

«УТВЕРЖДАЮ»  
Директор ИТПМ СО РАН  
академик В.М. Фомин

20 ноября 2014 г.

## ОТЗЫВ

**ведущей организации – ФГБУН Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН на диссертационную работу БУЛАТОВА Олега Витальевича «Численное моделирование течений в приближении мелкой воды на основе регуляризованных уравнений», представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

Диссертация посвящена численному моделированию течений жидкости со свободной поверхностью в так называемом приближении мелкой воды. Уравнения мелкой воды могут быть получены из общих уравнений динамики несжимаемой жидкости в поле силы тяжести путём их осреднения по глубине слоя жидкости, которая предполагается достаточно малой по сравнению характерными масштабами задачи. Это приближение широко используется как в теоретических работах, так и в практике — при проведении расчётов течений в неглубоких водоёмах, реках, водохранилищах, шлюзах и других технических сооружениях, течений вблизи побережий морей и океанов, моделировании волн цунами, а также при решении множества других задач, связанных с проблемами экологии. Уравнения мелкой воды образуют гиперболическую систему уравнений, совпадающую (в случае плоского дна) с изоэнтропическими уравнениями Эйлера для газа с показателем адиабаты  $\gamma = 2$ , поэтому многие численные методы, разработанные для уравнений мелкой воды, могут быть использованы для решений уравнений газовой динамики и наоборот. Все это обуславливает неубывающий интерес исследователей к данным уравнениям. Поэтому актуальность темы диссертационной работы и ее практическая значимость не вызывают сомнений.

В диссертационной работе Булатова О.В. построен и подробно исследован новый численный алгоритм для решения уравнений мелкой воды. Его характерной особенностью является то, что перед численным решением уравнений проводится их регуляризация, основанная на применении процедуры пространственно-временного осреднения. Эта

процедура аналогична использованной в известных работах Т.Г. Елизаровой и Ю.В. Шеретова при выводе новой модели, описывающей движения сжимаемого газа — квазигазодинамических уравнений, отличающихся от обычных уравнений Навье-Стокса наличием дополнительных диссипативных членов.

В случае уравнений мелкой воды процедура осреднения также приводит к появлению дополнительных слагаемых, имеющих диссипативный характер и пропорциональных  $\tau$  — длине временного интервала, по которому проводится осреднение. Судя по всему, новые уравнения, которые автор диссертации называет регуляризованными уравнениями мелкой воды, в отличие от исходных уравнений не допускают разрывных решений — все разрывы сглаживаются под действием введённых диссипативных членов, «размазываясь» на несколько расчётных ячеек. Это позволяет использовать при решении регуляризованных уравнений достаточно простые (и весьма экономичные) численные подходы, основанные на аппроксимации центральными разностями. В каком-то смысле это похоже на введение искусственной вязкости при решении уравнений газовой динамики.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, двух приложений и списка литературы.

Во введении описывается, в чем состоит актуальность темы диссертации, формулируются цели работы, даётся краткий обзор ее содержания по главам, перечисляются публикации и выступления на научных конференциях и семинарах с полученными в диссертации результатами.

Глава 1 посвящена выводу регуляризованных уравнений мелкой воды, описанию численного метода для решения одномерных задач и его подробной верификации. Выводятся два варианта регуляризованных уравнений — более общий, применимый для моделирования течений при произвольных числах Фруда (аналог числа Маха для уравнений мелкой воды) и второй, удобный при расчёте течений с малыми скоростями. Верификация проводится на примерах решения задачи о распаде разрыва (в том числе при наличии уступов дна), задачи о транскритическом течении над неровностями дна и задачи об отражении волн от подводной возвышенности. Численные решения сравниваются с точными, которые очень аккуратно строятся и выписываются (решение задачи о распаде разрыва над скачком рельефа дна совсем не тривиально). Показано, что скорость сходимости пропорциональна шагу пространственной сетки.

В главе 2 численный метод обобщается на случай, когда в решении задачи могут присутствовать участки с сухим дном. Для сохранения работоспособности алгоритма в таких случаях вводится условие обращения в нуль скорости течения, если высота слоя жидкости становится меньше некоторого минимального уровня. Проводится подобная верификация метода на примере таких задач как водоём с холмом и сухим верхом, одномерный разрыв, где с одной стороны нет жидкости, задача Римана, в которой образуется сухое дно, набегание

периодической волны на берег с постоянным наклоном и, наконец, набегание на наклонный берег волны цунами. Последняя задача взята из набора тестов, сформулированных для одного из международных рабочих совещаний.

Обобщение предложенных алгоритмов решения регуляризованных уравнений мелкой воды на двумерный случай производится в Главе 3. Описывается пространственная дискретизация уравнений на равномерной прямоугольной сетке, вводятся модификации алгоритма, необходимые для выполнения условия гидростатического равновесия при неровном дне. Далее решаются три задачи: задача о разрушении несимметричной дамбы, набегание волны цунами на берег сложной формы и расчёт волны прорыва в расширяющемся канале. Две последние задачи являются проблемами из реальной жизни, представляющими большой самостоятельный интерес. При моделировании цунами рассматривается рельеф местности, соответствующий японскому острову Окусири, где в 1993 г. наблюдалась необычно высокая волна цунами, превышавшая 30 м. Эти расчёты напрямую сравниваются с данными лабораторных экспериментов (воспроизводивших ландшафт береговой линии в масштабе 1:400). Задача же о волне прорыва в расширяющемся канале взята из практики Центра гидравлических исследований ОАО «НИИЭС» — Русгидро.

Заключительная глава 4 посвящена решению регуляризованных уравнений мелкой воды на неструктурированных треугольных сетках. В предлагаемом численном методе переменные хранятся в вершинах треугольников, а контрольные объёмы строятся соединением барицентров треугольников, содержащих данную вершину. С использованием неструктурированных сеток решаются две задачи: о разрушении столба жидкости и о разрушении плотины и затоплении поверхности с тремя коническими холмами.

Два приложения посвящены, соответственно, усовершенствованию алгоритма для задач с сухим дном и решению уравнений газовой динамики на основе квазигидродинамических уравнений Шеретова.

Оценивая диссертацию, следует сказать, что автору удалось, выведя систему регуляризованных уравнений мелкой воды, продемонстрировать, что она с успехом может быть использована для численного моделирования течений жидкости со свободной поверхностью. Таким образом, предложен существенно новый подход к решению подобных задач. О.В. Булатовым разработаны алгоритмы решения полученных уравнений на структурированных прямоугольных и неструктурированных треугольных сетках, удовлетворяющие условию гидростатического равновесия над неровным дном и позволяющие решать задачи с участками сухого дна. Предложенные алгоритмы реализованы в виде комплекса программ. Проведено их тщательное тестирование. В большинстве случаев получено достаточно хорошее совпадение расчётных данных с имеющимися точными решениями и экспериментальными данными. Решены две интересные с научной и

практической точек зрения задачи: о набегании цунами на берег сложной формы и о распространении волны прорыва при разрушении шлюза. Диссертация написана чётко и ясно, прекрасно оформлена. Все это свидетельствует о высокой квалификации соискателя.

Вместе с тем., работа не лишена определённых недостатков, и у нас есть ряд замечаний ее содержанию.

1. Важным является вопрос об оценке эффективности предложенного подхода. Было бы желательно провести сравнения с более традиционными алгоритмами решения уравнений мелкой воды, основанными на схемах сквозного счёта типа TVD, ENO/WENO и тому подобных. С одной стороны, численный алгоритм, используемый автором, более прост и явно требует меньше операций на один шаг по времени. С другой стороны, в схемах сквозного счёта схемная вязкость «работает» только вблизи разрывов и может быть достаточно мала там, где решение гладкое. В регуляризованных же уравнениях мелкой воды диссипативные члены «работают» всюду, что может потребовать, для получения решения с нужной точностью, использования сеток с заметно большим числом узлов. В диссертации приводятся (но никак не обсуждаются) результаты, полученные для задачи о распространении прорывной волны с помощью метода Годунова 1-го и 2-го порядков точности, причём неясно, кем проводились эти расчёты — автором или сотрудниками ОАО «НИИЭС». Данное замечание можно рассматривать как пожелание для дальнейшей работы автора диссертации.
2. Хотя вычислительный алгоритм описан в диссертации весьма подробно, в ряде случаев читателю остаётся неясным, почему автор делает именно так, а не иначе. Например, почему величина  $\tau$  берётся в (1.33) обратно пропорциональной  $c = \sqrt{gh}$ ? На наш взгляд, более естественным было бы использовать здесь величину  $|u| + c$ , равную модулю максимального собственного значения матрицы Якоби для системы уравнений мелкой воды. Далее, величины  $h$  и  $u$  в полуцелых точках вычисляются в (1.24) как средние арифметические значений соседних целых точек. Не естественнее ли было бы усреднять не  $u$ , а консервативную переменную  $hu$ ?
3. Как нам кажется, при моделировании распространения прорывной волны было бы уместно уделить определённое внимание не только сравнению с данными экспериментов и расчётов методом Годунова, но и обсуждению физической сути получаемых решений. Судя по Рис. 3.21, здесь возникает нерегулярное отражение гидравлических прыжков и формируется типичная маховская конфигурация. Это интересное физическое явление в диссертации, однако, никак не обсуждается.

Высказанные замечания не снижают нашу оценку диссертации О.В. Булатова. Представленная им работа обладает несомненной научной новизной и актуальностью. Степень апробации работы (12 публикаций, из них 4 статьи в журналах из перечня ВАК) является вполне достаточной. Результаты работы являются важными для науки и промышленности и могут быть использованы как при проведении научных исследований в высших учебных заведениях и научных учреждениях, в частности таких как, например, МГУ, СПбГУ, ДВФУ, БФУ, ИВП РАН, ИО РАН, ВМ РАН, ИГиЛ СО РАН, ИВТ СО РАН, ИВЭП СО РАН, ИТПМ СО РАН, ТОИ ДВО РАН и др., так и при осуществлении проектно-конструкторской деятельности в организациях, относящихся к МЧС РФ, Росводресурсам, Ростехнадзору, промышленных и инновационных компаниях, занимающихся гидроэнергетикой (в частности, в Русгидро), использованием водных ресурсов и природоохранной деятельностью.

Диссертация О.В. Булатова и содержание отзыва было обсуждено на заседании семинара лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН 19.11.2014, протокол №11.

Автореферат работы правильно отражает содержание диссертации. Считаем, что работа полностью удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 (“Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”), а ее автор, Булатов О.В., заслуживает присуждения искомой учёной степени.

Старший научный сотрудник  
лаборатории вычислительной  
аэродинамики ИТПМ СО РАН,  
к.ф.-м.н.

А.Н. Кудрявцев