

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук

**СИНТЕЗ ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ
СИСТЕМ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ СО СЛОЖНЫМИ
СВЯЗЯМИ И ОГРАНИЧЕНИЯМИ**

ОРЛОВ ИГОРЬ АЛЕКСАНДРОВИЧ

Специальность:

01.02.01 — теоретическая механика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
проф., д. ф.-м. н.
Павловский В.Е.

Москва — 2013

Содержание

Введение	3
Обзор манипуляционных роботов и систем их управления	9
1 Динамическая модель манипулятора с PUMA-подобной кинематикой при работе с податливой средой	26
1.1 Кинематика манипулятора PUMA	27
1.1.1 Построение систем координат звеньев манипулятора	29
1.1.2 Прямая задача кинематики	31
1.1.3 Обратная задача кинематики	33
1.2 Описание модели в программном комплексе «Универсальный механизм»	35
1.2.1 Модель робота и контактной поверхности	35
1.2.2 Система позиционного управления	40
1.2.3 Модель привода	42
1.2.4 Модель контакта	43
1.2.5 Первые эксперименты	44
1.2.6 Промежуточные выводы	47
1.2.7 Добавление в систему поступательной степени свободы	48
1.2.8 Модель позиционно-силового управления	49
1.2.9 Эксперименты	52
1.3 Выводы	53
2 Динамическая модель двух SCARA-подобных роботов при манипулировании одним предметом	56

2.1	Кинематика робота ManGo	57
2.1.1	Построение систем координат звеньев	58
2.1.2	Прямая задача кинематики	60
2.1.3	Обратная задача кинематики	62
2.2	Описание модели в программном комплексе «Универсальный механизм»	65
2.2.1	Модель роботов и рабочей среды	65
2.2.2	Описание связей, возникающих при работе с одним предметом	66
2.2.3	Планирование траекторий движения	68
2.3	Эксперименты и выводы	69
2.3.1	Динамическое моделирование в UM	69
2.3.2	Выводы	70
3	Динамическая модель избыточного манипулятора в стес- ненной среде	72
3.1	Кинематика робота SnakeMan	74
3.2	Планирование траекторий движения	76
3.2.1	Описание среды и ограничения	76
3.2.2	Алгоритм построения траекторий в трубе	77
3.2.3	Доказательство корректности алгоритма	78
3.3	Динамическое моделирование в программном комплексе «Универсальный механизм»	79
3.4	Выводы	81
	Основные выводы и результаты	83

Введение

Диссертация посвящена решению задачи синтеза движения манипуляционных роботов при работе в пространствах со сложными связями и ограничениями. В работе предлагается единая технология синтеза движения механических систем: специальный кинематический и динамический анализ задачи, построение соответствующих алгоритмов планирования траекторий с учетом пространственных ограничений и связей, налагаемых на систему и на их основе построение систем управления роботами - в рамках которой рассматриваются три модельные задачи. Для их решения создаются динамические модели роботов в программном комплексе «Универсальный механизм», а также созданы два лабораторных макета манипуляторов (робот ManGo со SCARA-подобной кинематикой на пневматических приводах и избыточный манипулятор SnakeMan на сервоприводах) для натуральных экспериментов.

Актуальность темы

В настоящее время несмотря на то, что теоретически манипуляторы являются универсальными устройствами, которые могут использоваться в самых разных ситуациях, из технических соображений их проектируют с учетом конкретных задач и функций, которые они будут выполнять. От объема и качества рабочего пространства манипулятора, жесткости его конструкции и других характеристик зависит кинематика и динамика манипулятора. Отмеченные факторы делают актуальной цель работы - синтез движения манипуляционных роботов под конкретные задачи с учетом возможных ограничений или сложных связей, налагаемых на рабочее пространство создание и исследование систем управления и динамических мо-

делей манипуляторов с различной кинематикой.

Объект исследования

Компьютерные модели и лабораторные макеты следующих робототехнических систем: манипулятор РМ-01, оснащенный инструментом для проведения «мягких» операций, в частности, процедуры массажа; SCARA-подобные манипуляторы ManGo на пневматических приводах, предназначенные для решения операционных задач в плоскости, гиперизбыточный манипулятор SnakeMan, предназначенный для работы в стесненных средах.

Предмет исследования

Динамические процессы, протекающие в управляемых манипуляционных системах при работе в пространствах со сложными связями и ограничениями.

Цель работы

Исследование синтеза движения манипуляционных роботов для конкретных задач с учетом возможных ограничений или сложных связей, налагаемых на механическую систему. Построение систем управления, реализующих это движение.

Задачи

Рассматриваются три типа задач:

1. Работа манипулятора с податливой средой;

2. Манипулирование предметом в плоскости двумя манипуляторами;
3. Движение гиперизбыточного манипулятора в стесненной среде.

Для каждой задачи решаются следующие подзадачи:

- Кинематический анализ задачи;
- Построение динамической модели робота и рабочего пространства в программном комплексе «Универсальный механизм» (УМ);
- Разработка алгоритмов планирования траекторий движения;
- Синтез систем управления;
- Эксперименты на компьютерных моделях и лабораторных макетах роботов;
- Анализ характеристик предложенных методов и алгоритмов.

Методы исследования

Поставленные задачи решаются с применением методов теоретической и прикладной механики, теории робототехнических систем, вычислительной математики и систем управления. Исследование работоспособности предложенных в работе методов и алгоритмов проводится путем построения моделей в программных комплексах «Универсальный механизм», MATLAB Simulink, Mathematica и САПР-программах, а также путем отработки их на собранных для этих целей макетах роботов.

Научная новизна и положения, выносимые на защиту

В процессе проведения теоретических и экспериментальных исследований в работе получены следующие новые научные результаты:

- Разработана модель позиционно-силового управления системой робот-инструмент при работе с податливой средой;
- Исследована кинематика и синтезировано управление двух манипуляторов с пневматическими приводами при работе с одним предметом в плоскости;
- Предложен оригинальный алгоритм построения траекторий для работы избыточного манипулятора в стесненной среде.

Достоверность результатов. Основные научные результаты диссертации.

Основные научные результаты диссертации получены на основе фундаментальных положений и методов теоретической механики, динамики машин, экспериментальных методов исследования. Теоретические результаты подтверждены экспериментальными данными и соответствуют теоретическим оценкам. Синтезировано три типа движения роботов для поставленных задач. Построена модель комбинированного позиционно-силового управления системой робот-инструмент для работы с податливой средой, алгоритм позиционного управления для работы двух манипуляторов при наличии общих геометрических связей, разработан и исследован алгоритм планирования траекторий движения для избыточного манипулятора в стесненной среде. Собраны макеты роботов для проведения экспериментов.

Практическая ценность

В работе предложены алгоритмы синтеза движения манипуляционных систем для работы в пространствах с ограничениями и при наличии сложных связей, налагаемых на механическую систему. Разработанные системы управления и алгоритмы планирования траекторий могут быть использованы в промышленных и бытовых манипуляционных системах для решения поставленных задач. Разработано два прототипа манипуляторов для задач работы в плоскости:

- при наличии геометрических связей между двумя роботами и инструментом;
- при наличии ограничений, налагаемых на рабочее пространство.

Апробация диссертации

Основные положения работы докладывались на:

- Международной молодежной научно-практической конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», НИИ механики МГУ (г. Москва);
- Международной научно-технической конференция «Экстремальная робототехника» (ЭР-2011, г. Санкт-Петербург);
- 4-ой Всероссийской мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2011, в пос. Дивноморское Геленджикского района);
- III Российско-тайваньском симпозиуме «Современные проблемы интеллектуальной мехатроники, механики и управления», НИИ механики МГУ (г. Москва);

- семинарах кафедры теоретической механики и мехатроники МГУ им. М.В. Ломоносова;
- семинарах Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 5 работ, включая 1 статью в рецензируемом журнале.

Публикации в рецензируемых научных журналах из списка ВАК

Головин В.Ф., Журавлев В.В., Архипов М.В., Павловский В.Е., **Орлов И.А.** Особенности математического моделирования многосуставного робота, взаимодействующего с упругой динамической средой. / Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. М.: ВИНТИ. 2012. №12. С. 16-27.

Другие публикации

Орлов И.А., Павловский В.Е.. Динамическое моделирование процессов функционирования роботов для механотерапии. / Тр. международной молодежной научно-практической конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы». М.: Изд-во Московского университета. 2011. С. 114-116.

Павловский В.Е., **Орлов И.А.** Динамическая модель робота для механотерапии. / Тр. международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника». СПб.: Изд-во «Политехника-сервис». 2011. С.

319-321.

Павловский В.Е., Орлов И.А., Головин В.Ф., Журавлев В.В. Динамическое моделирование процессов функционирования роботов для механотерапии. / Материалы 4-й Всероссийской мультikonференции по проблемам управления. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ. 2011. Т. 2. С. 232-233.

Orlov I.A., Aliseychik A.P. Dynamic Modeling of the Redundant Manipulator in a Constrained Environment. / III российско-тайваньский симпозиум «Современные проблемы интеллектуальной мехатроники, механики и управления». Сборник трудов. М.: Изд-во Московского университета. 2012. С. 186-188.

Обзор манипуляционных роботов и систем их управления

Робототехника уходит корнями в древность, уже тогда начали возникать идеи и были предприняты первые попытки по созданию человекоподобных механизмов (подвижных статуй, механических слуг и т.п.) которые появились еще в Древнем Египте, Вавилоне и Китае. В средние века большой популярностью пользовались различного рода устройства, основанные на использовании часовых механизмов, к этому периоду относятся сведения о появлении первых подвижных человекоподобных механических фигур.

Современная робототехника возникла во второй половине XX века в ходе развития производства, когда появилась реальная потребность в универсальных манипуляционных системах. Главной причиной все более широкого применения промышленных роботов становится снижение их стоимости. Кроме того, роботы не просто дешевеют, они становятся более

эффективными: более быстрыми, точными и гибкими. Но есть и другая тенденция, которая не связана с экономикой: по мере того как растет квалификация роботов, они приобретают способность выполнять все больше задач, опасных или невыполнимых для человека. Однако стоит отметить, что возможности роботов, в том числе манипуляторов, ограничены. Они могут работать только в конкретном рабочем пространстве. Их скорости, ускорения, силы и моменты, развиваемые рабочим органом, обусловлены характеристиками используемых приводов. Таким образом, для управления манипуляционными системами необходимо уметь решать ряд задач, таких как [1]:

1. Анализ кинематики робота и рабочего пространства.
2. Планирование движения
3. Предварительный расчет сил и моментов
4. Анализ динамической точности
5. Идентификация кинематических и динамических параметров робота

Разнообразие роботов, классифицируемых по назначению, характерным признакам принципиального, схемного и конструктивного решений, очень широко, что лишь отчасти отражено в монографической и учебной литературе [2] – [18]. и в стандартах [19]. На данный момент наибольшее распространение получили следующие конструкции манипуляторов:

- Декартовы (картезианский и порталные) манипуляторы (см. рис. 1). Данная конструкция представляет собой несколько линейных осей перемещения, расположенных строго перпендикулярно друг другу.

Благодаря малому количеству шарниров и сочленений такая система обеспечивает высокую жёсткость конструкции, что при точных работах (сверление, сварка, резка, склейка) даёт высокие показатели точности. К примеру, роботы, выпускаемые фирмой Shibauga, при длине рабочего хода 2500 мм, способны точно повторять однотипные движения в пределах 0,05 мм. Одно время простота в программировании считалась плюсом этого типа робота, однако теперь изготовители предлагают готовое ПО для управления и обработки данных, и это преимущество теряет свою ценность. Простота конструкции обуславливает низкую стоимость оборудования, и это также является плюсом.



Рис. 1: Декартовы манипуляторы компаний Toshiba Machine и Epson Robots соответственно.

К минусам данного исполнения относится низкое соотношение обслуживаемого и занимаемого роботом пространства, существенно ограниченные возможности ориентирования инструмента, что влечет за собой невозможность выполнения работ в местах с ограниченным доступом.

— Манипуляторы SCARA (см. рис. 2). Недочёты декартовых манипуля-

торов вынудили инженеров начать разработку более гибких систем. В результате в 1981-м году фирмы SankyoSeiki, Pentel и NEC явили миру новую концепцию сборочного манипулятора. Аппарат назывался «сборочная роботизированная рука с избирательной гибкостью» (Selective Compliance Assembly Robot Arm), или сокращенно – SCARA. Эта аббревиатура получила широкое распространение для обозначения роботов этого типа. Манипуляторы SCARA обладают высокой жесткостью по вертикальной оси Z и гибкостью по горизонтальным осям X и Y. Главным преимуществом данной конструкции является параллельное соединение сочленений манипулятора, в результате чего «рука» может достаточно свободно двигаться по горизонтали, сохраняя при этом вертикальную жёсткость. Это полезно, если требуется сверление или штамповка строго по оси Z. Этим объясняется словосочетание «избирательная гибкость» в названии робота. Использование манипуляторов SCARA особенно выгодно при сборке узлов, где робот должен вкладывать в круглые отверстия круглые стержни, не соединяя их. Немаловажно, что конструкция, состоящая из двух звеньев, может вытянуться, распрямив «локоть», а может свернуться, освободив занимаемое пространство. Это удобно при установке новых (демонтаже старых) станков в рабочей зоне с ограниченным пространством, и во время работы, когда детали перемещаются из одного производственного модуля в другой.

- Параллельные роботы манипуляторы (см. рис. 3). В промышленности часто встречаются операции, где робот должен взять деталь, перенести в нужном направлении и опустить в другое место. Для выполнения таких операций были придуманы параллельные стержневые



Рис. 2: Манипуляторы SCARA компаний Adept Technology и Toshiba Machine.

роботы. Суть такова: к базовой установке крепятся три «руки», соединенные параллельно, образуя кинематическую схему параллелограмма (это такая схема, при которой два параллельно соединённых рычага двигаются синхронно, корректируя направление друг друга; пример такой системы - спица зонтика). Особенностью этой системы является то, что выходное звено связано с базой несколькими кинематическими цепями, которые параллельно сообщают инструменту движение. В результате в каждой кинематической цепи есть свободные от приводов сочленения, на которые можно установить различные датчики, а также дополнительные приводы. Такой механизм позволяет параллельно управлять скоростью и усилием выходного звена по одной координате. Параллельная структура обладает высокой точностью, что позволяет использовать манипулятор для выполнения операций, требующих высокой точности (измерительные работы, лазерная обработка). Манипулятор имеет малый вес, потому способен работать на сверхбыстрых скоростях. В настоящее время широко распространены аппараты, объединённые под общим названием

«дельта-роботы». Такое название они получили благодаря особенно-



Рис. 3: Дельта-робот компании Fanuc Robotics и параллельный манипулятор компании Adept Technology.

сти конструкции. Эти механизмы были сконструированы для высокоскоростного манипулирования предметами с небольшим весом. Первый дельта-робот был представлен в 1980 году Р. Клавелом, сотрудником Федеральной политехнической школы в Лозанне. Новинку высоко оценили специалисты, и многие крупные фирмы-производители купили права на её использование. «Дельта-робот» – типичная параллельная конструкция. 3 манипулятора, приводимые в движение карданной передачей, крепятся к базе, расположенной вверху в виде подвесной конструкции; сходящиеся внизу манипуляторы соединены небольшой треугольной платформой, которая во время работы смещается по осям X , Y или Z , а центральный, четвёртый рычаг даёт дополнительную степень свободы - вращательную. Благодаря тому, что приводы установлены в основании базовой конструкции, а «руки» выполнены из лёгкого композитного материала, робот может совершать до 150 захватов в минуту. Чаще всего такие роботы используют-

ся для упаковки и сортировки изделий. К данному типу манипуляторов также относится платформа Гью-Стюарта, в которой используется октаэдральная компоновка стоек. Данный механизм имеет шесть независимых ног на шарнирных соединениях. При изменении длин ног изменяется ориентация платформы. Прямая задача кинематики имеет до 40 решений, тогда как обратная задача кинематики имеет единственное и очень простое решение.

- Шарнирные роботы манипуляторы. Этот тип манипулятора по принципу действия напоминает человеческую руку. В системе присутствуют не менее трёх поворотных соединений, которые образуют полярную систему координат. Основные шарниры обеспечивают поворот манипулятора, наклон в плечевом соединении и сгибание в локте; ещё три поворотные оси и одно призматическое сочленение обеспечивают дополнительные степени свободы (крен, тангаж, рысканье), что позволяет руке выбирать любые направления и свободно вытягиваться по радиусу в любом направлении. Отличительная черта данной конструкции – очень высокая гибкость, позволяющая роботу обходить любые препятствия. Рука может принять любое положение внутри обслуживаемой зоны. Шарнирная конструкция находит применение в самых разных областях промышленности, например «рука» со сварочной головкой манипулирует ею так же, как это делает человек. Траекторию движения и углы ориентации сварочной головки можно менять как угодно, тем самым добиваясь высокого качества сварки практически в любых положениях. Шарнирный манипулятор позволяет выполнять дуговую сварку даже в самых труднодоступных местах. Кроме того, робот этого типа достаточно компактен, и обслу-



Рис. 4: Робот-хирург Da Vinci компании Intuitive Surgical и шарнирный робот для сварки компании Fanuc Robotics.

живаемая им зона гораздо больше, чем занимаемое роботом место. Примечательно также, что несколько роботов могут координированно взаимодействовать друг с другом, что повышает производительность в условиях стеснённого рабочего пространства. Особенно полезна шарнирная конструкция оказалась в малоинвазивной хирургии (хирургии минимального вмешательства), суть которой состоит в том, чтобы оперировать через миниатюрные разрезы в тканях, не задевая жизненно важные органы (см. рис. 4). Раньше подобная работа выполнялась вручную, что требовало от хирурга колоссального опыта и напряжения, невероятной скоординированности движений глаз и рук, был необходим контакт с операционной зоной. Естественно, что малоинвазивная хирургия была весьма опасна, и операции далеко не всегда заканчивались удачно. С появлением роботов-манипуляторов с шарнирной основе стало возможным преодолеть упомянутые недостатки малоинвазивной хирургии. Врач оперирует не своими руками, а посредством высокоточного, дистанционно управляемого манипулятора. Благодаря обратной связи по усилиям, компенсации

неточности движений и трёхмерному эндоскопическому обзору, хирург получает практически полный доступ к рабочему пространству. Как правило, типовой шарнирный манипулятор имеет пять или шесть программируемых звеньев. Несмотря на очевидные преимущества конструкции, управлять таким роботом достаточно сложно. При перемещении каждого звена обычно используется принцип минимального значения требуемого угла, и манипулятор движется не по прямой линии (как декартов, например), а выполняет довольно сложную траекторию, имитируя движения живой руки. В результате мысленное представление всех движений «руки» сильно затруднено, что создаёт трудности при программировании. Данная проблема широко освещена в различных работах, например в [20] – [22].

Устройства управления роботами, как правило, делят на три типа, которые будут представлены ниже. Они же, в свою очередь, делятся еще на три подгруппы каждая. И каждая из них имеет своё предназначение, свои отличия, свои достоинства и недостатки, компромиссом между которыми и достигается наилучшее функционирование конкретной мехатронной системы при конкретных условиях и наличии тех или иных специалистов и материальных средств.

По типу управления робототехнические системы подразделяются на:

1. Биотехнические системы управления (СУ). Это категория СУ, в которой манипулятор робота в точности копирует движение руки оператора. Это довольно удобно, так как человек-оператор может находиться на достаточно большом расстоянии от зоны выполнения работ, где ему может угрожать как опасность самых низких уровней (обольёт водой), так и средних (попадет в глаза раствором), так и

высоких (из-за аварии упадет тяжелый агрегат). Также положительным фактором данной категории СУ является то, что задачи можно выполнять с масштабированием (например, сантиметровое смещение руки оператора равно 5 см смещения манипулятора). В свою очередь биотехнические СУ подразделяются на:

- Командные СУ, в которых управление реализуется при помощи рычагов и кнопок, каждая из которых отвечает за своё звено, или какую-либо функцию. Плюсы здесь являются обратной стороной минусов — с одной стороны можно очень точно выставить каждое звено в необходимое оператору положение, а с другой - сделать это занимает много сил, времени и усердия.
- Копирующие СУ, которые повторяют движения человека. Наиболее распространенным видом являются экзоскелеты, которые одеваются на всё тело, на несколько частей тела или на отдельную конечность. Обладают некоторой портативностью (хоть и далекой от идеала), что позволяет использовать их даже в повседневной жизни. Другой вид - это СУ, где движение передается задающим органом (например, рычагом) На данный момент, один из копирующих манипуляторов умеет поднимать до 3 тонн груза. Пример: экзоскелет XOS от компании Sarcos (см. рис. 5).

Он увеличивает силу человека и позволяет с минимальной затратой сил переносить тяжелые физические нагрузки. XOS обладает продвинутой системой связи человека с механической частью, благодаря чему движения пилота и машины практиче-



Рис. 5: Экзоскелет XOS компании Sarcos, разработан на заказ армии США.

ски синхронны. Датчики мускульной активности со всех частей тела передают информацию на бортовой компьютер (находится на спине экзоскелета), который координирует все действия экзоскелета. В результате этого человек практически не испытывает усталости при физических нагрузках. Минус данной конструкции - огромное энергопотребление и ограниченность движений пилота.

- Полуавтоматические СУ, которые является глубокой модернизацией предыдущих двух подкатегорий в том плане, что на систему устанавливается микро-ЭВМ, которая занимается вычислением движений робота, что позволяет с помощью одного рычага управлять всей кинематикой робота.

2. Автоматические системы управления. Это те СУ, которые способны работать без участия человека вовсе. Им достаточно заранее заложить схему поведения («делать что-то пока не ...», «если ..., то ...»,

иначе ...»), задать последовательность, задать координаты и т.п. Такие роботы очень удобны в тех случаях, когда работа постоянная, циклическая и не меняется в процессе её выполнения. А также не нужно тратить деньги на оператора, да и скорости автоматические СУ достигают более высокой, чем прочие (где участвует человек). Не менее важно то, что при работе таких роботов повышается безопасность, так как участие человека в техническом процессе либо минимально, либо отсутствует вовсе. Автоматические СУ делятся на:

- Программные СУ, в которых роботы имеют заранее заданную последовательность действий - программу. Позволяют с высокой скоростью, надежностью и эффективностью выполнять повторяющиеся действия. Главный плюс - легко перепрограммируются, что повышает их адаптивность.
- Адаптивные СУ, которые являются модифицированной версией программных. Главное отличие - это наличие адаптивного обеспечения: камер, ультразвуковых датчиков расстояния, датчиков касания, системы распознавания цвета/размера/образа и т.п. Всё это позволяет роботу самостоятельно корректировать свои действия и подстраиваться под изменения внешних условий.
- Интеллектуальные СУ, являющиеся еще более глубокой модернизацией предыдущих двух подкатегорий. Наиважнейшим отличием является возможность обратного общения с человеком, планирование и перепланирование поведения, навигация, самообучение и общение, взаимодействие с другими роботами и обо-

рудованием, инструментами.

3. Интерактивные системы управления. Это «гибридные» СУ, которые основную массу времени работают как автоматические СУ, но при необходимости могут быть мгновенно переключены на управление человеком, или человек и автоматика работают поочередно. Отличительной чертой таких систем является тот факт, что оператор может подавать команды голосом, текстом и т.п. Одним из удобств можно назвать то, что робот при необходимости работает поэтапно, и он не перейдет к следующему этапу до тех пор, пока не получит команду-разрешение от оператора. Данные СУ подразделяются на:

- Автоматизированные СУ, в которых могут чередоваться, кооперироваться и объединяться как автоматические, так и биотехнические признаки.
- Супервизорные СУ, в которых человек занимается интеллектуальной стороной работы (например, выбор средства реализации), а машина - вычислительной и непосредственно реализующей.
- Диалоговые СУ, в которых человек и робот работают в тесной кооперации, с постоянным диалогом между оператором и машиной. За счет этого человек всегда имеет наиболее точные данные о деятельности робота, а робот - четкое планирование и выбор стратегии поведения, реализованное совместными усилиями ЭВМ и человека. Робот, как правило, оснащен системой прогнозирования и выведения оператору информации о послед-

ствиях того или иного действия. Это так называемая «творческая» коллективная работа.

По типу движения существуют системы управления:

- Непрерывные (контурные);
- Дискретные позиционные, шагами “от точки к точке”;
- Дискретные цикловые по упорам с одним шагом по каждой координате.

По виду управляемых переменных различают системы управления:

- Положением (позицией);
- Скоростью;
- Силой (моментом).

Часто эти способы управления применяются в комбинации с одновременным применением по разным координатам или в виде некоторой функциональной зависимости управляемой переменной от другой, либо с последовательным переходом от одного способа управления к другому. Применительно к управлению манипулятором последние способы управления означают управление абсолютными координатами его рабочего органа, скоростью и силой (моментом).

Системы управления роботов, классифицируемые по типу движения, виду управляемых переменных, типу алгоритма управления, степени участия человека в процессе управления, описаны в монографической и учебной литературе [26] – [28], [30] – [48].

Эти системы и их аппаратное обеспечение развиваются параллельно с системами управления другим технологическим оборудованием. Первые устройства управления роботов и приводы для них полностью были заимствованы из станкостроения. Поэтому при рассмотрении эволюции аппаратуры управления роботов стоит обратить внимание на этапы развития устройств числового программного управления (УЧПУ) станков, как предшественников этой аппаратуры. ЧПУ начало развиваться в 1950-е годы в станкостроении, что явилось первым шагом в развитии гибкой автоматизации, потребность в которой была обусловлена ростом ускорения сроков освоения производства новой продукции, в выпуске ее как мелкими сериями, так и крупными партиями, при одновременном повышении качества и производительности по сравнению с устоявшимся жестко автоматизированным крупносерийным и массовым производством. Первые станки с ЧПУ, созданные в Массачусетском технологическом институте США, программировались обучением с помощью центральной ЭВМ с записью на перфоленте и последующей передачей управляющих программ на станки. Второй этап развития, 1960-е годы, прямое дистанционное централизованное управление несколькими станками от одной ЭВМ в режиме разделения времени. Управляющие программы при этом записывались на магнитных носителях. При этом доля станков с ЧПУ была очень мала — не более 0,1%. Третий этап связан с прорывом в развитии и распространении этой новой техники, который произошел в 1970-е годы с появлением микропроцессоров. На их основе были созданы компьютерные УЧПУ: для управления отдельными станками. При этом резко снизилась стоимость УЧПУ с 50% общей стоимости станка до 20% и менее. Одновременно была коренным образом повышена надежность систем управления, в том числе благода-

ря переходу от дистанционного по кабелю централизованного управления к децентрализованному автономному управлению. Четвертый этап развития УЧПУ — это переход к иерархическим системам комбинированного управления, в которых местные компьютерные УЧПУ отдельных станков объединены централизованной системой управления от общей ЭВМ. Функции последней — групповое управление всем производственным комплексом, содержащим эти станки, включая планирование, хранение библиотек управляющих программ, контроль отказов и другие общесистемные функции. Современная тенденция развития этих систем — это переход к распределенным модульным системам ЧПУ путем постепенного уменьшения функций центрального управления с передачей их местным УЧПУ.

У первых роботов устройства управления конструктивно часто размещались на общем основании робота. Однако в дальнейшем они стали выполняться в виде самостоятельной стойки или настольной конструкции. Это увеличило эффективно используемую часть рабочей зоны манипуляторов робота, а также повысило безопасность персонала. Устройства управления роботов вначале создавались свои для каждого конкретного робота. Затем появились унифицированные устройства управления, предназначенные для роботов с определенным типом приводов (пневматических, гидравлических, электрических) и с определенным способом управления (цикловое, позиционное, контурно-позиционное, контурное). Для роботов с простым цикловым управлением были созданы устройства группового управления.

Опыт создания первых серийных устройств управления промышленных роботов, их применения и быстрорастущие требования к ним по мере расширения областей применения робототехники привели к постепенному

формированию следующих тенденций развития этих устройств:

- Развитие унификация на уровне основных компонентов вплоть до модульного
- Построения как аппаратного, так и программного обеспечения систем управления;
- Развитие принципов параллельной обработки информации;
- Децентрализация управления с переходом к распределенным системам управления.

В полной мере перечисленные перспективы развития устройств управления смогли получить развитие и реализацию только после появления микропроцессоров. Микропроцессоры произвели настоящую революцию в управлении промышленным оборудованием и производством в целом. Это привело к созданию децентрализованных и распределенных систем управления и в робототехнике.

Опыт развития и широкого применения унифицированных устройств управления, основанных на серийных микропроцессорах общепромышленного применения, естественным образом породил следующий этап развития устройств управления для роботов, основанный на создании и применении специальных микропроцессорных функциональных модулей. С их помощью стало возможным создавать из таких модулей, объединенных локальными сетями, распределенные системы группового управления роботами. В настоящее время этот принцип построения распределенных систем управления из специализированных функциональных модулей, объединенных локальными сетями, реализован многими ведущими в области создания си-

стем управления роботами и робототехническими системами компаниями (Siemens, Fanuc, НПО “Электронмаш”).

1 Динамическая модель манипулятора с PUMA-подобной кинематикой при работе с податливой средой

В первой главе рассматривается модель манипулятора PUMA , который используется в механотерапии (см. рис. 1.1), а именно для массажа человека [57]. Идея использование робота для механотерапии не является новой [58]. Активно внедряются в медицину и быт роботизированные аппараты для пассивной и активной разработки конечностей при реабилитации больных с повреждением опорно-двигательного аппарата, а также роботы для массажа груди, лица, головы и других частей тела. При работе с пациентом особое внимание уделяется безопасности выполнения процедур, что обеспечивается, в том числе, включением в контур управления «врач —> робот —> пациент» модели робота: «врач —> **модель робота** —> робот —> пациент» – на которой отрабатываются алгоритмы управления.

Целью настоящей работы является построение модели, имеющей характеристики, приближенные к реальным. И далее, исследование влияния на эффективность механотерапии следующих факторов:

1. Отклонение инструментальной оси робота от нормали к рабочей поверхности;
2. Отклонение усилий при прохождении через узловые точки траекто-

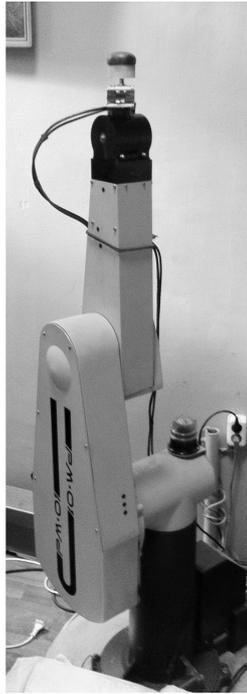


Рис. 1.1: Манипулятор РМ-01 с PUMA-подобной кинематикой с рабочим инструментом для проведения процедуры массажа, разработанным в Московском государственном индустриальном университете.

рии;

1.1 Кинематика манипулятора PUMA

В данной работе рассматривается классический вариант манипулятора PUMA (PM-01). На рис. 1.2 представлен общий вид манипулятора с указанием звеньев и сочленений.

В месте соединения двух звеньев определяется ось i -ого сочленения (рис. 1.3). Эта ось имеет две пересекающиеся нормали, каждая из которых соответствует одному из звеньев. Относительное положение двух соединенных звеньев (звена $i - 1$ и звена i) определяется величиной d_i — расстоянием между этими нормальными, отсчитываемым вдоль оси сочленения. Присоединенный угол θ_i между нормальными измеряется в плоскости,

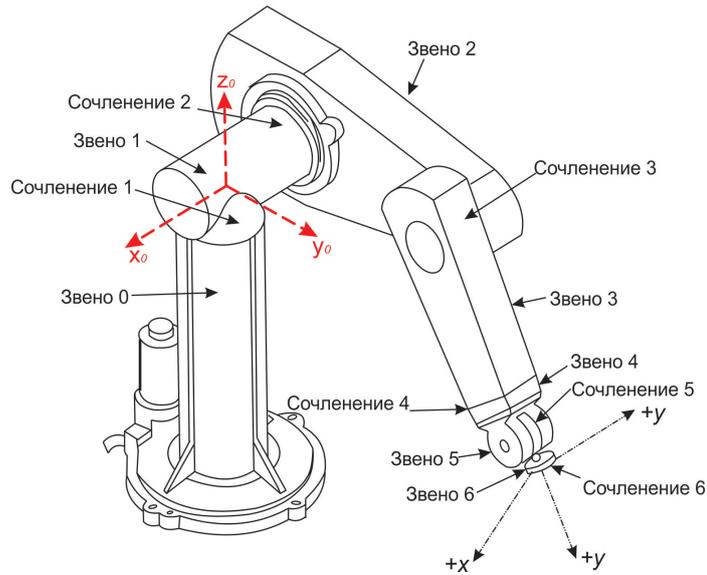


Рис. 1.2: Звенья и сочленения манипулятора PUMA.

перпендикулярной оси сочленения. Таким образом, d_i и θ_i — *расстояние* и *угол между смежными звеньями*. Они определяют относительное положение соседних звеньев.

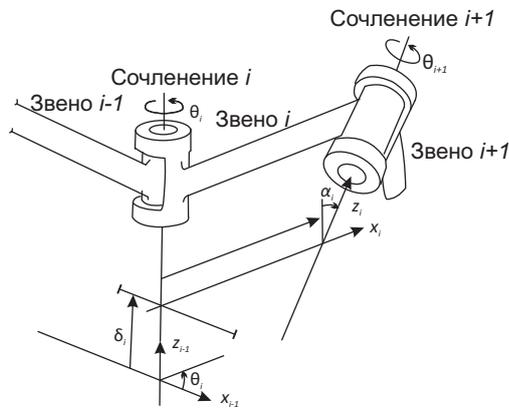


Рис. 1.3: Система координат звена и ее параметры.

Сохранение неизменной конфигурации относительно расположения соседних сочленений характеризуется параметрами a_i и α_i . В качестве параметра a_i выбрано кратчайшее расстояние между осями \mathbf{z}_{i-1} и \mathbf{z}_i i -го и $i + 1$ -го сочленений соответственно, измеряемое вдоль их общей нормали. α_i — угол между осями сочленений, измеряемый в плоскости, перпендику-

лярной их общей нормали. Таким образом, a_i и α_i — соответственно *длина* и *угол скрутки* i -го звена. Эти параметры характеризуют конструктивные особенности i -го звена.

1.1.1 Построение систем координат звеньев манипулятора

Для описания вращательных связей используется матричный метод последовательного построения систем координат Денавита-Хартенберга (ДХ - представление) [23], [49], который описывает положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена. Это дает возможность последовательно преобразовывать координаты схвата манипулятора из системы отсчета, связанной с последним звеном, в базовую систему отсчета, являющуюся инерциальной системой координат для рассматриваемой динамической системы [24], [25], [29].

Кроме базовой системы координат для каждого звена на оси его сочленения определяется ортонормированная декартова система координат $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$, где $i = 1, 2, \dots, n$, а n равно числу степеней манипулятора. Каждая система координат формируется на основе следующих трех правил:

1. Ось \mathbf{z}_{i-1} направлена вдоль оси i -го сочленения.
2. Ось \mathbf{x}_i перпендикулярна оси \mathbf{z}_{i-1} и направлена от нее.
3. Ось \mathbf{y}_i дополняет оси $\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i$ до правой декартовой системы координат.

ДХ-представление твердых звеньев зависит от четырех геометрических параметров, соответствующих каждому звену, которые полностью описывают вращательное движение и определяются в соответствии с рис. 2 следующим образом:

θ_i — присоединенный угол — угол, на который надо повернуть ось \mathbf{x}_{i-1} вокруг оси \mathbf{z}_{i-1} , чтобы она стала сонаправлена с осью \mathbf{x}_i (знак определяется в соответствии с правилом правой руки);

d_i — расстояние между пересечением оси \mathbf{z}_{i-1} с осью \mathbf{x}_i и началом $i - 1$ -й системы координат, отсчитываемое вдоль оси \mathbf{z}_{i-1} ;

a_i — линейное смещение — расстояние между пересечением оси \mathbf{z}_{i-1} с осью \mathbf{x}_i и началом i -й системы координат, отсчитываемое вдоль оси \mathbf{x}_i , т. е. кратчайшее расстояние между осями \mathbf{z}_{i-1} и \mathbf{z}_i ;

α_i — угловое смещение — угол, на который надо повернуть ось \mathbf{z}_{i-1} вокруг оси \mathbf{x}_i , чтобы она стала сонаправленной с осью \mathbf{z}_i (знак определяется в соответствии с правилом правой руки).

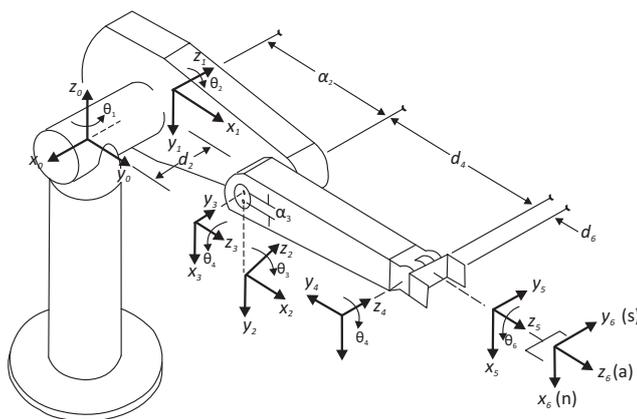


Рис. 1.4: Формирование систем координат звеньев для манипулятора PUMA.

Для шестизвенного манипулятора PUMA были сформированы шесть систем координат звеньев, которые показаны на рис. 1.4, параметры для этих систем указаны в табл. 1.

И далее определены шесть однородных матриц преобразования, связывающих i -ю и $i - 1$ -ю системы координат, следующего вида:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблица 1.

Параметры систем координат манипулятора PUMA				
сочленение i	θ_i (град)	α_i (град)	a_i (мм)	d_i (мм)
1	90	-90	0	0
2	0	0	431,8	149,09
3	90	90	-20,32	0
4	0	-90	0	433,07
5	0	90	0	0
6	0	0	0	56,25

1.1.2 Прямая задача кинематики

Однородная матрица ${}^0\mathbf{T}_i$, определяющая положение i -й системы координат относительно базовой системы координат, представляет собой произведение последовательности однородных матриц преобразования ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ и имеет вид:

$${}^0\mathbf{T}_i = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 \dots {}^{i-1}\mathbf{A}_i = \prod_{j=1}^i {}^{j-1}\mathbf{A}_j = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i & \mathbf{y}_i & \mathbf{z}_i & \mathbf{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ для } i = 1, 2, \dots, 6,$$

где $\begin{pmatrix} \mathbf{x}_i & \mathbf{y}_i & \mathbf{z}_i \end{pmatrix}$ — матрица, определяющая ориентацию i -й системы координат, связанной с i -м звеном, по отношению к базовой системе координат, \mathbf{p}_i — вектор, соединяющий начало базовой системы координат с началом i -й системы координат. Матрицу $\mathbf{T} = {}^0\mathbf{T}_6$ называют «матрицей манипулятора». Она имеет вид:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{s} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где (рис. 1.5):

\mathbf{n} — вектор нормали к схвату, в случае плоскопараллельного движения пальцев схвата этот вектор перпендикулярен пальцам манипулятора;

\mathbf{s} — касательный вектор схвата, он лежит в плоскости движения пальцев схвата и указывает направление движения пальцев во время открытия и закрытия пальцев;

\mathbf{a} — вектор подхода схвата, он направлен по нормали к ладони схвата (т. е. перпендикулярен плоскости крепления инструмента в схвате);

\mathbf{p} — вектор положения схвата, этот вектор направлен из начала базовой системы координат к началу системы координат схвата.

Решение прямой задачи кинематики для шестизвенного манипулятора является, таким образом, вопросом вычисления матрицы \mathbf{T} с помощью последовательного перемножения шести матриц ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$. Компоненты матрицы \mathbf{T} для робота PUMA равны:

$$\begin{aligned} n_x &= c_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] - s_1(s_4c_5c_6 + c_4s_6), \\ n_y &= s_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] + c_1(s_4c_5c_6 + c_4s_6), \\ n_z &= -s_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - c_{23}s_5s_6, \\ s_x &= c_1[-c_{23}(c_4c_5c_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] - s_1(-s_4c_5s_6 + c_4c_6), \\ s_y &= s_1[-c_{23}(c_4c_5c_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] + c_1(-s_4c_5s_6 + c_4c_6), \\ s_z &= s_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + c_{23}s_5s_6, \end{aligned}$$

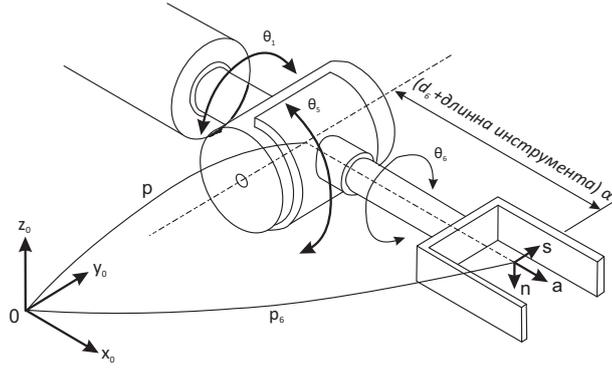


Рис. 1.5: Система координат схвата.

$$a_x = c_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) - s_1s_4s_5,$$

$$a_y = s_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + c_1s_4s_5,$$

$$a_z = -s_{23}c_4s_5 + c_{23}c_5,$$

$$p_x = c_1[d_6(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + d_4s_{23} + a_3c_{23} + a_2c_2] - s_1(d_6s_4s_5 + d_2),$$

$$p_y = s_1[d_6(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + d_4s_{23} + a_3c_{23} + a_2c_2] + c_1(d_6s_4s_5 + d_2),$$

$$p_z = -d_6(s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5) + d_4c_{23} - a_3s_{23} - a_2s_2,$$

где $s_i = \sin \theta_i$, $c_i = \cos \theta_i$, $s_{ij} = \sin(\theta_i - \theta_j)$, $c_{ij} = \cos(\theta_i - \theta_j)$.

1.1.3 Обратная задача кинематики

В данной работе исследуется движение схвата манипулятора вдоль некоторой пространственной траектории, обусловленной рабочей поверхностью с заданной ориентацией. В следствие чего необходимо знать решение обратной задачи кинематики (ОЗК) для планирования траекторий движения в пространстве обобщенных координат.

Решение ОЗК получено методом, описанным в [33], [49], с использованием тригонометрического подхода. Решение ПЗК и ОЗК были также реализованы в пакете Wolfram Mathematica (<https://bitbucket.org/orlovbel/puma-kinematics/overview>). Далее при-

ведены выражения зависимости между обобщенными координатами манипулятора РМ-01 и положением и ориентацией его схвата в декартовых координатах.

Положим:

$\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)^T$ – радиус-вектор точки пересечения последних трех осей вращения манипулятора РМ-01;

$\mathbf{x}_6 = (x_{6x}, x_{6y}, x_{6z})^T$ – вектор нормали к схвату,

$\mathbf{y}_6 = (y_{6x}, y_{6y}, y_{6z})^T$ – касательный вектор схвата,

$\mathbf{z}_6 = (z_{6x}, z_{6y}, z_{6z})^T$ – вектор подхода схвата, тогда

$$\theta_1 = 2\arctg \frac{-p_x \pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2}}{p_y + d_2}, \quad -\pi < \theta_1 < \pi, \quad (1)$$

$$\theta_2 = 2\arctg \frac{-p_z \pm \sqrt{p_z^2 \pm Q^2 - A^2}}{Q + A}, \quad -\pi < \theta_2 < \pi, \quad (2)$$

где $Q = p_x c_1 + p_y s_1$, $A = \frac{Q^2 + p_z^2 + a_2^2 - a_3^2 - d_4^2}{2a_2}$.

$$\theta_3 = \text{atan2}(s_{23}, c_{23}) - \theta_2, \quad -\pi \leq \theta_3 \leq \pi, \quad (3)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(W(-s_1 z_{6x} + c_1 z_{6y}), W(c_1 c_{23} z_{6y} + s_1 c_{23} z_{6y} - s_{23} z_{6z})), \quad (4)$$

где $W = \pm 1$.

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_5, c_5), \quad (5)$$

где $s_5 = (c_1 c_{23} c_4 - s_1 s_4) z_{6x} + (s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) z_{6y} - c_4 s_{23} z_{6z}$,

$c_5 = c_1 s_{23} z_{6x} + s_1 s_{23} z_{6y} + c_{23} z_{6z}$.

$$\theta_6 = \text{atan2}(s_6, c_6), \quad (6)$$

где $s_6 = (-s_1c_4 - c_1c_{23}s_4)x_{6x} + (c_1c_4 - s_1c_{23}s_4)x_{6y} + s_4s_{23}x_{6z}$,

$c_6 = (-s_1c_4 - c_1c_{23}s_4)y_{6x} + (c_1c_4 - s_1c_{23}s_4)y_{6y} + s_4s_{23}y_{6z}$.

Углы первых трех сочленений манипулятора PUMA, описанные формулами (1)–(3), отвечают за положение схвата, а углы последних трех сочленений (4)–(6) – за его ориентацию.

1.2 Описание модели в программном комплексе «Универсальный механизм»

Для моделирования движения использовался программный комплекс «Универсальный механизм» (УМ), предназначенный для автоматизации процесса исследования механических объектов, которые могут быть представлены системой абсолютно твердых или упругих тел, связанных посредством кинематических и силовых элементов [53], [54].

1.2.1 Модель робота и контактной поверхности

Дерево-структура описания модели и внешний вид PUMA в УМ изображены на рис. 3.3.

Робот состоит из семи тел, представленных семью графическими образами (ГО). Помимо ГО, описывающих манипулятор, введены ГО для рабочего инструмента и поверхности, с которой контактирует инструмент манипулятора. Тела и ГО описываемой модели:

link0, ..., *link6* – звенья манипулятора РМ-01 – ГО *link0*, ..., *link6*;

end-effector – рабочий инструмент манипулятора – ГО *end-effector*;

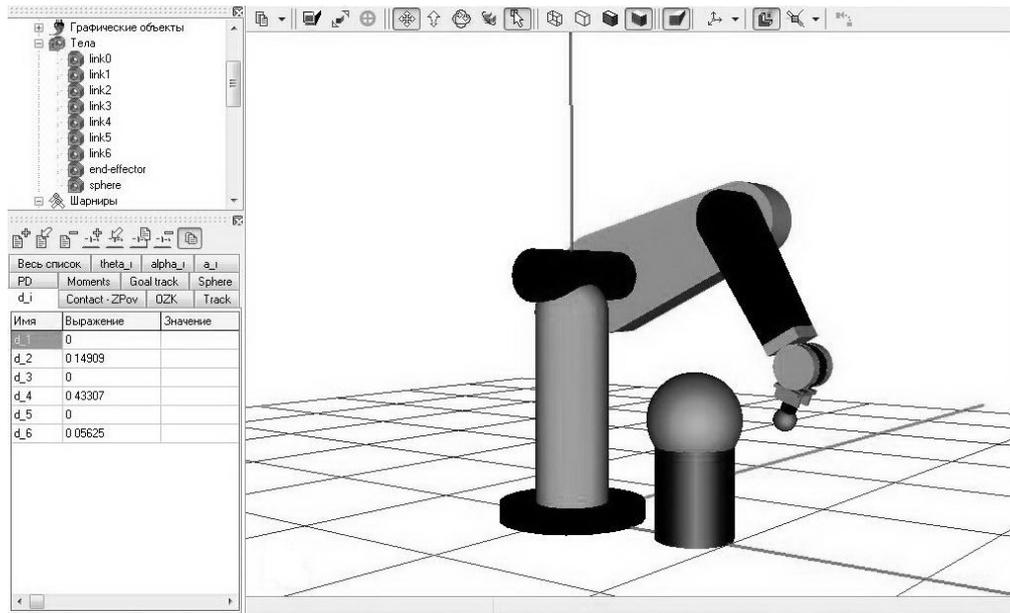


Рис. 1.6: Дерево-структура и общий вид PUMA и рабочей поверхности в UM.

sphere, *zSurface* – ГО контактной поверхности.

Основные геометрические параметры манипулятора PUMA были приведены выше (см. табл. 1). Массовые характеристики и диагональные элементы тензоров инерции звеньев приведены ниже в таблице 2 [50]. Масса и элементы тензора инерции первого звена относительно осей Ox , Oy не важны, поэтому они были выбраны произвольно.

Таблица 2.

Звено	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	Масса, кг
<i>link1</i>	-	-	0,35	-
<i>link2</i>	0,130	0,524	0,539	17,4
<i>link3</i>	0,066	0,0125	0,086	4,8
<i>link4</i>	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$	0,82
<i>link5</i>	$0,3 \times 10^{-3}$	$0,3 \times 10^{-3}$	$0,4 \times 10^{-3}$	0,34
<i>link6</i>	$0,15 \times 10^{-3}$	$0,15 \times 10^{-3}$	$0,04 \times 10^{-3}$	0,09

Остановимся на описании ГО *end-effector* и *sphere*. ГО *end-effector*, описывающий рабочий инструмент, состоит из двух графических элементов (ГЭ): цилиндра и сферы. Высота цилиндра $h_{ef} = 90$ мм, радиус оснований равен 20 мм. Радиус сферы равен 30 мм. Центр сферы и одного из оснований цилиндра совпадают (см. рис. 1.7).

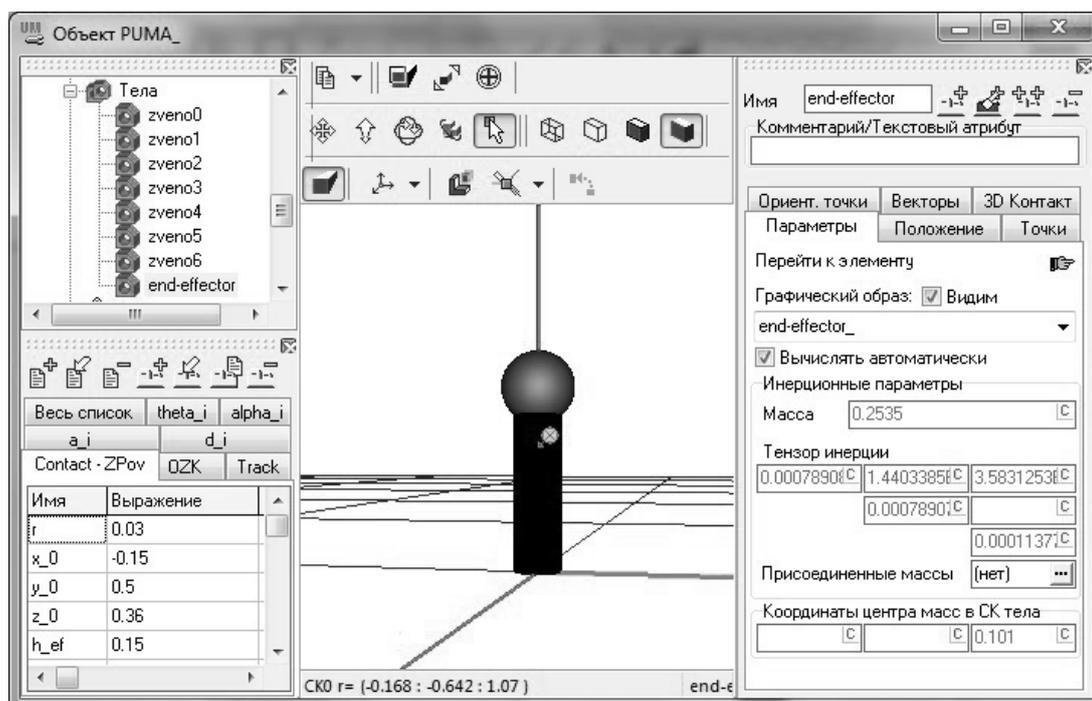


Рис. 1.7: Геометрические характеристики и общий вид рабочего инструмента *end-effector*.

ГО *sphere*, описывающий рабочую поверхность (см. рис. 1.5), состоит также из двух ГЭ – сферы (собственно контактной поверхности), заданной параметрически, и цилиндра («подставки» для сферы). Формула, задающая сферу, имеет вид:

$$\begin{cases} x = x_s + R \sin \alpha \cos \beta, \\ y = y_s + R \sin \alpha \sin \beta, \\ z = z_s + R \cos \alpha, \end{cases} \quad \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad \beta \in [0, 2\pi),$$

где, в нашем случае, $x_s = 0,4$, $y_s = 0$, $z_s = 0,3$, $R = 0,12$.

ГО *zSurface*, описывающий другой вид контактной поверхности, состоит из одного ГЭ — Z-поверхность, заданного параметрически в *файле управления*. Формула, задающая поверхность имеет вид:

$$z = z_0 + [2 \sin^2(3(x - x_0)) + \sin^2(7(y - y_0))]/30,$$

где x_0 , y_0 и z_0 — смещение поверхности по осям Ox , Oy и Oz соответственно. Причем область изменения параметров x и y ограничена значениями $p1_min$, $p1_max$, $p2_min$ и $p2_max$ ($p1_min \leq x \leq p1_max$, $p2_min \leq y \leq p2_max$).

В рассматриваемой модели:

$$x_0 = -0,15, y_0 = 0,5, z_0 = 0,36;$$

$$p1_min = -0,7, p1_max = 0,7, p2_min = 0,1, p2_max = 0,9.$$

ГО *zSurface* в данной модели является также *образом сцены*. График функции, задающей контактную поверхность, показан на рис. 1.8.

Найдем зависимость между количеством узловых точек траектории и силовой ошибкой для сферической поверхности и траектории, представляющей собой ломаную, состоящую из отрезков равной длины. Рельеф поверхности между соседними точками траектории представляет дугу окружности радиуса R , центральный угол этой дуги равен ϕ .

Пусть для соседних точек A_1, A_2 дуга имеет наибольшее удаление от хорды A_1A_2 равное x_1 . Смещение x_1 вызывает силовую ошибку:

$$e_f = kx_1,$$

где k — коэффициент упругости среды под дугой A_1A_2 , $x_1 = 2R \sin^2 \frac{\phi}{4}$.

Добавляем точку A_3 на середину дуги A_1A_2 . Наибольшее удаление дуги A_1A_3 от хорды A_1A_3 равно:

$$x_1 = 2R \sin^2 \frac{\phi}{8}.$$

При разбиении дуги на n участков имеем:

$$x_1 = 2R \sin^2 \frac{\phi}{4n}.$$

Число точек N при разбиении дуги на n участков увеличивается по формуле:

$$N = 2 + \sum_{i=1}^n 2^{i-1}.$$

Таким образом, в сравнении с интерполяцией по двум крайним точкам дуги, интерполяция по $n + 2$ точкам уменьшает силовую ошибку в m раз:

$$m = \frac{\sin^2 \frac{\phi}{4n}}{\sin^2 \frac{\phi}{4}}. \quad (7)$$

При малых углах ϕ , когда $\sin \phi = \phi$, силовая ошибка уменьшается в n^2 раз.

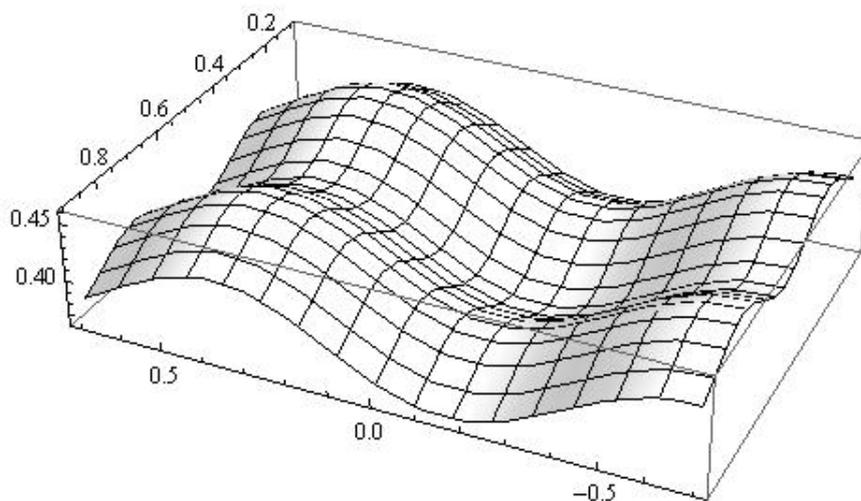


Рис. 1.8: График функции, задающей ГО *zSurface*.

1.2.2 Система позиционного управления

Модель система управления для данной задачи создается в среде MATLAB Simulink [55], затем импортируется в UM и связывается с моделью механической части, что в итоге позволяет проанализировать динамику управляемого движения (см. рис. 1.9).

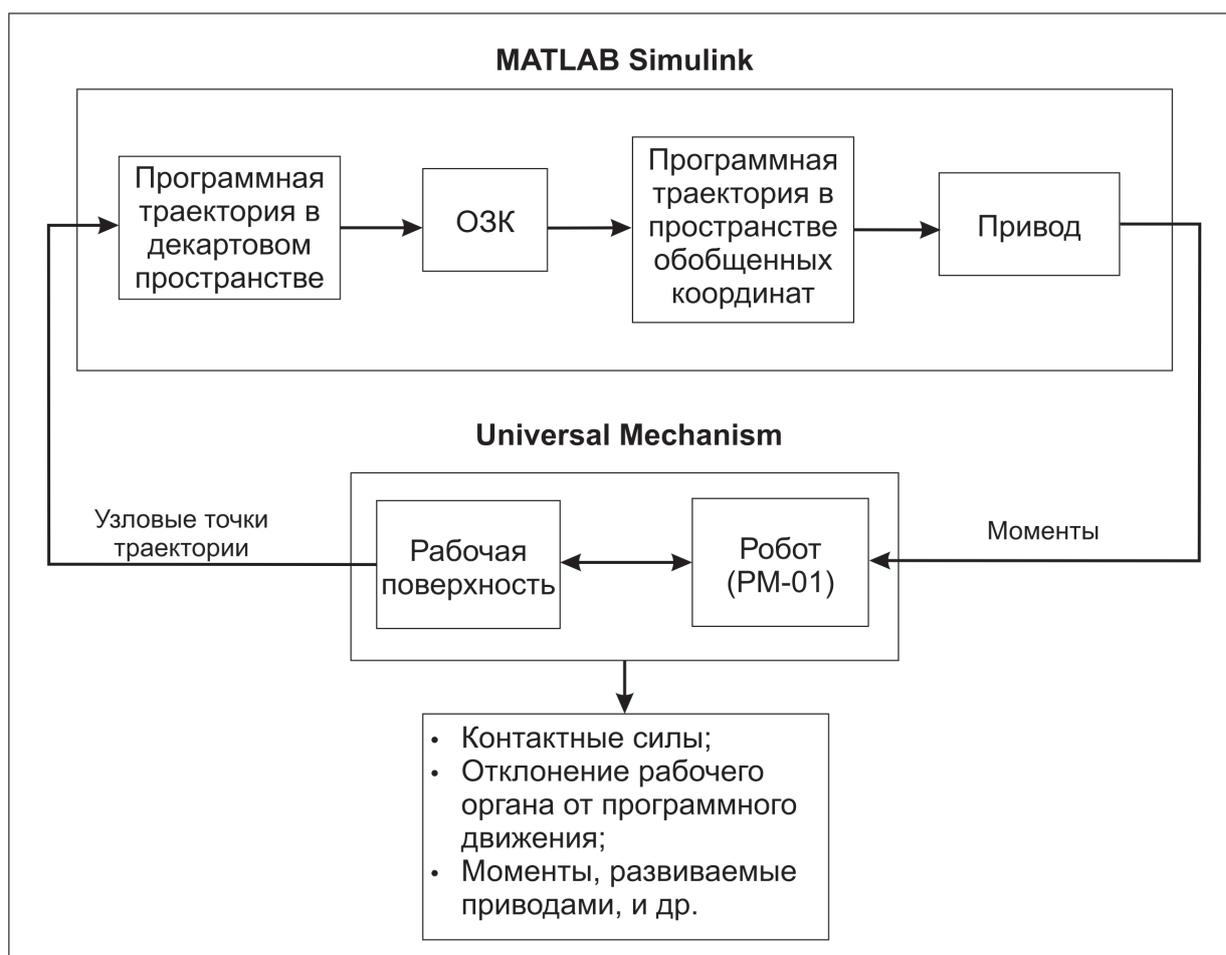


Рис. 1.9: Блок-схема взаимодействия MATLAB Simulink и UM.

В работе реализована классическая модель позиционного кинематического управления в два этапа. На первом этапе планируется траектория, т.е. предварительно определяется программное движение степеней подвижности на некотором временном отрезке, на втором – непосредственно отработывается полученная программная траектория приводами подвижных

сочленений.

В задаче массажа человека необходимо отслеживать положение и ориентацию рабочего органа манипулятора в пространстве координат рабочего пространства. Программная траектория планируется сначала в декартовых координатах, а затем, решением обратной задачи кинематики (ОЗК), получается программная траектория в пространстве обобщенных координат. В нашем случае это возможно, т.к. ОЗК для манипулятора PUMA решается аналитически.

Остановимся подробнее на планировании траекторий и ОЗК. Для построения программной траектории необходимо задать узловые точки на рабочей поверхности, через которые должен пройти рабочий инструмент. Далее эти точки сглаживаются, например, сплайнами. Ориентация схвата определяется из следующего условия: в каждой точки программной траектории ось рабочего инструмента направлена по нормали к рабочей поверхности. В нашем случае поверхность – это сфера (или синусоидальная поверхность), заданная параметрически в декартовом пространстве, поэтому программную траекторию можно выбрать как дугу окружности (или синусоиду), полученную сечением поверхности плоскостью.

В MATLAB Simulink было реализовано решение ОЗК описанных формулами (1)–(6). Таким образом, из UM в MATLAB Simulink передается траектория в декартовых координатах, далее в MATLAB Simulink решается ОЗК, как было показано выше, и передается в блок привода, который рассчитывает управляющие моменты, а они в свою очередь передаются в UM.

1.2.3 Модель привода

Для двигателя постоянного тока с независимым возбуждением и управлением по напряжению на якоре математическая модель привода имеет известный вид [4]:

$$\begin{cases} u = iR + C_\omega \dot{\theta}, \\ M = C_m i. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь I – ток в цепи якоря двигателя, C_m – коэффициент электромагнитного момента, C_ω – коэффициент противо-э.д.с. двигателя, R – активное сопротивление цепи якоря двигателя, M – момент двигателя.

Из формулы (8) следует выражение для момента двигателя через напряжение на якоре и угловую скорость вращения вала:

$$M = b_1 u - b_2 \dot{\theta}, \text{ где } b_1 = \frac{C_m}{R}, b_2 = \frac{C_m C_\omega}{R}.$$

Если воспользоваться уравнением динамики манипулятора в общем виде, то система уравнений, описывающая манипулятор с приводами, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{b}(\dot{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{M} - \mathbf{Q}_e, \\ \mathbf{M} = \mathbf{b}_1 \mathbf{u} - \mathbf{b}_2 \dot{\boldsymbol{\theta}}. \end{cases}$$

Здесь \mathbf{u} – вектор управляющих воздействий на входе системы приводов.

Для формирования управляющих сигналов с целью изучения точности и качества переходных процессов в нашей задаче используется ПД-регулятор:

$u_i = -k_{i1} \Delta \varphi_i - k_{i2} \Delta \dot{\varphi}_i$, где $\Delta \varphi_i = \varphi_i - \varphi_i^*$ – рассогласование программной и реальной траекторий, $i = 1, \dots, 6$.

В MATLAB Simulink вышеуказанный привод с ПД-регулятором задается блок-схемой (см. рис.1.10).

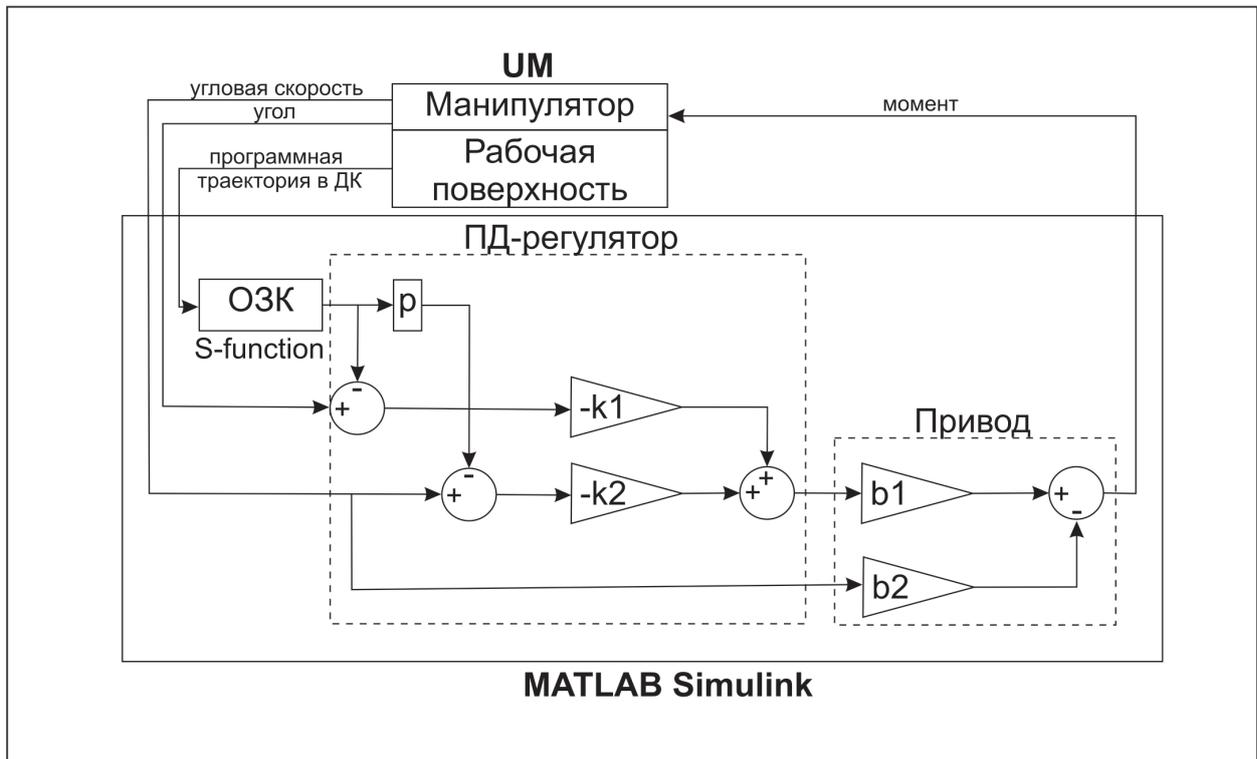


Рис. 1.10: Блок-схема ПД-регулятора и привода в MATLAB Simulink.

1.2.4 Модель контакта

Для моделирования контактного взаимодействия в ПК УМ используется силовой элемент типа «контакт *сфера-сфера (сфера-Z-поверхность)*». «Точка контакта» определяется путем минимизации расстояния между поверхностями (например, между сферой и плоскостью, сферой и Z-поверхностью и т. п.). Используется простейшая модель контактных сил: нормальная сила определяется в соответствии с моделью вязко-упругого взаимодействия, касательная сила вычисляется в соответствии с моделью сухого трения:

$$\mathbf{N} = -(c\Delta z + k\Delta\dot{z})\boldsymbol{\nu}, \quad (9)$$

$$\mathbf{F} = \begin{cases} -fN\mathbf{v}/|\mathbf{v}|, & |\mathbf{v}| > v_f, \\ -fN\mathbf{v}/v_f, & |\mathbf{v}| \leq v_f, \end{cases} \quad (10)$$

где \mathbf{N} — нормальная реакция, \mathbf{F} — сила сухого трения, $\boldsymbol{\nu}$ — нормаль к поверхности, Δz — глубина погружения рабочего инструмента, c, k — параметры поверхности, \mathbf{v} — скорость проскальзывания, f — коэффициент трения, v_f — достаточно малая величина.

В задаче моделирования массажа было реализовано два вида взаимодействия рабочего инструмента работа с моделью рабочей поверхности:

1. Модель взаимодействия, при котором инструмент погружается в мягкую ткань бесконечной толщины;
2. Модель взаимодействия (с «подложкой»), при котором мягкая ткань ограничена с одной стороны твердой поверхностью (костной тканью).

Первая модель реализована с помощью стандартного инструмента УМ: силовой элемент типа «контакт *сфера – сфера (сфера-Z-поверхность)*». Вторая – использует тот же инструмент УМ, но дважды. Для этого создается два тела, вложенных друг в друга. Первое тело, полое, играет роль мягкой ткани (толщина оболочки совпадает с необходимой толщиной мягкой ткани), второе, сплошное, играет роль костной ткани.

1.2.5 Первые эксперименты

В поставленных вычислительных экспериментах рабочий инструмент движется по траектории, описывающей дугу окружности, при разной глубине погружения h в рабочую поверхность и разных параметрах привода.

Параметры контактного взаимодействия:

$$c = 10000 \text{ Н/м}, k = 100 \text{ Нс/м}, f = 0,25 \text{ м.}$$

Далее приведены результаты численных экспериментов при $h = 2$ мм (глубина погружения в мягкую ткань).

Параметры приводов:

$$b_{i1} = 4000, b_{i2} = 1000, i = 1, \dots, 6.$$

$$k_{11} = 100, k_{12} = 0.2, k_{21} = 100, k_{22} = 0.17, k_{31} = 100, k_{32} = 0.14,$$

$$k_{41} = 90, k_{42} = 0.11, k_{51} = 90, k_{52} = 0.08, k_{61} = 90, k_{62} = 0.05.$$

Ниже проиллюстрирована раскадровка численных экспериментов (рис. 1.11):

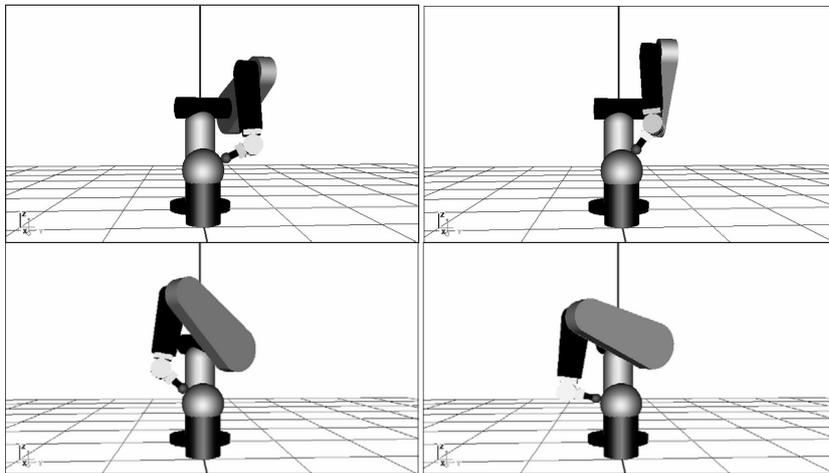


Рис. 1.11: Раскадровка экспериментов.

На рис. 1.12 и 1.13 представлены реальные траектории и скорости в сочленениях манипулятора.

Здесь a,b,c,d,e,f – траектории и скорости в сочленениях соответственно для 1-6 углов и далее аналогично для моментов.

На следующем графике моментов, развиваемых приводами для реализации программной траектории, наглядно виден эффект биений в начале движения, которые обусловлены качеством переходных процессов при выходе на начало программной траектории. (см. рис. 1.14).

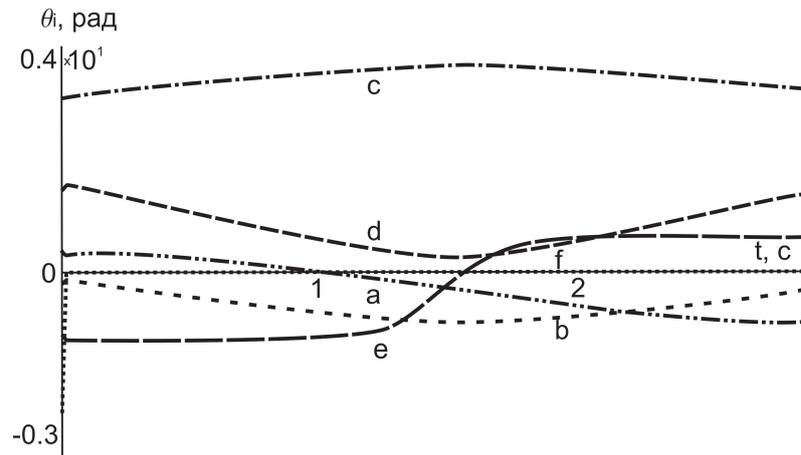


Рис. 1.12: График угловых траекторий в сочленениях.

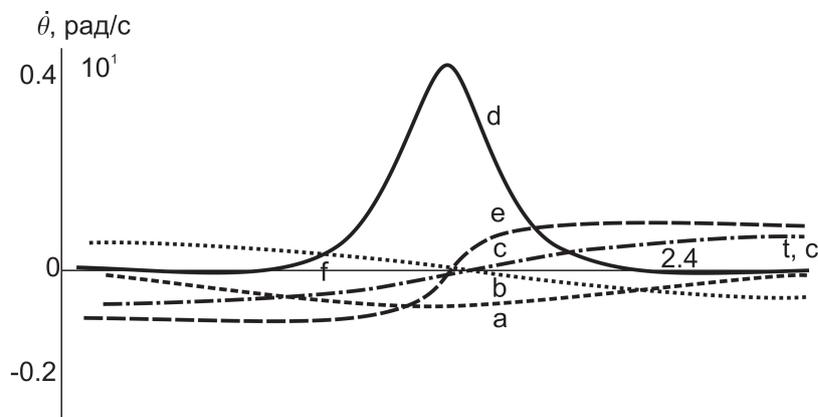


Рис. 1.13: График угловых скоростей в сочленениях.

График на рис. 1.15 показывает величину контактных сил при движении рабочего органа вдоль траектории с погружением в рабочую поверхность на 2 мм. Здесь a , b , c – величины главного вектора контактных сил, нормальной силы и силы трения. Видно, что при данном управлении и параметрах приводов удается сохранять постоянными величины контактных сил на всей траектории. Таким образом, моделирование в UM позволяет совмещать удобство реализации управления в виде блок-схем (интеграция с MATLAB Simulink) с графическим пакетом и широким ассортиментом инструментов для анализа динамики и кинематики самого UM.

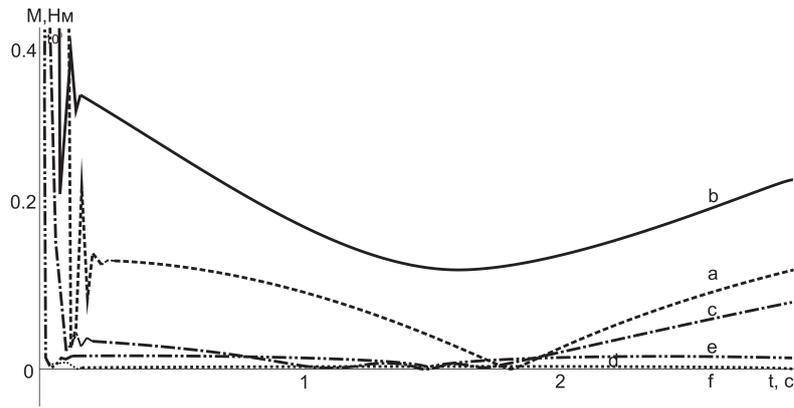


Рис. 1.14: График моментов в приводах манипулятора.

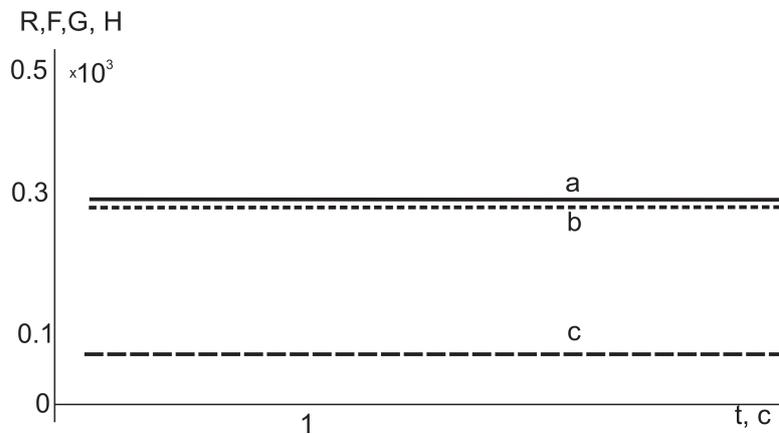


Рис. 1.15: График контактных сил.

1.2.6 Промежуточные выводы

Проведенные вычислительные эксперименты позволяют сделать следующий вывод. Несмотря на наличие в механотерапии сложных сред с распределенными параметрами (МТ представляет собой сплошную среду) для эффективного моделирования робота можно применять введенные в работе модели взаимодействия и структурные компоненты роботов, и использовать средства твердотельного моделирования. Такие модели оказываются существенно более эффективными в вычислительном смысле, но дают достаточно богатое и адекватное описание рассмотренных задач. Предпочтителен в этом подходе комплекс «Универсальный механизм».

Более подробное моделирование приводит к выводу, что идеальный многозвенный робот для массажа – легкая рука (привод - безредукторный, малоинерционный), она может выполнять «поглаживание» с контактным усилием 1 Н и она же может выполнять «разминание» с усилием 100 Н при резком рельефе рабочей поверхности.

1.2.7 Добавление в систему поступательной степени свободы

Эффективность выполнения массажных приемов в постановке задачи определяется точностью обеспечения заданных усилий на траектории перемещения инструмента. Существует ряд причин, связанных биологической природой мягких тканей пациента, снижающих точность обеспечения заданных усилий. Прежде всего, несмотря на то, что методика проведения массажа предполагает неподвижность пациента, он не в состоянии осуществить задержку дыхания в течение длительного времени. При дыхании, в наибольшей степени, смещаются поверхности, а, следовательно, и точки траектории, в районе грудной клетки и живота пациента, в наименьшей степени - в области конечностей. Возникают также смещения точек траектории вдоль поверхности тела по другим причинам. Если такие смещения вызывают недопустимые отклонения усилия от заданного при позиционном отслеживании, то необходимо применять позиционно-силовое управление. Внешние факторы, осложняющие функционирование робота при механотерапии, таковы:

- Наличие под упругой мягкой тканью жесткой костной ткани.
- Подход к поверхности мягкой ткани, под которой на неизвестном (и варьируемом для разных людей) расстоянии находится жесткая костная ткань.

- Ограничения модели контактного взаимодействия, в которой предполагается равенство нормальных усилий при силовом обучении и позиционном слежении.
- Отклонение интерполированной по обученным точкам траектории от той, на которой обеспечиваются заданные усилия.
- Отклонение инструментальной оси от нормали к поверхности.
- Отсутствие информации о тангенциальной составляющей усилия, если применяется однокомпонентный датчик усилия.

В ходе работы построена модель комбинированного позиционно-силового управления для системы робот-инструмент [36] – [48], [51], [59] – [61] при условии что инструмент оснащен поступательным приводом. Для позиционно-силового управления инструмент выступает в роли фиктивного сочленения робота. Таким образом, для шести сочленений робота реализовано позиционное управление, а для фиктивного сочленения – силовое.

1.2.8 Модель позиционно-силового управления

В данной задаче для реализации необходимого контактного взаимодействия было реализовано комбинированное позиционно-силовое управление системой манипулятор – инструмент. Инструмент имеет поступательную степень свободы и зафиксирован в схвате робота, поэтому его степень свободы можно рассматривать как фиктивное сочленение робота.

На рисунке 1.16 изображена схема комбинированного управления. Здесь \mathbf{p} – программная траектория в декартовом пространстве, \mathbf{q} – вектор обобщенных координат робота, $\mathbf{F}_d, \mathbf{F}_e$ – желаемое и измеряемое контакт-

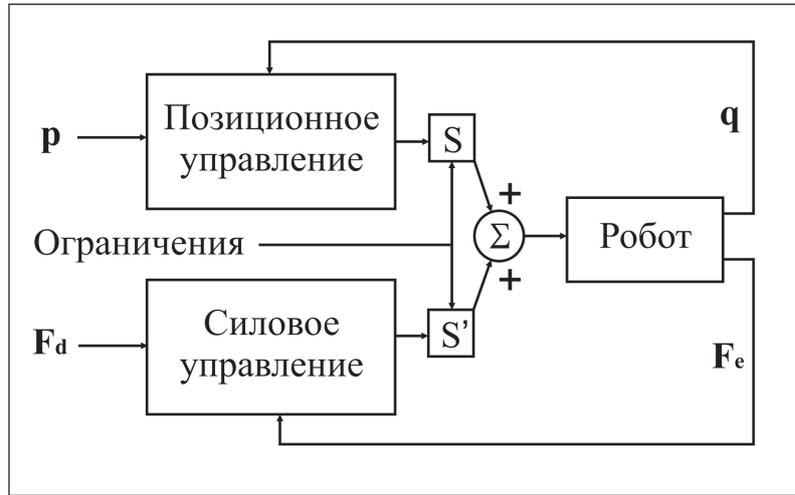


Рис. 1.16: Схема комбинированного позиционно-силового управления.

ные усилия соответственно. S, S' – переключатели режимов управления. При этом модель позиционного управления такая же, как и в п. 2.2.2.

Остановимся на описании модели силового управления для рабочего инструмента. Рассмотрим взаимодействие рабочего органа с контактной поверхностью. Переменной, которой мы хотим управлять, служит нормальная контактная сила f_e , равная:

$$f_e = k_p x + k_v \dot{x},$$

где k_p, k_v – коэффициенты жесткости и диссипации среды. Такая физическая система описывается уравнением:

$$f = m\ddot{x} + k_p x + k_v \dot{x}, \quad (11)$$

где m – масса инструмента. Положим, что в данной системе скорость подхода к контактной поверхности мала, тогда:

$$f_e = k_p x.$$

Следовательно уравнение (11) можно выразить через переменную f_e , подлежащую управлению:

$$f = \frac{m}{k_p} \ddot{f}_e + f_e.$$

Используя концепцию разделенного регулятора приходим к следующему закону управления:

$$f = \frac{m}{k_p} \left[\ddot{f}_d + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f \right] + f_e, \quad (12)$$

где $e_f = f_d - f_e$ есть разница между желаемой силой f_d и измеряемой силой f_e , k_{pf} , k_{vf} – коэффициенты усиления ПД-регулятора.

Решая систему уравнений (refeq10)-(refeq11) относительно e_f , получим:

$$\ddot{e}_f + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f = 0. \quad (13)$$

Варьируя коэффициенты усиления в уравнении (refeq12), мы можем добиться от системы управления с обратной связью любого желаемого поведения. Нас интересует случай критического затухания, когда отклик системы оказывается максимально быстрым не осциллирующим.

Тогда

$$k_{vf} = 2\sqrt{k_{pf}}.$$

В данной случае необходимо удерживать усилия касания с рабочей поверхностью на одном уровне, поэтому входные значения \dot{f}_d , \ddot{f}_d системы управления берутся равными нулю. Ввиду затруднений при численном дифференцировании f_e , рассчитываем \dot{f}_e следующим образом:

$$\dot{f}_e = k_p \dot{x}.$$

Такая формула дает более реалистичные результаты, поэтому считаем, что кроме датчика усилия робот оборудован датчиком скорости.

Таким образом, получаем следующий закон управления:

$$f = m \left[\frac{k_{pf}}{k_p} e_f - k_{vf} \dot{x} \right] + f_e. \quad (14)$$

Здесь $e_f = f_d - f_e$ – разница между желаемой силой f_d и измеряемой силой f_e , k_{pf} , k_{vf} – коэффициенты усиления ПД-регулятора.

Далее на рисунке 1.17 приведена блок-схема силового управления для инструмента, которая была реализована в УМ. Здесь на вход подаются:

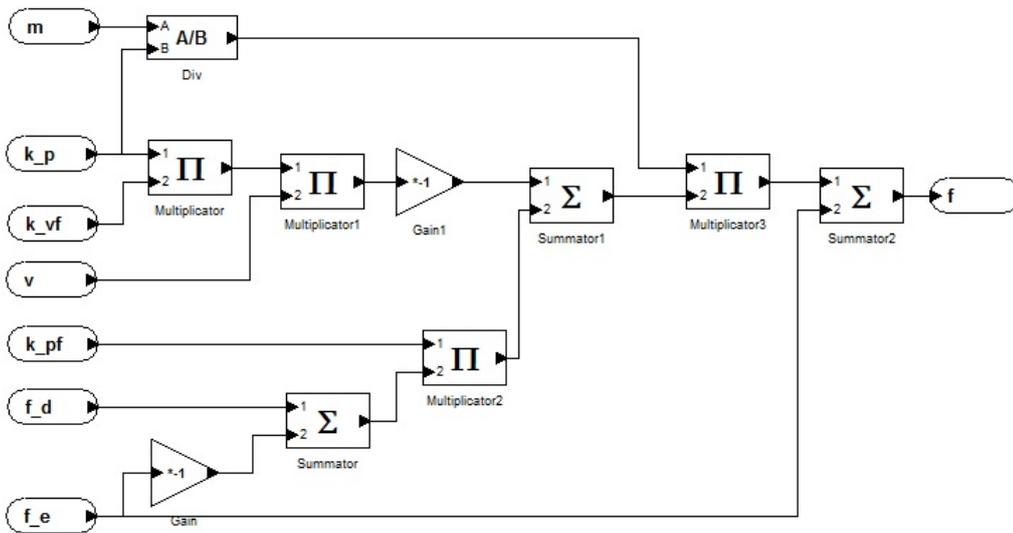


Рис. 1.17: Схема силового управления.

масса инструмента, коэффициент жесткости, коэффициенты усиления ПД-регулятора, скорость инструмента, направленная вдоль нормали к контактной поверхности, желаемая и действительная силы нормального контакта - а на выходе получается управляющая сила, которую необходимо реализовать в поступательном сочленении инструмента.

1.2.9 Эксперименты

В поставленных вычислительных экспериментах рабочий инструмент движется по траектории, состоящей из отрезков прямых, при этом ось сим-

метрии инструмента направлена вдоль нормали к поверхности. Выбрано 7 узловых точек траектории на рабочей поверхности, которая представляет собой сферу радиуса $r = 0,12\text{м}$. При этом узловые точки погружены в рабочую поверхность на $h = 5\text{мм}$. Параметры контактного взаимодействия:

$$c = 10000 \text{ Н/м}, k = 100 \text{ Нс/м}, f = 0,25 \text{ м.}$$

Параметры приводов:

$$b_{i1} = 4000, b_{i2} = 1000, i = 1, \dots, 6.$$

$$k_{11} = 100, k_{12} = 0.2, k_{21} = 100, k_{22} = 0.17, k_{31} = 100, k_{32} = 0.14,$$

$$k_{41} = 90, k_{42} = 0.11, k_{51} = 90, k_{52} = 0.08, k_{61} = 90, k_{62} = 0.05.$$

Коэффициенты усиления силового управления находятся численным экспериментом.

Желаемая сила контакта $f_d = 20\text{Н}$.

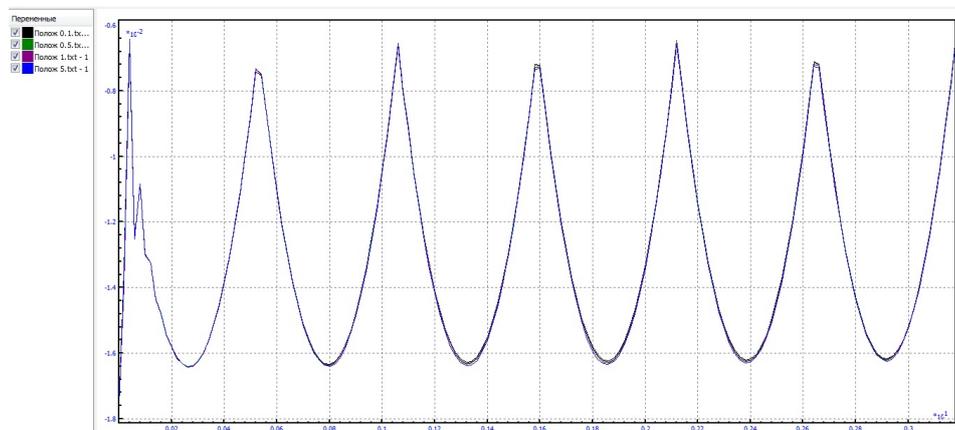


Рис. 1.18: График координаты от времени для фиктивного сочленения.

1.3 Выводы

Синтезированы модели систем позиционного и комбинированного позиционно-силового управления с обратной связью для работы робота с

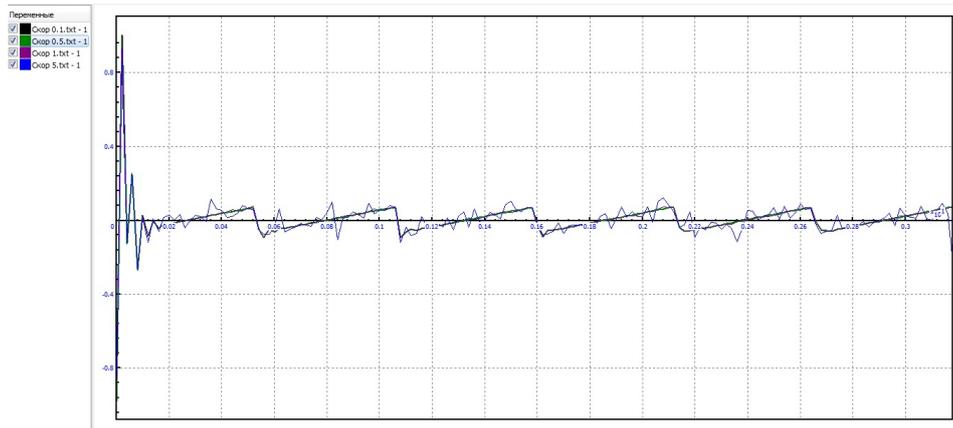


Рис. 1.19: Графики скорости от времени для фиктивного сочленения.

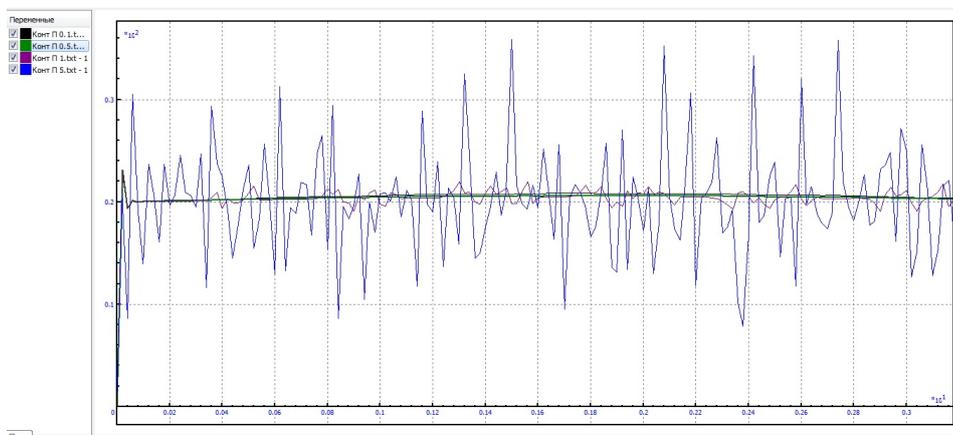


Рис. 1.20: Графики контактной силы от времени при разных значениях коэффициентов усиления силового управления фиктивным сочленением.

податливой средой. Проведен сравнительный анализ такого управления с классическим позиционным управлением. Модель блока управления разработана в пакете Matlab Simulink что позволяет использовать его как для механической компьютерной модели (например в пакете UM), так и для управления реальным роботом. Исследовано силовое управление инструментом манипулятора на предмет максимально быстрого не осциллирующего отклика системы. Экспериментально найдены коэффициенты усиления для силового управления. Численным экспериментом найдены коэффициенты усиления для силового управления, отвечающие данному

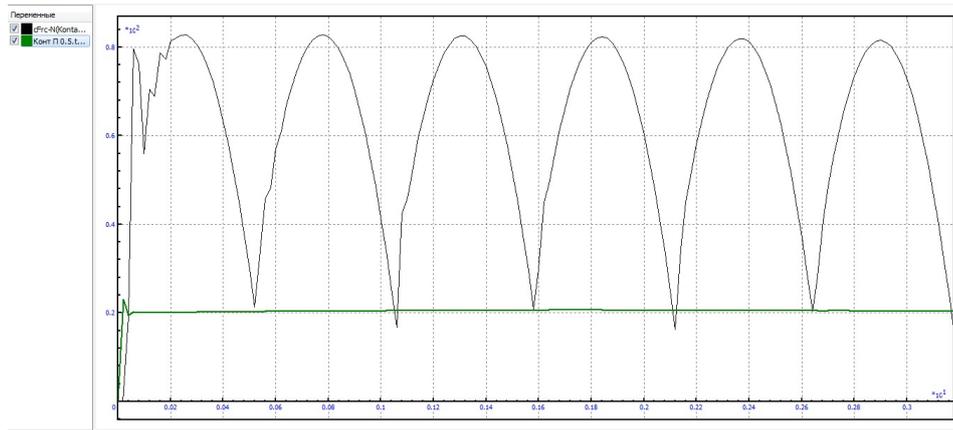


Рис. 1.21: Графики контактной силы от времени при позиционном и позиционно-силовом управлениях.

критерию. Исследована задача планирования траекторий на модели рабочей поверхности. Показана зависимость между количеством узловых точек траектории и силовой ошибкой. Для сферической поверхности и траектории, представляющей собой ломаную, состоящую из отрезков равной длины, интерполяция по $n + 2$ узловым точкам уменьшает силовую ошибку в m раз:

$$m = \frac{\sin^2 \frac{\phi}{4n}}{\sin^2 \frac{\phi}{4}}, \quad (15)$$

где ϕ – центральный угол дуги, концы которой есть соседние точки траектории. Построен алгоритм планирования прямолинейного движения в декартовом пространстве. Построена зависимость между количеством узловых точек траектории и силовой ошибкой контактного взаимодействия. Для сферической поверхности радиуса 0.12 метров при прохождении вдоль ломаной с 7 узловыми точками расположенными равномерно на дуге длины π силовая ошибка при позиционном управлении превышает заданную контактную силу в 3 раза, а при комбинированном позиционно-силовом управлении силовая ошибка не превышает 5% заданной силы.

2 Динамическая модель двух SCARA-подобных роботов при манипулировании одним предметом

В данной главе рассматривается динамическая модель манипулятора со SCARA-подобной кинематикой (ManGo), разработанного автором в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (см. рис. 2.1).



Рис. 2.1: Манипулятор типа SCARA. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Манипуляторы типа SCARA обычно имеют три параллельных вращательных сочленения, обеспечивающих перемещение и ориентацию в плоскости, и четвертое поступательное сочленение для перемещения рабочего органа перпендикулярно плоскости. Изначально ManGo был разработан для задачи игры в «Го» с человеком. Преимущество такой кинематики заключается в том, что она лучше всего подходит для выполнения задач на плоскости и кроме того первые три сочленения не несут никакой нагрузки. Следствием чего является тот факт, что такого робота можно сделать очень быстрым. Например, манипулятор Adept One SCARA (см. рис. 2) может двигаться со скоростью 9 м/с, что в 10 раз быстрее, чем скорость большинства промышленных шарнирных роботов.

Как видно из рис. 2.1 для реализации больших скоростей в ManGo в качестве приводов использовались пневмоцилиндры, которые обладают всеми преимуществами гидравлических систем (компактные, развивают большие усилия без использования редукторов), а кроме того обладают свойством развивать очень высокие скорости, но хуже поддаются точному управлению из-за способности воздуха к сжатию и высокого трения от уплотнений. Для задачи игры в «Го» нет необходимости следить за ориентацией рабочего органа в плоскости, поэтому в манипуляторе ManGo третье вращательное сочленение – пассивное, что обеспечивается вращением штока относительно цилиндра, который отвечает за поступательное сочленение. Однако для многих задач необходимым условием является не только просто перемещение инструмента (детали) из одной точки плоскости в другую точку, но и перемещение с заданной ориентацией. Типичный пример такой задачи – производственная сборка (размещение деталей на печатной плате и т.п.). Одним из решением этой проблемы является использование двух манипуляторов типа ManGo, исследованиям в этой области и посвящена данная глава.

2.1 Кинематика работа ManGo

Первые шаги по исследованию кинематики были проведены в процессе проектирования в программном комплексе САПР «SolidWorks» (SolidWorks). На рис. 2.3 и 2.4 изображены крайние положения и длины звеньев ManGo, которые обеспечивают покрытие рабочего пространства 500x500 мм при закреплении оси первого сочленения в точке, лежащей в 100 мм от двух пересекающихся прямых, ограничивающих рабочее пространство. С помощью данных построений были рассчитаны точки креплений пневмоцилиндров

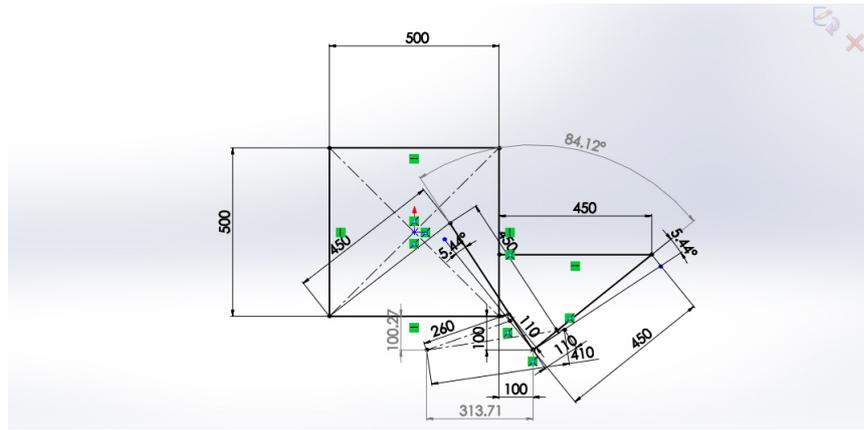


Рис. 2.3: Расчеты кинематики для нулевого и первого звена.

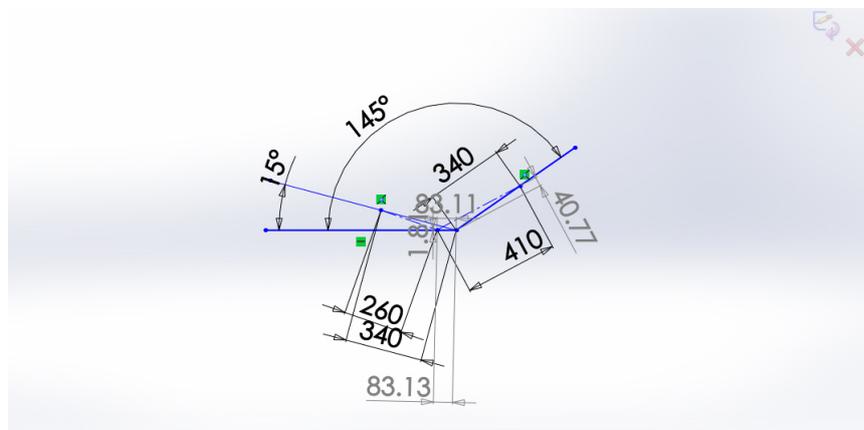


Рис. 2.4: Расчеты кинематики для первого и второго звена.

с рабочим ходом 150 мм, обеспечивающим вышеуказанное покрытие пространства звеньями ManGo. Таким образом, ход в первом вращательном сочленении составляет 95 градусов, во втором – 130 градусов.

Для разработки робота ManGo использовалась пневматика итальянской компании «Пневмакс». Сборка спроектированного робота в SolidWorks представлена на рисунках 2.5 и 2.6.

2.1.1 Построение систем координат звеньев

Для формирования систем координат звеньев использовался тот же метод ДХ-представления, что и в первой главе данной работы. Для манипулятора

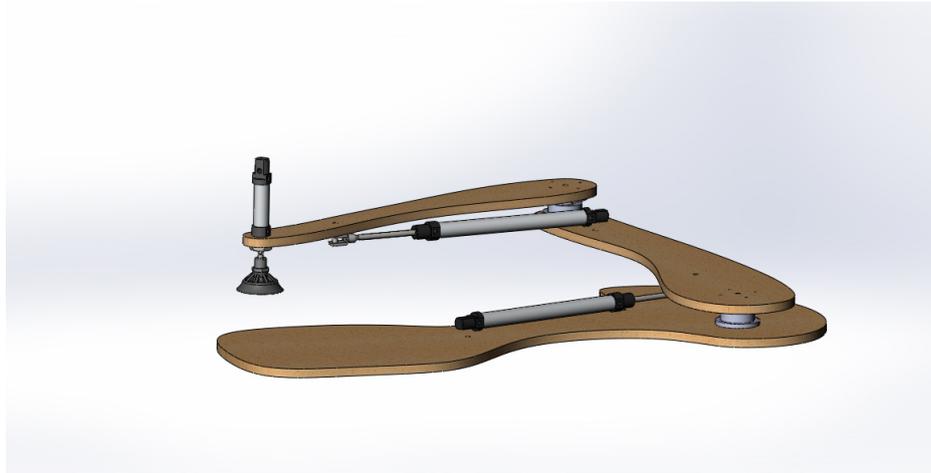


Рис. 2.5: Общий вид манипулятора ManGo в SolidWorks.



Рис. 2.6: Некоторые крайние положения манипулятора ManGo.

ManGo были сформированы четыре системы координат звеньев, параметры для полученных систем указаны в табл. 3.

Таблица 3.

Параметры систем координат манипулятора ManGo				
сочленение i	α_{i-1} (град)	a_{i-1} (мм)	d_i (мм)	θ_i (град)
1	0	0	d	θ_1
2	0	l	d	θ_2
3	0	l	3	0
4	0	0	d_{min}	θ_4

где $l = 450$, $d = 35$, $d_{min} = -60$. И далее определены четыре однородные матрицы преобразования, связывающие i -ю и $i - 1$ -ю системы координат следующего вида:

$${}_{i-1}^i\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$${}^0_1\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^1_2\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$${}^2_3\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^3_4\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2.1.2 Прямая задача кинематики

Решение прямой задачи кинематики находится как и ранее перемножением матриц, полученных в предыдущем пункте. Таким образом, для манипулятора ManGo решение выглядит так:

$$n_x = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4),$$

$$n_y = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4),$$

$$n_z = 0,$$

$$s_x = -\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4),$$

$$s_y = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4),$$

$$s_z = 0,$$

$$a_x = 0,$$

$$a_y = 0,$$

$$a_x = 1,$$

$$p_x = l \cos \theta_1 + l \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad (16)$$

$$p_y = l \sin \theta_1 + l \sin(\theta_1 + \theta_2), \quad (17)$$

$$p_z = d_3 + 2d + d_{min}. \quad (18)$$

Существует три способа представления положения и ориентации манипулятора: в пространстве положений приводов, конфигурационном пространстве и декартовом пространстве. Во многих роботах каждое кинематическое сочленение напрямую управляется каким-либо приводом, как это было с манипулятором PUMA из первой главы. Однако иногда дело обстоит иначе, в случае с ManGo первые два вращательные сочленения управляются линейными приводами (пнеumoцилиндрами) с помощью шарнирных треугольников. Так как на пневмоцилиндрах планируется размещать датчики положения концов штоков, нам необходимо знать вектор обобщенных координат как функцию положений приводов. В данном конкретном случае эти функции находятся по законам планиметрии, а именно за счет применения теоремы косинусов (рис.):

$$(q_1 + D_1)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha, \quad (19)$$

$$(q_2 + D_2)^2 = m^2 + n^2 - 2mn \cos \beta, \quad (20)$$

где q_1, q_2 – ходы штоков относительно первого и второго цилиндров соответственно, $D_1 = D_2 = 250$ мм – длины цилиндров, $\alpha = \pi - \theta_1, \beta = \pi - \theta_2$, $a = 313.71$ мм, $m = 83.11$ мм – расстояние от оси вращения первого и второго звена до оси вращения первого и второго цилиндра в точках крепления, $b = 110$ мм, $n = 340$ мм – расстояние от оси вращения первого и второго звена до оси вращения штоков первого и второго цилиндра в точках крепления.

Из уравнений (19)–(20) следует решение относительно переменных q_1, q_2 :

$$q_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta_1} - D_1, \quad (21)$$

$$q_2 = \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \cos \theta_2} - D_2, \quad (22)$$

Таким образом, если у нас задано движение в пространстве обобщенных координат, теперь его можно задать и в пространстве приводов.

2.1.3 Обратная задача кинематики

В начале этой главы ставилась задача манипулирования рабочим инструментом (деталью, предметом) в декартовом пространстве. Соответственно траектория движения предмета манипулирования будет задаваться в декартовом пространстве и, следовательно, через уравнения связей будет задаваться траектория движения манипулятора. В связи с этим необходимо решить обратную задачу кинематики и найти обобщенные координаты как функции декартовых, чтобы воспользоваться формулами (21)–(22) и задать движение приводов. Для этого воспользуемся алгебраическим методом [2] и решим систему уравнений (16)–(17) относительно θ_1 и θ_2 . Возведем

эти уравнения в квадрат и сложим. Получим

$$p_x^2 + p_y^2 = 2l^2(1 + \cos \theta_2).$$

Мы учли, что

$$\begin{aligned}\cos(\theta_1 + \theta_2) &= \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2, \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) &= \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2.\end{aligned}$$

Следовательно:

$$\cos \theta_2 = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2l^2} - 1, \quad \sin \theta_2 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}.$$

И далее, выражение для θ_2 имеет вид:

$$\theta_2 = \text{atan2}(\sin \theta_2, \cos \theta_2),$$

то есть

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\pm \sqrt{1 - \left(1 - \frac{p_x^2 + p_y^2}{2l^2}\right)^2}, \frac{p_x^2 + p_y^2}{2l^2} - 1\right). \quad (23)$$

Выбор знака в 23 соответствует выбору одного из двух решений: «локтем вверх» или «локтем вниз».

Теперь найдем угол θ_1 . Перепишем (16) и (17) в виде

$$p_x = k_1 \cos \theta_1 - k_2 \sin \theta_1, \quad p_y = k_1 \sin \theta_1 + k_2 \cos \theta_1, \quad (24)$$

где

$$k_1 = l(1 + \cos \theta_2), \quad k_2 = l \sin \theta_2.$$

Уравнения такого типа решаются заменой переменных. Если

$$r = +\sqrt{k_1^2 + k_2^2}, \quad \gamma = \text{atan2}(k_1, k_2),$$

то

$$k_1 = r \cos \gamma, \quad k_2 = r \sin \gamma.$$

Теперь уравнения (24) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{p_x}{r} &= \cos \gamma \cos \theta_1 - \sin \gamma \sin \theta_1, \\ \frac{p_y}{r} &= \cos \gamma \sin \theta_1 + \sin \gamma \cos \theta_1, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \cos(\gamma + \theta_1) &= \frac{p_x}{r}, \\ \sin(\gamma + \theta_1) &= \frac{p_y}{r}. \end{aligned}$$

Используя функцию арктангенса от двух переменных, находим

$$\gamma + \theta_1 = \text{atan2}\left(\frac{p_y}{r}, \frac{p_x}{r}\right) = \text{atan2}(p_y, p_x)$$

и следовательно,

$$\theta_1 = \text{atan2}(p_y, p_x) - \text{atan2}(k_2, k_1). \quad (25)$$

Третье вращательное сочленение в нашем случае пассивное (за него отвечает обобщенная координата θ_4), поэтому θ_4 может принимать любые значения, а следовательно решения для него не существует.

Для поступательного сочленения обобщенной координатой является d_3 , которая находится из уравнения (18):

$$d_3 = p_z - 2d - d_{min}. \quad (26)$$

2.2 Описание модели в программном комплексе «Универсальный механизм»

2.2.1 Модель роботов и рабочей среды

Кинематическая схема робота изображена на рисунке 2.7.

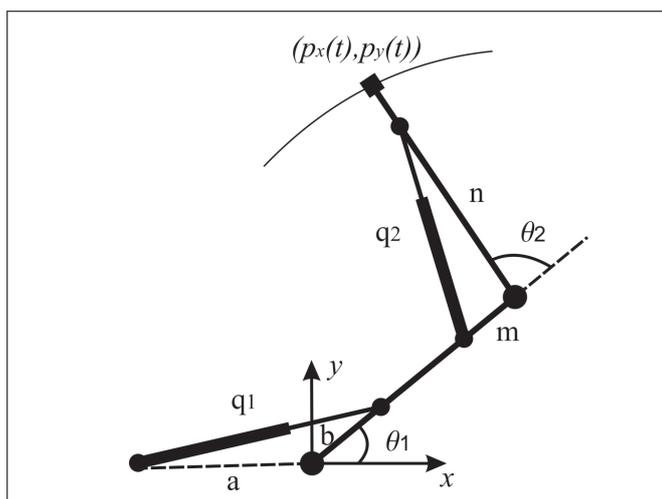


Рис. 2.7: Кинематическая схема манипулятора ManGo.

Здесь l – длины звеньев, θ_1, θ_2 – углы в сочленениях, a, b, m, n – расстояния от сочленений до точек крепления цилиндров, q_1, q_2 – ходы цилиндров, D_1, D_2 – длины цилиндров в сложенном состоянии. Для решения задачи создается модель двух манипуляторов ManGo в УМ с кинематикой, описанной выше. В качестве рабочего пространства выступает прямоугольная область плоскости Oxy 0.5×0.5 м, на которой лежит тело. Тело в нашем случае представляет собой параллелепипед массы 0.6 кг.

По заданным минимальным и максимальным длинам цилиндров, положению первого сочленения, длинам звеньев, находятся точки крепления цилиндров к звеньям, обеспечивающие заданное рабочее пространство робота. Для этого решается следующая система уравнений относительно k и

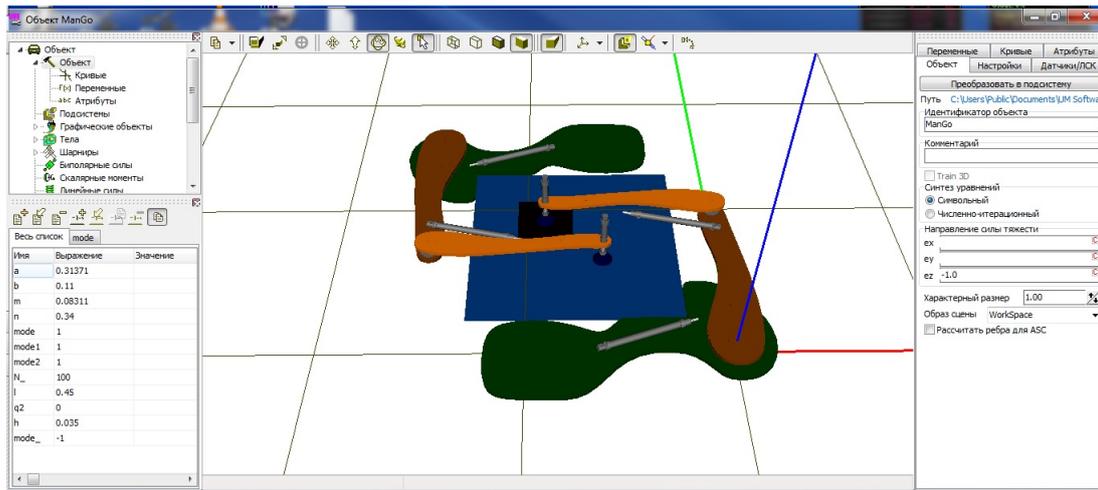


Рис. 2.8: Модель двух SCARA-подобных роботов в UM. Синим цветом выделено рабочее пространство.

p :

$$\begin{cases} h_{min}^2 = k^2 + p^2 + 2kp \cos \theta_{min}, \\ h_{max}^2 = k^2 + p^2 + 2kp \cos \theta_{max}, \end{cases} \quad (27)$$

где h_{min}, h_{max} – принимают значения 1-ого и 2-ого цилиндров в сложенном и разложенном состоянии соответственно, k, p – принимают значения a, b и m, n для 1-ого и 2-ого цилиндра соответственно.

2.2.2 Описание связей, возникающих при работе с одним предметом

Пусть заданы следующие системы отсчета (см. рис. 2.10):

$\{G\}$ – система отсчета, связанная с телом, начало которой находится в точке, траектория которой нас интересует;

$\{S\}$ – система отсчета, связанная с рабочим пространством (в ней задается движение тела);

$\{B_i\}$ – системы отсчета, связанные с неподвижными основаниями роботов;

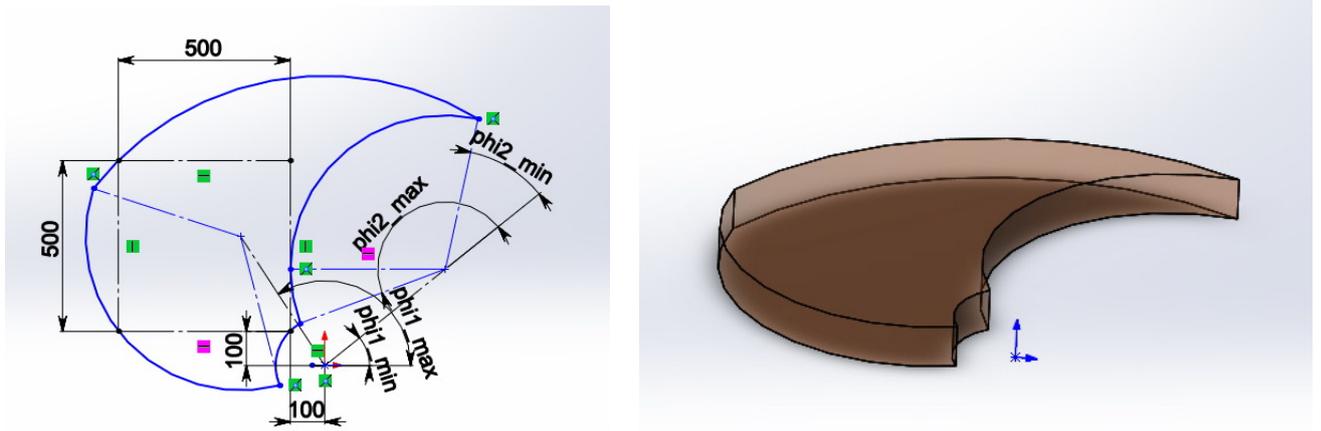


Рис. 2.9: Рабочее пространство робота в SolidWorks, обеспечивающее покрытие квадрата со стороной 0,5 м и заданное положение первого сочленения.

${}^S P$ – вектор, задающий движение точки тела в системе $\{S\}$;

${}^G r_i$ – векторы точек, в которых манипуляторы держат тело, в системе $\{G\}$.

Формулы, описывающие взаимодействие двух и более манипуляторов при одновременном оперировании одним инструментом, следующие:

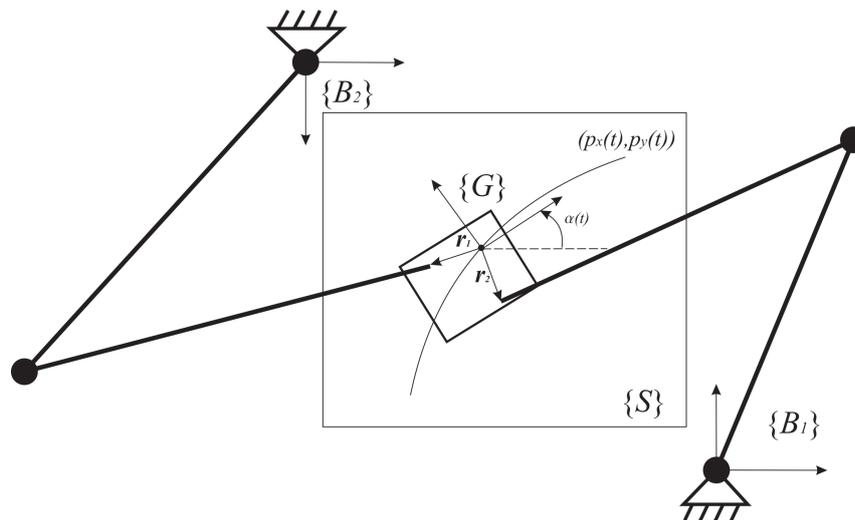


Рис. 2.10: Системы отсчета роботов, пространства и тела.

$${}^{B_i}P_i = {}^{B_i}P + {}^{B_i}r_i, \quad (28)$$

где

$${}^{B_i}P = {}^S R {}^S P + {}^{B_i}P_{SORG}, \quad (29)$$

$${}^{B_i}r_i = {}^S R {}^S r_i + {}^{B_i}P_{SORG} = {}^S R ({}^S R {}^G r_i + {}^S P_{GORG}) + {}^{B_i}P_{SORG}, \quad (30)$$

где ${}^A_B R$ – матрица вращения, описывающая поворот системы $\{B\}$ относительно системы $\{A\}$, ${}^A P_{BORG}$ – вектор, локализирующий начало системы $\{B\}$ в системе $\{A\}$. Таким образом, получены уравнения, позволяющие задать движение схватов манипуляторов в системах отсчета, связанных с их основаниями. В качестве модельной задачи рассматривается перемещение тела вдоль прямой с заданной ориентацией и скоростью. Траектория тела задается в системе отсчета $\{S\}$ и далее, с использованием формулы (28)-(30), рассчитываются траектории движения в системах отсчета $\{B_1\}$ и $\{B_2\}$ для схватов манипуляторов.

2.2.3 Планирование траекторий движения

Каждая точка траектории задается, как правило, положением и ориентацией системы отсчета инструмента относительно системы отсчета рабочего места. Если используются алгоритмы генерации траектории в пространстве декартовых координат, то функциями, аппроксимирующими траекторию, являются функции зависимости декартовых переменных от времени. Эти траектории могут планироваться непосредственно по данным, с помощью которых пользователь задает точки траектории, т. е. исходя

из описания системы отсчета $\{T\}$ (система отсчета, связанная с инструментом) относительно системы отсчета $\{S\}$ без предварительного решения обратной задачи кинематики. Для нашей задачи удобно сделать так, чтобы инструмент двигался вдоль отрезков прямых, соединяющих промежуточные точки, отдаленные друг от друга. Такой режим описания траектории и движения вдоль нее называется прямолинейным движением в декартовом пространстве. Для планирования и генерации прямолинейных траекторий в пространстве декартовых координат хорошо подходят кубические сплайны. Ниже приведен пример реализации построения траектории для модельной задачи и решение обратной задачи кинематики в файле управления UM (см. Приложение 1).

2.3 Эксперименты и выводы

2.3.1 Динамическое моделирование в UM

В UM решена задача перемещения тела из одного угла рабочего пространства, в другой с заданной ориентацией и скоростью. Ниже приведена раскадровка эксперимента и графики характеристик системы.

Между схватами манипуляторов и телом назначено сопряжение типа «совпадени» с многообразиями типа точка для обоих тел, вводит такое же ограничение на относительное движение, что и сферический шарнир. Разница заключается в том, что сферический шарнир, если он не разрезан, вводит три угла, определяющие ориентацию одного тела относительно другого. Сопряжение же всегда вводит уравнения связей, в данном случае их три: координаты заданных точек одного и другого тела совпадают относительно базовой системы координат. На приведенных ниже графиках

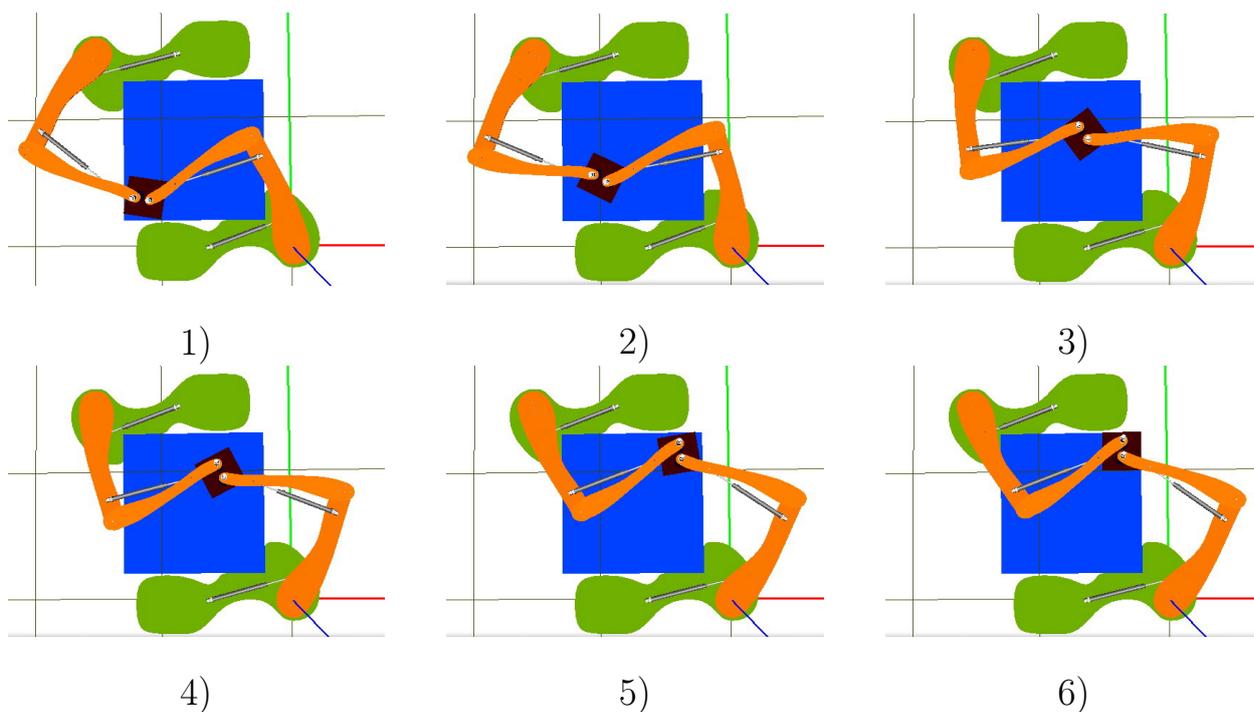


Рис. 2.11: Раскадровка движения ManGo в UM.

отражены силы реакции, возникающие в точках захвата роботами тела. Из графиков видно, что силы реакций в начальный момент времени по оси Ox по модулю достигают значений в 1.6Н , а также они зеркальны и противоположны по знаку. Проведенное моделирование показывает актуальность использования данного типа податливого захвата предмета.

2.3.2 Выводы

В данной главе были построены математическая и динамическая модели манипулятора, отвечающая целям поставленной задачи. Исследована задача планирования траекторий движений в плоскости для двух манипуляторов при наличии геометрических связей. Получены кинематические уравнения связывающие траектории движения в системе отсчета рабочего пространства с траекториями движения в системах координат, связанных с роботами. Синтезирована система позиционного управления с об-

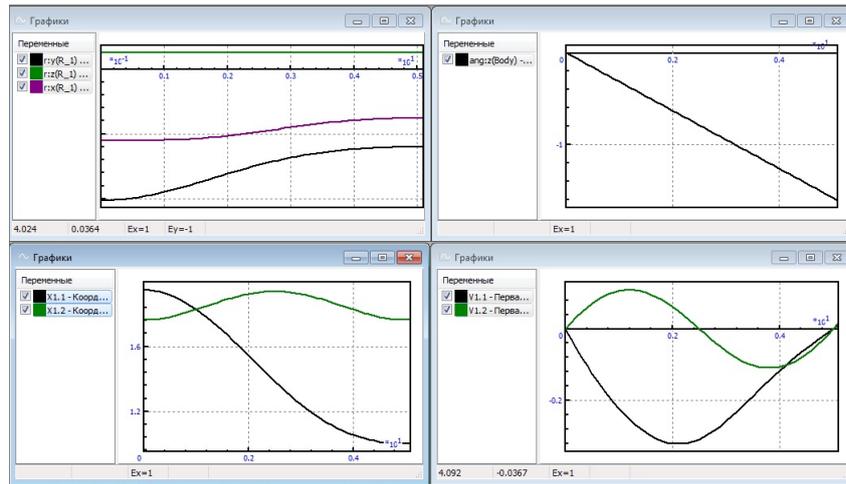


Рис. 2.12: Графики координат центра тела, угла поворота, координат цилиндров и скоростей цилиндров (слева направо, сверху вниз соответственно) от времени для одного из манипуляторов ManGo.

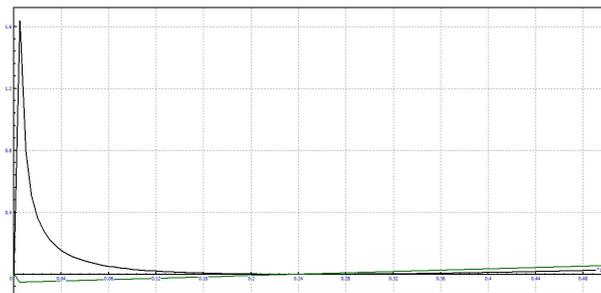


Рис. 2.13: Графики сил реакций вдоль осей Ox и Oy , возникающие в точке захвата «нижнего» робота ManGo.

ратной связью для работы робота с SCARA-подобной кинематикой. Показана работоспособность данных моделей. Таким образом, они могут быть использованы на реальных роботах данного типа. Для натурных экспериментов разработаны манипуляторы с пневматическими приводами (см. рис. 2.1), поэтому они отличаются высоким быстродействием и могут развивать большие усилия.

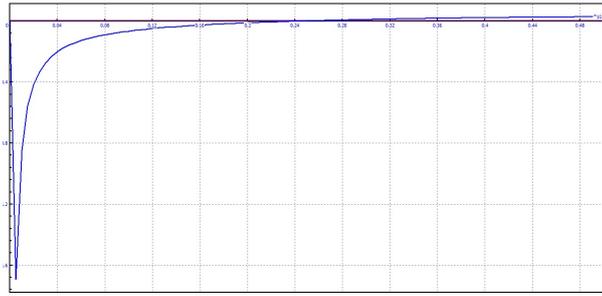


Рис. 2.14: Графики сил реакций вдоль осей Ox и Oy , возникающие в точке захвата «верхнего» робота ManGo.

3 Динамическая модель избыточного манипулятора в стесненной среде

Многозвенные манипуляторы, как правило, используются для повышения эффективности работы в пространстве с множеством препятствий и в стесненных средах. Такие манипуляторы могут применяться в медицине (хирургические операции с минимальным повреждением кожных покровов, зондирование и т.д.), космической промышленности (монтаж/демонтаж сложных деталей, съемка параметров и т.д.), проверка состояния труднодоступных частей машины в технике, различных производственных системах. Их используют для проведения космических и подводных исследований, для работы с вредными веществами и радиоактивными материалами (см. рис. 3.1). Основными трудностями, возникающими при разработке алгоритмов планирования траекторий движения многозвенных манипуляторов, являются:

1. Большое количество звеньев. Для определения конфигурации манипулятора необходимо рассчитать тем или иным способом собственные переменные каждого звена манипулятора, а также учесть ограничения, связанные с физической структурой манипулятора. При боль-



Рис. 3.1: Избыточные манипуляторы Dextre, обслуживающий систему Канадарм на МКС (NASA) и гиперизбыточный робот-щупальца OctArm (DARPA).

шом числе звеньев, растёт число управляемых объектов, еще большим становится объем вычислений, необходимых для расчёта траектории движения манипулятора, т.к. в линейной алгебре доказано, что сложность решения резко возрастает при превышении в системе уравнений числа переменных свыше шести.

2. Сложность рабочего пространства. Манипуляторы рассматриваемого класса предназначены, как правило, для выполнения работы в сильно стесненных средах или в пространстве с множеством препятствий.

Системы, планирующие траектории движения манипулятора без столкновений, пока не являются общедоступными. На сегодняшний день существуют две основные технологии решения этой задачи, а также их вариации и комбинации. В основе первой технологии лежит представление свободного пространства в виде связанного графа и поиск в нем траектории, исключаяющей столкновения [64] – [73]. К сожалению, сложность реализации этой технологии экспоненциально возрастает с увеличением числа сочленений манипулятора. Второй подход заключается в создании искус-

ственных потенциальных полей вокруг препятствий. Эти поля заставляют манипулятор, который притягивается к положительному полюсу, созданному в целевой точке, уклоняться от препятствий [74]. Оба метода имеют лишь локальный взгляд на окружение и не исключают проблемы застревания манипулятора в точках локального минимума. Интересный геометрический подход к проблеме планирования траекторий в пространстве с препятствиями описан в работе [75].

В данной главе рассматриваются вопросы моделирования динамики избыточных манипуляторов в задачах планирования траекторий в стесненных средах. Для решения задачи предлагается оригинальный алгоритм, позволяющий эффективно планировать траектории для многозвенных манипуляторов, работающих в тоннеле, когда стоит задача достижения целевой точки без соприкосновения со стенками тоннеля.

3.1 Кинематика робота SnakeMan

В данной задаче рассматривается n -звенный «плоский» манипулятор, длины звеньев манипулятора равны l_i , массы – m_i . Первое звено двумя вращательными шарнирами закреплено в точке (x_0, y_0, z_0) . Углы в шарнирах соответственно ϕ_i, ψ_1 (см. рис. 3.2). Тогда решение прямой задачи кинематики имеет следующий вид:

$$n_x = \sin \psi_1 \cos \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

$$n_y = \sin \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

$$n_z = \cos \psi_1 \cos \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

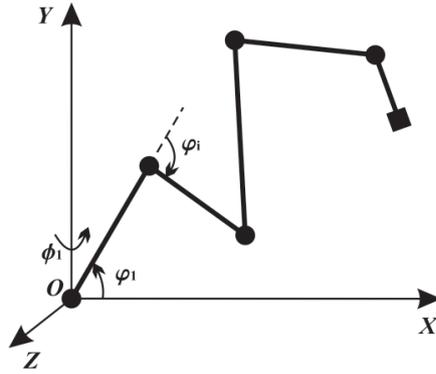


Рис. 3.2: Кинематическая схема гиперизбыточного манипулятора.

$$s_x = -\sin \psi_1 \cos \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

$$s_y = \cos \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

$$s_z = -\cos \psi_1 \cos \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \right),$$

$$a_x = -\cos \psi_1,$$

$$a_y = 0,$$

$$a_z = \sin \psi_1,$$

$$p_x = \sin \psi_1 \sum_{k=1}^n l_k \cos \left(\sum_{i=1}^k \phi_i \right), \quad (31)$$

$$p_y = \sum_{k=1}^n l_k \sin \left(\sum_{i=1}^k \phi_i \right), \quad (32)$$

$$p_z = \cos \psi_1 \sum_{k=1}^n l_k \cos \left(\sum_{i=1}^k \phi_i \right). \quad (33)$$

Из последних трех уравнений, если не брать в расчет ориентацию схвата, можно сделать вывод, что при $n > 2$ манипулятор становится избыточным, и, соответственно, обратная задача кинематики имеет бесконечно

много решений. Это в свою очередь дает свободу выбора того или иного решения в зависимости от поставленной задачи.

3.2 Планирование траекторий движения

Предлагается оригинальный алгоритм, позволяющий эффективно планировать траектории для многозвенных манипуляторов, работающих в тоннеле (трубе), когда стоит задача достижения целевой точки без соприкосновения со стенками тоннеля.

3.2.1 Описание среды и ограничения

В качестве стесненного пространства рассматривается плоская область (тоннель) в плоскости Oxy , ограниченная прямолинейными отрезками вида: $x_i = a_i t + b_i, y_i = c_i t + d_i, t \in t_{i1}, t_{i2}, i=1, \dots, 2k$, где k – количество колен тоннеля (см. рис. 3.3).

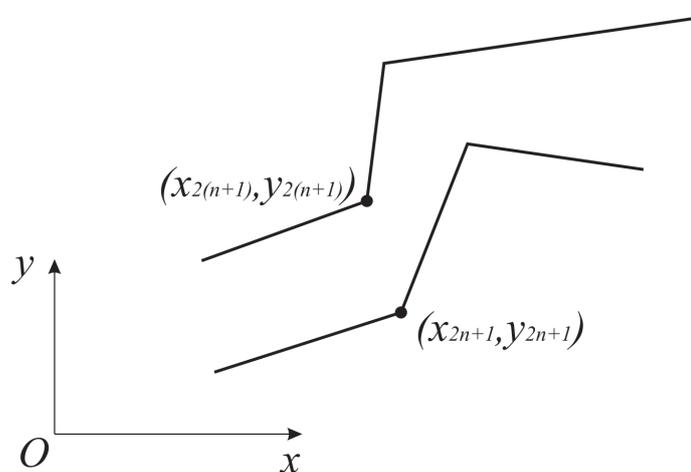


Рис. 3.3: Геометрическая схема тоннеля.

На параметры трубы накладываются следующие ограничения:

- Расстояние между двумя соседними угловыми точками превышает длину l самого длинного звена манипулятора;

– Ширина самого узкого места тоннеля больше, чем $l/2$.

3.2.2 Алгоритм построения траекторий в трубе

Для реализации управления манипулятором, обеспечивающего прохождение тоннеля без столкновений, сначала генерируются траектории движения всех звеньев манипулятора, заведомо гарантирующие беспрепятственное движение в тоннеле, а затем находится решение обратной задачи кинематики, позволяющее построить систему позиционного управления. Из геометрической схемы тоннеля находятся угловые точки. Затем с центром в этих точках строятся окружности радиуса больше, чем половина длины самого большого звена робота. Далее находятся общие касательные к каждым двум соседним окружностям, для чего решается система уравнений:

$$\begin{cases} (X_j - x_j)(X_{j+1} - x_j) - (Y_j - y_j)(Y_{j+1} - y_j) = r^2, \\ (X_{j+1} - x_{j+1})(X_j - x_{j+1}) - (Y_{j+1} - y_{j+1})(Y_j - y_{j+1}) = r^2, \\ (X_j - x_j)^2 + (Y_j - y_j)^2 = r^2, \\ (X_{j+1} - x_{j+1})^2 + (Y_{j+1} - y_{j+1})^2 = r^2. \end{cases} \quad (34)$$

Здесь (x_j, y_j) , (x_{j+1}, y_{j+1}) – центры соседних окружностей, (X_j, Y_j) , (X_{j+1}, Y_{j+1}) – точки касания общей касательной к этим окружностям. В зависимости от последовательности поворотов (вправо-влево, влево-вправо, вправо-вправо, влево-влево) выбирается необходимая касательная и строится траектория движения. Траектория состоит из отрезков касательных, ограниченных точками касания, и дуг окружностей, также ограниченных этими точками. Данный алгоритм построения траекторий реализован в пакете Wolfram Mathematica (рис. 3.4). Ниже, в приложении 2 приведен листинг программы, генерирующей изображенные траектории в пакете

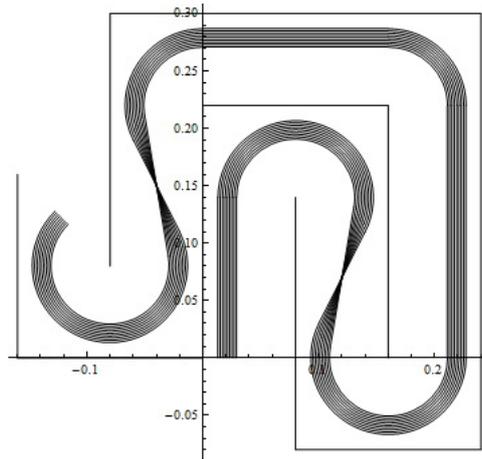


Рис. 3.4: Сгенерированное семейство траекторий в пакете Mathematica.

Wolfram Mathematica.

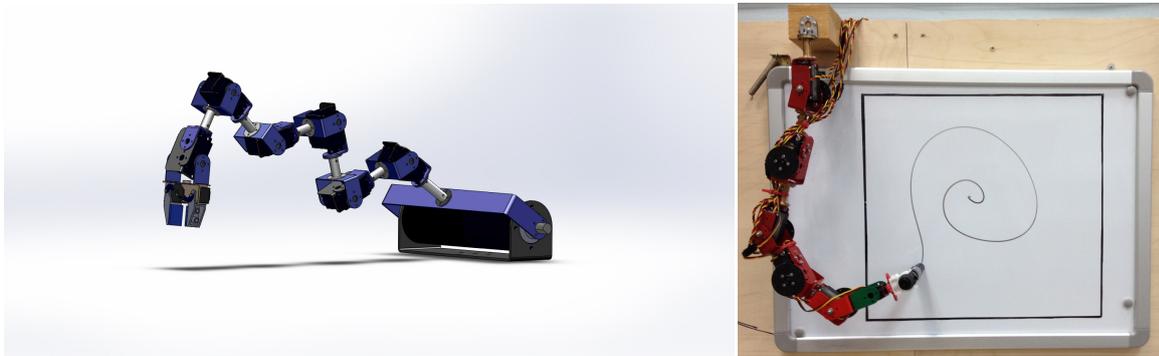


Рис. 3.5: Манипулятор SnakeMan. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Отдельно строятся траектории для складывания звеньев из начальной конфигурации манипулятора. Они также состоят из склейки дуг окружностей и отрезков касательных к ним. Такое построение было выбрано во избежание скачков скоростей концов звеньев.

3.2.3 Доказательство корректности алгоритма

Без ограничения общности достаточно рассмотреть движение одного звена по траектории, вписанной в трубу. Более того, достаточно рассмотреть движение одного звена по траектории, вписанной в произвольный поворот

трубы, т.к. при движении по прямолинейным участкам траектории звено заведомо не пересекает стенок трубы (видно из построения траектории). Также из траектории видно, что при движении хотя бы одного конца звена по дуге окружности, все звено всегда лежит внутри области, ограниченной этой окружностью и прилежащими отрезками касательных, т.е. звено может пересечь только внутренний угол поворота трубы.

Пусть в какой-то момент времени T звено пересекает угол трубы. Тогда в силу непрерывности движения, звено в какой-то момент времени $t < T$ пересекло угловую точку. Рассмотрим все возможные положения концов звена в этот момент времени. Пусть один конец находится на расстоянии x от угловой точки, тогда второй конец находится на расстоянии $x - l$ от угловой точки.

Если $x < \frac{l}{2}$ ($< r$), то первый конец лежит внутри окружности радиуса r , по которой звено проходит поворот.

Если $x > \frac{l}{2}$, то $l - x < \frac{l}{2}$ ($< r$), т.е. второй конец лежит внутри этой окружности. При таком положении звена один конец точно не лежит на построенной нами траектории.

Противоречие. Такое положение невозможно. Что и требовалось доказать.

3.3 Динамическое моделирование в программном комплексе «Универсальный механизм»

Обратная задача кинематики для избыточного манипулятора решается с помощью УМ. Между траекторией, сгенерированной по построенному алгоритму, и сочленениями манипулятора назначается контактная сила (контакт точка-кривая), которая во время движения удерживает все звенья на

траектории. Данный тип контактного взаимодействия реализует скольжение с небольшим отклонением точки первого тела по пространственной кривой, фиксированной по отношению ко второму телу. При контактном

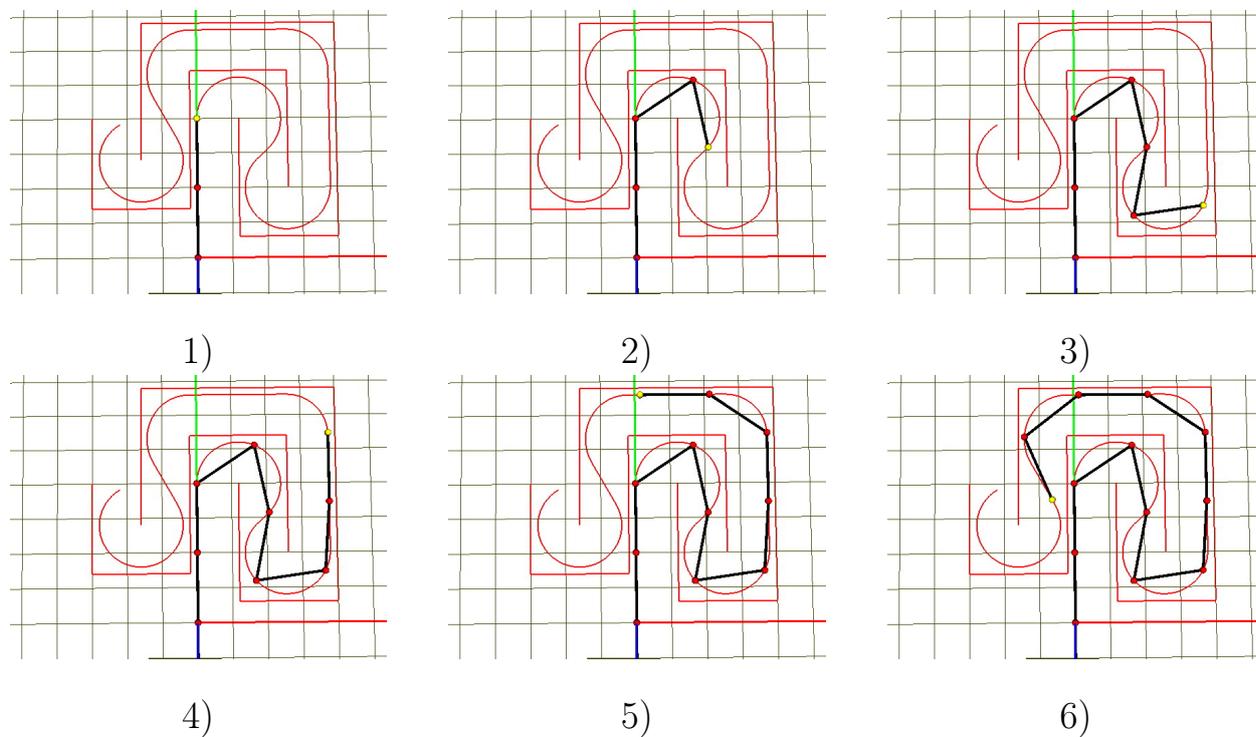


Рис. 3.6: Раскадровка движения 17-звенного манипулятора в тоннеле в УМ.

взаимодействии точки с кривой вне особых точек возникают две силы: нормальная сила \mathbf{N} , перпендикулярная кривой, и сила трения \mathbf{F} , направленная по касательной к кривой. Вектор нормальной силы, действующей на контактную точку, рассчитывается по формуле:

$$N = -c\Delta r - \nu\Delta\dot{r},$$

где Δr – вектор минимального отклонения точки от кривой, то есть вектор, направленный вдоль прямой минимального расстояния от контактной точки до кривой; c и ν – линейной контактной жесткости и диссипации.

Сила трения реализована в двух режимах: скольжение и сцепление. Модель силы трения аналогична описанной в контактном взаимодействии

сфера-сфера. Таким образом, в пакетах Wolfram Mathematica и UM реализован алгоритм синтеза траекторий движения многозвенного манипулятора в декартовом пространстве при наличии препятствий и ограничений в виде тоннеля и далее нахождения траекторий движения в пространстве обобщенных координат, который может быть использован на реальном роботе.

На рисунке 3.6 приводится раскадровка одного из экспериментов в UM для движения в тоннеле по траектории, описанной выше, графики углов, угловых скоростей и ускорений, а также управляющих моментов от времени для манипулятора состоящего из 17 звеньев равной длины. Из графиков видно что движение в сочленениях происходит без скачков по положению и скорости, однако присутствуют скачки в угловых ускорениях, что обусловлено скачками ускорений при переходе концов звеньев манипулятора с прямолинейных участков траектории на участки, представляющие собой дуги окружностей (появляется центробежное ускорение). Эти же скачки объясняют скачки моментов, возникающих в сочленениях для реализации заданной траектории. При весе звена в 1.5 кг и длине в 1 м моменты, необходимые для реализации заданного движения не превышают 60 кг/м. При масштабировании полученных в UM данных получилось, что манипулятор, состоящий из 7 звеньев длиной 0.1 м и весом в 0.15 кг должен быть оснащен приводами, развивающими момент не превышающий 45 кг/см.

3.4 Выводы

Поставленные численные эксперименты в UM показали работоспособность предложенного алгоритма построения траекторий в тоннеле. Для натуральных экспериментов был создан лабораторный макет робота, который изоб-

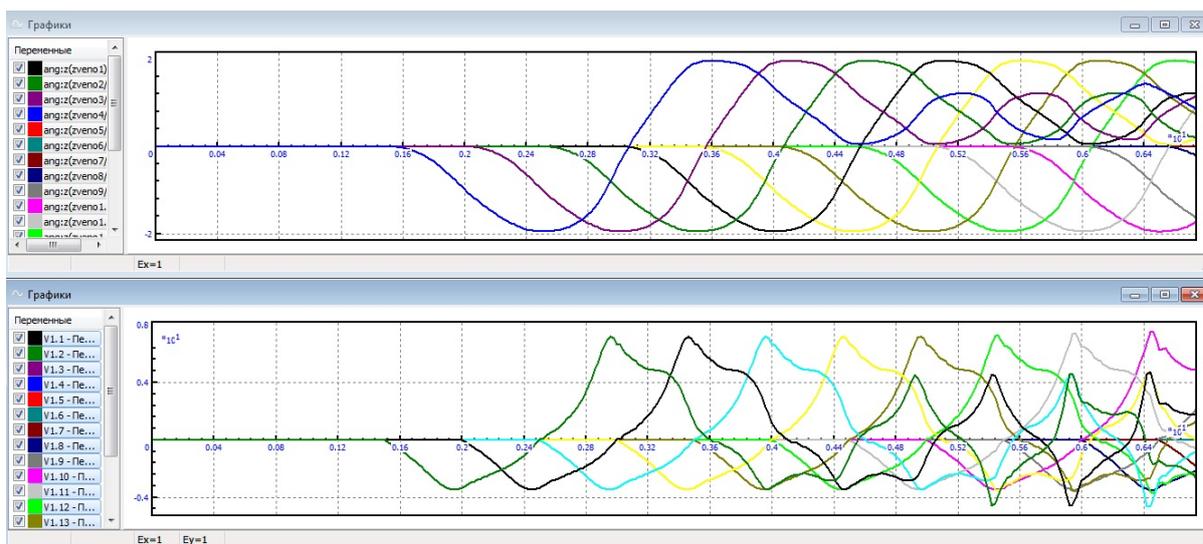


Рис. 3.7: Графики зависимости углов и угловых скоростей в сочленениях от времени..

ражен на рисунке 3.5.

На основе проведенных исследований и обобщений в диссертации получены следующие научные и практические результаты:

- Построен алгоритм планирования траекторий для гиперизбыточного манипулятора в стесненной среде.
- Разработана программа для генерации траекторий в тоннеле, а также метод численного решения обратной задачи кинематики для отработки полученных траекторий «плоским» манипулятором с произвольным количеством звеньев в пакете «Универсальный механизм».
- Доказана корректность данного алгоритма для тоннелей с ограничениями.

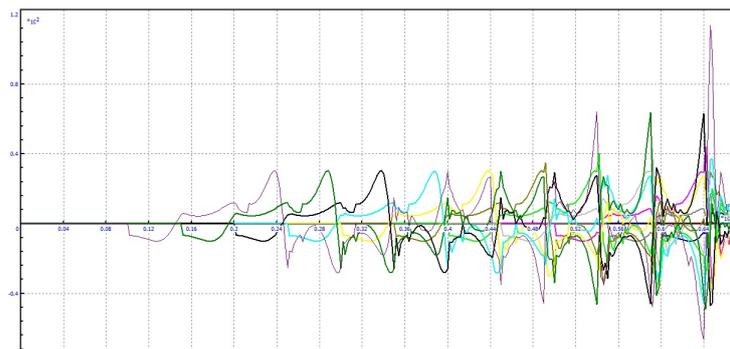


Рис. 3.8: График зависимости угловых ускорений в сочленениях от времени.

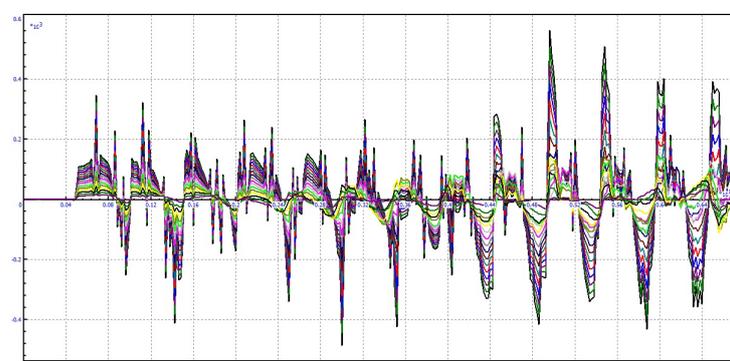


Рис. 3.9: График управляющих моментов от времени.

Основные выводы и результаты

1. Построены математические и динамические модели манипуляторов, отвечающие целям поставленных задач.
2. Исследованы задачи планирования траекторий движения.
 - В задаче взаимодействия манипулятора РМ-01 с вязко-упругой средой построен алгоритм планирования прямолинейного движения в декартовом пространстве. Построена зависимость между количеством узловых точек траектории и силовой ошибкой контактного взаимодействия.

- Исследована задача планирования траекторий движения в плоскости для двух SCARA-подобных манипуляторов при наличии геометрических связей между схватами роботов. Получены кинематические уравнения, связывающие траектории движения в системе отсчета рабочего пространства с траекториями движения в системах координат, связанных с основаниями роботов. На основе данных уравнений построен алгоритм планирования траекторий движения. Численным экспериментом обоснована корректность предложенного алгоритма, а также возможность его распространения на любое количество роботов, одновременно оперирующих одним предметом.
- Построен алгоритм планирования траекторий для гиперизбыточного манипулятора в стесненной среде. Разработана программа для генерации траекторий в тоннеле, а также метод численного решения обратной задачи кинематики для отработки полученных траекторий «плоским» манипулятором с произвольным количеством звеньев в пакете «Универсальный механизм». Доказана корректность данного алгоритма для тоннелей с ограничениями.

3. Синтезированы следующие модели систем управления:

- Позиционного и комбинированного позиционно-силового управления с обратной связью для работы робота с податливой средой. Проведен сравнительный анализ такого управления с классическим позиционным управлением. Модель блока управления разработана в пакете Matlab Simulink что позволяет использо-

вать его как для механической компьютерной модели (например в пакете UM), так и для управления реальным роботом. Исследовано силовое управление инструментом манипулятора на предмет максимально быстрого не осциллирующего отклика системы. Численным экспериментом найдены коэффициенты усиления для силового управления.

- Позиционного управления с обратной связью для работы робота со SCARA-подобной кинематикой. Спроектирован и собран макет дешевого робота ManGo с использованием пневмоприводов, обеспечивающий высокие скорости работы и большие усилия, для натуральных экспериментов.
- Позиционного управления избыточного манипулятора, которое было реализовано и успешно опробовано на макете робота SnakeMan с использованием сервоприводов для натуральных экспериментов.

Список литературы

1. *Зенкевич С.Л., Ющенко А.С.* Основы управления манипуляционными роботами: Учебник для вузов. – 2-е изд., исправ. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.: ил.
2. *Андре П., Кофман Ж-М., Лот Ф., Тайар Ж-П.* Конструирование роботов Текст. М.: Мир, 1986. - 182 с.
3. *Артоблевский И.И.* Теория механизмов и машин Текст. . М.: Наука, 1975.-480 с.

4. *Артоболевский. И.И.* Механизмы в современной технике. Справочное пособие для инженеров, конструкторов, изобретателей Текст. : 7 т. М.: Наука, 1979.
5. *Белянин П.Н.* Кинематические схемы, системы и элементы промышленных роботов. Текст. М.: Машиностроение , 1992. - 85 с.
6. *Белянин П.Н.* Робототехнические системы для машиностроения. Текст. М.: Машиностроение , 1986. 124 с.
7. *Белянин П.Н.* Состояние и развитие техники роботов. Текст. // Проблемы машиностроения и надежность машин. РАН. 2000. - № 2. - С. 85 - 96.
8. *Бурдаков С.Ф.* Элементы теории роботов. Текст. / механика и управление : учебное пособие . Л.: изд. ЛПИ, Ленинград, 1985. - 46 с.
9. *Бурдаков С.Ф., Дьяченко В.Л., Тимофеев А.Н.* Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. Текст. . М.: Высш. шк., 1986. - 89 с.
10. *Великович В.Б., Жаппаров Н.Ш., Кагановский И.П.* Робототехника в России. Текст. . М.:, 1992. - 120 с.
11. *Волков А.Н., Гончаров Б.Н., Дьяченко В.А., Клюкин В.Ю.* Целевые механизмы автоматов. Текст. : учебн. пособие . Л.: Л ПИ., 1988. — 56 с.
12. *Воробьев Е.И. Диментберг Ф.М.* Пространственные шарнирные механизмы. Текст. М.: Наука, главная редакция физ.-мат. литературы, 1991. - 264 с.

13. *Вульфсон И.И.* Колебания машин с механизмами циклового действия. Текст. . Л.: Машиностроение, 1990 . -243 с.
14. *Галиуллин А. С.* Методы решения обратных задач динамики. Текст. М.: Наука, 1986.-310 с.
15. *Динамика* машин и управление машинами. Текст. / Под ред. Г. В. Крейн-нина. М.: Машиностроение, 1988.-211 с.
16. *Динамика* и управления роботами. Текст. / Под ред. Е.И. Юревича. М.: Наука, 1984. - 167 с.
17. *Довбня Н.М., Кондратьев А.Н., Юревич Е.И.* Роботизированные технологические комплексы в ГПС. Л.: Машиностроение, 1990. - 130 с.
18. *Иванов А.А.* Гибкие производственные системы в приборостроении. М.: Машиностроение, 1988. - 95 с.
19. *ГОСТ 25686-85* Манипуляторы, автооператоры и промышленные роботы. Термины и определения. Текст. Введ. 1986 - 01 - 01. - М.:, 1986 . - 43 с.
20. *Белоусов И.Р., Богуславский А.А., Емельянов С.Н., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Сазонов В.В., Соколов С.М.* "Взаимодействие робота-манипулятора с подвижными объектами Препринты ИПМ, 1999, 006.
21. *Белоусов И. Р.* "Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов Препринты ИПМ, 2002, 045.
22. *Попов Е. П., Верещагин А. Ф., Зенкевич С. Л.* Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. - М.: Наука, 1978. - 400 с.

23. *Denavit J. and Hartenberg R.S.* «A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices», *Journal of Applied Mechanics*, pp. 215–221, June 1955.
24. *Lenarčič J.* «Kinematics», in *The International Encyclopedia of Robotics*, R. Dorf and S. Nof, Editors, John C. Wiley and Sons, New York, 1988.
25. *Colson J. and Pereira N.D.* «Kinematic Arrangements Used in Industrial Robots», *13th Industrial Robots Conference Proceedings*, April 1983.
26. *Turner T., Craig J., and Gruver W.* «A Microprocessor Architecture for Advanced Robot Control», *14th ISIR*, Stockholm, Sweden, October 1984.
27. *Schiehlen W.* «Computer Generation of Equations of Motion», in *Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical Systems Dynamics*, E.J. Haug, Editor, Springer-Verlag, Berlin New York, 1984.
28. *Roth B., Rastegar J., and Scheinman V.* «On the Design of Computer Controlled Manipulators», *On the Theory and Practice of Robots and Manipulators*, Vol. 1, First CISM-IFTOMM Symposium, September 1973.
29. *Roth B.* «Performance Evaluation of Manipulators from a Kinematic Viewpoint», *Performance Evaluation of Manipulators*, National Bureau of Standards, special publication, 1975.
30. *Pieper D. and Roth B.* «The Kinematics of Manipulators Under Computer Control», *Proceedings of the Second International Congress on Theory of Machines and Mechanisms*, Vol. 2, Zakopane, Poland, 1969, pp. 159–169.

31. *Pieper D.* «The Kinematics of Manipulators Under Computer Control», Unpublished Ph.D. Thesis, Stanford University, 1968.
32. *Paul R.P., Shimano B., and Mayer G.* «Kinematic Control Equations for Simple Manipulators», IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, 1981.
33. *Lee C.S.G. and Ziegler M.* «Geometric Approach in Solving Inverse Kinematics of PUMA Robots», IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-20, No. 6, November 1984.
34. *Khatib O.* «Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots», The International Journal of Robotics Research, Vol. 5, No. 1, Spring 1986.
35. *Mason M.* «Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators», M.S. Thesis, MIT AI Laboratory, May 1978.
36. *Craig J. and Raibert M.* «A Systematic Method for Hybrid Position/Force Control of a Manipulator», Proceedings of the 1979 IEEE Computer Software Applications Conference, Chicago, November 1979.
37. *Raibert M. and Craig J.* «Hybrid Position/Force Control of Manipulators», ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1981.
38. *Lozano-Perez T., Mason M., and Taylor R.* «Automatic Synthesis of Fine-Motion Strategies for Robots», 1st International
39. *Khatib O.* «A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators: The Operational Space Formulation», IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. RA-3, No. 1, 1987.

40. *Whitney D.* «Force Feedback Control of Manipulator Fine Motions», Proceedings Joint Automatic Control Conference, San Francisco, 1976.
41. *Eppinger S. and Seering W.* «Understanding Bandwidth Limitations in Robot Force Control», Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, 1987.
42. *Townsend W. and Salisbury J.K.* «The Effect of Coulomb Friction and Stiction on Force Control», Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, 1987.
43. *Hogan N.* «Stable Execution of Contact Tasks Using Impedance Control», Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, 1987.
44. *Hogan N. and Colgate E.* «Stability Problems in Contact Tasks», in The Robotics Review, O. Khatib, J. Craig, and T. Lozano-Perez, Editors, MIT Press, Cambridge, MA, 1988.
45. *Salisbury J.K.* «Active Stiffness Control of a Manipulator in Cartesian Coordinates», 19th IEEE Conference on Decision and Control, December 1980.
46. *Salisbury J.K. and Craig J.* «Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues», International Journal of Robotics Research, Vol. 1, No. 1.
47. *Drake S.* «Using Compliance in Lieu of Sensory Feedback for Automatic Assembly», Ph.D. Thesis, Mechanical Engineering Department, MIT, September 1997.

48. *Featherstone R., Thiebaut S.S., and Khatib O.* «A General Contact Model for Dynamically-Decoupled Force/Motion Control», Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Detroit, 1999.
49. *Фу К., Гонсалес Р., Лу К.* Робототехника. М.: Мир, 1989. – 624 с., ил.
50. *Armstrong B., Khatib O., Burdick J.* The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm // Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. Proceedings. 1986. Vol. 3. P. 510 – 518.
51. *Юревич Е.И.* Основы робототехники. – 2-изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.: ил.
52. *Журавлев В.В.* Система позиционно силового управления для механотерапии // Кандидатская диссертация. Специальности 05.02.05, 05.11.17. 2011. МГИУ.
53. *Погорелов Д.Ю.* О численных методах моделирования движения систем твердых тел. Журнал вычислительной математики и математической физики., № 4, 501-506, 1995.
54. *Электронный ресурс* Universal Mechanism <http://umlab.ru/>
55. *Электронный ресурс* MatLab <http://www.mathworks.com/>
56. *Филаретов В.Ф., Зуев А.В.* Позиционно-силовое управление электроприводом манипулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. №9. С. 20-24.
57. *Golovin V.F., Grib A.N.* Mechatronic system for manual therapy and massage. // Proc. of 8-th Mehatronics Forum International Conference, University of Twente. – Netherlands. – 2002.

58. *Razumov A. [et al.] Adaptive force module for medical robots // IARP: Proceedings of The Workshop on Adaptive and Intelligent robots: Present and Future. M., 2005. P. 70-82.*
59. *Vukobratovic M. How to control interacting with dynamic environment // Journal of Intelligent and Robotic System. 1997. №19. P. 119-152.*
60. *Vukobratovic M., Surdilovic. Control of robotic systems in contact tasks: an overview // Известия Академии Наук. Теория и системы управления. 1997. №5. С. 173-192.*
61. *Ge S.S., Lee T.H., and Harris C.J. Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators. London, U.K.: World Scientific, 1998.*
62. *Ding H. and Wang J. "Recurrent neural networks for minimum infinity-norm kinematic control of redundant manipulators," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 29, pp. 269–276, May 1999.*
63. *Xia Y. and Wang J. "A dual neural network for kinematic control of redundant robot manipulators," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 31, pp. 147–154, Feb. 2001.*
64. *Zhang Y., Wang J., and Xu Y. "A dual neural network for bi-criteria kinematic control of redundant manipulators," IEEE Trans. Robotics Automat., vol. 18, pp. 923–931, Dec. 2002.*
65. *Seraji H., Long M. K., and Lee T.S. "Motion control of 7-DOF arms: The configuration control approach," IEEE Trans. Robotics Automat., vol. 9, pp. 125–139, Apr. 1993.*

66. *Nair D. and Aggarwal J.K.* “Moving obstacle detection from a navigating robot,” *IEEE Trans. Robotics Automat.*, vol. 14, pp. 404–416, June 1998.
67. *Boddy C.L. and Taylor J.D.* “Whole-arm reactive collision avoidance control of kinematically redundant manipulators,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automat.*, vol. 3, 1993, pp. 382–387.
68. *Zghal H., Dubey R.V., and Euler J.A.* “Collision avoidance of a multiple degree of redundancy manipulator operating through a window,” *J. Dyn. Syst., Meas., Contr.*, vol. 114, pp. 7171–7211, 1992.
69. *Lozano-Perez T.* «Spatial Planning: A Configuration Space Approach», AI Memo 605, MIT Artificial Intelligence Laboratory, Cambridge, MA, 1980.
70. *Lozano-Perez T.* «A Simple Motion Planning Algorithm for General Robot Manipulators», *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 3, June 1987.
71. *Brooks R.* «Solving the Find-Path Problem by Good Representation of Free Space», *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-13:190-197,1983.
72. *Kavraki L., Svestka P., Latombe J.C., and Overmars M.* «Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High-Dimensional Configuration Spaces», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(4): 566–580, 1996.
73. *Barraquand J., Kavraki L., Latombe J.C., Li T.Y., Motwani R., and Raghavan P.* «A Random Sampling Scheme for Path Planning», *International Journal of Robotics Research*, 16(6): 759–774, 1997.

74. *Khatib O.* «Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots», *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 1, Spring 1986.
75. *Chirikjian G.S., Burdick J.W.* A Geometric Approach to Hyper-Redundant Manipulator Obstacle Avoidance. *Journal of Mechanical Design - J MECH DESIGN* , vol. 114, no. 4, 1992.

Приложение 1

```
1  (*Функции p_x и p_y задают плоское движение тела*)
2
   function p_x ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
4  var
   _ : _ManGoVarPtr;
6  begin
   _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
8   Result := -0.375 + (-0.17 + 0.0444*t*t - 0.00592*t*t*t);
   end;
10 function p_y ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
   var
12  _ : _ManGoVarPtr;
   begin
14  _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
   Result := 0.375 + (-0.2 + 0.0444*t*t - 0.00592*t*t*t);
16 end;

18 (*Функции theta_1 и theta_2 вычисляют траектории движения сочленений манипулятора*)

20 function theta1 ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
   var s2, c2 : real;
22 var
   _ : _ManGoVarPtr;
24 begin
   _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
26  c2 := (p_x(_isubs, _t)*p_x(_isubs, _t) +
   p_y(_isubs, _t)*p_y(_isubs, _t))/(2*_l*_l) - 1;
28  s2 := _.mode*Sqrt(1-c2*c2);
   Result := ArcTan2(p_y(_isubs, _t),p_x(_isubs, _t)) - ArcTan2(s2,(1+c2));
30 end;
```

```

function theta2 ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
32 var s2, c2 : real;
    var
34     _ : _ManGoVarPtr;
    begin
36     _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
        c2 := (p_x(_isubs, _t)*p_x(_isubs, _t) +
38     p_y(_isubs, _t)*p_y(_isubs, _t))/(2*_l*_l) - 1;
        s2 := _.mode*Sqrt(1-c2*c2);
40     Result := ArcTan2(s2,c2);
    end;
42
    (*Функции q_1 и q_2 вычисляют траектории движения штоков цилиндров*)
44
function q_1 ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
46 var
    _ : _ManGoVarPtr;
48 begin
    _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
50     Result := _.mode1*(Sqrt(_.a*_a + _.b*_b +
        2*_a*_b*Cos(theta1(_isubs, _t)))) - 0.25);
52 end;
function q_2 ( _isubs : integer; _t : real) : real_;
54 var
    _ : _ManGoVarPtr;
56 begin
    _ := _PzAll[SubIndx[_isubs]];
58     Result := _.mode2*Sqrt(_.m*_m + _.n*_n +
        2*_m*_n*Cos(theta2(_isubs, _t)))) - 0.25;
60 end;

```

Приложение 2

```
1  n = 9;
2  l = 0.1;
   h = 0.002;
4  Subscript[x, 1] = 0.08; Subscript[y, 1] = 0;
   Subscript[x, 2] = 0.08; Subscript[y, 2] = 0.14;
6  Subscript[x, 3] = 0.16; Subscript[y, 3] = 0;
   Subscript[x, 4] = 0.16; Subscript[y, 4] = 0.22;
8  Subscript[x, 5] = 0; Subscript[y, 5] = 0.22;
   Subscript[x, 6] = -0.08; Subscript[y, 6] = 0.08;
10 Subscript[r, 1] = 1/2 + 0.001;
   For[i = 2, i <= n, i++,
12   Subscript[r, i] =
       Subscript[r, 1] + (i - 1) h;(*Print[Subscript[r, i]]*)]
14 Realize[arr_] :=
   Module[{arr2, i},
16   For[arr2 = {}; i = 1, i <= Length[arr], i++,
       If[Element[arr[[i]], Reals] == True,
18     arr2 = Append[arr2, arr[[i]]]; Return[arr2]];
   For[i = 1, i <= n, i++,
20   For[j = 1, j <= 5, j++,
       Subscript[Subscript[sol, i], j] =
22     NSolve[{(X1 - Subscript[x, j]) (X2 - Subscript[x, j]) + (Y1 -
           Subscript[y, j]) (Y2 - Subscript[y, j]) ==
24     Subscript[r,
           i]^2, (X1 - Subscript[x, j + 1]) (X2 - Subscript[x,
26     j + 1]) + (Y1 - Subscript[y, j + 1]) (Y2 - Subscript[y,
           j + 1]) == Subscript[r, i]^2,
28     (X1 - Subscript[x, j])^2 + (Y1 - Subscript[y, j])^2 ==
           Subscript[r,
30     i]^2, (X2 - Subscript[x, j + 1])^2 + (Y2 - Subscript[y,
```

```

        j + 1))^2 == Subscript[r, i]^2},
32     {X1, Y1, X2, Y2}];
    Subscript[Subscript[m, i],
34     j] = {X1, Y1, X2, Y2} /. Subscript[Subscript[sol, i], j] //
        Realize;(*Print[Subscript[Subscript[m, i], j]]*)]
36 For[i = 1, i <= n, i++,
    Subscript[pr1, i] =
38     Graphics[
        Line[{{Subscript[Subscript[m, i], 1][[1, 1]],
40         Subscript[Subscript[m, i], 1][[1, 2]], {Subscript[Subscript[m,
            i], 1][[1, 3]], Subscript[Subscript[m, i], 1][[1, 4]]}}]];
42
    Subscript[phi11,
44     i] = -ArcCos[(Subscript[Subscript[m, i], 2][[4, 1]] - Subscript[x,
        2])/Subscript[r, i]];
46 Subscript[phi12, i] = Pi;
    Subscript[duga1, i] =
48     Graphics[
        Circle[{Subscript[x, 2], Subscript[y, 2]}, Subscript[r,
50     i], {Subscript[phi11, i], Subscript[phi12, i]}}];

52 Subscript[pr2, i] =
    Graphics[
54     Line[{{Subscript[Subscript[m, i], 2][[4, 1]],
        Subscript[Subscript[m, i], 2][[4, 2]], {Subscript[Subscript[m,
56     i], 2][[4, 3]], Subscript[Subscript[m, i], 2][[4, 4]]}}]];

58 Subscript[phi21, i] =
    ArcCos[(Subscript[Subscript[m, i], 2][[4, 3]] - Subscript[x, 3])/
60     Subscript[r, i]];
    Subscript[phi22, i] = 2 Pi;
62 Subscript[duga2, i] =

```

```

Graphics[
64   Circle[{Subscript[x, 3], Subscript[y, 3]}, Subscript[r,
      i], {Subscript[phi21, i], Subscript[phi22, i]}}];
66
Subscript[pr3, i] =
68   Graphics[
      Line[{{Subscript[Subscript[m, i], 3][[3, 1]],
70       Subscript[Subscript[m, i], 3][[3, 2]]}, {Subscript[Subscript[m,
          i], 3][[3, 3]], Subscript[Subscript[m, i], 3][[3, 4]]}}]];
72
Subscript[phi31, i] = 0;
74   Subscript[phi32, i] = Pi/2;
Subscript[duga3, i] =
76   Graphics[
      Circle[{Subscript[x, 4], Subscript[y, 4]}, Subscript[r,
78       i], {Subscript[phi31, i], Subscript[phi32, i]}}];

80   Subscript[pr4, i] =
      Graphics[
82     Line[{{Subscript[x, 4],
          Subscript[y, 4] + Subscript[r, i]}, {Subscript[x, 5],
84     Subscript[y, 5] + Subscript[r, i]}}]];

86   Subscript[phi41, i] = Pi/2;
Subscript[phi42, i] =
88     2 Pi - ArcCos[(Subscript[Subscript[m, i], 5][[4, 1]] - Subscript[x,
          5])/Subscript[r, i]];
90   Subscript[duga4, i] =
      Graphics[
92     Circle[{Subscript[x, 5], Subscript[y, 5]}, Subscript[r,
          i], {Subscript[phi41, i], Subscript[phi42, i]}}];
94

```

```

Subscript[pr5, i] =
96   Graphics[
      Line[{{Subscript[Subscript[m, i], 5][[4, 1]],
98     Subscript[Subscript[m, i], 5][[4, 2]], {Subscript[Subscript[m,
      i], 5][[4, 3]], Subscript[Subscript[m, i], 5][[4, 4]]}}]];
100
Subscript[phi51, i] = 3 Pi/4;
102 Subscript[phi52, i] =
      2 Pi + ArcCos[(Subscript[Subscript[m, i], 5][[4, 3]] - Subscript[x,
104     6])/Subscript[r, i]];
Subscript[duga5, i] =
106   Graphics[
      Circle[{Subscript[x, 6], Subscript[y, 6]}, Subscript[r,
108     i], {Subscript[phi51, i], Subscript[phi52, i]}}];

110 Subscript[track, i] =
      Show[Subscript[pr1, i], Subscript[duga1, i], Subscript[pr2, i],
112     Subscript[duga2, i], Subscript[pr3, i], Subscript[duga3, i],
      Subscript[pr4, i], Subscript[duga4, i], Subscript[pr5, i],
114     Subscript[duga5, i], AxesOrigin -> {0, 0}, Axes -> True];

116 STr1 := Graphics[Line[{{-0.16, 0}, {-0.16, 0.16}}]]
      STr2 := Graphics[Line[{{-0.16, 0}, {0, 0}}]]
118 STr3 := Graphics[Line[{{0, 0}, {0, 0.22}}]]
      STr4 := Graphics[Line[{{0, 0.22}, {0.16, 0.22}}]]
120 STr5 := Graphics[Line[{{0.16, 0.22}, {0.16, 0}}]]
      ST11 := Graphics[Line[{{0.08, 0.14}, {0.08, -0.08}}]]
122 ST12 := Graphics[Line[{{0.08, -0.08}, {0.24, -0.08}}]]
      ST13 := Graphics[Line[{{0.24, -0.08}, {0.24, 0.3}}]]
124 ST14 := Graphics[Line[{{0.24, 0.3}, {-0.08, 0.3}}]]
      ST15 := Graphics[Line[{{-0.08, 0.3}, {-0.08, 0.08}}]]
126 truba := Show[STr1, STr2, STr3, STr4, STr5, ST11, ST12, ST13, ST14, ST15,

```

```
AxesOrigin -> {0, 0}, Axes -> True]
```