На правах рукописи

Блонский Артём Вадимович

Математическое моделирование течений в системах трещин

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

Научный руководитель:	**Савенков Евгений Борисович,** кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»
Официальные оппоненты:	**Соболева Елена Борисовна,** доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
	Мухин Сергей Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», факультет ВМК
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Защита диссертации состоится «___»_______________ 2019 года в «___» час. «___» мин. на заседании совета Д002.024.03 при ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН и на сайте *www.keldysh.ru.*

Автореферат разослан «___»_______________ 2019 года.

Ученый секретарь диссертационного совета, кандидат физико-математических наук — Корнилина М.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В настоящее время математическое моделирование является одним из основных инструментов анализа процесса разработки нефтегазовых месторождений. Сложность строения коллекторов нефти и газа и многообразие физических эффектов, сопровождающих процесс вытеснения, приводят к необходимости рассмотрения различных математических моделей, описывающих течение.

Значительное количество углеводородов в мире добывается из трещиноватых и трещиновато-поровых коллекторов. Характерной особенностью трещиноватых коллекторов является существенная анизотропия проницаемости, которая обусловлена наличием системы гидродинамически связанных или несвязанных трещин, расположенных в проводящей или непроводящей вмещающей среде — матрице.

Геологическая трещиноватость характеризуется существенной разномасштабностью. С точки зрения задач анализа процессов, сопровождающих разработку нефтегазовых месторождений, можно выделить три типа трещин: макротрещины, мезотрещины, микротрещины. В свою очередь трещины могут быть проводимыми и непроводимыми. Проводимые трещины вносят дополнительный вклад в течение жидкости, а непроводимые представляют собой барьеры для течения и создают дополнительное гидродинамическое сопротивление.

Трещиноватость на различных масштабах оказывает различное влияние на течение в коллекторе. В случае чисто трещиноватых коллекторов макротрещины образуют основные каналы течения, а мезотрещины и микротрещины, связанные с макротрещинами, являются источником притока жидкости.

В случае трещиновато–поровых коллекторов наиболее распространена ситуация, когда трещиноватая система представляет собой сеть высокопроводимых каналов, а пористая матрица содержит основные запасы углеводородов. При этом трещины образуют путь течения жидкости, а пористая матрица является её источником. Также возможна ситуация, когда трещины и матрица коллектора имеют сравнимую проницаемость — в этом случае трещины вносят дополнительный вклад в течение и увеличивают общую проницаемость системы.

Процесс течения жидкости как в трещинах, так и в матрице, может быть описан по-разному в зависимости от масштаба рассматриваемой среды. Обычно выделяют три различных масштаба среды: микромасштаб (керн до 0.1 м),

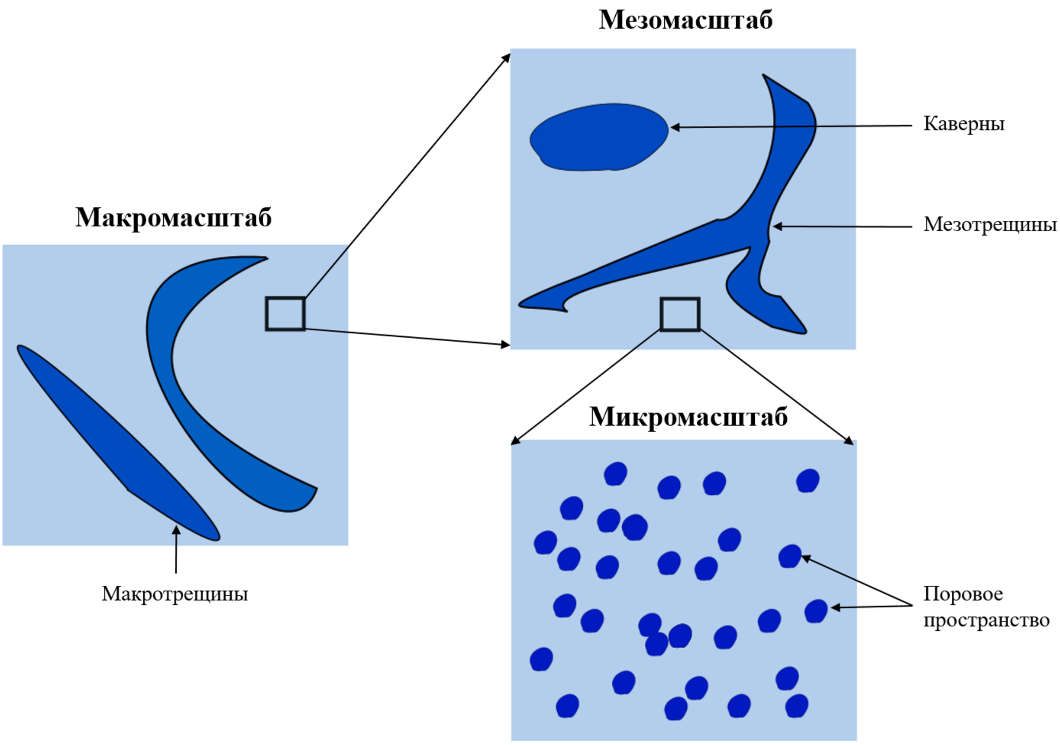

Рис. 1. Различные пространственные масштабы среды.

мезомасштаб (порядка 1 м), макромасштаб (ячейка гидродинамической сетки порядка 50 м), см. рисунок 1.

Каждый из указанных масштабов имеет свои особенности, которые необходимо учитывать при исследовании свойств породы и течений, и соответсвующие методы моделирования течений. Модели течений макромасштаба являются упрощенными, но при этом могут быть применены для расчета моделей месторождений и построения прогнозов добычи углеводородов. Модели течений микроуровня учитывают наибольшее количество физико–химических эффектов, однако их использование даже на мезомасштабе не представляется возможным из-за высокой вычислительной сложности. Важной задачей при моделировании течений на масштабе месторождения является перенос свойств с микромасштаба на мезо– и макромасштабы и подготовка данных для моделей макроуровня. Модели мезомасштаба в основном играют роль средства для определения параметров моделей макромасштаба. И если в случае чисто поровых коллекторов можно определить размеры представительного объёма среды и, проведя на нём эксперементальные исследования, ремасштабировать результаты на больший масштаб, то в случае трещиноватых пород представительный объём может в принципе отсутствовать.

В настоящее время большая часть добываемых углеводородов относится к категории трудноизвлекаемых и содержится в трещиноватых коллекторах, поэтому разработка математической модели, соответствующих численных методов и комплексов программ для моделирования течений жидкости в системах трещин пород коллекторов является актуальной задачей.

Среди моделей применяемых для описания течений в трещиноватых коллекторах модель дискретных систем трещин (Discrete Fracture Network, DFN) является одной из наиболее корректных, поскольку позволяет явно учитывать геометрию трещин и поверхностные эффекты на границе раздела подвижных и твердых фаз, такие как смачиваемость породы и капиллярные эффекты. Модель DFN была взята за основу в данной работе.

Целями и задачами работы являются разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и комплексов программ для анализа течения жидкостей в дискретных системах трещин.

Научной новизной данной работы являются физико-математические модели однофазных и двухфазных течений в системе трещин и каверн, алгоритмы расчета уравнений модели, а также программный комплекс и результаты моделирования, которые показывают, что структура проводящих каналов в трещинах, капиллярные силы, смачиваемость породы и наличие каверн на пересечениях трещин могут оказывать существенное влияние на характер и показатели вытеснения в трещиноватых коллекторах.

Теоретическая ценность и практическая значимость диссертационной работы состоит в разработанных физико-математических моделях течения однофазной и двухфазной жидкости с учётом капиллярных сил и смачиваемости породы, разработанных вычислительных алгоритмах и программном комплексе, который позволяет моделировать течения в системах трещин с кавернами. Практическая ценность работы обусловлена тем, что результаты работы, в том числе и разработанное программное обеспечение, могут быть применены для анализа течений в трещиноватых коллекторах.

Методология и методы исследования, использованные в данной работе, включают в себя методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений в частных производных, численные методы решения дифференциальных уравнений, а также современные практики программирования.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Разработаны математические модели однофазных и двухфазных течений

в системах трещин с кавернами, которые учитывают течение в трещинах, кавернах, переток между ними, сжимаемость жидкости, капиллярные и гравитационные силы, а также смачиваемость породы.

2. Разработаны вычислительные алгоритмы для расчета течений по системам трещин с кавернами.
3. Создан программный комплекс для расчета течений в системах трещин с кавернами, который может быть применен для анализа течений в трещиноватых коллекторах.
4. Получены результаты расчетов, которые показывают корректность разработанных математических моделей, вычислительных алгоритмов и программной реализации, а также влияние капиллярных сил, переменного раскрытия трещин, наличия каверн на пересечениях трещин на процесс течения жидкости.

Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечены строгостью используемого математического аппарата и подтверждаются сравнением результатов вычислительных экспериментов с известными в литературе аналитическими решениями.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы апробированы на 60-й научной конференции Московского физико технического института (университета) (г. Долгопрудный, 2017); Российской нефтегазовой технической конференции SPE (г. Москва 2017); Научной конференции молодых ученых и аспирантов Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН (г. Москва 2018); семинаре «Вычислительные методы и математическое моделирование» им. Ю. П. Попова, Института прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, семинаре «Математическое моделирование» Института прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 8 печатных работах, в том числе в 7 печатных работах в изданиях из перечня ВАК.

Личный вклад соискателя. Соискатель самостоятельно разработал физико-математические модели течения в системах трещин с кавернами, вычислительные алгоритмы, а также программный комплекс для моделирования течений. Исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены соискателем в процессе научной деятельности.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа представлена на 99 страницах, содержит 43 иллюстрации и 3 таблицы. Список литературы содержит 50 наименований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение №14.581.21.0027 от 03.10.2017 г., уникальный идентификатор RFMEFI58117X0027).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении диссертации описаны особенности строения трещиноватых и трещиновато-поровых коллекторов, а также основные процессы определяющие течение. Описаны особенности моделирования течений на различных пространственных масштабах. Определена актуальность задачи моделирования течений в трещиноватых коллекторах. Сформулированы цель, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, сформулированы выносимые на защиту положения.

В первой главе описаны существующие подходы к моделированию течения жидкости в трещиноватых коллекторах на различных пространственных масштабах. Описаны предложенные трехмерные модели однофазных и двухфазных течений как в чисто трещиноватой среде, так и в системе трещин с кавернами, образованных на линиях пересечения трещин. Описанные модели учитывают произвольное расположение трещин в пространстве, пересечения трещин, течение в трещинах, течение вдоль каверн, переток между трещинами и кавернами, сжимаемость жидкостей, гравитационные и капиллярные силы. Ниже приводится описание разработанных моделей течения.

Пусть $\gamma = \gamma(s)$ — каверна конечной длины $L_\gamma = |\gamma|$; s — координата вдоль линии, проходящей в центре каверны, $s \in [0, L_\gamma]$; $\vec{\tau} = \vec{\tau}(s)$ — касательный к линии $\gamma = \gamma(s)$ вектор единичной длины. Будем считать, что сечение канала в некоторой точке s имеет форму круга с диаметром $d = d(s)$.

Далее предполагается, что справедливы следующие утверждения:

- течение в каверне существенно одномерное;
- число Рейнольдса $\mathrm{Re} = d \cdot v/\nu \ll 1$, где v — характерная скорость течения, ν — кинематическая вязкость флюида.

При указанных допущениях скорость течения можно описать законом Пуазейля для ламинарного течения вязкой жидкости в тонком канале. Согласно данному закону для скорости течения флюида справедливо следующее выражение:

$$v_v(s) = -\frac{d^2(s)}{32\mu}\frac{\partial p_v}{\partial s}, \tag{1}$$

где v_v — средняя по сечению каверны скорость течения жидкости, μ — динамическая вязкость флюида, p_v — давление в каверне. При сделанных допущениях уравнение закона сохранения массы в канале будет иметь вид:

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho A v_v}{\partial s} = q, \tag{2}$$

$$v_v = -\frac{k_v}{\mu}\left(\frac{\partial p_v}{\partial s} + \rho g_\tau\right), \quad k_v(s) = \frac{d^2(s)}{32}, \quad A(s) = \frac{\pi d^2(s)}{4}, \tag{3}$$

где $A = A(s)$ — площадь сечения канала в точке s, $g_\tau = \vec{g}\cdot\vec{\tau}$ — проекция вектора ускорения свободного падения на вектор $\vec{\tau}$, q — мощность источников, k_v — абсолютная проницаемость канала. Уравнение (2) представляет собой уравнение баланса массы в рамках модели медленного течения в канале с переменным сечением.

Однофазное течение в трещинах описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial}{\partial t}(w\rho) + \mathrm{div}\,[w\rho\vec{v}_f] = 0,\ \vec{v}_f = -\frac{k_f}{\mu}(\nabla p_f + \rho\vec{g}_n), \tag{4}$$

где p_f — давление в трещине, $w = w(x)$ — раскрытие трещины, $\vec{g}_n = \Pi_n\vec{g}$ — проекция вектора ускорения свободного падения на плоскость трещины, $\Pi_n = I - \vec{n}\otimes\vec{n}$ — соответствующий проектор, I — единичная матрица, $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к трещине, $\vec{g}$ — вектор ускорения свободного падения, $\vec{v}_f$ — скорость течения жидкости в трещине, k_f — абсолютная проницаемость, выражение для которой, в соответствии с моделью смазочного слоя, имеет вид:

$$k_f(x) = \frac{w^2(x)}{12}, \tag{5}$$

где x — точка расчетной области.

Отметим, что уравнение (2) имеет вид, аналогичный уравнению (4). Отличие заключается в том, как в выражение для проницаемости входит параметр, определяющий геометрию области течения (диаметр канала — для случая ка-

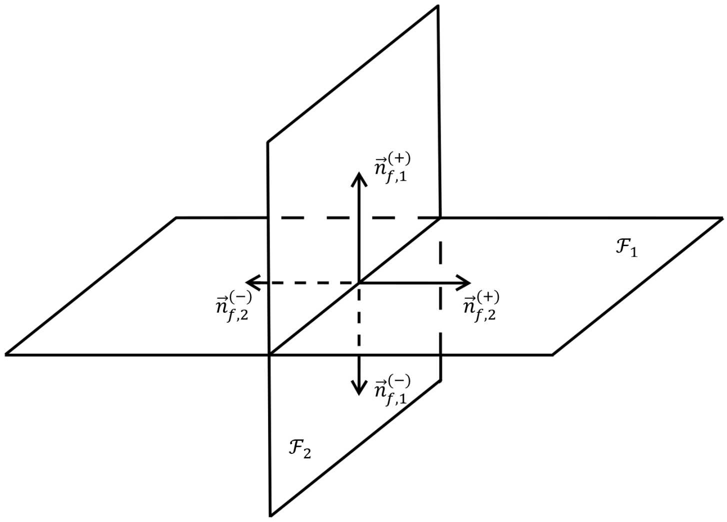

Рис. 2. Нормали к отрезку пересечения трещин.

верны и раскрытие — для трещины).

Уравнения (2)–(4) должны быть дополнены условиями согласования на линиях пересечения трещин γ_{ij}:

- непрерывность потоков массы в точках отрезка γ_{ij}:

$$q = \vec{Q}_{f,i}^{(+)} \cdot \vec{n}_{f,i}^{(+)} + \vec{Q}_{f,i}^{(-)} \cdot \vec{n}_{f,i}^{(-)} + \vec{Q}_{f,j}^{(+)} \cdot \vec{n}_{f,j}^{(+)} + \vec{Q}_{f,j}^{(-)} \cdot \vec{n}_{f,j}^{(-)}, \quad \forall x \in \gamma_{ij},$$

  где $\vec{n}_i^{(+)}$, $\vec{n}_i^{(-)}$ — векторы единичных нормалей к линии γ_{ij}, касательные к поверхности трещины $\mathcal{F}_i$ (рисунок 2), $\vec{Q}_{f,i}^{(+)}$, $\vec{Q}_{f,i}^{(-)}$ — векторы плотности потока массы флюида в трещине $\mathcal{F}_i$:

$$\vec{Q}_f = -\rho w \frac{k_f}{\mu}(\nabla p + \rho \vec{g}_n).$$

- непрерывность давления в точках отрезка γ_{ij}:

$$p_f = p_v, \quad \forall x \in \gamma_{ij}.$$

Из представленных выражений видно, что условие непрерывности потоков массы играет роль источникового члена в уравнении одномерного течения флюида в каверне.

Помимо условия согласования, для постановки задачи о течении жидкости необходимо задать начальное распределение давления и граничные условия на границах трещин и каверн. Граничные условия могут быть двух типов: 1) давление; 2) поток жидкости.

Таким образом, система уравнений (2)–(4) совместно с условием согласования, а также начальными и граничными условиями, описывает однофазное течение жидкости в системе трещин и каверн.

Далее модель однофазного течения обобщается на случай двухфазного течения нефти и воды, которое описывается в рамках следующих допущений:

- флюид состоит из двух несмешивающихся фаз, то есть каждая фаза $\alpha = W, O$ («W» — жидкая водная фаза, «O» — жидкая углеводородная фаза) состоит из единственного (псевдо) компонента («w» — вода, «o» — нефть). В дальнейшем фаза будет отождествляться с соответствующим компонентом;
- фазы являются сжимаемыми, массовая плотность фазы является функцией ее давления p_α: $\rho_\alpha = \rho_\alpha(p_\alpha),\ \alpha = W, O$.

Дифференциальные уравнения законов сохранения масс компонент в трещинах и кавернах в рассматриваемых допущениях имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha w S_\alpha) + \operatorname{div} \vec{Q}_{f,\alpha} = 0, \quad \vec{x} \in \mathcal{F}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \rho_\alpha A S_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial Q_{v,\alpha}}{\partial s} = q_\alpha, \quad \vec{x} \in \gamma_{ij}, \tag{7}$$

где $\alpha = W, O$ — водная и нефтяная фазы, q_α — источниковый член, отвечающий за массобмен между трещинами и кавернами (будет описан ниже), S_α — насыщенности фаз, такие что $S_W + S_O = 1$, $\vec{Q}_{f,\alpha}$ — вектор плотности потока массы компонента в трещине, $Q_{v,\alpha}$ — плотность потока массы компонента в каверне, для которых справедливы следующие соотношения:

$$\vec{Q}_{f,\alpha} = -\rho_\alpha w \frac{k_f k_{r,\alpha}^{(f)}}{\mu_\alpha} \left(\nabla p_{f,\alpha} + \rho_\alpha \vec{g}_n\right), \tag{8}$$

$$Q_{v,\alpha} = -\rho_\alpha A(s) \frac{k_v k_{r,\alpha}^{(v)}}{\mu} \left(\frac{\partial p_{v,\alpha}}{\partial s} + \rho_\alpha g_\tau\right), \tag{9}$$

где k_f, k_v — абсолютные проницаемости трещин и каверн, определяемые выражениями (3) и (5) соответственно, $k_{r,\alpha}^{(\beta)} = k_{r,\alpha}^{(\beta)}(S_w),\ \beta = f, v$ — относительные фазовые проницаемости, $p_{f,\alpha}, p_{v,\alpha}$ — давления фаз в трещине и каверне, $\mu_\alpha = \mu_\alpha(p_\alpha)$ — вязкость фазы.

Давления фаз не равны, они связаны капиллярным давлением, которое

Рис. 3. Типы смачиваемости породы (θ — угол смачиваемости).

определяется локально (в точке пространства) моделью, учитывающей раскрытие (диаметр) трещины (каверны) и смачиваемость породы:

$$p_{f,c}(x) = (p_{f,O} - p_{f,W})(x) = \frac{2\sigma\cos\theta(x)}{w(x)}, \tag{10}$$

$$p_{v,c}(s) = (p_{v,O} - p_{v,W})(s) = \frac{4\sigma\cos\theta(s)}{d(s)}, \tag{11}$$

где θ — контактный угол (является заданной функцией взаимных свойств флюидов и скелета, рисунок 3), σ — поверхностное натяжение.

Условия согласования в модели двухфазного течения имеют следующий вид:

- непрерывность потоков массы в точках отрезка γ_{ij}:

$$q_\alpha = \vec{Q}^{(+)}_{f,\alpha,i} \cdot \vec{n}^{(+)}_{f,\alpha,i} + \vec{Q}^{(-)}_{f,\alpha,i} \cdot \vec{n}^{(-)}_{f,\alpha,i} + \vec{Q}^{(+)}_{f,\alpha,j} \cdot \vec{n}^{(+)}_{f,\alpha,j} + \vec{Q}^{(-)}_{f,\alpha,j} \cdot \vec{n}^{(-)}_{f,\alpha,j},$$
$$\forall x \in \gamma_{ij}, \quad \alpha = W, O;$$

- непрерывность давления в точках отрезка γ_{ij}:

$$p_{f,\alpha} = p_{v,\alpha}, \quad \forall x \in \gamma_{ij}, \quad \alpha = W, O.$$

Условие непрерывности давлений фаз в точках отрезков γ_{ij} означает, что капиллярные давления также должны быть равны. Будем считать, что капиллярное давление в точках отрезков γ_{ij} определяется из выражения для каверн:

$$p_{f,c}(x) = p_{v,c}(s) = \frac{4\sigma\cos\theta(s)}{d(s)}, \quad \forall s \in \gamma_{ij}. \tag{12}$$

Для замыкания системы уравнений (6)–(9) необходимо задать зависимости относительных фазовых проницаемостей в трещинах и кавернах. Будем предполагать, что относительные фазовые проницаемости задаются линейной зависимостью (с нулевыми значениями остаточных насыщенностей).

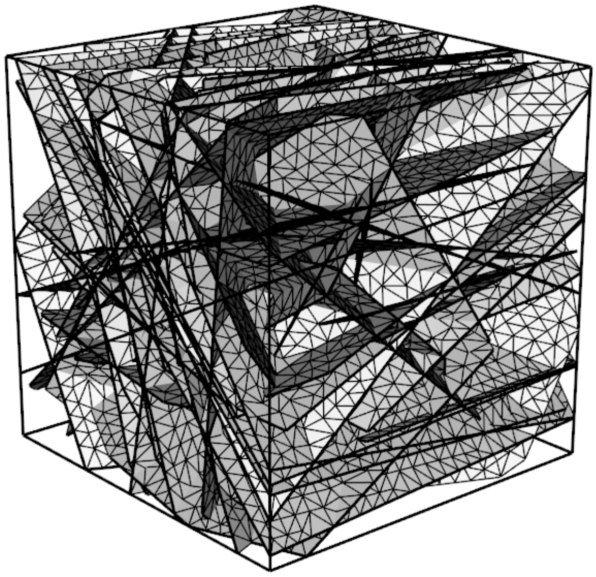

Рис. 4. Пример построенной сетки для системы трещин.

Таким образом, система уравнений (6)–(9) совместно с условиями согласования на границах трещина–каверна, начальными и граничными условиями для давления и насыщенности, а также уравнениями состояния для плотностей и вязкостей компонент описывает двухфазное течение жидкости в системе трещин и каверн.

Во второй главе описаны алгоритмы построения треугольной сетки для системы трещин, представляющей собой набор пересекающихся многоугольников в пространстве (рисунок 4). Представлены алгоритмы расчета однофазных и двухфазных течений как в чисто трещиноватой среде, так и в системе трещин и каверн. Описанные алгоритмы построены на основе метода конечных элементов/конечных объёмов. Ниже описаны основные допущения использованные при построении численной схемы.

Для построения численной схемы, в расчетной области $\mathcal{F}$ вводится треугольная сетка, согласованная на пересечениях трещин. Обозначим через $\mathcal{T}^h$ множество ячеек сетки:

$$\mathcal{T}^h = \bigcup_{k=1}^{N_w} w_k,$$

где w_k — треугольник сетки (конечный элемент), N_w — количество треугольников. При этом каждому треугольнику ставится в соответствие три вершины: $w_k \leftrightarrow \{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}\}$.

Множество $\mathcal{T}^h$ — правильное, т.е. любые два конечных элемента имеют либо общую грань, либо общую вершину, либо не имеют общих точек. На данном

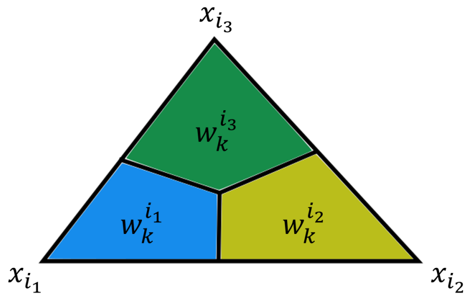

Рис. 5. Пример частей контрольного объёма в треугольнике.

множестве определяется пространство непрерывных кусочно–линейных базисных функций. Базисные функции $\phi(x)$ данного пространства строятся следующим образом:

- в i-ом узле сетки базисная функция равна единице, а в остальных узлах — нулю, то есть: $\phi_i(x_j) = \delta_{ij}$, где δ_{ij} — символ Кронекера, $i, j = \overline{1, N_h}$, N_h — количество узлов сетки;
- в пределах каждого треугольника $\phi_i(x)$ является линейной.

На разбиении $\mathcal{T}^h$ строятся контрольные объёмы Ω_i таким образом, что их объединение составляет всю расчетную область:

$$\mathcal{F} = \bigcup_{n=1}^{N_h} \Omega_n.$$

Рассмотрим конечный элемент w_k с узлами $\{x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}\}$. Каждому узлу сопоставим часть конечного элемента, которая образована путем соединения центра треугольника (под которым будем понимать его барицентр) с центрами его сторон, и представляет собой четырехугольник. Тогда конечный элемент может быть представлен в виде объединения его частей (рисунок 5):

$$w_k = w_k^{i_1} \cup w_k^{i_2} \cup w_k^{i_3}.$$

Контрольный объём для узла сетки с номером i определяется как объединение четырехугольников w_k^i, инцидентных заданному узлу сетки x_i (рисунок 6):

$$\Omega_i = \bigcup_{w_k : x_i \in w_k} w_k^i.$$

На контрольных объёмах определяется пространство пробных функций $\psi_i(x)$:

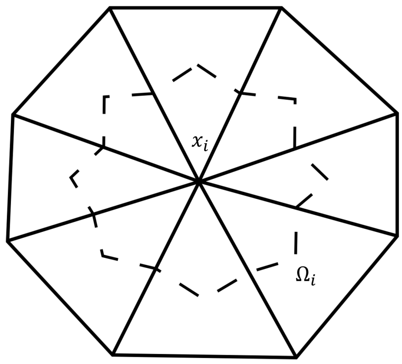

Рис. 6. Построение контрольного объёма (x_i — узел сетки, Ω_i — контрольный объём вокруг вершины x_i, пунктирная линия — граница контрольного объёма).

$$\psi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i, \\ 0, & x \notin \Omega_i. \end{cases} \tag{13}$$

Поскольку математическая модель включает одномерное течение жидкости в кавернах, то для построения численной схемы также необходимо ввести пробные функции, соответствующие отрезкам пересечений трещин. При этом для согласованности схемы вводимые функции должны быть определены с учётом контрольных объёмов Ω_i. Обозначим через Σ_i множество точек, лежащих одновременно внутри контрольного объёма Ω_i и на отрезках пересечения трещин:

$$\Sigma_i = \left\{ x : x \in \bigcup_{\gamma_{ij}} \left(\gamma_{ij} \bigcap \Omega_i \right) \right\}.$$

На множествах Σ_i введем пробные функции $\psi_{\Sigma_i}(x)$:

$$\psi_{\Sigma_i}(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Sigma_i, \\ 0, & x \notin \Sigma_i. \end{cases} \tag{14}$$

Пусть $\mathcal{N}$ — множество узлов сетки. Разобъем его на два подмножества $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{\mathcal{F}} \bigcup \mathcal{N}_\gamma$, $\mathcal{N}_{\mathcal{F}} \bigcap \mathcal{N}_\gamma = \varnothing$, где $\mathcal{N}_{\mathcal{F}}$ — узлы, лежащие во внутренней области трещин, $\mathcal{N}_\gamma$ — узлы, лежащие на пересечениях трещин.

Рассмотрим, как устроены контрольные объёмы, соответствующие узлам сетки, лежащим на пересечениях трещин. Узел $x \in \mathcal{N}_\gamma$ и пусть Ω — соответствующий ему контрольный объём. Тогда Ω может быть представлен в следующем виде:

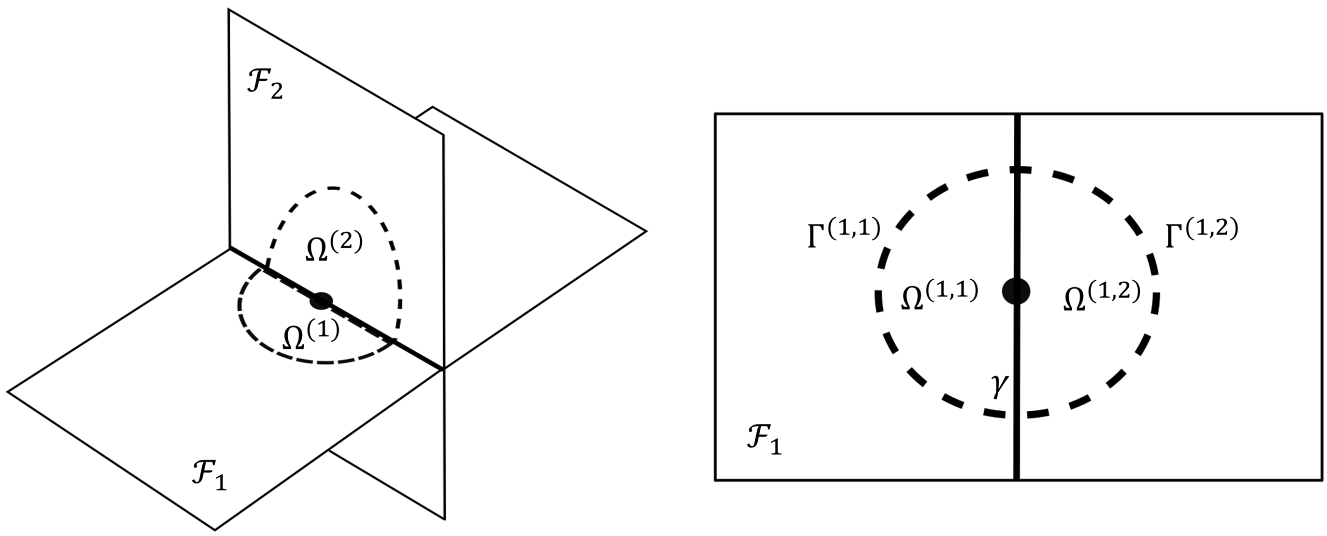

Рис. 7. Слева: пример контрольного объёма для двух пересекающихся трещин. Справа: пример разбиения контрольного объёма по отрезку пересечения трещин ($\Gamma^{(1,1)}, \Gamma^{(1,2)}$ — части границ контрольных объёмов $\Omega^{(1,1)}, \Omega^{(1,2)}$, лежащие внутри трещины $\mathcal{F}_1$, γ — часть границ контрольных объёмов $\Omega^{(1,1)}, \Omega^{(1,2)}$, лежащая на линии пересечения трещин).

$$\Omega = \bigcup \Omega^{(k)}, \tag{15}$$

где $\Omega^{(k)} = \Omega \cap \mathcal{F}_k$ — часть контрольного объёма, лежащая в трещине $\mathcal{F}_k$. На рисунке 7 (слева) представлен пример контрольного объёма для двух пересекающихся трещин.

Заметим, что контрольный объём в каждой трещине также разбивается на части, относительно отрезка пересечения (рисунок 7, справа):

$$\Omega^{(k)} = \bigcup \Omega^{(k,i)}. \tag{16}$$

При построении численных схем для расчета однофазных и двухфазных течений давление и раскрытие аппрокисимируется непрерывными кусочно-линейными базисными функциями, а насыщенности — кусочно-постоянными (совпадающими с пробными). Полученные в результате дискретизации системы нелинейных уравнений решаются методом Ньютона.

В третьей главе приведено описание разработанного программного комплекса, программных библиотек использованных для разработки.

В четвертой главе представлены результаты моделирования двухфазных течений в трещинах с кавернами, которые демонстрируют работоспособность разработанных алгоритмов. Также представлены результаты, демонстрирующие влияние структуры проводящих каналов в трещине, смачиваемости породы, отношения вязкостей воды и нефти, перепада давления на течение в трещинах с переменным раскрытием. Описаны результаты моделирования течений в трещинах с кавернами, которые показывают влияние течения в каверне, диаметра каверны, капиллярных сил в каверне на динамику вытеснения в системе трещин. Ниже описаны основные результаты моделирования.

В рамках работы было исследовано влияние смачиваемости породы на характер вытеснения нефти водой в трещине с переменным раскрытием. Для этого была рассмотрена трещина с зонами нулевого раскрытия. Раскрытие проводящих каналов задано равномерным распределением на интервале $d = [1, 5]$ мкм. В начальный момент трещина полностью заполнена нефтью. На нижней границе расчетной области задано условие постоянного давления 2.5 бар. На верхней границе задано условие постоянного давления 3 бара и постоянной водонасыщенности $S_W = 1$. Моделирование проводилось до установления течения для различных углов смачиваемости: [0°, 45°, 90°, 135°, 180°].

Поля насыщенности на различные моменты времени для углов смачиваемости [0°, 90°, 180°] представлены на рисунке 8. Также для всех случаев были рассчитаны коэффициенты извлечения нефти, которые представлены в таблице 1.

Из представленных результатов видно, что смачиваемость породы и капиллярные силы оказывают значительное влияние как на характер вытеснения нефти водой, так и на интегральные характеристики процесса вытеснения (снижение коэффициента извлечения нефти (КИН) на 30% в предельных случаях). В случае гидрофильной породы вытеснение проходило в основном по границе проводящих каналов, где раскрытие трещины минимально, при этом нефть осталась запертой в центре каналов. В случае гидрофобной породы вытеснение проходило в основном в центре каналов, где раскрытие трещин максимально, а нефть осталась запертой на границе каналов. В случае, когда капиллярные силы отсутствуют ($\theta = 90°$), вытеснение в проводящих каналах проходило равновмерно, но при этом также осталась запертая нефть, что обусловлено извилистой структурой проводящих каналов.

В рамках работы было исследовано влияние течения в кавернах на динамику течения в системе трещин. Для этого была рассмотрена случайным образом сгенерированная система из 20 трещин, находящаяся внутри расчетной обла-

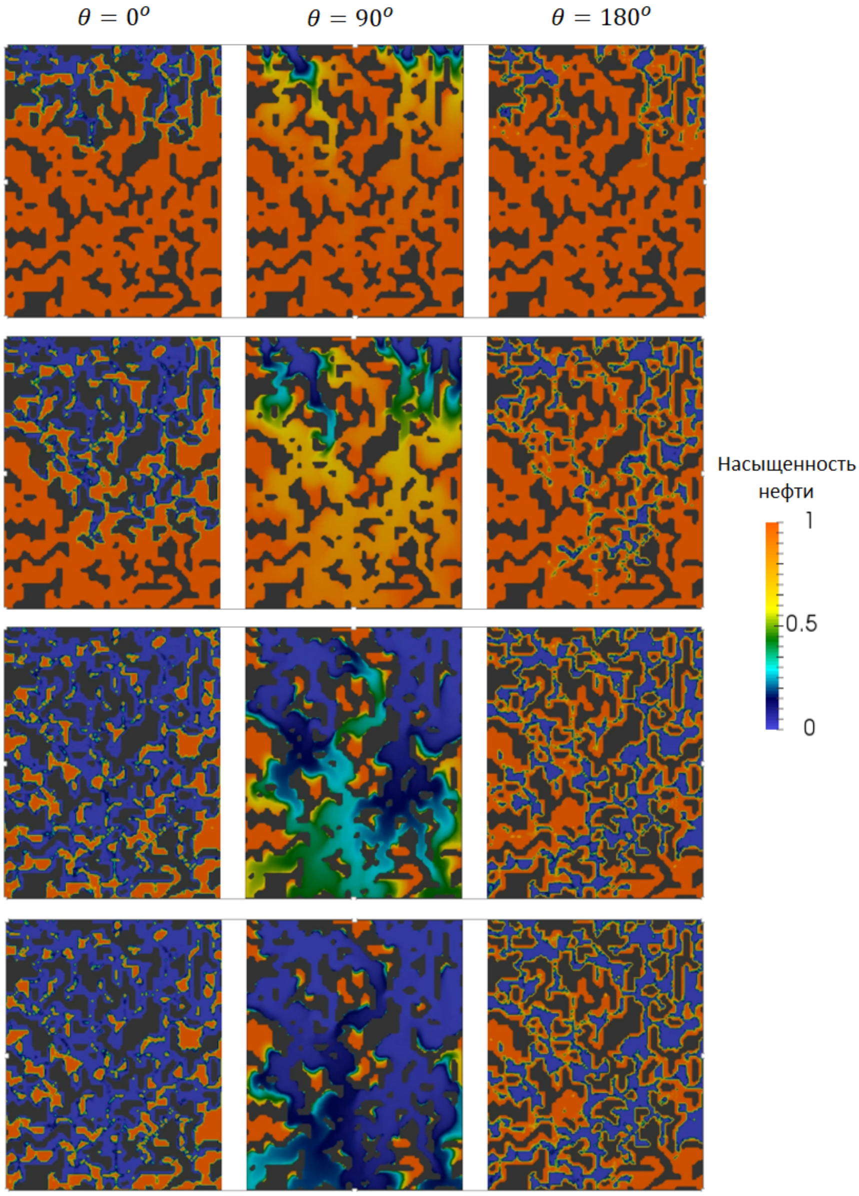

Рис. 8. Динамика вытеснения в трещине с переменным раскрытием.

сти размером 10×10×10 метров (рисунок 9). Раскрытие трещин было задано с помощью равномерного распределения на интервале $w = [10, 100]$ мкм. Суммарный объём пустот в трещинах составил 27 литров. Диаметры каверн заданы равномерным распределением на трех различных интервалах: $d_1 = [30, 70]$ мкм, $d_2 = [450, 750]$ мкм, $d_3 = [2, 4]$ мкм. И были рассмотрены случаи гидрофильной ($\theta = 0°$), нейтральной ($\theta = 90°$) и гидрофобной ($\theta = 180°$) породы. Суммарный объём каверн пренебрежимо мал по сравнению с объёмом трещин для всех рассматриваемых случаев. Изначально трещины полностью заполнены нефтью. В качестве граничных условий заданы: постоянный поток 36 литров в час и постоянная водонасыщенность S_W=1 на верхней границе расчетной области, постоянное давление 3 бара на нижней границе. Время закачки жидкости со-

Таблица 1. Зависимость КИН от угла смачиваемости.

Угол	$\theta = 0°$	$\theta = 45°$	$\theta = 90°$	$\theta = 135°$	$\theta = 180°$
КИН %	66.5	79.5	91.6	62.5	60.0

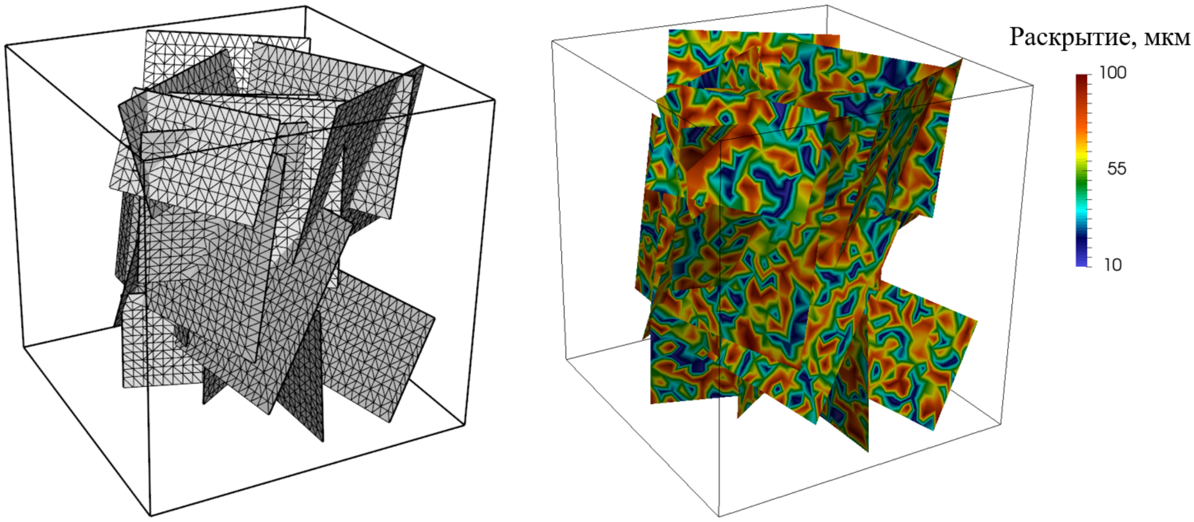

Рис. 9. Сетка для системы трещин и поле раскрытия.

ставляло 4 часа.

Рассмотрим случай, когда порода гидрофильна ($\theta = 0°$). Динамика вытеснения нефти водой для данного случая представлена на рисунке 10. Из представленных результатов видно, что в случаях, когда диаметры каверн заданы на интервалах d_1 и d_2, фронт вытеснения одинаковый. В случае, когда диаметры каверн заданы в интервале d_3, фронт вытеснения продвигается быстрее, но при этом в трещинах за фронтом остаётся значительное количество нефти. В данном случае, так как вода легче проникает в пустоты малого размера, система каверн образует путь наименьшего сопротивления для течения воды.

В процессе моделирования были рассчитаны зависимости коэффициента извлечения нефти от времени (рисунок 11). Из полученных зависимостей видно, что для случая каверн с малым диаметром итоговый КИН ниже на 21%. Более низкий КИН обусловлен тем, в трещинах, в пустотах большего размера, осталась невытесненная нефть.

В случае, когда порода нейтральна, динамика течения во всех случаях оказалась практически одинаковой. Из зависимостей КИН от времени, представленных на рисунке 12, видно, что итоговый КИН получился одним и тем же во всех случаях, но при этом в случае $d = d_2$ достижение максимального КИН происходило дольше, чем в остальных случаях (зависимости КИН от времени для случаев $d = d_1$ и $d = d_3$ полностью совпадают). Данный результат

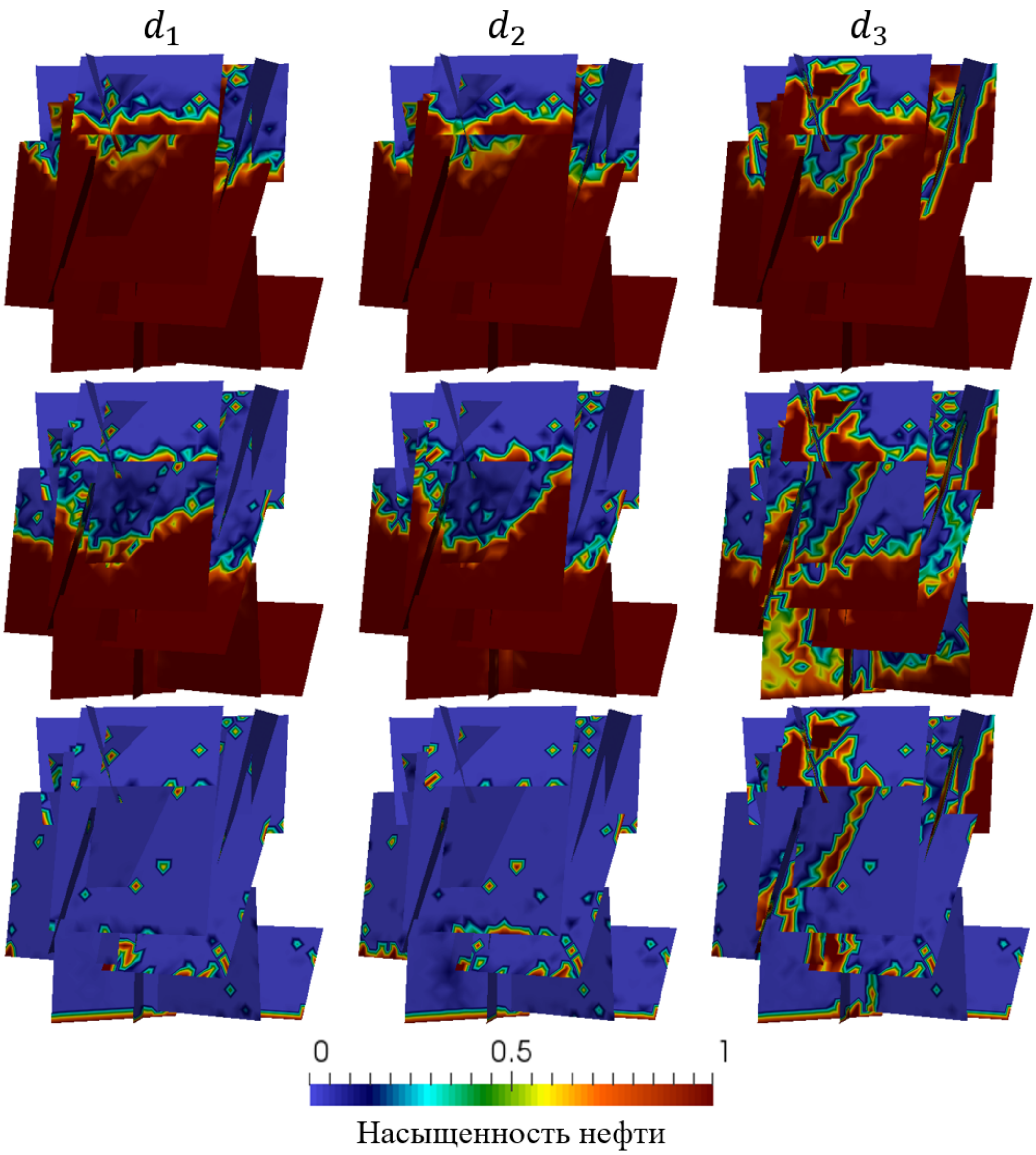

Рис. 10. Динамика вытеснения нефти водой для случая гидрофильной породы.

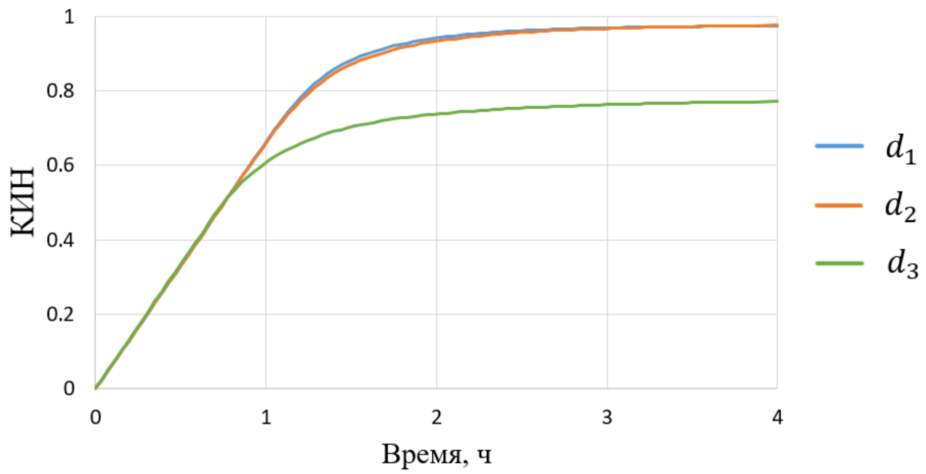

Рис. 11. Зависимость КИН от времени для случая гидрофильной породы.

обусловлен тем, что каверны образовали высокопроводящую сеть каналов. После вытеснения нефти из каверн часть воды просто протекала через каверны,

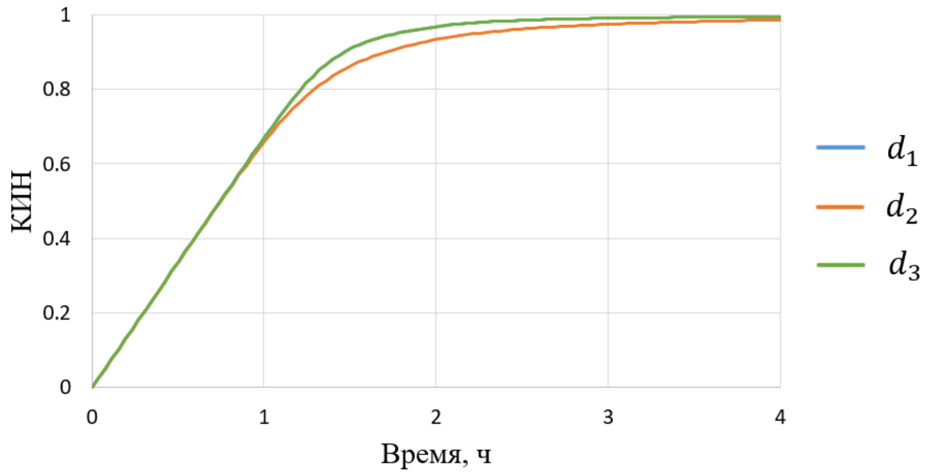

Рис. 12. Зависимость КИН от времени для случая породы с нейтральной смачиваемостью.

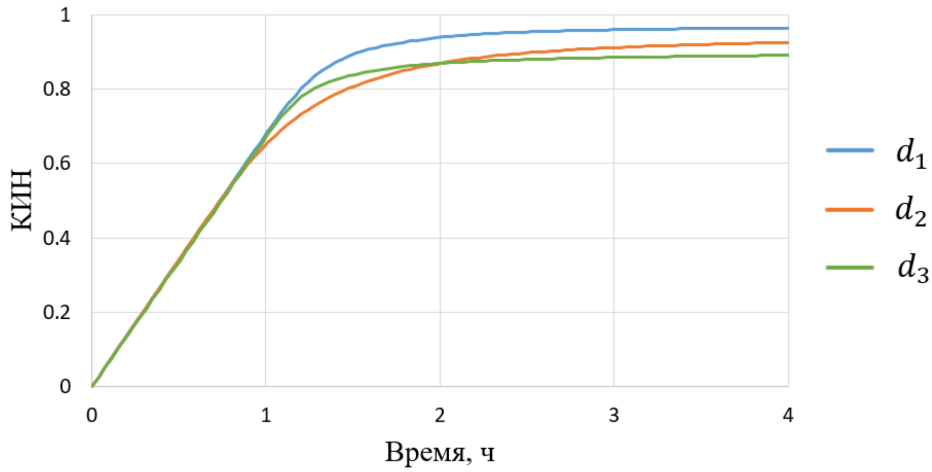

Рис. 13. Зависимость КИН от времени для случая гидрофобной породы.

не вытесняя нефть, то есть расходовалась менее эффективно по сравнению со случаями меньших размеров каверн.

Рассмотрим случай, когда порода гидрофобна ($\theta = 180°$). Из представленных на рисунке 14 результатов видно, что в случае $d = d_2$ фронт вытеснения продвигается быстрее. Вытеснение в первую очередь происходит в кавернах, так как в гидрофобной породе вода течет преимущественно по пустотам большего размера. В случае $d = d_3$ фронт преимущественно продвигается по трещинам (по пустотам большего размера) и за фронтом в кавернах остаётся запертая нефть. В случае $d = d_1$ вытеснение происходит как в кавернах, так и в трещинах, фронт вытеснения движется с наименьшей скоростью.

Из представленных на рисунке 13 зависимостей КИН от времени видно, что в результате расчетов во всех случаях были получены различные значения итогового КИН. В случае $d = d_1$ было получено наибольшее значение КИН

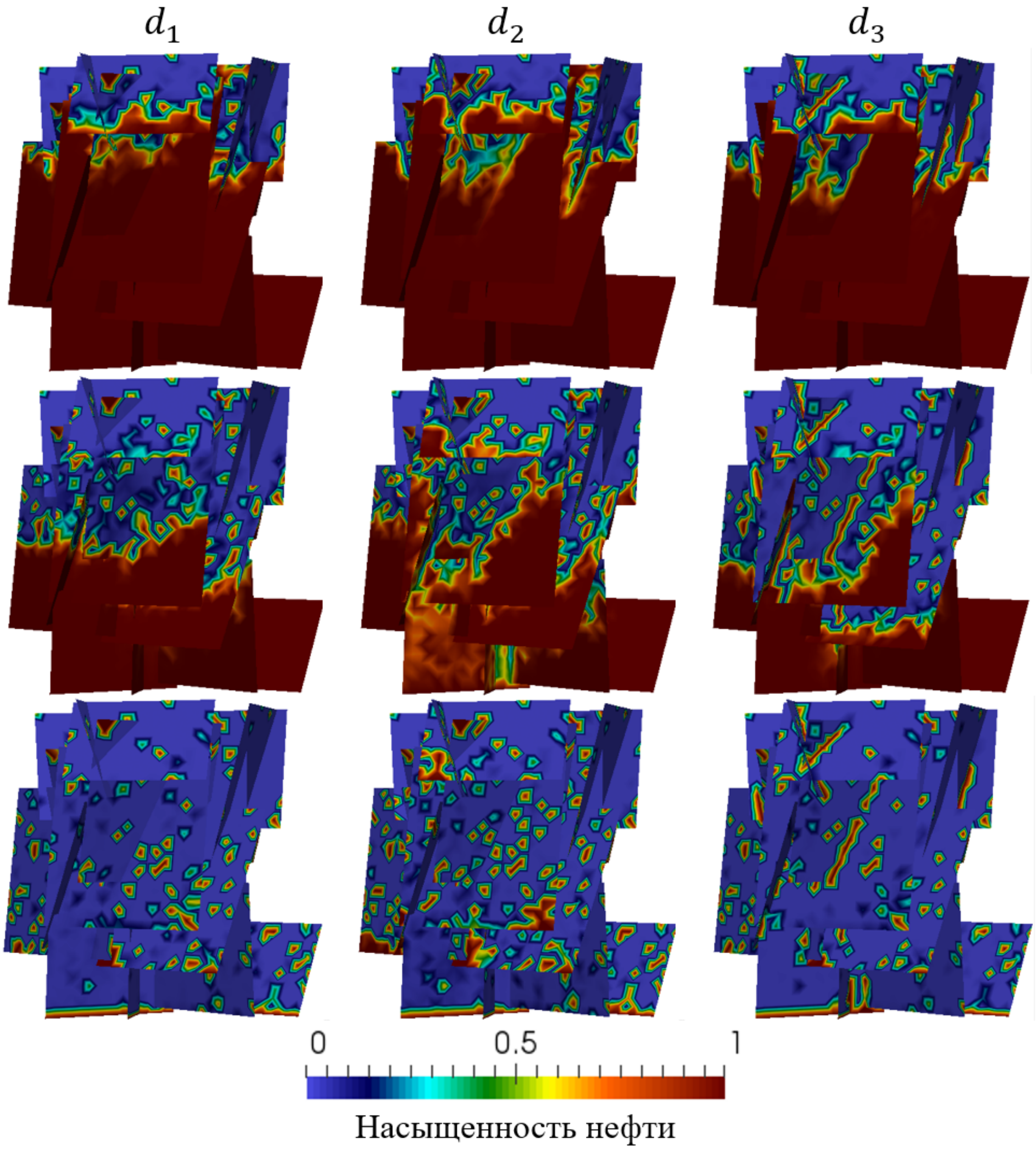

Рис. 14. Динамика вытеснения нефти водой для случая гидрофобной породы.

(96%), поскольку в данном случае вытеснение проходило более равномерно во всей области, чем в остальных случаях.

В случае $d = d_2$ вытеснение происходило преимущественно в пустотах большего размера (в первую очередь в кавернах, а затем и в трещинах). Так как по кавернам произошел прорыв воды, то в дальнейшем вода расходовалась менее эффективно, поэтому итоговый КИН (92%) получился меньше, чем в случае $d = d_1$.

В случае $d = d_3$ вытеснение происходило преимущественно в пустотах большего размера — в трещинах. Более высокая скорость роста КИН в случае $d = d_3$, чем в случае $d = d_2$, в промежутке времени между первым и вторым часом закачки обусловлена тем, что объём трещин значительно больше объёма каверн, а вытеснение в данном случае происходило преимущественно в трещинах. Соответственно, в указанном промежутке времени вода расходовалась более эффективно на больший суммарный объём пустот. Более низкое итоговое значение КИН в случае $d = d_3$ (89%), обусловлено тем, что в данном случае проводимость каверн очень низкая и капиллярные силы препятствуют течению по кавернам, то есть гидродинамическая связность трещин является наименьшей среди всех рассматриваемых случаев.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Основными результатами выполненной работы являются:

1. Физико-математические модели течения однофазной и двухфазной жидкости в дискретных системах трещин с учетом перетоков флюида вдоль каверн, отнесенных к их пересечениям; сжимаемости флюидов, капиллярых сил и смачиваемости породы.

2. Вычислительные алгоритмы расчета динамики однофазных и двухфазных течений в рамках разработанных математических моделей с использованием метода конечных элементов/конечных объемов на неструктурированных сетках.

3. Программный комплекс для моделирования течений в дискретных системах трещин с кавернами с учётом сжимаемости жидкости, гравитационных и капиллярных сил с использованием разработанных математических моделей и вычислительных алгоритмов.

4. Результаты расчетов, демонстирующие корректность предложенных моделей и вычислительных алгоритмов, значимость учитываемых в разработанной модели эффектов и применимость разработанного программного обеспечения для решения прикладных задач.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНЫ В РАБОТАХ

В изданиях из перечня ВАК:

1. Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б. Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017, № 65, 28 с., doi:10.20948/prepr-2017-65.

2. Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б. Моделирование течений в дискретной системе трещин: вычислительные алгоритмы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 2017, № 66, 30 с., doi:10.20948/prepr-2017-66.

3. Блонский А.В., Савенков Е.Б., Математическая модель и алгоритм расчета течения в дискретной системе трещин с кавернами // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017, № 133, 18 с., doi:10.20948/prepr-2017-133.

4. Блонский А.В., Савенков Е.Б., Математическое моделирование течений двухфазного флюида в трещиновато-кавернозной среде // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 2018, № 49, 18 с., doi:10.20948/prepr-2018-49.

5. А.В. Блонский, Д.А. Митрушкин, Исследование влияния капиллярных сил на течение в трещинах с переменным раскрытием // Математическое моделирование, 2018, Т. 30, № 9, с. 72-86.

6. А. В. Блонский, Е. Б. Савенков, Математическое моделирование двухфазных течений в трещиноватой среде с кавернами, 2019 (Принята к печати в журнале «Математическое моделирование»).

7. А. В. Блонский, Программный комплекс для моделирования течений в системах трещин с кавернами // Вычислительные методы и программирование, 2018, Т. 19, с. 405-415.

Другие публикации:

1. Blonsky A. V. et al. Computation of Absolute and Relative Permeability Full Tensors for Fractured Reservoirs //SPE Russian Petroleum Technology Conference. – Society of Petroleum Engineers, 2017.