

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Капцова Евгения Игоревича «Симметрии и законы сохранения нелинейных дискретных моделей сплошной среды», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика

В диссертации разрабатываются методы построения инвариантных разностных схем, обладающих законами сохранения, реализуются инвариантные разностные схемы для уравнений сплошной среды и исследуются их групповые свойства. Разностная схема, будучи дискретной моделью некоторой непрерывной системы, должна отражать ее основные свойства, поэтому разумно требовать, чтобы в схеме выполнялись разностные аналоги законов сохранения. Такие разностные схемы называются консервативными и широко применяются в исследовании физических процессов с помощью современных компьютеров. Особый интерес представляют инвариантные разностные схемы, обладающие симметриями, поскольку это фундаментальное свойство исходных уравнений. Групповой анализ дискретных уравнений, из которых состоят такие разностные схемы, позволяет рассматривать целые классы уравнений как единые объекты и строить точные решения, которые полезны при тестировании разработанных численных методов. Таким образом, разработка методов построения консервативных инвариантных разностных схем, их групповой анализ и реализация для конкретных физических процессов является **актуальной научной проблемой**.

Выделим следующие **важные результаты** диссертационной работы:

1. Построено семейство инвариантных разностных схем для ОДУ второго порядка, допускающих вариационную постановку и обладающих всеми разностными аналогами первых интегралов. Это семейство завершает список интегрируемых инвариантных моделей, полученных в результате групповой классификации в работе В.А. Дородницына и др. (2000).

2. Разработан разностный аналог «метода сопряженных уравнений» для построения общего решения обыкновенных разностных уравнений, не допускающих вариационной формулировки.

3. Предложен разностный аналог «прямого метода» для разностных уравнений в частных производных на равномерных ортогональных сетках. С его помощью построены инвариантные разностные схемы линейного и нелинейного волнового уравнений, обладающие законами сохранения.

4. Проведена групповая классификация семейства одномерных уравнений Эйлера – Лагранжа специального вида, содержащих произвольные функции. Приведены законы сохранения для моделей мелкой воды и газовой динамики.

5. Построена инвариантная консервативная разностная схема для одномерных уравнений мелкой воды с плоским дном, обладающая локальными законами сохранения вещества, импульса, энергии и движения центра масс.

6. Разработан комплекс программ для расчета одномерных уравнений газодинамики и уравнений мелкой воды.

Важно отметить, что по теме диссертации автором **опубликовано** значительно больше научных статей, чем требуется для защиты.

По автореферату имеются следующие **замечания**:

1. Из текста неясно, для каких классов дифференциальных уравнений можно построить «точную» схему (только для уравнений, допускающих инвариантные решения, или этот класс можно расширить).

2. В разностной схеме (1) на стр. 9, по-видимому, «константы интегрирования»  $A$  и  $B$  берутся из общего решения рассматриваемого уравнения. Общее решение не приведено в автореферате, что затрудняет понимание того, каким образом была получена эта схема. Не указано, при каких значениях параметров  $A, B, C, \varepsilon$  построены кривые на рис. 1 (стр. 10). Не сказано, как меняется погрешность вычислений при изменении этих параметров.

3. Подписи к рисункам 4 и 5 (стр. 18 и 19) недостаточно информативные: следовало указать значения параметров, которые использовались при построении этих графиков. Для законов



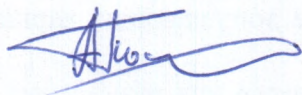
сохранения было бы полезно привести таблицы погрешностей численных решений, полученных с помощью инвариантной разностной схемы.

4. В автореферате содержится заметное количество опечаток. Например, лишняя буква «ю» в предложении «Целью данной работы состоит» (стр. 4), несогласованность во фразе «во втором разделе подробно рассматриваются уравнений» (стр. 15), по всему тексту во многих местах пропущена буква «т» в слове «разностный», в источниках [49] и [50] ошибки в инициалах авторов. На стр. 16 на четвертой строке снизу приведена непонятная формула  $p\infty\rho^2$ .

Указанные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы. Автореферат хорошо структурирован и достаточно полно и понятно описывает основные положения диссертационной работы.

Автореферат позволяет сделать вывод, что диссертационная работа Капцова Е.И. «Симметрии и законы сохранения нелинейных дискретных моделей сплошной среды» является законченной научно-квалификационной работой, которая выполнена на высоком научном уровне и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в том числе соответствует всем пунктам «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г. Автор диссертации, Капцов Евгений Игоревич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

Доктор физико-математических наук, профессор,  
главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного  
учреждения науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского  
Российской академии наук»

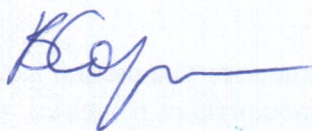


Полянин Андрей Дмитриевич  
119526, Москва,  
пр-т Вернадского, д. 101, к. 1  
8-495-434-01-95  
polyanin@ipmnet.ru

15 сентября 2020 г.

Согласен на обработку персональных данных.

Кандидат физико-математических наук,  
младший научный сотрудник Федерального государственного бюджетного  
учреждения науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского  
Российской академии наук»



Сорокин Всеволод Григорьевич  
119526, Москва,  
пр-т Вернадского, д. 101, к. 1  
8-495-434-30-61  
vsesor@gmail.com

15 сентября 2020 г.

Согласен на обработку персональных данных.

*Толщина А.Д.*  
ПОДПИСЬ *Сорокина В.Г.* ЗАВЕРЯЮ:  
Зав. Канцелярией *Сор* И.А. Сафронова  
*И.* *09* 200 *20* г.

