

УТВЕРЖДАЮ:

Директор Федерального
государственного учреждения
«Федеральный исследовательский
центр Институт прикладной
математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук»
член-корреспондент РАН



ЗАКЛЮЧЕНИЕ
Федерального государственного учреждения
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук»

Диссертация «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» выполнена в отделе №4 «Математический отдел», сектор №2 «Сингулярные задачи», Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

В период подготовки диссертации соискатель Батхин Александр Борисович работал в Федеральном государственном учреждении "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики

им. М.В. Келдыша Российской академии наук", отдел №4, сектор №2, старшим научным сотрудником.

В 1986 г. окончил Николаевский государственный педагогический институт им. В.Г. Белинского по специальности «учитель физики и математики». В 1992 г. защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Математический анализ» на тему «Теория Нётера многомерных операторов типа свертки с дискретными группами сдвигов в пространстве $L_2(\mathbb{R}^n)$ ». Научный консультант – доктор физико-математических наук, профессор Брюно Александр Дмитриевич работает в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», отдел №4, сектор №2, главный научный сотрудник.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Диссертация «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» посвящена разработке методов исследования актуальных задач гамильтоновой механики: поиск и продолжение периодических решений сингулярно возмущённых систем Гамильтона и исследование множества устойчивости положения равновесия многопараметрической системы Гамильтона.

В диссертации исследованы следующие основные задачи и предложены методы их решения

1. Для плоской круговой задачи Хилла изучены два её предельных интегрируемых случая. Дано описание сингулярных порождающих решений в терминах дуг-решений задачи Энона. Доказаны свойства полученных порождающих решений, которые позволяют вычислить асимптотику начальных условий, тип симметрии, глобальную кратность орбит соответствующего семейства. Построен аналог символической динамики на счётном множестве дуг-решений интегрируемой задачи

- Энона. Реализован численный алгоритм, позволяющий по порождающему решению находить соответствующее семейство симметричных периодических орбит. С помощью этого алгоритма вычислены новые ранее неизвестные семейства, из которых 16 семейств содержат орбиты перехода в окрестность ближайшей коллинеарной точки либрации L_1 или L_2 , а также орбиты перехода между этими точками. Эти орбиты продолжаются до периодических орбит ограниченной круговой задачи трёх тел и могут быть использованы в проектировании космических миссий в окрестность коллинеарных точек либрации.
2. Для системы Гамильтона, допускающей две симметрии расширенного фазового пространства, выявлена структура фазового потока в окрестности критических решений семейств двояко симметричных периодических решений. Доказаны теоремы о ветвлении таких семейств в критических случаях. Полученные результаты применены к плоской круговой задаче Хилла для анализа взаимного расположения семейств периодических решений с общими орбитами.
 3. Предложено новое обобщение классической задачи Хилла, в котором центральное тело может иметь как ньютонианский потенциал притяжения, так и кулоновский потенциал отталкивания. Описаны порождающие решения этой обобщённой задачи в терминах дуг-решений. С их помощью найдены новые семейства периодических решений, многие из которых продолжаются либо до периодических решений классической задачи Хилла, либо взаимодействуют с другими семействами. Указанное обобщение позволяет рассматривать все известные семейства периодических орбит как единую сеть, в которой семейства связаны друг с другом либо посредством порождающих решений, либо через общие орбиты с целой локальной кратностью.
 4. Для исследования устойчивости стационарных решений многопараметрической системы Гамильтона дано полное описание

дискриминатного множества в пространстве коэффициентов характеристического многочлена, на котором этот многочлен имеет кратные корни. Приведена иерархическая структура дискриминатного множества, доказана его линейчатая структура и разработан метод его полиномиальной параметризации.

5. Для случая трёхмерного пространства параметров гамильтоновой системы разработан и реализован алгоритм асимптотического разложения нулей дискриминанта характеристического уравнения в окрестности особых точек в виде рядов трёх типов по степеням его параметров. Алгоритм используется для асимптотического представления множества устойчивости решений вблизи его особенностей.
6. Методами компьютерной алгебры и степенной геометрии впервые аналитически вычислено множество устойчивости по Ляпунову статически неуравновешенной системы связанных гироскопов Лагранжа с шестью степенями свободы и пятью параметрами.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

- Применена техника сингулярных возмущений интегрируемой задачи для вычисления порождающих семейств периодических решений плоской круговой задачи Хилла, что позволило найти и численно исследовать новые семейства симметричных периодических решений этой задачи.
- Обобщена классическая задача Хилла, что позволило объединить все известные семейства периодических решений в единую сеть.
- Применены современные алгоритмы компьютерной алгебры и теории исключений для анализа структуры фазового потока системы Гамильтона, допускающей дискретную группу автоморфизмов.
- Разработана теория дискриминантных множеств, необходимая для реализации символьно-аналитических методов исследования

устойчивости положения равновесия в многопараметрических системах Гамильтона.

Представленные в диссертации методы могут быть применены для исследования устойчивости инвариантных многообразий систем Гамильтона больших размерностей, а также для поиска и продолжения семейств периодических решений систем Гамильтона с большим числом степеней свободы. Вычисленные в работе семейства периодических решений задачи Хилла могут быть продолжены до соответствующих семейств ограниченной или общей задач трёх тел. Периодические орбиты этих семейств могут быть использованы для проектирования космических миссий в окрестности малых тел Солнечной системы.

Материалы диссертации достаточно полно представлены в 46 печатных работах, из них 19 статей в рецензируемых журналах и изданиях рекомендованных ВАК РФ, среди которых 16 публикаций в изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science, 18 препринтов, 9 докладов и тезисов докладов. Опубликована монография.

Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах и изданиях из перечня ВАК

1. Брюно А. Д., Батхин А. Б. Асимптотическое решение алгебраического уравнения // Докл. Акад. Наук. 2011. Т. 440, З. С. 295—300.
2. Батхин А. Б., Брюно А. Д. Множества устойчивости многопараметрических гамильтоновых задач // Вестник ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2011. 4, часть 2. С. 57—58.
3. Батхин А. Б., Брюно А. Д., Варин В. П. Множества устойчивости многопараметрических гамильтоновых систем // Прикл. мат. мех. 2012. Т. 76, № 1. С. 80—133. ISSN 0032-8235.
4. Брюно А. Д., Батхин А. Б. Разрешение алгебраической сингулярности алгоритмами степенной геометрии // Программирование. 2012. № 2. С. 12—30.

5. Batkhin A. B. Application of the method of asymptotic solution to one multi-parameter problem: 14th International Workshop, CASC 2012, Maribor, Slovenia, September 3-6, 2012. Proceedings // Vol. 7442 / ed. by V. P. Gerdt [et al.]. Berlin Heidelberg: Springer, 2012. P. 22–33. (Lecture Notes in Computer Science). DOI: 10.1007/978-3-642-32973-9_3.
6. Батхин А. Б. Выделение областей устойчивости нелинейной системы Гамильтона // Автоматика и телемеханика. 2013. Т. 8. С. 47—64.
7. Батхин А. Б. Симметричные периодические решения задачи Хилла. I // Космические исследования. 2013. Т. 51, № 4. С. 308—322.
8. Батхин А. Б. Симметричные периодические решения задачи Хилла. II // Космические исследования. 2013. Т. 51, № 6. С. 497—510.
9. Батхин А. Б. Сеть семейств периодических орбит обобщенной задачи Хилла // ДАН. 2014. Т. 458, № 2. С. 131—137.
10. Батхин А. Б. Граница множества устойчивости одной многопараметрической системы Гамильтона // Вестник ВолГУ. Серия 1. Математика. Физика. 2014. 5 (24). С. 6—23. DOI: 10.15688/jvolsu1.2014.5.1.
11. Батхин А. Б. Структура дискриминантного множества вещественного многочлена // Чебышевский сборник (Тула). 2015. Т. 16, № 2. С. 23—34.
12. Батхин А. Б., Брюно А. Д. Исследование одной вещественной алгебраической поверхности // Программирование. 2015. № 2. С. 7—17.
13. Батхин А. Б. Параметризация дискриминантного множества вещественного многочлена // Программирование. 2016. Т. 42, № 2. С. 8—21.
14. Батхин А. Б. Одно вещественное многообразие с краем и его глобальная параметризация // Программирование. 2017. № 2. С. 17—27.
15. Батхин А. Б. Параметризация множества, определяемого обобщенным дискриминантом многочлена // Программирование. 2018. № 2. С. 5—17.
16. Батхин А. Б. Вычисление резонансного множества многочлена при ограничениях на коэффициенты // Программирование. 2019. № 2. С. 6—15. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0132347419020043>.

17. Батхин А. Б. Бифуркции периодических решений системы Гамильтона с дискретной группой симметрий // Программирование. 2020. Т. 46, № 2. С. 14—29. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0132347420020041>.
18. Брюно А. Д., Батхин А. Алгоритмы и программы вычисления корней многочлена от одной или двух неизвестных // Программирование. 2021. № 5. С. 22—43. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0132347421050046>.
19. Bruno A. D., Batkhin A. B. Survey of Eight Modern Methods of Hamiltonian Mechanics // Axioms. 2021. Vol. 10, no. 4. DOI: 10.3390/axioms10040293. URL: <https://www.mdpi.com/2075-1680/10/4/293>.

Монография: Батхин А. Б., Батхина Н. В. Задача Хилла. Волгоград: Волгоградское научное издательство, 2009. 200 с.

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается как правильностью применения автором современных методов теории гамильтоновых систем, так и согласованностью результатов диссертации с исследованиями других авторов. С целью апробации основные результаты диссертации докладывались автором на международных и всероссийских конференциях, съездах, симпозиумах, ведущих научных семинарах. Список наиболее значимых из них приведен ниже.

IUTAM симпозиум по гамильтоновой динамике, вихревым структурам, турбулентности, Москва, 2006, Академические чтения по космонавтике: XXX (2006 г.), XXXII (2008 г.), XXXIII (2009 г.), XXXIV (2010 г.), XXXV (2011 г.), XXXVI (2012 г.), XXXVIII (2014 г.), XL (2016 г.), XLII (2018 г.), Москва, международная конференция им. Е.С. Пятницкого «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»: XI (2010 г.), XII (2012 г.), XIII (2016 г.) и XIV (2018 г.), Москва, ИПУ РАН, Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: X (2011 г., Нижний Новгород), XI (2015 г., Казань), XII (2019 г., Уфа), международная конференция Polynomial Computer Algebra (PCA, 2010, 2011, 2015, 2016, 2017,

2018, 2019, 2020, 2021 гг.), Санкт-Петербург, Институт Эйлера, международная конференция «Компьютерная алгебра в научных исследованиях (CASC)», (2012 г., Марибор, 2019 г., Москва), международная конференция по небесной механике CELMECH V (2013 г.), Витербо, Италия, международная конференция "Dynamics, Bifurcations and Strange Attractors (2013 г., 2016 г.) Нижний Новгород; международная конференция «Компьютерная алгебра» (Москва, ФИЦ ИУ РАН, ВЦ им. А.А. Дородницына, РУДН 2016 г., 2019 г., 2021 г., РЭУ им. Г.В. Плеханова 2017 г.); международная конференция: “Geometry, Dynamics, Integrable Systems – GDIS 2018”, Долгопрудный, МФТИ; международная конференция Dynamics Days Europe September 3–7, 2018, Loughborough University; международная конференция Equadiff-2019, Лейден, Нидерланды.

На заседаниях научных семинаров им. В.А.Егорова по механике космического полёта (Москва, МГУ им. Ломоносова, 2010, 2011 г.г.); отдела небесной механики и динамической астрономии ГАО РАН (Пулково, 2012 г.); по компьютерной алгебре (Москва, МГУ им. Ломоносова, 2012, 2014, 2019 и 2020 г.г.); в Институте космических исследований (Технион, Израиль, 2014); им. В.В.Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости (Москва, МГУ им. Ломоносова, 2013, 2014, 2017, 2018 г.г.).

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. В совместных работах по исследованию устойчивости многопараметрической системы Гамильтона, в разработку алгоритма асимптотического разложения решений алгебраического уравнения вклад автора в получение и в интерпретацию полученных результатов был равен вкладу других соавторов, а само решение задач и соответствующие вычисления были выполнены диссидентом лично в процессе научной деятельности. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссидентата был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Диссертационная работа Батхина А.Б. обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения и свидетельствует о большом личном вкладе автора диссертации в науку. Совокупность результатов диссертации можно квалифицировать как крупное научное достижение в области теоретической механики. Диссертация соответствует требованиям докторской диссертации по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика.

Диссертация «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» Батхина Александра Борисовича рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика.

Заключение принято на заседании семинара «Механика и управление движением». Присутствовало на заседании 23 чел. Выступили с положительной оценкой диссертации: Сазонов В.В. Аптекарев А.И., Вашковьяк М.А., Сидоренко В.В., Боровин Г.К., Грушевский А.В., Ивашкин В.В., Соколов С.В., Голубев Ю.Ф. Результаты голосования: «за» – 23 чел., «против» – нет, «воздержалось» – нет, протокол № 57 от «03» 02 2022 г.

Руководитель семинара, заведующий отделом №5
д.ф.-м.н., профессор

08.02.2022



(Ю.Ф. Голубев)