

Результаты публичной защиты

Дата защиты: 16 января 2020 г.

Соискатель: **Капцов Евгений Игоревич.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему: «Симметрии и законы сохранения нелинейных дискретных моделей сплошной среды».

Специальность 01.01.07 — Вычислительная математика.

На заседании председательствует – Заместитель председателя диссертационного совета член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., профессор **В.Ф.ТИШКИН**

Ученый секретарь – к.ф.-м.н. **М.А. КОРНИЛИНА.**

На заседании из 24 членов диссертационного совета присутствовали 17 членов совета, из них 11 - очно, 6 - дистанционно, специалистов по профилю рассматриваемой диссертации - 5.

Очно:

1.	ТИШКИН В.Ф.	д.ф.-м.н.	<u>01.01.07</u>
2.	КАЛИТКИН Н.Н.	д.ф.-м.н.	01.02.05
3.	КОРНИЛИНА М.А.	к.ф.-м.н.	05.13.18
4.	КАРАМЗИН Ю.Н.	д.ф.-м.н.	<u>01.01.07</u>
5.	КОВАЛЕВ В.Ф.	д.ф.-м.н.	05.13.18
6.	КУЛЕШОВ А.А.	д.ф.-м.н.	05.13.18
7.	ЛУЦКИЙ А.Е.	д.ф.-м.н.	01.02.05
8.	МАЖУКИН В.И.	д.ф.-м.н.	05.13.18
9.	ПОЛЯКОВ С.В.	д.ф.-м.н.	<u>01.01.07</u>
10.	ПЕТРОВ И.Б.	д.ф.-м.н.	01.02.05
11.	ЯКОВОВСКИЙ М.В.	д.ф.-м.н.	05.13.18

Дистанционно:

12.	ГАСИЛОВ В.А.	д.ф.-м.н.	01.02.05
13.	ДОЛГОЛЕВА Г.В.	д.ф.-м.н.	<u>01.01.07</u>
14.	ЕЛИЗАРОВА Т.Г.	д.ф.-м.н.	<u>01.01.07</u>
15.	ЗМИТРЕНКО Н.В.	д.ф.-м.н.	01.02.05
16.	КОЗЛОВ А.Н.	д.ф.-м.н.	01.02.05
17.	ШПАТАКОВСКАЯ Г.В.	д.ф.-м.н.	05.13.18

По результатам публичной защиты диссертационный совет принял следующее заключение:

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 002.024.03,
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША РАН»
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ
КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 22 октября 2020 г. № 7

О присуждении **Капцову Евгению Игоревичу** ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация **«Симметрии и законы сохранения нелинейных дискретных моделей сплошной среды»** по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика» принята к защите 02 июля 2020 г. (протокол №3/пз) диссертационным советом Д 002.024.03 Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, 125047, г. Москва, Миусская пл., 4 (утвержден приказом № 105/нк от 11 апреля 2012 года). Принятие к защите Капцова Е.И., первоначально назначенное на 26 марта 2020 г., трижды откладывалось в связи с ограничениями, связанными с распространением коронавирусной инфекции (первая волна COVID-19), (протокол №4/пз от 19.03.2020 г., решения от 12.05.2020 г. и от 08.06.2020 г.).

Соискатель Капцов Евгений Игоревич 1984 года рождения, в 2008 году окончил ФГБУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Краснодар, по специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

С 2018 года работает в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН в должности младшего научного сотрудника ВНИЛ «Вычислительная гидро-газодинамика в индустриальных процессах».

В 2019 году соискатель был прикреплен экстерном к аспирантуре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для сдачи кандидатских экзаменов. Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана ИПМ им. М.В. Келдыша РАН 26.12.2019 г.

Диссертация выполнена в ФГБУН Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН.

Научный руководитель — доктор физико-математических наук главный научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН **Дородницын Владимир Анатольевич**.

Официальные оппоненты:

1. **Еленин Георгий Георгиевич** — доктор физико-математических наук, профессор (уч. зв.), профессор кафедры вычислительных методов факультета вычислительной математики и кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,

2. **Гердт Владимир Петрович** — доктор физико-математических наук, профессор, начальник сектора алгебраических и квантовых вычислений лаборатории информационных технологий (ЛИТ) Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ г. Дубна)

дали **положительные** отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук в своем **положительном** заключении, подписанном **Остапенко Владимиром Викторовичем**, доктором физико-математических наук, главным научным сотрудником лаборатории прикладной и вычислительной гидродинамики, и **Чесноковым Александром Александровичем**, доктором физико-математических наук,

ведущим научным сотрудником лаборатории дифференциальных уравнений, указала, что диссертационная работа Е. И. Капцова направлена на развитие методов построения инвариантных разностных схем, обладающих законами сохранения, и вносит заметный вклад в развитие теории группового анализа в конечно-разностных пространствах, а проведенная в работе групповая классификация уравнений, описывающих некоторые классы течения жидкостей и газов, полезна в качестве справочного материала.

Сохранение качественных свойств уравнений, описывающих физические процессы, делает разработанные методы практически полезными при моделировании в задачах газовой динамики и гидродинамики, метеорологии, геофизики, в гражданском строительстве, при решении транспортных задач и др. Инвариантные конечно-разностные схемы, наследующие дополнительные законы сохранения исходной дифференциальной модели, представляют интерес и могут быть полезны для описания гладких решений.

В отзыве ведущей организации высказан ряд замечаний, которые не умаляют достоинств диссертационной работы:

1. Выполненное построение инвариантных разностных схем для ОДУ второго порядка носит иллюстративный характер, поскольку все рассмотренные примеры (уравнения (1.21), (1.45), (1.47), (1.49), (2.15)) допускают интегрирование в явном виде. Практическая значимость построения разностных схем для таких уравнений неочевидна.

2. В автореферате на рис. 2 (в диссертации этот рисунок отсутствует) показано сравнение численных решений системы ОДУ второго порядка типа Ермакова (уравнения (1.65)), полученных методом Рунге-Кутты и по предложенной инвариантной схеме. Судя по графику, к преимуществу инвариантной схемы можно отнести то, что она позволяет продлить решение ближе к точке сингулярности правой части системы. К сожалению, диссертант не посчитал нужным обсудить этот важный момент более подробно.

3. Инвариантные конечно-разностные схемы, наследующие дополнительные законы сохранения исходной дифференциальной модели, представляют интерес и могут быть полезны для описания гладких решений. В диссертационной работе такие схемы строятся для гиперболических уравнений, для которых характерно образование разрывов. Очевидно, что одновременное выполнение законов сохранения массы, импульса и энергии на разрывных решениях уравнений теории мелкой воды невозможно, что существенно ограничивает область применимости предлагаемых схем.

4. Выполненные тестовые расчеты распространения волн для одномерных уравнений изэнтропической газовой динамики на основе инвариантной схемы сравниваются с известными схемами 60-х годов прошлого века. Отсутствует сопоставление с современными схемами повышенной точности, например, со схемами MUSCL, TVD, WENO и CABARET.

5. Работа содержит излишне много информации справочного характера. По этой причине не всегда легко выделить оригинальные достижения диссертанта. Для читателя было бы удобнее видеть примеры численной реализации инвариантных схем и их сопоставление с известными методами по ходу изложения, а не в отдельных приложениях.

Ведущая организация указала, что диссертация является законченной научно-квалификационной работой, которая вносит заметный вклад в развитие теории группового анализа в конечно-разностных пространствах, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика».

Соискатель имеет **11 опубликованных** работ по теме диссертации в виде: научных статей в отечественных и зарубежных журналах, в сборниках тезисов докладов на всероссийских и международных конференциях и съездах, в том числе **9 работ**, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК:

1. Дородницын В. А., Капцов Е. И. Дискретизация обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, обладающих симметриями // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2013. – Т.53. – С.1329-1355. (**Q2; Scopus, WoS**)
2. Дородницын В. А., Винтерниц П., Козлов Р. В., Капцов Е. И. Первые интегралы разностных уравнений, не имеющих вариационной постановки // Доклады Академии Наук – 2014. – 01. – Т.454. – С.627-630. (**Scopus, WoS**)
3. Дородницын В. А., Капцов Е. И. Инвариантные разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, обладающих симметриями // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2014. – №16.
4. Dorodnitsyn V. A., Kaptsov E. I., Kozlov R. V., Winternitz P. The adjoint equation method for constructing first integrals of difference equations // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2015. – 01 – Vol.48. – No.5. – P.055202. (**Q2; Scopus, WoS**)
5. Дородницын В. А., Капцов Е. И. Инвариантные разностные схемы для системы Ермакова // Дифференциальные уравнения. - 2016. – 01. – Т.52. – С.865-980. (**Scopus, WoS**)
6. Капцов Е. И. Численная реализация инвариантной схемы для одномерных уравнений мелкой воды в лагранжевых координатах // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2019. – №108.
7. Kaptsov E. I., Meleshko S. V. Conservation laws of the two-dimensional gas dynamics equations // International Journal of Non Linear Mechanics. – 2019, - Vol.112. – P.126-132. (**Q1; Scopus, WoS**)
8. Kaptsov, E. I., Meleshko, S. V. Conservation laws of the one-dimensional isentropic gas dynamics equations in Lagrangian coordinates // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2153 – no.1 – P.020009. (**Scopus, WoS**)
9. Kaptsov E. I., Meleshko S. V. Analysis of the One-dimensional Euler-Lagrange equation of continuum mechanics with a Lagrangian of a special form // Applied Mathematical Modelling. – 2020. – Vol.77. – P.1497-1511. (**Q1; Scopus, WoS**)

Опубликованные статьи [1-6], [8] и [9] отражают основные результаты диссертации. Результаты статьи [7] частично упоминаются в диссертационном исследовании.

В работе [1] автором была построена и полностью проинтегрирована новая инвариантная конечно-разностная схема для ОДУ второго порядка из классификационного списка Ли. Кроме того, из нескольких ранее известных семейств инвариантных разностных схем для различных ОДУ второго порядка автором выделены точные схемы. В публикации [3] автором проведена численная реализация полученных разностных схем. В статьях [2] и [4] автором была проинтегрирована инвариантная разностная схема для уравнения Шварца при частном значении входящего в неё постоянного коэффициента, построена инвариантная схема для уравнения Шварца с правой частью специального вида, а также произведено сравнение результатов, полученных с помощью "метода сопряженного уравнения" и с помощью "прямого метода". В работе [5] автор обобщил разностный аналог тождества Нётер на случай систем разностных схем для ОДУ второго порядка, построил инвариантную конечно-разностную схему для системы уравнений Ермакова специального вида и нашел её разностные первые интегралы и частные решения. В [6] автором произведена численная реализация инвариантной схемы для одномерных уравнений мелкой воды с горизонтальным дном в координатах Лагранжа, обладающей всеми разностными аналогами локальных законов сохранения исходного дифференциального уравнения. В работах [8] и [9], посвященных групповой классификации различных уравнений механики сплошной среды, автором проведены основные расчеты, связанные с поиском преобразований эквивалентности, групповой классификацией и законами сохранения. В работе [7], так же посвященной групповой классификации, автором были получены законы сохранения рассматриваемых уравнений.

В работах, написанных в соавторстве, В.А. Дородницыну и С.В. Мелешко принадлежит постановка ряда задач. В работах [2] и [4]

постановкой задач также занимался П. Винтерниц, а другие соавторы участвовали в разработке численных методов и анализе полученных результатов.

Общий объем публикаций 17,8 п.л., авторский вклад – 11,6 п.л. В тексте диссертации все сведения об опубликованных соискателем работах достоверны.

В отзывах официальных оппонентов имеется ряд замечаний.

В отзыве д.ф.-м.н. Еленина Г.Г.:

1. Во второй главе рассматриваются двухшаговые разностные схемы для решения задачи Коши для о.д.у., но нет разъяснения как выполняется первый шаг бегущего счета, для выполнения которого нужно знать значения не только в первой, но и во второй точке разностной схемы. Как выбор значения во второй точке влияет на свойства схемы и точность приближенного решения?

2. Новые инвариантные схемы с переменным шагом интегрирования, полученные в главе 2, являются основой для адаптивных алгоритмов решения задачи Коши. К сожалению, в работе нет исследований о зависимости шага и точности метода в случае наличия пограничного слоя в решении.

3. В третьей главе, посвященной разностным схемам для волновых уравнений, рассмотрены только полиномиальные схемы. Остается открытым вопрос о существовании не полиномиальных интегрирующих множителей.

4. Новые разностные схемы не исследуются на устойчивость.

5. В случае схем для уравнений в частных производных рассматриваются только разностные аналоги локальных законов сохранения. Интересно, что можно сказать о поведении приближенных решений, полученных с помощью этих схем, в случае разрывных точных решений задачи.

6. В приложении А следовало бы представить отдельно графики точных решений задачи Коши и погрешности приближенных решений. Такое

представление результатов численных расчетов дало бы четкое представление о распределении ошибок приближенных методов на отрезке интегрирования и о связи величины погрешности с гладкостью точного решения.

7. В работе имеются описки на стр. 25, 4-я строка сверху, стр. 36, 9-я строка снизу, стр. 37, 8-я строка сверху, стр. 57, 11-я строка снизу, стр. 61, 2-я строка сверху.

8. Нет определения понятия - плотность сетки (параметр ϵ).

В отзыве д.ф.-м.н. Гердта В.П.:

1. В диссертации полностью отсутствует упоминание/обсуждение возможности/перспектив обобщения разработанных методов и подходов к построению и анализу инвариантных схем для пространственно-двумерных уравнений в частных производных. В частности, для двумерных уравнений мелкой воды.

2. Как в диссертации, так и в автореферате многократно встречается «систематическая» опечатка «разносный» вместо «разностный».

При этом указано, что приведенные замечания не влияют на достоверность полученных и диссертации результатов и на общую положительную оценку работы.

На автореферат поступило 3 отзыва. Отзывы положительные.

В совместном отзыве специалистов ФГБУ «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук», доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника **Полянина Андрея Дмитриевича** и кандидата физико-математических наук, младшего научного сотрудника **Сорокина Всеволода Григорьевича**, сказано, что в диссертации разрабатываются методы построения инвариантных разностных схем, обладающих законами сохранения, реализуются инвариантные разностные схемы для уравнений сплошной среды и исследуются их групповые свойства, что является актуальной научной проблемой. В отзыве

отмечено, что по теме диссертации автором опубликовано значительно больше научных статей, чем требуется для защиты. Диссертационная работа Капцова Е.И. является законченной научно-квалификационной работой, которая выполнена на высоком научном уровне.

В отзыве имеются следующие замечания:

1. Из текста не ясно, для каких классов дифференциальных уравнений можно построить «точную» схему (только для уравнений, допускающих инвариантные решения, или этот класс можно расширить).

2. В разностной схеме (1) на стр. 9, по-видимому, «константы интегрирования» A и B берутся из общего решения рассматриваемого уравнения. Общее решение не приведено в автореферате, что затрудняет понимание того, каким образом была получена эта схема. Не указано, при каких значениях параметров A , B , C , ε построены кривые на рис. 1 (стр. 10). Не указано, как меняется погрешность вычислений при изменении этих параметров.

3. Подписи к рисункам 4 и 5 (стр. 18 и 19) недостаточно информативные: следовало указать значения параметров, которые использовались при построении этих графиков. Для законов сохранения было бы полезно привести таблицы погрешностей численных решений, полученных с помощью инвариантной разностной схемы.

В качестве замечания также отмечен ряд опечаток в автореферате.

В отзыве доктора физико-математических наук, профессора, проректора по учебно-методической работе, заведующего кафедрой высокопроизводительных вычислительных технологий и систем Уфимского государственного авиационного технического университета (ФГБУ ВО «УГАТУ») **Газизова Рафаила Кавыевича** сказано, что работа Е.И. Капцова посвящена актуальной проблеме разработки методов построения конечно-разностных схем (КРС), обладающих такими свойствами как наличие законов сохранения, возможность редукции уравнения на подгруппе, интегрируемость, а также их численной реализации. В работе получен ряд новых важных результатов в области разработки методов построения инвариантных разностных схем для некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений механики сплошной среды. Как особенно важный результат в отзыве отмечен разностный аналог метода «сопряженных уравнения», который применим для нахождения первых интегралов обыкновенных разностных схем в случаях, когда оригинальные уравнения не допускают вариационной формулировки, а также разностный аналог «прямого метода», позволяющий конструировать разностные схемы, обладающие разностными аналогами локальных законов сохранения.

В качестве замечания в отзыве отмечено отсутствие в автореферате указания на регистрацию разработанного автором программного комплекса «Schemelib».

В отзыве кандидата физико-математических наук, доцента кафедры математического моделирования Механико-математического факультета Новосибирского государственного университета, **Тальшева Александра Алексеевича** сказано, что диссертация Капцова Е.И. посвящена групповому анализу разностных уравнений. В целом работа выполнена на высоком научном уровне. Полученные в ней результаты представляют несомненный прикладной и теоретический интерес. Автор работы продемонстрировал знание современных методов группового анализа и способность применять их к решению важных прикладных задач.

В отзыве замечаний нет.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их широко известной компетенцией и схожестью задач, рассматриваемых в диссертации и задач, решаемых ими: д.ф.-м.н. Г.Г. Еленин занимается разработкой адаптивных консервативных численных методов решения нелинейных задач классической механики и механики сплошной среды; д.ф.-м.н. В.П. Гердт занимается задачами, связанными с дискретизацией уравнений механики сплошной среды с применением методов компьютерной алгебры с учетом алгебраических и групповых свойств уравнений; в ИГиЛ СО РАН ведутся работы как в области группового анализа и методов математического моделирования широкого спектра задач гидродинамики и газовой динамики, так и в области решения прикладных задач по тематике, близкой к теме диссертации.

С положительной оценкой диссертации выступили д.ф.-м.н. проф. В.Ф.Ковалев (член совета), чл.-корр., д.ф.-м.н., проф. В.Ф.Тишкин (член совета), д.ф.-м.н., проф. В.В.Веденяпин (в.н.с. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

разработаны новые методы построения инвариантных конечно-разностных схем, обладающих разностными аналогами законов сохранения

оригинальных уравнений. Новый метод «сопряженного уравнения» позволяет находить разностные первые интегралы схем для уравнений, не допускающих вариационной формулировки, а в некоторых случаях и полностью интегрировать такие схемы. Разностный аналог «прямого метода», также являющийся новым, позволяет конструировать конечно-разностные схемы, обладающие разностными аналогами локальных законов сохранения. Обобщён на случай систем уравнений разностный аналог тождества Нётер. Также произведена новая групповая классификация уравнений течения жидкости и газа специального вида в координатах Лагранжа, существенно дополняющая уже имеющиеся классификации и представляющая значительный интерес при анализе и сопоставлении групповых свойств и законов сохранения различных моделей уравнений механики сплошной среды, а также при конструировании новых инвариантных конечно-разностных схем.

предложены инвариантные конечно-разностные схемы для системы уравнений Ермакова специального вида, для уравнений Шварца третьего порядка, для линейного и нелинейного волновых уравнений и для одномерных уравнений мелкой воды в лагранжевых координатах, обладающие разностными аналогами локальных законов сохранения оригинальных уравнений. Некоторые из построенных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений полностью проинтегрированы.

создан вспомогательный программный комплекс, позволяющий осуществлять расчеты по схемам для одномерных уравнений газовой динамики и мелкой воды и эффективно сопоставлять результаты, полученные с помощью различных схем.

Достоверность изложенных в диссертационной работе результатов обеспечивается проверкой предложенных численных методик на тестовых задачах, имеющих точные решения, и сравнением результатов с расчетными данными, полученными с помощью других методов. Все полученные в работе разностные тождества проверяются прямым вычислением.

Теоретическая значимость исследования определяется вкладом полученных результатов в развитие методов группового анализа разностных уравнений и методов построения инвариантных разностных схем, в том числе для уравнений, не допускающих вариационную постановку. Групповая классификация одномерных уравнений сплошной среды специального вида, произведенная в работе, расширяет и дополняет уже известные классификации и ее результаты могут быть использованы как в справочных целях, так и при дискретизации существующих и новых моделей механики сплошной среды с учетом их групповых свойств.

Значение полученных соискателем результатов исследования **для практики** подтверждается тем, что разработанные в диссертационной работе методы полезны при конструировании инвариантных конечно-разностных схем для уравнений математической физики. Подобные схемы возникают повсеместно при математическом моделировании в задачах гидродинамики и газодинамики, метеорологии, при решении транспортных задач, в геофизике и астрофизике и других областях. Разработанные в работе методы позволяют сохранять важные качественные характеристики моделируемых процессов, связанные с непрерывными симметриями, которыми обладают уравнения, описывающие подобные процессы.

Личный вклад соискателя состоит в разработке новых методов построения и интегрирования инвариантных конечно-разностных схем, вычислительных алгоритмов и вспомогательного программного комплекса, в обработке и интерпретации полученных результатов. Основные новые результаты получены автором диссертации самостоятельно. Результаты второй главы, посвященные методу сопряженных уравнений, получены автором в процессе совместной работы с В.А. Дородницыным, П.Винтерницем и Р.В. Козловым, причем по этой теме в диссертационной работе сделан упор на результаты, самостоятельно полученные автором.

На заседании 22 октября 2020 года диссертационный совет принял решение присудить Капцову Е.И. ученую степень кандидата физико-

математических наук. Из 24 человек, входящих в состав диссертационного совета, в заседании участвовали 17 человек, в том числе 5 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации. При этом 6 членов совета участвовали в дистанционном режиме.

Проголосовали: за 17, против – нет, воздержавшихся - нет.

Заместитель председателя диссертационного совета Д 002.024.03

член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н.

В.Ф. Тишкин

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 002.024.03, к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

« 22 » октября 2020 года.