

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.237.01,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ИНСТИТУТ  
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША РАН»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ  
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_  
решение диссертационного совета от 05 июня 2025 № 5

О присуждении **Быковской Елене Николаевне**, гражданке Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Метод динамической адаптации в численном решении уравнений Бюргерса и Кортевега-де-Вриза и математическом моделировании процессов лазерной фрагментации металлов» по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» принята к защите 06.03.2025 (протокол заседания №2/пз) диссертационным советом 24.1.237.01, созданным на базе Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН), 125047, Москва, Миусская пл., д. 4. Диссертационный совет утвержден приказом Минобрнауки России №105/нк от 11 апреля 2012 года.

Соискатель **Быковская Елена Николаевна**, 1993 года рождения, в 2015 году окончила Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова» (Механико-математический факультет) по специальности «Математика» с присвоением квалификации «Математик».

С 2016 г. по 2020 г. соискатель освоила программу подготовки научно-педагогических кадров в очной аспирантуре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по направлению подготовки «09.06.01 Информатика и вычислительная техника».

В настоящее время соискатель работает в должности программиста в 13 отделе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

**Диссертация выполнена в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН** в период обучения в аспирантуре и дальнейшей научной деятельности.

**Научный руководитель – Мажукин Владимир Иванович**, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник 13 отдела ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

**Официальные оппоненты:**

**Колдоба Александр Васильевич**, доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), старший научный сотрудник (уч. зв.), заведующий кафедрой моделирования и технологий разработки нефтяных месторождений Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»,

**Богомолов Сергей Владимирович**, доктор физико-математических наук (05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцент (уч. зв.) по кафедре вычислительных методов, профессор кафедры вычислительных методов факультета вычислительной математики и кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», дали **положительный** отзыв на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» в своем **положительном**

отзыве, подписанном **Шаргатовым Владимиром Анатольевичем**, доктором физико-математических наук, старшим научным сотрудником, заведующим кафедрой "суперкомпьютерное моделирование инженерно-физических процессов" (№ 97) института лазерных и плазменных технологий НИЯУ МИФИ и утвержденным **Барбашиной Натальей Сергеевной**, доктором физико-математических наук, проректором, указала, что работа выполнена на высоком научном уровне и содержит решение сложной и актуальной задачи, связанной с дальнейшим развитием ранее полученных, и разработке новых, методов и подходов к построению адаптирующихся к решению сеток на примере хорошо известных модельных задач Бюргерса и Кортевега-де Вриза, а также с решением прикладной задачи о лазерном воздействии на металл (алюминий). Исследование вносит существенный вклад в развитие численных методов математического моделирования, предлагая эффективные решения для работы с нелинейными уравнениями математической физики и их применение в задачах лазерной обработки материалов. Работа отличается системным подходом к разработке и тестированию новых методов построения адаптивных сеток, что позволяет существенно повысить точность и эффективность численного моделирования сложных физических процессов. Полученные результаты могут быть востребованы в области теоретической и прикладной гидродинамики, при решении практических задач. Теоретические подходы, разработанные для решения модельных уравнений, были применены при решении прикладной задачи взаимодействия ультракоротких лазерных импульсов с металлической мишенью. Применение фемто- и пикосекундных лазерных импульсов в качестве источника энергии создало новые перспективы для практического применения процессов фрагментации. Это особенно актуально для таких областей, как наноструктурирование материалов, создание наноматериалов и металлических покрытий, а также синтез наночастиц и наноструктур для медицинского и биологического применения.

Ведущая организация также указала, что диссертационная работа полностью соответствует требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Соискатель имеет 5 работ по теме диссертации, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, из них 3 – в журналах, индексируемых в международных базах данных:

1. V.I. Mazhukin, A.V. Shapranov, **E.N. Bykovskaya**. Comparative analysis of the quality of two-and three-layer difference schemes of the second order. *Mathematica Montisnigri* XLII, pp.31-51, 2018. (WoS, MathSciNet).
2. Mazhukin V.I., Shapranov A.V., **Bykovskaya E.N.** Two-layer finite-difference schemes for the Korteweg-de Vries equation in Euler variables. *Mathematica Montisnigri*. 2020. V. 49. P. 57-69. (WoS, MathSciNet).
3. **Быковская Е.Н.**, Шапранов А.В., Мажукин В.И. Анализ погрешности аппроксимации двухслойных разностных схем для уравнения Кортевега де-Вриза. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. N 1. P. 17. (РИНЦ).
4. **Быковская Е.Н.** Численное решение уравнения Кортевега-де Вриза на подвижной сетке с использованием двухслойных разностных схем. «Ученые записки физического факультета» Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, №1, 2210702. (Список ВАК)
5. V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, **E.N. Bykovskaya**. Continual modeling of processes of homoeterogeneous melting and fragmentation of metal by ultrashort laser pulse. *Mathematica Montisnigri* LVIII, pp.80-93, 2023 (Scopus, MathSciNet)

В работах [1] - [4] автором самостоятельно разработаны и исследованы численные методы решения уравнений Бюргерса и Кортевега-де Вриза, получены численные результаты, демонстрирующие надежность и эффективность предложенных подходов. В работе [5] автором проведены

численные исследования реальных физических процессов лазерной абляции металлической мишени. В расчетах использовался программный комплекс, самостоятельно разработанный Е.Н. Быковской на языке C++.

Научные статьи отражают основные результаты диссертационной работы. Сведения об опубликованных соискателем работах достоверны.

На диссертацию поступили отзывы ведущей организации и оппонентов, а также один отзыв на автореферат. Все отзывы положительные. В отзывах содержится ряд замечаний:

*В отзыве ведущей организации МИФИ:*

1. В диссертации не обсуждается возможность адаптации разработанного метода для решения трехмерных задач, для которых метод был бы особенно востребован.
2. Как показано в работе А.К. Волкова и Н.А. Кудряшова (Журнал вычислительной математики и математической физики, 2016, том 56, № 4, с. 685-693) псевдоспектральные методы позволяют получить решения хорошего качества для нелинейных волновых процессов, описываемых обобщенным уравнением Кортевега де Вриза пятого порядка. Обсуждение этих методов и их недостатков по сравнению с предлагаемым подходом отсутствует.
3. Фундаментальные результаты в области структуры разрывов (узких высокоградиентных зон) были получены академиком Куликовским А.Г. и его коллегами применительно к обобщенному (в смысле нелинейности) уравнению Кортевега-де Вриза-Бюргерса. При этом для подтверждения полученных теоретических и аналитических результатов были успешно выполнены численные расчеты. Уравнения Бюргерса и уравнение Кортевега-де Вриза, рассматриваемые в диссертации, являются частными случаями обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса, которое обладает значительно более богатым множеством решений. Эти работы (их более 20) опубликованы в иностранных журналах квартиля Q1, а также ЖВМиМФ, трудах МИАН и Докладах РАН. Из текста диссертации

и выступления на семинаре следует, что эти работы соискателю не знакомы.

*В отзыве официального оппонента, д.ф.-м.н. Колдобы А.В.:*

1. Не понятно, зачем делается различие между  $t$  и  $\tau$  при переходе к расчетным координатам.
2. В разностных уравнениях (2.21) и (2.22) используется одинаковый весовой множитель. Является ли это принципиальным моментом?
3. Выбор (4.12) функции  $Q$  не согласуется с уравнениями энергии системы (4.11), как это заявлено в тексте диссертации. Введение слагаемого  $re$  в знаменатель (4.12) не предотвращает возможность его обращения в ноль. Возможен ли какой-то универсальный рецепт выбора функции  $Q$  для системы уравнений?
4. Не указано, что такое  $W_T$  в (4.13).
5. В работе присутствуют опечатки и неудачные формулировки. Например, «фронт функции  $u(x)$ », «метод динамической адаптации существенно снижает требования к качеству разностных схем». На рис.19 изображен переход от временного шага  $j$  к шагу  $j+2$ , здесь, по-видимому, опечатка.

*В отзыве официального оппонента, д.ф.-м.н. Богомолова С.В.:*

1. Термин «уравнение Кортевега-де Фриза» следует писать с буквой «Ф» в соответствии с произношением в голландском языке.
2. Несколько особняком, с точки зрения финальной задачи абляции, стоит исследование уравнений Кортевега-де Фриза в качестве модельных. Правда, эта глава имеет самостоятельный интерес.
3. В прекрасном обзоре свойств разностных схем не хватает, на мой взгляд, обсуждения альтернативного подхода, основанного на лагранжевом описании явлений, а именно, метода частиц, в частности, разрывного метода частиц, позволяющего эффективно моделировать решения с крутыми градиентами и в едином ключе строить сплошные микро - мезо - макро алгоритмы

4. Рассматриваются одномерные, хотя и сложные, задачи. Хотелось бы увидеть несколько слов, какие перспективы такие подходы построения адаптивных сеток имеют в многомерном случае.
5. Разностные схемы записываются в довольно громоздком индексном виде. Компактные обозначения, принятые в теории разностных схем, сделали бы текст более читаемым.
6. При описании практической значимости полученных результатов, возможно, следовало бы акцентировать их научную ценность с учётом возможностей рассматриваемой физической модели.

*Отзыв на автореферат от Бортакковского Александра Сергеевича, д.ф.-м.н., профессора кафедры «Математическая кибернетика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» содержит следующие замечания:*

1. отсутствие данных о времени, необходимом для выполнения расчетов.
2. недостаточно подробное описание организации итерационных процессов.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их широкой известностью и высоким уровнем компетентности по всем основным вопросам, рассмотренным в диссертации, что подтверждается списком публикаций официальных оппонентов и сотрудников ведущей организации.

**Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:**

1. **Показано**, что применение метода динамической адаптации позволяет существенно улучшить качество разностных схем и с одинаковым успехом использовать двухслойные и трёхслойные схемы при решении уравнения Бюргерса. При этом двухслойные схемы позволяют осуществлять интегрирование с меньшими вычислительными затратами.

2. **Показано**, что применение метода динамической адаптации при работе с уравнением Кортевега-де Вриза позволяет избавиться от дисперсии практически во всей области неясности двухслойных схем. Явные схемы при этом остаются абсолютно неустойчивыми. В решении задачи о распространении солитона метод динамической адаптации позволяет увеличить временной шаг интегрирования на два порядка по сравнению с традиционными подходами.
3. **Разработана** односкоростная неравновесная двухтемпературная континуальная гидродинамическая модель ультракороткого лазерного воздействия на металлическую мишень, учитывающая эффекты фазовых переходов и фрагментации, которые вносят определяющий вклад в количество выносимого вещества. С помощью метода динамической адаптации выполнено математическое моделирование задач с произвольным числом подвижных границ и гидродинамических разрывов. Проведено исследование гомогенного и гетерогенного механизмов плавления и фрагментации металлической мишени (Al) лазерным излучением. Получено хорошее совпадение с экспериментальными и теоретическими данными.
4. **Разработаны** вычислительные алгоритмы и созданы программные комплексы на языке C++ для решения уравнений Бюргерса и Кортевега – де Вриза и для прикладной задачи лазерной абляции металлов.

**Теоретическая и практическая значимость исследования состоит в том,** что теоретические основы и методологические подходы, разработанные для анализа модельных уравнений, продемонстрировали свою эффективность при исследовании процесса воздействия ультракоротких лазерных импульсов на алюминиевую мишень. Полученные результаты открывают перспективы для использования процессов фрагментации материалов в различных высокотехнологических областях, в первую очередь в медицинской и биологической.

**Достоверность и обоснованность** полученных результатов обеспечивается целым комплексом научных подходов: во-первых, за счет корректной формулировки исследовательских задач, во-вторых, благодаря применению апробированных подходов к построению численных методов, и в-третьих, вследствие использования классической континуальной модели. Достоверность подтверждается удовлетворительным соответствием экспериментальным данным, полученным эмпирическим путем и сопоставлением с теоретическими результатами, представленными в работах других исследователей.

**Личный вклад соискателя.** Все результаты диссертации, выносимые на защиту, были получены лично Быковской Е.Н., в том числе разработка и программная реализация алгоритмов динамической адаптации сеток для численного решения уравнений Бюргерса и Кортевега-де Вриза и задачи о плавлении перегретого алюминия под действием фемтосекундного лазерного излучения.

В ходе обсуждения диссертации соискателю были заданы многочисленные вопросы от членов диссертационного совета. Так, д.ф.-м.н. Козлов А.Н. поинтересовался, рассматривалось ли взаимодействие встречных солитонов. Соискатель подтвердила, что такой анализ проводился, однако результаты не были включены в диссертацию. Д.ф.-м.н. Змитренко Н.В. спросил о связи модельных уравнений с исследованием лазерного воздействия. Соискатель пояснила, что в уравнении Бюргерса присутствует аналогия с ударной волной из задачи лазерного воздействия через крутой градиент. Решения уравнения Кортевега-де Фриза, обладающие транспортными свойствами и распространяющиеся без искажений на большие расстояния, находят соответствие в наблюдаемых фрагментах при работе с алюминием. Д.ф.-м.н. Головизнин В.М. задал вопрос о ликвидации дисперсионной ошибки. Соискатель сообщила, что удалось практически устранить дисперсию путем зануления коэффициента перед третьей

производной. Д.ф.-м.н. Аристова Е.Н. осведомила о перспективах развития метода в многомерных случаях. Соискатель ответила, что в их научной группе метод успешно применялся для двумерных задач и сейчас идет дальнейшее продвижение. Д.ф.-м.н. Гаранжа В.А. поинтересовался контролем ошибки в процессе счета. Соискатель подтвердила наличие такого контроля в программе. Д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН Василевский Ю.В. задал вопрос о переинтерполяции в схеме Кабаре. Соискатель пояснила, что данная схема подразумевает использование процедуры переинтерполяции. Меньшов И.С. спросил о корректности использования термина "метод динамической адаптации". Соискатель отметила, что это устоявшийся термин. Д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН Якововский М.В. интересовался сравнением с экспериментальными и теоретическими данными. Соискатель продемонстрировала слайд с графиком сравнения, пояснив, что сопоставление проводится по количеству вынесенного вещества.

Принципиальных замечаний по диссертации в ходе защиты высказано не было. Соискатель ответила на указанные в письменных отзывах вопросы и замечания, согласившись некоторыми из них и дав содержательные пояснения в необходимых случаях.

Во время дискуссии в поддержку диссертации выступили: д.ф.-м.н. Головизин В.М., д.ф.-м.н. Змитренко Н.В. и д.ф.-м.н. чл.-корр. РАН Якововский М.В.

На заседании 5 июня 2025 года диссертационный совет принял решение за решение научной задачи, имеющей значение для развития методов математического моделирования, а именно разработку и развитие численного метода динамической адаптации и его применение к решению актуальных задач лазерной физики, присудить Быковской Елене Николаевне ученую степень кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 18 человек, из них 4 доктора наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 24 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 16 против – 1, недействительных бюллетеней – 1.

Заместитель председателя  
диссертационного совета 24.1.237.01



М.В. Яковлевский

Ученый секретарь  
диссертационного совета 24.1.237.01

М.А. Корнилина

05.06.2025 г.