

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 002.024.03  
на базе  
Федерального государственного учреждения  
"Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук"  
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА  
НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_  
решение диссертационного совета от « 25 » мая 2017 г., № 7

О присуждении **Белову Александру Александровичу**, гражданину Российской Федерации, учёной степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Экономичные методы расчета жестких задач в моделях кинетики, теплопроводности, диффузии», в виде рукописи, по специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ принята к защите 16 марта 2017 года, протокол № 5, диссертационным советом Д002.024.03 на базе ФГБУН Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д.4, приказ №105/нк от 11 апреля 2012 года.

Соискатель **Белов Александр Александрович**, 1991 года рождения.

В 2014 году соискатель с отличием окончил МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедру математики по специальности «Физика».

В период 2014-2017 гг. соискатель обучался в очной аспирантуре физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы, комплексы программ.

Диссертация выполнена на кафедре математики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

В настоящее время соискатель работает техником 2-й категории на кафедре математики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

### **Научный руководитель:**

Калиткин Николай Николаевич, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, профессор, заведующий отделом № 14 ИПМ имени М.В. Келдыша РАН

### **Официальные оппоненты:**

1. **Алфимов Георгий Леонидович**, доктор физико-математических наук, доцент, ФГАОУ ВО Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», кафедра Высшей математики № 1;
2. **Буслаев Александр Павлович**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), заведующий кафедрой «Высшая математика».

Отзывы оппонентов **положительные**.

**Ведущая организация** – ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (государственный университет)» в своем **положительном заключении**, подписанном **Петровым Игорем Борисовичем**, доктором физико-математических наук, членом-корреспондентом РАН, профессором, заведующим кафедрой информатики и вычислительной математики, указала, что «Диссертация посвящена разработке и применению экономичных методов расчета жестких задач, возникающих в следующих областях: 1) кинетика реакций, 2) диагностика сингулярностей в решении обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), 3) эллиптические уравнения (в том числе сингулярно возмущенные). В диссертации также получены уточненные данные по скоростям 4 важных термоядерных реакций. Все разработанные методы позволяют находить решение с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности».

Научная новизна состоит в том, что «для 4 термоядерных реакций, наиболее важных для УТС, найдены аппроксимации сечений и скоростей реакций с точностью 1% и 1–4% соответственно. Разработана специальная

явная схема второго порядка точности для кинетики реакций. Разработана регуляризация метода двойного периода для обработки экспериментов и метод вычисления дисперсии аппроксимирующей кривой. Предложен простой и надежный метод диагностики сингулярностей (степенной и логарифмической полюса, смешанная особенность) для ОДУ с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности. Для решения эллиптических уравнений без смешанных производных логарифмическим счетом на установление предложен новый линейно-тригонометрический набор шагов по времени. Разработан метод вычисления апостериорного асимптотически точного значения погрешности итераций. Для сингулярно возмущенных эллиптических уравнений в прямоугольных областях предложена адаптивная квазиравномерная сетка, которая обеспечивает высокую точность даже при очень тонких пограничных слоях ( $10^{-7}$  от размеров области) уже на скромных сетках с небольшим числом узлов (до 500 по каждому направлению). На основе предложенных методов впервые разработаны 3 пакета программ на языке Matlab, эффективность которых подтверждена большим количеством численных экспериментов».

«Результаты работы могут быть использованы в теоретических и прикладных исследованиях, проводимых на ряде факультетов МГУ им. М.В. Ломоносова (физическом, химическом, ВМК и других), в ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, федеральных ядерных центрах (Саров и Снежинск), ФИАН им. П.Н. Лебедева, ОИЯИ, НИЦ «Курчатовский институт», МИАН им. В.А. Стеклова, ИММ УрО РАН, ВЦ РАН и других организациях».

В отзыве отмечены следующие замечания по работе:

1. Для предложенного в работе регуляризованного метода двойного периода есть хорошие представительные примеры применения, но нет доказательства того, что он является регуляризирующим алгоритмом в смысле определения, данного А.Н. Тихоновым.

2. Для этого метода предложены эвристические оценки доверительного интервала аппроксимирующей кривой, но не построено аккуратных оценок погрешности.
3. В главе, посвященной построению явной схемы для жесткой задачи кинетики, говорится, что она будет устойчива при достаточно малом шаге, но не предлагается конструктивного алгоритма автоматического выбора шага.

Дана следующая **общая оценка работы**: «Приведенные замечания не снижают ценности проделанной работы. В работе рассмотрены актуальные задачи. Постановка и методы решения задач ясны и обоснованы. В данном исследовании присутствуют все компоненты математического моделирования – построение моделей, разработка алгоритмов, их реализация и проведение вычислительного эксперимента. При выполнении работ по всем упомянутым компонентам автор продемонстрировал высокую квалификацию, успешно выполнив их на самом современном (в том числе и высоком математическом) уровне. Результаты обладают научной новизной и практической ценностью».

В диссертации имеются ссылки на 27 научных работ соискателя по теме диссертации, в том числе 13 статей в журналах из перечня ВАК:

1. А.А. Белов. Численное обнаружение и исследование сингулярностей решения дифференциальных уравнений // ДАН. 2016. Т. 468, № 1. С. 21-25.
2. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Обработка экспериментальных кривых регуляризованным методом двойного периода // ДАН. 2016. Т. 470, № 3. С. 266-270.
3. Н.Н. Калиткин, А.А. Белов. Аналог метода Ричардсона для логарифмически сходящегося счета на установление // ДАН. 2013. Т. 452, № 3. С. 261-265.
4. А.А. Белов. Численная диагностика разрушения решений дифференциальных уравнений // ЖВМиМФ. 2017. Т. 57, № 1. С. 91-102.

5. А.А. Белов. О коэффициентах квадратурных формул Эйлера-Маклорена // Матем. моделирование. 2013. Т. 25, № 6. С. 72-79.
6. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин, Л.В. Кузьмина. Моделирование химической кинетики в газах // Матем. моделирование. 2016. Т. 28, № 8. С. 46-64.
7. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Численное моделирование задач с пограничным слоем // Матем. моделирование. 2015. Т. 27, № 11. С. 47-55.
8. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин, Л.В. Кузьмина. Сравнение высокоустойчивых форм итерационных методов сопряженных направлений // Матем. моделирование. 2015. Т. 27, № 9. С. 110-136.
9. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Сверхбыстрый метод с гарантированной точностью для эллиптических уравнений в прямоугольной области // Матем. моделирование. 2015. Т. 27, № 7. С. 37-43.
10. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Эволюционная факторизация и сверхбыстрый счет на установление // Матем. моделирование. 2014. Т. 26, № 9. С. 47-64.
11. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Сеточные методы решения задач с пограничным слоем // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79, № 12. С. 1655-1659.
12. А.А. Белов. Программы SuFaReC для сверхбыстрого расчета эллиптических уравнений в прямоугольной области // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 44. 12 с.  
<http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-44>
13. А.А. Белов, Н.Н. Калиткин. Эволюционная факторизация и сверхбыстрый счет на установление // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2013. № 69. 32 с.  
<http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-69>

**На автореферат диссертации поступил отзыв от кандидата физико-математических наук Малых Михаила Дмитриевича, доцента кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Отзыв**

положительный. Отзыв не содержит замечаний. В отзыве отмечается, что «в диссертации А.А. Белова предлагается новый подход, позволяющий вычислить положение и порядок подвижной алгебраической особой точки в рамках метода конечных разностей. Требование алгебраичности особой точки не сильно ограничивает общность рассмотрения... Это обстоятельство открывает интересную возможность для междисциплинарного взаимодействия между аналитической теорией дифференциальных уравнений и численными методами. ...метод А.А. Белова может дать аналитикам конструктивно очень простой и независимый от теста Пенлеве метод проверки тех или иных суждений об особых точках. Это особенно важно на настоящем этапе развития аналитической теории, когда содержательные результаты получаются после рутинных аналитических выкладок, на отыскание ошибок в которых, в том числе и арифметических, уходят годы».

**Выбор официальных оппонентов и ведущей организации** объясняется их широко известной компетенцией в вопросах математического моделирования жестких задач, разработки численных методов и алгоритмов их решения. Это подтверждается многочисленными научными публикациями, такими как

1. Kizin P.P., Zezyulin D.A., **Alfimov G.L.** Oscillatory instabilities of gap solitons in a repulsive Bose–Einstein condensate // *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 15 December 2016. – Vol. 337 – P. 58-66.
2. **Alfimov G.L.**, Medvedeva E.V., Pelinovsky D.E. Wave systems with an infinite number of localized traveling waves // *Physical Review Letters*, 2014 – Vol. 112 – № 5 – P. 054103.
3. **A. P. Buslaev**, V. V. Kozlov. On a system of nonlinear differential equations for the model of totally connected traffic // *Journal of Concrete and Applicable Mathematics*, 2014 – Vol. 12 – № 1-2 – P. 86-93

4. V. V. Kozlov, **A. P. Buslaev**, A. G. Tatashev. A dynamical communication system on a network // Journal of Computational and Applied Mathematics, 2015 – Vol. 275 – P. 247-261
5. Голубев В. И., **Петров И. Б.**, Хохлов Н. И. Компактные сеточно-характеристические схемы повышенного порядка точности для трёхмерного линейного уравнения переноса // Математическое моделирование, 2016 – Т. 28 – № 2 – С. 123-132.
6. Фаворская А. В., **Петров И. Б.** Исследование сеточно-характеристических методов повышенных порядков точности на неструктурированных сетках // Сиб. журн. вычисл. матем., 2016 – Т. 19 – № 2 – С. 223-233.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований

1. **Разработана** специальная явная схема для расчета кинетики реакций. По простоте, надежности и экономичности она превосходит известные методы. **Проведено моделирование** реальной кинетики 4 реакций, наиболее важных для задач управляемого термоядерного синтеза.
2. **Разработан** метод обработки экспериментальных данных, измеренных со значительными погрешностями. Он заключается в регуляризации метода двойного периода и специальной процедуре оценки дисперсии аппроксимирующей кривой. **Вычислены** аппроксимации сечений и скоростей для 4 важнейших термоядерных реакций с точностью  $1\div 4\%$ , что в  $\sim 5$  раз выше мирового уровня.
3. **Разработан** метод численного обнаружения и диагностики сингулярностей для систем ОДУ. Он позволяет вычислять момент и порядок сингулярностей с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности и превосходит известные методы по точности и надежности. Метод обобщен на случай уравнений в частных производных. Он **применен** к задаче об S-режиме нелинейного горения.

4. **Оптимизирован** логарифмически быстрый итерационный метод решения эллиптических уравнений без смешанных производных в прямоугольных областях. Коэффициенты могут быть произвольными переменными, прямоугольные сетки – неравномерными, а область – неограниченной. Предложена практически неуплощаемая производящая функция набора шагов по времени. Построен метод нахождения апостериорной асимптотически точной оценки погрешности итераций.
5. Для сингулярно возмущенных эллиптических уравнений в прямоугольных областях **предложена** адаптивная квазиравномерная сетка, позволяющая апостериорно контролировать погрешность и фактический порядок точности. Она обеспечивает высокую точность даже для очень тонких пограничных слоев при небольшом числе узлов.
6. **Разработаны** 3 пакета программ на языке Matlab: Kinetic для расчетов кинетики реакций, SiDiaG для диагностики сингулярностей у систем ОДУ, SuFaReC для решения задачи Дирихле для эллиптических уравнений в прямоугольной области.

**Достоверность** разработанных математических методов гарантируется следующим.

Все методы проверялись на представительных тестовых задачах с известным точным решением. Все расчеты проводились на сгущающихся сетках с апостериорной оценкой погрешности по методу Ричардсона и контролем фактического порядка точности. Это обеспечивает математическую точность на уровне ошибок округления компьютера. Надежность обработки экспериментальных данных следует из большого объема анализируемого материала и физически корректного поведения аппроксимирующей кривой. Оценки точности аппроксимаций для сечений контролируются по соответствию известным физическим закономерностям и наиболее надежным экспериментальным данным, измеренным с наибольшей точностью.

**Теоретическая значимость** исследования обусловлена следующим. Полученные в работе аппроксимации для сечений и скоростей термоядерных реакций значительно точнее известных ранее. Это существенно для моделирования процессов в мишенях управляемого синтеза. Предложенные математические методы качественно превосходят по точности, надежности и эффективности ранее известные алгоритмы и представляют интерес для широкого круга исследователей при решении прикладных задач. Разработанные пакеты программ должны найти широкое применение для исследовательских расчетов, а также как прототипы программных комплексов для производственных расчетов.

**Практическая значимость** полученных результатов определяется перспективой применения разработанных технологий моделирования к расчету широкого класса жестких задач (как для ОДУ, так и для уравнений в частных производных), обработке результатов эксперимента, исследованию нелинейных задач с разрушающимися решениями и др.

**Личный вклад** соискателя состоит в полностью самостоятельной разработке метода обнаружения и диагностики сингулярностей у систем ОДУ; исследовании квадратурных формул Эйлера-Маклорена произвольных порядков точности; разработке 3 пакетов прикладных программ и проведении всех расчетов; а также существенном участии в постановке задач, разработке моделей, построении методов, анализе результатов. Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены соискателем лично.

Диссертационный совет, учитывая замечание профессора В.Б.Андреева о том, что соискателю следовало сослаться на оригинальную работу Е.Г.Дьяконова, а не на учебное пособие Г.И. Марчука, отмечает, что в работе соискателя предложено обобщение теории Е.Г. Дьяконова на случай нерегулярных сеток и неограниченной области, а также решены новые практические задачи. Диссертационный совет считает, что, вклад соискателя достаточен для защиты кандидатской диссертации по

специальности 05.13.18. Диссертация охватывает все основные вопросы поставленных научных задач, является целостным и законченным научным исследованием, которое содержит решение актуальной проблемы, связанной с разработкой экономичных методов расчета жестких задач для широкого класса моделей.

На заседании 25 мая 2017 года диссертационный совет принял решение присудить Белову А.А. ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 6 докторов наук, участвовавших в заседании, из 25 человек, входящих в состав совета, проголосовал: за – 15, против – 1, недействительных бюллетеней – 1.

Председатель диссертационного совета

Д 002.024.03, академик РАН

Б.Н. Четверушкин

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 002.024.03, к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

25 мая 2017 года