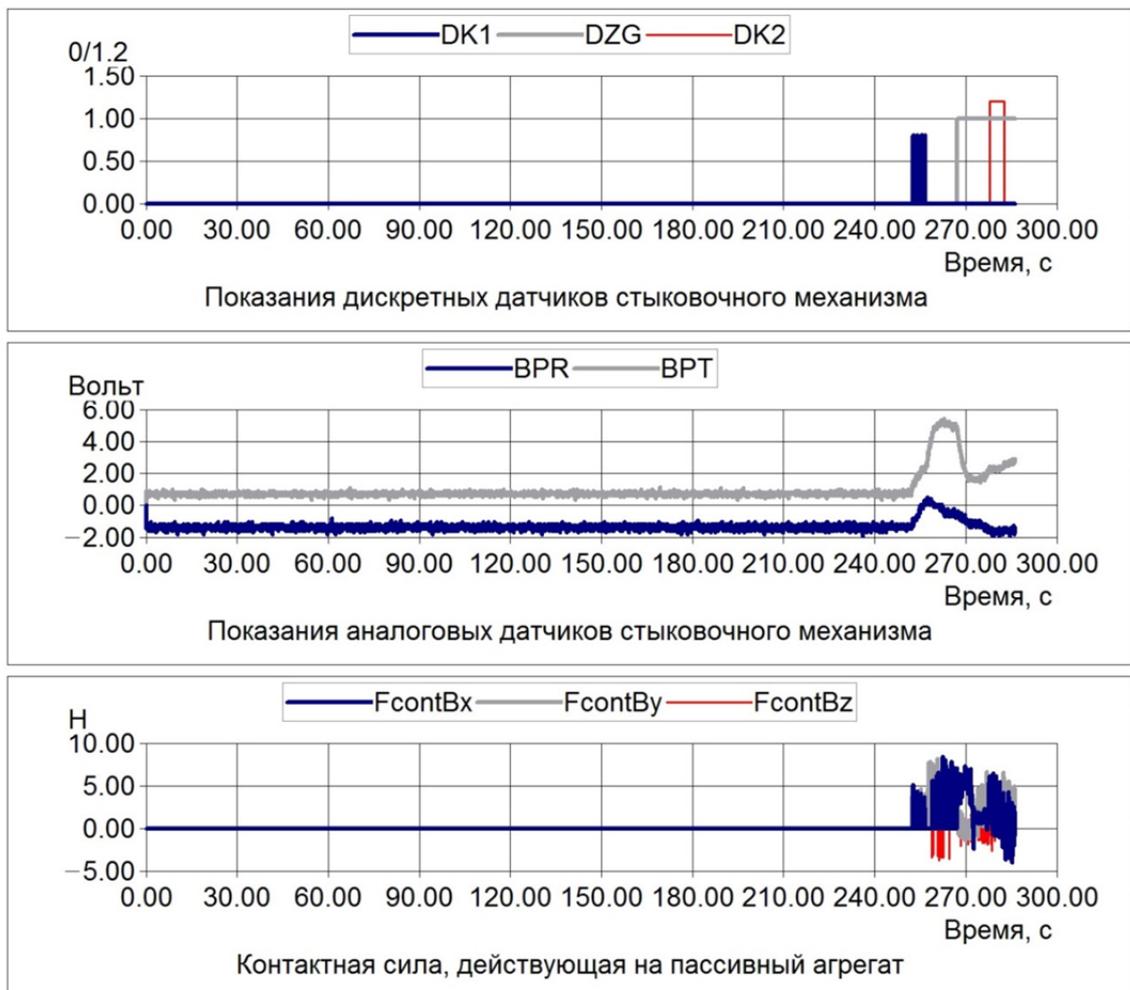


Рисунок 8.3.8. Показания дискретных и аналоговых датчиков СтМ и контактные силы при движении головки штыря СтМ по приемному конусу и в его гнезде (вариант RT-3 – управление с выравниванием)

В ходе полунатурной отработки причаливания модуля МИМ-1 на 6-степенном стенде были получены следующие основные результаты:

1. При точном управлении (RT-варианты) с относительным выравниванием стыковочных агрегатов всегда достигается сцепка и контактные нагрузки не превышают уровней, допустимых для манипулятора.
2. При грубом управлении (NRT-варианты) нагрузки на манипулятор могут превышать допустимые для него пределы, а сцепка стыковочных агрегатов может быть недостижима.
3. При угловом выравнивании по тангажу и рысканию основным источником информации являются изображения стыковочных агрегатов, получаемые с обзорных телекамер, последующее устранение бокового промаха и крена осуществляется с использованием прицельной телекамеры.

8.4 Компьютерный стенд для моделирования причаливания в реальном времени

Оборудование, доставляемое и устанавливаемое с помощью манипулятора на борту КА, не обязательно является новым модулем, соединяемым с помощью стыковочных агрегатов. Но, как и ранее, основной задачей манипулятора является относительное выравнивание и сближение соединяемых механических интерфейсов, обеспечение сцепки, то есть первичной механической связи соединяемых устройств за счет срабатывания подпружиненных защелок одного, заходящих за упоры другого. Последующее жесткое соединение создается специализированными механизмами, в простейшем случае – вручную операторами на поверхности КА.

Направляющие элементы соединяемых устройств, разработанных специально для причаливания, могут иметь небольшие размеры, определяемые малыми промахами манипулятора. В результате ограничивается их видимость с помощью обзорных телекамер, не всегда могут быть использованы прицельные телекамеры

и мишени. Это создает трудности для оператора, управляющего манипулятором при наведении.

В данном разделе рассматривается моделирование причаливания, выполняемого космическим манипулятором ERA, управляемым в супервизорном режиме. В этом случае поступательные и угловые движения по отдельным направлениям с заранее заданными амплитудами и скоростями выполняются манипулятором автоматически, а переход от одного движения к другому инициируется оператором выдачей соответствующих команд.

Для выбора параметров команд управления манипулятором и последовательности их выполнения под руководством автора был разработан компьютерный стенд моделирования в реальном времени. Работа выполнялась совместно с отделом робототехники Дмитровского филиала (ДФ) МГТУ им. Н.Э. Баумана, который уже имел компьютерную модель манипулятора и графического интерфейса его управления в супервизорном режиме. Этот отдел также разработал по данным РК-Э компьютерные 3D-модели изображений с телекамер. К настоящему времени по данным разработчика манипулятора в моделях приводов аналоговые регуляторы заменены на цифровые, скорректированы процедуры супервизорного управления.

Автором данной работы определены задачи и структура моделирующего стенда, разработаны кинематические соотношения для расчета относительного движения и модели контактного взаимодействия соединяемых устройств (описаны в главе 5). Им также предложено использовать дополнительную компьютерную каркасную графическую каркасную модель для визуализации взаимного положения, контактов этих устройств и для точного наведения.

Общий вид математического стенда реального времени показан на рисунке 8.4.1. Размещение мониторов, показывающих изображения с прицельной и обзорных телекамер, примерно соответствует их положению на рабочем месте оператора, с которого осуществляется управление манипулятором.

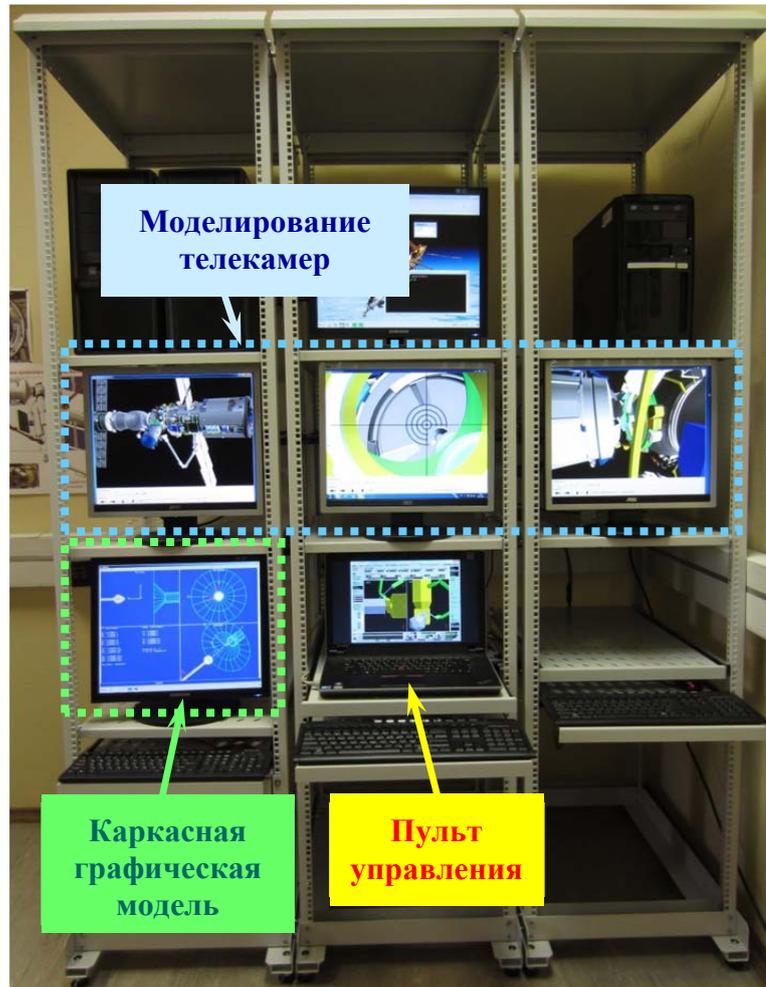


Рисунок 8.4.1. Компьютерный стенд моделирования причаливания
в реальном времени

Причаливание под управлением оператора начинается с момента окончания переноса объекта в зону соединения. Оно состоит из нескольких этапов, каждый из которых начинается с пошагового выравнивания с помощью команд “Step”, то есть уменьшения боковых и угловых промахов одного соединяемого устройства относительно другого. Затем выдается команда “Insert” на осевое сближение, величина хода которого значительно больше, чем боковые перемещения при выравнивании. Последний этап выравнивания и сближения должен завершиться сцепкой. Величины всех перемещений являются фиксированными параметрами команд управления. Их проектные значения уточняются при моделировании причаливания с участием операторов.

Каждая команда на перемещение (“Step” или “Insert”) выполняет отработку изменения относительного положения соединяемых интерфейсов по какой-то одной координате на величину, задаваемую оператором. Скорость изменения каждой координаты для команд “Step”, используемых при выравнивании, выбирается одинаковой. Скорость осевого сближения в команде “Insert” зависит от вида перемещаемого груза и соединяемых интерфейсов и определяется в результате предварительного исследования разработчиком миссий. Величина осевого перемещения может уточняться в процессе отработки миссий с учетом контактного взаимодействия соединяемых устройств.

Для определения точек контакта и контактных реакций соединяемых устройств из модели динамики манипулятора передаются вектор и матрица преобразования их систем координат, векторы их скоростей. Далее рассматриваются результаты оценки динамики конкретных моделируемых операций причаливания. Как и ранее, сравниваются результаты выполнения более грубого управления в условиях ограниченной видимости, так и более точного, с использованием дополнительной каркасной модели.

Моделирование причаливания с использованием специализированных агрегатов. Общий вид агрегатов, их направляющие поверхности показаны на рисунках 5.5.1 и 5.5.2. В центре стыковочной плоскости активного СтА расположена СК $X_{AU}Y_{AU}Z_{AU}$, а в центре стыковочной плоскости пассивного СтА – СК $X_{PMU}Y_{PMU}Z_{PMU}$ (PMU – Payload Mounting Unit). К последней СК привязаны команды управления изменением относительного положения агрегатов, которые задает оператор манипулятора с пульта управления. Простой СтМ и приемный конус имеют собственные СК. В центре шарнира штыря расположена СК $X_{HI}Y_{HI}Z_{HI}$, относительно которой описывается качание головки. С самой качающейся головкой связана СК $X_HY_HZ_H$, в которой задаются постоянные координаты ХТ и параметры отрезков, описывающих ее форму и защелки. В центре осно-

вания приемного конуса расположена СК $X_P Y_P Z_P$, в которой задаются координаты его ХТ.

Взаимное расположение всех указанных СК при выполнении причаливания показано на рисунке 8.4.2. Относительно положение $X_{HI} Y_{HI} Z_{HI}$ и $X_{AU} Y_{AU} Z_{AU}$, $X_P Y_P Z_P$ и $X_{PMU} Y_{PMU} Z_{PMU}$ определяется конструктивными особенностями агрегатов. Вектор \mathbf{r}_{PA} положения и матрица \mathbf{A}_{PA} ориентации $X_{AU} Y_{AU} Z_{AU}$ относительно $X_{PMU} Y_{PMU} Z_{PMU}$ вычисляются в модели движения манипулятора и перемещаемого им объекта относительно СК $X_{AU} Y_{AU} Z_{AU}$ активного агрегата.

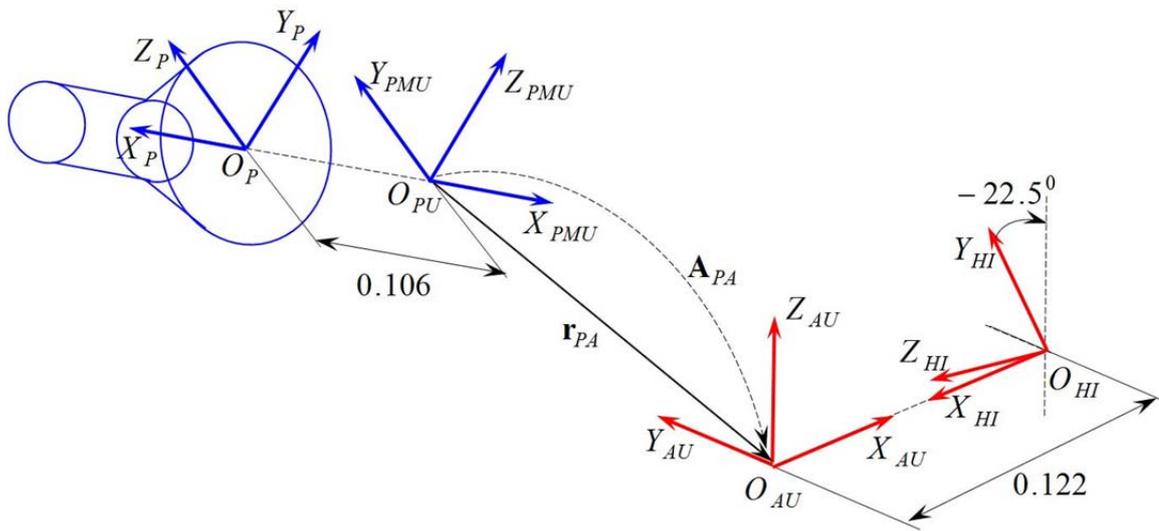


Рисунок 8.4.2. Системы координат агрегатов при причаливании

Координаты произвольной i – й точки и компоненты произвольного j – го вектора преобразуются из $X_H Y_H Z_H$ в $X_P Y_P Z_P$ с учетом конструкции СтА и малости углов $|\psi_{H,y}| \leq 1^0$, $|\theta_{H,z}| \leq 1^0$ поворота головки захвата в шарнире ($\sin \psi_{H,y} \approx \psi_{H,y}$, $\cos \psi_{H,y} \approx 1$, $\sin \theta_{H,z} \approx \theta_{H,z}$, $\cos \theta_{H,z} \approx 1$)

$$\mathbf{P}_i^{(P)} = \mathbf{r}_{P,HC}^{(P)} + \mathbf{A}_{H,P} \mathbf{P}_i^{(H)}, \quad \mathbf{v}_j^{(P)} = \mathbf{A}_{H,P} \mathbf{v}_j^{(H)}$$

где

$$\mathbf{r}_{P,HC}^{(P)} = \mathbf{A}_{PMU,P} \{[-0.106, 0, 0]^T + \mathbf{r}_{PA}^{(PU)} + \mathbf{A}_{PA}^T [-0.122, 0, 0]^T\}, \quad \mathbf{A}_{H,P} = \mathbf{A}_{PU,P} \mathbf{A}_{PA}^T \mathbf{A}_{H,AU}$$

$$\mathbf{A}_{H,AU} \approx \begin{bmatrix} -1 & -\theta_{H,z}s_{22} + \psi_{H,y}c_{22} & -\theta_{H,z}c_{22} - \psi_{H,y}s_{22} \\ -\theta_{H,z} & s_{22} & c_{22} \\ \psi_{H,y} & c_{22} & -s_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{PMU,P} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_{22} = \sin 22.5^\circ, \quad c_{22} = \cos 22.5^\circ.$$

Углы поворота $\psi_{H,y}$, $\theta_{H,z}$ головки СтМ в универсальном шарнире получают интегрированием ее уравнений динамики относительно каждой оси вращения отдельно. Из-за большой жесткости боковых ограничительных пружин используется неявный метод Эйлера. Его матричная запись и решение для угла $\psi_{H,y}$ имеют вид (для угла $\theta_{H,z}$ решение получается аналогично)

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{hc_{S,\psi}}{J_H} & \frac{hk_{S,\psi}}{J_H} \\ -h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{H,y}(t+h) \\ \psi_{H,y}(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{H,y}(t) + (m_{C,y} + k_{S,\psi}\psi_{S,0})h/J_H \\ \psi_{H,y}(t) \end{bmatrix},$$

$$\omega_{H,y}(t+h) = \Delta_{1,H,y} / \Delta_{0,H}, \quad \psi_{H,y}(t+h) = \Delta_{2,H,y} / \Delta_{0,H},$$

$$\text{где} \quad \Delta_{0,H} = 1 + \frac{h}{J_H} (c_{S,\omega} + hk_{S,\psi}),$$

$$\Delta_{1,H,y} = \omega_{H,y}(t) + \frac{h}{J_H} \{m_{C,y} - k_{S,\psi}[\varphi_{H,y}(t) - \varphi_{\psi,0}]\},$$

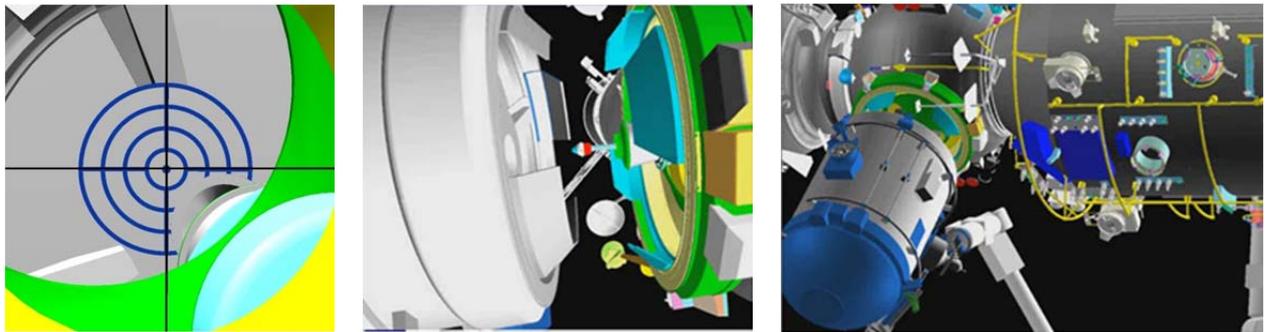
$$\Delta_{2,H,y} = \psi_{H,y}(t) \left(1 + \frac{hc_{S,\omega}}{J_H} \right) + h[\omega_{H,y}(t) + (m_{C,y} + k_{S,\psi}\varphi_{\psi,0})h/J_H],$$

где $\omega_{H,y}$ – угловая скорость головки относительно оси Y_H , J_H – момент инерции головки при вращении в шарнире; $m_{C,y}$ – момент контактной силы; $\psi_{S,0}$ – угол поворота головки до контакта с боковой ограничивающей пружиной; $k_{S,\psi}$ – приведенный к углу коэффициент жесткости боковой пружины; $c_{S,\omega}$ – коэффициент контактного демпфирования, приведенный к угловому движению.

Контактные силы и координаты точек контакта вычисляются в СК $X_P Y_P Z_P$ приемного конуса в соответствии с алгоритмами, описанными в главе 5. Они преобразуются в СК $X_{PMU} Y_{PMU} Z_{PMU}$ (и входят в уравнения динамики манипулятора

и переносимого объекта – шлюзовой камеры (ШК), а также в СК $X_H Y_H Z_H$ головки штыря СтМ (при этом вычисляются контактные моменты $m_{C,y}$ и $m_{C,z}$).

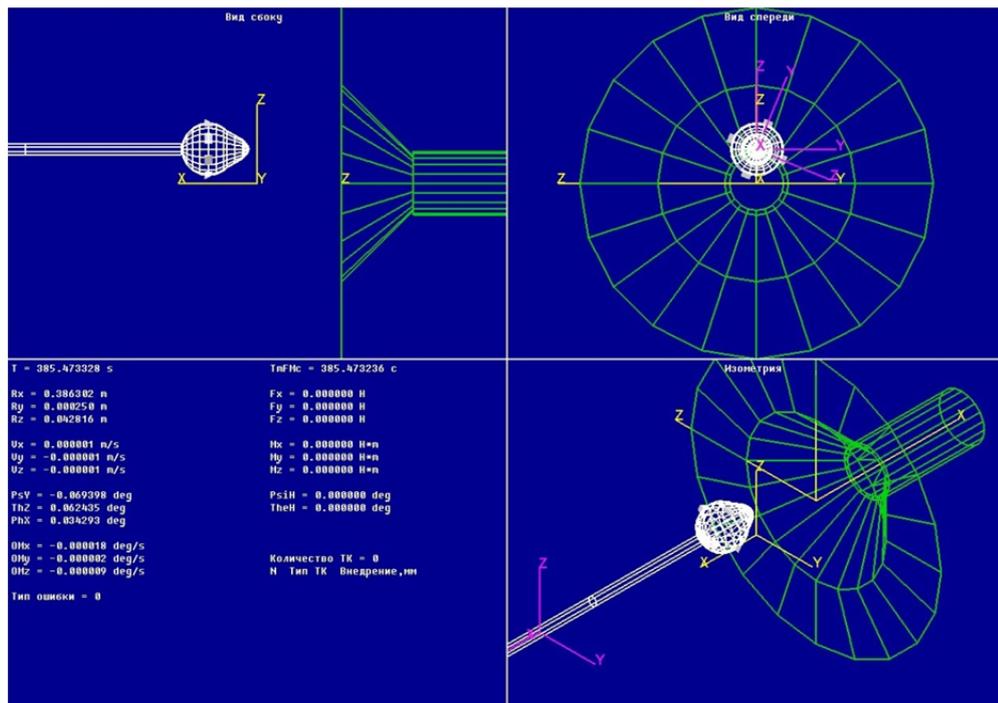
Оператор, управляющий манипулятором при причаливании ШК, наблюдает процесс с помощью прицельной и обзорных телекамер (рисунок 8.4.3).



а

б

в



г

Рисунок 8.4.3. Изображения при причаливании ШК: а) с прицельной телекамеры; б, в) с обзорных телекамер; г) каркасная модель головки захвата и конуса

Прицельная телекамера расположена на активном неподвижном агрегате, мишень на пассивном подвижном. На этапе контактного взаимодействия агрегаты

находятся слишком близко друг к другу из-за малых размеров головки и приемного конуса. Поэтому ни одна из телекамер не позволяет показать их относительное положение, боковой промах. Плоская мишень нечувствительна к угловым рассогласованиям. Каркасная графическая модель (рисунок 8.4.3г) позволяет показать движение головки относительно приемного конуса, определяемые в математической модели точки контакта (в виде красных точек), срабатывание защелок. Дополнительная анимация демонстрируется в осевой и боковой проекции, а также в аксонометрии. Изображение дополняется численными значениями кинематических параметров относительного движения, действующих на головку контактных сил и моментов.

При грубом, быстром управлении (простое осевое сближение) нагрузки при сцепке превышали значения допустимые для манипулятора. При точном управлении и соответственно более медленном сближении сцепка достигалась за более длительное время, но при этом обеспечивался приемлемый уровень контактных сил. На рисунках 8.4.4 и 8.4.5 показаны графики изменения кинематических параметров, контактных сил и моментов при точном управлении. На этапе выравнивания используются команды “Step” с малой амплитудой линейных и угловых перемещений. Сначала, примерно до 90-й сек, выдачей двух команд устранялся боковой промах 1.

На интервале 115 – 200 сек выдавались команды 2 для уменьшения угловых рассогласований. Каждая команда задавала соответствующую постоянную скорость изменения линейной или угловой координаты. Для вхождения головки в приемный конус подается команда “Insert”, инициирующая осевое сближение 3 со значительно большим перемещением. Сцепка достигается на 300-й сек, при этом контактные силы и моменты не превышают уровней, допустимых для манипулятора.

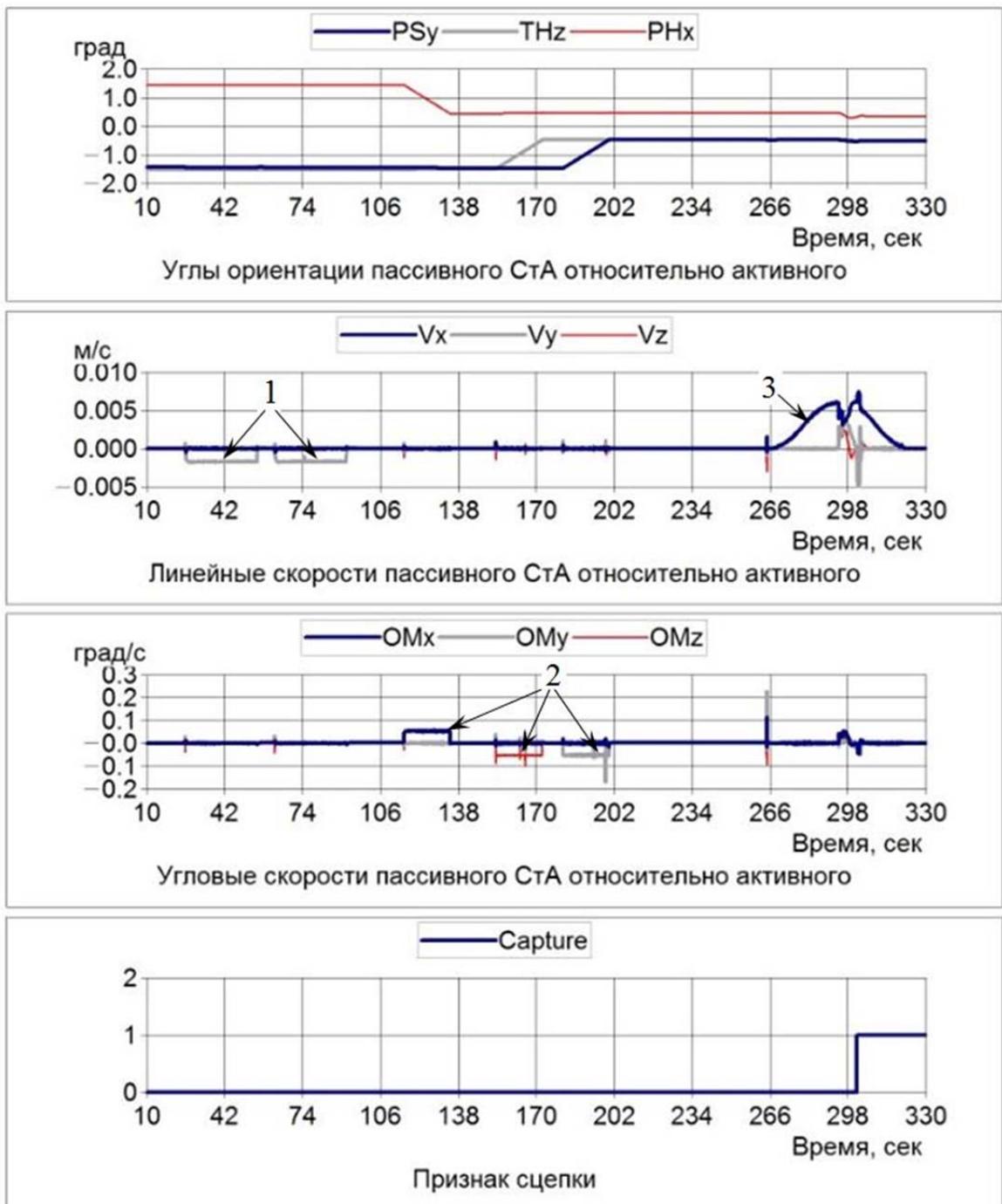


Рисунок 8.4.4. Причаливание ШК с выравниванием. Линейные и угловые скорости как следствие команд управления

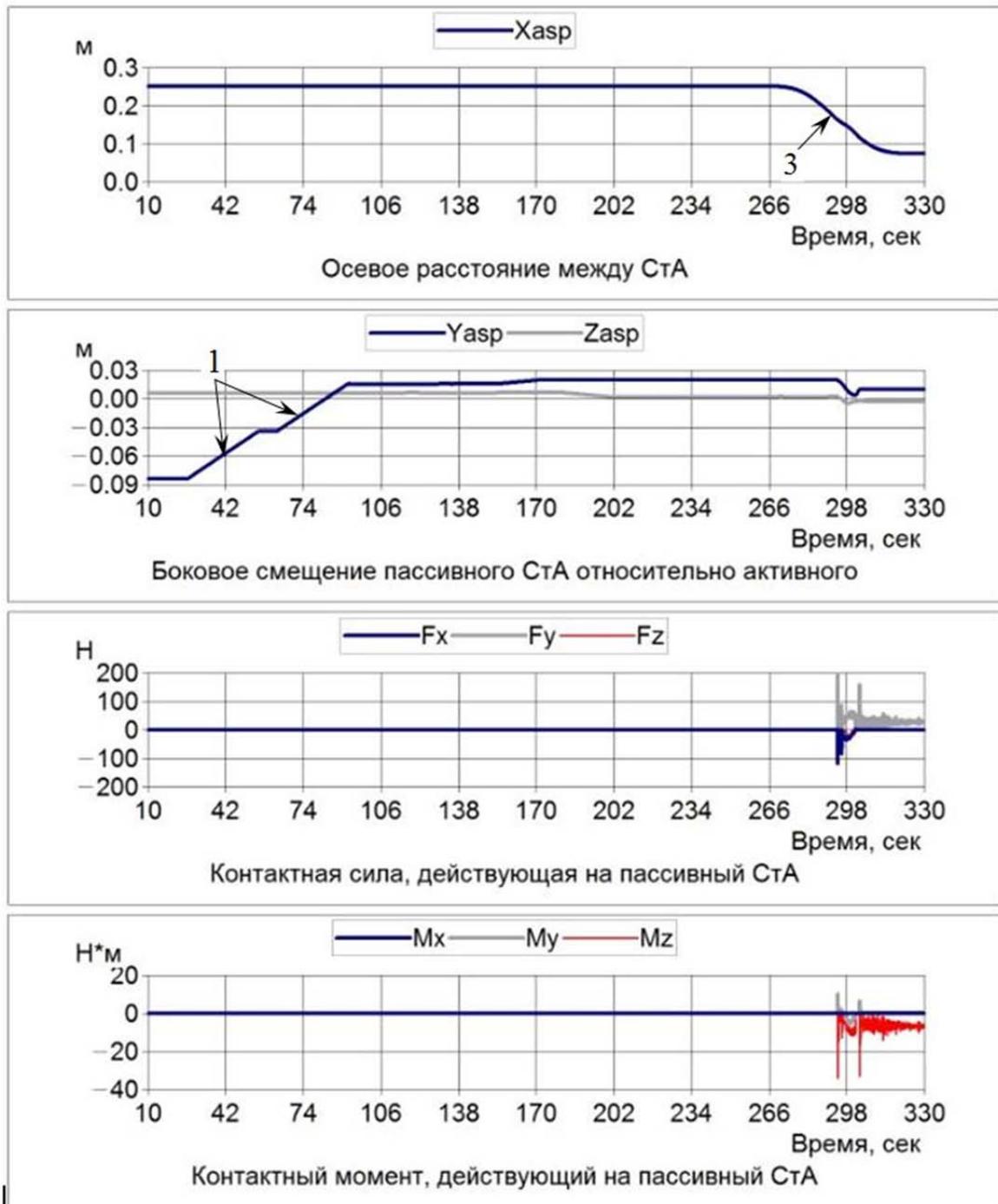


Рисунок 8.4.5. Причаливание ШК с выравниванием. Боковое выравнивание, сближение, контактные силы и моменты

Оценка динамики причаливания при использовании устройств соединения без податливости. Геометрия направляющих поверхностей и соединяемых элементов УСА и УСП без податливости кратко описана в главе 5 (раздел 5.5). В центре приемного гнезда на стыковочной плоскости УСП расположена СК

$X_{USP}Y_{USP}Z_{USP}$. В центре основания замка захвата на стыковочной плоскости УСА находится начало СК $X_{PMU}Y_{PMU}Z_{PMU}$, в которой осуществляется управление сближением. Относительное положение этих СК вычисляется в модели манипулятора, переносящего радиатор-теплообменник, и задается вектором $\mathbf{r}_{USP,PMU}$ из начала $X_{USP}Y_{USP}Z_{USP}$ в начало $X_{PMU}Y_{PMU}Z_{PMU}$ и матрицей преобразования $\mathbf{A}_{PMU,USP}$ из СК $X_{PMU}Y_{PMU}Z_{PMU}$ в СК $X_{USP}Y_{USP}Z_{USP}$ (рисунок 8.4.6). Оно определяет положение каждой пары контактирующих элементов УСА и УСП.

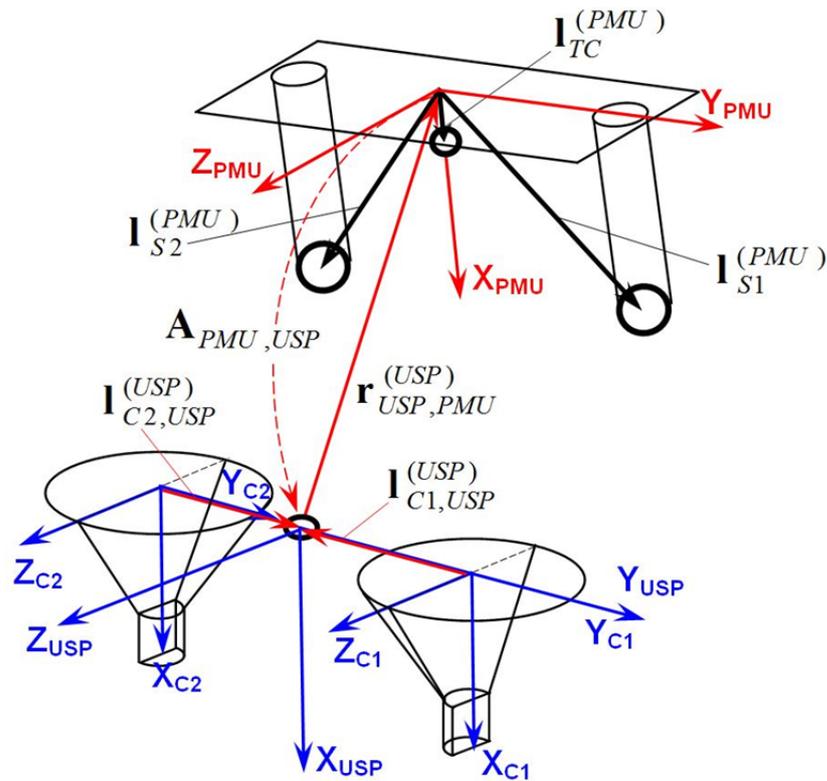


Рисунок 8.4.6. Системы координат и направляющие элементы УСА и УСП

Положение центра тора замка захвата и центра i -й сферы (его образующей) в СК гнезда захвата определяются векторами

$$\mathbf{r}_{TC}^{(USP)} = \mathbf{r}_{USP,PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} \mathbf{l}_{TC}^{(PMU)},$$

$$\mathbf{r}_{SC,i}^{(USP)} = \mathbf{r}_{TC}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} \mathbf{l}_{SC,i}^{rel(PMU)},$$

где $\mathbf{l}_{TC}^{(PMU)} = [X_{tc0}, 0, 0]^T$ – постоянный вектор из СК $X_{PMU} Y_{PMU} Z_{PMU}$ в центр тора головки захвата, $\mathbf{l}_{SC,i}^{rel(PMU)} = [0, y_{SC0,i}^{(PMU)}, z_{SC0,i}^{(PMU)}]^T$ – постоянные векторы из центра тора в центр i -й сферы-образующей.

Положения центров сфер направляющих штырей в СК $X_{C1} Y_{C1} Z_{C1}$ и $X_{C2} Y_{C2} Z_{C2}$ соответствующих приемных конусов задаются векторами

$$\mathbf{r}_{S,1}^{(C1)} = \mathbf{l}_{C1,USP}^{(USP)} + \mathbf{r}_{USP,PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} \mathbf{l}_{S,1}^{(PMU)},$$

$$\mathbf{r}_{S,2}^{(C2)} = \mathbf{l}_{C2,USP}^{(USP)} + \mathbf{r}_{USP,PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} \mathbf{l}_{S,2}^{(PMU)},$$

где $\mathbf{l}_{C1,USP}^{(USP)} = [0, -0.260, 0]^T$, $\mathbf{l}_{C2,USP}^{(USP)} = [0, 0.260, 0]^T$ и $\mathbf{l}_{S,1}^{(PMU)} = [X_{psc1}, Y_{psc1}, 0]^T$, $\mathbf{l}_{S,2}^{(PMU)} = [X_{psc2}, Y_{psc2}, 0]^T$ – постоянные векторы.

Скорости контактирующих элементов УСА относительно соответствующих контактирующих элементов УСП определяются соотношениями

$$\mathbf{v}_{TC}^{(USP)} = \mathbf{v}_{PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} (\boldsymbol{\omega}_{PMU}^{(PMU)} \times \mathbf{l}_{TC}^{(PMU)}),$$

$$\mathbf{v}_{S,1}^{(C1)} = \mathbf{v}_{PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} (\boldsymbol{\omega}_{PMU}^{(PMU)} \mathbf{l}_{S,1}^{(PMU)}),$$

$$\mathbf{v}_{S,2}^{(C1)} = \mathbf{v}_{PMU}^{(USP)} + \mathbf{A}_{PMU,USP} (\boldsymbol{\omega}_{PMU}^{(PMU)} \mathbf{l}_{S,2}^{(PMU)}).$$

Так как расстояние между центрами сфер-образующих и центром тора составляет только 5 мм, то для тора определяется скорость только его центра.

Эти кинематические параметры позволяют определить все точки контакта и их параметры в соответствии с алгоритмами, описанными в главе 5. Контактные силы и координаты точек контакта вычисляются в СК $X_{C1} Y_{C1} Z_{C1}$, $X_{C2} Y_{C2} Z_{C2}$, $X_{USP} Y_{USP} Z_{USP}$ и после преобразования в СК $X_{PMU} Y_{PMU} Z_{PMU}$ входят в уравнения динамики манипулятора и переносимого им оборудования.

На компьютерном стенде в реальном времени было промоделировано при-
чаливание в условиях, когда выравнивание выполняется по голосовым командам внешнего наблюдателя с учетом ограниченной видимости им соединяемых устройств. Выполняемая после такого выравнивания команда Insert на осевое

сближение УСА и УСП закончилась контактом 1 торцевой поверхности замка фиксации УСА со стыковочной плоскостью УСП и контактом 2 одного из направляющих штырей в ответный приемный конус. Визуализацию этого состояния обеспечивает дополнительная каркасная геометрическая модель (рисунок 8.4.7). При этом манипулятор, выполняющий команду осевого сближения, вызывал только нарастание контактной реакции.

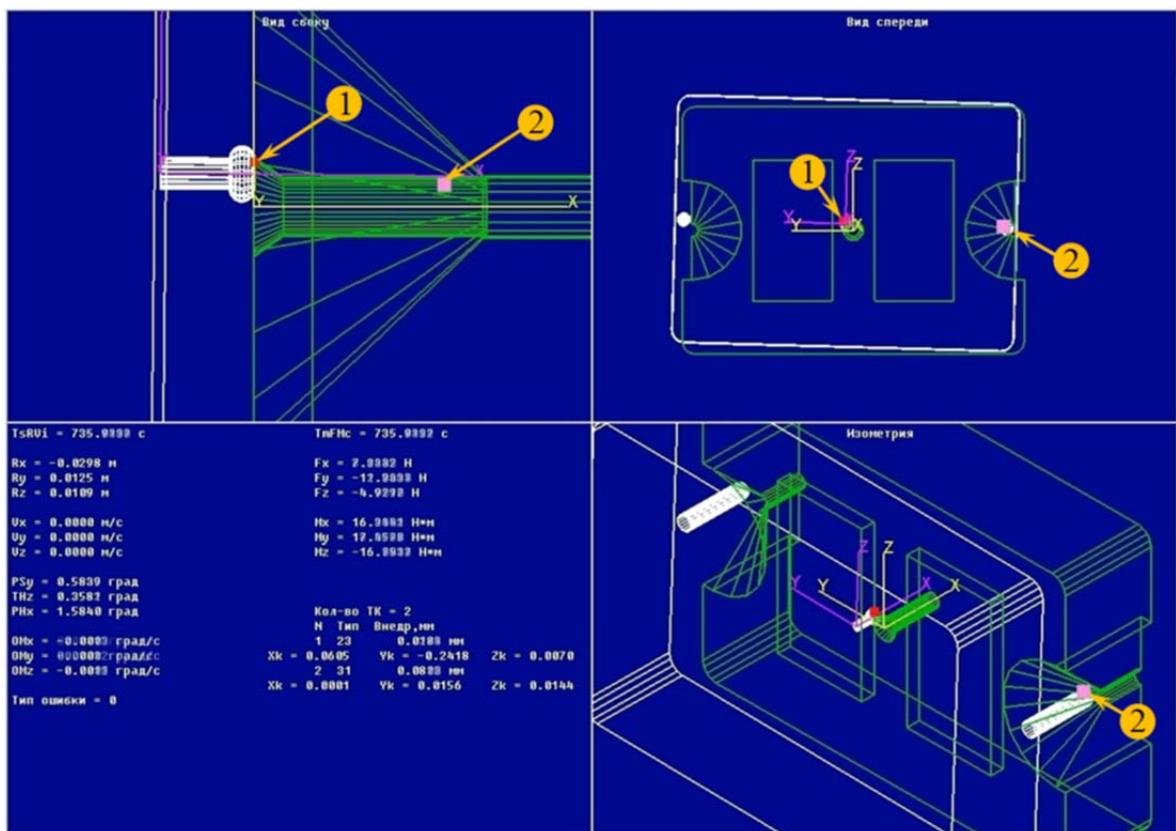


Рисунок 8.4.7. Отображение на каркасной компьютерной модели промаха при сближении УСА и УСП вследствие выравнивания в условиях ограниченной видимости

Наведение с использованием каркасной модели обеспечивает более высокое качество прицеливания (рисунки 8.4.8 – 8.4.10). На расстоянии 65 мм между плоскостями УСА и УСП выполнялось их относительное выравнивание командами Step. Сначала задавались боковые 1, а затем угловые 2 перемещения. Выравнивание было не полным, оставшиеся боковые и угловые рассогласования могли

бы быть меньше, если изменить параметры команд, задающие величины перемещений в соответствующих направлениях.

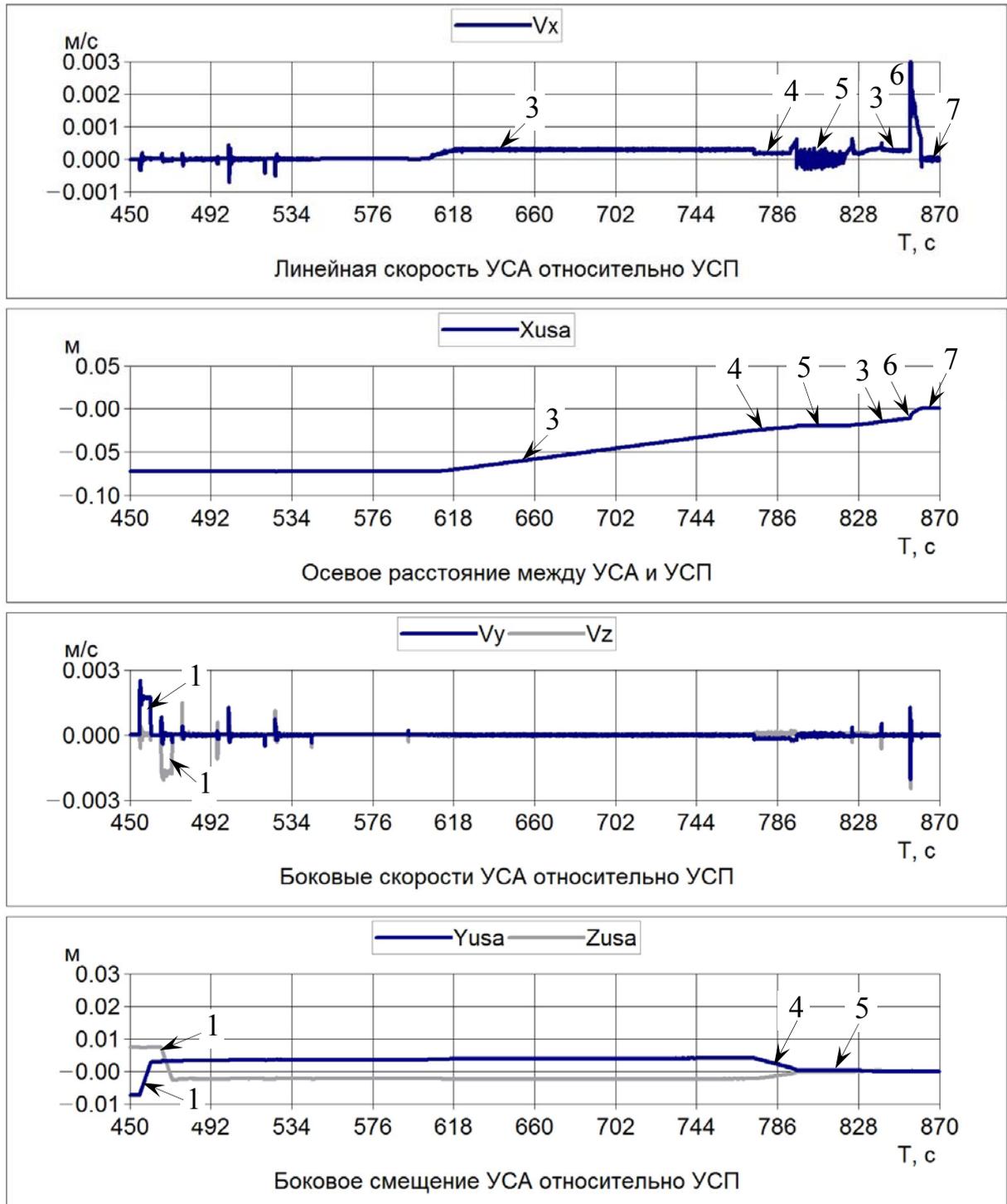


Рисунок 8.4.8. Осевые и боковые скорости и перемещения УСА относительно УСП при выравнивании с помощью каркасной геометрической модели

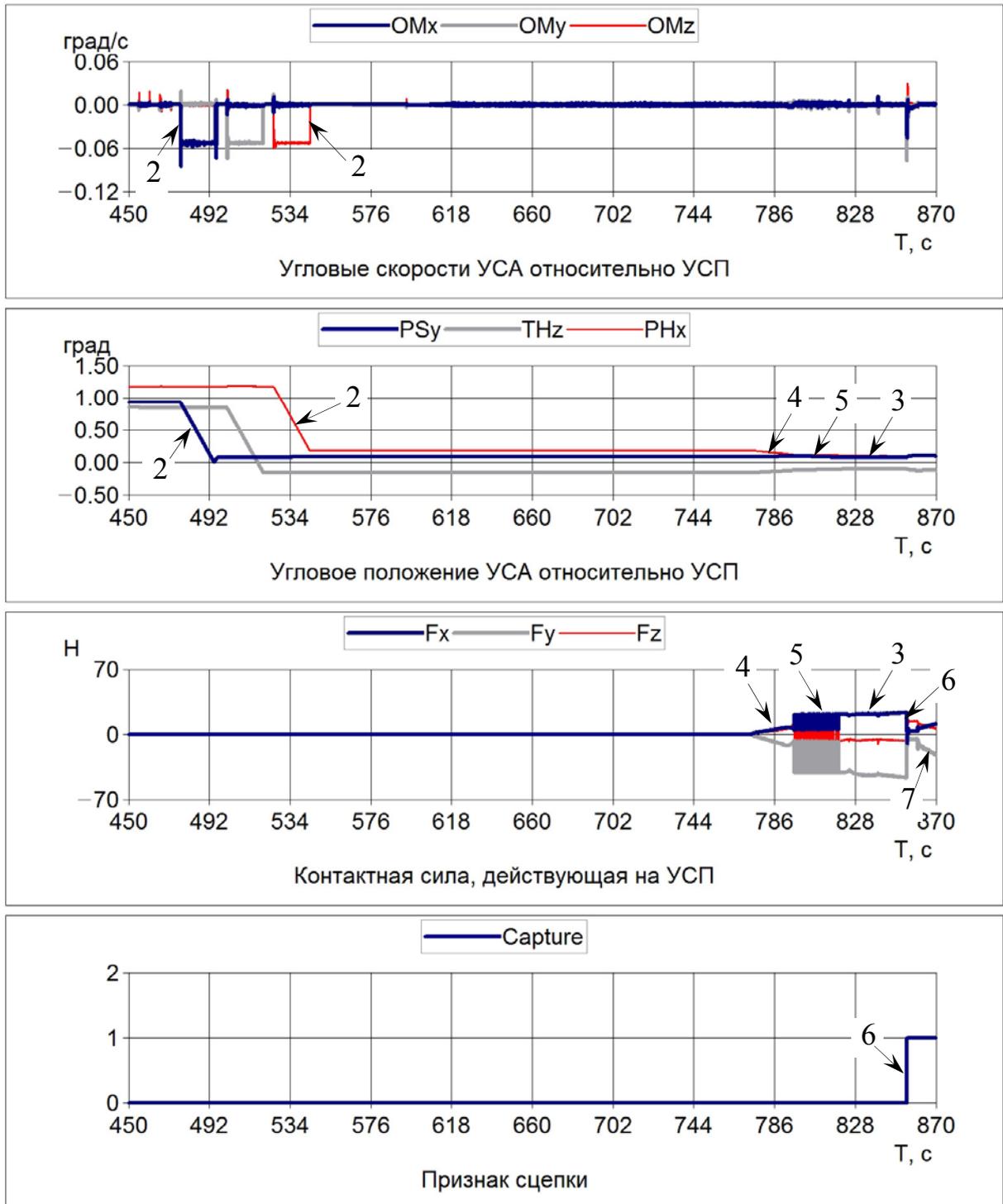


Рисунок 8.4.9. Угловые скорости и перемещения УСА относительно УСП при выравнивании с помощью каркасной геометрической модели

После выравнивания была выдана команда “Insert” на осевое сближение 3. Скорость сближения УСА была установлена экспертно на этапе проектирования этой операции. Она отличалась от скорости сближения при причаливании модуля,

рассмотренного в предыдущем разделе, из-за другой характеристики соединяемых интерфейсов. Вследствие не скомпенсированного бокового промаха головка замка захвата начала контактировать с приемным конусом гнезда захвата 4 (рисунок 8.4.10).

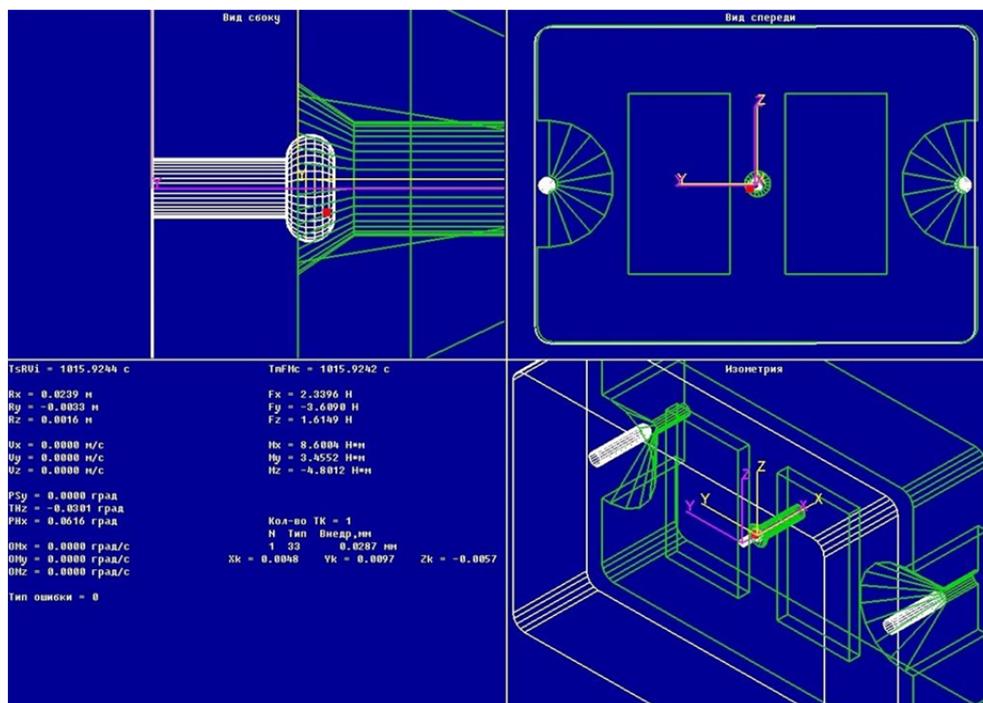


Рисунок 8.4.10. Результат выравнивания с использованием дополнительной каркасной графической модели УСА и УСП

При этом скорость сближения замедлилась. Манипулятор начал компенсировать боковые и угловые рассогласования за счет своей деформации, в основном за счет люфтов в шарнирах приводов. В результате головка начала входить цилиндр гнезда захвата 5. Это сопровождалось падением скорости осевого сближения и высокочастотными колебаниями контактной силы из-за «подстройки» модели контактной жесткости. После входа замка в гнездо фиксации контактные реакции определялись деформацией манипулятора и силой сопротивления пружины шарика, фиксирующего сцепку. После сцепки 6 это сопротивление стало близким нулю, скорость сближения резко возросла из-за освобождения энергии деформации манипулятора. Через малое время произошел контакт 7 стыковочных плоскостей УСА и УСП, скорость сближения упала до нуля, начали расти контактные

силы и моменты, обусловленные возрастанием деформации манипулятора. При завершении выполнения команды “Insert” они не превысили максимально допустимых значений.

Выводы по главе 8

Впервые предложен и реализован способ экспериментальной отработки причаливания космических аппаратов на основе гибридного моделирования на 6-степенном динамическом стенде. Разработана математическая модель реального времени для расчета движения манипулятора SSRMS, перемещающего КА большой массы. Подтверждена возможность выполнения причаливания к международной космической станции модуля МИМ-1 при условии точного наведения в процессе сближения.

Спроектирован и реализован компьютерный моделирующий стенд реального времени для отработки причаливания доставляемого на КА оборудования. В нем использованы разработанные модели контактного взаимодействия. Предложены и реализованы дополнительные графические каркасные модели для облегчения наведения. Показано, что их использование оператором манипулятора позволяет уменьшить боковые промахи и угловые рассогласования, контактные нагрузки, а при отсутствии средств прицеливания обеспечить сцепку.

Данная глава написана на основе публикаций [274 - 284].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации впервые разработаны общие методические основы создания корректных, детальных и вычислительно эффективных компьютерных моделей динамики стыковки и причаливания космических аппаратов, при этом получены следующие научные результаты.

1. Определены общие структурные особенности стыковочных механизмов, разработаны компьютерные алгоритмы формирования и решения уравнений контурных связей, расчета динамики стыковочных механизмов центрального и периферийного типов как систем твердых тел.
2. Разработаны компьютерные алгоритмы расчета деформаций с гистерезисом звеньев и передач к различным устройствам СтМ, использующие модели, основанные на экспериментальных данных.
3. Получены уравнения динамики стыкуемых космических аппаратов с учетом их контактного взаимодействия, вычислительно эффективный способ расчета упругих колебаний их конструкции.
4. Определен способ описания сложных контактирующих поверхностей стыковочных агрегатов, разработаны компьютерные алгоритмы определения координат и параметров точек контакта. Разработаны модели контактного взаимодействия стыковочных агрегатов центрального и периферийного типа, специализированных устройств для выполнения причаливания.
5. Разработана компьютерная модель динамики стыковки с использованием существующих агрегатов центрального типа. Предложены модификации кинематической схемы стыковочного механизма, снижающие нагрузки и расширяющие его функциональные возможности, исследована динамика их функционирования.
6. Предложены новый принцип функционирования и кинематическая схема периферийного стыковочного механизма, разработана его компьютерная модель и исследованы особенности динамики стыковки космических аппаратов при его использовании.

7. Впервые предложен и реализован способ гибридного моделирования в реальном времени на 6-степенном стенде причаливания космических аппаратов. Для этого разработаны уравнения динамики космического манипулятора и переносимого им полезного груза большой массы.
8. Предложен и реализован новый принцип визуализации результатов моделирования пространственного контактного взаимодействия и функционирования СтМ при стыковке и причаливании.

Разработанные модели процессов стыковки и причаливания обеспечили решение следующих практических задач.

1. Анализ динамики, в том числе нештатных ситуаций, на этапе проектирования процессов стыковки к МКС кораблей «Союз», «Прогресс» и ATV, модулей МЛМ и НМ к МКС.
2. Разработка конструкции новых стыковочных механизмов для перспективных кораблей.
3. Планирование и анализ результатов наземных динамических испытаний на 6-степенном стенде процессов стыковки указанных кораблей и модулей.
4. Восстановление контактных нагрузок по данным телеметрии, получаемой в ходе стыковки кораблей «Союз» и «Прогресс» для расчета израсходованного ресурса прочности конструкции МКС.
5. Экспериментальная отработка причаливания модуля к ОС «Мир», российского модуля МИМ-1 к МКС манипулятором SSRMS.
6. Создание компьютерного стенда моделирования в реальном времени контактной фазы операций причаливания, выполняемых манипулятором ERA, при разработке новых компьютерных средств наведения.

Результаты исследования защищены 4 патентами РФ на новые кинематические схемы и принципы функционирования стыковочных механизмов.

Список литературы

1. Сыромятников В.С. Стыковочные устройства космических аппаратов. - М.: Машиностроение. 1984. – 216 с.
2. Langley R.D. Apollo experience report – the docking system. // NASA Technical note, NASA TN D-6854. NASA. Washigton. D.C. 1972. 45 P.
3. Paine T.O., Fentress C. E. Expanding center probe and drogue. Patent US3526372, 1970.
4. Афанасьев И. Другой корабль. //Новости космонавтики. 2002 г., №11 (238), С. 62 – 65.
5. Афанасьев И. Другой корабль. //Новости космонавтики. 2003 г., №5 (244), С. 65 – 71.
6. Meyer, P. H., McDonnell Aircraft Corporation. Gemini/Agena docking mechanism. // Proc. of the 1-st Aerospace Mechanism Symposium, USA. 1966. P. 47 – 58.
7. Apollo-Soyuz Test Project. /USA-USSR, Fact Sheet, NASA Release N 74-196. 48 P.
8. Swan, W.L. Apollo-Soyuz test project docking system. – JPL Technical memorandum 33-777. 1975. 37 P.
9. Сыромятников В.С. Андрогиный периферийный агрегат стыковки и демпфер амортизационно-приводной системы для него. Патент RU-2131829. 1992.
10. Сыромятников В.С. Исследование амортизаторов стыковочных механизмов космических аппаратов. – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук, ГKB НПО “Энергия”. 1967. 199 С.
11. Никифоров А.В. Исследование по выбору параметров систем стыковочного устройства космических объектов. – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. ГKB НПО “Энергия”. 1968. 200 С.
12. Беликов Э.М. Исследование амортизационных систем периферийных стыковочных устройств космических аппаратов. – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. ГKB НПО «Энергия». 1977 г. 217 С.

13. Шолохов А.В. Исследование эффективности стыковки способом «штырь-воронка». – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. Центральный НИИ Машиностроения. 1970 г.
14. Акименко А.И., Лебедев А.И., Охоцимский Д.Е., Сыромятников В.С. и др. Моделирование на ЭВМ динамики стыковки космических кораблей «Союз» и «Аполлон». Препринт № 57. ИПМ АН СССР. 1975.
15. Сыромятников В.С. Стыковочные устройства космических аппаратов. Разработка и исследование. – Диссертация на соискание ученой степени доктора тех. наук, ГKB НПО «Энергия». 1978 г. 445 С.
16. Ефименко Г.Г. Математическая модель процесса стыковки объектов с упруго-вязким амортизатором. Научн.-техн. сб., серия II, вып.13. ЦНТИ «Поиск». ГОНТИ. №1. 1979 г.
17. Ефименко Г.Г. Математическая модель взаимодействия направляющих элементов стыковочного устройства типа штырь-конус. Научн.-техн. сб., серия II, вып.8. ЦНТИ «Поиск». ГОНТИ. №1. 1984 г.
18. Ботвинко А.А. Метод прогнозирования критических ситуаций при экспериментальной отработке стыковки космических аппаратов. – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. ГKB НПО «Энергия», 1993 г. 193 С.
19. Ефименко Г.Г. Упрощенная математическая модель периферийного стыковочного устройства. Научн.-техн. сб., серия II, вып.1. ЦНТИ «Поиск». ГОНТИ. №1. 1992 г.
20. Ефименко Г.Г. Особенности математической модели процесса стыковки космических аппаратов с использованием андрогинного периферийного агрегата. // Космонавтика и ракетостроение. 1995. Вып. 5. С. 59 – 66.
21. Комплексная экспериментальная установка РКК “Энергия” для испытаний стыковочных устройств. Описание и основные технические характеристики. - Отчет ПЗ8179-049. РКК “Энергия”. 2005. 70 С.

22. Lewis J.L., Monty B.C., Morales R.H. et al., NASA. Androgynous, reconfigurable closed loop feedback controlled low impact docking system with load sensing electromagnetic capture ring. Patent US 6,354,540 B1. March 12. 2002.
23. Lewis J.L., Monty B.C., Le T.D. et al., NASA. Low-ImpactMating System. Patent US 7,543,799 B1. June 9. 2009.
24. Caporicci M., Urmston P., Gracia O. IBDM: The International Berthing Docking Mechanism for human missions to low orbit and exploration // Proc. of the 61stInternational Astronautical Congress 2010. IAC-10, C2,7,9. URL: <https://www.iafastro.directory/iac/archive/browse/IAC-10/C2/7/8486/>.
25. International Docking System Standard (IDSS) Interface Definition Document (IDD). URL: <http://internationaldockingstandard.com>.
26. Paijmans B., De Vriend K., Dittmer H., Urmston P., Gracia O. The International Berthing Docking Mechanism ... a new European docking system // Proc. of the 63rd International Astronautical Congress IAC-2012. October 1–5, Naples, Italy, IAC-12,B3,7,9,x15451. URL: <https://iafastro.directory/iac/archive/browse/IAC-12/B3/7/15451/>.
27. Dittmer H., Gracia O., Caporicci M., Paijmans B., Meuws D. The International berthing Docking Mechanism (IBDM): Demonstrating full compliance to the International Docking System Standard (IDSS) // Proc. of the 66th International Astronautical Congress IAC 2015. October 12–16, Jerusalem, Israel, Paper ID: 30720. IAC-15,B3,7,7,x30720.: URL: <https://iafastro.directory/iac/archive/browse/IAC-15/B3/7/30720/>.
28. Motaghedi P., Ghofranian S. Feasibility of the SIMAC for the NASA Docking System. // AIAA Space and Astronautics forum and exposition (SPACE 2014), 14 July, 2014. P. 1 – 8. URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20140009916.pdf>.
29. Ghofranian S., Chuang L-P., Motaghedi P. The Boeing Company, Spacecraft Docking System // Patent US20150266595 A1. September 24. 2015.

30. McFatter J., Keizer K., Rupp T. NASA Docking System Block 1: NASA's new direct electric docking system supporting ISS and future human space exploration. //Proc. of the 44th Aerospace mechanism symposium. NASA Glenn Research Center, May 16 – 18. 2018. P. 471-484.
URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20150014481.pdf>
31. SpaceX Demo-1 Crew Dragon Docking to ISS - Part 2. NASA Video. www.youtube.com
32. Mission docking. Behind the scenes. // Go taikonauts. Issue 3, January 2012. P. 6 – 20. www.go-taikonauts.com.
33. Zhao Z., Liu C., Chen T. Docking dynamics between two spacecraft with APDes. //Multibody System Dynamics. 2016. № 37. P. 245 – 270.
34. Yorck M. ATV docking analysis. //ESA. ESTEC Technical report. TOS-MMM/2003/505/in/MY. 2003. 18 P.
35. Болотник Н.Н., Шматков А.М. Об управлении ударным взаимодействием космических аппаратов при стыковке. //Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. №4. С. 129-136.
36. McLaughlin R.J., Warr W. H. The Common Berthing Mechanism (CBM) for International Space Station. URL:
https://www.spacecraft.ssl.umd.edu/design_lib/ICES01-2435.ISS_CBM.pdf
37. Jaar G., Bélanger F, Harvie D., Lord.K. Advanced robotics simulation in the MOTS. // Proc. of the 31st International Symposium on Robotics (ISR 2000), Montreal, Canada. May 2000. P. 504 – 509.
38. Ma O., Buhariwala K., Roger N., MacLean J., Carr R. MDSF – A generic development and simulation facility for flexible, complex robotic systems. // Robotica. 1997. Vol. 15. P. 49 – 62.
39. Systems Engineering Simulator. URL:
http://www.nasa.gov/centers/johnson/engineering/robotics_simulation/systems_engineering_simulator/index.html.

40. European Robotic Arm (ERA). Mission Preparation and Training Equipment (MPTE). User Manual. HS-MU-ER81-001-NLR. 2001.
41. Лурье А.И. Аналитическая механика. - М.: Физматгиз. 1961. 824 с.
42. Парс Л.А. Аналитическая динамика: Пер. с англ. – М.: Наука, 1971 г. 636 С.
43. Kane T.R. Dynamics of nonholonomic systems. // Transaction of the ASME. Dec. 1961. P. 574 – 578.
44. Kane T.R. Wang C.F. On the derivation of Equations of Motion, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. Vol. 13. No. 2. June 1965. P. 487 – 492.
45. Kane T.R., Levinson D.L. Formulation of equation of motion for complex spacecraft //Journal of Guidance and Control. 1980. V.3. №2. P.99 – 112.
46. Бутенин Н.В., Фуфаев Н.А. Введение в аналитическую механику. - М.: Наука. 1991. 256 С.
47. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики: Учебник. 3-е изд., переработанное и дополненное. - М.: Издательство Московского университета. 2019. 728 С. ISBN 978-5-19-011288-7.
48. Likins P.W. Point-connected rigid bodies in a topological tree. //Celestial Mechanics. 1975. Vol. 11. no. 3. P. 301 – 317.
49. Computer aided analysis and optimization of mechanical system dynamics. / Haug E.J. Ed. Springer. 1984. 700 P.
50. Multibody Systems Handbook. /Werner Schiehlen Ed. Springer Verlag. 1990. 440 P.
51. Featherstone R. Robot Dynamics Algorithms.- Springer Verlag. 2007. 211 P.
52. Shabana A.A. Dynamics of multibody Systems, 4th Edition. Cambridge University Press. Cambridge. 2014. 384 P.
53. Featherstone R., Orin D. Robot Dynamics: Equations and Algorithms. Proc. of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA, April 2000. P. 826 – 834.

54. Featherstone R. Rigid Body Dynamics Algorithms. Springer. New York, 2008. 272 P.
55. Buffinton K.W. Kane's method in robotics. // Robotics and Automation handbook. / Kurfess T.R. (Ed.). CRC Press. 2005. 579 P.
56. Погорелов Д.Ю. Современные алгоритмы компьютерного синтеза уравнений движения систем тел. // Изв. РАН, Теория и системы управления. 2005. №4. С. 5 – 15.
57. Погорелов Д.Ю. Введение в моделирование динамики систем тел: Учебное пособие. Брянск: БГТУ, 2008. 108 С.
58. Горобцов А.С. Разработка методов анализа пространственной кинематики и динамики механизмов и машин с произвольной структурой и нелинейными связями. Дисс. на соискание степени доктора техн. наук, Институт машиноведения РАН, Москва. 2002. 341 С.
59. Горобцов А.С. Формирование уравнений движения пространственной механической системы, содержащей кинематические цепи произвольной структуры // Машиностроение и инженерное образование. 2005. №2. С. 46 – 54.
60. Горобцов А.С., Солоденков С.В. Алгоритмы численного интегрирования уравнений движения систем тел с множителями Лагранжа. // Машиностроение и инженерное образование. 2005. №3. С. 20 – 27.
61. ФРУНД - комплекс моделирования динамики систем твердых и упругих тел. URL: <http://www.frund.vstu.ru/>
62. Бойков В.Г., Юдаков А.А. Моделирование динамики системы твердых и упругих тел в программном комплексе EULER. // Изв. РАН, Информационные технологии и вычислительные системы. 2011. № 1. С. 42 – 52.
63. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем Эйлер. URL: <http://www.euler.ru> .
64. Open Dynamics Engine. Home page. URL: <http://www.ode.org>.
65. Open Source. Open Dynamics Engine. URL: <http://www.opende.sourceforge.net>

66. ODE latest user guide. URL: <http://www.ode.org/ode-latest-userguide.html>.
67. Туганов А.Н. Программные средства моделирования механических систем, их применение для игры роботов в футбол. – Дисс. на соискание степени канд. физ.-мат. наук, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2005 г. 142 С.
68. Denavit J., Hartenberg R.S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices //ASME Journal of Applied Mechanics. 1955. June. P. 215 – 221.
69. Uicker J.J. Dynamic behavior of spatial linkages. Part I - Exact equation of motion. //Transaction of the ASME: Ser. B. 1969. Vol. 9. No. 1. P. 251 – 258.
70. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота – манипулятора. – М.: Наука, 1976. 400 С.
71. Hollerbach J.M. A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and comparative study of dynamics formulation complexity. //IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics. 1980. Vol. SMC-10. No. 11. P. 730 – 736.
72. Динамика управления роботами /Под общ. ред. Е.И. Юревича. - М.: Наука, 1984. 336 С.
73. Фу Л., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. – 624 С.
74. Шахинпур М. Курс робототехники: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. 527 С.
75. Величенко В.В. Матрично-геометрические методы в механике с приложениями к задачам робототехники. – М.: Наука, 1988. 280 С.
76. Hooker W.W., Margulies G. The dynamical attitude equations for an n-body satellite. // Journal of Astronautical science. 1965. Vol. 12. No. 4. P. 123 – 128.
77. Wittenburg J. Dynamics of systems of rigid bodies. //Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, band 33, V.G. Teubner, Stuttgart, 1977. Русский перевод: Виттенбург И. Динамика систем твердых тел. – М.: Мир, 1980. 295 С.
78. Лесков А.Г., Медведев В.С. Анализ динамики управления движением исполнительных органов роботов манипуляторов. //Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1974. №6. С. 80 – 88.
79. Медведев И.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуля-

- ционных роботов. - М.: Наука, 1978. 416 С.
80. Воробьев Е.И., Панов С.А., Шевелева Г.И. Механика промышленных роботов: В 3 кн. /Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. – М.: Высшая школа, 1988. - Кн.1: Кинематика и динамика. 304 С.
81. Лесков А.Г. Теоретические основы моделирования и анализа динамики манипуляционных роботов, их приложение к задачам проектирования и подготовки операторов. Дисс. на соискание ученой степени доктора тех. наук, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002 г. 329 С.
82. Лесков А.Г., Ющенко А.С. Моделирование и анализ робототехнических систем. – М.: Машиностроение. 1992. 80 С.
83. Orlandea N., Chace M.A., Calahan D.A. A sparsity- oriented approach to the dynamic analysis and design of mechanical systems. Part 1 and II. // Journal of the engineering Industries. 1977. Vol. 99. Issue 3. P. 773-779.
84. Кулаков Ф.М. Супервизорное управление манипуляционными роботами. - М.: Наука, 1980. 448 С.
85. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами: теория и приложения. – М.: Наука, 1985. 384 С.
86. Kane T.R., Levinson D.A. The use of Kane's dynamical equation in robotics. //The International Journal of robotics research. 1983. V.2, №3. P. 3 – 21.
87. Kane T.R., Likins P.W., Levinson D.A. Spacecraft dynamics. – McGraw-Hill Book Company, 1983. 436 P.
88. Kane T.R., Levinson D.A. Dynamics: Theory and Applications. – McGraw-Hill Book Company, 1985. 379 P.
89. Rosenthal D.E., Sherman M.A. High performance multibody simulation via symbolic manipulation and Kane's method. // Journal of Astronautical Sciences. 1986. № 34. P. 223 – 239.
90. Kreuzer E.J. Mathematical modeling of complex mechanical systems. // Mathematical Modelling. Volume 8, 1987. P. 37-42.

91. Leister G., Schiehlen W. Werkzeuge zur simulation von mehrkörpersystemen. // VDI Berichte. 1992. No.925. S. 285-306.
92. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. Некоторые алгоритмы автоматизированного синтеза уравнений движения системы твердых тел. // Препринт № 84 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1993 г. 30 С.
93. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. Некоторые алгоритмы автоматизированного синтеза уравнений движения системы твердых тел. – Препринт №84, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1993 г. 30 С.
94. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. О численных методах моделирования движения системы твердых тел. – Препринт №12, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1994 г. 31 С.
95. Степаненко Ю.А. Алгоритм анализа динамики пространственных механизмов с разомкнутой кинематической цепью. – В сб. «Механика машин». 1974. Вып. 44. С. 77 – 88.
96. Walker M.W., Orin D.E. Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms. Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1982. Vol. 104. P. 205 – 211.
97. Верещагин А.Ф. Метод моделирования на ЦВМ динамики сложных механизмов роботов-манипуляторов. // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика. 1976. № 6. С. 89 – 94.
98. Featherstone R. The calculation of robot dynamics using articulated-body inertias. //Int. Journal of Robotic Research. 1983. Vol. 2. No. 1. P. 13 – 30.
99. Rodriguez G. Kalman filtering, smoothing and recursive robot arm forward and inverse dynamics. //IEEE Journal of Robotics and Automation. 1987. Vol. 3. №6. P. 624 – 639.
100. Rodriguez G. Recursive forward dynamics for multiple robot arms moving a common task object //IEEE Journal of Robotics and Automation. 1989. vol. 5. №4. P. 510 – 521.

101. Schwertassek R., Roberson R.E. A state - space dynamical representation for multibody mechanical system. Part I: system with tree configuration //Acta Mechanica. 1984. Vol. 50. P. 141 – 161. Part II: Systems with closed mechanical loops. //Acta mechanica. 1984. Vol 51. P. 15 – 29.
102. Schwertassek R., Roberson R.E. A perspective on computer oriented multibody formalisms and their implementation. //Proc. of the UITAM/IFTOMM Symposium on Dynamics of Multibody Systems, Sept. 1985, Udine, Italy, G. Bianchi, W. Shiehlen (eds.), Springer-Verlag. Berlin. 1986. P. 261 – 273.
103. Brandl H., Johanni R., Otter M. A very efficient algorithm for the simulation of robots and similar multibody systems without inversion of the mass matrix. //Proc. of IFAC/IFIP/IMACS International symposium on Theory of robots, (Vienna, December 3-5, 1986), P. 95 – 100.
104. D'Eleuterio G.M.T., Damaren C.J. Recursive multibody dynamics and discrete-time optimal control. //Proc. of the NASA Conference on Space Telerobotics. G. Rodriguez, H. Serial editors. NASA JPL, Pasadena, CA. 1989. Vol. IV. P. 285 – 295.
105. Nasser M.G. Recursive Newton-Euler formulation of manipulator dynamics. //Proc. of the NASA Conference on Space Telerobotics. G. Rodriguez, H. Serial editors. NASA JPL, Pasadena, CA. 1989. Vol. IV. P. 309 – 318.
106. Fijany A., Scheid R. Efficient conjugate gradient algorithm for computation of the manipulator forward dynamics. //Proc. of the NASA Conference on Space Telerobotics. G. Rodriguez, H. Serial editors. NASA JPL, Pasadena, CA. 1989. Vol. IV. P. 329 – 340.
107. Rosental D. An order n formulation for robotic systems. // The Journal of the Astronautical Sciences. 1990. Vol. 38. No. 4. P. 511 – 529.
108. Anderson K.S. An order n formulation for the motion simulation of general multi-rigid-body tree systems. //Computers & Structures. 1993. Vol. 46. No. 3. P. 547 – 559.

109. Stelzle W., Kecskemethy A., Hiller M. A comparative study of recursive methods. //Archive of Applied Mechanics. №66. Springer-Verlag. 1995. P. 9 – 19.
110. Телегин А.И. Новые уравнения для решения задач динамики и синтеза систем твердых тел. // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2006. №11. С. 3-14.
111. Телегин А.И. Общий и частный виды уравнений динамики систем абсолютно твердых тел. // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2007. №11. С. 3-12.
112. Погорелов Д.Ю. Алгоритмы моделирования динамики систем тел с большим числом степеней свободы. // Общая и прикладная механика. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4(2). С. 278 – 279.
113. Коноплев В.А. Конструирование агрегативных моделей механики носителя систем твердых тел. //Прикладная математика и механика. 1989. Т.53, вып.1. С. 24 – 31.
114. Коноплев В.А. Агрегативная механика систем твердых тел., СПб, Наука, 1996. 166 С.
115. Petzold L. R.Computational challenges in mechanical system simulation. – Computer-Aided Analysis of rigid and flexible Mechanical Systems. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1994. P. 483 – 499.
116. Gear C.W. Differential-algebraic Equations. – NATO ASI Series. Vol. F9. Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics. / Edited by E.J. Haug, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg. 1984. pp. 323 - 334.
117. Rampalli R., VikramSohoni V., Steigerwald M.F., Joseph F. McGrath J.F. Numerical Methods in ADAMS Mechanical Simulation Code. Mechanical Dynamics, Inc. 1990. 14 P.

118. Haier E., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Springer Series in Computational Mathematics. Vol. 14. Springer Verlag. 1991. 2nd Edition, 1996. 609 P.
119. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. О численных методах моделирования движения систем твердых тел // Препринт № 12 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1994. 30 С.
120. Pogorelov D. Differential-algebraic equations in multibody system modeling. // Numerical algorithms. 1998. Vol. 19. P. 183 – 194.
121. Ibrahim Z.B., Suleiman M., Othman K.I. Direct block backward differentiation formulas for solving second order ordinary differential equations. // Int. Journal of Mathematical, Physical, Electrical and Computer Engineering. 2008. Vol. 2. No. 2. P. 260 – 262.
122. Baumgarte J.W. Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamic Systems // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1972. Vol. 1. P. 1 – 16.
123. Brandl H., Johanni R., Otter M. An algorithm for the simulation of multibody systems with kinematical loops // Proceedings of the 7th World Congress The Theory of Machines and Mechanisms. Sevilla. 1987. Vol. 2. P. 407 – 411.
124. Bae D., Hwang R., Haug E.J. A recursive formulation for real-time dynamic simulation of mechanical systems. //ASME Journal of Mechanical Design. 1991. Vol. 113. P. 158 – 166.
125. Яскевич А.В. Автоматизированное формирование динамических моделей управляемых механических систем с кинематическими контурами. // Управляемые механические системы. Сб. Трудов Иркутского политехнического института. 1986. С. 42 – 51.
126. Wehage R.A., Haug E.J. Generalized coordinate partitioning for dimension reduction in analysis of dynamical systems // Journal of Mechanical Design. 1982. № 104. P. 247 – 255.

127. Бутенин Н.В., Лунц. Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики: Учебник. В 2-х томах. Т. II.: Динамика. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы. 1979. 544 С.
128. Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. – М.: Международная программа образования. 1997. 336 С.
129. Gonthier Y. Contact dynamics modeling for robotic task simulation. A thesis of PhD dissertation, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada. 2007. 217 P.
130. Чебаков М.И., Колосова Е.М., Наседкин А.В. Моделирование контактного взаимодействия тел с неоднородными по глубине механическими свойствами при наличии трения в зоне контакта. – Известия Самарского научного центра РАН. т. 13, № 4 (3). 2011. С. 1252 – 1255.
131. Hubbard P. Approximating polyhedra with spheres for time-critical collision detection. //ACM Transactions on Graphics. 1996. Vol. 15. № 3, P. 179 – 210.
132. Gottschalk. S, Lin M.C., Manocha D. OBBTree: A hierarchical structure for rapid interference detection, Computer Graphics // ACM Siggraph'96 Proceedings. 1996. P.171 – 180.
133. Klosowski J., Held M., Mitchell J.S.B., Sowizral H., ZikanK.. Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-DOPs. //IEEE Transactions on visualization and computer graphics. 1998. Vol. 4. No. 1. P. 21 – 36.
134. T. Moeller. A fast triangle-triangle intersection test // Journal of Graphics Tools. 1997. Vol. 2. No. 2. P. 25 – 30.
135. Tropp O., Tal A., Shimshoni I. A Fast Triangle to Triangle Intersection Test for Collision Detection //Computer Animation and Virtual Worlds. 2006. Vol. 17. No. 5. P. 527 – 535.
136. Ho J.Y.L. Direct Path method for flexible multibody spacecraft dynamics. //Journal of Spacecraft and Rockets. 1977. Vol. 14. P. 102-110.

137. Hughes P.C. Dynamics of a Chain of Flexible Bodies // Journal of Astronautical Sciences. 1979. Vol. 27. №4. P. 359-380.
138. Ho J.Y.L., Herber D.R. Development of dynamics and control simulation of large flexible space systems. // Journal of guidance, control and dynamics. 1985, N. 8. P. 374-383.
139. Shabana A.A.. Dynamics of flexible bodies using generalized Newton-Euler Equations. //Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, measurement and control. 1990. V 112. No. 3. P. 496-503.
140. Shabana A.A. Computer Implementation of Flexible Multibody Equations. // Pereira M.F.O.S., Ambrosio J.A.C. (eds.) / Computer-Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1994. 610 P. (P. 325 – 350)
141. Piedboeuf J.-C., Doyon M., Langlois P., R.L'Archeveque. SYMOFROS: A flexible dynamics modeling software. // Proc. Fifth International Symposium on Artificial Intelligence, Robotic and Automation in Space, 1-3 June 1999 (ESA-SP-440). P. 709 – 716.
142. Иткин Б.М., Слиде П.Б. Расчет упругих колебаний манипулятора методом конечных элементов //Вопросы динамики и прочности. 1983. Вып. 41. С. 74 – 83.
143. Yang Z., Sadler J.P. Large-displacement Finite Element analysis of flexible linkages. // Transaction of the ASME. Journal of mechanical design. 1990. V. 112. No. 2. P. 175-182.
144. Huang Y., Lee C.S.G. Generalization of Newton-Euler formulation of dynamic equations to nonrigid manipulators. // Journal of Dynamic System, Measurement and Control. № 110. 1988. P. 308 – 315.
145. Huston R.L. Computer methods in flexible multibody dynamics. //International Journal of Numerical Methods in Engineering. No. 32. 1991. P. 1657 – 1668.

146. Haering W. Non-linear constraints and stiffness representation in simple flexible body dynamic beam formulations. //Journal of Vibration and Control. No. 9. 2003. P. 911 – 929.
147. Banerjee A.K. Dynamics and control of the WISP shuttle-antennae system. //Journal of the Astronautical Sciences. No. 41. 1993. P. 73 – 90.
148. Леонтьев В.А. Квадратурные дискретные модели протяженных звеньев манипуляторов. Часть 1. Разработка моделей с сосредоточенными параметрами. //Робототехника и техническая кибернетика. 2019. № 1. С. 34 – 45.
149. Леонтьев В.А. Квадратурные дискретные модели протяженных звеньев манипуляторов. Часть 2. Тестирование и применение. //Робототехника и техническая кибернетика. 2019. № 2. С. 125 – 135.
150. Акуленко Л.Д., Михайлов С.А., Черноусько Ф.Л. Моделирование динамики манипулятора с упругими звеньями //Изв.АН СССР. Механика твердого тела. 1981. №3. С. 118 – 124.
151. Черноусько Ф.Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора //Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1981. №5. С. 142 – 152.
152. Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Об управлении поворотом упругого звена манипулятора //Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1984. №1. С. 167 – 173.
153. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы: динамика, управление и оптимизация. – М.: Наука, 1989. 368 С.
154. Грошева М.В., Климов Д.М. Опыт использования аналитических преобразований на ЭВМ в задачах механики. М., 1987. 40 С. (Препринт ИПМ АН СССР, №296).
155. Грошева М.В., Ефимов Г.Б. О системах аналитических вычислений на ЭВМ //Пакеты прикладных программ: Аналитические преобразования. М.: Наука, 1988. С.5 – 38.

156. Методы компьютерного конструирования моделей классической и небесной механики. Теория и практика компьютерного конструирования моделей механики многосвязных технических систем: Материалы Всесоюзного совещания. - Ленинград, 1989 г. 83 С. (Препринт ЛФ ИМАШ им. А.А. Благонравова АН СССР, №32).
157. Климов Д.М. Методы компьютерной алгебры в задачах механики. / Д. М. Климов, В. М. Руденко; Отв. ред. А. Ю. Ишлинский; АН СССР, Институт проблем механики. - М. : Наука, 1989. 213 С.
158. Computerized symbolic manipulation in mechanics. / Kreuzer E. (ed.). Springer-Verlag. 1994. 265 P.
159. Грошева М.В., Ефимов Г.Б., Самсонов В.А. История использования аналитических вычислений в задачах механики. – Москва: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2005 г. 87 С.
160. https://www.en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems
161. Tobey R. Experience with FORMAC algorithm design //Comm. of the ACM. 1966. V.9, No. 8. P.589 – 597.
162. Турчин В.Ф., Сердобольский В.И. Язык РЕФАЛ и его использование для преобразования алгебраических выражений //Кибернетика. 1969. №3. С.58 – 63.
163. Martin W.A. Fateman R.J. The MACSYMA system //Proc. of the 2nd Symp. on Symbolic and Algebraic Manipulation. Los Angeles. 1971. P. 59 – 75.
164. Стахин Н.А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima. (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений): Учебное пособие. – Москва: 2008. 68 С.
165. Глушков В.М., Гринченко Т.А., Дородницина А.А. и др. АНАЛИТИК -74 /Кибернетика. 1978. №5. С.114-136.
166. Hearn A.C. REDUCE User's Manual: Version 3.2. Santa Monica: Rend Corporation. 1985. 188 P.

167. Берман В.С., Климов Д.М. Система mu-MATH-muSIMP для символьных вычислений на персональном компьютере.- М., 1987. 32 с. (Препринт ИПМех. АН СССР. №298).
168. Васильев А. Н. Maple 8. Самоучитель. М.: Диалектика, 2003. 352 С.
169. <https://www.maplesoft.com/>.
170. Nicosia S., Tornambe A. Dynamics modelling of flexible robot manipulator //Proc. IEEE Int. Conf. Rob. And Autom.: San Francisco, Calif., Apr.7-10. Washigton, D.C. 1986. Vol. 1. P. 365 – 372.
171. Kouchakpur P., Zomaya A.Y. Symbolic computation of robot dynamics parameters // Cybernetic And Systems. 1994. V.25. P. 697 – 727.
172. Добрынина И.С. Моделирование динамики манипуляционных роботов с применением метода декомпозиции управления //Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. №4. С. 246 – 256.
173. Проворов Л.В., Штаркман В.С. АЛЪКОР - система аналитических вычислений: Часть 2. - М., 1982. 38 С. (Препринт ИПМ АН СССР, № 166).
174. Городецкий О.М. Специализированная система MMANG для проведения аналитических выкладок в механике сложных систем твердых тел //Пакеты прикладных программ: Аналитические преобразования. – М.: Наука, 1988. С. 115 – 128.
175. Пакет символьных вычислений “МЕХАНИК”: Задачи и структура / А.В. Банщиков, Л.А. Бурлакова, Г.И. Иванова, С.А. Симонов. //Пакеты прикладных программ. Итоги и применения. – Новосибирск: Наука. 1986. С. 96 – 105.
176. Kreuzer E.J. Generation of symbolic equations of motion of multibody systems. //Computerized symbolic manipulation in mechanics. / Kreuzer E. (ed.). Springer-Verlag. 1994. 265 P. (P. 1-65).
177. Почтаренко М.В. Комплекс программ по анализу стационарных движений механических систем //Пакеты прикладных программ: Методы и разработки. - Новосибирск: Наука, 1981. С. 82-92.

178. Kircanski N., Vukobratovic M., Kircanski M. General-purpose software system for computer-aided generation of real-time robot dynamics //The Theory of machines and mechanisms: //Proc. of the 7th World Congress. Sevilla, 1987. V.2. P. 1249 – 1252.
179. Вукобратович М. Общая структура новой системы разработки программного обеспечения //Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1987. №3. С. 135 – 146.
180. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. 376 С.
181. Погорелов Д.Ю. О кодировании символьных выражений при синтезе уравнений движения систем твердых тел. // Известия РАН. Техническая кибернетика. 1993. № 6. С. 209 – 213.
182. Visintin A. Differential Models of Hysteresis (Applied Mathematical Sciences. Vol. 111). Springer. 1994. 407 P.
183. Lapshin R.V. Analytical model for the approximation of hysteresis loop and its application to scanning tunneling microscope. //Review of Scientific Instrument. Vol. 66. No. 9. 1995. P. 4718 – 4730.
184. Roubíček M.T. A Rate-Independent Model for Inelastic Behavior of Shape-Memory Alloys // Multiscale Modeling & Simulation, Volume 1, Issue 4, 2003. P. 571 – 597.
185. Mayergoyz I.D. Mathematical Models of Hysteresis and their Applications: Second Edition (Electromagnetism). Elsevier. 2003. 499 P.
186. Smith R. Smart material systems: model development. SIAM, 2005. 501 P.
187. Лукичев А.А., Ильина В.В. Простая математическая модель петли гистерезиса для нелинейных материалов. //Известия Самарского научного центра РАН. т. 13, №4, 2011. С. 39 – 44.

188. Tompsett G. A., Krogh L., Griffin D. W., Conner W. C. Hysteresis and Scanning Behavior of Mesoporous Molecular Sieves. //Langmuir. 2005. No. 21 (18). P. 8214 – 8225.
189. Escolar J.D., Escolar A. Lung hysteresis: a morphological view. //Histology and hystopathology. 2004. No. 19. P. 159 – 166.
190. Пономарев Ю.К. Особенности гистерезиса пар сухого трения при круговых вращениях вибратора. //Известия Самарского научного центра РАН. т. 13. № 4(3). 2011. С. 1192 – 1195.
191. ADAMS - The world's first choice for mechanical system simulation. Ann Arbor: Mechanical Dynamics Inc. 1994. 46 P.
192. Daberkov A., Kreuzer E., Leister G., Schiehlen W. CAD modeling, Multibody System Formalisms and Visualization – An Integrated Approach. /Schiehlen W. (ed.). Advanced Multibody System Dynamics. //Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands. 1993. P. 87 – 106.
193. From Neweul to Neweul-M2: Symbolical equations of motion for multibody system analysis and synthesis. //Multibody System Dynamics. 2010. Vol. 24. No. 1. P. 25 – 41.
194. Haug E.J., Smith R.C. DADS – Dynamic Analysis and Design System. //Multibody Systems Handbook. /Werner Schiehlen Ed. Springer Verlag. 1990. P. 161 – 179.
195. DADS User’s Manual. - Coralville: CADSi. 1994. 314 P.
196. Levison D.A., Kane T.R. AUTOLEV– A new approach to mutibody systems dynamics. // Multibody Systems Handbook. /Werner Schiehlen Ed. Springer Verlag. 1990. P. 81 – 102.
197. Pro/MECHANICA MOTION/EQUATIONS Guide for Release 18.0. Waltham: Parametric Technology Corporation. 1997. 244 P.
198. Chang K-H. Mechanism design with Pro/ENGINEER. Wildfire 4.0. SDC publications. URL: <http://www.sdcpublications.com>.

199. Creo Level 12: Mechanism Dynamics Intensive.
URL: <https://www.proetools.com/creo-proe-mechanism-dynamics-intensive/>.
200. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. «Универсальный Механизм» - комплекс программ моделирования динамики систем твердых тел. //Препринт № 77 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1993 г. 28 С.
201. Ефимов Г.Б., Погорелов Д.Ю. Решение некоторых модельных задач механики с использованием программного комплекса «Универсальный Механизм» - //Препринт № 72 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1993 г. 24 С.
202. Универсальный механизм - программный комплекс для моделирования динамики механических систем. URL: <http://www.universalmechanism.com>.
203. Погорелов Д.Ю. Компьютерное моделирование динамики технических систем с использованием программного комплекса «Универсальный механизм». Брянский государственный технический университет. 20 С.
URL: <http://www.umlab.ru>.
204. RecurDyn. URL: <http://www.functionbay.org/downloads.html>.
205. Моделирование динамики многомассовых систем в SIMULA Simpack.
URL: <https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/simpack/simpack-saprg0518.pdf>
206. DYMOLA Systems Engineering. Multi-engineering modeling and simulation based on Modelica and FMI.
URL: <http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola>.
207. Vortex Studio. Real-time simulation and visualization software for system-level of mechatronics and mechanics equipment.
URL: <https://www.cm-labs.com/>.
208. Tchoryk P., Jr., Pavlich J.C., Hays A.B., Wassick G., Ritter G. Michigan Aerospace Corporation. Docking system. Patent US 20110058892 A1, November 1, 2010. URL: <http://www.google.com/patents/US20,110,058,892>.
209. Hays A.B., Tchoryk P., Jr., Pavlich J. C., Wassick G. Dynamic simulation and validation of a satellite docking system. //Space systems technology and operations. Proceedings of the SPIE. 2003. Vol. 5088.P. 77 – 88.

210. Pavlich J. C., Tchoryk P., Hays A.B., Wassick G. KC-135 zero G testing of a micro satellite docking mechanism. //Space systems technology and operations. Proceedings of the SPIE. 2003. Vol. 5088. P. 31 – 42.
211. ParalleMIC – the Parallel Mechanisms Information Center. URL: <http://www.parallemic.org>.
212. Pritschow G., Wurst K.-H. Systematic design of hexapods and other parallel link systems. Annals of the CIRP. 1997. Vol. 46. No. 1. P. 291 – 295. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607608282>.
213. Gough V. E., Whitehall S.G. Universal tyre test machine. Proceedings of the 9th International Technical Congress. FISITA, May, 1962. P. 117 – 137.
214. Stewart D. A Platform with six degrees of freedom. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers. (London). 1965. Vol. 180. Part. 1. No. 15. P. 371 – 386.
215. Hunt K.H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms. // Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in design. 1983. Vol. 105. P. 705 – 712.
216. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука. 1974 г. 832 С.
217. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Астрель: АСТ, 2008. 991 С.
218. Yaskovich A.V. Docking systems and operations. // Safety Design for space systems. Edited by G. E. Musgrave, A. Larsen, T. Sgobba. Elsevier. 2009. 919 P. (P. 268 – 280).
219. Yaskovich A.V., Pavlov V.N., Lopota V.A. International docking system standard status and prospect. //Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC 65, Our World Needs Space. 2014. P. 3197 – 3205.
220. Яскевич А.В. Уравнения динамики стыковочных механизмов. Часть 2. Алгоритмы для кинематических контуров. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Том 19. №2. С. 139 – 144.

221. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Уравнения динамики периферийных стыковочных механизмов как параллельных манипуляторов. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2019. № 59. 32 С. doi: 10.20948/prepr-2019-59 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-59>.
222. Harib K., Srinivasan K. Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures. // Robotica. 2003. Vol. 21. P. 541 – 554.
223. Lu J.Y.S., Walker M.W., Paul R.P.C. On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators. Trans. of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1980. Vol. 102. No. 2. P. 69 – 76.
224. Яскевич А.В. Автоматизированное получение программ моделирования управляемых механических систем в реальном масштабе времени. //Труды Иркутского политехнического ин-та “Роботы и робототехнические системы”. Иркутск, 1986. С. 98 – 106.
225. Яскевич А.В. Комбинирование форм уравнений движения при моделировании механизма системы стыковки типа «штырь-конус». // Тезисы Пятого международного симпозиума по классической и небесной механике. Август 2004, Великие Луки: Тез. Докл., Великие Луки, 23-28 августа 2004 г. /Москва-Великие Луки: ВЦ РАН, 2004. – 257 С. (С. 226-228).
226. Яскевич А.В. Комбинированные уравнения движения для описания динамики стыковки космических аппаратов с помощью системы «штырь-конус». //Изв. РАН. Космические исследования. 2007. Том 45. №4. С. 325 – 336.
227. Yaskевич A.V. Combined equations of motion for description of dynamics of spacecraft docking using the pin-cone system. //Cosmic Research. 2007. V. 45. No 4. P. 305-316.
228. Яскевич А.В. Уравнения динамики стыковочных механизмов. Часть 1. Алгоритмы для механических систем со структурой дерева. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Том 19. №1. С. 58 – 64.
229. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Компьютерное моделирование динамики стыковочных механизмов центрального типа для космических аппаратов.

- //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2019. № 89. 40 С.
doi: 10.20948/prepr-2019-859
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-89>.
230. Яскевич А.В. Учет упругих деформаций в математических моделях стыковки космических аппаратов. // Международная конференция «Восьмые Окуневские чтения». 25-28 июня 2013 г., Санкт-Петербург: Материалы докладов / Балт. гос. техн. ун-т. – СПб. 2013. 466 С. (С. 343-345).
231. Яскевич А.В. Математические модели гистерезиса, описывающие деформации механизмов для стыковки космических аппаратов. //Электронный журнал «Труды МАИ». Труды МАИ. №83. 2015. 23 С.
232. <http://www.mscsoftware.ru/products/msc-nastran/>.
233. Яскевич А.В. Компьютерное моделирование динамики стыковки космических аппаратов. //Международная конференция «Шестые Окуневские чтения». 23-27 июня 2008 г., Санкт-Петербург: Материалы докладов. Т. III / Балт. гос. техн. ун-т. СПб. 2008. 170 С. (С. 162-167).
234. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Компьютерные модели контактного взаимодействия стыковочных агрегатов космических аппаратов. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2020. № 4. 40 С. doi: 10.20948/prepr-2020-4
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-4>.
235. Яскевич А.В. Контактные силы в уравнениях движения космических аппаратов при стыковке и причаливании. // Космическая техника и технологии. 2018. №3. С. 90-102.
236. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2005. 288 С.
237. Яскевич А.В. Математическое моделирование контактного взаимодействия при стыковке космических аппаратов // Шестые Поляховские чтения: Избранные труды Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 31 января - 3 февраля 2012 г. - М.: Издатель И.В. Балабанов, 2012. -356 с (с. 98-105).

238. Yaskевич A. Math simulation of contact interaction during spacecraft docking and robotic assembly operations. //ECCOMAS Thematic Conference - COMPDYN 2013: 4th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering. Proceedings - An IACM Special Interest Conference. 2013. P. 4304-4320.
239. Yaskевич A. Real time simulation of contact interaction during spacecraft docking and berthing. // Journal of Mechanics Engineering and Automation. 2014. Vol. 4. No. 1. P. 1-15.
240. Яскевич А.В. Алгоритмы определения параметров контакта при моделировании стыковки и причаливания космических аппаратов. // Космическая техника и технологии. 2018. №3. С. 90-102.
241. Федосьев В.И. Сопротивление материалов: учебник для вузов / В.И. Федосьев. – 16-е изд., испр. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 543 С.
242. Gates, R.M., Williams, J.E. Analyses of the dynamic docking test system for advanced mission docking system test program (Boeing Aerospace Co., Huston, TX) – NASA-CR-140286. 1974. 87 P.
243. Six degree of freedom Fortran program “ASTP docking dynamics” User Guide. SD 74-CS-0023. Space Division. Rockwell Int. 1974. 395 P.
244. J.D. Mitchell, S.P. Cryan, K. Baker , T. Martin, R. Goode, K. W. Key, T. Manning, C.-H. Chien. Integrated docking simulation and testing with Johnson Space Center six-degree-of-freedom dynamic test system. // Space Technology and Application International Forum - STAIF 2008, edited by M.S. El-Genk. 2008. American Institute of Physics. P. 709 – 716.
245. Патент № 2706639. Российская федерация. Стыковочный механизм космического аппарата. Яскевич А.В., Павлов В.Н., Шепелкин Н.А., Бурцев М.А., Чернышев, И.Е., Рассказов Я.В; заявитель и патентообладатель – ПАО «РКК «Энергия»; дата регистр. 19.11 2019 г.; приоритет от 20.10.2016 г.

246. Патент № 2662605. Российская федерация. Стыковочный механизм космического аппарата. Яскевич А.В., Павлов В.Н., Шепелкин Н.А., Бурцев М.А., Чернышев, И.Е., Рассказов Я.В.; заявитель и патентообладатель – ПАО «РКК «Энергия»; дата регистр. 26.07 2018 г.; приоритет от 20.10.2016 г.
247. Яскевич А.В. Изменения параметров стыковочного механизма, обеспечивающие снижение нагрузок при стыковке космических кораблей с международной космической станцией. //Космонавтика и ракетостроение. 2008. №2 (51). С. 93-101.
248. Яскевич А.В. Модернизация стыковочного механизма «штырь-конус на основе моделирования динамики стыковки космических аппаратов». // В сборнике: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборник докладов. Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. 2015. С. 4345-4347.
249. Яскевич А.В. Кинематическая схема стыковочного механизма типа «штырь-конус» для перспективных космических кораблей. //Космическая техника и технологии. 2017. № 4 (19). С. 95-100.
250. Yaskевич A.V., Chernyshev I.E. Dynamic diagrams – post processing software for simulation analysis of spacecraft docking dynamics. //Journal of Mechanics Engineering and Automation. 2014. Vol. 4. No. 4. P. 291-304.
251. Яскевич А.В. Уравнения движения 6-степенной платформы с дифференциальными связями. // Материалы международной конференции «Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении», 14-19 октября 2002 г., г. Саратов, изд-во Саратовского ун-та. 2002. – 316 С. (С. 22-23).
252. Yaskевич A.V. Mathematical model of spacecraft docking by using of androgynous peripheral docking system. / Sixth International symposium on classical and celestial mechanics. August 2007, Book of abstracts, Velikie Luki, August 1-6, 2007. Computing Center of RAS. 2007, 145 P, PP. 133-135.

253. Yaskevich A.V. Math model of spacecraft docking by using androgynous peripheral docking system. EUROMECH Colloquium 495/ Advances in simulation of multibody system dynamics/ 18-21 February 2008, Bryansk, Russia. Book of Abstracts. P. 62-63.
254. Яскевич А.В. Математическая модель периферийного стыковочного механизма. Часть 1. Уравнения движения дифференциальных механизмов. //Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 7. С. 63-70.
255. Патент № 2657623. Российская Федерация. Периферийный стыковочный механизм. Яскевич А.В., Павлов В.Н., Чернышев И.Е. Рассказов Я.В., Земцов Г.А., Карпенко А.А.; заявитель и патентообладатель — ПАО «РКК «Энергия»; дата регистр. 14.06 2018 г.; приоритет от 01.06.2017 г.
256. Патент № 2706741. Российская Федерация. Устройство стягивания периферийного стыковочного механизма. Яскевич А.В., Павлов В.Н., Рассказов Я.В., Чернышев И.Е., заявитель и патентообладатель — ПАО «РКК «Энергия»; дата регистр. 20.11 2019 г.; приоритет от 25.12.2018 г.
257. Яскевич А.В., Чернышев И.Е. Проектирование параллельного манипулятора нового периферийного стыковочного механизма. //Сборник тезисов международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника». – СПб: Издательско-полиграфический комплекс «Гангут». 2017. 272 С. (С. 197).
258. Чернышев И.Е., Яскевич А.В. Определение характеристики жесткости штанг нового периферийного стыковочного механизма. //Сборник тезисов международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника», 7-8 июня 2018 г., Санкт-Петербург: ИПЦ ООО «Политехника-принт», 2018. 224 С. (С. 52 – 54).
259. Яскевич А.В., Чернышев И.Е. Выбор параметров накопителя энергии для нового периферийного стыковочного механизма. //Космическая техника и технология. 2019. №2. С. 55 – 66.

260. Яскевич А.В., Чернышев И.Е., Рассказов Я.В. Стыковочный механизм для международных космических программ. //Сборник тезисов 30-й международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника», 13-15 июня 2019 г. Санкт-Петербург: ООО «Издательско-полиграфический комплекс «Гангут». 2019. 510 С. (С. 307-308).
261. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. – Москва- Ленинград: Наука. 1986 г. 307 С.
262. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Компьютерное моделирование динамики периферийного упруго-адаптивного стыковочного механизма космических аппаратов. //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2019. № 76. 35 С. doi: 10.20948/prepr-2019-76 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-76>.
263. Яскевич А.В. Особенности динамики стыковки космических аппаратов при использовании периферийного механизма с накоплением кинетической энергии сближения. //В сборнике: XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т.1: Общая и прикладная механика. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. – 780 С. (С. 617-619).
264. Яскевич А.В. Математическая модель динамики периферийного стыковочного механизма с накоплением энергии сближения космических аппаратов. //Космическая техника и технологии. 2019. № 3. С. 98-108.
265. Яскевич А.В. Особенности динамики стыковки космических аппаратов при использовании периферийного механизма с накоплением кинетической энергии сближения. //Космическая техника и технологии. 2019. № 4. С. 109-120.
266. Яскевич А.В. Уравнения движения манипулятора и полезного груза для полунатурной экспериментальной отработки операции стыковки. //Труды центра научно-технической информации “Поиск”, сер. XXII, “Ракетно-космическая техника”. 1993, № 4. С. 3 – 20.
267. Яскевич А.В., Сыромятников В.С. Разработка алгоритмов расчета динамики упругого манипулятора для моделирования операции стыковки в реальном

- масштабе времени. // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Материалы международной конференции. - Саратов: изд-во Саратовского ун-та 1997. – 220 С. (С. 97-98).
268. Яскевич А.В. Разработка методов автоматизированного формирования процедур расчета движения механических систем космических манипуляторов для полунатурного моделирования процессов стыковки. Дисс. на соискание степени канд. техн. наук, МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1999. 173 С.
269. Черный И. Сентябрьская космическая демонстрация НТВ. – Новости космонавтики, 2009, № 11. С. 17 – 19.
270. Bergin C. SpaceX's Dragon berthed on the ISS to complete historic arrival, May 25, 2012, URL: <http://www.nasaspaceflight.com/2012/05/spacexs-dragon-historic-attempt-berth-with-iss/>.
271. Nguen P.K., Hughes P.C. Teleoperation: from the Space Shuttle to the Space Station // Progress in Astronautics and Aeronautics: Teleoperation and Robotics in Space. Washington: AIAA Inc., 1997. Vol. 161. 502 P., (P. 353-410).
272. Payload Deployment and Retrieval System Simulation Database. SPAR-RMS-TM.2163. Bramton: SPAR Aerospace Ltd. 1996. 389 P.
273. Space Shuttle Orbiter. Operational Level C. Functional Subsystem software Requirements. Remote Manipulator System (RMS). STS87-0017-26. Houston: NASA/JSC. 1996. 587 P.
274. Яскевич А.В. Математическая модель космического манипулятора для полунатурной отработки операций причаливания полезного груза. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2004. №4. С. 157-176.
275. Yaskevich A.V. Mathematical model of a space manipulator for the scaled-down customizing of the operations of berthing an effective load. // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2004. V. 43. № 4. P. 644-662.
276. Яскевич А.В., Остроухов Л.Н., Егоров С.Н., Чернышев И.Е. Опыт полунатурной отработки причаливания российского модуля к международной космической станции дистанционно управляемым манипулятором SSRMS.

- //Труды 7-го международного симпозиума «Экстремальная робототехника». СПб: Изд-во «Политехника-сервис». 2013. 556 С. (С. 244-250).
277. Яскевич А.В., Остроухов Л.Н., Егоров С.Н., Чернышев И.Е. Опыт полунатурной отработки причаливания российского модуля к международной космической станции дистанционно управляемым манипулятором SSRMS. //Робототехника и техническая кибернетика. 2013. №1. С. 53-58.
278. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Гибридное моделирование на 6-ступенном стенде причаливания космических аппаратов. //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2019. № 117. 24 С. doi: 10.20948/prepr-2019-117 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-117>.
279. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Гибридное моделирование причаливания космических аппаратов. //Изв. РАН. Теория и системы управления. №4. 2020 г. С 136 – 150.
280. Golubev Yu.F., Yaskevich A.V. Hybrid Simulation of Spacecraft Berthing. //Journal of Computer and Systems Sciences International. 2020. V. 59. No. 4. P. 609-621.
281. Golubev Yu.F., Yaskevich A.V. Simulation of spacecraft berthing with a robotic arm. //Proc. of the CLAWAR 2020: 23rd International Conf. on Climbing and the Support Technologies for Mobile Machines. Moscow, Russian Federation, 24-26 Aug. 2020. (P. 137-144). URL: <https://doi.org/10.13180/clawar.2020.24-26.08.27/>
282. Лесков А.Г., Яскевич А.В., Илларионов В.В., Морошкин С.Д., Чернышев И.Е. Математический стенд для отработки управления манипулятором ERA на контактной фазе причаливания. // Электронный инженерный журнал: наука и инновации. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва). 2013. №9 (21). С. 57 (13 С.).
283. Яскевич А.В., Лесков А.Г., Чернышев И.Е., Мирхайдаров В.М., Илларионов В.В., Морошкин. Математический стенд для моделирования в реальном времени операций причаливания космических аппаратов. //Труды международ-

- ной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника». СПб: Изд-во «Политехника-сервис». 2014. 416 С. (С. 182-186).
284. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В., Мирхайдаров В.М. Оценка динамики причаливания на компьютерном стенде моделирования в реальном времени. //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2020. № 84. 24 С. doi: 10.20948/prepr-2020-84. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-84>.
285. Яскевич А.В. Пакет прикладных программ DYNAMITE для моделирования динамики механических систем. //Материалы Всесоюзного совещания “Методы компьютерного конструирования моделей классической и небесной механики-89”. Секция II: Теория и практика компьютерного конструирования моделей механики многосвязных технических систем. //Препринт N 32 Ленинградского филиала института машиноведения им. А.А. Благонравова АН СССР, Ленинград, 1989, с. 60-61.
286. Yaskевич A.V. Algorithms for generation of efficient rigid body system motion equation in symbolic form. //Proceedings of International workshop ‘New Computer Technologies in Control Systems, NCTCS-95’, August 13-19, 1995, Pereslavl-Zalessky, Russia. P. 75.
287. Яскевич А.В. Автоматизированное формирование алгоритмов максимального быстродействия для уравнений движения управляемых механических систем //Труды 2-го Международного симпозиума “Интеллектуальные системы”, INTELS’96, Санкт-Петербург, Россия, 1-4 июля, 1996, том 1, с. 238-241.
288. Яскевич А.В. Специализированная система символьных преобразований для формирования процедур расчета движения механических систем. //Международный форум информатизации –99: Доклады международной конференции “Информационные средства и технологии”, 19-21 октября 1999, в 3-х т.т. Т1 – М: Изд-во “Станкин”, 1999-211 с., с. 118-122.
289. Ахо А.В., Ульман Д.Д., Хопкрофт Д.Э. Структуры данных и алгоритмы.: Пер. с англ. – СПб.: ООО «Диалектика», 2019. – 400 С.

290. Голубев Ю.Ф., Яскевич А.В. Оптимизация вычислений в процедурах расчета динамики систем твердых тел. //Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2020. № 22. 44 С. doi: 10.20948/prepr-2020-22
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-22>.

ПРИЛОЖЕНИЕ. МОДЕЛЬ ДАННЫХ ДЛЯ СИМВОЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МАТРИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ

Ниже рассматривается новая модель данных, то есть структура данных и алгоритмы ее обработки, предназначенная для выполнения символьных преобразований и оптимизации вычислений при реализации описанных в главах 1 и 2 матричных алгоритмов. Ранее автором было разработано несколько вариантов такой модели [268, 285-288]. Но практически удалось реализовать только наиболее простой из них для алгоритма сочлененного тела [103] и простой КЦ. При формировании УД МС в форме, замкнутой относительно ускорений на основе уравнений аналитической механики [88, 224] выражения получались слишком громоздкими из-за использования общей системы координат и необходимости выполнения вследствие этого большого числа операций суммирования матриц. Применение рекуррентного алгоритма составного тела [96] позволило решить эту проблему и разработать новую модель данных.

1. Основные способы компьютерного представления СМВ в системах символьных преобразований. В универсальных ССП [161-172], ориентированных на выполнение в символьном виде разнообразных математических операций, скалярные математические выражения (СМВ) представляются в виде списков – упорядоченных многоуровневых наборов данных [289]. На любом уровне такой структуры содержится тройка элементов - указатель на математическую операцию и два указателя на аргументы – математические величины или подспски. Просмотр списка может быть выполнен только по ветвям его дерева, «перемещение» по уровням которого осуществляется с помощью дополнительной структуры данных – стека, то есть сложнее и медленнее, чем при просмотре обычных регулярных массивов. С помощью списковых структур сложнее описывать векторы и матрицы и тем более большое число массивов векторов и матриц, которые необходимы для реализации алгоритмов расчета динамики МС. Использование стеков, а также коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности операций сложения и умножения усложняют сравнение СМВ и приведение подобных членов.

Возможно поэтому универсальные системы символьных вычислений предоставляют ограниченные возможности программирования матричных операций, и оптимизация вычислений в них не является первостепенной задачей.

Специализированные ССП ориентированы, прежде всего, на уменьшение объема вычислений и выполняют в символьном виде только простейшие математические операции – сложение, вычитание, умножение, иногда деление. В некоторых из них [173-177] для кодирования СМВ используются аналоги списковых структур. Переход от списков к массивам или к табличному кодированию СМВ облегчает их просмотр СМВ на всю глубину, а закодированное и упорядоченное представление символьных переменных – простоту приведения подобных членов. Относительно большое распространение получил способ кодирования СМВ с помощью так называемых полиномиальных матриц или структурных таблиц [178-181]. В этом случае некоторое k – е скалярное выражение, которое является алгебраическим полиномом вида

$$s_k = \sum_{i=1}^m n_{ki} (\cos q_1)^{c_{i1}} \dots (\cos q_n)^{c_{in}} (\sin q_1)^{s_{i1}} \dots (\sin q_n)^{s_{in}} \dot{q}_1^{u_{i1}} \dots \dot{q}_n^{u_{in}},$$

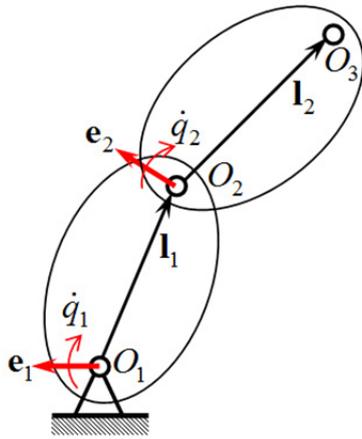
кодируется вектором \mathbf{N}_k численных констант и матрицей \mathbf{E}_k

$$\mathbf{N}_k = \begin{bmatrix} n_{k1} \\ \vdots \\ n_{k,m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_k = \begin{bmatrix} c_{11} \dots c_{1n} & s_{11} \dots s_{1n} & u_{11} \dots u_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} \dots c_{mn} & s_{m1} \dots s_{mn} & u_{m1} \dots u_{mn} \end{bmatrix},$$

где $c_{ij}, s_{ij}, u_{ij} \in \{0, 1, 2\}$ – показатели степени в предшествующем выражении.

Постоянное число столбцов матрицы \mathbf{E}_k соответствует постоянному составу переменных, а строки описывают отдельные слагаемые. Такой способ кодирования позволяет упростить выражения за счет выполнения операций с численными константами, в том числе с 0 и 1, приведения подобных членов и за счет учета тригонометрического тождества $\sin^2 q_j + \cos^2 q_j \equiv 1$.

Упрощенный пример кодирования скалярных выражений с помощью списков и структурных таблиц $\{\mathbf{N}, \mathbf{T}\}$ приведен на рисунке П1.



$$\mathbf{l}_1 = [L1x, 0, 0]^T \quad \mathbf{l}_2 = [L2x, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{v}_3 = \boldsymbol{\alpha}_1^T (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1 \dot{q}_1 + \boldsymbol{\alpha}_2^T \mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2 \dot{q}_2) =$$

$$= \begin{bmatrix} v_{3,x} \\ v_{3,y} \\ v_{3,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sq_1 L1x \dot{q}_1 - cq_1 sq_2 L2x \dot{q}_2 \\ cq_1 L1x \dot{q}_1 - sq_1 sq_2 L2x \dot{q}_2 \\ -cq_2 L2x \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

a

A_k	+	A_i	A_j	2
A_i	×	$L1x$	A_{i+1}	1
A_{i+1}	×	$-sq_1$	\dot{q}_1	0
A_j	×	$-cq_1$	A_{j+1}	1
A_{j+1}	×	sq_2	A_{j+2}	1
A_{j+2}	×	$L2x$	\dot{q}_2	0

б

	E							
N	cq_1	cq_2	...	sq_1	sq_2	...	\dot{q}_1	\dot{q}_2
$-L1x$...	1		...	1	...
$-L2x$	1		...		1	...		1
$L1x$	1		1	...
$-L2x$...	1	1	...		1
$-L2x$		1		1

в

Рисунок П1. Представление скалярных математических выражения различными структурами данных: а) определение вектора \mathbf{v}_3 скорости точки O_3 тела 2 МС; б) список, определяющий СМВ для компоненты $v_{3,x}$ этого вектора; в) фрагмент структурной таблицы, описывающий СМВ для всех трех компонент вектора

Вектор \mathbf{v}_3 скорости характерной точки O_3 в простой механической системе двух тел длины $L1x$ и $L2x$ определяется скоростями вращения \dot{q}_1 и \dot{q}_2 относительно единичных векторов \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 осей шарниров (рисунок П1а). В списковой структуре, описывающей компоненту $v_{3,x}$ (рисунок П1б), переменные A_i и подобные ей обозначают адресные ссылки (указатели) на различные элементы списка, каждый из которых содержит 4 переменные: описание операции («+» или «×»), два ее операнда или указатели на подписки и уровень этого элемента в списке.

Фрагмент структурной таблицы $\{N, T\}$ (рисунок П1в) кодирует СМВ для всех трех компонент вектора.

Наряду с очевидным достоинством – регулярной структурой данных для кодирования СМВ и соответственно простым доступом к любому их элементу, простое кодирование СМВ с помощью структурной таблицы $\{N, E\}$ имеет следующие недостатки.

1. Сложная реализация операций скалярного умножения [180] и соответственно векторно-матричных операций.

2. Из-за избыточного кодирования слагаемых в строках таблицы необходимо использовать специальные способы их компьютерного представления, что может быть серьезным ограничением.

3. Повторяющиеся вычисления исключаются только после выполнения всех операций на этапе генерации в символьном виде исходного кода вычислительной процедуры. Из-за большого числа СМВ-полиномов с большим числом слагаемых нет гарантии, что эта задача может быть решена наилучшим способом. Ни в одной из работ, посвященных этому способу кодирования, процедуры оптимизации не рассматриваются.

4. Фиксированный состав переменных, закрепленных за столбцами матрицы E , плохо сочетается с эффективными рекуррентными алгоритмами составного и сочлененного тела, методом разделения переменных, так как не позволяет:

- вводить новые переменные в процессе выполнения матричных операций для обозначения и тем самым исключения в последующих выражениях повторяющихся вычислений;
- формировать и использовать решения уравнений связей для декомпозиции уравнений динамики механической системы с кинематическими контурами.

Предлагаемая ниже модель данных для кодирования СМВ, реализации операций в символьном виде и оптимизации вычислений лишена этих недостатков. Она основана на анализе вычислительных свойств применяемых рекуррентных матричных алгоритмов и СМВ, определяющих элементы матриц.

2. Вычислительные свойства применяемых алгоритмов расчета динамики систем твердых тел. Вычислительные свойства алгоритмов, описанных в главах 1 и 2, определяют требования к модели данных, на основе которой выполняются символьные преобразования. С учетом того, что векторы в компьютере представляются в виде матриц-столбцов, далее для краткости часто будет использоваться только один термин – «матрица». Рекуррентные вычисления в упомянутых алгоритмах организованы в виде определенных последовательностей прямых (от первого тела к последнему) и обратных (от последнего тела к первому) циклов. Внутри каждого цикла вычисления описываются матричными соотношениями, большинство которых является суммами произведений, состоящих из двух матричных операндов без общих множителей и повторяющихся выражений. Они выполняются в виде последовательности элементарных (с двумя операндами) матричных операций, операнды которых не имеют одинаковых элементов в своих отдельных строках и столбцах. В этом случае СМВ, определяющие элементы результирующих матриц, являются суммами слагаемых, состоящими из двух сомножителей без общих множителей. Число слагаемых определяется размерностью матриц.

Однако отдельные слагаемые в рекуррентных соотношениях являются произведением трех матричных сомножителей. Если два из них одинаковы, то возможно упрощение скалярных выражений, определяющих элементы результирующей матрицы. Так во всех применяемых алгоритмах в выражения для расчета ускорений тел, а также инерционных моментов в качестве слагаемых входят произведения с двумя одинаковыми векторными сомножителями – векторами $\boldsymbol{\omega}_j$ угловой скорости тел, которые с учетом обозначений, введенных в главе 1, записываются в виде

$$\boldsymbol{\Omega}_j \mathbf{r}_{j,j+1} = \boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{r}_{j,j+1}) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \mathbf{r}_{j,j+1}) = (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_j \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j) \mathbf{r}_{j,j+1},$$

$$\mathbf{m}_{\omega,j} = \boldsymbol{\omega}_j \times (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_j (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j).$$

Элементы матрицы $\mathbf{\Omega}_j$ и вектора $\mathbf{m}_{\omega,j}$ могут быть вычислены по скалярным выражениям, в которых повторяющиеся произведения заменены промежуточными переменными v_1, \dots, v_6

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \omega_{j,1} \omega_{j,1}, & v_2 &= \omega_{j,2} \omega_{j,2}, & v_3 &= \omega_{j,3} \omega_{j,3}, \\
 v_4 &= \omega_{j,1} \omega_{j,2}, & v_5 &= \omega_{j,1} \omega_{j,3}, & v_6 &= \omega_{j,2} \omega_{j,3}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{\Omega}_j = \begin{bmatrix} -v_3 - v_2 & v_4 & v_5 \\ v_4 & -v_3 - v_1 & v_6 \\ v_5 & v_6 & -v_2 - v_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{m}_{\omega,j} = \begin{bmatrix} v_6 (IZ_j - IY_j) + (v_3 - v_2) IYZ_j + v_5 IXY_j - v_4 IXZ_j \\ v_5 (IX_j - IZ_j) + (v_1 - v_3) IXZ_j - v_6 IXY_j + v_4 IYZ_j \\ v_4 (IY_j - IX_j) + (v_2 - v_1) IXY_j + v_6 IXZ_j - v_5 IYZ_j \end{bmatrix} \quad (\text{П.1})$$

В алгоритме присоединенного тела, в обратном цикле приведения инерции, сил и моментов последующих тел к предшествующим, имеется несколько матричных соотношений со слагаемыми в виде произведений трех сомножителей, два из которых одинаковы.

Во-первых, это выражения, определяющие матрицы инерции очередного j -го тела (с учетом всех последующих тел), спроецированные на оси реакций шарнира, соединяющего его с предшествующим телом. Они имеют вид (2.5.3) если этот шарнир поступательный, и (2.5.4) если он вращательный. В (3×1) -матрицах \mathbf{T}_j^{rel} или \mathbf{R}_j^{rel} имеется только один ненулевой элемент, равный 1. Соответственно во вспомогательных (3×3) -матрицах $\mathbf{D}_{t,j}$ или $\mathbf{D}_{r,j}$ только один элемент не равен нулю.

Анализ скалярных выражений, определяющих результирующие матрицы в приведенных выше соотношениях, показывает, что их упрощение обеспечивается при выполнении следующих условий:

- для поступательного шарнира сначала вычисляется произведение $\mathbf{M}_{tt,j}^{\Sigma} \mathbf{D}_{t,j}$, а для вращательного – произведение $\mathbf{D}_{r,j} \mathbf{M}_{rr,j}^{\Sigma}$;

- при выполнении скалярных операций умножения учитывается возможность равенства одного из сомножителей знаменателю в выражении обратной величины (например, m_j^{*-1} или I_j^{*-1}) второго сомножителя.

Вторую группу произведений трех матричных сомножителей, два из которых одинаковы, в алгоритме присоединенного тела составляют выражения (2.5.5). В них с учетом обозначений, введенных в главе 1, $\beta_j = \alpha_j \gamma_{p(j),j}$. Вид матрицы α_j преобразования поворота на угол q_j определяется осью локальной системы координат j -го шарнира, относительно которой осуществляется вращение

$$\alpha_j = \alpha_j^x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cq_j & sq_j \\ 0 & -sq_j & cq_j \end{bmatrix}, \quad \alpha_j = \alpha_j^y = \begin{bmatrix} cq_j & 0 & -sq_j \\ 0 & 1 & 0 \\ sq_j & 0 & cq_j \end{bmatrix}, \quad \alpha_j = \alpha_j^z = \begin{bmatrix} cq_j & sq_j & 0 \\ -sq_j & cq_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$sq_j = \sin q_j, \quad cq_j = \cos q_j.$$

Произведения вида (2.5.5) можно представить как $\mathbf{A}_j^{(p(j))} = \gamma_j^T (\alpha_j^T \mathbf{A}_j \alpha_j) \gamma_j$, где $\mathbf{A}_j = [a_{i,j}]$, $i, j \in \overline{1,3}$ - произвольная матрица. Так как возможные варианты значений элементов заранее известны только матриц α_j , то априорно можно упростить вычисление лишь произведения $\alpha_j^T \mathbf{A}_j \alpha_j$. При его последующем символьном умножении на численные матрицы γ_j^T слева и на γ_j справа избыточные операции исключаются вследствие умножений на 0 и 1, сложений с 0 или однократного вычисления констант. При записи СМВ для вычисления элементов результирующей (3×3) - матрицы $\mathbf{R} = \alpha_j^T \mathbf{A}_j \alpha_j$ предполагается, что поворот на угол q_j в j -м вращательном шарнире осуществляется относительно k -й оси ($k \in \overline{1,3}$). Если следующее за k значение из набора $\{1,2,3\}$ обозначить как $k \oplus 1$, то номера двух оставшихся осей равны $m = k \oplus 1$ и $n = m \oplus 1 = (k \oplus 1) \oplus 1$. В частности, $m = 1$, $n = 2$ при $k = 3$; $m = 3$, $n = 1$ при $k = 2$ и $m = 2$, $n = 3$ при $k = 1$. Вычисление матрицы \mathbf{R} с помощью минимального числа операций определяет следующая последовательность скалярных выражений

$$\begin{aligned}
v_{T,1} &= cq_j cq_j, & v_{T,2} &= sq_j sq_j, & v_{T,3} &= sq_j cq_j \\
v_{A,1} &= a_{m,n} + a_{n,m}, & v_{A,2} &= a_{m,m} - a_{n,n}, & v_{A,3} &= v_{T,3} v_{A,1}, & v_{A,4} &= v_{T,3} v_{A,1}, \\
r_{k,k} &= a_{k,k}, & r_{k,m} &= cq_j a_{k,m} - sq_j a_{k,n}, & r_{k,n} &= cq_j a_{k,n} + sq_j a_{k,m} \\
r_{m,m} &= \begin{cases} v_{T,1} a_{m,m} + v_{T,2} a_{n,n} - v_{A,3}, & \text{если } a_{m,m} \neq a_{n,n} \\ a_{m,m} - v_{A,3}, & \text{если } a_{m,m} = a_{n,n} \end{cases}, \\
r_{m,n} &= \begin{cases} v_{T,1} a_{m,n} - v_{T,2} a_{n,m} + v_{A,4}, & \text{если } a_{m,n} \neq a_{n,m} \\ (v_{T,1} - v_{T,2}) a_{m,n} + v_{A,4}, & \text{если } a_{m,n} = a_{n,m} \end{cases}, \\
r_{n,n} &= \begin{cases} v_{T,1} a_{n,n} + v_{T,2} a_{m,m} + v_{A,3}, & \text{если } a_{m,m} \neq a_{n,n} \\ a_{m,m} + v_{A,3}, & \text{если } a_{m,m} = a_{n,n} \end{cases}. \tag{П.2}
\end{aligned}$$

Если матрица \mathbf{A} симметричная, то $r_{m,k} = r_{k,m}$, $r_{n,k} = r_{k,n}$, $r_{n,m} = r_{m,n}$, в противном случае

$$\begin{aligned}
r_{m,k} &= cq_j a_{m,k} - sq_j a_{n,k}, & r_{n,k} &= cq_j a_{n,k} + sq_j a_{m,k}, \\
r_{n,m} &= v_{T,1} a_{n,m} - v_{T,2} a_{m,n} + v_{A,4} \tag{П.3}
\end{aligned}$$

Переменные $v_{T,k}, v_{A,l}$, $k = \overline{1,3}$; $l \in \overline{1,4}$ обозначают соответственно тригонометрические и арифметические выражения.

В (П.2) и (П.3) вынесены общие множители и исключено повторение произведений $cq_j sq_j$, $sq_j sq_j$, $cq_j cq_j$. Упрощение выражений, основанное на тригонометрическом тождестве $\sin^2 q_j + \cos^2 q_j \equiv 1$, реализуется в (П.2) при условии $a_{m,m} = a_{n,n}$.

Соотношения (П.1) – (П.3), основанные на априорно известной информации о структуре не полностью заполненных матриц $\tilde{\omega}_j$ и \mathbf{a}_j , далее для краткости называются **оптимизирующими формулами**. При их использовании СМВ, определяющие элементы результирующих матриц, являются суммами произведений только двух сомножителей и не содержат общих множителей.

Избыточные вычисления в матричных алгоритмах, обусловленные выполнением скалярных операций сложения с 0 и умножения на 1, можно исключить только при их реализации в символьном виде. Однократно, до начала моделирования должны вычисляться все СМВ, операндами которых являются только константы. Должны исключаться повторяющиеся скалярные вычисления, возникающие, например, в следующих случаях.

- Если два тела соединены поступательным шарниром, то их угловые скорости ω_{j-1} и ω_j равны и скалярные выражения, вычисляющие элементы матриц Ω_{j-1} и Ω_j по оптимизирующей формуле (П.1), являются одинаковыми.
- Оптимизирующие формулы (П.2) и (П.3), преобразующие различные матрицы в (2.5.5), содержат одинаковые произведения тригонометрических функций.
- Если $(j-1)$ -е тело в k -й направляющей кинематической цепи механизма с параллельной структурой, является основанием (телом 0), то в рекуррентном алгоритме расчета матриц и векторов в уравнениях контурных связей (раздел 1.3) вследствие равенства $\theta_{j-1,k}^J = \gamma_{j-1,k}^J$ элементы различных матриц $\beta_{j,k} = \alpha_{j,k} \gamma_{j-1,j,k}^J$ и $\tau_{j,k} = \alpha_{j,k} \theta_{j,k}^J$ определяются одинаковыми выражениями.

Условия, при которых возникают повторяющиеся вычисления, можно непосредственно учесть при символьной реализации матричных операций. Но более предпочтительным представляется сравнение очередного полученного СМВ со всеми предшествующими. Это упрощает реализацию алгоритмов, и гарантирует исключение всех повторяющихся операций.

В применяемых рекуррентных алгоритмах промежуточные переменные не будут связаны с обобщенными координатами, их степенями или их тригонометрическими функциями как при простом табличном кодировании тригонометрических полиномов [178-181]. Они позволят, прежде всего, использовать в последующих вычислениях результаты уже выполненных операций. При выборе идентификаторов для их обозначения существует определенная свобода выбора.

Матричные алгоритмы обеспечивают расчет динамики МС на основе динамики ее ветвей и входящих в них тел. Число ветвей заранее неизвестно, их тела и шарниры имеют локальную нумерацию. Поэтому для каждой отдельной ветви должны формироваться отдельные процедуры расчета их динамических свойств. Для зависимых ветвей периферийных СтМ с учетом расчета сил и моментов, действующих на основание, необходимо минимум две процедуры. При этом используется несколько различных алгоритмов. Поэтому матричные операнды, входящие в алгоритмы, могут быть исходными, временными, вспомогательными, локальными или глобальными

Исходные постоянные матрицы определяют геометрические и инерционные свойства тел, вид и оси относительных перемещений в шарнирах. Их элементы-константы – это параметры механической системы (характерные размеры, массы, тензоры инерции тел). Исходные переменные матрицы, например, вектор (матрица-столбец) состояния механической системы и его первая производная по времени, вычисляемые при интегрировании уравнений динамики, являются внешними по отношению к процедуре, формируемой с помощью символьных преобразований.

Временные матрицы есть результат выполнения элементарной матричной операции (сложения, умножения, векторного произведения и т.п.) в пределах отдельного матричного выражения, за пределами которого они могут использоваться повторно.

Вспомогательные матрицы представляют собой результат отдельного матричного выражения, который является операндом в последующих выражениях при текущем значении параметра цикла. При различных значениях этого параметра они могут использоваться многократно.

Локальные матрицы характеризуют движение конкретного тела или шарнира некоторой ветви МС внутри цикла алгоритма. Они соотносятся с индексом тела или шарнира (параметром цикла), при котором впервые определено их значение, и могут входить в последующие вычисления, соответствующие любому последующему или предшествующему значению индекса.

Глобальные матрицы описывают свойства отдельной ветви МС как целого и соотносятся с ее индексом. Это могут быть, например, матрица обобщенной инерции и вектор обобщенных сил зависимой ветви или всей МС (0-й ветви), матрицы уравнений связей для скоростей и ускорений. Глобальные матрицы подразделяются на исходные и целевые. Глобальными исходными матрицами являются, например, векторы шарнирных координат, их тригонометрических функций, векторы шарнирных скоростей. Глобальные целевые матрицы соответствуют результату работы алгоритма. Например, в алгоритме сочлененного тела целевыми матрицами являются вектор обобщенных ускорений, векторы сил и моментов реакции, в алгоритме составного тела – матрица обобщенной инерции и вектор обобщенных сил. Глобальные матрицы должны иметь символьные идентификаторы.

Вычислительные особенности математических выражений в рекуррентных векторно-матричных алгоритмах определяют требования к модели данных, то есть к структуре данных и операциям ее обработки, предназначенных для выполнения символьных преобразований. Такая модель должна обеспечивать:

- использование произвольных идентификаторов для матриц и скалярных величин;
- хранение и обработку матриц произвольного размера и скалярных выражений в виде сумм с произвольным числом слагаемых, каждое из которых может быть произведением не более, чем двух сомножителей;
- табличное кодирование матричных и скалярных переменных, обеспечивающее быстрый доступ к описанию любого математического объекта;
- учет в скалярных операциях множителей равных 0 или 1 и нулевых слагаемых;
- упрощение операций умножения при равенстве одного из сомножителей знаменателю в выражении обратной величины, определяющем другой сомножитель;
- исключение повторяющихся скалярных вычислений, в том числе выражений с постоянным результатом;

- определение кратности использования выражений и исключение вычислений, не влияющих на значения целевых векторов и матриц;
- замену однократно используемых временных переменных скалярными выражениями, которые они обозначают, для ускорения вычислений за счет лучшего использования стека компьютерного процессора и уменьшения числа обращений к оперативной памяти.

3. Табличное кодирование матриц и скалярных выражений. В описываемой ниже модели данных используются только численные константы. Они определяют геометрические и инерционные параметры тел механической системы. При изменении их значений вычислительные процедуры необходимо формировать в символьном виде заново, но при автоматизации этого процесса данный недостаток является несущественным. Вместе с этим при отказе от символьных констант отпадает необходимость формировать в символьном виде дополнительные однократно выполняемые процедуры, вычисляющие значения новых, производных констант, что упрощает программную реализацию. Наконец при использовании численных констант параметры тел МС задаются в таблицах, которые доступны как для программ, реализующих численные векторно-матричные алгоритмы, так и для специализированной ССП. Это значительно упрощает верификацию процедур расчета динамики, сформированных в символьном виде.

Кроме численных констант операндами СМВ являются символьные переменные. Но при выполнении математических операций вместо символьных идентификаторов используются их целочисленные коды, что значительно упрощает алгоритмы. Таблица **IDT** (Identifier Description Table) описания идентификаторов обеспечивает такое кодирование. Каждая ее строка имеет структуру

$$\langle n_{IDT}, \mathbf{S}_{IDT}, D_{IDT}, T_{IDT}, E_{IDT} \rangle,$$

где n_{IDT} – число символов, образующих идентификатор; \mathbf{S}_{IDT} – массив символов для хранения идентификатора; D_{IDT} – длина одномерного массива, определяемого идентификатором; T_{IDT} – тип переменной, обозначаемой идентификатором, он представляет собой целое число (0 – глобальная исходная матрица, 1 – массив

промежуточных скалярных переменных, 2 – вспомогательная матрица, 3 – локальная матрица, 4 – глобальная целевая матрица); $E_{IDT} = 1$ признак внешней глобальной матрицы, передаваемой через общую область памяти формируемой процедуры.

Значение параметра $D_{IDT} = 0$ является признаком скалярной переменной величины. Значение $D_{IDT} = -1$ имеют описания всех матриц и массива промежуточных переменных. Оно указывает на то, что данный идентификатор не будет входить в блок описания данных формируемой вычислительной процедуры (элементы всех матриц и массива будут заменены скалярными величинами). Строка со значением параметра $T_{IDT} = 1$ описывает массив промежуточных скалярных переменных, она является единственной в таблице. Выполнение этого условия контролируется.

Кодом идентификатора символьной переменной является номер строки в таблице IDT, содержащей его параметры. При занесении очередного описания просматриваются все уже существующие. Если такое в таблице уже имеется, то запись не производится, а номер строки, содержащей аналог, возвращается в качестве кода. В противном случае описание нового идентификатора заносится в первую свободную строку таблицы, номер которой становится его кодом. На основе содержимого таблицы IDT будет сформирован блок описания переменных вычислительной процедуры.

Параметры всех матриц хранятся в таблице **MPT** (Matrix Parameter Table), строки которой имеют следующую структуру

$$\langle C_{MPT}, I_{MPT}^{\max}, J_{MPT}^{\max}, n_{MET,B}, n_{MET,E}, T_{MPT} \rangle$$

где C_{MPT} – код идентификатора матрицы, равный номеру описывающей его строки в таблице IDT; $I_{MPT}^{\max}, J_{MPT}^{\max}$ – максимальные значения индексов, определяющие размерность матрицы; $n_{MET,B}, n_{MET,E}$ – номера начальной и конечной строк в таблице описания элементов матриц; T_{MPT} – тип матрицы (0 – исходная постоянная, 1 – временная, 2 – вспомогательная, 3 – локальная, 4 – глобальная).

Доступ к описанию матрицы осуществляется по ее номеру, то есть индексу строки таблицы МРТ, в которой находятся ее параметры. Очередное описание заносится в первую свободную строку таблицы. Идентификаторы всех матриц имеют параметр $D_{IDT} = -1$. На этапе окончательной оптимизации формируемого исходного кода они используются для образования идентификаторов ненулевых символьных элементов как скалярных величин.

Исходные постоянные матрицы содержат только численные элементы и не имеют идентификаторов. Элементы глобальных исходных матриц являются скалярными символьными переменными. Их идентификаторы образуются из идентификатора матрицы добавлением индекса элемента. Их описания заносятся в таблицу IDT с параметром $D_{IDT} = 0$. Элементами всех вычисляемых матриц (временных, вспомогательных, локальных и глобальных) могут быть вещественные числа или символьные переменные: исходные скалярные или индексируемые промежуточные. Описания элементов хранятся в таблице MET (Matrix Elements Table). Ее строки имеют следующую структуру

$$\langle L_{MET}, N_{MET}, C_{MET}, I_{MET} \rangle$$

где L_{MET} – индекс элемента матрицы в одномерном массиве, N_{MET} – вещественное число; C_{MET} – код идентификатора; I_{MET} – индекс промежуточной переменной (номер строки в таблице ее описания).

Все матрицы различной размерности представляются в виде одномерных массивов с одним индексом. Это позволяет хранить описания их элементов в одной таблице. Для элемента i -й строки и j -го столбца матрицы значение такого индекса L_{MET} равно $l = (j - 1)I_{MPT}^{\max} + i$.

Если $I_{MET} = 0$, то элемент является скалярной величиной (численной или символьной). При $C_{MET} = 0$ элемент матрицы является вещественным числом, равным N_{MET} . Знак кода C_{MET} есть знак символьного элемента.

В таблице MET хранятся все элементы матриц, в том числе нулевые. Это дает возможность использовать для каждой целевой матрицы одно и то же ее

описание, в которое ненулевые элементы добавляются по мере выполнения циклов рекуррентного алгоритма. Кроме того, при хранении нулевых элементов упрощаются реализация матричных операций и верификация формируемого исходного кода

Скалярные выражения являются суммами, слагаемые которых могут быть произведениями не более двух сомножителей и не содержат общих множителей. То есть они могут быть представлены последовательностями элементарных выражений, содержащих только одну бинарную операцию (сложение, вычитание, умножение и деление). Каждое элементарное выражение обозначается промежуточной индексированной переменной, значение индекса равно ее порядковому номеру. Это упрощает доступ к описаниям промежуточных переменных и алгоритмы оптимизации СМВ. Строки таблицы SET (Scalar Expression Table), содержащие описания элементарных скалярных выражений имеют следующую структуру

$$\langle N_E, C_{1,E}, I_{1,E}, O_E, C_{2,E}, I_{2,E}, U_{SET}, C_{RM}, I_{RM}, C_S, n_{ESS,B}, n_{ESS,E} \rangle$$

Параметры $N_E, C_{1,E}, I_{1,E}, O_E, C_{2,E}, I_{2,E}$ являются закодированным представлением бинарной математической операции, результат которой обозначается промежуточной скалярной переменной – элементом массива с кодом идентификатора C_{TSV} , равным номеру строки с параметром $T_{IDT} = 1$ в таблице IDT, и индексом равным номеру данной строки таблицы SET. Целые числа $C_{1,E}, C_{2,E}$ и $I_{1,E}, I_{2,E}$ – это коды идентификаторов и индексы символьных операндов; O_E – символ, обозначающий бинарную алгебраическую операцию (“+”, “-“, “*”, “/”) или признак вычисления значения тригонометрической функции cos (“c”) или sin (“s”). Если $C_{1,E} = 0$, то вещественное число $N_E \neq 0$ есть результат выполнения операций с численными операндами в предшествующей цепочке вычислений. Целое число $U_{SET} \geq 0$ равно кратности использования промежуточной переменной, обозначающей данную бинарную операцию, в качестве операнда в последующих выражениях. Код идентификатора $C_{RM} > 0$ и индекс $I_{RM} > 0$ указывают на идентификатор, который будет использован после выполнения в символьном виде

всех математических операций. Код C_S равен номеру строки IDT, содержащей описание символьного идентификатора скалярной величины с введенным в него значением индекса I_{RM} . Переменные $n_{ESS,B}, n_{ESS,E}$ определяют номер первого и последнего символа текущего математического выражения в массиве CMB.

Однозначность записи элементарных выражений в строках таблицы SET обеспечивается упорядочением операндов по возрастанию значений их индексов. Она позволяет проводить сравнение строк и предотвращать повторение вычислений использованием вместо них промежуточных переменных, обозначающих первое появление соответствующих элементарных выражений. Повторяющиеся элементарные выражения могут быть выявлены вследствие применения одинаковых последовательностей скалярных вычислений, выполняемых для текущего тела или различных тел МС.

Упрощенная схема (рисунок П2) взаимосвязи описанных выше таблиц демонстрируется на примере кодирования соотношений для угловых скоростей двух тел. Тело 1 связано с неподвижным основанием своим шарниром вращения относительно оси Z своей входной локальной системы координат (СК), а с телом 2 шарниром вращения относительно оси Y своей выходной локальной СК. Оси этих систем параллельны, то есть $\gamma_1 = \mathbf{1}_3$ – единичная (3×3) – матрица преобразования одной из них в другую. Вектор ω_2 (локальная матрица-столбец) абсолютной угловой скорости тела 2 в его входной локальной СК равен сумме двух вспомогательных векторов (матриц-столбцов) ω_P и ω_R

$$\omega_P = \beta_2 \omega_1 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s q_2 \dot{q}_1 \\ 0 \\ c q_2 \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v v_3 \dot{q}_1 \\ 0 \\ v v_4 \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v v_{129} \\ 0 \\ v v_{130} \end{bmatrix},$$

$$\omega_2 = \omega_1^{(2)} + \omega_2^{rel} = \omega_P + \omega_R,$$

где $\omega_1 = \omega_1^{rel} = [0, 0, \dot{q}_1]^T$, $\omega_R = \omega_2^{rel} = [0, \dot{q}_2, 0]^T$ – относительные скорости вращения тел 1 и 2 в своих шарнирах; $\beta_2 = \alpha_2 \gamma_1 = \alpha_2$ – матрица преобразования

входной СК тела 1 во входную СК тела 2; а $vv_3 = sq_2$, $vv_4 = cq_2$ и $vv_{129} = -sq_2\dot{q}_1$, $vv_{130} = cq_2\dot{q}_1$ – временные скалярные переменные.

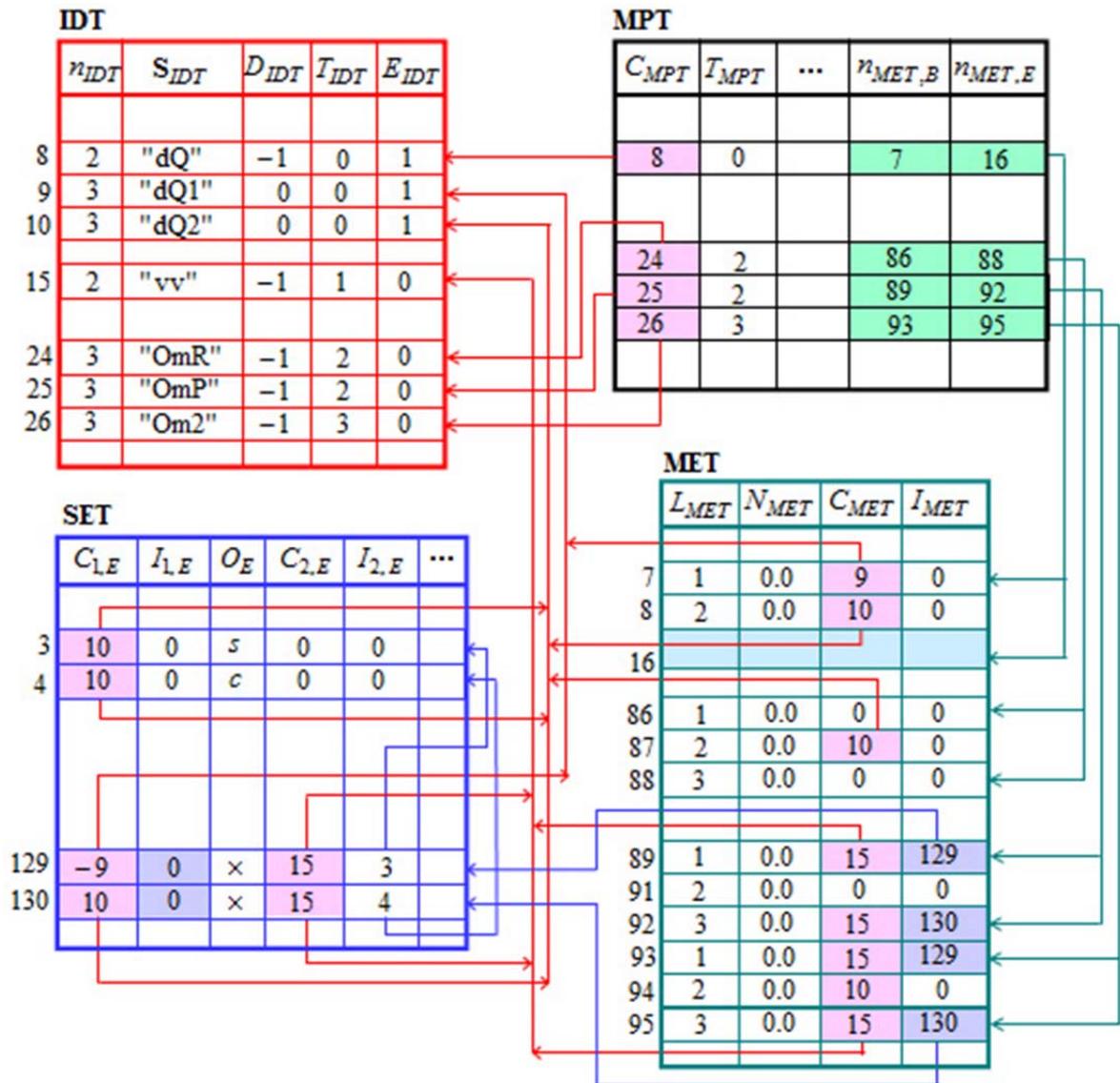


Рисунок П2. Упрощенная схема взаимосвязи таблиц для кодирования матриц и скалярных математических выражений

В приведенной упрощенной схеме в таблицах IDT, MPT, MET и SET отражены описания элементов входной внешней матрицы-столбца обобщенных скоростей с идентификатором "dQ" и скалярными элементами (их индексы входят в идентификаторы), вспомогательных матриц с идентификаторами "OmR", "OmP" и локальной матрицы с идентификатором "Om2" (ее индекс входит в идентификатор). Не показаны матрицы γ_1 , α_2 и β_2 , отдельные элементы заголовков таблиц и

ссылки в виде стрелок. Для облегчения понимания схемы таблицы и ссылки на их строки выделены различными цветами.

4. Скалярные символьные преобразования. Символьные алгебраические операции выполняются с закодированными представлениями скалярных величин, векторов и матриц. Описания их операндов и результата хранятся в строках ранее описанных таблиц. Скалярные символьные операции сложения, вычитания, умножения и деления выполняет программно реализованный скалярный символьный процессор. Он представляет собой набор функций, которые используют закодированное представление операндов. Если промежуточным результатом операции является не отдельное число или символьная переменная, а скалярное выражение, то для получения окончательного результата используется таблица SET. Описания скалярных операндов должны быть предварительно выбраны из описаний элементов матриц.

Скалярный символьный процессор преобразует строки

$$\langle N_{O,1}, C_{O,1}, I_{O,1} \rangle, \quad \langle N_{O,2}, C_{O,2}, I_{O,2} \rangle$$

двух символьных операндов в строку результата

$$\langle N_R, C_R, I_R \rangle.$$

Здесь, как и ранее, $N_{O,1}, N_{O,2}, N_R$ – это вещественные числа; $C_{O,1}, C_{O,2}, C_R$ – коды идентификаторов операндов и результата; $I_{O,1}, I_{O,2}, I_R$ – их индексы. Параметры i -го операнда определяют его как численную константу ($C_{O,i} = 0$), символьную переменную ($C_{O,i} \neq 0$) – скалярную ($I_{O,i} = 0$), элемент матрицы или массива ($I_{O,i} > 0$).

В функции, выполняющей операцию **скалярного сложения**, параметры строки-результата определяются непосредственно параметрами операндов только при выполнении следующих условий

$$N_R = N_{O,1} + N_{O,2}, C_R = 0, I_R = 0, \text{ если } C_{O,1} = 0, C_{O,2} = 0,$$

$$N_R = 0.0, C_R = C_{O,2}, I_R = I_{O,2}, \text{ если } N_{O,1} = 0.0, C_{O,1} = 0, C_{O,2} \neq 0,$$

$$N_R = 0.0, C_R = C_{O,1}, I_R = I_{O,1}, \text{ если } N_{O,2} = 0.0, C_{O,1} \neq 0, C_{O,2} = 0.$$

Во всех остальных случаях промежуточным результатом сложения является закодированное скалярное выражение, представленное параметрами $N_C, C_{1,C}, I_{1,C}, O_C, C_{2,C}, I_{2,C}$, которые аналогичны параметрам $N_E, C_{1,E}, I_{1,E}, O_E, C_{2,E}, I_{2,E}$ строк таблицы SET. Их значения определяются следующими условиями.

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0.0, N_C = N_{O,1}, \\ C_{C,1} = 0, I_{C,1} = 0, I_{C,2} = I_{O,2} \\ \left. \begin{array}{l} O_C = '+', \\ C_{C,2} = C_{O,2} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,2} > 0 \\ \left. \begin{array}{l} O_C = '- ', \\ C_{C,2} = -C_{O,2} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,2} < 0 \end{array} \right\} \text{если } N_{O,1} \neq 0, C_{O,1} = 0, C_{O,2} \neq 0,$$

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0.0, N_C = N_{O,2}, \\ C_{C,1} = 0, I_{C,1} = 0, I_{C,2} = I_{O,1} \\ \left. \begin{array}{l} O_C = '+', \\ C_{C,2} = C_{O,1} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,1} > 0 \\ \left. \begin{array}{l} O_C = '- ', \\ C_{C,2} = -C_{O,1} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,1} < 0 \end{array} \right\} \text{если } N_{O,2} \neq 0, C_{O,1} \neq 0, C_{O,2} = 0,$$

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0.0, N_C = 0.0, \\ O_C = '+', \\ \left. \begin{array}{l} C_{C,1} = C_{O,1}, I_{C,1} = I_{O,1}, \\ C_{C,2} = |C_{O,2}|, I_{C,2} = I_{O,2} \\ O_C = '- ', \text{ если } C_{O,2} < 0 \end{array} \right\} \text{если } I_{O,2} > I_{O,1} \\ \left. \begin{array}{l} C_{C,1} = C_{O,2}, I_{C,1} = I_{O,2}, \\ C_{C,2} = |C_{O,1}|, I_{C,2} = I_{O,1} \\ O_C = '- ', \text{ если } C_{O,1} < 0 \end{array} \right\} \text{если } I_{O,2} < I_{O,1} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,1} \neq 0, C_{O,2} \neq 0.$$

Этот промежуточный результат будет обозначаться промежуточной скалярной переменной – элементом массива с кодом идентификатора C_{TSV} , то есть $C_R = C_{TSV}$. Для определения индекса этого элемента промежуточный результат

$N_C, C_{1,C}, I_{1,C}, O_C, C_{2,C}, I_{2,C}$ необходимо сравнить с параметрами $N_E, C_{1,E}, I_{1,E}, O_E, C_{2,E}, I_{2,E}$ всех строк, ранее записанных в таблицу SET. При наличии строки-аналога ее номер присваивается индексу I_R результата операции. В противном случае параметры $N_C, C_{1,C}, I_{1,C}, O_C, C_{2,C}, I_{2,C}$ записываются в первую свободную строку таблицы SET, номер которой становится индексом I_R результата.

Функция, выполняющая операцию **скалярного вычитания**, инвертирует знак второго численного или символьного операнда

$$N_{O,2} = -1.0 * N_{O,2}, \quad C_{O,2} = -1 * C_{O,2}$$

и обращается к функции сложения.

Функция **вычисления обратной величины** единственного, первого операнда позволяет замещать умножениями на нее последующие многократные операции деления. Она применяется в соотношениях алгоритма присоединенного тела и при символьном обращении (3×3) – и (4×4) – матриц с помощью вычисления алгебраических дополнений и определителей для получения решения уравнений контурных связей.

Параметры результата этой операции для численного операнда равны

$$N_R = 1.0 / N_{O,1}, \quad C_R = 0, \quad I_R = 0 \quad \text{если } C_{O,1} = 0.$$

При этом контролируется приводящее к ошибке значение $N_R = 0.0$. Если операнд символьный, то формируется промежуточный результат операции

$$\left. \begin{array}{l} N_{C,1} = 1.0, \text{ если } C_{O,1} > 0 \\ N_{C,1} = -1.0, \text{ если } C_{O,1} < 0 \\ C_{C,1} = 0, I_{C,1} = 0, \\ O_C = '/', \\ C_{C,2} = |C_{O,1}|, I_{C,2} = I_{O,1} \end{array} \right\} \text{если } C_{O,1} \neq 0,$$

который будет обозначаться промежуточной скалярной переменной – элементом массива с кодом идентификатора C_{TSV} , то есть $C_R = C_{TSV}$. Индекс этого элемента определится также как и в операции сложения при записи в таблицу SET.

В функции, выполняющей операцию **скалярного умножения**, параметры строки-результата определяются непосредственно параметрами операндов, если они оба численные или один из них равен 0 или по модулю 1. Если оба операнда численные, то

$$N_R = N_{O,1} * N_{O,2}, C_R = 0, I_R = 0, \text{ если } C_{O,1} = 0, C_{O,2} = 0.$$

При этом учитывается возможность того, что один из них может быть обратной величиной другого. В этом случае для упрощения математического выражения с учетом компьютерного представления вещественных чисел используется дополнительное контролирующее условие

$$N_R = 1.0, \text{ если } ||N_R| - 1.0| \leq 10^{-10}.$$

Численный результат, точно равный 1.0, может быть использован при упрощении последующих выражений.

Если один из операндов равен нулю, то есть $N_{O,1} = 0.0$ и $C_{O,1} = 0$ или $N_{O,2} = 0.0$ и $C_{O,2} = 0$, то параметры $N_R = 0.0$, $C_R = 0$, $I_R = 0$ определяют нулевой результат.

Если один из сомножителей равен по модулю 1, то параметры результата определяются соотношениями

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0.0 \\ C_R = C_{O,2}, \text{ если } N_{O,1} = 1.0 \\ C_R = -C_{O,2}, \text{ если } N_{O,1} = -1.0 \\ I_R = I_{O,2} \end{array} \right\} \text{ если } C_{O,1} = 0, C_{O,2} \neq 0,$$

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0 \\ C_R = C_{O,1}, \text{ если } N_{O,2} = 1.0 \\ C_R = -C_{O,1}, \text{ если } N_{O,2} = -1.0 \\ I_R = I_{O,1} \end{array} \right\} \text{ если } C_{O,1} \neq 0, C_{O,2} = 0.$$

Если первый сомножитель является промежуточной переменной, описываемой в таблице SET строкой с индексом $I_{O,1}$ и определяющей обратную величину

$N_E(I_{O,1}) = \pm 1.0$, $C_{1,E}(I_{O,1}) = 0$, $I_{1,E}(I_{O,1}) = 0$, $O_E(I_{O,1}) = '/'$, $C_{2,E}(I_{O,1})$, $I_{2,E}(I_{O,1})$,
знаменатель которой равен по модулю второму сомножителю $|C_{O,2}| = C_{2,E}(I_{O,1})$,
 $I_{O,2} = I_{2,E}(I_{O,1})$, то параметры результата умножения равны

$$N_R = 1.0 * \text{sign}(N_E(I_{O,1}) * C_{O,2}), \quad C_R = 0, \quad I_R = 0.$$

Если второй сомножитель является промежуточной переменной, описываемой в таблице SET строкой с индексом $I_{O,2}$ и определяющей обратную величину

$$N_E(I_{O,2}) = \pm 1.0, \quad C_{1,E}(I_{O,2}) = 0, \quad I_{1,E}(I_{O,2}) = 0,$$

$$O_E(I_{O,2}) = '/' , \quad C_{2,E}(I_{O,2}), \quad I_{2,E}(I_{O,2}),$$

знаменатель которой равен по модулю первому сомножителю $|C_{O,1}| = C_{2,E}(I_{O,2})$,
 $I_{O,1} = I_{2,E}(I_{O,2})$, то параметры результата умножения равны

$$N_R = 1.0 * \text{sign}(N_E(I_{O,2}) * C_{O,1}), \quad C_R = 0, \quad I_R = 0.$$

Во всех остальных случаях промежуточным результатом операции является скалярное выражение, с параметрами $N_C, C_{1,C}, I_{1,C}, O_C, C_{2,C}, I_{2,C}$, значения которых определяются следующими условиями.

$$\left. \begin{array}{l} N_R = 0, N_C = 0, \\ \left. \begin{array}{l} C_{C,1} = |C_{O,1}|, \text{ если } C_{O,1} * C_{O,2} > 0 \\ C_{C,1} = -|C_{O,1}|, \text{ если } C_{O,1} * C_{O,2} < 0 \\ I_{C,1} = I_{O,1}, C_{C,2} = |C_{O,2}|, I_{C,2} = I_{O,2} \end{array} \right\} \text{если } I_{O,2} > I_{O,1} \\ O_C = '*' , \\ \left. \begin{array}{l} C_{C,1} = |C_{O,2}|, \text{ если } C_{O,1} * C_{O,2} > 0 \\ C_{C,1} = -|C_{O,2}|, \text{ если } C_{O,1} * C_{O,2} < 0 \\ I_{C,1} = I_{O,2}, C_{C,2} = |C_{O,1}|, I_{C,2} = I_{O,1} \end{array} \right\} \text{если } I_{O,2} < I_{O,1} \end{array} \right\} C_{O,1} \neq 0, C_{O,2} \neq 0$$

Сравнение этого промежуточного результата со строками таблицы SET для получения строки $\langle N_R, C_R, I_R \rangle$ осуществляется также как и в операции сложения.

Сложность соотношений, определяющих результат всех скалярных операций, невелика и приблизительно одинакова, в отличие от кодирования выражений полиномиальными (структурными) таблицами [178-181].

Перед выполнением очередной элементарной матричной операции в таблицах МРТ и МЕТ формируется описание матрицы-результата. Ее элементам присваиваются начальные нулевые значения, а ненулевые определяются в результате выполнения операции. Далее для краткости такая матрица называется «очередной». Ее номер в МРТ равен n_{MPT} , код идентификатора равен $C_{MPT}(n_{MPT}) \geq 0$.

Результат скалярной операции, непосредственно определяющий какой-либо ненулевой ее элемент с индексом L_{MET} , записывается в строку таблицы МЕТ, номер которой вычисляется по значениям параметров $n_{MET,B}$, $n_{MET,E}$ в строке n_{MPT} таблицы МРТ. Если при этом $C_{MPT}(n_{MPT}) > 0$, $C_R = C_{TSV}$ и $I_R > 0$, то на этапе окончательной оптимизации вычислений промежуточная переменная может быть заменена элементом результирующей матрицы. Но для этого код $C_{MPT}(n_{MPT}) > 0$ результирующей матрицы и индекс L_{MET} ее элемента нельзя задавать перед выполнением символьных вычислений, которые его определяют, так как они будут занесены во все строки SET, описывающие промежуточные элементарные выражения. Необходимо использовать только код $C_R = C_{TSV}$ и индекс I_R результата скалярной операции. Но из-за умножений на 1 или сложений с 0 в цепочке промежуточных операций они могут описывать элемент другой, ранее полученной матрицы, вид которой определяется параметром T_{IDT} в строке с номером $C_{RM}(I_R)$ таблицы IDT. Поэтому в зависимости от типа T_{MPT} «очередной» матрицы значение кода $C_{RM}(I_R)$ и индекса I_{RM} в строке I_R таблицы SET определяются следующим образом.

- Если «очередная» матрица является временной ($T_{MPT} = 1$), то в строке I_R таблицы SET значения кода $C_{RM}(I_R)$ и индекса $I_{RM}(I_R)$ не изменяются.
- Если «очередная» матрица не является временной ($T_{MPT} > 1$), а в строке I_R таблицы SET $C_{RM}(I_R) = 0$, то $C_{RM}(I_R) = C_{MPT}(n_{MPT})$ и $I_{RM}(I_R) = L_{MET}$.

- Если «очередная» матрица является вспомогательной, а в строке I_R таблицы SET $C_{RM}(I_R) > 0$ является кодом другой вспомогательной, локальной или глобальной матрицы ($T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) > 2$), то это является признаком ошибки.
- Если «очередная» матрица является локальной ($T_{MPT} = 3$), а в строке I_R таблицы SET $C_{RM}(I_R) > 0$ является кодом вспомогательной матрицы ($T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) = 2$), то $C_{RM}(I_R) = C_{MPT}$ и $I_{RM} = L_{MET}$.
- Если «очередная» матрица является локальной ($T_{MPT} = 3$), а в строке I_R таблицы SET $C_{RM}(I_R) > 0$ является кодом другой локальной матрицы ($T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) = 3$), то замена кода идентификатора C_{RM} и индекса L_{MET} в строке I_R таблицы SET не производится. Значение параметра $T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) > 3$ является признаком ошибки.
- Если «очередная» матрица является глобальной ($T_{MPT} = 4$), а в строке I_R таблицы SET $C_{RM}(I_R) > 0$ является кодом вспомогательной или локальной матрицы ($T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) < 4$), то $C_{RM}(I_R) = C_{MPT}$ и $I_{RM} = L_{MET}$. Значение параметра $T_{IDT}(C_{RM}(I_R)) < 4$ является признаком ошибки.

Программирование отдельных оптимизирующих формул и элементарных матричных операций с использованием функций скалярного символьного процессора не вызывает трудностей и далее не обсуждается.

5. Управление последовательностью выполнения матричных операций.

Численные векторно-матричные алгоритмы расчета динамики МС основаны на использовании регулярных структур данных – массивов, в которые объединяются скалярные величины, векторы и матрицы, описывающие параметры и движение тел. При «ручном» программировании таких алгоритмов за идентификатором каждого массива резервируется область памяти, и доступ к его элементам осуществляется с помощью индексов тел.

При символьной реализации матричных операций идентификаторы матриц не резервируют области памяти компьютера для хранения численных величин,

они сами являются объектом обработки, из них нельзя образовать массивы, которые обеспечивают регулярность вычислений под управлением операторов цикла. Регулярность описания символьных матричных вычислений может быть обеспечена тремя дополнительными таблицами. Первая таблица АВТ описывает ветвления в алгоритме в виде последовательности элементарных ветвей и реальные индексы векторов и матриц в этих ветвях. Вторая таблица АМТ описывает последовательность элементарных матричных операций в отдельной ветви, то есть содержательную часть алгоритма без привязки к конкретным ветвям и их телам. Третья таблица АСТ связывает две предшествующие (то есть содержательное описание алгоритма и индексы объектов) с таблицей описания символьных матриц.

Алгоритмы не всегда имеют простую «линейную» структуру. В них возможны ветвления, связанные, например, с выполнением вложенных циклов при вычислении матрицы обобщенной инерции в алгоритме составного тела [96], или при расчете динамики независимой ветви со структурой дерева по алгоритму сочлененного тела [103]. Для упрощения программной реализации описание таких разветвленных вычислений преобразуется в схему последовательных вычислений, управляемых одним «линейным» индексом. Ветвление в алгоритме представляется как совокупность элементарных ветвей, в каждой из которых вычисления выполняются последовательно. При прямом порядке они выполняются, начиная с исходного или очередного узлового математического объекта и заканчивая следующим узловым или терминальным математическим объектом. При обратном – начиная с терминального или очередного узлового и заканчивая предшествующим узловым или исходным математическим объектом. Ветвления в алгоритме описывает таблица АВТ (Algorithm Branch Table), состоящая из четырех строк. Число элементов в каждой строке (столбцов таблицы) определяется числом ветвлений и числом последовательных шагов вычислений в каждой ветви. Элементы первой строки (А) содержат значения номера элементарных ветвей, элементы второй (В) – реальные индексы математических объектов в элементарных ветвях. Элементы третьей строки (С) содержат номера узлов, в которых начинает-

ся (или завершается) очередная последовательность прямых (или обратных) вычислений; элементы четвертой (D) – номера ветвлений вычислений в соответствующих узлах. Индексы столбцов в таблице соответствуют последовательности вычислений. Если в алгоритме или кинематической цепи ветвления отсутствуют, то имеется одна ветвь вычислений, элементы строки В содержат последовательно нарастающие значения индексов, а элементы строк С и D равны нулю.

Каждый алгоритм для отдельной ветви записывается в виде последовательности элементарных матричных операций (с одним или двумя матричными аргументами). Матрицы результата таких операций нумеруются, их номера играют роль их идентификаторов и позволяют описать содержательную часть алгоритма без использования индексов матриц и без номеров описания символьных матриц в МРТ. Последовательность элементарных матричных операций алгоритма описываются в таблице АМТ (Algorithm Matrix Table), строки которой имеют следующую структуру

$$\langle c_{AMT}, f_{AMT}, T_{R,AMT}, N_{R,AMT}, n_{S,AMT}, S_{R,AMT}, T_{O1,AMT}, N_{O1,AMT}, T_{O2,AMT}, N_{O2,AMT} \rangle,$$

где c_{AMT} – порядковый номер цикла в рекуррентном алгоритме, в тело которого входит элементарная матричная операция; f_{AMT} – номер формулы, по которой выполняется эта операция; $T_{R,AMT}, N_{R,AMT}$ – тип и номер матрицы-результата в алгоритме; $S_{R,AMT}, n_{S,AMT}$ – ее символьный идентификатор и число символов в нем; $T_{O1,AMT}, N_{O1,AMT}, T_{O2,AMT}, N_{O2,AMT}$ – тип и номер первого и второго операндов.

Если $T_{R,AMT} = 4$, то $N_{R,AMT} = 0$ и в массив $S_{R,AMT}$ переписывается идентификатор из строки $N_{R,AMT}$ таблицы описания глобальной матрицы текущей ветви. Если $T_{O1,AMT} = 4$ или $T_{O2,AMT} = 4$, то $N_{O1,AMT}$ или $N_{O2,AMT}$ являются номерами предшествующих строк таблицы АМТ. Формирование таблицы АМТ для каждого алгоритма является фактически его программированием при символьных вычислениях и выполняется «вручную».

Третья таблица **AST** (Algorithm Status Table) связывает две предшествующие (то есть содержательное описание алгоритма и индексы объектов) с таблицей описания символьных матриц. Номера ее строк равны номерам строк таблицы **AMT**, а номера столбцов – номерам столбцов таблицы **ABT**, то есть индексам матриц в ветвях. Значения ее элементов равны номерам описания символьных матриц в таблице **MPT**. Таблица **AST** также дает возможность не хранить в таблицах **MPT** и **MET** нулевые постоянные векторы и матрицы, описывающие геометрию и инерционные свойства фиктивных тел, которые используются при замене вращательных шарниров с несколькими степенями подвижности набором простейших шарниров. Для этого ее элементы, соответствующие еще не сформированным матрицам, получают отрицательные значения, а элементы, соответствующие постоянным нулевым матрицам, нулевые.

Для каждой элементарной матричной операции алгоритма результирующая матрица, способ вычисления которой описан в i -й строке таблицы **AMT**, сначала формируется описание в таблицах **MPT** и **MET** с нулевыми элементами.

С помощью описанных выше таблиц рекуррентные матричные алгоритмы при их символьной реализации могут быть запрограммированы на регулярной основе, то есть с использованием операторов цикла, номеров формул элементарных матричных операций и индексов их операндов. Такой способ их программирования является инвариантным относительно идентификаторов матриц, которые используются только при формировании в символьном виде исходного кода вычислительной процедуры. Структура таблиц в алгоритмах составного и сочлененного тела поясняется на следующих примерах.

Таблица **ABT** для алгоритма расчета матрицы обобщенной инерции формируется следующим образом. Номера элементарных ветвей соответствуют столбцам матрицы обобщенной инерции и записываются в элементы строки **A**, а индексы элементов в этих столбцах – в элементы строки **B**. Узловыми являются элемент матрицы на главной диагонали матрицы. Номера узлов равны номерам столбцов. Узлам соответствуют вычисления во внешнем (прямом) цикле, элементарной ветви - вычисления во внутренних циклах (прямом и обратном). Поэтому

ветвления в узлах отсутствуют, в каждом из них начинается вычисление только для одной элементарной ветви. Элементы строки D равны нулю. Вид таблицы для матрицы обобщенной инерции размерности (4×4) приведен на рисунке П3а.

Расчет матрицы обобщенной инерции для зависимой КЦ (со структурой ПКЦ) по алгоритму составного тела реализуется следующим образом.

1. Выбираются элементарные ветви с последовательно нарастающими значениями индексов (в элементах строки A).
2. В каждой ветви вычисляются матричные соотношения внешнего цикла, соответствующие ее первому, узловому элементу, который определяется элементом строки C.
3. Для всех последующих элементов очередной ветви вплоть до последнего последовательно выполняются матричные соотношения, соответствующие прямому внутреннему циклу.
4. Для всех элементов (тел) очередной ветви от последнего до узлового последовательно вычисляются матричные соотношения, соответствующие обратному внутреннему циклу. При этом результат вычисления для узлового элемента корректируют значение целевой матрицы (обобщенной инерции) номер которой записан в таблице DBM (см. далее). Поэтому соответствующий элемент в таблице AST равен нулю.

При расчете вектора обобщенных сил имеется единственная ветвь вычислений с номером 1. Индексы столбцов таблицы АВТ соответствуют значениям элементов в строке В и номерам тел. Строки С и D содержат только нулевые элементы. Все вычисления реализуются в виде трех циклов. Первый прямой цикл обеспечивает рекуррентный расчет кинематики, второй прямой и обратный циклы – расчет вектора обобщенных сил по алгоритму составного тела. В результате выполнения обратного цикла вычисляются компоненты целевого вектора, номер которого записывается в таблицу DBM (см. далее), поэтому соответствующий элемент таблицы AST равен нулю. Структура заполнения таблицы AST при расчете вектора размерностью (4×1) показана на рисунке П3б.

АВТ

A	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
B	1	2	3	4	2	3	4	3	4	4
C	1				2			3		4
D										
E	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

АМТ

$c = 1$
$c = 2$
$c = 3$

АСТ

а

АВТ

A	1	1	1	1
B	1	2	3	4
C				
D				
E	1	2	3	4

АМТ

$c = 1$
$c = 2$
$c = 3$

АСТ

б

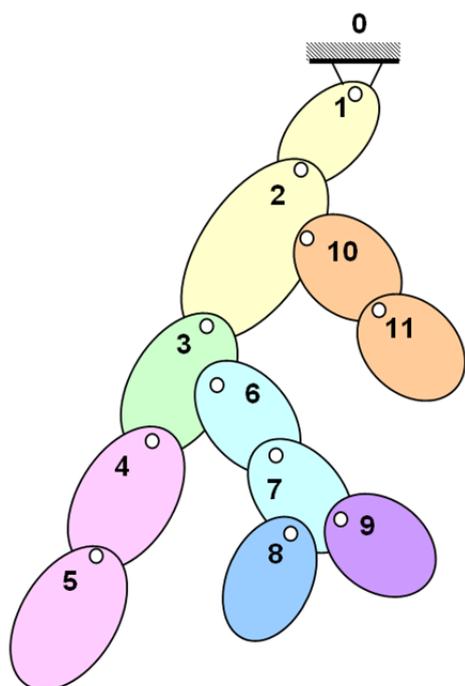
Рисунок ПЗ. Структура заполнения таблицы АСТ при реализации алгоритма составного тела для: а) (4×4) – матрицы обобщенной инерции; б) (4×1) – вектора обобщенных сил

Структура древовидной ветви МС описывается совокупностью элементарных ветвей (ЭВ), каждая из которых представляет собой последовательность соединенных шарнирами тел в виде простой кинематической цепи (ПКЦ) и начина-

ется на основании или произвольном промежуточном теле другой элементарной ветви. В предельных случаях элементарная ветвь может состоять из одной пары тел, соединенных шарниром или включать в себя всю ветвь, если последняя является ПКЦ. Для обеспечения регулярности и упрощения алгоритмов принимается, что ЭВ, начинающаяся от основания должна иметь минимальный номер в ветви, и что каждая ЭВ, начинающаяся от тела другой ЭВ, должна иметь номер, больше, чем номер этой предшествующей ЭВ. Структура древовидной ветви приведена на рисунке П4а, ее табличное описание – на рисунке П4б.

Таблица АВТ (рисунок П4в) для алгоритма сочлененного тела формируется следующим образом.

- Номера элементарных ветвей, которые нарастают последовательно, записываются в элементы строки А, а номера составляющих их тел – в элементы строки В. Для узловых тел указываются номера в строке С и номера ветвлений в строке D.
- Если последнее тело очередной элементарной ветви является узловым, то этому узлу присваивается очередной порядковый номер и номер ветвления, равный 1, которые записываются в строки С и D соответствующего j – го столбца таблицы. При этом столбец с индексом $j + 1$ будет определять первое тело одной из элементарных ветвей, непосредственно следующих за этим узлом.
- Если j – й столбец таблицы определяет последнее тело не последней элементарной ветви как терминальное, то столбец с индексом $j + 1$ должен определять узловое тело ветви с номером ветвления больше 1, а столбец с индексом $j + 2$ – первое тело очередной элементарной ветви, выходящей из этого узла.



а

№ элементарной ветви	№ предшествующего тела	№ очередного тела
1	0	1
1	1	2
2	2	3
3	3	4
3	4	5
4	3	6
4	6	7
5	7	8
6	7	9
7	2	10
7	10	11

б

АВТ

A	0	1	1	2	3	3		4	4	5		6		7	7
B	0	1	2	3	4	5	3	6	7	8	7	9	2	10	11
C			1	2			2		3		3		1		
D			1	1			2		1		2		2		
E	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

в

Рисунок П4. Управление алгоритмом сочлененного тела для древовидной ветви МС: а) структура ветви; б) ее табличное описание; в) структура матрицы АВТ

Алгоритм сочлененного тела для ветви МС со структурой дерева с помощью таблицы АВТ реализуется следующим образом.

- Номера в таблице МРТ всех матриц, характеризующих тело с номером, который содержится в j -м элементе строки В, записываются в элементы j -го столбца таблицы АСТ.
- Для нулевого тела нулевой ветви формируются матрицы, определяющие его геометрию и кинематику.

- Прямые рекуррентные процессы выполняются для всех элементарных ветвей и их тел в соответствии с последовательно нарастающими значениями индексов столбцов таблицы АВТ. В каждой ветви с положительным номером рекуррентные соотношения связывают очередное тело с предшествующим, первое тело – с одним из предшествующих узловых. Столбец таблицы АСТ с номерами в МРТ матриц, описывающих узловое тело с номером ветвления равным 1, переписывается в другие столбцы, соответствующие этому же узлу с номером ветвления больше 1.
- Обратный рекуррентный процесс выполняется для всех элементарных ветвей и их тел в соответствии с последовательно убывающими значениями индексов столбцов таблицы АВТ. Для столбцов, соответствующих узловым телам с номером ветвления больше 1, обратные рекуррентные соотношения не выполняются. Для каждого узлового тела выполняется суммирование приведенных к нему матриц инерции, векторов сил и моментов, непосредственно следующих за ним тел. Номера таких матриц-слагаемых для текущего узла записаны в двух столбцах таблицы АСТ. Первый из них соответствует текущему узловому телу, если номер его ветвления больше 1, или первому телу элементарной ветви, непосредственно следующей за текущим узлом, если номер его ветвления равен 1. Второй столбец в таблице соответствует узловому телу и узлу с таким же номером, но с большим на 1 номером ветвления.

Таким образом, предлагаемые и описанные выше таблицы позволяют запрограммировать все необходимые алгоритмы. Способ их применения и параметры определяются структурой моделируемой МС, описываемой в специализированной базе данных, которая здесь не рассматривается.

Число зависимых ветвей МС не является постоянным. Поэтому для каждой ветви в символьном виде должны формироваться отдельные процедуры расчета их динамических свойств. В процессе формирования такой процедуры реализуется некоторая последовательность алгоритмов. Например, для зависимой ветви это формирование и решение уравнений контурных связей, расчет матрицы обобщенной инерции и вектора обобщенных сил, их приведение к узловому телу неза-

висимой ветви. Глобальные матрицы, вычисляемые за пределами текущей ветви, являются для нее исходными внешними, а используемые за пределами текущей ветви – внешними целевыми. Например, для нулевой ветви глобальные внешние исходные матрицы – это векторы обобщенных координат и скоростей, а вектор обобщенных ускорений целевой. Все эти векторы для зависимой ветви определяются как глобальные внешние исходные.

Глобальные матрицы, связывающие между собой отдельные алгоритмы для зависимых ветвей, хранятся в таблице **DBM** (Dependent Branch Matrix table), каждая которой имеет следующую структуру

$$\langle n_{DBM}, \mathbf{S}_{DBM}, N_{G,DBM}(n_{BR}) \rangle,$$

где n_{DBM} – число символов, образующих идентификатор глобальной матрицы; \mathbf{S}_{DBM} – массив символов для хранения этого идентификатора; $N_{G,DBM}(n_{BR})$ – массив номеров в МРТ глобальных матриц, элементы которого получают значения в ходе обработки зависимых ветвей, число которых равно n_{BR} .

При расчете динамики независимой ветви реализуется также несколько алгоритмов, которые связывают глобальные исходные или целевые матрицы. Описывающая их таблица **ZBM** (Zero Branch Matrix table) имеет похожую структуру

$$\langle n_{ZBM}, \mathbf{S}_{ZBM}, N_{G,ZBM} \rangle$$

с той лишь разницей, что $N_{G,ZBM}$ – целое число, не массив (независимая ветвь единственная). Глобальные матрицы независимой ветви являются исходным внешними для зависимых.

Если результирующая матрица глобальная, то ее символьный идентификатор с добавлением индекса ветви переносится из таблиц DBM или ZBM в таблицу IDT, а его код записывается в строку таблицы МРТ. Номер этой матрицы заносится в описание глобальной переменной соответствующей ветви. Если матрица промежуточная или локальная, то ее идентификатор переписываются аналогично, но из строк таблицы АМТ. К идентификатору локальной матрицы, если он имеет-

ся, добавляется индекс из j – го элемента строки В таблицы АВТ. Номер в МРТ такой результирующей матрицы присваивается элементу (i, j) таблицы АСТ.

6. Окончательная оптимизация вычислений. Применяемые матричные алгоритмы расчета динамики МС не содержат избыточных матричных операций. Оптимизирующие формулы исключают избыточные скалярные вычисления при наличии двух одинаковых матричных операндов. При символьной реализации алгоритмов и оптимизирующих формул в скалярных операциях учитывается наличие двух численных аргументов, сложение с 0 и умножение на 0 или 1, исключаются повторяющиеся скалярные выражения. На этапе окончательной оптимизации вычислений производится:

- исключение неиспользуемых промежуточных переменных и обозначаемых ими скалярных выражений;
- преобразование индексируемых элементов матриц в скалярные переменные;
- замена используемых промежуточных переменных элементами вспомогательных, локальных или целевых матриц для сокращения общего числа переменных и облегчения верификации исходного кода;
- замена однократно используемых промежуточных переменных скалярными выражениями, которые они обозначают.

Для выявления вычислений в строках таблицы SET, определяющих в конечном итоге элементы всех целевых матриц, устанавливается значение признака $U_{SET} > 1$, которое означает, что описанные в этих строках выражения войдут в исходный код формируемой процедуры.

При определении кратности использования промежуточных переменных и обозначаемых ими выражений таблица SET просматривается в обратной последовательности, начиная с последней строки. Если в очередной строке признак $U_{SET} = 0$, то она пропускается. В противном случае анализируются описания каждого из операндов. Если код $C_{1,E}$ или $C_{2,E}$ идентификатора операнда равен коду C_{TSV} промежуточной переменной, то в строке таблицы SET с номером $I_{1,E}$

или $I_{2,E}$ значение признака использования увеличивается на 1, то есть $U_{SET} = U_{SET} + 1$. После завершения просмотра всей таблицы в каждой ее строке значение признака U_{SET} равно кратности использования промежуточной переменной и обозначаемого ей скалярного выражения. Строки, в которых $U_{SET} = 0$, исключаются из дальнейшего рассмотрения.

Отказ от использования индексируемых переменных ускоряет выполнение операций компьютерным процессором за счет лучшего использования его стека и уменьшения числа обращений к оперативной памяти. После описанной выше замены промежуточных переменных исключаются индексы в идентификаторах, обозначающих элементы вспомогательных, индексируемых, целевых матриц и многократно используемые промежуточные переменные. Для этого таблица SET просматривается в прямой последовательности. Если в ее текущей используемой строке с номером I_{SET} параметры $C_{RM} > 0$ и $I_{RM} > 0$, то формируется описание нового идентификатора соответствующего элемента матрицы или массива как скалярной переменной. Символьная последовательность этого идентификатора получается из последовательности символов, содержащихся в массиве S_{IDT} в строке с номером C_{RM} таблицы IDT, добавлением в ее конец символов, описывающих индекс элемента матрицы или временной переменной. Для идентификатора элемента матрицы устанавливается признак $D_{IDT} = 0$ скалярной величины, а параметры T_{IDT} и E_{IDT} принимаются такими же, как и в строке с номером C_{RM} для матрицы. Сформированное таким образом описание идентификатора элемента заносится в таблицу IDT, в ее строку с номером I_{IDT} , который присваивается коду идентификатора элемента $C_S = I_{IDT}$ в текущей строке с номером I_{SET} таблицы SET.

После исключения индексов в идентификаторах элементов матриц необходимо заменить однократно используемые промежуточные переменные во всех последующих за ними выражениях последовательностями вычислений, которые они обозначают. В свою очередь последующие выражения могут обозначаться

временными переменными, которые также используются однократно. В связи с тем, что число замен таких переменных заранее не определено, последовательности символов, описывающие операнды и математические операции в правых частях скалярных математических выражений, могут иметь различную длину. Для накопления в компактном виде символьных строк переменной длины, являющихся правой частью СМВ, используется одномерный массив символов \mathbf{S}_{ESS} (Expression Symbolic Sequence). Номера первого и последнего символов в этом массиве для каждой используемой строки таблицы SET присваиваются параметрам $n_{ESS,B}$ и $n_{ESS,E}$. Символьные коды правых частей всех используемых скалярных выражений формируются при просмотре строк таблицы SET в прямой последовательности – от первой строки к последней. При этом для текущей строки реализуется следующая последовательность действий.

- Если $C_{1,E} = 0$, то первый операнд есть вещественное число со знаком. В этом случае оно преобразуется в последовательность символов, которая записывается в массив \mathbf{S}_{ESS} .
- Если $C_{1,E} < 0$, то в этом случае следующий символ в массиве \mathbf{S}_{ESS} - это «-».
- Если параметр $I_{1,E} = 0$, то первый операнд является скалярной величиной. В этом случае последовательность символов из массива \mathbf{S}_{IDT} строки с номером $|C_{1,E}|$ таблицы IDT копируется в массив \mathbf{S}_{ESS} .
- Если код $|C_{1,E}|$ определяет номер строки таблицы IDT, в которой параметр $P_{IDT} = 1$, то строка SET с номером $I_{1,E}$ описывает промежуточную переменную. При $C_S(I_{1,E}) = 0$ первый операнд является однократно используемой промежуточной скалярной переменной. В этом случае последовательность символов, сгенерированная в массиве \mathbf{S}_{ESS} для строки с номером $I_{1,E}$ таблицы SET, переписывается этот же массив, но на место, соответствующее текущей строке SET. Если $C_S(I_{1,E}) > 0$, то в массив \mathbf{S}_{ESS} заносится последовательность символов идентификатора, который в таблице IDT описывается строкой с но-

мером $C_S(I_{1,E}) > 0$. При этом, если $C_{1,E} < 0$, а также в случае если операция O_E равна «*» или «/», то эта переписываемая последовательность символов заключается в скобки.

- После этого следующий символ в массиве \mathbf{S}_{ESS} это значение параметра O_E текущей строки таблицы SET (знак математической операции).
- Описание 2-го операнда формируется в массиве \mathbf{S}_{ESS} аналогично первому, но без учета знака кода его идентификатора.
- После этого символ «;» завершает правую часть очередного СМВ в \mathbf{S}_{ESS} .
- Номера первого и последнего символов, записанных в массив \mathbf{S}_{ESS} для текущей строки таблицы SET, присваиваются ее параметрам $n_{ESS,B}$ и $n_{ESS,E}$.

В результате во всех строках таблицы SET, в которых $C_S > 0$, идентификаторы с этим кодом обозначают скалярные выражения, описанные последовательностями символов, которые содержатся в элементах массива \mathbf{S}_{ESS} с номерами от $n_{ESS,B}$ и $n_{ESS,E}$.

Процесс замены однократно используемых промежуточных переменных скалярными выражениями, которые они обозначают, упрощенно иллюстрируется схемой (рисунок П5), в которой для компактности вместо их закодированного представления используются математические индексируемые величины. Также для упрощения не показано замещение промежуточных переменных элементами вспомогательных, индексируемых или целевых матриц. Цифрой 1 обозначены группы скалярных выражений, в которых и операнды, и результат являются индексируемыми промежуточными переменными. Для каждого выражения указано значение параметра U_{SET} – кратности его использования в последующих вычислениях.

Сначала для многократно используемых переменных ($U_{SET} > 1$) формируются символьные идентификаторы. Их коды $C_S > 0$, указывают на номера строк их описаний в таблице IDT. На схеме символьные последовательности этих идентификаторов обозначены цифрой 2 и заключены в красные прямоугольники. После

этого при последовательном просмотре скалярных выражений для их правых частей формируются обозначенные цифрой 3 последовательности символов, соответствующие их операндам и алгебраическим операциям.

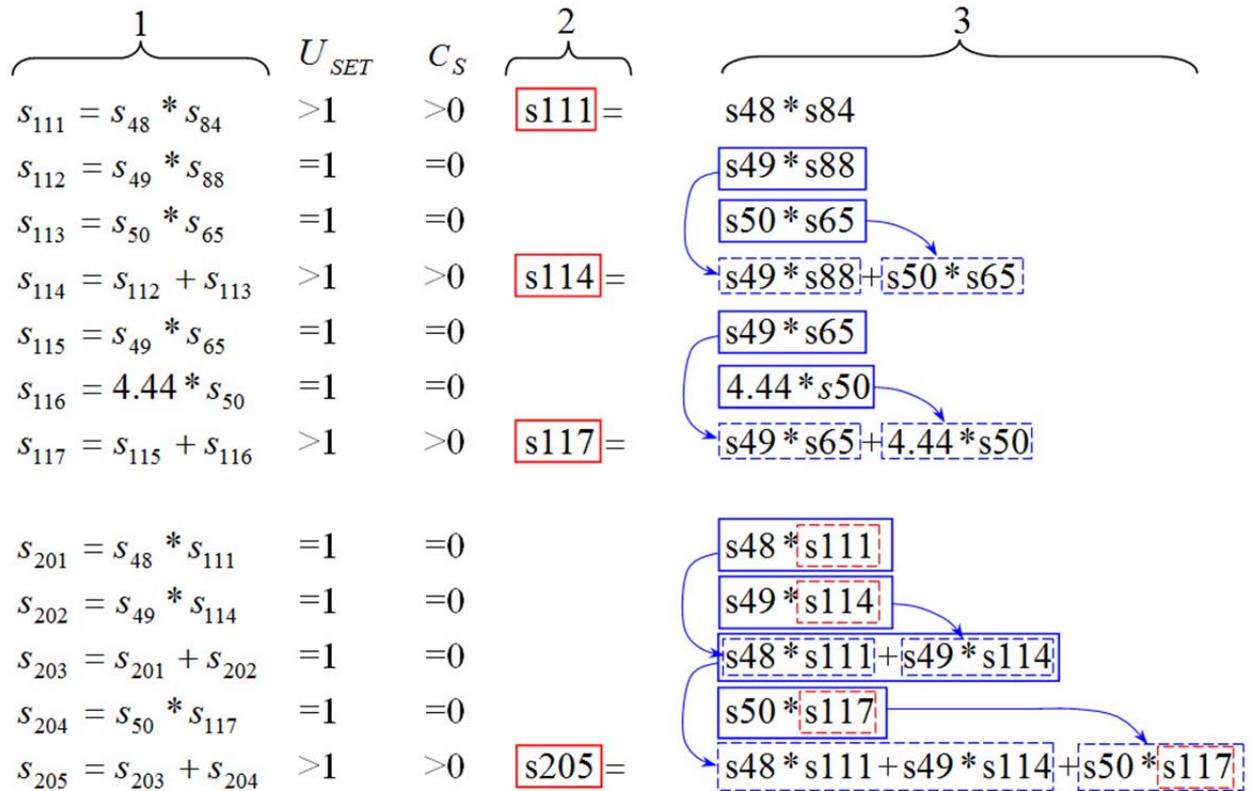


Рисунок П5. Схема замены однократно используемых временных переменных скалярными выражениями, которые они обозначают

Символьные последовательности, сформированные для однократно используемых промежуточных переменных s_{112} и s_{113} , s_{115} и s_{116} , s_{201} и s_{202} , s_{203} и s_{204} отмечены синими прямоугольниками. Они заменяют эти переменные в последующих скалярных выражениях, определяющих многократно используемые идентификаторы s_{114} , s_{117} , s_{203} и s_{205} . Последовательность, полученная объединением символов для s_{201} и s_{202} для однократно используемой переменной s_{203} , вновь подставляется в строку для s_{205} . Все произведенные подстановки отмечены стрелками. В результате многократно используемые идентификаторы могут обозначать символьные строки различной длины.

Необходимо отметить, что процедура замещения однократно используемых промежуточных переменных математическими выражениями, которые они обозначают, проще и имеет однозначное решение, в отличие от выделения повторяющихся вычислений в длинных алгебраических полиномах с использованием для их кодирования структурных таблиц [178-181].

Для формирования символического исходного кода, описывающего последовательность вычислений, производится прямой просмотр таблицы SET от первой строки к последней. Для каждой из них, в которой $C_S > 0$, $n_{ESS,B} > 0$ и $n_{ESS,E} > 0$, исходный код записывается в текстовый файл, начиная с новой строки. Каждая такая строка начинается с последовательности символов, содержащихся в массиве S_{IDT} идентификатора в строке с номером C_S в таблице IDT. В конец этой последовательности добавляется знак "=", а после него – символы с номерами от $n_{ESS,B}$ до $n_{ESS,E}$ из массива S_{ESS} .

При формировании описания переменных формируемой процедуры таблица IDT просматривается в прямой последовательности. Рассматриваются только строки, в которых $D_{IDT} = 0$, то есть определяющие скалярные величины. Если при этом $E_{IDT} = 0$, то соответствующий идентификатор входит в блок внутренних переменных, являющийся частью исходного кода процедуры, а если $E_{IDT} = 1$, то в блок описания общих данных, формируемый как отдельный текстовый файл.

Каждая модель МС, для расчета динамики которой формируются процедуры, получает свой идентификатор. Каждый отдельный этап такого расчета также может иметь свой номер, например, индекс ветви. Все описанные выше таблицы для каждого этапа обработки создаются и сохраняются в виде файлов. Формируемые в символическом виде исходные коды формируемых процедур также записываются в виде текстовых файлов. Название каждого файла составляется из идентификатора модели механической системы добавлением в его конец номера этапа обработки. Расширением файла является аббревиатура (из трех букв) названия размещаемой в нем таблицы, матрицы или массива. В результате все таблицы, матрицы и массивы очередного этапа доступны для всех последующих. Их со-

держимое также может просматриваться автономно с помощью сервисных программ.

В алгоритме составного тела допускаются шарниры только с одной степенью подвижности, и соответствующие векторно-матричные выражения не имеют альтернативных форм записи. Поэтому для данного алгоритма предлагаемая технология обеспечивает формирование процедур, использующих минимальное число математических операций. В алгоритме сочлененного тела существует возможность реализации альтернативных вычислений. В частности его векторно-матричные выражения позволяют описывать движение в шарнирах с несколькими степенями свободы. Сравнение эффективности альтернативных вариантов математических выражений не используется по следующим причинам:

- упрощается векторно-матричная запись алгоритма;
- упрощается структура и алгоритмы системы символьных преобразований, а также способ верификации формируемого исходного кода;
- увеличение объема вычислений из-за безальтернативной их реализации не превышает нескольких операций сложения или умножения в расчете на одно тело механической системы, что несущественно при использовании современных компьютеров.

Обращение матрицы размерности (3×3) или (4×4) при решении уравнений связей для кинематических контуров выполняется в символьном виде с помощью вычисления алгебраических дополнений и определителей. В результате исключается необходимость обращения к процедурам численного решения, то есть упрощается программная реализация и не тратится время компьютера на организацию обращения к другой функции.

Сформированные символьные процедуры «вручную» встраиваются в программные комплексы, моделирующие конкретные динамические процессы, в частности стыковки космических аппаратов. В настоящее время автоматизация сборки таких программ отсутствует, прежде всего, по причине уникальности каждой задачи, разнообразия моделей контактного взаимодействия, устройств демп-

фирования, приводов и цепей передачи движения с учетом их деформаций, алгоритмов функционирования блоков управления.

Вычислительные процедуры, сформированные в символьном виде по описанной выше технологии в соответствии с рекуррентными алгоритмами, описанными в [221], обеспечивают расчет динамики 6-степенной платформы стыковочного механизма [262], выполняя 4686 умножений, 3155 сложений, 13 делений и вычисляя 42 тригонометрические функции (без учета аналитического решения уравнений контурных связей для координат). При этом приблизительно 75% от общего числа этих операций приходится на расчет коэффициентов и решение уравнений контурных связей, редукцию уравнений динамики. Это обусловлено тем, что применяемые в этом случае соотношения определены в общей базовой системе координат механизма и поэтому входящие в них векторы и матрицы имеют меньшее число ненулевых элементов.

При использовании аналогичных численных алгоритмов расчета динамики механизма [262] необходимо было бы выполнить 19190 умножений и 15904 сложения. То есть формирование модели в символьном виде обеспечивает относительно небольшой, примерно в 4,5 раза, выигрыш в числе выполняемых математических операций, что объясняется наличием шести кинематических контуров и соответственно уравнений связей. Но важным дополнительным достоинством предлагаемого подхода является использование в сформированных в символьном виде процедурах только скалярных, то есть неиндексируемых переменных. Вычислительные эксперименты, проведенные ранее с отдельными моделями процессов стыковки показали, что при неизменном на уровне алгоритмов числе математических операций скорость вычислений при отказе от индексов увеличивается примерно в 5-10 раз в зависимости от структуры уравнений и типа компьютера.

Заключение. На основе использования эффективных рекуррентных алгоритмов расчета динамики систем твердых тел и учета их вычислительных свойств разработана новая модель данных для кодирования математических выражений и выполнения символьных преобразований. В отличие от существующих методов компьютерного представления математических формул она представляет собой

набор таблиц, связанных между собой посредством ссылок, и позволяет реализовать простые алгоритмы символьных преобразований, использовать состав переменных, не зависящий от структуры СМВ. Эти переменные заменяют повторяющиеся вычисления в последующих соотношениях и обеспечивают возможность программирования рекуррентных алгоритмов. Скалярные операции сложения, вычитания, умножения и получения обратной величины для закодированных описаний СМВ выполняются по формулам, имеющим одинаковую невысокую сложность. При этом реализуются основные способы упрощения выражений: в них отсутствуют общие множители, учитываются операнды, равные 0 или 1, при наличии условий применяется основное тригонометрическое тождество, повторяющиеся скалярные выражения промежуточными переменными. Предложена табличная модель данных для программирования реализуемых в символьном виде матричных алгоритмов. На этапе окончательной оптимизации исключаются неиспользуемые вычисления, сокращается состав идентификаторов, индексируемые величины заменяются скалярными. Предложенная модель данных позволяет сформировать в символьном виде процедуры расчета динамики МС твердых тел, обладающие высокой вычислительной эффективностью. Из-за недостатка места не рассмотрены способы формирования отдельных исходных матриц, верификации исходного кода процедур расчета динамики отдельных ветвей МС и обеспечения передачи данных между ними.

Данное приложение написано на основе публикации [290].