

## ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Батхина Александра Борисовича на тему «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 - Теоретическая механика.

Диссертационная работа А.Б.Батхина посвящена актуальной проблеме исследования семейств стационарных и периодических решений систем Гамильтона. В случае, когда гамильтонова система неинтегрируема, эти инвариантные структуры наряду с инвариантными торами являются теми немногими объектами, что позволяют качественно и количественно исследовать фазовый поток системы в их окрестности.

Работа состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы из 161 наименования.

Во **введении** приводится обоснование актуальности темы диссертации, приводится описание методов исследования, излагаются цели и задачи исследования, формулируется научная новизна, теоретическая и практическая значимости основных результатов, дана информация об апробации работы. Далее перечисляются основные положения, выносимые на защиту, приведен перечень публикаций автора и кратко описана структура диссертации.

**Первая часть** работы содержит результаты исследования семейств периодических орбит важной для приложений плоской круговой задачи Хилла. В **первой главе** автор демонстрирует работу метода сингулярных возмущений для поиска так называемых порождающих решений. Каждое порождающее решение строится из конечного числа дуг двух типов, которые соединяются между собой участками гиперболических траекторий. Эти порождающие решения позволяют получать начальные приближения реальных семейств.

Во **второй главе** в первой её части исследуется структура матрицы монодромии двояко симметричного периодического решения в случае общего положения для критических значений индекса устойчивости. Полученные

результаты позволяют понять, как происходят различные бифуркации таких периодических решений, что демонстрируется на примере семейства задачи Хилла. Далее приводится обзор ранее известных семейств периодических орбит, а также даётся описание новых семейств, найденных по их порождающим последовательностям.

**В третьей главе** находятся порождающие решения обобщённой задачи Хилла, в которой потенциал центрального тела может быть как потенциалом притяжения, так и потенциалом отталкивания. Такое обобщение позволяет рассматривать известные семейства не по отдельности, а как единую сеть.

**Вторая часть** диссертации посвящена проблеме вычисления множества устойчивости положения равновесия гамильтоновой системы, когда последняя имеет много параметров. Вначале, в **четвертой главе** приводятся результаты о структуре дискриминантного множества многочлена, граница которого выступает в качестве границы множества устойчивости. Эти результаты используются в дальнейшем.

**Пятая глава** посвящена важной для приложений модели двух связанных волчков Лагранжа с гироскопической стабилизацией. Аналитически полно решена задача описания множества устойчивости в линейном приближении статически неуравновешенного положения равновесия в трёхмерном пространстве параметров. Получены эффективные формулы описания этого множества, приведена их физическая интерпретация и сравнение с другими результатами.

**В шестой главе** приведено исследование обобщения задачи пятой главы для пяти параметров. Автору удаётся найти такое преобразование пространства параметров, что решение обобщённой задачи сводится к решению задачи пятой главы. В заключении главы находится та часть множества устойчивости по линейному приближению, которая сохранится и при наличии нелинейных возмущений более высоких порядков.

**Заключение** работы содержит подробное описание результатов диссертации, выносимых на защиту.

Новизна полученных результатов состоит в комбинированном применении методов степенной геометрии, компьютерной алгебры и

численных методов для получения новых семейств периодических орбит задачи Хилла. Разработаны методы исследования множества устойчивости положений равновесия систем Гамильтона с большим числом параметров, базирующиеся на использовании дискриминантных множеств и метода гамильтоновой нормальной формы.

Положения и выводы работы достаточно обоснованы. Достоверность результатов диссертации подтверждается качественным и количественным совпадением найденных решений с результатами работ других авторов. Материалы диссертации опубликованы в 19 статьях рецензируемых журналов из перечня ВАК, из них 16 статей в журналах, входящих в международные базы Scopus и Web of Science. Автор обсуждал полученные результаты на международных и всероссийских конференциях, специализированных научных семинарах.

Основные замечания:

1. Представленное в конце Главы I сравнение с работами других авторов выглядит недостаточно полным. На мой взгляд, следует сослаться на статью В.Н.Тхая по симметричным периодическим движениям обратимых систем: Инвариантные множества и симметричные периодические движения обратимых механических систем // ПММ, 1996, Т. 60, № 6, С. 959-971.
2. В Главе II отсутствуют таблицы начальных условий периодических решений, представленных в диссертации, без которых трудно воспользоваться результатами диссертации. Эти данные следует либо опубликовать, либо разместить в открытом доступе, снабдив соответствующими комментариями.
3. Для задачи 5.1 в Главе V следовало бы проверить, включают ли найденные условия устойчивости условие спящего волчка Маиевского, как предельного случая рассматриваемой задачи. А также целесообразно проверить, вытекают ли результаты частного варианта задачи 5.1 из результатов более общей задачи главы VI. Такие проверки повысят достоверность результатов автора.
4. Для более наглядного представления вычисленного множества устойчивости было бы полезно привести его сечения плоскостью  $z = const$  для определённых значений этой переменной. В этих плоскостях области устойчивости ограничены прямыми и кривыми второго порядка. Скорее всего, это будут эллипсы и параболы.

