

На правах рукописи

Бабичева Татьяна Сергеевна

**Методы математического и имитационного моделирования
процессов локального взаимодействия в транспортных системах.**

Специальность 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2015

Работа выполнена на кафедре Математических Основ Управления Московского физико-технического института (государственного университета)

Научный руководитель:

Осипов Владимир Петрович, кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией прикладного моделирования транспортных систем ИПМ РАН

Официальные оппоненты:

Буслаев Александр Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», г. Москва

Васильев Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Института Прикладной Математики и Механики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», г. Санкт-Петербург

Ведущая организация: ГУП Научно-исследовательский и проектный институт Генплана г. Москвы «НИ и ПИ Генплана Москвы»

Защита состоится _____ года в _____ час на заседании диссертационного совета Д 002.024.03, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru/council/3/>

Автореферат разослан « _____ » _____

Учёный секретарь
диссертационного совета

к.ф.-м.н.
М.А. Корнилина

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Лавинообразное увеличение количества транспортных средств на дорогах ставит вопросы целесообразности строительства новых автомобильных дорог, выбора режимов движения на светофорах, выбора параметров модифицируемых дорог. Математическое моделирование, в том числе имитационное, может ответить на значительное количество таких вопросов. Для этого необходима разработка адекватных математических моделей процессов взаимодействия участников дорожного движения с такими элементами транспортной инфраструктуры, как дорожная сеть, системы организации дорожного движения, системы управления движением. Как правило, модели такого типа относят к классу имитационных или микромоделей, который объединяет модели клеточных автоматов, мультиагентные модели и т.п. Популярные в настоящее время алгоритмы микромоделирования требуют значительного количества вычислительных операций. В связи с этим актуальной становится разработка таких моделей и алгоритмов микромоделирования транспортных процессов, которые, с одной стороны, легко адаптировались бы к высокопроизводительным вычислительным средствам, а, с другой стороны, имели бы резервы к уменьшению вычислительной сложности. Эти резервы необходимы для решения задач моделирования большой размерности доступными вычислительными средствами, а также для проведения оценки некоторых процессов в режиме реального времени.

Особенно актуально решение проблемы повышения эффективности управления транспортными потоками в больших городах на сложных перекрестках и многоуровневых транспортных развязках. Однако, у большинства исследователей комплексно не анализируется механизм формирования временных задержек автотранспортных средств (АТС) на сложных перекрестках в зависимости от интенсивности движения в разных направлениях и режимов работы светофоров.

В связи с этим имеется потребность в дополнительном аналитическом анализе микромоделей процессов взаимодействия участников дорожного движения с элементами транспортной инфраструктуры. Целью такого анализа является обобщение и развитие аналитических и алгоритмических средств исследования особенностей движения и временных задержек автомобилей на многополосных дорогах и при пересечении сложных перекрестков.

Основной **целью данной диссертационной работы** является разработка методов математического и имитационного моделирования процессов локального взаимодействия АТС между собой и элементами транспортной инфраструктуры при движении на многополосных дорогах и сложных перекрестках, сравнительный анализ разработанных алгоритмов и вычислительных процедур на типовых задачах, а также применение полученных ре-

зультатов для постановки и решения задач оптимизации режимов работы светофоров на перекрестках.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

— проведение обзора литературы по теме диссертационной работы.
— исследование возможности применения методов теории систем массового обслуживания для определения временных задержек АТС и оптимальных режимов работы светофоров на перекрестках различной конфигурации в зависимости от светофорных режимов на нём и потоков АТС по всем направлениям, получение аналитических зависимостей, описывающих временные задержки в движении АТС, возникающие при пересечении управляемого перекрестка.

— развитие микроскопической модели «разумного водителя» Трайбера для случая движение АТС по многополосным дорогам и перекресткам с учетом особенностей поведения водителей при перестроении.

— разработка алгоритмов имитационного моделирования и проведения численных расчётов движения АТС на многополосных дорогах и перекрестках, анализ полученных результатов, проверка адекватности результатов на реальных данных и путем сравнения с результатами других исследователей.

— применение разработанных подходов для математического и имитационного моделирования движения на кольцевой автостраде.

Объектом исследования является взаимодействие участников дорожного движения с элементами транспортной инфраструктуры такими, как дорожная сеть, система организации дорожного движения, система управления движением.

Предметом исследования является построение математических моделей, отражающих сущность рассматриваемых взаимодействий, построение и обоснование алгоритмов рассматриваемых взаимодействий и создание программ, реализующих алгоритмы.

Научная новизна исследования.

В данной диссертационной работе впервые:

1. Получены аналитические зависимости, в явном виде выражающие средние временные задержки АТС на перекрестке (потерянное время по сравнению с временем движения на свободной дороге) в зависимости от светофорных режимов и интенсивности транспортных потоков на нём.

2. Разработана обобщённая микромодель процесса локального взаимодействия АТС между собой и с элементами транспортной инфраструктуры при движении на многополосных дорогах и сложных перекрестках.

3. Развита имитационная модель и алгоритмы моделирования транспортных потоков на основе формализации модели Трайбера рационального поведения водителей, учитывающая одновременно влияние таких факторов, как количество полос на дороге, схему организации движения, режим работы све-

тофора, персональные модели поведения каждого из участников движения. Разработанные алгоритмы послужили основой для решения задач оптимизации пропускной способности перекрёстков сложной структуры.

4. Сформулировано и обосновано «свойство о равновесной максимальной пропускной способности на управляемом перекрёстке сложной структуры», а также следствие из него, позволяющее ввести и обосновать понятие так называемого «эффективного числа полос на управляемом перекрёстке».

Достоверность и обоснованность результатов, полученных в ходе диссертационного исследования, обеспечивается сопоставлением полученных результатов с известными экспериментальными решениями, хорошей согласованностью результатов проведённых вычислительных экспериментов с известными результатами решения конкретных задач, а так же успешной апробацией результатов вычислительных экспериментов.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит как теоретический, так и практический характер.

Теоретический характер данной работы подтверждается преобладанием математических методов в качестве аппарата исследования для получения результатов моделирования движения АТС как на изолированных вершинах транспортных графов, так и на самих графах в целом. Для возможности расчётов в реальном времени и предсказательного моделирования актуально минимизировать вычислительную сложность возникающих задач оптимизации.

Практической значимостью данной работы является то, что результаты, полученные при моделировании изолированных перекрёстков, могут быть применены на практике благодаря свойству устойчивости найденных оптимальных значений к колебаниям потоков, следовательно, применимы даже в случаях неточных данных. Автором были исследованы движения на существующих перекрёстках. Полученные данные согласуются с наблюдениями практиков. Практическая значимость теоретических и прикладных исследований была проверена в ходе прикладного моделирования при решении типовых задач, в частности, моделирования транспортных потоков на перекрёстке повышенной сложности и движения по кольцевой автостраде с множеством истоков и стоков.

Общая методика исследования. Для решения поставленных задач применялись методы теории вероятностей, теория систем массового обслуживания, теория графов, методы имитационного моделирования.

Апробация работы, степень достоверности теоретических, экспериментальных и практических результатов обсуждались со специалистами на:

- 55-й, 56-й, 57-й, 58-й научных конференциях МФТИ (Москва, 2012-2015). На 56-й научной конференции работа автора была отмечена как лучшая работа молодого учёного на секции.

- VII Московской международной конференции по исследованию операций ORM (Москва, 2013),
- Third International Conference on Information Technology and Quantitative Management, Rio de Janeiro, Brasil, 2015, один из двух докладов автора был признан лучшим на секции,
- научных семинарах Московского Центра непрерывного математического Образования (Москва, 2012-2015),
- научном семинаре в институте Фурье, (Гренобль, Франция, 2013),
- научных семинарах кафедр математических основ управления, информатики и вычислительной математики МФТИ (2012-2015),
- научных семинарах ИПМ им. Келдыша РАН (Москва, 2015),
- X Юбилейной Международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии и ИТ-образование», Москва, 2015.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ [1-9], из них в реферируемых журналах — 3 [1-3].

Разработанные автором программы включены в государственный реестр ФИПС под названием «Программа микро моделирования многополосных автомобильных дорог и перекрёстков BTSSIM», свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016610003.

Личный вклад автора. Работы [1,2,4,6-8] выполнены автором лично. В остальных опубликованных работах лично соискателем выполнено:

- теоретическая разработка обобщения модели разумного водителя Трайбера на многополосные дороги;
- разработка модели перестроения транспортных средств на прямом участке дороги и на светофоре;
- исследование применимости использования высокопроизводительных вычислительных систем для имитационного моделирования по построенным моделям;
- применение методов теории систем массового обслуживания для получения аналитических формул, выражающих задержки транспортных средств на светофоре;
- вычислительные эксперименты.

Структура и объём работы. Диссертация изложена на 162-х страницах машинописного текста и состоит из введения, обзора литературы, основных методов и моделей исследования, 3-х глав собственных исследований, за-

ключения, библиографического указателя. Работа иллюстрирована 26-ю рисунками, 15-ю таблицами. Библиография включает 171 источник. Весь материал, представленный в диссертации, получен, обработан и проанализирован автором лично.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируются цель исследования и определяются основные задачи.

В первой главе диссертации произведён обзор существующей литературы по теме данной диссертационной работы. Глава состоит из двух основных разделов:

В первом разделе первой главы исследовано развитие математического моделирования транспортных потоков с исторической точки зрения. Раскрыта взаимосвязь развития данной отрасли науки с развитием смежных наук и вычислительной техники. Проведён анализ наиболее популярных методов и подходов к моделированию от макро- до микроуровня. Показано назначение средств моделирования и их место в решении общих транспортных задач.

Во втором разделе первой главы более подробно рассмотрены задачи диссертационного исследования, связанные с методологией микромоделирования транспортных потоков. Показано, что микромоделирование связано с повышенными требованиями к вычислительным ресурсам.

Появление ЭВМ позволило производить сложные численные эксперименты с помощью имитационного моделирования процессов, появилась возможность учитывать случайный характер транспортного потока. К моделированию обычно прибегают в тех случаях, когда изучаемые системы невозможно анализировать с помощью прямых или формальных аналитических методов.

В микроскопических моделях каждое АТС рассматривается как отдельный элемент транспортной системы. Полагается, что ускорение конкретного АТС зависит от соседних АТС. Наибольшее влияние на поведение водителя оказывает АТС, движущееся впереди, *лидер*. Модели следования за лидером не могут описать поведение водителя вне окружения. Другие модели следования не предполагают адаптацию к скорости лидирующего АТС, а предлагают адаптацию к скорости $v'_e(d_\alpha)$ (зависящей от дистанции), которая должна отражать требования безопасности и иногда называется *оптимальной скоростью*.

Более современную модель разумного водителя Трайбера легко откалибровать, она робастная, в ней не случаются аварии, она численно эффективна, даёт реалистичное поведение при процессах ускорения и торможения и приводит к эмпирически наблюдаемым явлениям.

Кроме расстояния между АТС (от бампера до бампера) s и актуальной скорости v , модель учитывает также разницу между скоростями ($\Delta v = v - v_l$). Функция ускорения в данной модели определяется формулой:

$$a_{IDM}(s, v, \Delta v) = \frac{dv}{dt} = a \left[1 - \left(\frac{v}{v_0} \right)^\delta - \left(\frac{s^*(v, \Delta v)}{s} \right)^2 \right],$$

где

$$s^*(v, \Delta v) = s_0 + vT + \frac{v\Delta v}{2\sqrt{ab}}.$$

В этом выражении стратегия ускорения на свободной дороге $v_{free}(v) = a[1 - (v/v_0)^\delta]$ сочетается со стратегией торможения $v_{brake}(s, v, \Delta v) = -a(s^*/s)^2$, которая становится превалирующей, когда промежуток до лидирующего АТС перестаёт быть значительно большим, чем эффективный желаемый промежуток $s^*(v, \Delta v)$. Свободное движение характеризуется желаемой скоростью v_0 , максимальным ускорением a и показателем степени δ , определяющим, как ускорение уменьшается с ростом скорости ($\delta = 1$ соответствует линейному уменьшению). Параметры IDM v_0 , T , s_0 и b имеют приемлемую интерпретацию, они обоснованы, измеримы эмпирически и имеют реалистические значения. Данная модель рассматривает движение только по однополосным дорогам.

Одно из обобщений данной модели, рассматривающее движение по многополосным дорогам и при пересечении сложных перекрёстков, было предложено автором данной диссертационной работы и рассматривается в третьей главе.

Модели клеточных автоматов — это частный случай микроскопических моделей транспортных потоков, основанный на дискретизации пространства-времени. Высокая скорость и эффективность вычислений в сочетании со следующими свойствами делают эти модели идеально подходящими для параллельных вычислений:

- дискретизация пространства в идентичные ячейки (узлы решётки) j размера Δx ;
- конечное количество возможных состояний $g(x)$;
- параллельное обновление по времени $t = i\Delta t$ с элементарным шагом Δt ;
- глобально применимые правила обновления;
- взаимодействия близкого порядка с конечным (небольшим) количеством соседних узлов.

Клеточные автоматы описывают динамическое поведение менее детально, чем модели следования за лидером, но их упрощения позволяют исключительно быстро рассчитывать гигантское количество взаимодействующих АТС.

Одной из важных современных теорий, по которым зачастую оцениваются модели транспортных потоков, является эмпирическая теория трёх фаз, разработанная Кёрнером с 1996 по 2002 год. Она фокусируется на объяснении физики перехода от свободного потока к плотному и на возникающих в интенсивном потоке структурах. Теория Кёрнера, в отличие от классических теорий, выделяет три фазы транспортного потока. Классические теории рассматривают две фазы: свободный (F) и плотный поток. Кернер в плотном потоке выделяет две фазы: синхронизованный (S) поток и широкий движущийся кластер машин (J).

На основании изученной литературы проведена классификация основных моделей и методов исследования транспортных потоков, которые послужили основой для формулировки задач данной диссертационной работы.

Во второй главе данной работы аналитически исследовано движение на перекрёстке, введено понятие «эффективного числа полос». Это свойство является характерным для сложного перекрёстка и помогает определить зависимость его пропускной способности от его топологии.

Свойство о равновесной максимальной пропускной способности на управляемом перекрёстке. Пусть имеется управляемый многополосный перекрёсток. Пусть имеется поток АТС с одного направления на фиксированной светофорной фазе. Пусть N — число полос на исходящей дороге, N_i — число полос на целевых дорогах, S — максимальная пропускная способность одной полосы, $\Omega_i(t)$ — очередь АТС с исходящей дороги в направлении i в момент времени t , $\Omega(t)$ — очередь АТС на исходящей дороге в момент времени t , $\Omega_a(t)$ — очередь тех АТС на исходящей дороге, которые могут продолжить движение на данной фазе в момент времени t . Тогда:

Математическое ожидание максимального проходящего потока с одного направления на управляемом перекрёстке на данной фазе за время T равно:

$$E[S_{max} \cdot T] = \int_0^T \min\left(S \cdot N \cdot \frac{\Omega_a(t)}{\Omega(t)}, \sum_i S \cdot N_i \cdot \frac{\Omega_i(t)}{\Omega(t)}\right) dt.$$

Следствие об эффективном числе полос в отсутствии асимметрии очередей. Пусть имеется управляемый многополосный перекрёсток. Пусть имеется поток АТС с одного направления на фиксированной светофорной фазе. Пусть в начальный момент времени очередь на перекрёстке отсутствует. Пусть q — математическое ожидание входящего потока с данного направления, k — математическое ожидание потока АТС, которые могут продолжить движение на данной фазе, S — максимальная пропускная способность одной полосы, N — число полос на исходящей дороге, N_i — число полос на целевых дорогах, k_i — математическое ожидание

потока АТС, способных продолжить движение в направлении i на данной фазе. Тогда:

Математическое ожидание максимального проходящего потока с одного направления на данном управляемом перекрёстке на данной фазе равно:

$$E[S_{max}] = \min \left(S \cdot N \cdot \frac{k}{q}, \sum_i S \cdot N_i \cdot \frac{k_i}{q} \right).$$

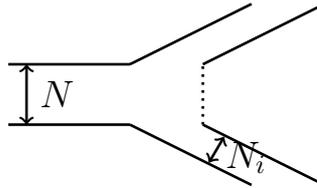


Рис. 1: Иллюстрация к свойству

Предложен метод использования аппарата теории систем массового обслуживания к решению задачи поиска ожидаемых задержек, возникающих при пересечении управляемого перекрёстка с фиксированными длительностями фаз.

Вводятся следующие сокращения и обозначения:

c — сигнальный цикл;

c_i — время длительности i -й фазы;

q — поток входящего трафика;

S — максимальный поток проходящего перекресток трафика;

Ω_0 — ожидаемая очередь переполнения из предыдущих циклов.

Был рассмотрен Пуассоновский поток АТС, прибывающих к светофору с фиксированными временами фаз, $A(h)$ — прибытие во время интервала h , $E(A(h)) = qh$.

Задержка АТС на светофоре равна времени, потраченному АТС на перекрёстке на ожидание. Общая задержка АТС во время одного сигнального цикла выражается как сумма компонент $W = \sum_{i=1}^4 W_i$, где W_i — общая задержка АТС, вызванная i -й фазой,

$$W_i = \int_{\sum_{j=1}^{i-1} c_j}^{\sum_{j=1}^i c_j} \Omega(t) dt.$$

Воспользовавшись следствием об эффективном числе полос, получаем, что, если k_i — интенсивности потоков, которые могут продолжать движение в i -той фазе, то проходящий поток будет равен не S , а, соответственно, $E[S_i] = S \cdot k_i/q$.

W_1 считается общим временем ожидания во время фазы 1 для процесса очереди $\Omega(t)$ при составных Пуассоновских прибытиях интенсивности q , постоянном времени обслуживания $1/S_1$ при времени от $\Omega(t=0)$ до $\Omega(t=c_1)$.

$$E[W_1] = \frac{E[\Omega(c_1) - \Omega(0)]}{2S_1(1 - q/S_1)^2} + \frac{E[\Omega^2(c_1)] - E[\Omega^2(0)]}{2S_1(1 - q/S_1)}.$$

Аналогичные размышления можно повторить для остальных светофорных фаз.

В данной диссертационной работе выведено, что

$$E[W] = c\Omega_0 + \frac{P_1c_1^2}{2} + \frac{P_2c_2^2}{2} + c_2P_1c_1 + \frac{P_3c_3^2}{2} + c_3(P_1c_1 + P_2c_2) + \frac{P_4c_4^2}{2} + c_4(P_1c_1 + P_2c_2 + P_3c_3),$$

где $P_i = q - E[S_i]$ — так называемые «избыточные потоки».

Математическое ожидание изменения длины очереди АТС в конце цикла равно

$$E[\Delta\Omega] = \sum c_i P_i.$$

Пусть P_{ij} — избыточный поток для дороги с номером i на фазе j , Ω_{i0} — начальная очередь АТС на данной дороге. Тогда суммарная задержка АТС за время T со всех направлений для одного перекрёстка с четырьмя фазами, то есть за T/c светофорных циклов, есть

$$E[W] = c \left(\sum_{i=0}^{\frac{T}{c}} \left(\sum_{j=1}^4 \max(\Omega_{j0} + \sum (c_i P_{ji})i, 0) + c_1 \sum_{i=1}^4 P_{i1} \right) (c_1/2 + c_2 + c_3 + c_4) + \right. \\ \left. + (c_2 \sum_{i=1}^4 P_{i2}) (c_2/2 + c_3 + c_4) + (c_3 \sum_{i=1}^4 P_{i3}) (c_3/2 + c_4) + (c_4 \sum_{i=1}^4 P_{i4}) (c_4/2) \right) \cdot \frac{T}{c}.$$

Для конкретных перекрёстков величины P_{ij} можно считать постоянными. Решение этой задачи в общем виде достаточно громоздко и разбивается на множество случаев в зависимости от этих величин.

Применение полученных формул к реальным перекрёсткам. Для перекрёстка 2 с фазами, изображёнными на рис. 3, была рассчитана общая задержка за светофорный цикл со всех направлений.

Задача была сведена к решению проблемы минимизации общих задержек в единицу времени: $E(W)/T$ при заданных параметрах P_{ij} на пирамиде

$$c_1 \geq 0, \quad c_2 \geq 0, \quad c_3 \geq 0, \quad c - c_1 - c_2 - c_3 \geq 0.$$

Решение этой задачи, в общем, зависит от отношения T/c , но является асимптотическим и практически не подвержено колебаниям начиная с $T/c = 50$ (таблица 1).

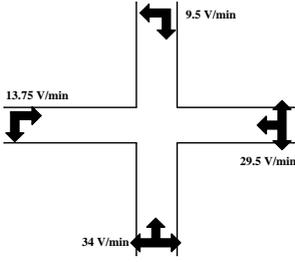


Рис. 2: Перекресток

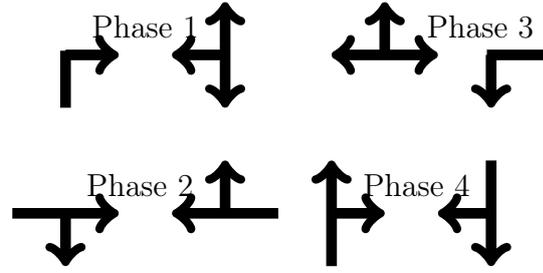


Рис. 3: Фазы светофора

Таблица 1: Зависимость оптимального значения c_i^*/c от количества циклов T/c

c_1^*/c	c_2^*/c	c_3^*/c	c_4^*/c	T/c
0.208502	0.368045	0.229767	0.193685	40
0.209071	0.367474	0.2292	0.194255	50
0.209071	0.367473	0.229201	0.194255	60
0.209071	0.367474	0.2292	0.194255	70
0.209071	0.367473	0.2292	0.194255	80

Было рассмотрено поведение АТС в стационарном случае для Т-образного перекрёстка.

Для улучшения читаемости дальнейших формул, вводятся сокращения:

$$\Omega_{0i} = \sum_{k=1}^4 \Omega_{k0}; P_{ji} = \sum_{k=1}^4 P_{jk}.$$

Рассмотрен случай перекрёстка со стационарной ненулевой длиной очереди в начале цикла $E[\Omega(0)] = E[\Omega(c)]$. Тогда $\sum_{j=1}^4 c_j P_{ji} = 0$.

Максимум достигается при

$$c_2 = \frac{2P_{1i}}{P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i}}c;$$

$$c_1 = \frac{3P_{1i}P_{3i} + 3P_{2i}P_{3i} - 4P_{3i}^2 - 2P_{1i}P_{2i}}{(P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i})(P_{3i} - P_{1i})}c;$$

$$c_3 = \frac{P_{1i}(P_{1i} - P_{2i})}{(P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i})(P_{3i} - P_{1i})}c.$$

Если полученные значения положительны, существует оптимальное решение для стационарного режима работы светофора.

Аналогично получены формулы, выражающие оптимальные длительности фаз при стационарной длине очереди на перекрёстке 4-х дорог.

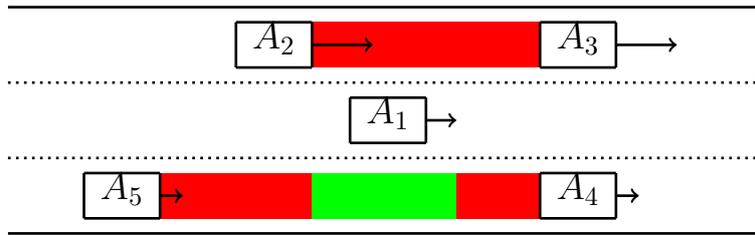


Рис. 4: Допустимость перестроения на соседнюю полосу при движении

В третьей главе данного исследования автором рассмотрены численные методы моделирования движения на изолированных дороге и перекрёстке.

Рассматривается микроскопическая модель транспортных потоков, обобщающая существующую «модель разумного водителя» Трайбера на случай многополосных дорог и перекрёстков. В этой модели для каждого АТС задаются желаемая скорость, величина d — расстояние между текущим АТС и следующим перед ним, V_n — скорость текущего АТС. Правила обновления задаются моделью Трайбера. Желаемые скорости изначально полагаются удовлетворяющими распределению Гаусса с наложенными ограничением на максимальное и минимальное значения скоростей. Математическое ожидание есть средняя скорость, значение дисперсии принято за 0.3 средней скорости.

В двумерном случае для каждого АТС вычисляются следующие характеристики:

- Возможность смены полосы. Смена полосы возможна, если в непосредственной близости на полосе-приёмнике в зоне приёма не присутствует транспортное средство или оно не появится там за время перестройки.

- Необходимость смены полосы. Смена полосы необходима, если она служит способом достижения цели. Например, если на перекрёстке поворот налево возможен только из крайней левой полосы (полосы номер 0), а АТС в настоящее время движется по полосе номер 2, то имеется необходимость перестроения сначала в полосу номер 1, а затем в полосу номер 0.

Смена полосы — вероятностное событие, вероятность попытки которого увеличивается по мере приближения АТС к целям. Если АТС уже движется по целевой полосе, то вероятность перестроения с целевой полосы есть $1 - p$, где p — вероятность перестроения на целевую полосу. Если после пересечения границы АТС всё ещё не находится на нужной полосе, оно может остановиться в ожидании перестроения.

Допустимость перестроения проиллюстрирована на рисунке 4, краткий алгоритм перестроения отражён на блок-схеме на рисунке 5. При перестроении: 1) текущее АТС меняет номер полосы; 2) на исходной полосе АТС удаляется из двусвязного списка; 3) на целевой полосе АТС вставляется в двусвязный список, при этом должна сохраняться упорядоченность по дистанции всех элементов списка.

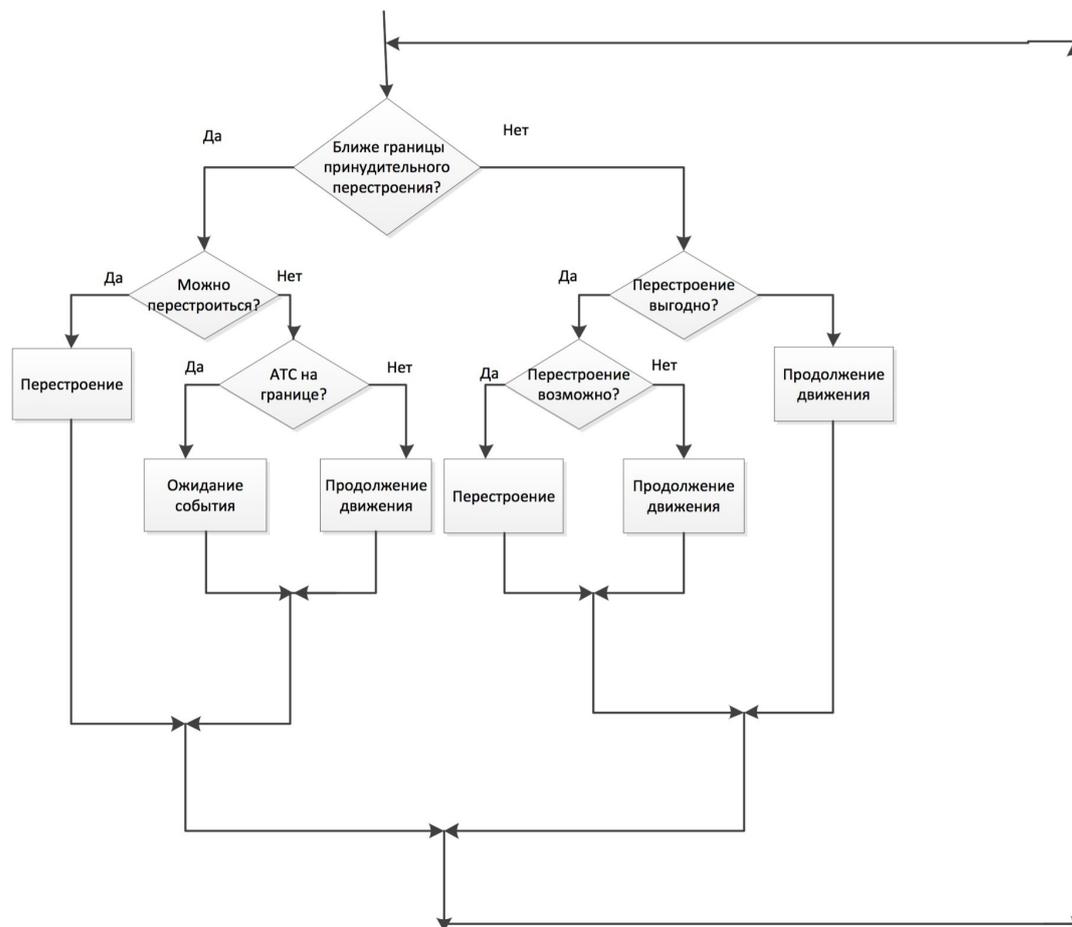


Рис. 5: Блок-схема процесса принятия решения при перестроении

Существуют несколько границ, при которых поведение АТС изменяется.

– Граница перестроения перед светофором. После достижения данной границы скорость АТС снижается до V_{change} .

– Точка поворота. Скорость в этот момент времени равна нулю.

– Граница снижения скорости при красном свете светофора. После достижения данной границы скорость снижается до V_{red1} .

– Граница торможения при красном свете светофора. После достижения данной границы скорость снижается до V_{red2} .

После поворота моделируемое АТС перемещается на полосу другой дороги и, если требуется, участвует в дальнейшем процессе моделирования.

Для реализации рассмотренных методов был разработан комплекс компьютерных программ BTSSIM, решающий задачи:

– определения пропускной способности многополосной дороги;

– определения пропускной способности Т-образного перекрёстка, регулируемого светофором;

– определения пропускной способности обыкновенного перекрёстка, регулируемого светофором;

- моделирования локального расширения дороги вблизи светофора;
- определения эффективной пропускной способности многополосной дороги.

Апробация математической модели, реализованной в программе.

Изучено влияние изменения дорожной разметки на средние относительных отклонений скоростей АТС от их желаемых скоростей V . Рассмотрены два случая: с разрешённым перестроением и с запрещённым перестроением на двухполосной дороге. В существующую модель добавлено наличие грузовых автомобилей, отличающихся от легковых распределением желаемых скоростей, безопасным расстоянием, длиной автомобиля, комфортным ускорением. Далее рассмотрен случай, когда доля грузовиков составляет 4% от всех АТС.

На рисунке 6 показаны зависимости V (по вертикали, %) усреднённого отношения текущей скорости АТС к желательной по всему времени и всем АТС, от CPM , интенсивности входящего потока (по горизонтали, АТС/мин). Представлены два варианта: с разрешённым и запрещённым перестроениями. Каждая точка графика есть результат усреднения 32-х независимых расчётов.

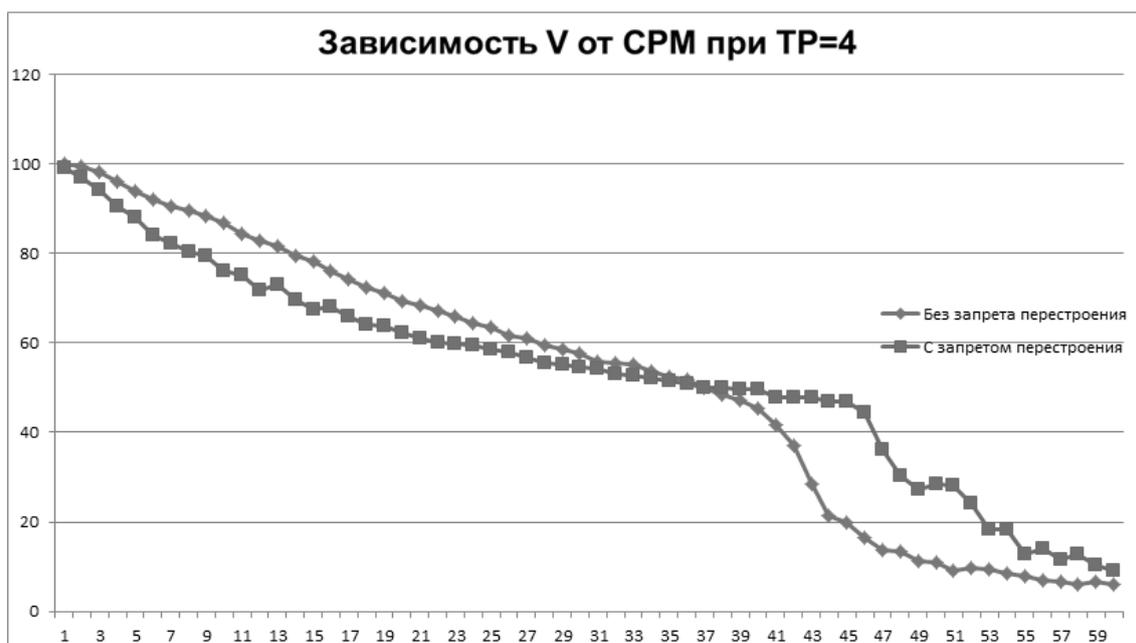


Рис. 6: Зависимость V потока, %, от интенсивности входящего потока, АТС/мин

В рассмотренном случае явно проявляется наличие фазовых переходов.

Для решения задачи о движении АТС на регулируемом перекрёстке был использован комплекс VTSSIM. Рассматривалось движение АТС на перекрёстке с заранее заданными неоднородными многоцелевыми потоками. Решалась задача оптимизации длительности фаз светофорного режима на сет-

Таблица 2: Результаты, полученные численным микромоделированием

Фаза 1, сек	Фаза 2, сек	Фаза 3, сек	Фаза 4, сек	СРТ
60	30	45	30	0.737
30	75	45	30	0.737
...
45	30	30	90	0.566
30	30	30	90	0.560

Таблица 3: Результаты, полученные аналитически с помощью теории систем массового обслуживания

Фаза 1, сек	Фаза 2, сек	Фаза 3, сек	Фаза 4, сек	СРТ
35	61.5	38.4	32.5	0.761

ке значений, обеспечивающих максимальную пропускную способность перекрёстка при заданных интенсивностях потоков на каждом из направлений.

Полученные распределения фаз при заданных входящих потоках были проверены на устойчивость к небольшим изменениям интенсивностей входящих потоков с различных сторон. Численно показана устойчивость результатов к колебаниям потоков.

В таблице 2 приведены некоторые полученные результаты для перекрёстка с рисунков 2 и 3.

Проведены сравнения результатов анализа перекрёстков аналитической и микромоделю для данного перекрёстка (таблицы 2, 3). Результаты, полученные с помощью аналитического аппарата хорошо коррелируют с результатами микромоделирования и превосходят их.

Практическое применение. В 2012 году при въезде будним днём в город Королёв (Московская область) на ул. Пионерская каждый вечер наблюдалась серьезная пробка, обусловленная работой светофора, расположенного в двух километрах от въезда в город на площади Мозжорина. Работа светофора на этом перекрестке организована таким образом, что во время горения зеленого света по прямому направлению по улице Пионерская, поворот налево невозможен. Известно, что избыточные локальные расширения зачастую приносят негативный эффект, однако после проведённых автором расчётов в работе [6] предложена модификация дорожного движения, заключающаяся в увеличении числа полос на ул. Пионерская в окрестности этого перекрестка (рисунок 7).

Было определено, каким именно образом требуется расширить число полос (на каком расстоянии от светофора сделать расширение, какой длины должно быть расширение). Отношение числа поворачивающих АТС к числу продолжающих прямолинейное движение было принято как 2:5. В таблице

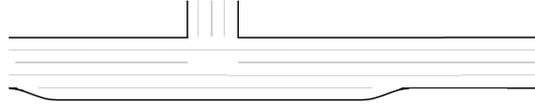


Рис. 7: Схема предлагаемого локального расширения в г. Королёв, перекрёсток ул. Пионерская и ул. Терешковой

4 показаны фрагменты результатов расчётов программы в виде зависимости средней длины очереди АТС при интенсивности входящего потока 88 АТС/мин, длительностях обеих фаз светофора 30 секунд каждая, модельном времени 900 секунд. в устоявшемся режиме. При первоначальных данных расчётная длина очереди АТС составляла 6.3 единицы.

Таблица 4: Зависимость средней длины очереди АТС от параметров локального расширения, СРМ

Начало/конец, м	100	110	120	130	140	150	200	300	400
-300	3.61	1.69	1.48	1.44	1.38	1.33	1.24	1.15	1.13
-150	3.21	1.40	1.34	1.27	1.23	1.23	1.16	1.13	1.11
-120	2.64	1.34	1.30	1.29	1.27	1.24	1.20	1.16	1.14
-110	2.25	1.28	1.23	1.19	1.21	1.24	1.16	1.15	1.13
-100	1.84	1.15	1.12	1.09	1.09	1.11	1.11	1.05	1.09

Расчёты показывают, что наиболее значимый эффект оказывает место размещения начала и конца расширения. При увеличении длины отрезка расширения до 110 метров в обе стороны наблюдается фазовый переход, сопровождающийся уменьшением средней длины очереди ожидающих АТС. Дальнейшее увеличение длины отрезка к значимому уменьшению длины очереди не приводит.

Четвёртая глава посвящена моделированию движения на кольцевой автостраде, закрученной в одну сторону (рисунок 8).

q_i — поток трафика от узла с номером i к узлу с номером $i + 1$.

Моделирование движения осуществляется для «матрицы корреспонденций» Q , имеющей вид

	0_{in}	0_{out}	$(n - 1)_{out}$
0_{in}	×	$Q[0, in, 0, out]$			
0_{out}	$Q[0, out, 0, in]$	×			
⋮			×		
⋮					
$(n - 1)_{out}$					×

Ячейки нумеруются в виде $Q[i, in/out, j, in/out]$, то есть, представление матрицы корреспонденции есть четырёхмерная матрица $n \times 2 \times n \times 2$. Для

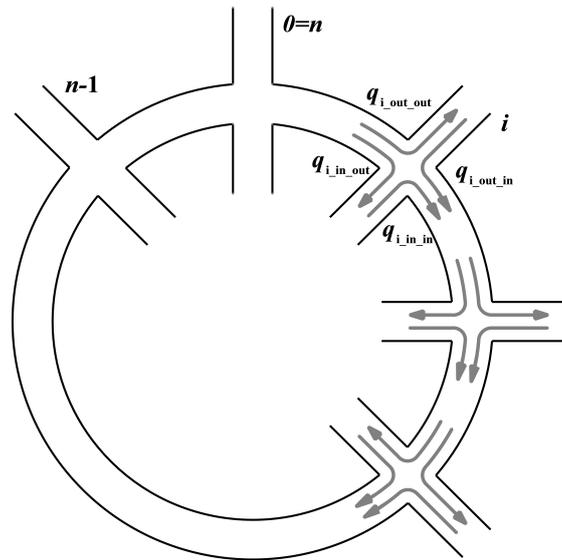


Рис. 8: Кольцевая автострада

численной записи в данной матрице *in* обозначает 0, а *out* обозначает 1. Под $Q[i, in, j, out]$ подразумевается число АТС в единицу времени, желающих попасть с внутренней дороги *i*-го узла на внешнюю дорогу *j*-го узла.

Пусть N_i — число полос у соответственных побочных дорог и N — число полос на кольцевой автостраде. Число полос у въездов полагается достаточным для пропуска всех желающих в случае полностью зелёного сигнала, в таком случае можно использовать следствие об эффективном числе полос. Максимальная пропускная способность одной полосы — константа, равная S .

Была рассчитана максимальная пропускная способность рассматриваемой автострады в зависимости от матрицы корреспонденций и пропускных способностей главной и побочной дорог. Данная задача рассматривалась с целью определения оптимальных светофорных режимов на системе связанных перекрёстков.

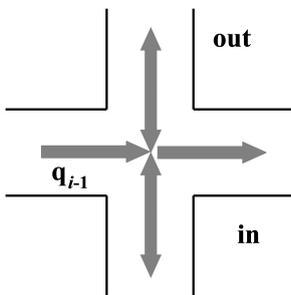


Рис. 9: *i*-тый узел

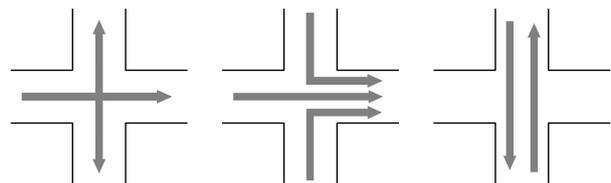


Рис. 10: Возможная схема организации движения на узле магистрали с односторонним движением

Ранее рассмотренная модель движения на изолированном перекрёстке была обобщена и расширена на данный случай.

Математическое ожидание проходящего потока с главной дороги на n -той фазе есть $E[S_i^n] = S \cdot N \cdot \frac{k_i^n}{q_{i-1}}$, с побочных дорог $E[S_{i,u}^n] = S \cdot N_i \cdot \frac{k_{i,u}^n}{q_{away,i,u}}$. Здесь

$q_{away,i,u} = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{l=0}^1 Q[j, l, i, u]$ — поток АТС, желающий выехать на i -м узле в направлении $u(in/out)$, k_i^n — соответственные интенсивности потоков АТС, которые могут продолжать движение в n -й фазе с главного направления, $k_{i,u}^n$ — соответственные интенсивности потоков АТС, которые могут продолжать движение в n -й фазе с побочного направления $u(in/out)$.

Далее рассматриваются светофорные фазы, изображённые на рис. 10. Пусть $q_{in,i,u}$ — поток, приходящий по второстепенной дороге узла i с направления u , $q_{in,i,u} = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{l=0}^1 Q[i, u, j, l]$.

Тогда

$$c^i \cdot E[q_i] = (c_1^i + c_2^i) \cdot \left(S \cdot N \cdot \frac{q_{i-1} - \sum_{u=0}^1 q_{away,i,u}}{q_{i-1}} \right) + c_2^i \cdot \left(S \cdot N_i \cdot \frac{q_{in,i,0} - Q[i, 0, i, 1]}{q_{in,i,0}} + S \cdot N_i \cdot \frac{q_{in,i,1} - Q[i, 1, i, 0]}{q_{in,i,1}} \right), \quad (1)$$

что даёт рекуррентное соотношение, позволяющее от i -го узла перейти к $i+1$ -му, и это позволяет замкнуть модель.

Была решена задача минимизации общих задержек, возникающих при преодолении данной автострады. Аналогично предыдущим частям, вводятся «избыточные потоки» с каждого направления для каждой фазы:

$$P_i^n = \max(q_{i-1} - E[S_i^n], 0), \quad P_{i,u}^n = \max(q_{i,u} - E[S_{i,u}^n], 0).$$

Зависимость P от Q и q_0 получается подстановкой найденных значений и рекуррентным получением q_{i-1} . В терминологии данной части и для описанного выше светофорного режима, задержка, возникающая при пересечении i -го узла всех АТС равна:

$$E[W_{sum}^i] = c \Omega_{sum0_i} + \frac{P_{sum1_i} (c_1^i)^2}{2} + \frac{P_{sum2_i} (c_2^i)^2}{2} + c_2^i P_{sum1_i} c_1^i + \frac{P_{sum3_i} (c_3^i)^2}{2} + c_3 (P_{sum1_i} c_1^i + P_{sum2_i} c_2^i). \quad (2)$$

Важно учесть, что «избыточные потоки» зависят от потоков по главным дорогам, зависящих от сигнального цикла, а также, что, в отличие от задачи об изолированном перекрёстке, изначальные очереди в общем виде зависят от ранее лежащих узлов, а, значит, и от сигнального цикла.

Решение задачи оптимизации как в общем виде, так и в частных случаях, аналитически невозможно. Программный комплекс моделирования движения на кольцевой дороге основан на формулах (1), (2) и предназначен для

определения оптимальных фаз светофоров, расположенных на кольцевой дороге.

Входными данными программы являются значения коэффициентов $\Omega_{i,j}$, где $i \in \{1, \dots, N\}$ и $j \in \{In, Out\}$, а так же коэффициентов $Q_{i,j,k,l}$, где $i, k \in 1, \dots, N; j, l \in \{in, out\}$ и коэффициентов q_{0i} , $i \in \{1, \dots, N\}$.

Первый режим работы, нахождение оптимального решения в предположении, что все светофоры на кольцевой дороге имеют одинаковое распределение фаз, заключается в нахождении вектора коэффициентов (c_1, c_2, c_3) , второй режим определяет набор векторов $(c_{1,i}, c_{2,i}, c_{3,i}, i \in \{1, \dots, N\})$, оптимальное решение в предположении, что для каждого из светофоров определяются собственные распределения фаз.

Далее рассмотрено понятие *зелёной волны*, позволяющей АТС пересекать множество подряд идущих перекрёстков без остановок. Рассмотрены методы организации *зелёной волны* при случаях высокой, средней и низкой загрузки кольцевой автострады. Рассмотрена кольцевая магистраль с односторонним движением, описанная ранее.

Автором было показано, что в случае «низкой загрузки» механизм образования зелёной волны не отличается от случая двухфазного (трёхфазного) светофора с режимами «красный-зелёный» («красный-жёлтый-зелёный»), описанного и рассмотренного в множестве источников. При «высокой нагрузке» создание зелёной волны не представляется возможным. Единственный возможный случай для стабильной работы зелёной волны в данном случае — ограничение входящих потоков на магистраль, спровоцированное, например, локальным уменьшением числа полос на входящих дорогах, или же светофорным режимом.

«Средняя загрузка» — наиболее интересный случай, когда потоки не настолько велики, чтобы это вызвало крах зелёной волны, но когда входящие и исходящие потоки достаточно велики, чтобы они были приняты во внимание. Также, например, ситуация «средней загрузки» возникает, когда потоки на узлах искусственным образом уменьшают.

Зелёная волна может возникнуть при условии, когда перестраивающиеся АТС занимают отдельные полосы. В реальности, в условиях несимметричности потоков, необходимо выделить для поворачивающих АТС количество полос, соответствующее максимальному исходящему потоку в условиях ограничения входящего потока. Соответственно, это сужает число полос, на которых может работать зелёная волна, как и уменьшает общую пропускную способность автострады.

Конкретные коэффициенты сужений и целевых полос могут быть рассчитаны только с учётом реальных данных.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

1. Теоретические результаты, включающие анализ и развитие существующих подходов к моделированию транспортных задач и оценка возможности применения механизма методов теории систем массового обслуживания для решения задач определения задержек АТС на управляемом перекрёстке сложной структуры.

2. Впервые построенные оригинальные модели движения АТС на сложных перекрёстках, основанные на методах теории систем массового обслуживания.

3. Разработанная по результатам теоретических исследований оригинальная методология моделирования транспортных потоков на микроуровне, развивающая модель Трайбера и включающая в себя подробное описание движения АТС на многополосных дорогах и управляемых перекрёстках сложной структуры.

4. Алгоритмы численного моделирования, ориентированные на использование в высокопроизводительных вычислительных комплексах.

5. Результаты вычислительных экспериментов по верификации предлагаемых математических моделей, подтверждающие возможность получения оптимальных и устойчивых решений задач управления движением на перекрёстках сложной структуры.

Практическая значимость работы подтверждена на основе прикладных исследований движения на реальных управляемых перекрёстках, разработаны практические рекомендации по использованию предлагаемых в диссертации методик.

На защиту выносятся:

1. Методы и алгоритмы моделирования транспортных потоков на основе теории систем массового обслуживания.
2. Микроскопическая модель транспортных потоков, включающая в себя подробное описание движения АТС с учётом взаимодействия их между собой и элементами системы управления на многополосной дороге и управляемых перекрёстках сложной структуры.
3. Алгоритмы численного моделирования транспортных процессов на высокопроизводительных вычислительных комплексах (суперкомпьютерных кластерах), обеспечивающие устойчивость решения транспортных задач на многополосных дорогах и перекрёстках сложной структуры.
4. Результаты верификации предлагаемых моделей на основе сравнительного анализа результатов решения типовых задач.

Работы автора по теме диссертации

Публикации в изданиях из перечня ВАК:

- [1] *Бабичева Т.С.* Методы теории массового обслуживания при исследовании и оптимизации движения на управляемых перекрёстках// Труды МФТИ. — 2015. — Т. 7, № 2. — с. 119–130.
- [2] *Babicheva T.S* The Use of Queuing Theory at Research and Optimization of Traffic on the Signal-controlled Road Intersections// 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015, Vol. 55, pp 469–478, 2015
- [3] *Бабичева Т.С., Бабичев С.Л., Осипов В.П.* Архитектура и методическое обеспечение модуля имитационного моделирования транспортных процессов в сетевой компьютерной лаборатории// Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша 2015. №85. 28 с.
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-85>

Остальные публикации:

- [4] *Бабичева Т.С.* Обобщение модели равновесного распределения транспортных потоков Бэкмана на случай учета затрат на преодоление перекрестков// Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII Управление и прикладная математика: Труды 57-й научной конференции МФТИ./-М.-Долгопрудный, 2014
- [5] *Гасников А.В., Дорн Ю.В., Ивкин Н.П., Ишманов М.С., Обидина Т.С., Петрашко Д.И., Холодов Я.А., Хохлов М.А., Чехович Ю.В.* О некоторых задачах математического моделирования транспортных потоков// Доклады 9-й международной конференции "Интеллектуализация обработки информации -М.:Торус Пресс, 2012.
- [6] *Обидина Т.С.* О возможной реорганизации в строительстве перекрестков на примере г. Королев (МО)// Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII Управление и прикладная математика: Труды 55-й научной конференции МФТИ./-М.-Долгопрудный, 2012
- [7] *Обидина Т.С.* Исследование задержек, возникающих при пересечении перекрестка, с точки зрения теории массового обслуживания // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII Управление и прикладная математика: Труды 56-й научной конференции МФТИ./-М.-Долгопрудный, 2013

- [8] *Обидина Т.С.* Применение методов микроскопического моделирования для решения задач о запрете перестроения и перекрёстке// VII Московская международная конференция по исследованию операций ORM. Сборник тезисов. ORM-2013, Октябрь 2013.
- [9] *Бабичева Т.С., Гасников А.В., Лагуновская А.А., Мендель М.А.* Двухстадийная модель равновесного распределения транспортных потоков//Труды МФТИ. — 2015. — Т. 7, No 3(27). — С. 31–41.

Зарегистрированные программные средства:

- [1] *Бабичева Т.С.* «Программа микромоделирования многополосных автомобильных дорог и перекрёстков VTSSIM». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016610003.
<http://www1.fips.ru/Archive/EVM/2016/2016.02.20/Index.htm>