

УТВЕРЖДАЮ

Проректор – начальник Управления  
научной политики и организации  
научных исследований МГУ имени  
М. В. Ломоносова, д. ф.-м. н., профессор,  
профессор РАН

  
А. А. Федянин

2018г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Дубовика Алексея Олеговича  
«Численные и аналитические методы решения задач динамики  
магнитной жидкости, протекающей в трубах»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ»

**Актуальность работы.** В настоящее время без численного моделирования невозможно решение любой значимой инженерной задачи, связанной, в том числе с течением жидкости в магнитном поле. Постоянное усложнение математических моделей и рост возможностей вычислительных систем приводит к необходимости создания соответствующих комплексов программ, результаты расчетов которых необходимо тестировать точными решениями. Поиску новых точных решений уравнений магнитной гидродинамики и верификации программного обеспечения, используемого для моделирования течения магнитной жидкости и посвящена данная диссертационная работа.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Работа представлена на 119 страницах, список литературы включает 109 источников.

**Во введении** сформулированы цели и задачи работы, обоснована ее актуальность, представлена новизна работы и положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** дается обзор по теме диссертации: описаны численные методы, применяемые для решения задач динамики магнитной жидкости, и точные решения уравнений МГД, отдельно рассмотрены численные методы решения спектрального уравнения для квадратичного пучка операторов.

**Во второй главе** представлена математическая модель слоистого течения жидкости, исследуемая в рамках уравнений магнитной гидродинамики, записанных в декартовой системе координат. Выделен класс точных решений уравнений МГД, соответствующий слоистому течению жидкости в неограниченном плоском слое. Разработано программное обеспечение, позволяющее моделировать слоистое течение жидкости в магнитном поле, параллельном полю скоростей, позволяющее оценить тепловыделение и изменение геометрии области течения. Верификация результатов расчетов аналитическим решением тестовой задачи показало высокую степень их совпадения.

**Во третьей главе** представлена математическая модель слоистого течения жидкости, исследуемая в рамках уравнений магнитной гидродинамики, записанных в цилиндрической системе координат. Выделен класс точных решений уравнений МГД, соответствующий слоистому течению жидкости в бесконечном цилиндре, бесконечном коаксиальном цилиндре. Разработано программное обеспечение, позволяющее моделировать слоистое течение жидкости в магнитном

поле, параллельном оси цилиндра (коаксиального цилиндра), позволяющее оценить тепловыделение и изменение геометрии области течения. Верификация результатов расчетов аналитическим решением тестовой задачи показало высокую степень их совпадения.

**Четвертая глава** посвящена итерационному алгоритму нахождения спектра квадратичного пучка операторов. Операторы предполагаются компактными, частично симметричными. Компактный частично симметричный оператор – это оператор, определенный в гильбертовом пространстве и симметричный на его подмножестве, при этом если указанное подмножество совпадает со всем пространством то такой оператор будет самосопряженным. Доказана теорема о сходимости итерационного алгоритма для произвольных операторов такого вида. Доказана теорема о полноте множества собственных функций на образе этих операторов, монотонном росте и неограниченности последовательности модулей собственных значений, найденных по итерационному алгоритму, указана двусторонняя оценка для каждого ее члена. Продемонстрирован переход от задачи о нахождении собственных частот колебания трубы с протекающей магнитной жидкостью, имеющей дифференциальную постановку, к задаче в операторной форме – спектральной задаче для квадратичного пучка компактных частично симметричных операторов. Проведены расчеты собственных частот колебания трубы при переменном растягивающем усилии, действующем на трубу. Оценка погрешности расчетов, в том числе в сравнении с аналитическим решением тестовой задачи, показала удовлетворительную точность алгоритма.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы, предложения по их использованию и перспективные, по мнению автора, направления дальнейших исследований.

**Научная новизна работы** состоит в описании нового класса точных решений уравнений МГД, соответствующего слоистому течению жидкости. Разработан и реализован параллельный программный комплекс для моделирования слоистого течения жидкости в результате воздействия магнитным полем и движения границы области течения. Разработан итерационный алгоритм нахождения спектра квадратичного пучка компактных частично симметричных операторов, доказана его сходимость, полнота системы собственных функций, представлены оценки последовательности модулей собственных значений, найденных по этому алгоритму. Показана, что решение задачи о резонансной потере устойчивости трубы с протекающей магнитной жидкостью равносильно решению спектральной задачи для квадратичного пучка компактных частично симметричных операторов. Впервые вычислены собственные частоты колебания трубы при переменном растягивающем усилии, действующем на трубу. Оценка погрешности алгоритма показала его эффективность.

**Обоснованность научных положений и достоверность полученных результатов** обеспечена строгостью использованного математического аппарата, согласованностью результатов численного моделирования и аналитического решения тестовых задач, используемого для верификации разработанного программного обеспечения.

**Значимость полученных результатов** заключается в разработке программного комплекса и итерационного алгоритма нахождения спектра квадратичного пучка операторов, которые могут быть использованы при моделировании течения магнитной жидкости по трубам, а найденные точные решения уравнений МГД могут быть использованы для верификации подобного программного обеспечения.

Соответственно результаты работы могут быть использованы в прикладных и теоретических исследованиях, проводимых в научных организациях по этой тематике, например МГУ имени М. В. Ломоносова, МФТИ, ФГУП «РФЯЦ – ВНИИЭФ», ИТПМ СО РАН, НИЯУ МИФИ.

#### **Замечания к работе:**

1. В обзорной главе перечислены численные методы, используемые при решении спектральной задачи для квадратичного пучка операторов и указано, что некоторые из них являются недостаточно точными, в четвертой главе подчеркнута автором отличие разработанного итерационного алгоритма от них. В таком случае следовало бы провести сравнение разработанного алгоритма по точности или по скорости вычисления с существующими вычислительными методами.
2. Поскольку в диссертации вводится новое понятие – частично симметричный оператор, то следовало бы обсудить насколько это понятие отражает реальные процессы и перечислить прикладные задачи, решение которых невозможно или значительно затруднено без его использования.

**Общая оценка работы.** Указанные замечания не снижают научной значимости и практической ценности полученных в работе результатов. Диссертация выполнена на весьма высоком научном уровне. Все результаты диссертационной работы выполнены на актуальную тему, опубликованы в ведущих журналах, включенных в перечень рекомендованных научных изданий ВАК, и неоднократно докладывались на научных конференциях и семинарах. Автореферат полно отражает основное содержание диссертации.

Диссертационная работа Дубовика А. О. является законченной научно-квалификационной работой и отвечает требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям, представленным на соискание ученой

степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Дубовик Алексей Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова «15» 01 2018 г. протокол №1.

«25» 01 2018 г.

И. о. декана

Механико-математического факультета

МГУ имени М. В. Ломоносова

д. ф.-м. н., профессор

  
Чубариков Владимир Николаевич

Отзыв составил:

Ученый секретарь кафедры

газовой и волной динамики

Механико-математического факультета

МГУ имени М. В. Ломоносова

д. ф.-м. н., профессор

  
Звягин Александр Васильевич

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Механико-математический факультет

Телефон: +7(495)9391244

E-mail: [mmmf@mech.math.msu.su](mailto:mmmf@mech.math.msu.su)

Адрес: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, д.1,  
Главное здание, механико-математический факультет