

На правах рукописи

ЗАРАМЕНСКИХ Ирина Евгеньевна

ПРИМЕНЕНИЕ ОДНООСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ  
ЗАДАННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ФОРМАЦИИ  
СПУТНИКОВ

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена в Институте прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Овчинников Михаил Юрьевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Голубев Юрий Филиппович

доктор технических наук,  
доцент  
Меркурьев Игорь Владимирович

Ведущая организация: Московский Авиационный Институт  
(государственный технический университет)

Защита состоится «20» октября 2009 г. в 11 часов на заседании  
Диссертационного совета Д 002.024.01 при Институте прикладной математики  
им.М.В.Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной  
математики им.М.В.Келдыша РАН.

Автореферат разослан

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук

Т.А.Полилова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Объект исследования и актуальность темы

Объектом исследования в диссертационной работе является механическая система, состоящая из спутников, находящихся на относительно малом расстоянии друг от друга по сравнению с расстоянием до притягивающего центра и предназначенных для решения общих задач, требующих взаимной координации. Способность к совместной работе спутников определяется возможностью определения относительного положения каждого объекта системы и возможностью управления их относительным положением. Для обозначения такой системы спутников в англоязычной литературе используется термин «*Formation Flying*», в русскоязычной - спутниковая группировка, формация или группа спутников.

Импульсом к созданию формаций спутников послужило появление миниатюрных спутников, вывод на орбиту которых может быть осуществлен одним носителем. В этом случае резко снижается стоимость миссии и время ее подготовки из-за использования унифицированных спутников, входящих в состав формации. Группировка спутников представляет собой более гибкую систему, чем одиночный спутник, так как при выходе из строя, спутник в составе группировки можно достаточно быстро заменить, при этом возможно, чтобы группировка продолжала выполнять задачи, возложенные на нее, в отличие от одиночного спутника. Благодаря этому же свойству, формация спутников проще подвергается модернизации. При использовании свойства реконфигурации группировка спутников может быть в рамках одной миссии применена для решения нескольких задач.

Важным достоинством формации, недоступным для одиночного спутника, является возможность *одновременного* проведения наблюдений, измерений, других экспериментов в различных точках пространства при заданном и контролируемом взаимном положении спутников. Это свойство особенно важно для метеорологии, задач изучения ионосферы, магнитосферы Земли, гравитационного поля или, к примеру, получения стереоизображений рельефа местности, а также снимков поверхности с большим разрешением, чем в случае использования одиночного спутника, когда разрешение снимка определяется максимальными поперечными размерами аппарата.

При использовании формации спутников необходимо обеспечить, во-первых, ее создание в начальный момент времени, во-вторых, необходимо уметь поддерживать ее, так как под действием возмущающих факторов орбиты отдельных спутников могут изменяться по-разному, что приведет к разрушению формации, в-третьих, нужно уметь реконфигурировать формацию. Использование в составе формаций малых спутников с ограниченной энергетикой порождает ограничения на допустимое управление их относительным движением.

В диссертационной работе решается задача поддержания формации спутников *при наличии ограничений на возможную ориентацию вектора тяги управляющего двигателя*. Рассматривается система, состоящая из двух спутников: главного (пассивного) и дочернего (управляемого). Разработанные методы можно распространить на систему, состоящую из большего количества управляемых спутников, а также на систему, содержащую виртуальный главный спутник вместо реального.

Технологии создания новых поколений ракетно-космической, авиационной и морской техники относятся к перечню *критических* технологий Российской Федерации.

### **Цель диссертационной работы**

Основной целью диссертационной работы является демонстрация возможности использования системы, обладающей упрощенной конструкцией исполнительных органов, для управления относительным положением спутников. На базе одноосной системы управления решаются задачи поддержания ограниченных относительных движений, а также задачи построения наперед заданных относительных траекторий.

### **Научная новизна работы**

Постановки задач в работах, связанных с построением управления для поддержания формации, обычно не содержат ограничений на исполнительные органы или дополнительных требований к управлению, за исключением, возможно, случаев, когда каким-либо образом минимизируется затрачиваемое топливо. Большая часть алгоритмов управления относительным положением спутника содержит предположение о том, что в нужные моменты времени двигатели на спутнике (либо сам спутник) можно ориентировать в наиболее выгодном направлении с целью подачи управляющего импульса, и задача управления ориентацией спутника в пространстве не рассматривается, а дополнительные затраты топлива на управление ориентацией не учитываются.

В диссертационной работе предлагается разделить каналы управления ориентацией спутника и управления его поступательным движением таким образом, чтобы ориентацию спутника, а значит и ориентацию вектора тяги двигателя в каждый момент времени считать известной и дополнительно не изменять, а управление относительным движением производить, регулируя величину управляющего ускорения вдоль известного вектора направления. Будем называть такое управление *одноосным*. В силу специфики одноосного управления для построения управления потребовалось разработать методику вычисления необходимой величины тяги.

Научная новизна диссертационной работы состоит:

- в использовании для поддержания относительного положения одноосного управления;

- в методе построения управления для устранения вековых уходов в относительном движении, возникающих из-за влияния возмущений.

### **Практическая и теоретическая ценность**

Разработанные в диссертации методы устранения относительных вековых уходов в формации спутников применимы для различных типов одноосного управления и достаточно произвольных возмущений.

Практическая ценность выполненной работы состоит в возможности применения системы управления и разработанных методов к микроаппаратам, использующим элементную базу минимального состава.

Результаты использовались при выполнении Федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007 - 2012 годы" в рамках государственного контракта с Роснаукой.

### **Результаты и положения, выносимые на защиту**

1. Для спутников с ограниченным ресурсом управления разработана и исследована схема реализации группового полета, позволяющая "развязать" каналы управления вращательным и поступательным движением дочернего спутника и использовать одноосную систему управления для обеспечения его заданного положения относительно главного спутника.
2. Построено непрерывное одноосное управление, реализующее траекторию, которая аппроксимирует заданную относительную траекторию дочернего спутника в модели линеаризованного относительного движения. Получен и обоснован способ коррекции начальных условий движения дочернего спутника для получения ограниченных траекторий в линеаризованной модели при помощи импульсного одноосного управления.
3. Разработана и апробирована методика компенсации относительных вековых уходов спутников под действием возмущений. Методика применена для компенсации влияния полярного сжатия Земли при помощи одноосного двигателя малой тяги, одноосного импульсного двигателей и модельного солнечного паруса. Показано, что при помощи одноосного управления удастся поддерживать заданные траектории относительного движения в формации спутников.

### **Апробация работы**

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях:

- 60th Congress IAF, Daejeon, Republic of Korea 12 - 16 October, 2009;

- V, VII Научно – практическая конференция «Микротехнологии в авиации и космонавтике» ФГУП РНИИ КИ, (Москва, 2007 г., 2009 г.);
- 7th IAA Symposium on Small Satellites for Earth Observation, Berlin, Germany, 4-8 May, 2009.
- совместный семинар кафедры прикладной математики МФТИ и сектора №4 отдела №5 ИПМ им.М.В.Келдыша РАН (Москва, 2009 г.);
- Семинар кафедры системного анализа и управления (МАИ, 2009 г.);
- Семинар им. В.А. Егорова по механике космического полета (МГУ, 2009 г.);
- научный семинар кафедры теоретической механики МФТИ (2009 г.);
- семинар «Динамика относительного движения» под руководством чл.-корр. РАН, проф. В.В. Белецкий, проф. Ю.Ф. Голубев, доц. К.Е. Якимова, доц. Е.В.Мелкумова (Москва, 2009 г.);
- научный семинар отдела № 5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (Москва, 2009 г.);
- XXXIII Академические чтения по космонавтике, секция «Прикладная небесная механика и управление движением» (Москва, 2009 г.);
- V International Workshop IAA «Constellation and Formation Flying», Evpatoria, Ukraina, July 2-4, 2008;
- 46-я, 47-я, 48-я, 49-я, 51-я конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» (Долгопрудный, 2003 г., 2004 г., 2005 г., 2006 г., 2008 г.);

Исследования по теме диссертации проводились в рамках работ по грантам РФФИ № 06-01-00389, № 07-01-92001, № 09-01-00431, НШ 2448.2006.1, НШ-1123.2008.1, гос. контрактов с Федеральным Агентством по науке и инновациям № 02.514.11.4068, № 02.514.11.4011, № 02.434.11.7061 и Аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (грант № 6827).

## **Публикации**

Основные результаты диссертационной работы изложены в 16 печатных работах, в том числе 3 – в изданиях из списка, рекомендованного ВАК РФ [1 – 3].

В работах с соавторами лично соискателем выполнено следующее: [1, 2, 4, 7, 8] – разработка модели относительного движения в формации, построение управления, проведение аналитических исследований и численного моделирования; [3, 5, 6] – разработка моделей относительного движения, разработка алгоритмов управления; [15, 16] – расчет параметров модели, проведение численного моделирования.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации без учета приложения составляет 157 страниц. Список литературы включает 108 наименований. В работе содержится 67 рисунков и 1 таблица.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, обозначены основные цели работы, дано описание структуры диссертации. Кроме общего введения ко всей работе каждая глава предваряется вводной частью к изложенному в ней материалу.

**В первой главе** вводится пояснение, что понимается под одноосными системами управления, формулируется постановка задачи. Основное внимание в первой главе уделено вспомогательным инструментам: способам описания относительного движения в формации спутников, обзору литературы, моделям внешней среды, используемым при анализе динамики относительного движения.

Управляющее ускорение для одноосного управления задается в виде

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \tilde{h}(t) \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{pmatrix},$$

где  $(e_1, e_2, e_3)$  - известный в каждый момент времени вектор направления, а  $\tilde{h}(t)$  - величина тяги, которую можно изменять.

Примером системы с одноосным управлением является спутник с пассивной магнитной системой ориентации, снабженный двигателями, расположенными вдоль оси ориентации. Известно, что при использовании такой системы ориентации спутник в каждый момент времени ориентируется практически вдоль вектора местной напряженности геомагнитного поля. Таким образом, при размещении двигателей на спутнике вдоль оси ориентации в каждый момент времени известно направление вектора тяги. Достоинством пассивной магнитной системы ориентации является то, что для обеспечения ориентации не требуется затрат энергии, что особо важно для малых спутников. В качестве модели геомагнитного поля для аналитических исследований используется модель прямого диполя<sup>1</sup>, но разработанные методы управления позволяют использовать и более сложные модели. Также системой с одноосным управлением можно считать спутник с модельным абсолютно черным парусом, тяга в этом случае пропорциональна эффективной площади паруса.

---

<sup>1</sup> Яновский Б.М. Земной магнетизм: учебное пособие. 4-е изд /под ред. В.В.Металловой.- Л., Изд-во Ленингр.ун-та, 1978. 592 с.

В третьем параграфе первой главы приведена постановка задачи, рассматриваемой в диссертационной работе. Пусть  $x(t)$  - вектор относительного фазового состояния системы, его изменение описывается следующим дифференциальным уравнением с заданным начальным условием:

$$\dot{x} = G(y(t), x(t), t) + B(y(t), x(t), t)\tilde{h}(t), \quad x(0) = x_0.$$

Здесь  $y(t)$  - вектор фазового состояния главного спутника (либо фиктивной точки),  $B(y(t), x(t), t)$  - вектор направления тяги в каждый момент времени.

Требуется найти такую скалярную функцию управления  $\tilde{h}(t)$ , зависящую от набора параметров  $Q$ , чтобы выполнялось соотношение

$$x[T, x_0, h(Q)] = \tilde{x},$$

где  $\tilde{x}$  - заданный вектор фазового состояния системы в момент времени  $T$ . Таким образом, требуется построить такое управление, чтобы в момент времени  $T$  привести фазовый вектор относительного состояния системы к заданному значению  $\tilde{x}$ , если в начальный момент времени он был равен  $x_0$ .

Следующие параграфы первой главы посвящены обзору литературы, связанной с объектом исследования. Обзор сделан по работам, относящимся к исследованию динамики относительного движения при учете различных возмущающих факторов, и работам, касающимся управления относительным движением в формации спутников. Описания космических проектов, связанных с темой диссертации, вынесены в Приложение 1.

Для построения управления необходимо уметь описывать относительное движение объектов. Четвертый параграф первой главы посвящен рассмотрению двух способов описания относительного движения. Первый – описание относительного движения дочернего спутника в орбитальной системе координат, начало которой связано с главным спутником. В этом случае переменными для описания фазового состояния дочернего спутника относительно главного являются его декартовы координаты и скорость. Известно<sup>2</sup>, что в отсутствие возмущений для близко расположенных спутников в формации описание относительного движения можно проводить с использованием линеаризованных уравнений относительного движения в центральном гравитационном поле в предположении круговой орбиты главного спутника и малости расстояния между спутниками по сравнению с их расстоянием до притягивающего центра. Для этих уравнений приведены известные решения, описывающие траектории относительного движения в виде конечных формул.

Второй способ описания – использование орбитальных элементов. В работе используется следующий набор переменных  $(\Omega, i, p, q, k, u)$ , где  $\Omega$  –

<sup>2</sup> Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous // Journal of Aerospace Science.- 1960.- Vol. 27, Sept.- p. 653 — 658.



долгота восходящего узла,  $p$  – параметр орбиты,  $i$  – наклонение орбиты,  $u$  – аргумент широты. Для исключения вырождения по эксцентриситету и направлению на перигей в случае движения на околокруговых орбитах используются переменные  $k = e \sin \omega$ ,  $q = e \cos \omega$ , где  $e$  – эксцентриситет, а  $\omega$  – аргумент перигея. Движение при помощи орбитальных элементов описывается уравнениями в оскулирующих элементах.

В параграфе описаны достоинства и недостатки описания относительного движения каждым из способов, приведены формулы перехода от описания движения в оскулирующих элементах к декартовым координатам и скоростям в орбитальной системе координат. Кроме того, приведены значения относительных орбитальных элементов дочернего спутника по отношению к главному, приводящие к эллиптическим или круговым траекториям относительного движения в линейном приближении.

Следующие параграфы в первой главе посвящены описанию основных возмущений, влияющих на формацию спутников, – нецентральность гравитационного поля, сопротивление атмосферы, световое давление. Кроме перечисленных возмущений в случае использования линеаризованных уравнений относительного движения к возмущениям необходимо отнести влияние линеаризации уравнений и эксцентricность орбиты главного спутника. Для высот орбит порядка 800 – 1500 км обычно основным возмущающим фактором в относительном движении является вторая гармоника разложения гравитационного потенциала. Обосновывается целесообразность рассмотрения влияния именно второй гармоники на относительное движение спутников в формации.

В заключительном параграфе первой главы проводится обзор литературы, связанной со способами управления формациями, показывающий, что в большей части работ, посвященных построению управления, авторы предполагают, что вектор тяги всегда можно направить в необходимом направлении.

В качестве основного результата первой главы выделим выбор способа описания относительного движения объектов, выбор инструмента для работы со способами описания, выбор основных возмущающих факторов, влияющих на формацию, а также выбор абсолютных и относительных орбит, на которых проводится моделирование. Основным типом одноосного управления выбрано управление вдоль вектора напряженности магнитного поля, одноосное управление при помощи модельного солнечного паруса применено для демонстрации методики в главе 3.

Материалы первой главы отражены в работах [1 - 6, 8, 12 - 16].

**Вторая глава** диссертации посвящена задачам формирования группировки и анализу динамики спутников в центральном ньютоновом поле.

В рамках приближения центральным ньютоновым полем решается задача применения одноосного импульсного управления для приведения системы из

состояния с одним фазовым вектором в начальный момент времени в состояние с заданным фазовым вектором в конечный момент времени. Из результатов исследования решений линеаризованных уравнений, приведенных в первой главе, известно, что относительные вековые уходы в приближении центрального гравитационного поля отсутствуют только при определенных относительных начальных скоростях и координатах, соответствующих равенству больших полуосей орбит обоих спутников.

Построение одноосного импульсного управления для устранения относительного векового ухода производится следующим образом: пусть  $x$  – это шестимерный вектор относительного фазового состояния дочернего спутника в орбитальной системе координат. Тогда уравнение движения спутника с учетом импульсного управления записываются в виде следующей системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение спутника без управления, и дополнительным уравнением, задающим “скачок” вектора фазового состояния спутника в моменты приложения импульсов

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t), \quad t \notin \{\tau_1, \dots, \tau_L\}$$

$$\Delta x = B(\tau_k)\tilde{h}_k, \quad t = \tau_k.$$

Здесь  $B_k = B(\tau_k)$  – вектор направления приложения импульса в момент времени  $\tau_k$ ,  $\tilde{h}_k$  – величина  $k$ -ого импульса,  $L$  – количество прикладываемых импульсов. Решением системы уравнений в каждый момент времени является функция  $x(t)$ , удовлетворяющая соотношению

$$\Phi^{-1}(t)x(t) - \Phi^{-1}(0)x(0) = \sum_{k=1}^L \Phi^{-1}(\tau_k)B_k\tilde{h}_k,$$

где  $\Phi(t)$  – фундаментальная матрица системы. Так как целью использования управления является приведение системы в момент времени  $T$  к заданному вектору фазового состояния, то величины управляющих импульсов следует вычислять из условия  $x(T) = \tilde{x}$ , решая систему алгебраических уравнений.

Метод построения одноосного импульсного управления для задачи устранения относительного векового ухода в предположении центрального гравитационного поля проиллюстрирован на примере орбит спутников с разными большими полуосями. В конечный момент времени система приводится либо к начальному фазовому вектору и управление требуется на каждом витке, либо система приводится к такому фазовому вектору, когда большие полуоси спутников становятся равными, в этом случае управление требуется только на одном витке обращения спутников вокруг Земли. В примерах варьируется количество импульсов, использованных для управления, а также моменты их включения. Результаты, полученные в рамках линеаризованной модели, обоснованы с точки зрения изменения оскулирующих элементов под действием управления. На рис.1 приведена траектория относительного движения без управления в случае различия в

величинах больших полуосей главного и дочернего спутников. Фазовый вектор относительного состояния в начальный момент времени равен  $\{0, 0, x_3, -2.1 \cdot \omega_0 x_3, 0, 0\}$ ,  $\omega_0$  - угловая скорость движения главного спутника по орбите, радиус орбиты главного спутника 7500 км, наклонение равно  $51.6^\circ$ , в начальный момент времени расстояние между спутниками выберем равным  $x_3(0) = 500$  м. На рис.2 показан результат применения шестиимпульсного управления для приведения системы в момент времени  $T$  к фазовому вектору, совпадающему с начальным. На рис.3 приведен график величин импульсов, необходимых для поддержания периодического движения. Управление требуется на каждом периоде обращения.

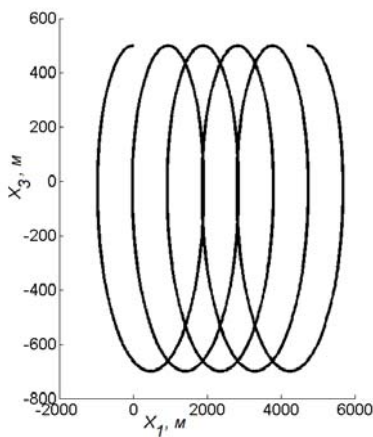


Рис.1. Траектория относительного движения на пяти витках без управления

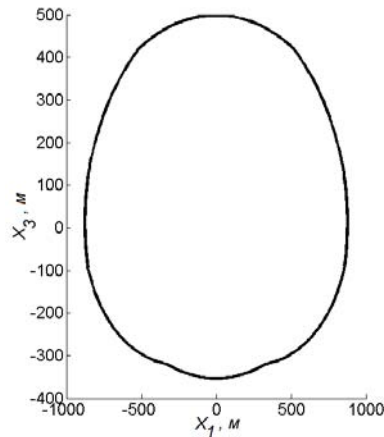


Рис.2. Траектория относительного движения на пяти витках при наличии управления на пяти витках

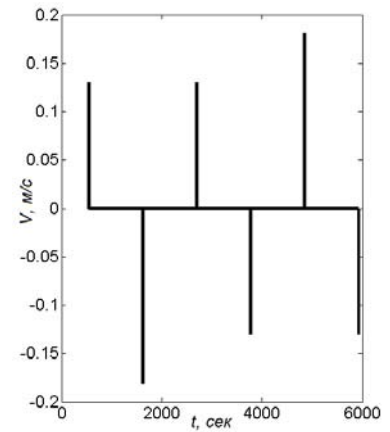


Рис.3. Управление для поддержания периодического движения

На рис.4 приведена траектория относительного движения при использовании управления для устранения разницы в значениях больших полуосей, в этом случае управление необходимо только на одном периоде обращения. Величины импульсов приведены на рис.5.

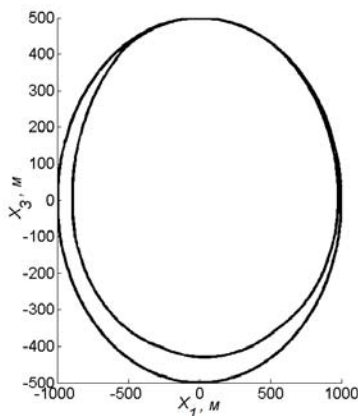


Рис. 4. Относительная траектория в плоскости орбиты при наличии шестиимпульсного управления. Управление на одном витке

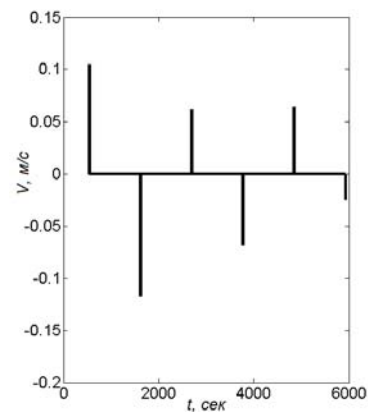


Рис. 5. Шестиимпульсное управление для изменения большой полуоси. Управление на одном витке

Таким образом, используя одноосное управление, устраняется вековой уход в приближении центрального ньютонового поля. Расход характеристической скорости на одном периоде обращения для первого примера равен 0.88 м/с, для второго примера 0.44 м/с.

Следующей задачей, решаемой в линейном приближении, является задача построения заданной траектории. В четвертом параграфе первой главы показано, что семейство периодических траекторий, получаемых в таком приближении, ограничено эллиптическими фигурами в плоскости орбиты, либо окружностями в иных плоскостях. Если требуется получить относительную траекторию, отличную от траектории из семейства решений невозмущенных уравнений, то необходимо применять управление.

Во втором параграфе второй главы изложен метод получения заданных траекторий, основанный на использовании линейно-квадратичного регулятора. Постановка задачи для построения управления с целью получения заданной траектории описывается следующим образом. Пусть фактическая траектория  $x(t)$  является решением линеаризованного уравнения с управлением

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)\tilde{h}, & t_0 \leq t \leq t_1, \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

и задана номинальная траектория  $\tilde{x}(t)$ . Требуется найти такую скалярную функцию управления  $\tilde{h}$ , чтобы минимизировать функционал

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \left[ (x - \tilde{x}, M(x - \tilde{x})) + (\tilde{h}, N\tilde{h}) \right] dt + (x(t_1) - \tilde{x}(t_1), T(x(t_1) - \tilde{x}(t_1))),$$

$$T > 0, M = M^T \geq 0, N = N^T > 0,$$

описывающий различие в заданной и фактической относительных траекториях в среднем на интервале движения, в конце интервала, а также затрачиваемый ресурс управления. Матрицы  $T$ ,  $N$ ,  $M$  суть веса соответствующих минимизируемых величин. При построении управления воспользуемся уравнением Беллмана<sup>3</sup>.

В качестве заданной выберем траекторию относительного движения – окружность, лежащую в плоскости орбиты, вдоль которой относительная угловая скорость дочернего спутника в три раза больше, чем угловая скорость движения спутников по орбите. Такая траектория не принадлежит семейству движений невозмущенной задачи. Радиус орбиты главного спутника  $R = 7500$  км, наклонение  $i \approx 51^\circ$ . На рис.6 сплошной линией показана заданная траектория движения, пунктирной – фактическая. На рис.7 показан график управления. Видим, что в плоскости орбиты наблюдается соответствие формы

<sup>3</sup> Bertsekas D.P. Dynamic Programming and Optimal Control. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 1995.- V.1.- 387 p.

фактической траектории относительного движения заданной. Расход характеристической скорости на периоде обращения равен  $\sim 50$  м/с.

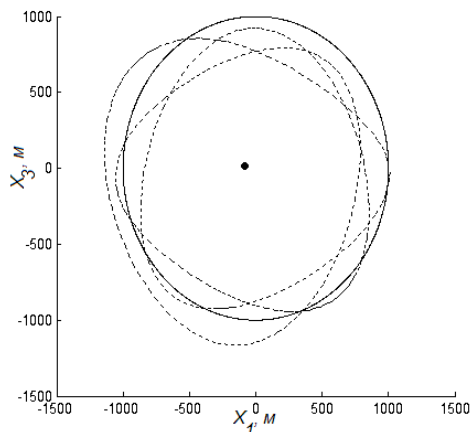


Рис. 6. Относительное движение в плоскости орбиты. Точка – главный спутник, сплошная линия – заданная траектория, пунктирная – фактическая траектория.

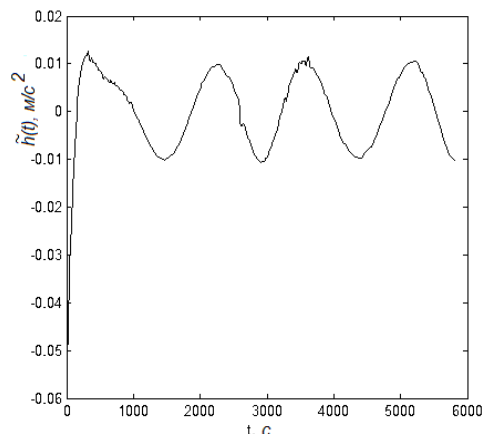


Рис. 7. Управление для получения заданной траектории

Основные выводы второй главы:

- в линейном приближении использование одноосного импульсного управления устраняет относительные вековые уходы;
- при помощи одноосного управления можно получить фактические траектории, близкие к заданным.

Результаты второй главы были получены и опубликованы в работах [2, 7, 9 – 11].

**Третья глава** посвящена использованию одноосного управления для устранения относительных вековых уходов из-за возмущений.

В первом параграфе главы проведено описание методики устранения вековых уходов. Целью является нулевое изменение за один период обращения разницы между орбитальными элементами главного и дочернего спутников, то есть  $\Delta\Omega = 0, \Delta i = 0, \Delta p = 0, \Delta e = 0, \Delta\omega = 0, \Delta u = 0$ , где  $\Delta\tilde{E} = \Delta\tilde{E}_d - \Delta\tilde{E}_c$ ,  $\tilde{E} = (\Omega, i, p, q, k, u)$ .

Под влиянием внешних возмущений орбитальные элементы каждого из спутников претерпевают изменения, поэтому в первом пункте методики вычисляем изменения каждого орбитального элемента за период под влиянием возмущения

$$\Delta E_{jJ} = \int_0^{2\pi} \frac{dE_j}{du} du,$$

где  $E = (\Omega, i, p, q, k, t)$ ,  $j$  – индекс спутника: «d» - дочерний, «с» - главный. Для расчета изменения орбитальных элементов пользуемся уравнениями в оскулирующих элементах. Здесь от интегрирования по времени перешли к интегрированию по аргументу широты, так как в терминах аргумента широты

величина периода обращения не зависит от возмущающих ускорений и равна  $2\pi$ , в то время как в терминах времени величина периода обращения зависит от внешних воздействий. На втором шаге вычисляем разницу в изменениях орбитальных элементов под действием возмущения  $\Delta E_J = \Delta E_{dJ} - \Delta E_{cJ}$ . На третьем шаге вычисляем изменение орбитальных элементов дочернего спутника за счет управляющего воздействия  $\Delta E_U = \Delta E_{dU}(\tilde{h})$ , где  $\tilde{h}$  – величина управления. И, наконец, решаем уравнения для поиска величины управления  $\tilde{h}$

$$\Delta E = \Delta E_J + \Delta E_U(\tilde{h}) = 0, \quad (*)$$

исходя из предположения о том, что управление используется для устранения относительных вековых уходов. Индекс « $J$ » обозначает изменение под действием возмущений, « $U$ » - под действием управления.

Демонстрацию устранения относительного векового ухода проведем на примере влияния возмущения от полярного сжатия Земли, хотя метод позволяет учитывать достаточно произвольные возмущения. Например, относительные изменения оскулирующих элементов только под влиянием возмущений можно получить в результате наблюдения за спутниками на периоде обращения. В результате, в уравнение (\*) подставляются не модельные величины относительных оскулирующих элементов, а наблюдаемые. Выбор полярного сжатия Земли в качестве устраняемого возмущения обусловлен возможностью наглядной физической интерпретации получаемых результатов.

В следующих параграфах изложены примеры применения методики для двигателей непрерывной малой тяги и импульсных двигателей. Кроме того, метод распространен на вектор тяги, «знак» которого не может быть изменен. Примером такой системы является спутник, использующий световое давление с целью компенсации влияния возмущения от полярного сжатия Земли. В работе показано, что при одноосном управлении вдоль вектора напряженности геомагнитного поля в каждой точке орбиты удастся устранить относительный вековой уход спутников, а в случае применения светового давления удастся устранить относительную прецессию орбит.

При управлении вдоль вектора напряженности магнитного поля уравнение (\*) перейдет в систему интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} h(u) \sin u du &= -\Delta\Omega_J \frac{\mu p_d \sin i_d}{\mu_m \cos i_d}, & \int_0^{2\pi} h(u) \cos u du &= -\Delta i_J \frac{\mu p_d}{\mu_m \cos i_d}, \\ \int_0^{2\pi} h(u) \cos u du &= -\Delta p_J \frac{\mu}{2\mu_m \sin i_d}, \\ \int_0^{2\pi} h(u) [2 \cos 2u - q_d \cos u + 3q_d \cos^3 u - 2k_d \sin u + 3k_d \sin u \cos^2 u + k_d \operatorname{ctg}^2 i_d \sin u] du &= \\ &= -\Delta q_J \frac{\mu p_d}{\mu_m \sin i_d}, \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} h(u) \left[ 2 \sin 2u + 4k_d \cos u - 3k_d \cos^3 u + 3q_d \sin u \cos^2 u - q_d \operatorname{ctg}^2 i_d \sin u \right] du =$$

$$= -\Delta k_J \frac{\mu p_d}{\mu_m \sin i_d},$$

$$\left( \frac{3}{2} e_d \cos 2\omega_d - 2 \cos \omega_d \right) e_d \Delta \omega_J + \frac{\mu_m}{\mu p_d} \sin i_d \int_0^{2\pi} h(u) \left[ 4 \sin u + 3u \cos u - \operatorname{ctg}^2 i_d \sin u + \right.$$

$$\left. + e_d (6u \cos(2u - \omega_d) - 2 \sin(2u - \omega_d) + 3 \sin \omega_d) \right] du = \Delta T_J \frac{\sqrt{\mu}}{p_d^{3/2}},$$

где  $\tilde{h}(u) = \frac{\mu_m}{r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 u \sin^2 i} \cdot h(u)$ ,  $\mu_m$  - магнитный параметр Земли,  $\mu$  - гравитационный параметр,  $r$  - радиус орбиты дочернего спутника,  $\Delta T_J$  - относительное изменение периодов вращения под действием возмущения.

Функция управления строится двумя способами: в первом - она считается непрерывной функцией аргумента широты, во втором случае, функция управления является линейной комбинацией дельта-функций. Тогда в первом случае поиск функции управления проводится в виде ряда Фурье

$$h(u) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos ku + b_k \sin ku,$$

причем коэффициенты ряда Фурье вычисляются в предположении минимизации затрачиваемого топлива.

На рис.8 приведен пример траектории без управления, на рис.9 показан пример применения построенного управления. На рис.10 приведен график этого управления. Орбиты главного и дочернего спутников круговые, радиусы орбит равны 7500 км, наклонение равно  $51.64^\circ$  у главного и  $51.63^\circ$  у дочернего спутников, разница в аргументах восходящих узлов равна  $0.003^\circ$ .

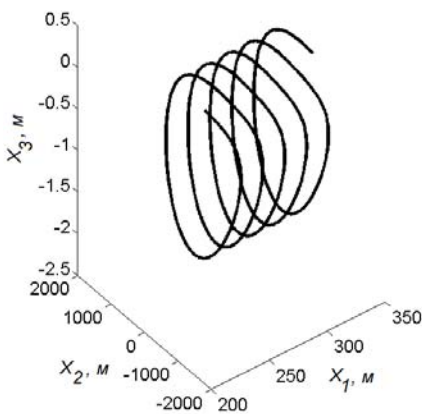


Рис. 8. Относительное движение без управления

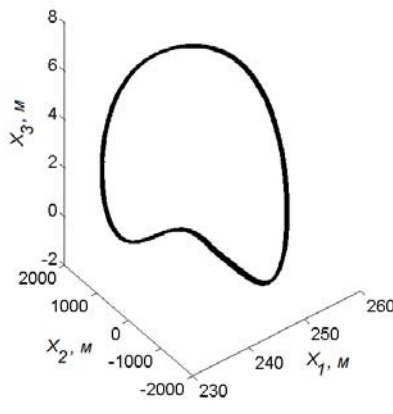


Рис. 9. Относительное движение при применении управления

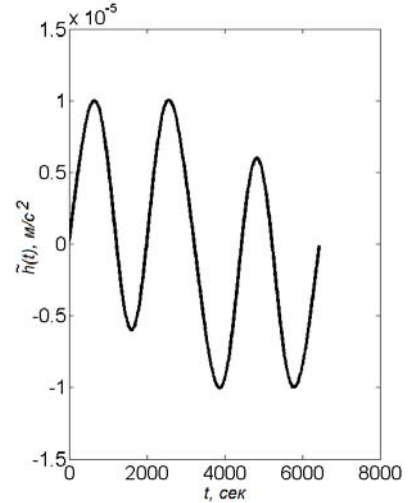


Рис.10. График управления на одном витке

Применение управления заметно уменьшило вековой уход в относительном движении спутников: без управления уход за пять витков составлял около 100 метров, при наличии управления относительный вековой уход уменьшился до нескольких сантиметров. Расход характеристической скорости на одном периоде обращения равен  $\sim 0.02$  м/с.

При использовании импульсного управления функцию тяги ищем в виде

$$h(u) = \sum_{j=1}^n h_j \bar{\delta}(u - u_j).$$

На рис.11 показано относительное движение после применения шестиимпульсного управления. На рис.12 показаны величины импульсов в случаях равномерного распределения моментов включения. Вековой уход в относительном движении практически исчез как в случае применения непрерывного, так и импульсного одноосного управления.

Таким образом, показано, что при использовании как двигателя малой тяги, так и импульсного двигателя, одноосная система управления справляется с устранением относительных вековых уходов. Расход характеристической скорости на одном периоде обращения равен 0.02 м/с.

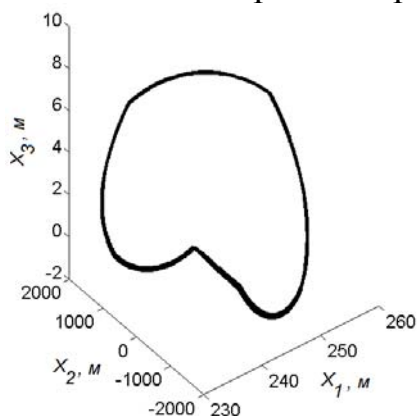


Рис.11. Относительное движение при наличии управления

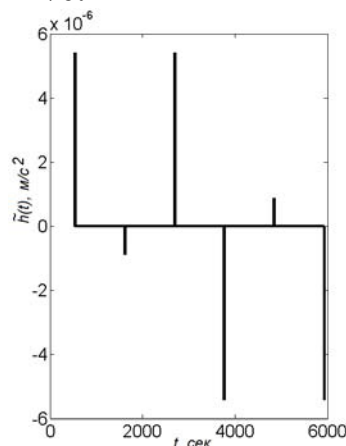


Рис.12. Импульсное управление для поддержания периодичности при равномерном распределении моментов включения

Запасы характеристических скоростей, необходимые для поддержания формации в случае влияния возмущения от полярного сжатия Земли, можно сравнить с запасом характеристической скорости, равным 3.4 м/с, экспериментального двигателя, установленного на наноспутнике SNAP-1<sup>4</sup>. Двух таких двигателей, установленных в противоположных направлениях на спутнике с пассивной магнитной системой ориентации, хватило бы на 28 дней непрерывной работы по устранению относительного векового ухода в формации.

В шестом параграфе третьей главы методика применена для управления, ограниченного по направлению в пространстве и по знаку. В качестве примера

<sup>4</sup> И.Лисов. Малютке SNAP-1 не хватило силенок... // Новости космонавтики. -2001.- №8 (223).



реализации такой системы выбран вариант модельного солнечного паруса. Основные предположения, в которых решалась задача, следующие: орбиты спутников почти круговые, полярное сжатие Земли влияет на оба спутника, дочерний спутник снабжен парусом, поэтому влияние светового давления учитываем только на него.

Возмущение от светового давления в случае абсолютно черного паруса можно представить в виде  $\mathbf{F}_s = -PA \cos \beta m_0^{-1} \mathbf{S}$ , где  $\mathbf{S}$  – вектор направления на Солнце,  $P \approx 4.56 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$ ,  $A \cos \beta$  – эффективная площадь паруса,  $m_0$  – масса спутника. В этом случае нет необходимости учитывать ориентацию солнечного паруса по отношению к Солнцу, и управление опять сводится к одноосному. Сила светового давления зависит не от ориентации паруса относительно светового потока, а только от эффективной площади паруса. Таким образом, влиять на относительный вековой уход мы можем только при помощи площади паруса, которая является неотрицательной величиной. Под термином «выключение» паруса будем понимать уменьшение каким-либо образом его эффективной площади до нуля, иначе считаем, что парус «включен».

Согласно полученной выше методике вычислим вековой уход орбитальных элементов дочернего спутника с учетом действия светового давления на солнечный парус на дочернем спутнике. После преобразований получим, что устранение векового ухода с помощью солнечного паруса на дочернем спутнике возможно для солнечно-синхронных орбит, для которых выполнены соотношения

$$\text{ctg} \Omega_d = -\cos \varepsilon \text{tg} \theta, \quad \text{ctg} i_d = -\text{tg} \varepsilon \cos \Omega_d,$$

где  $\theta$  – долгота Солнца,  $\varepsilon = 23^\circ 27'$  – наклон плоскости эклиптики к плоскости экватора. При этом эффективная площадь паруса определяется выражением

$$A \cos \beta = -\frac{m_0}{P} \frac{\mu \sin i_d}{p_d^2 (\cos u_1 - \cos u_2)} \Delta \Omega_J,$$

где  $u_1$  – аргумент широты «включения» паруса,  $u_2$  – аргумент широты «выключения» паруса.

Алгоритм управления солнечным парусом можно описать следующим образом:

если  $\Delta \Omega_J \sin i_d < 0$ , то «включение» паруса производим на интервале  $u \in [0, \pi]$ , иначе парус «включаем» на интервале  $u \in [\pi, 2\pi]$ .

На рис.13 показано относительное движение в формации при отсутствии солнечного паруса, на рис.14 показано относительное движение при применении солнечного паруса. На рис.15 показано возмущающее ускорение в зависимости от положения дочернего спутника на орбите. Орбита дочернего спутника – круговая, главного – слабоэллиптическая с эксцентриситетом  $e = 3.6 \cdot 10^{-5}$ , радиусы орбит 7500 км, аргументы восходящих узлов  $\Omega_c = 64.375^\circ$ ,  $\Omega_d = 64.377^\circ$  наклонение орбиты дочернего спутника

$i_d = 100.535^\circ$ , главного -  $i_c = 100.537^\circ$  соответственно. Относительный вековой уход в направлении, перпендикулярном плоскости орбиты, практически удалось устранить, но не удалось устранить разворот относительной траектории, который, однако, не приводит к “развалу” формации. Разворот плоскости относительной орбиты не удалось устранить в основном по той причине, что в отличие от предыдущего пункта «знак» управления в случае использования светового давления изменять нельзя.

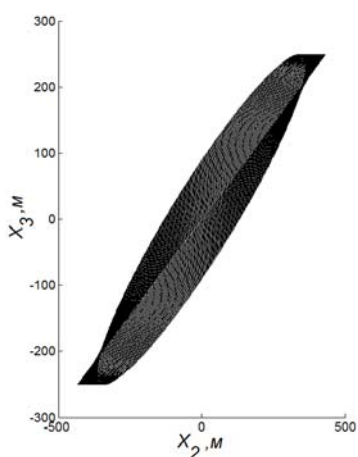


Рис.13. Относительное движение в формации в отсутствие солнечного паруса на 50 периодах обращения

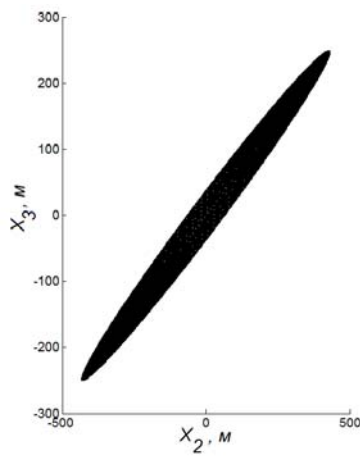


Рис.14. Относительное движение в формации при применении солнечного паруса на 50 периодах обращения

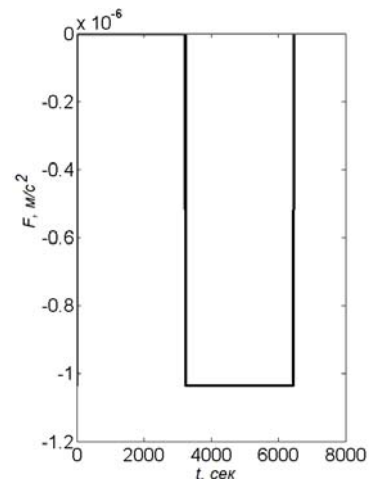


Рис.15. Управление солнечным парусом в зависимости от положения спутника на орбите на одном витке

По результатам главы 3 разработанная методика действительно позволяет при помощи одноосного управления устранять относительные вековые уходы в формации спутников, в результате чего, например, становится возможным использовать подходы для анализа движения в предположении центрального гравитационного поля. Хотя в примерах управление производится на каждом витке движения, но методика позволяет сконфигурировать способ управления таким образом, чтобы, например, на одном периоде управляться с целью компенсации относительных уходов, возникающих при движении на  $n$  витках, а на остальных  $n-1$  витке не управлять, а проводить необходимые измерения. Методика гарантирует, что после  $n$  витков относительный вековой уход в формации будет отсутствовать.

Результаты третьей главы были опубликованы в [1, 2, 4, 8, 9]

**В заключении** приводятся основные результаты и выводы работы.

**В приложении** приведены примеры реализованных и перспективных проектов формаций.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Зараменских И.Е., Овчинников М.Ю., Ритус И.В.* Моделирование относительного движения в многоэлементной механической системе с ограниченным ресурсом управления // Математическое моделирование. – 2009. – Т. 21, № 5. – С. 41-54.
2. *Ovchinnikov M., Smirnov G.V., Zaramenskikh I.* Orbital corrections by a single-input impulsive control applied along the geomagnetic field // Acta Astronautica. – 5 p. doi: 10.1016/j.actaastro.2009.04.017.
3. *Овчинников М.Ю., Биндель Д., Иванов Д.С., Зараменских И.Е., Прончева Н.Г.* Лабораторный стенд для верификации алгоритмов управления группировкой спутников // Теория и системы управления. – 2009. – Т. 48, № 5. – С. 117-125.
4. *Зараменских И.Е., Овчинников М.Ю., Ритус И.В.* Устранение влияния слабых гравитационных возмущений на группировку Formation Flying // Журнал «Труды МАИ». – 2009. – № 34. – 19 с.
5. *Ivanov D., Ming Z., Walter T., Zaramenskikh I.* Laboratory facility for simulation and verification of formation motion control algorithms // Digest of the 7th IAA Symposium "Small Satellites for Earth Observation". Berlin, Germany, 4-8 May, 2009.– Wissenschaft Und Technik Verlag, Berlin, Germany. –Paper IAA-B7-0603. – p.307-310.
6. *Ovchinnikov M., Bindel D., Smirnov G., Ivanov D., Theil S., Zaramenskikh I., Rievers B., Bremer S.* Development and Laboratory Verification of Control Algorithms for Formation Flying Configuration with a Single-Input Impulsive Control // Paper at the 60th Congress IAF. Daejeon, Republic of Korea, 12 - 16 October, 2009. – Paper IAC-09.C1.4.8. – 10 p.
7. *Зараменских И.Е., Овчинников М.Ю.* Методы решения задач реконфигурации формаций спутников // Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXIII Академических чтений по космонавтике. Москва, Январь 2009: Материалы секции № 5 «Прикладная небесная механика и управление движением» / под общей ред. Медведевой А.К. – М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства –2009.– С. 124.
8. *Zaramenskikh I.E., Ovchinnikov M.Yu., Ritus I.V.* Nullifying feasibility of Slow Gravitational Perturbation Effect on the Formation Flying Configuration // 5th International Workshop On Constellation and Formation Flying: Abstracts Book. Evpatoria, Ukraine, 2-4 July 2008.–М.: MAI-PRINT Publisher.- 2008. – p. 31-32.
9. *Зараменских И.Е.* Задачи формирования и поддержания конфигурации спутников при наличии многомерного управления // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 51-ой научной конференции. /Моск. физ.-техн. ин-т. — М. – Долгопрудный.– 2008. – Т.2. – С. 4-5.

10. *Зараменских И.Е.* Множество достижимых траекторий относительного движения двух спутников при управлении вдоль вектора магнитного поля // Сборник трудов V Научно-практической конференции "Микротехнологии в авиации и космонавтике". М., 17-19 сентября. – 2007. – 10 с.
11. *Зараменских И.Е.* Аналитическое решение задачи поиска оптимального управления дочерним спутником конфигурации Formation Flying на приполярных орбитах // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 49-ой научной конференции. / Моск. физ.-техн. ин-т. — М. – Долгопрудный. – 2006. – С. 218-219.
12. *Зараменских И.Е.* Расчет токовых катушек для управления макетом спутника в лабораторных условиях // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 48-й научной конференции. / Моск. физ.-техн. ин-т. — М. - Долгопрудный. – 2005. – С.199.
13. *Зараменских И.Е.* Теоретическое и экспериментальное исследование нелинейных эффектов в магнитных материалах // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 47-й научной конференции. / Моск. физ.-техн. ин-т. — М. - Долгопрудный. – 2004. – С.176.
14. *Зараменских И.Е.* Моделирование гистерезиса в магнитных материалах с помощью численной модели // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 46-й научной конференции. / Моск. физ.-техн. ин-т. — М. - Долгопрудный. – 2003. – С.160.
15. *Куприянова Н.В., Зараменских И.Е.* Влияние поля постоянного магнита на эффективность работы гистерезисных стержней в составе магнитной системы ориентации // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 49-ой научной конференции. / Моск. физ.-техн. ин-т. — М. – Долгопрудный. – 2006. – С. 224-225.
16. *Овчинников М.Ю., Мирер С.А., Пеньков В.И., Grassi M., Thail S., Дегтярев А.А., Зараменских И.Е., Ильин А.А., Овчинников А.М., Середницкий А.С., Цветков Е.А., Цветков П.Б.* Отработка алгоритмов управления и элементов систем ориентации наноспутников в лабораторных условиях // Сборник тезисов докладов 3-ей конференции «Микротехнологии в авиации и космонавтике». Санкт-Петербург, 8-9 июня 2004 г. - СПб.: Рестек. -2004. - С.25-26.