

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ  
им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИПМех РАН)**

пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва , 119526  
Тел. (495) 434-00-17 Факс 8-499-739-95-31  
ОКПО 02699323, ОГРН 1037739426735  
ИНН/КПП 7729138338/772901001

26.10.2023 № 4504/01-2141.1-539

На № \_\_\_\_\_

**УТВЕРЖДАЮ**

И.о. директора

Института проблем механики

им. А. Ю. Ишлинского РАН

член-корреспондент РАН

С. Е. Якуш

« 26 » октября 2023 г.



**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук

на диссертационную работу Алексеева Михаила Владиславовича «Математическое моделирование термомеханических процессов в многофазных средах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Актуальность выбранной темы.** В настоящее время наблюдается значительный интерес к решению сопряженных нестационарных задач, описывающих течение и упругое поведение многофазных сред с прямым разрешением границ раздела фаз. Проблемы такого типа возникают, например, при описании взрывных взаимодействий, распространения волн давления в сыпучих и гранулированных средах, горных породах, механики ударного взаимодействия, деформаций и разрушения композиционных материалов. Сложность физико-механического описания подобных сред усугубляется необходимостью учета взаимодействий на межфазных поверхностях, форма, а, зачастую, и топология которых существенным образом меняется в процессе деформирования. Несмотря на довольно длительную историю создания математических моделей и вычислительных методов с прямым разрешением границ раздела фаз на основе эйлерового описания среды (включая модели с «четкой» и «диффузной» границей), интерес к созданию методов повышенной точности и физической обоснованности сохраняется и возрастает. С этой точки зрения тема рассматриваемой диссертационной работы, посвященной созданию термодинамически согласованной многофазной модели, учитывающей гиперупругое поведение каждой из фаз в рамках эйлерова подхода, является весьма актуальной и важной.

**Научная проблема**, на решение которой направлена диссертационная работа, состоит в создании новых средств математического моделирования динамических процессов в многофазных средах с прямым разрешением межфазных границ в рамках эйлерова подхода, включая математические модели, вычислительные алгоритмы и их программную реализацию.

**Научная новизна.** В диссертационной работе сформулирована полностью неравновесная чисто эйлерова математическая модель типа Баера – Нунциато, пригодная для описания многофазной среды с гиперупругим поведением фаз. Предложен вычислительный алгоритм решения гиперболических систем уравнений многофазных моделей с неконсервативными слагаемыми. При формулировке обобщенного решения для неконсервативных уравнений решены вопросы корректной формулировки задачи Римана и условия Гюгонио на основе непрерывного параметризованного отображения, соединяющего левое и правое значение решения на разрыве (метод DLM), а также предложен и реализован соответствующий вычислительный алгоритм. Параллельная численная реализация алгоритма осуществлена с использованием новой многосоставной схемы лимитирования простых и консервативных переменных.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались на 7 международных конференциях и научных семинарах. По теме диссертации опубликовано 11 работ в изданиях, входящих в перечень ВАК.

**Общая характеристика диссертационной работы.** Диссертационная работа Алексеева Михаила Владиславовича состоит из введения, 6 глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет 128 страниц и содержит 21 рисунок и 7 таблиц. Список литературы содержит 137 наименования.

**Во введении** обосновывается актуальность исследования, а также формулируются цель и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы.

**Первая глава** посвящена обзорам методов моделирования многофазных сред с разрешением межфазных границ. Представлены различные классификации моделей: по способу разрешения границ, по виду тензора напряжений, а также по способу построения моделей, включая методы построения термодинамически согласованных моделей.

**Во второй главе** автор выводит двухфазную полностью неравновесную модели с учетом гиперупругого поведения фаз. Вывод основан на применении метода феноменологической термомеханики сплошной среды, в частности, так называемой процедуры Колмана – Нолла. Сформулированная модель обладает рядом характерных свойств, таких, как наличие

неконсервативных слагаемых. Помимо этого, демонстрируется, что данная модель является достаточно общей, а в частных случаях она может быть сведена к целому ряду известных многофазных и однофазных моделей, как с шаровым тензором напряжений, так и с полным.

**В третьей главе** диссертационной работы рассматриваются известные частные случаи общей модели, сохраняющие важные с точки зрения вычислительных алгоритмов свойства. В качестве таких моделей выступают модель Баера – Нунциато и модель гиперупругой среды Годунова – Роменского, включающая в себя вариант, учитывающий неоднородности среды.

**В четвертой главе** сформулирован вычислительный алгоритм, позволяющий осуществлять расчеты на основе решения систем неконсервативных гиперболических уравнений первого порядка. Алгоритм основан на разрывном методе Галеркина с возможностью задания алгебраического восполнения решения произвольного порядка. При аппроксимации неконсервативных произведений используется теория DLM, в рамках которой обобщенное решение определяется с применением пути – непрерывного отображения, связывающего значения решения на разрыве. Для того, чтобы сформулированный вычислительный алгоритм высокого порядка был пригоден в широком классе расчетов, в том числе в областях высоких градиентов, автором предложен комплексная схема ограничения решения (лимитирования), основанная на совместном применении различных схем ограничения (лимитеров), обеспечивающих устойчивость и положительность решения. Данный подход продемонстрировал эффективность при решении задач, в которых объемные доли фаз могут принимать значения, близкие к нулю.

**В пятой главе** продемонстрирована программная реализация, основанная на применении языка C++ с библиотеками Metis, Boost, Eigen и Stan. Разработанный программный комплекс DIMP-MULTIPHASE, базирующийся на программной платформе DIMP, позволяет задавать широкий класс уравнений состояния и осуществлять алгебраическое восполнение решения произвольного порядка. Интегрирование по времени реализовано с помощью метода Рунге – Кутты, коэффициенты которого задаются в виде таблицы Бутчера.

**В шестой главе** представлены верификационные и валидационные расчеты, демонстрирующие возможности разработанного подхода. В частности, для задач гиперупругости представлены одномерные и трехмерные расчеты, а также расчеты с учетом неоднородностей среды. В рамках модели Баера – Нунциато рассмотрены задачи как в отсутствие релаксационных слагаемых, так и при их наличии. Продемонстрирован валидационный расчет, показывающий хорошее соответствие с лабораторным экспериментом.

**В заключении** формулируются основные результаты и выводы диссертационной работы.

**Оценка содержания работы.** Диссертационная работа Алексеева Михаила Владиславовича выполнена на высоком научном уровне и включает в себя элементы новизны как в части моделей термомеханики многофазных сред, так и в отношении соответствующих вычислительных алгоритмов. Разработанный программный комплекс DIMP-MULTIPHASE пригоден для решения содержательных задач в реалистичных постановках с применением высокопроизводительных вычислительных систем.

Рассматриваемая работа не свободна от недостатков, среди которых отметим следующие:

1. В главе 2, стр. 51–52, введены понятия «вторых интерфейсных» скорости и давления, физический смысл которых не раскрывается.
2. В вычислительной части работы (глава 4) автор рассматривает алгоритмы для решения гиперболических систем уравнений и их программную реализацию. Однако гиперболичность предложенной в главе 2 гиперупругой многофазной модели автором не показана.
3. В работе представлена новая многофазная модель для описания динамики сред с гиперупругим поведением фаз. Показано, что построенная модель обобщает известные ранее модели с шаровым тензором напряжений. Для варианта последних моделей приводятся результаты расчетов (глава 6). Однако расчеты с применением непосредственно предложенной автором многофазной гиперупругой модели в работе не представлены.
4. Заложенные в программную реализацию возможности, а именно, автоматическое дифференцирование, в принципе позволяют авторам проводить расчеты течений с широким набором уравнений состояния, задаваемых соответствующим термодинамическим потенциалом. Было бы уместно привести в работе примеры таких расчетов в рамках одной гидродинамической модели течения среды. Кроме того, было бы интересно применить созданный программный комплекс к истинно трехмерным задачам, а не только к формально трехмерным, но по сути осесимметричным задачам, рассмотренным в главе 6 (прохождение плоской ударной волны через изначально сферический пузырек).
5. Присутствует ряд упущений при оформлении результатов расчетов. В частности, отсутствует единый стиль оформления рисунков, в ряде случаев отсутствует обозначение координатных осей (например, рис. 6.1), не всегда хорошее качество визуализации (например, рис. 6.6).

Указанные недостатки не снижают высокого научного уровня диссертации, практической и научной значимости выполненного исследования и общей высокой оценки работы.

**Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней.** Диссертационная работа Алексеева Михаила Владиславовича на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне. Тематика работы является актуальной. Результаты работы обладают научной новизной и практической ценностью. Полученные автором результаты вносят важный вклад в развитие методов математического моделирования термомеханических и гидродинамических процессов в многофазных средах, что соответствует требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв обсужден и одобрен на совместном семинаре лаборатории термогазодинамики и горения и лаборатории механики сложных жидкостей ИПМех РАН.

Отзыв подготовили:

Полянин Андрей Дмитриевич  
главный научный сотрудник,  
д.ф.-м.н., профессор

«26» октябрь 2023 г.

Федюшкин Алексей Иванович  
старший научный сотрудник,  
к.ф.-м.н.

«26» октябрь 2023 г.

**Полное наименование организации:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук

**Адрес:** 119526, г. Москва. Пр-т Вернадского, д.101, корп.1

**Телефон:** +7-495-434-00-17

**Сайт организации:** <https://ipmnet.ru/>

**Электронная почта:** ipm@ipmnet.ru