ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. КЕЛДЫША РАН

На правах рукописи

Козин Филипп Александрович

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ НАНОСПУТНИКОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ СТОЛЕ

Специальность 1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доцент, к.ф.-м.н.
Д.С. Иванов

Москва – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ МАКЕТОВ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ 19
1.1. Описание стенда с аэродинамическим столом 19
1.2. Модель движения макетов на аэродинамическом столе 21
1.4. Модель навигационной системы 27
1.5. Используемые численные методы 30
1.5.1. Метод наименьших квадратов для оценки параметров системы 31
1.5.2. Фильтр Калмана 31
1.6. Методология валидации математических моделей на основе эксперимента 35
1.7. Заключение к главе 1 36
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ 37
2.1. Описание системной архитектуры 38
2.2. Программная реализация экспериментов 42
2.3. Заключение к главе 2 52
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МАКЕТОВ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ СТОЛЕ 53
3.1. Методика интерпретации результатов экспериментов 53
3.2. Исследование точности навигационной системы 55
3.3. Оценка возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе 64
3.4. Калибровка актюаторов 73
3.5. Стыковка с помощью метода виртуальных потенциалов 82
3.6. Стыковка с помощью управления на основе решения матричного уравнения Риккати 92
3.7. Исследование границ работоспособности алгоритмов управления в задаче стыковки 100
3.8. Управление движением в задаче наблюдения за объектом космического мусора 108
3.9. Управление движением в задаче увода объекта космического мусора с орбиты 116
3.10. Заключение к главе 3 124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 125
ЛИТЕРАТУРА 127

ВВЕДЕНИЕ

Перед запуском космического аппарата (КА) все его системы проходят через ряд лабораторных испытаний для подтверждения работоспособности. В частности, работа системы управления движением исследуется с помощью лабораторных стендов с использованием аэродинамических подвесов, позволяющих в некотором виде имитировать условия орбитального полета. Как правило, аэродинамический подвес позволяет имитировать условия для моделирования углового движения. Они обладают рядом достоинств, однако, основной их недостаток – отсутствие поступательных степеней свободы. В то же время ряд задач управления движением требует наличия таких степеней. К ним можно отнести, например, задачи стыковки для сервисного обслуживания на орбите[1–3] или для увода объектов космического мусора [4–6], управления относительным движением спутников в групповом полете [7–9], а также лабораторного исследования работы средств посадки [10,11], манипуляторов [12–16] и тросовых систем [17–19]. Управление движением в рамках решения этих задач можно исследовать с использованием стендов с аэродинамическим столом, на котором с помощью воздушной подушки обеспечивается свободное плоское движение макетов КА.

Обзор лабораторных стендов

Существует несколько подходов для создания обезвешивающего давления: с помощью потоков воздуха через специальные отверстия на поверхности стола или с помощью системы, установленной на макете КА для создания воздушной подушки [20]. Также возможно использование поддерживающих газовых двигателей для создания имитации свободного вертикального движения [21].

В связи с развитием распределенных космических систем особый интерес представляет задача управления движением спутников в групповом полете. Групповым полетом называется совместное движение спутников на небольшом

(по сравнению с радиусом орбиты) расстоянии. Использование аэродинамического стола дает широкие возможности по исследованию алгоритмов управления относительным движением.

Основными задачами, которые можно промоделировать в лабораторных условиях на аэродинамическом столе, являются задачи создания, поддержания и изменения конфигурации группового полета [20,22]. При разработке алгоритмов управления важным этапом является лабораторная верификация методов и средств управления и определения движения. Например, в работе [23] было проведено тестирование алгоритма определения 12-мерного вектора состояния двух близколетящих спутников с помощью обработки изображения видеокамеры, а в [24] затрагиваются вопросы верификации робастного управления для решения задачи сближения и стыковки. При этом в лабораторных условиях тестируется не только точность и быстродействие алгоритмов, но и возможность их применимости в условиях ограниченной вычислительной мощности бортового компьютера. Например, в работе [2] показана возможность применения управления на основе решения матричного уравнения Риккати в системе реального времени на бортовом компьютере. А в [3] верифицируется техника управления с помощью широтно-импульсного модулятора реактивным двигателем спутника, преследующего некооперирующий КА. Работа [25] посвящена исследованию применения линейно-квадратичного регулятора для группы макетов, а [26] – исследованию применения Ляпуновского управления с использованием реактивных двигателей нерегулируемой тяги. Таким образом, стенды с аэродинамическими столами допускают исследование результатов применения и верификацию практически всех типов алгоритмов управления, что позволяет моделировать движение с использованием различных алгоритмов и средств управления макетами на аэродинамическом столе.

Другой класс задач, которые можно протестировать на столе, относится к стыковке. Наибольший интерес здесь представляет стыковка с некооперирующим объектом [27], который может являться, например, объектом космическо-

го мусора. В ходе таких экспериментов исследуются не только алгоритмы управления движением, но модели контактного взаимодействия и аппаратная часть, обеспечивающая захват некооперирующего объекта. При этом конечная цель стыковки в таких случаях может быть или увод с орбит или же, напротив, ремонт и увеличение срока активного существования КА. Интересной является задача имитации посадки в лабораторных условиях. В подобных экспериментах тестируется оборудование для посадки на космические тела с малым уровнем гравитации. Например, в [10] тестируется шасси для посадки на мягкий грунт. Для задач увода космического мусора с орбиты в [28] исследуется применение манипулятора.

В рамках ограниченных возможностей бортовых компьютеров интерес представляют также задачи определения относительного движения с помощью обработки изображения. Так, например, в [29] рассматриваются задачи определения ориентации по изображению звездного неба и данным инерциальных датчиков, а также их синтез. Эта идея находит продолжение в работе [30], где основной решаемой задачей является определение относительного движения при наблюдении некооперирующего КА при помощи межкадровой обработки изображения с камеры. Здесь, как и в предыдущей работе, недостатки определения положения по инерциальным датчикам компенсируются информацией с камеры. Также для достижения лучших результатов производятся калибровки неровности стола и двигателей.

В исследовании применения манипуляторов на КА основная сложность заключается в значительном влиянии движения манипулятора на движение КА. В рамках экспериментов на аэродинамическом столе есть возможность исследовать движения манипулятора только в плоскости. В [28] расчеты положений частей манипулятора и КА производятся по изображениям прикрепленных к ним меток. Информация о положении частей манипулятора передается по *bluetooth* на борт КА. Манипулятор управляется и собирает данные датчиков с помощью микроконтроллера на основе архитектуры *Arm* [31], которые по *CAN*-

шине самописными драйверами в реальном времени передаются на бортовой компьютер, где производится расчет управления. В этой работе проведены эксперименты по изменению ориентации некооперирующего КА при помощи манипулятора.

Для исследования задач стыковки в [21] используются возможности двухуровневой конструкции макета – первый уровень обеспечивает микрогравитацию на плоскости, второй обеспечивает компенсацию гравитации и движение по вертикали. Для обработки информации с бортовых камер используется отдельный бортовой компьютер, передающий на основной бортовой компьютер информацию через рабочую станцию. Основной бортовой компьютер производит расчеты управления и обработку данных от остальных датчиков. Станция также поставляет на бортовой компьютер информацию о положении макета от профессиональной системы захвата движения. Сами алгоритмы управления подключены *C*-совместимыми библиотеками, собранными в среде *MATLAB*. Алгоритмы предполагают уточнение информации, полученной от автоматически определенного набора меток, позволяющей оценить относительное положение и движение макета-цели в ходе всего эксперимента. В этой работе проведены эксперименты по уточнению положения относительно неподвижной системы меток и фазирования макета в ближней зоне.

Обзор систем и алгоритмов для определения движения макетов

Для макетов на аэродинамическом столе задача определения движения заключается в оценке в каждый момент времени вектора состояния макета. Компоненты вектора состояния на аэродинамическом столе должны корректно описывать свободное движение макета в плоскости, для чего достаточно использовать положение и скорость центра масс макета, угол и угловую скорость относительно центра масс макета в случае, если макет не содержит движущихся частей. В задаче определения движения используются как внешние системы измерения, так и датчики, установленные на борту макетов [32]. В целях при-

ближения модельной ситуации к реальной в качестве бортовых датчиков зачастую используются датчики, устанавливаемые на реальные аппараты. Внешние системы измерения вектора состояний могут быть как полностью независимыми и имитировать глобальную систему позиционирования, так и дополнять бортовую систему измерения.

Алгоритмы определения движения можно разделить на два больших класса – локальные и статистические [33–37]. Локальные характеризуются, как правило, большей ошибкой определения по сравнению со статистическими, так как они не используют обработку измерений в соответствии с моделью ошибок, которые предполагаются нормально распределенными. Наибольшую популярность среди алгоритмов определения имеют алгоритмы на основе фильтра Калмана, позволяющие оценить вектор состояния в режиме реального времени с приемлемой точностью, достаточной для реализации управления с обратной связью.

Наиболее распространенными системами определения движения являются программно-алгоритмические комплексы, задействующие видеокамеры и обработку полученных с них изображений [38,39]. При этом видеокамера может быть как частью макета, работающей в качестве дальномера или звёздного датчика, так и быть частью системы независимых измерений, работающей на отдельном компьютере. В качестве другого бортового средства определения движения часто используется блок инерциальных датчиков, аналогичный устанавливаемым на реальных аппаратах, и состоящий из датчика угловой скорости и акселерометров [40].

В Центре прикладных космических технологий и микрогравитации (ZARM, г. Бремен) применяется система для определения движения макетов на основе имитатора звёздного датчика и имитатора звёздного неба, расположенного над аэродинамическим столом [29,41]. В работе [30] для определения движения одного макета относительно другого использовалась модификация алгоритма определения собственного положения в пространстве по автомати-

чески формируемым ключевым точкам на кадрах из видеопотока, широко используемая в робототехнике. Данный подход можно применять в ситуации, когда форма второго макета заранее не определена. В качестве меток могут использоваться различные контрастные изображения, например пятиугольники известной формы, как в [28], или изображения с вложенной структурой как в работе [42]. Метки могут быть достаточно простыми, как контрастные круги для макетов SPHERES [24], или набор белых точек на черном фоне как для макетов SOSS [43].

На стендах с аэродинамическим столом часто устанавливаются оптические системы определения движения с использованием отражающих или инфракрасных светодиодов. Так как такие оптические системы используются в системах захвата движения Motion Capture, то существует множество готовых коммерческих решений. На макете ADAMUS установлены ряд светодиодов, по изображению которых на наборе камер оценивается его пространственное движение [44]. Схожая система использовалась для определения движения макета ASTROS [42].

Для определения движения в робототехнике часто используются лазерные дальномеры и лидары. Системы на их основе нашли применение и на стендах для определения относительного движения макетов КА на аэродинамических столах. Оптическая навигационная система в работе [42] была дополнена лидаром, который измеряет расстояние до всех объектов на столе с заданной частотой. Другое применение лазерного дальномера – получение измерений формы колебательной конструкции, связывающей два макета, продемонстрировано в работах [45,46]. С помощью данных, полученных от лидаров, имитировалась работа системы глобальной навигации в лабораторных условиях в работах [25,47].

Важной задачей при лабораторном исследовании работы алгоритмов определения и управления движением является задача идентификации параметров используемых моделей. Для этого проводятся калибровочные экспери-

менты, полученные измерения управляемого движения обрабатываются с помощью метода наименьших квадратов для минимизации разности измерений и прогноза измерений согласно модели. Существует семейство градиентных методов минимизации, таких как метод Ньютона, метод Левенберга-Марквардта или метод градиентного спуска, и семейство неградиентных методов, например метод роя частиц или метод дифференциальной эволюции. Так, например, в работах [48–50] использовались градиентные методы, а в работах [51,52] к задаче определения параметров наноспутников использовался метод дифференциальной эволюции. Оба подхода имеют свои преимущества и недостатки. Так сходимость к минимуму градиентных методов сильно зависит от начального приближения и возможно попадание в локальный минимум, а неградиентные методы требуют больших вычислительных затрат и тонкой настройки параметров.

Обзор моделей исполнительных элементов на макетах

Для моделирования движения наноспутников на аэродинамическом столе необходимо иметь модель воздействия исполнительных элементов на макет, чтобы пересчитывать расчетное управление в команды для актюаторов. В большинстве работ рассматриваются три типа исполнительных элементов: вентиляторные двигатели, двигатели на сжатом газе, маховики. Для задач с макетами манипуляторов используются приводы на основе сервомоторов.

Двигатели на сжатом газе хорошо подходят для имитации реальных систем спутника, так как на космических аппаратах часто в качестве двигателей используются аналогичные системы управления. Например, в статье [53] управление основано на широтно-импульсной модуляции имитаторов импульсных двигателей. Основной проблемой расчета тяги является уменьшение давление в баллоне по мере расхода рабочего тела. Для решения этой проблемы устанавливаются редукторы, как на макетах LuVeX [41], но после определённо-

го уровня давления предсказать величину тяги не удается с приемлемой точностью.

Основополагающая модель вентиляторных двигателей приводится в книге [54]. Тяга вычисляется на основе применения закона сохранения энергии в форме уравнения Бернулли к потоку воздуха до и после вентиляторного двигателя. В серии работ [55–57] производится разработка управления вентиляторными двигателями квадрокоптера. Для достижения устойчивого полета строятся модели различных систем квадрокоптера, одновременно производится разработка собственного прототипа квадрокоптера *X-4 Flyer* школой инженерных систем австралийского национального университета. В отчете [57] модель тяги вентиляторных двигателей из [54] уточняется для случая гибких винтов. В статье [55] производится лабораторное тестирование управления, система моделей управления квадрокоптером дополняется учетом данных с датчиков положения квадрокоптера. Стабильность движения определяется по критерию асимптотической устойчивости Рауса-Гурвица. Уточнение управления и обновление управляющего воздействия вентиляторных двигателей осуществляется на согласованной частоте 50 Гц. Управление положением двигателей происходит при помощи ПИД регулятора, приводящего систему в задаваемое управлением положение.

В работе [58] рассматривается модель тяги квадрокоптерных двигателей, где величина управляющей силы пропорциональна квадрату угловой скорости вращения винтов. В этой работе предложено двухуровневое управление как сумма программного управления и дополнительного управления с обратной связью для устранения отклонения от программной траектории.

В статье [56] для достижения стабильности управляемого движения применяются модель компенсации углового вращения по тангажу и крену и модель воздействия машущего движения лопастей вентиляторных двигателей. Также учитывается гибкость несущей конструкции квадрокоптера. Показано, что ключевым фактором для управляемости движения является время отклика вен-

тиляторных двигателей. Применение предложенного управления квадрокоптером на открытом воздухе показало стабилизацию крена в пределах одного градуса. В работе [59] исследуются энергетические характеристики дрона с вентиляторными двигателями, строится подробная модель электрических вентиляторных двигателей, учитывающая устройство батареи, бесщеточного электрического двигателя, вентилятора и его тяги.

В диссертационной работе [60] исследуется влияние числа Рейнольдса на параметры модели вентиляторных двигателей. В лабораторных условиях исследуются вентиляторные двигатели разных размеров и формы лопастей. По результатам исследования вентиляторные двигатели разных размеров, создающие поток на выходе из вентиляторного двигателя со схожим числом Рейнольдса, создают схожую тягу.

Таким образом, был проведен обзор литературы, с помощью которого были найдены и изучены методы, подходы и модели, используемые при исследовании алгоритмов управления движением макетов на лабораторных стендах. Обзор позволил найти место настоящей диссертационной работы в научной области, связанной с имитацией орбитального движения в наземных условиях, и выявить новизну настоящего исследования.

Общая характеристика работы

Научная проблема

Для проведения лабораторных исследований алгоритмов управления движения с использованием наземных стендов требуется разработка моделей движения макетов, создание единого программного комплекса для проведения экспериментов, а также разработка методики интерпретации результатов экспериментов. Этому кругу научных проблем посвящена настоящая диссертационная работа, в которой рассматривается задача исследования алгоритмов управления движением макетов на аэродинамическом столе.

Цели и задачи исследования

Целью настоящей работы является создание программно-алгоритмических средств для проведения экспериментов по моделированию работы алгоритмов управления относительным движением макетов наноспутников на лабораторном стенде с аэродинамическим столом.

Для этого решаются следующие задачи:

1. Разработка математических моделей движения макетов на аэродинамическом столе, математической модели исполнительных элементов и математической модели навигационной системы, выбор и адаптация численных методов для моделирования системы и обработки измерений.

2. Разработка метода валидации предложенных математических моделей на основе данных лабораторных экспериментов.

3. Создание программного комплекса и реализация алгоритмов для проведения экспериментов по управлению движением макетов наноспутников на стенде с аэродинамическим столом.

4. Разработка метода интерпретации результатов лабораторных экспериментов по исследованию алгоритмов управления относительным движением макетов для задач активного увода объектов космического мусора.

Научная новизна диссертационной работы заключается в разработанной модели движения под действием вентиляторных двигателей с учетом эффективного угла установки. Создан новый программный комплекс, позволяющий реализовать эксперименты на лабораторном стенде с произвольным числом макетов, при этом его архитектура является единой для расширяемого набора экспериментов по управлению групповым полётом спутников. Предложен новый метод интерпретации результатов экспериментов на стенде с аэродинамическим столом. В рамках работы получены новые результаты лабораторного исследования работоспособности алгоритмов управления для задачи стыковки с объектом космического мусора с использованием алгоритмов на основе метода

виртуальных потенциалов и на основе метода SDRE (State-Dependent-Riccati-Equation).

Теоретическая значимость работы заключается в том, что предложенные модели движения макетов на аэродинамическом столе, тяги вентиляторных двигателей и навигационной системы позволяют исследовать работоспособность алгоритмов управления КА в плоскости орбиты в задачах группового полёта. **Практическая значимость** работы заключается в том, что результаты лабораторных исследований алгоритмов управления движением могут быть учтены при разработке миссий по уводу объектов космического мусора с околоземной орбиты с использованием малых спутников.

Методы исследования

При создании моделей движения макетов использовались методы теоретической и небесной механики, математического анализа и математической статистики. Для навигационной системы использовались методы машинного зрения и проективной геометрии. При создании программного комплекса использовалась клиент-серверная архитектура, содержащая набор классов и методов, основанных на объектно-ориентированном подходе.

Достоверность и обоснованность результатов

Обоснованность результатов обеспечивается с помощью проведенной валидации предложенных математических моделей с использованием численного моделирования управляемого движения и с использованием результатов экспериментов на лабораторном стенде. Достоверность результатов исследования алгоритмов управления движением подтверждается результатами интерпретации экспериментов.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработаны математическая модель движения макетов на аэродинамическом столе, модель тяги вентиляторных двигателей и модель навигационной системы; адаптирован алгоритм на основе фильтра Калмана для задачи оценки вектора состояния макетов по измерениям навигационной системы.

2. Предложена двухэтапная методика экспериментальной валидации модели движения макетов под управлением вентиляторных двигателей: на первом этапе проводится оценка параметров модели с помощью минимизации разности квадратов измерений и прогноза измерений с использованием метода Ньютона, на втором этапе производится валидация с помощью сравнения результатов экспериментов и результатов расчетов согласно модели.

3. Создан программный комплекс для проведения лабораторных исследований работы алгоритмов управления движением макетов наноспутников на стенде с аэродинамическим столом.

4. Разработана методика интерпретации результатов экспериментов, согласно которой был проведен анализ работоспособности алгоритмов управления на основе метода виртуальных потенциалов и на основе метода SDRE в задаче стыковки, алгоритма управления в задаче наблюдения за объектом космического мусора и алгоритма управления в задаче увода объекта космического мусора.

Апробация работы

Результаты диссертационного исследования докладывались 4 отечественных и 3-х международных мероприятиях:

1. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Стыковка макетов микроспутников на аэродинамическом столе с использованием управления на основе метода потенциалов // 62-й Всероссийской научной конференции МФТИ, Долгопрудный, 18-24 ноября 2019.

2. Ivanov D., Kozin F., Akhloumadi M. Laboratory Study of Control Algorithms for Debris Removal Using CubeSat // 5th IAA Conference on University Satellite Missions and CubeSat Workshop, Rome, Italy, 28-31 January 2020.

3. Ахлумади М. Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Исследование алгоритмов управления движением макетов микроспутников на аэродинамическом столе при сближении и захвате космического мусора // Международный семинар «Навигация и управление движением», Самара, 28 сентября – 2 октября 2020.

4. Ivanov D., Ovchinikov M., Akhloumadi M., Kozin F., Atterwall P. Simulation and Laboratory Testing of the 3U CubeSat Control in the Proximity of Space Debris // 71st International Astronautical Congress, CyberSpace Edition, 12-14 October, 2020.

5. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Стыковка макетов микроспутников на аэродинамическом столе с использованием управления на основе метода потенциалов // 63-й Всероссийская научная конференция МФТИ, Долгопрудный, 18-24 ноября 2020.

6. Akhloumadi M., Ivanov D., Kozin F., Simulation and Laboratory Testing of the 3U CubeSat Control in the Proximity of Space Debris // 72st International Astronautical Congress, Dubai, United Arab Emirates, 26-30 October 2021.

7. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Исследование алгоритмов управления движением космического аппарата при сближении с некооперирующим объектом космического мусора // XLVI Академические чтения по космонавтике, Москва, 25-28 января 2022.

Публикации

По теме диссертации автором опубликовано 11 печатных работ. Из них 7 публикаций — в изданиях, включенных в перечень ВАК; 6 — в изданиях, индексируемых в Scopus; 3 — в изданиях, индексируемых в Web of Science. Зарегистрирован программный комплекс в ФГУ ФИПС.

1. Kozin F., Akhloumadi M., Ivanov D. Verification of Microsatellite Control Algorithms for Space Debris Removal Using UAV Mock-Ups on Planar Air Bearing Testbed // Drones – V. 7, I.1, 2023, 27p. (WoS, Scopus)

2. Козин Ф.А. Программный комплекс для моделирования работы алгоритмов управления движением наноспутников на аэродинамическом столе // Математическое моделирование – Т.34, №10, 2022, с. 20-42. (Scopus)

3. Akhloumadi M., Kozin F., Ivanov D. Laboratory Study of the Active Debris Removal Algorithms on Air-Bearing Test Bed // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering – V. 984, №. 1, 2020, 10 p. (WoS, Scopus)

4. D. Ivanov, F. Kozin, M. Akhloumadi. Laboratory Study of Control Algorithms For Debris Removal Using CubeSat // Advances in Astronautical Sciences – V. 171, 2020, p. 101-117. (WoS, Scopus).

5. Ivanov D., Ovchinikov M., Akhloumadi M., Kozin F., Atterwall P. Simulation and Laboratory Testing of the 3U CubeSat Control in the Proximity of Space Debris // Proceedings of 71st International Astronautical Congress – 2020, p. 231-240 (Scopus)

6. Ivanov D., Akhloumadi M., Kozin F. Comparison of relative motion control algorithms for point capturing of space debris object // Proceedings of 72nd International Astronautical Congress – 2021, p. 352-361. (Scopus)

7. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Исследование алгоритмов управления движением макетов микроспутников на аэродинамическом столе при сближении и захвате космического мусора // Тезисы докладов Международного семинара «Навигация и управлением движением», Самара, 2020, с. 96.

8. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Исследование алгоритмов управления движением космического аппарата при сближении с некооперирующим объектом космического мусора // Сборник тезисов XLVI Академических чтений по космонавтике, Москва, 2022, с. 96.

9. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Стыковка макетов микроспутников на аэродинамическом столе с использованием управления на основе

метода потенциалов // Труды 62-й Всероссийской научной конференции МФТИ, Москва, 2019, 3 с.

10. Ахлумади М.Р., Иванов Д.С., Козин Ф.А. Моделирование и лабораторные испытания системы управления 3U CubeSat вблизи космического мусора// Труды 63-й Всероссийской научной конференции МФТИ, Москва, 2020, 2 с.

11. Программа для ЭВМ "Программный комплекс для моделирования работы алгоритмов управления движением наноспутников на аэродинамическом столе", авторы: Ф.А. Козин, Д.С. Иванов, М.Ю. Овчинников. Номер регистрации в Роспатенте 2022619159. Дата выдачи 25.05.2022.

Личный вклад соискателя

В работах [1,3-5, 7-10] вклад диссертанта заключался в разработке модели движения макета на аэродинамическом столе, реализации программного комплекса и проведении экспериментального исследования алгоритмов в задаче стыковки с макетом космического мусора и задаче управления движением для наблюдения макета космического мусора. В работе [6] диссертантом был проведен сравнительный анализ двух подходов к управлению в задаче активного увода космического мусора. В [11] вклад диссертанта заключается в реализации программного комплекса для проведения экспериментов на аэродинамическом столе. Содержание диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают вклад автора в опубликованные работы и получены лично автором. Постановки задач предложены научным руководителем.

Диссертационная работа соответствует паспорту специальности (ПС) 1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по ряду направлений. Работа посвящена разработке моделей для моделирования движения макетов на аэродинамическом столе (направление 1 ПС). Для проведения экспериментов были реализованы численные методы, в частности метод Ньютона и алгоритмы на основе фильтра Калмана, которые вошли в программный комплекс (направление 3 ПС). Был предложен и использован

метод валидации математической модели тяги вентиляторных двигателей (направление 5 ПС), а также разработан и применен метод интерпретации результатов эксперимента на аэродинамическом столе (направление 4 ПС).

Объем диссертационной работы составляет 134 страницы. Работа включает в себя 83 рисунка и 8 таблиц. Список литературы содержит 79 наименований. Диссертационная работа имеет следующую структуру. Она состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы.

В первой главе приводится описание экспериментального стенда КОСМОС (КОмплекС для МОделирования движения Спутников). Приводится описание предложенных моделей движения макетов, модели управляющих воздействий актюаторов, модели измерений датчиков, а также описаны используемые численные методы для оценки параметров используемых моделей и для определения параметров движения.

Во второй главе описана архитектура созданного программного комплекса для управления стендом. Описана реализация архитектуры в классах и функциях программ комплекса.

В третьей главе приведено описание разработанной методики интерпретации результатов экспериментов, приводятся результаты валидации алгоритмов управления на основе данных лабораторных экспериментов, описана программная реализация алгоритмов управления и проведена интерпретация результатов лабораторных экспериментов согласно разработанной методике.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы и сделаны выводы.

ГЛАВА 1.
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ МАКЕТОВ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

В настоящей главе рассматриваются модели движения макетов, модели управляющих воздействий актюаторов и модели измерений датчиков. Эти модели необходимы для построения алгоритмов управления, для проведения проверки их работоспособности с помощью численного моделирования и последующей программной реализации алгоритмов на борту макетов с помощью набора функций. Представлено описание используемых в программном комплексе численных методов. Приводится описание методики валидации предложенных математических моделей.

1.1. Описание стенда с аэродинамическим столом

В работе рассматривается стенд КОСМОС (КОмплекС для МОделирования движения Спутников), разработанный компанией ООО «Спутникс» [38] по заказу ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Внешний вид стенда изображен на рис. 1.1 Под поверхностью стола расположен воздуховод, где при помощи промышленного вентилятора создается избыточное давление атмосферного воздуха. Воздух выходит через отверстия в поверхности стола, создавая таким образом воздушную подушку под плоским основанием макетов. Поверхность стола состоит из двух алюминиевых пластин. Размер стола 1.5 на 2 метра.

Рисунок 1.1 – Стенд с аэродинамическим столом
в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

На аэродинамическом столе располагаются макеты малых КА, на рис. 1.1 представлено два типа макетов. Система управления макетами строится на элементной основе конструктора Орбикрафт, разработанной компанией Спутникс [61] . Функциональный макет системы управления содержит:

- бортовой компьютер *Raspberry PI B+*;
- систему энергопитания, включающую в себя аккумулятор и блок управления питанием;
- систему передачи команд на управляющие элементы и сбора телеметрии с датчиков;
- датчики для определения движения: набор солнечных датчиков, магнитометр, датчик угловой скорости, акселерометр;
- управляющие актюаторы: одноосный двигатель-маховик, 4 вентилятора, имитирующих двигатели тяги;

- бортовую веб-камеру, которая может быть использована для определения относительного движения макетов;

- *Wi-Fi*-канал связи.

На верхней крышке каждого макета закреплена специальная контрастная метка в виде *Aruco*-кода для определения движения [62]. Над столом установлена веб-камера, по обработке снимков которой на стационарном компьютере определяется положение и ориентация макетов на столе, а также их линейная и угловая скорость. Эти измерения пересылаются по *Wi-Fi* на бортовой компьютер макетов, и по ним рассчитываются управляющие команды для актюаторов. Эта система может быть использована также как система независимого определения движения макетов. Станция осуществляет общее управление экспериментом, регистрирует и обрабатывает положение макетов на столе при помощи камеры и меток *Aruco*, передает данные о положении макетов на макеты и ведет логирование эксперимента – видеозапись и вектор состояния каждого макета во времени.

1.2. Модель движения макетов на аэродинамическом столе

Стенд с аэродинамическим столом позволяет лишь частично имитировать орбитальные условия движения. В задачах группового полёта спутников относительное движение при малых относительных расстояниях на околокруговых орбитах описывается уравнениями Хилла-Клохесси-Уилтшира:

$$\begin{aligned} &\ddot{x} = -2\dot{y}\omega, \\ &\ddot{y} = 2\dot{x}\omega + 3y\omega^2, \\ &\ddot{z} = -z\omega^2, \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x, y, z)$ – радиус-вектор одного из космических аппаратов относительно второго космического аппарата в орбитальной системе координат, ω – орбитальная угловая скорость. Начало орбитальной системы координат $OXYZ$ (рис. 1.2) находится на опорной круговой орбите, точка O вращается с

постоянной угловой скоростью ω, ось OY направлена вдоль радиус-вектора точки O из центра Земли O_E ось OZ противоположно направлена вектору орбитального кинетического момента точки O и перпендикулярна плоскости орбиты, ось OX дополняет правую тройку.

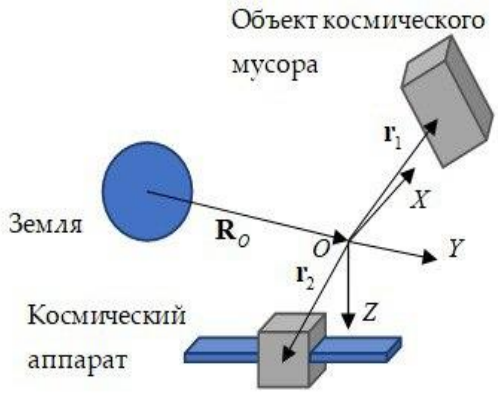

Рисунок 1.2 – Орбитальная система координат

Уравнения неуправляемого относительного движения (1.1) решаются в конечном виде:

$$\begin{aligned} x(t) &= -3C_1\omega t + 2C_2\cos\omega t - 2C_3\sin\omega t + C_4, \\ y(t) &= 2C_1 + C_2\sin\omega t + C_3\cos\omega t, \\ z(t) &= C_5\sin\omega t + C_6\cos\omega t \end{aligned} \qquad (1.2)$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ – это константы, зависящие от начальных условий. Из уравнений относительной траектории (1.2) видно, что движение вдоль оси OY является независимым и оно ограниченно. Так как в большинстве задач управления групповым полётом требуется достичь ограниченных относительных траекторий, то движение в направлении оси OZ часто не рассматривается. В этом случае движение в плоскости OXY соответствует движению в плоскости орбиты. Таким образом, на плоскости аэродинамического стола представляется возможным имитировать свободное орбитальное движение в плоскости орбиты, где правая часть уравнений (1.1) реализуется с помощью воздействий от вентиляторов. Возможно два подхода к моделированию орбитального относи-

тельного движения на стенде. Первый подход заключается в имитации относительного движения согласно уравнениям (1.2) в плоскости орбиты:

$$\begin{aligned} x(t) &= -3C_1\omega t + 2C_2\cos\omega t - 2C_3\sin\omega t + C_4, \\ y(t) &= 2C_1 + C_2\sin\omega t + C_3\cos\omega t. \end{aligned} \tag{1.3}$$

В случае имитации управляемого орбитального движения к прилагаемым воздействиям добавляются дополнительные слагаемые согласно алгоритму управления. Таким образом, уравнения управляемого движения макетов на аэродинамическом столе имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= u_{ox} + u_x, \\ \ddot{y} &= u_{oy} + u_y, \end{aligned} \tag{1.4}$$

где $u_{ox} = -2\dot{y}\omega, u_{oy} = 2\dot{x}\omega + 3y\omega^2$ – компоненты ускорения для имитации орбитального движения, реализуемые вентиляторами, $\mathbf{u} = \left[u_x, u_y\right]^T$ – вектор управляющего ускорения в плоскости орбиты.

Второй подход заключается в том, что орбитальная динамика рассматривается как возмущения, которые парируются управляющими воздействиями. Такой подход считается допустимым во время моделирования коротких по времени экспериментов по управлению относительным движением, например, в задачах стыковки. В этом случае уравнения управляемого движения будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= u_x, \\ \ddot{z} &= u_z, \end{aligned}$$

то есть, управляющее ускорение полностью определяет траекторию движения согласно этой модели. Оба подхода применяются в различных реализованных экспериментах.

Орбитальное угловое движения космических аппаратов также не может быть полностью промоделировано в условиях лабораторного стенда. В общем случае динамические уравнения движения космического аппарата описываются уравнениями Эйлера:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M},$$

Здесь $\mathbf{J}$ – это тензор инерции, $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости связанной с космическим аппаратом системы координат относительно инерциальной системы координат, $\mathbf{M}$ – момент внешних сил. Угловое движения космического аппарата имеет три степени свободы. Однако, при движении по плоскости аэродинамического стола макеты имеют только одну угловую степень свободы. Несмотря на значительные ограничения в возможностях имитации орбитального углового движения, одноосное движение позволяет промоделировать некоторые упрощенные варианты алгоритмов управления.

Таким образом, уравнения движения макетов на аэродинамическом столе имеют следующий вид:

$$m\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{dist},$$
$$J\ddot{\varphi} = M + M_{dist}.$$

Здесь m – масса макета; $\mathbf{R}$ – радиус-вектор центра масс в системе координат, связанной со столом; $\mathbf{F}$ – управляющая сила, действующая на макет; $\mathbf{F}_{dist}$ – действующие на макет возмущающие силы; J – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости стола; $\ddot{\varphi}$ – угол поворота макета относительно вертикали; M – проекция на вертикаль момента управляющих сил относительно центра масс, действующих на макет, M_{dist} – проекция на вертикаль моментов возмущающих сил. Макет имеет две поступательные степени свободы и одну вращательную. Можно выделить два типа возмущений: сила гравитации, которая определяется формой поверхности стола [63] и аэродинамические силы, которые возникают вследствие локальных неоднородностей воздушного потока. Предполагается, что возмущающие силы и моменты достаточно малы и парируются имитаторами двигателей.

1.3. Модель тяги вентиляторных двигателей

Для имитации работы двигателей малой тяги в лабораторных условиях используются вентиляторные двигатели. С помощью вентиляторных двигателей создается вектор силы в горизонтальной плоскости, позволяющий создавать управляющее ускорение центра масс макета для движения по аэродинамическому столу. Двигатели установлены на макете таким образом, что они создают и управляющий момент силы относительно вертикальной оси. На макете выбрана схема расположения 4-х вентиляторных двигателей, как изображено на рис. 1.3, направление вращения двигателей фиксировано.

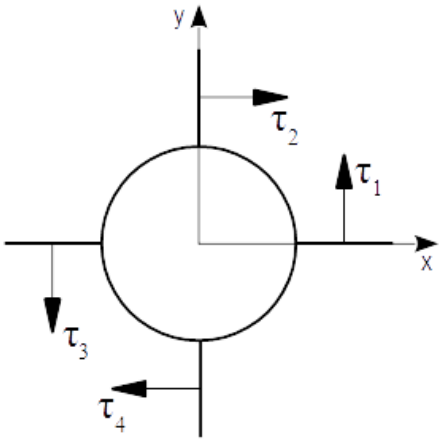

Рисунок 1.3 – Схема расположения вентиляторов в системе координат, связанной с макетом, и направление векторов тяги τ_i, $i = 1, 2, 3, 4$

В работе используется модель тяги вентиляторных двигателей в виде [64]:

$$F = \frac{1}{2} S \rho \left(V_e^2 - V^2 \right), \tag{1.5}$$

где V – скорость воздуха до входа в вентилятор, V_e – скорость воздуха после выхода из вентилятора, ρ – плотность воздуха, S – площадь диска вентилятора. Модель движения макета под действием одного из вентиляторов может быть представлена в виде:

$$\ddot{x} = \left(B - AV^2\right)\cos\left(\varphi - \varphi_0\right) / m + a_x,$$
$$\ddot{y} = \left(B - AV^2\right)\sin\left(\varphi - \varphi_0\right) / m + a_y, \qquad (1.6)$$
$$\ddot{\varphi} = C\left(B - AV^2\right) + \varepsilon_\varphi,$$

где x, y, φ – положение и ориентация макета на аэродинамическом столе, φ_0 – ориентация вектора тяги вентилятора в связанной системе координат, $A = S\rho / 2, B = S\rho V_e^2 / 2, C = R / I$, R – плечо действия тяги двигателя, I – момент инерции макета относительно вертикальной оси, a_x, a_y – возмущающие ускорения в плоскости стола, действующие на центр масс макета, ε_φ – угловое возмущающее ускорение. Для этой модели вентиляторов скорость воздуха после выхода из вентилятора является функцией от управляющей команды $V_e = V_e\left(\tilde{u}\right)$, где $\tilde{u}$ – это управляющая команда. Для каждого управляющего воздействия был определен свой эффективный угол направления тяги $\varphi_0\left(\tilde{u}\right)$ по результатам обработки калибровочного эксперимента.

С помощью 4-х вентиляторов реализуется требуемое воздействие согласно алгоритму управления. Пусть в некоторый момент необходимо создать управляющую силу $\mathbf{F}$ и управляющий момент $\mathbf{M}$. Тогда требуется найти 4 значения $\boldsymbol{\tau}$ векторов тяги, удовлетворяющих системе уравнений

$$\sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{F},$$
$$\sum_{i=1}^{4} \mathbf{r}_i \times \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{M},$$

В скалярном виде эта система может быть записана в следующем виде с учетом их расположения в системе координат, связанной с макетом, как изображено на рис. 1.3:

$$\tau_2 - \tau_4 = F_x,$$
$$\tau_1 - \tau_3 = F_y,$$
$$R\left(\tau_1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4\right) = M_z.$$

Так как система уравнений недоопределённая, решение не будет являться единственным. В работе [39] решение системы находится в результате решения задачи линейного программирования с целью минимизации следующего функционала:

$$\mathbf{\Phi} = \tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2 + \tau_4^2 \to \min,$$

который обеспечивает минимизацию управляющих воздействий. Решение задачи имеет следующий вид:

$$\tau_1 = \frac{1}{4}\frac{M_z}{R} + \frac{1}{2}F_y + \Delta,\ \tau_2 = -\frac{1}{4}\frac{M_z}{R} + \frac{1}{2}F_x + \Delta,$$

$$\tau_3 = \frac{1}{4}\frac{M_z}{R} - \frac{1}{2}F_y + \Delta,\ \tau_4 = -\frac{1}{4}\frac{M_z}{R} - \frac{1}{2}F_x + \Delta,$$

где $\Delta = \left|\min\left(\frac{1}{4}\frac{M_z}{R} + \frac{1}{2}F_y \quad -\frac{1}{4}\frac{M_z}{R} + \frac{1}{2}F_x \quad \frac{1}{4}\frac{M_z}{R} - \frac{1}{2}F_y \quad -\frac{1}{4}\frac{M_z}{R} - \frac{1}{2}F_x\right)\right|.$

Пересчет необходимого ускорения $\boldsymbol{\tau}$ в управляющие команды $\tilde{u}$ производится по результатам экспериментов по оценке параметров модели тяги вентиляторных двигателей (1.6).

1.4. Модель навигационной системы

Неотъемлемой частью лабораторной верификации алгоритмов управления как на аэродинамическом подвесе, так и на аэродинамическом столе является отслеживание движения макетов систем управления с помощью независимых средств измерения. Обзор таких средств показал, что наиболее популярным и реализуемым средством является определение движения с использова-

нием обработки изображения макетов со специальными метками. В настоящем разделе описана работа такой системы определения для стенда с аэродинамическим столом.

На стенде установлена камера, в поле зрения которой попадает вся поверхность стола. Рассмотрим модель камеры, состоящую из тонкой собирающей линзы и ПЗС (прибор с зарядовой связью) матрицы камеры. Введем систему координат $OXYZ$, связанную с центром ПЗС-матрицы, которая находится в фокальной плоскости линзы. Оси OX и OY направлены параллельно сторонам ПЗС-матрицы, а ось OZ – перпендикулярно плоскости матрицы в сторону линзы. Также свяжем с ПЗС-матрицей и так называемую пиксельную систему координат Kxy, начало которой находится в углу прямоугольника чувствительной матрицы, а оси Kx и Ky параллельны осям OX и OY (рис. 1.4).

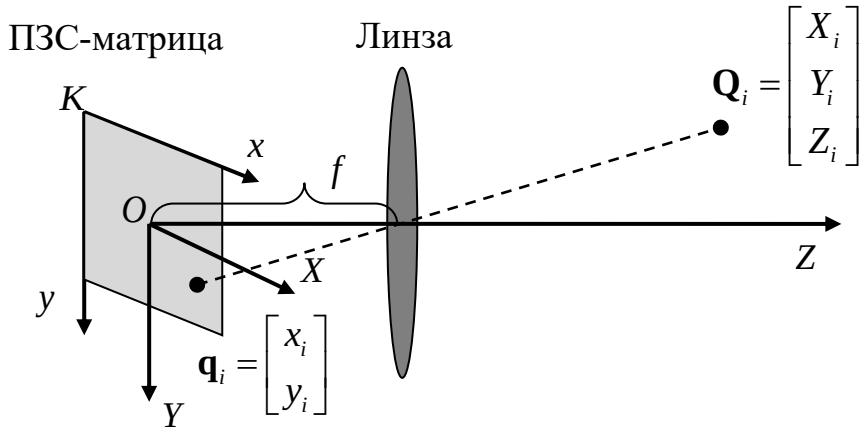

Рисунок 1.4 – Системы координат, связанные с ПЗС-матрицей

Связь между координатами i-й точки $[X_i, Y_i, Z_i]^T$ в системе $OXYZ$ и пиксельными координатами $[x_i, y_i]^T$ в системе Kxy выражается формулами проективной геометрии:

$$x_i = f_x \frac{X_i}{Z_i} + c_x \qquad y_i = f_y \frac{Y_i}{Z_i} + c_y,$$

где f – фокусное расстояние, c_x и c_y – координаты точки пересечения оптической оси камеры OZ с ПЗС-матрицей, а $f_x = s_x f$, $f_y = s_y f$, где s_x и s_y – коэффициенты, определяющие размер пикселя.

Для удобства формулы проективной геометрии можно записать в матричной форме с учетом матрицы дисторсии:

$$\mathbf{q}_i = \frac{1}{Z_i} GM\mathbf{Q}_i, \tag{1.7}$$

где

$$\mathbf{Q}_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}, \mathbf{q}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} \lambda_i & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $\lambda_i = 1 + k_1 r_i^2 + k_2 r_i^4$, k_1 и k_2 – параметры полинома от расстояния r_i между точкой на изображении и оптической осью, определяющие дисторсионные искажения.

Для решения задачи навигации макетов на аэродинамическом столе по пиксельным координатам меток, установленных на макетах, необходимо определить положение и ориентацию макетов на столе. Введем систему координат $CX^cY^cZ^c$, связанную с поверхностью стола (рис. 1.5). Чтобы перевести вектор $i-$й точки $\mathbf{Q}_i^c$, записанный в системе $CX^cY^cZ^c$, в систему координат $OXYZ$, связанную с камерой, необходимо задать матрицу перехода A между системами координат и вектор $\mathbf{R}$, связывающий начала систем координат и записанный в $OXYZ$. Тогда для радиус-вектора i-й точки будет справедливо:

$$\mathbf{Q}_i = A\mathbf{Q}_i^c + \mathbf{R}.$$

Связь между пиксельными координатами изображения точки и координатами этой же точки в системе $CX^cY^cZ^c$ будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{q}_i = \frac{1}{Z_i} GM\left(A\mathbf{Q}_i^c + \mathbf{R}\right). \tag{1.8}$$

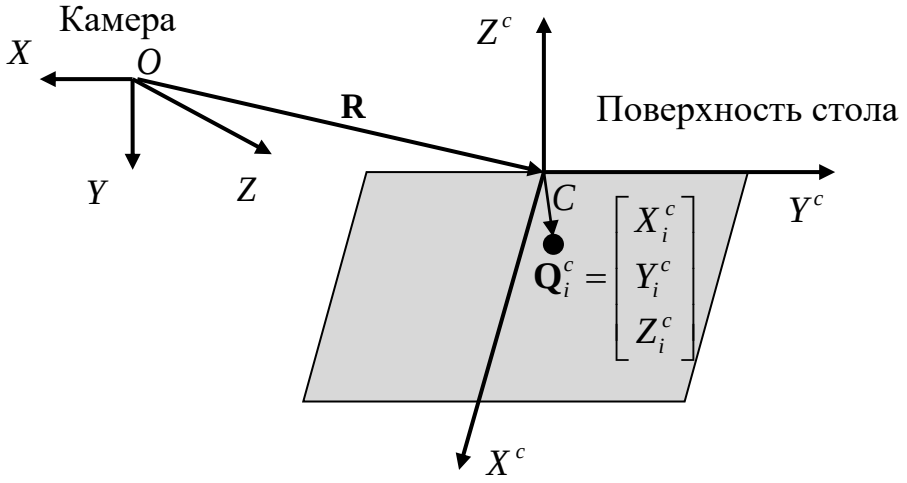

Рисунок 1.5 – Система координат, связанная со столом

Для нахождения внутренних параметров камеры была проведена калибровка, которая заключалась в обработке набора изображений объекта с известной формой. В качестве такого объекта использовалась шахматная доска с известным размером полей. Для определения матрицы перехода A и вектора $\mathbf{R}$ между системой координат, связанной с камерой, и системой координат, связанной со столом, использовалось изображение той же шахматной доски, что позволило провести необходимые измерения для нахождения матрицы поворота и вектора между началами системы координат.

1.5. Используемые численные методы

В разработанном программном комплексе реализован ряд численных методов, необходимых для моделирования движения макетов на аэродинамическом столе. В частности, для нахождения калибровочных параметров двигателей используется численный метод минимизации разности квадратов измерений и прогноза измерений, для оценки поступательной и угловой скорости, а также уменьшения ошибок измерения положения макетов, используется алгоритм на основе фильтра Калмана.

1.5.1. Метод наименьших квадратов для оценки параметров системы

Для моделей навигационной системы и модели тяги вентиляторных двигателей были получены оценки параметров системы в результате калибровочных экспериментов на столе. В частности, для оценки параметров $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \left[A, B, C, \varphi_0\right]^T$ модели тяги вентиляторных двигателей (1.6) проводилась минимизация суммы квадратов разности измерений $\mathbf{z}_i\left(t_i\right)$ и прогноза измерений $\hat{\mathbf{z}}_i = \hat{\mathbf{z}}_i\left(\hat{\mathbf{x}}_0, \hat{\boldsymbol{\xi}}, t_i\right)$, полученного в результате интегрирования модели движения (1.6) с вектором начальных условий $\hat{\mathbf{x}}_0$ на момент получения первого вектора измерений:

$$\left[\hat{\mathbf{x}}_0, \hat{\boldsymbol{\xi}}\right] = \min_{[\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\xi}]} \Phi,$$

$$\Phi\left(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\xi}\right) = \sum_{i=1}^{N} a_i \left(\hat{\mathbf{z}}_i - \mathbf{z}_i\right)^2, \qquad (1.9)$$

где $a_i > 0$ – весовые коэффициенты, N – количество векторов измерений.

Минимизация функции (1.9) производилась с помощью прямого метода Ньютона. Оценка вектора $\boldsymbol{\eta} = \left[\mathbf{x}_0^T, \boldsymbol{\xi}^T\right]^T$, обеспечивающая минимизацию Φ, вычислялась в результате итерационной процедуры

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\eta}}_k - \tilde{H}_k^{-1} \mathbf{f}_k,$$

где $\mathbf{f}_k$ – полученный численно вектор градиента функции Φ при текущем значении $\hat{\boldsymbol{\eta}}_k$, $\tilde{H}_k$ - гессиан функции Φ. Итерационная процедура останавливалась, если $\left|\Phi\left(\hat{\boldsymbol{\eta}}_k\right) - \Phi\left(\hat{\boldsymbol{\eta}}_{k-1}\right)\right| < \varepsilon$, где параметр ε был задан равным 10^{-12}.

1.5.2. Фильтр Калмана

Для работы исследуемых алгоритмов управления с обратной связью требовалось получить на каждом такте управления информацию о положении и скорости макетов с заданной точностью. Для оценки вектора состояния макетов

по зашумленным измерениям навигационной системы был разработан алгоритм на основе фильтра Калмана, который позволяет в режиме реального времени определять параметры движения, оптимальные по среднеквадратическому критерию. Вектор состояния макета включает в себя координаты и скорости центра масс макета, а также угол поворота макета и угловую скорость:

$$\mathbf{x} = \left[x, y, \varphi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi}\right]^T .$$

С использованием модели (1.4) уравнения движения можно записать в виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = F\mathbf{x} + B\mathbf{u} + D\mathbf{d}, \tag{1.10}$$

где F – матрица динамики, B – матрица управления, D – матрица влияния возмущений, $\mathbf{d} = \left[a_x, a_y, \varepsilon_\varphi\right]^T$ – вектор возмущений. Матрица динамики имеет различный вид в зависимости от используемой модели, например для модели вида (1.4):

$$F = \begin{bmatrix} 0_{3x3} & E_{3x3} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}, F_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega & 0 \\ 2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где E_{3x3} – единичная матрица размера 3 на 3. Матрицы управления и влияния возмущений имеют вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3x3} \\ E_{3x3} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0_{3x3} \\ E_{3x3} \end{bmatrix}.$$

На этапе прогноза вектора состояния в фильтре Калмана используется модель (1.10), в которую в зависимости от алгоритма управления с обратной связью добавляется текущее управляющее ускорение $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. Вектор возмущений $\mathbf{d}$ рассматривается как сумма известного по результатам калибровки стола возмущения $\tilde{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{d}}(\mathbf{q})$, являющейся функцией от обобщенного вектора положения $\mathbf{q} = \left[x, y, \varphi\right]^T$, и случайной составляющей возмущений $\delta\mathbf{d}$ с нормальным распределением вероятности и ковариационной матрицей Q. Оценка ковариа-

ционной матрицы для каждого макета Q была получена также в результате калибровочного эксперимента, например для макета на основе 3U кубсата она имеет следующее значение:

$$Q = diag\left[0.0025\text{м}^2/\text{с}^4 \quad 0.0025\ \text{м}^2/\text{с}^4 \quad 0.0006\ \text{рад}^2/\text{с}^4\right].$$

Так как навигационная система предоставляет информацию о положении центра масс макета и угле поворота, то в фильтре Калмана используется следующая модель измерений:

$$\mathbf{z} = H\mathbf{x} + \delta\mathbf{z}\ ,$$

где H – матрица измерений, имеющая следующий вид:

$$H = \left[E_{3x3} \quad 0_{3x3}\right],$$

$\delta\mathbf{z}$ – вектор случайных ошибок измерений, распределённый согласно нормальному закону с ковариационной матрицей R. Среднеквадратические ошибки измерений для навигационной системы составляют 1 мм по положению и 0.1 град по углу и немного зависят от расстояния до камеры.

Работа фильтра Калмана состоит из двух этапов – прогноза вектора состояния на момент получения измерения и его коррекции при обработке измерения [65,66]. На этапе прогноза априорная оценка вектора состояния $\mathbf{x}_{k+1}^{-}$ вычисляется путем интегрирования уравнения движения с начальными условиями, которые задаются апостериорной оценкой вектора состояния на предыдущем шаге $\mathbf{x}_k^{+}$.

Известная часть возмущений приближается полиномиальной поверхностью 3-го порядка $\tilde{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{d}}(\mathbf{q})$, а управляющее ускорение в некоторых экспериментах является нелинейной функцией от вектора состояния $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. Поэтому в общем случае уравнения движения (1.10) с учетом возмущений и управления являются нелинейными и имеют следующий вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \tag{1.11}$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ – нелинейная функция. Для применения фильтра Калмана при дискретно поступающих измерениях $\mathbf{z}_k$ в моменты времени t_k уравнения движения (1.11) линеаризуются в окрестности текущей оценки вектора состояния $\mathbf{x}_k^+$:

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \tilde{F}\delta\mathbf{x}, \tag{1.12}$$

где $\delta\mathbf{x}$ – малое отклонение от текущей оценки вектора состояния $\mathbf{x}_k^+$, а матрица динамики $\tilde{F}$ имеет следующий вид:

$$\tilde{F} = \left.\frac{\partial\mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k^+}.$$

Решением уравнения (1.12) является матричная экспонента, уравнения можно записать в дискретном виде следующим образом:

$$\delta\mathbf{x}_{k+1}^- = \tilde{\Phi}_k\delta\mathbf{x}_k^+.$$

где $\tilde{\Phi}_k = e^{\tilde{F}\Delta t}$ – матрица перехода, $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Матричную экспоненту можно разложить в ряд и взять только нулевой и первый член разложения для уменьшения объема вычисления, $\tilde{\Phi}_k = E + \tilde{F}\Delta t$.

На этапе прогноза необходимо проинтегрировать ковариационную матрицу ошибок вектора состояния $P_k = M\left(\delta\mathbf{x}_k\delta\mathbf{x}_k^T\right)$. Для этого априорная матрица P_{k+1}^- вычисляется следующим образом:

$$P_{k+1}^- = \tilde{\Phi}P_k^+\tilde{\Phi}^T + \tilde{Q}_k,$$

где $\tilde{Q}_k$ – ковариационная матрица возмущений для дискретной системы, вычисляемая следующим образом:

$$\tilde{Q}_k = \int_k^{k+1}\tilde{\Phi}_k DQD^T\tilde{\Phi}_k^T dt.$$

На этапе коррекции апостериорная оценка вектора состояния $\mathbf{x}_{k+1}^+$ и апостериорная ковариационная матрица P_{k+1}^+ вычисляются по формулам

$$\mathbf{x}_{k+1}^{+} = \mathbf{x}_{k+1}^{-} + K_{k+1}\left(\mathbf{z}_{k+1} - H\mathbf{x}_{k+1}^{-}\right),$$
$$P_{k+1}^{+} = \left(E - K_{k+1}H\right)P_{k+1}^{-},$$
$$K_{k+1} = P_{k+1}^{-}H^{T}\left(HP_{k+1}^{-}H^{T} + R\right)^{-1}.$$

Разработанный фильтр Калмана реализован на бортовом компьютере каждого макета. Частота оценки вектора состояния соответствует частоте получения измерений от навигационной системы и составляет около 20 Гц. В третьей главе представлены результаты экспериментальных оценок точности работы фильтра Калмана в случае стационарного положения макета на аэродинамическом столе.

1.6. Методология валидации математических моделей на основе эксперимента

В диссертационной работе предложена методика валидации модели управляемого движения макета на аэродинамическом столе и модели навигационной системы. Общая схема методики изображена на рис. 1.6. В результате обработки результатов калибровочных экспериментов была проведена оценка параметров математических моделей: параметры модели тяги двигателей в (1.6) или параметры камеры в модели (1.8). Далее, с использованием полученных параметров модели проводилось сравнение траектории, полученной в результате расчетов, с траекторией макета во время валидирующего эксперимента. При отклонении траекторий, сравнимой с ошибками измерений навигационной системы, модель считалась валидированной. В противном случае производилась доработка модели. В частности, в процессе валидации модели тяги двигателя в неё был добавлен эффективный угол направления вектора тяги.

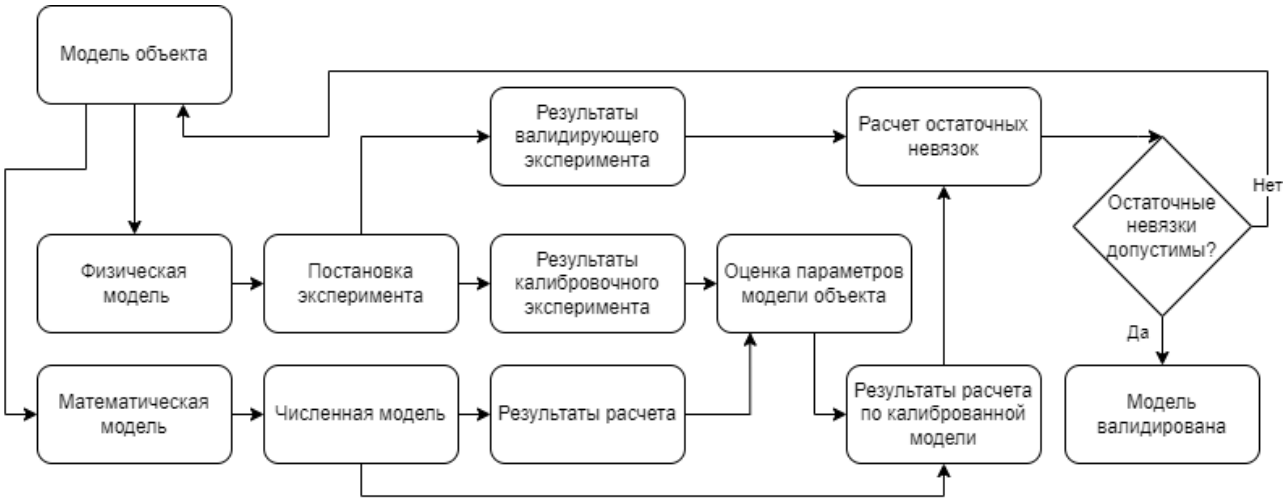

Рисунок 1.6 – Схема методики для валидации модели движения

1.7. Заключение к главе 1

В настоящей главе представлены модели движения макетов на аэродинамическом столе, модель воздействия актюаторов на основе вентиляторов, а также модель навигационной системы. Описаны используемые численные методы для определения параметров модели тяги вентиляторных двигателей и для оценки вектора состояния движения макетов с использованием измерений навигационной системы. Все эти модели используются в программном комплексе при реализации управляемого движения макетов на аэродинамическом столе, они реализованы в виде функций и системы классов. Описана методика валидации модели тяги вентиляторных двигателей с использованием специальных калибровочных и валидирующих экспериментов.

ГЛАВА 2.
РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В настоящей главе приводится описание системной архитектуры построения программного комплекса для проведения экспериментов. Описаны основы системной архитектуры построения программ, рассматривается реализация архитектуры для конкретного комплекса устройств. Разработанная архитектура используется в дальнейшем для построения программного комплекса для отработки алгоритмов управления движением наноспутников на аэродинамическом столе "КОСМОС".

Общая блок-схема работы отдельных макетов представлена на рис. 2.1. Рабочая станция пересылает измерения положения всех макетов на столе каждому макету, которые обрабатывают их на бортовом компьютере с помощью фильтра Калмана. По этим оценкам вычисляется относительное положение макетов, и на основе этой информации строится опорная траектория движения каждого макета в системе координат, связанной со столом, согласно цели управления в текущем эксперименте. По рассогласованию текущей траектории от опорной вычисляется вектор управления, который реализуется с помощью актюаторов.

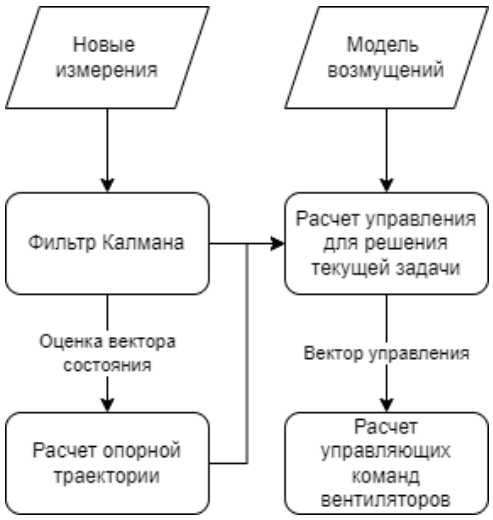

Рисунок 2.1 – Общая схема управления макетом

2.1. Описание системной архитектуры

Программный комплекс был разработан на языке программирования *C++* с целью проведения требуемых экспериментов по управлению групповым полетом КА на аэродинамическом столе. Его архитектура позволяет дополнять библиотеку экспериментов новыми блоками в соответствии с требованиями к тестируемым алгоритмам управления. Описание архитектуры программного комплекса представлено в публикации диссертанта [67]. Программный комплекс развернут на стационарной ЭВМ в виде программы *station* (станция) и на каждом участвующем в эксперименте макете КА в виде программы *sat* (макет). Из входных параметров станция получает конфигурацию эксперимента и параметры настроек стола, соединяется с программами макетов по *Wi-Fi* и инициализирует их программы управления макетами данными из конфигурации эксперимента. Программы на макетах запускаются *bash*-скриптом с ЭВМ, на которой расположена станция, и ожидают подключения к станции. При успешной инициализации программ макетов станция может запустить и остановить проведение эксперимента. В ходе эксперимента станция логирует состояние макета, время и параметры движения макетов, а также ведет запись с камеры, используемой для навигации макетов. Общая блок-схема взаимодействия станции и макетов изображена на рис. 2.2.

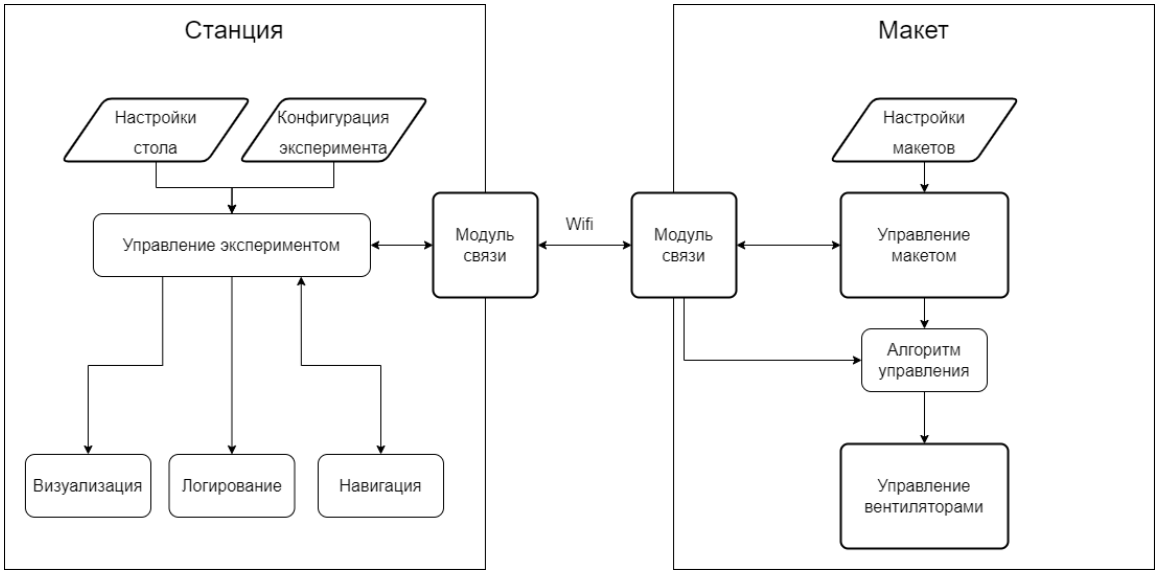

Рисунок – 2.2. Общая блок-схема взаимодействия и функциональность станции и макетов

Система классов и функций программного комплекса представлена на рис. 2.3. Опишем основные классы программы *station*. Класс *Station* программы *station* реализует логику работы станции. Он содержит в себе пользовательский интерфейс для управления экспериментом (рис. 2.4) и вывод изображения с камеры с разметкой участвующих в эксперименте макетов, обработка этого изображения для вычисления положения макетов на столе, читает конфигурационные файлы и инициализирует экземпляр класса *Experiment* согласно заданной конфигурации эксперимента и логирует проведение эксперимента.

Класс *Experiment* реализует управление экспериментом и навигацию макетов на столе. По командам от класса *Station* осуществляется запуск и остановка эксперимента. В ходе проведения эксперимента проводится расчет и оценка положения макетов на столе по изображению *Aruco*-меток на кадрах камеры с помощью фильтра Калмана и результаты передаются в класс *Sat*, который реализует передачу сообщений на макет.

Класс *Sat* обеспечивает прием-передачу сообщений от каждого спутника к станции и обратно, хранит в себе последнее полученное состояние спутника *SatState*.

Класс *AMsgHandler* производит обработку сообщений в калибровочных экспериментах – обрабатывает поток сообщений и хранит результаты калибровочных экспериментов и по этим результатам создает файлы параметров актюаторов и возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе.

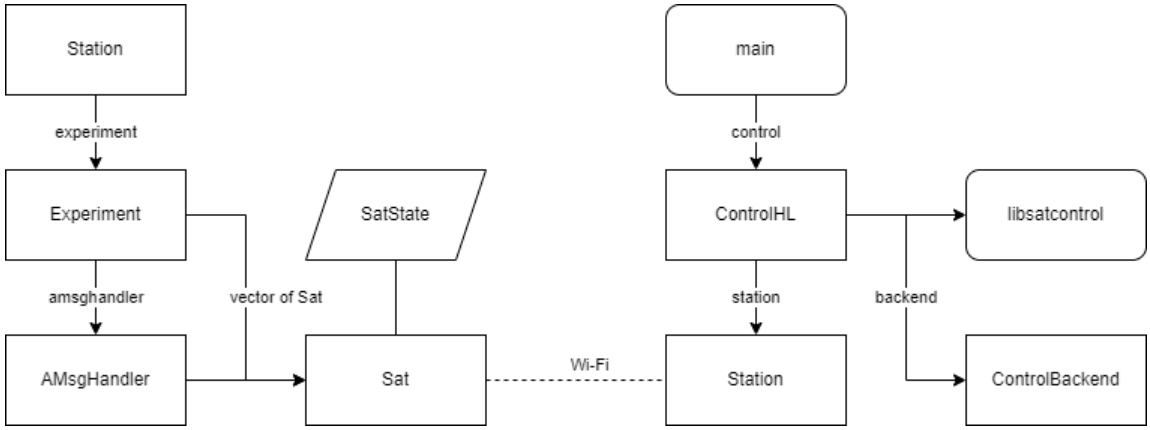

Рисунок 2.3 – Система классов и функций программного комплекса

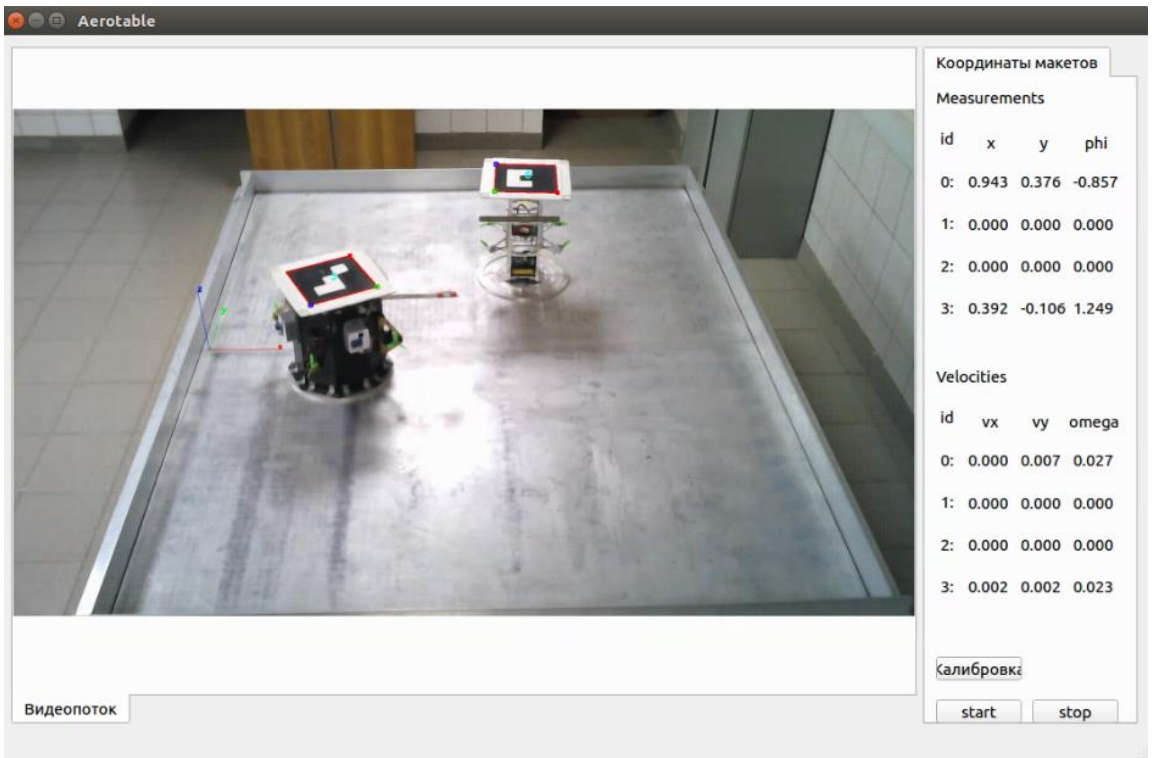

Рисунок 2.4 – Пользовательский интерфейс станции

Управление макетом осуществляется основной функцией программы *Sat* (рис. 2.5). В ней инициализируется модуль связи со станцией, считываются настройки макета и инициализируется модуль управления вентиляторами макета, инициализируется и запускается основной цикл алгоритма управления макетом. Ниже приведено описание основных классов программы *Sat*.

Класс *ControlHL* обеспечивает работу пользовательской функции управления движением макета. Объект этого класса, создаваемый в единственном экземпляре, инициализирует подсистему взаимодействия с сенсорами и актюаторами макета. Методы этого класса позволяют запустить функцию управления движением в отдельном потоке.

Информация о макетах хранится в классе *StationData*. Для каждого макета участвующего в эксперименте хранятся текущие измерения вектора состояний, полученные от станции, и оценка вектора состояний, вычисленная на макете. Для макета, на котором происходит управление, также хранятся флаги стадий эксперимента для многоэтапных экспериментов.

Класс *Station* программы *sat* обеспечивает прием-передачу сообщений от спутника к станции и обратно.

Набор функций *libsatcontrol* подгружается в виде библиотеки на макете согласно входным параметрам, получаемым от станции, и реализует алгоритмы отдельных экспериментов.

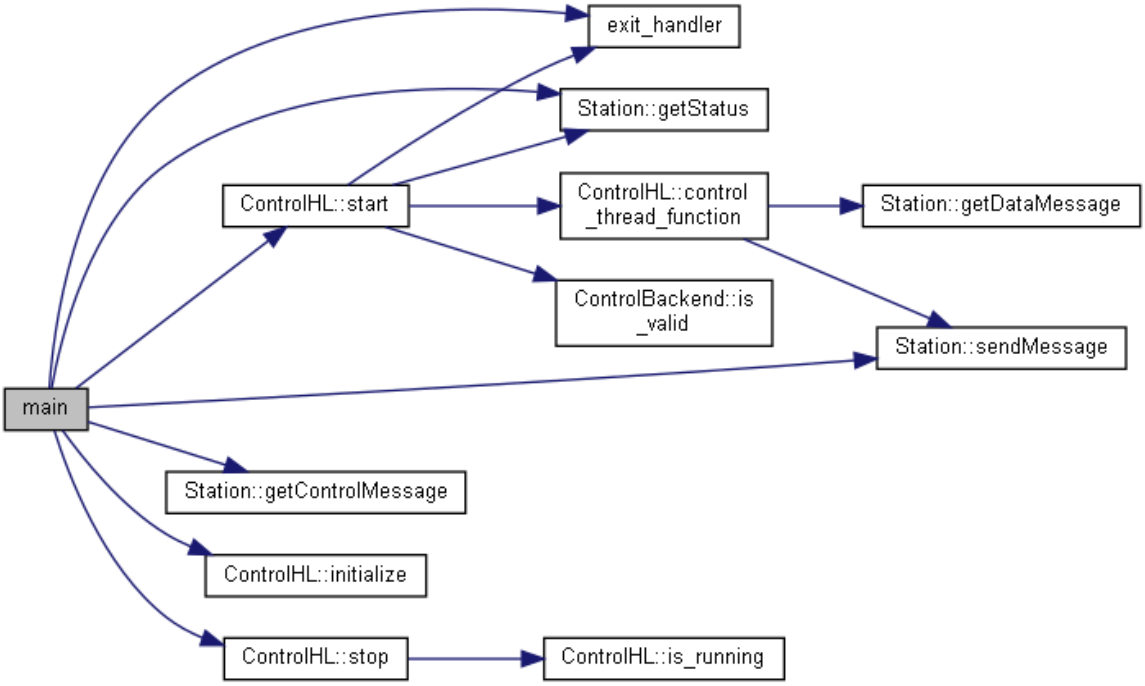

Рисунок 2.5 – Граф вызовов основной функции программы *Sat*

Для осуществления навигации макетов на аэродинамическом столе в программный комплекс встроен блок, позволяющий оценить положение макетов на столе в результате обработки изображения с камеры. Блок использует систему распознавания *Aruco*-меток, которая позволяет, зная положение камеры, получать координаты прикрепленных к макетам КА меток с миллиметровой точностью. Для корректной работы этого блока проводится предварительная калибровка искажений оптики камеры, определение фактического фокусного расстояния и размеров пикселя матрицы камеры. Следующим этапом калибровки является вычисление положения камеры относительно системы координат, связанной с поверхностью стола, которое проводится с помощью *Aruco*-меток.

При разработке применялся ряд готовых открытых компонентов, в том числе:

- библиотека *Qt* для создания интерфейса и общения подсистем с помощью реализации системы *Signal and Slots*;
- библиотека *OpenCV* с расширением *ArUco* для навигации и записи видео;
- библиотеки *NNG* и *mdns* для общения по сети между станцией и макетами;
- библиотека *NLopt* для решения задачи минимизации функции при калибровке;
- обвязка на *C++* для библиотеки *FITPACK* для сплайнов;
- для работы с потоками используется библиотека *pthreads*.

Программный комплекс собирается на *Linux*-совместимой системе компилятором, совместимым с архитектурой *x86*, для программы *station* и кросс-компилятором, совместимым с архитектурой *ARM* компьютера *Raspberri Pi 3*, для программы *sat*. Программный комплекс зарегистрирован в ФИПС [68].

2.2. Программная реализация экспериментов

С помощью разработанного программного комплекса на лабораторном стенде проводится ряд экспериментов, которые можно разделить на два класса: калибровочные эксперименты, в рамках которых определяются параметры системы, и эксперименты по тестированию алгоритмов управления относительным движением макетов. В различных экспериментах используются, как и уникальные для определенного эксперимента, так и общие функции. Краткое описание этих функций представлено в Таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Названия и краткое описание функций алгоритмов

Название функции	**Назначение**
checkWall	Проверка на близость к краю стола
kalman_init	Инициализация фильтра Калмана
kalman_estimation	Оценка параметров движения макета с помощью фильтра Калмана
kalman_charge_init	Инициализация фильтра Калмана для метода управления с помощью искусственных потенциалов
est_integration	Предиктор фильтра Калмана
findNext	Выбор следующей точки для калибровки стола
pd_intr	Пропорционально дифференциальный (ПД) регулятор для достижения заданного положения макета на столе
calc_charge_control	Расчет управления согласно методу искусственных потенциалов
coord2const	Пересчет начальных условий в параметры модели движения согласно уравнениям Хилла Клохесси-Уилтшира
init_ODE_10	Инициализация параметров численного интегрирования системы дифференциальных уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира
ODE_METHOD_10	Правые части уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира
rk4vec	Интегрирование уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира методом Рунге-Кутты 4-го порядка
Функции класса *ControlBackend:*	Изменение токов двигателей актюаторов

setForceAndTorque	Задание силы и момента, реализующегося с помощью вентиляторов
setActuatorNormalized	Выставление откалиброванной мощности вентиляторов
stop	Остановка работы вентиляторов

2.2.1. Оценка возмущений, действующих на макеты

Рассмотрим особенности реализации эксперимента *measure_table* по оценке возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе. Оценка возмущений основана на определении ускорений во время свободного движения макета из заданных точек на аэродинамическом столе. Для приведения макета в заданную точку используется функция управления движения *pd_intr*. Вычисленный вектор управления реализуется в результате команд для вентиляторов, вычисляемых функцией *setForceAndTorque*. Оценка вектора состояния в процессе движения к заданной точке осуществляется с помощью фильтра Калмана, начальные параметры которого задаются функцией *kalman_init*, а оценки вычисляются с помощью функции *kalman_estimation*. Прогноз вектора состояния в алгоритме на основе фильтра Калмана вычисляется с использованием функции *est_integration*. После приведения макета в заданное положение на столе управление выключается с помощью функции *stop* класса *ControlBackend* и макет начинает свободное движение под действием возмущений. В процессе движения по оценке текущего вектора состояния функция *CheckWall* проверяет близость положения макета к краю стола. В случае достижения предельно допустимого сближения с краем стола или через заданное время свободного движения, с помощью функции *findNext* выбирается ближайшая к текущему положению следующая точка для начала движения макета. После прохождения всех заданных точек на аэродинамическом столе эксперимент прекращается и все собранные отрезки свободных траекторий обрабаты-

ваются на станции экземпляром класса *aMsgHandler* для оценки ускорений. Граф вызовов функций для алгоритма оценки возмущений представлен на рис. 2.6.

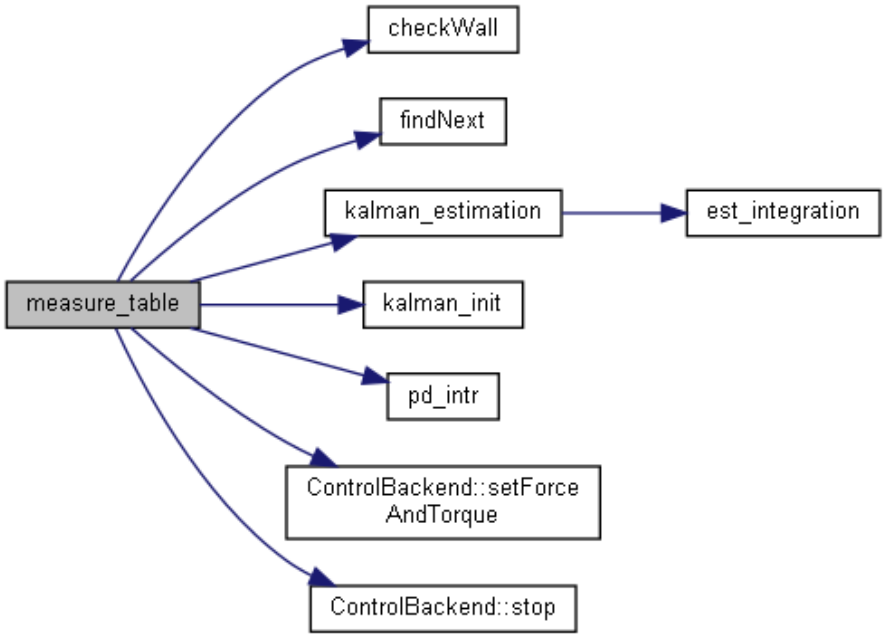

Рисунок 2.6 – Граф вызовов функций для алгоритма оценки возмущений

2.2.2. Калибровка вентиляторных двигателей

Рассмотрим особенности реализации эксперимента по калибровке зависимости тяги от управляющего воздействия, подаваемого на каждый вентиляторный двигатель макета. Управление макетом в ходе эксперимента осуществляется функцией *actuators_identification*. Калибровка актюаторов основана на определении параметров модели вентиляторного двигателя (1.6) во время движения макета под действием одного из вентиляторных двигателей из заданной точки на аэродинамическом столе. В ходе эксперимента для приведения макета в заданную точку используется функция управления движения *pd_intr*, которая использует оценки вектора состояния, полученные с помощью фильтра Калмана, реализованного функциями *kalman_init* и *kalman_estimation*. По достижении заданной точки макет начинает двигаться под действием одного из вентиляторов с заданным управляющим воздействием. Вычисленный вектор управления

реализуется в результате команд для вентилятора, вычисляемых функцией *setForceAndTorque*. Остановка движения осуществляется либо в результате сближения с границами стола, что проверяется в результате вызова функции *checkWall*, либо спустя заданный интервал времени. После управляемого движения из заданной точки, и выбирается новое управляющее воздействие для проведения аналогичной процедуры. Функция *setActuatorNormalized* приводит входную управляющую команду к формату конкретной реализации управляющего воздействия на макете, что позволяет использовать единый формат управляющего воздействия для разных физических реализаций вентиляторных двигателей. Полученные в ходе эксперимента навигационной системой данные о положении макета обрабатываются на станции экземпляром класса *aMsgHandler*.

Граф вызовов функций, реализующих эту методику, представлен на рис. 2.7.

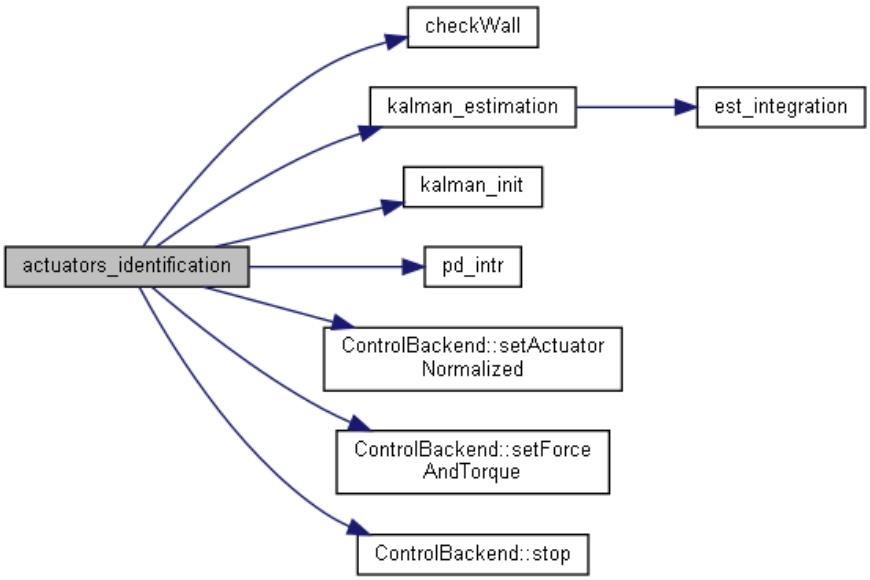

Рисунок 2.7 – Граф вызовов функций для алгоритма управления в эксперименте по калибровке актюаторов

2.2.3. Стыковка с помощью управления на основе виртуальных потенциалов

Рассмотрим особенности реализации эксперимента по стыковке с управлением на основе метода виртуальных потенциалов. Управление макетом в хо-

де эксперимента осуществляется функцией *charge_potential_control*. Управление на основе метода виртуальных потенциалов представляет собой расчет управления макетом КА на основе ускорения, рассчитываемого по виртуальным потенциалам определенного вида, и результатам оценки возмущений, действующих на макет на аэродинамическом столе. В ходе эксперимента для управления макетом используется функция расчета управления движением на основе метода виртуальных потенциалов *calc_charge_control*, которая использует оценки вектора состояния, полученные с помощью фильтра Калмана, реализованного функциями *kalman_init* и *kalman_estimation*. Вычисленный вектор управления реализуется в результате команд для вентилятора, вычисляемых функцией *setForceAndTorque*. Управление выключается с помощью функции *stop* класса *ControlBackend* в результате достижения условий стыковки. Эксперимент состоит из трех этапов – выход в положение равновесия, сближение и стыковка. Первые два этапа рассчитываются в ходе расчетов управления движение на основе метода виртуальных потенциалов, третий этап фиксируется в функции управления макетом и является завершающим этапом эксперимента. На рис. 2.8 представлен граф вызовов функций, используемых в алгоритме.

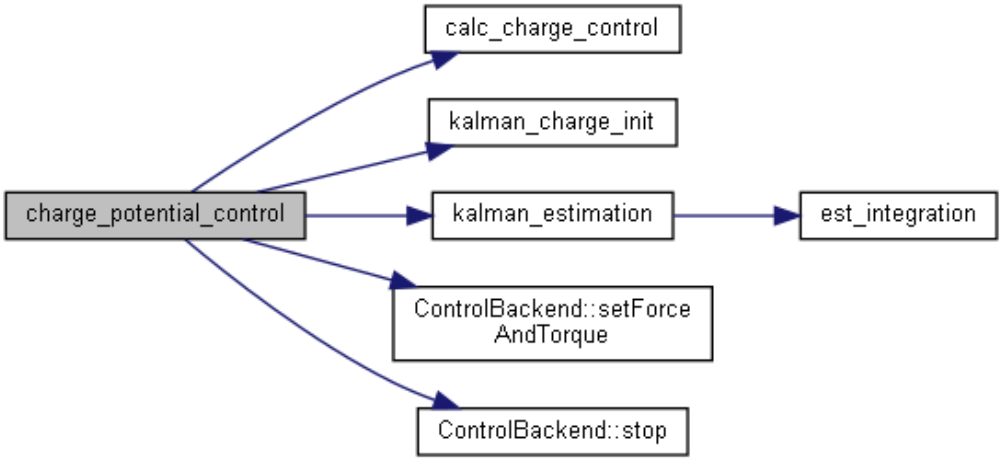

Рисунок 2.8 – Граф вызовов функций алгоритма стыковки на основе метода виртуальных потенциалов

2.2.4. Стыковка с помощью управления на основе решения матричного уравнения Риккати

Опишем особенности реализации эксперимента по стыковке с управлением на основе SDRE. Управление макетом в ходе эксперимента осуществляется функцией *docking_SDRE*. Алгоритм на основе SDRE в задаче стыковки представляет собой многоэтапный расчет управления макетом КА на основе ускорения, рассчитываемого с помощью решения уравнения Риккати. На первом этапе алгоритм приводит макет в условия, подходящие для стыковки, на втором этапе с помощью алгоритма проходит стыковка и на завершающем этапе обеспечивается совместное движение состыкованных макетов. В ходе эксперимента для управления макетом на первом этапе используется функция расчета управления движением на основе SDRE *traj_docking_SDRE*, которая использует оценки вектора состояния, полученные с помощью фильтра Калмана, реализованного функциями *kalman_init* и *kalman_estimation*. Вычисленный вектор управления реализуется в результате команд для вентилятора, вычисляемых функцией *setForceAndTorque*. На втором этапе для управления макетом используется функция *traj_circle_docking*. В ходе первого и второго этапов в случае возникновения опасного сближение управление переключается на лямбда-функцию управления для уклонения от столкновения *collisionAvoidanceSDRE*. В результате достижения условий стыковки управление переключается на функцию, обеспечивающую совместное движение макетов *pd_intr*.

На рис. 2.9 представлен граф вызовов функций, используемых в алгоритме.

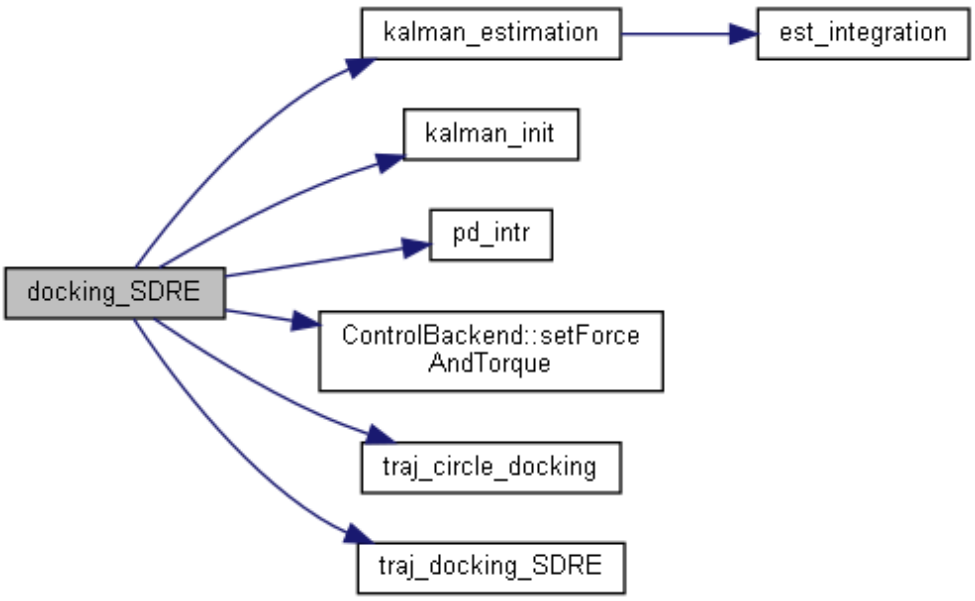

Рисунок 2.9 – Граф вызовов функций алгоритма стыковки помощью управления на основе решения матричного уравнения Риккати

2.2.5. Управление движением для наблюдения за объектом космического мусора

В этом подразделе представлено описание особенностей реализации эксперимента по наблюдению за объектом космического мусора. Управление макетом в ходе эксперимента осуществляется функцией *debris_observation_and_collision_avoidance_control*. Управление в задаче наблюдения за объектом космического мусора представляет из себя многоэтапный расчет управления макетом КА на основе оценки относительной траектории по данным об относительном положении макета КА и макета космического мусора. На первом этапе происходит свободное движение согласно уравнениям Хилла-Клохесси-Уилтшира, правая часть которых представлена функцией *ODE_METHOD_10*, а инициализация параметров производится функцией *init_ODE_10*. Для предсказания траектории КА относительно макета космического мусора применяется численное интегрирование с помощью функции *rk4vec*. В случае обнаружения опасного сближения траекторий, на втором этапе производится первая корректировка траектории. На втором этапе в результате

корректировки расстояние между аппаратами увеличивается, и по достижении безопасного расстояния между макетами производится вторая корректировка, стабилизирующая относительную орбиту. Управление для движения КА по траектории рассчитывается функцией *pd_intr*. Вычисленный вектор управления реализуется в результате команд для вентилятора, вычисляемых функцией *set-ForceAndTorque*. Граф вызовов функций алгоритма наблюдения за космическим мусором представлен на рис. 2.10.

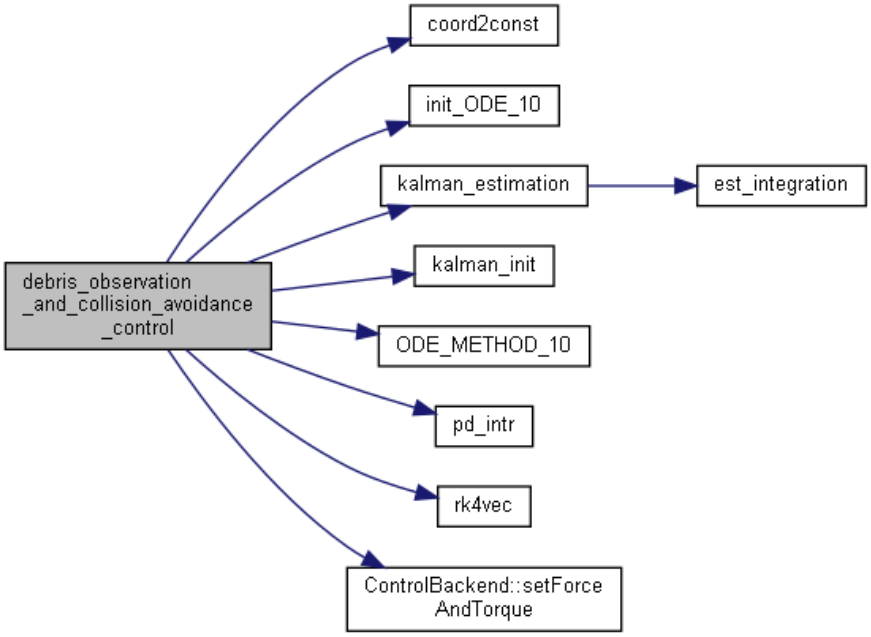

Рисунок 2.10 – Граф вызовов функций алгоритма управления при наблюдении за космическим мусором

2.2.6. Увод объекта космического мусора с орбиты

Рассмотрим особенности реализации эксперимента по уводу объекта космического мусора. Управление макетом в ходе эксперимента осуществляется функцией *debris_removal*. Управление в задаче увода объекта космического мусора разделено на несколько этапов. Управление макетом КА осуществляется на основе оценок вектора состояния макетов, полученных с помощью фильтра Калмана, реализованного функциями *kalman_init* и *kalman_estimation.* На первом этапе осуществляется формирование траектории для облета макетом КА макета космического мусора с сохранением ориентации на макет космиче-

ского мусора с использованием функции *traj_circle*. На втором этапе траектория рассчитывается с помощью функции фазирования *traj_circle_phasing*, которая обеспечивает положение центра масс макета на прямой, соединяющей центр масс макета космического мусора и точку стыковки на поверхности этого макета. На третьем этапе траектория при сближении макета космического аппарата и макета объекта космического мусора рассчитывается с помощью функции стыковки *traj_circle_docking*. На четвертом этапе траектория для увода с имитируемой орбиты рассчитывается с помощью функции *traj_line*. Управление на всех этапах рассчитывается с помощью функции *pd_intr* для обеспечения движения по заданной траектории. Вычисленный вектор управления реализуется в результате команды для вентилятора, вычисляемой функцией *setForceAndTorque*. Граф вызовов функций алгоритма увода космического мусора с орбиты представлен на рис. 2.11.

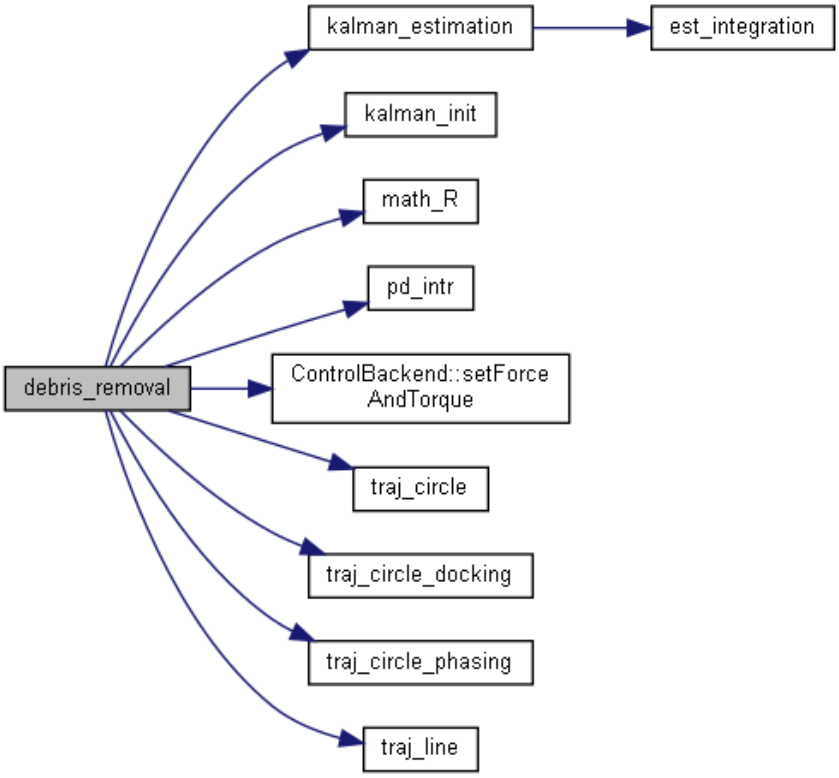

Рисунок 2.11 – Граф вызовов функций алгоритма для увода космического мусора с орбиты

2.3. Заключение к главе 2

В результате проделанной работы по реализации программного комплекса для управления движением макетов малых спутников на стенде с аэродинамическим столом была разработана системная архитектура программного комплекса, обеспечивающая взаимодействие рабочей станции с бортовыми компьютерами макетов. Программный комплекс подразумевает добавление новых экспериментов по управлению движением макетов на аэродинамическом столе, для реализации алгоритмов есть возможность расширения базы используемых функций. Архитектура программного комплекса позволяет использовать большое количество макетов в эксперименте, однако их количество ограничено их физическими размерами и размерами поверхности стола.

ГЛАВА 3.
ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МАКЕТОВ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ СТОЛЕ

В настоящей главе описана предложенная методика интерпретации результатов основных экспериментов по исследованию алгоритмов управления относительным движением макетов. Представлены результаты калибровочных экспериментов для оценки параметров навигационной системы, оценке возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе, и для оценки параметров вентиляторных двигателей. Описана логика основных экспериментов, представлены законы управления движением, приведены примеры результатов этих экспериментов, которые были интерпретированы согласно разработанной методике.

3.1. Методика интерпретации результатов экспериментов

Движение макетов на столе не полностью соответствует движению спутников на орбите, но этапы выполнения алгоритмов являются одинаковыми. В работе была предложена методика интерпретации результатов основных экспериментов для валидации логики работы алгоритмов управления движением. Схема методики интерпретации представлена на рис. 3.1. Успешное прохождение всех этапов алгоритма позволяет сделать заключение о его работоспособности. Не пройденный этап алгоритма является сигналом либо проблемы реализации, либо неработоспособности алгоритма управления для заданных параметров системы. В первом случае можно провести исследование характеристик управляемого движения макета, а во втором случае выявить границы применимости алгоритма управления.

Рисунок 3.1 – Схема методики интерпретации эксперимента

В табл.3.1 представлен список возможных проблем реализации и путей их решения в случае, если не все этапы алгоритма управления успешно пройдены и есть подозрение на ошибку реализации. Приведенный список сформировался в результате опыта по проведению большого количества экспериментов по исследованию алгоритмов управления на аэродинамическом столе.

Таблица 3.1 – Обнаружение и исправление проблем реализации при интерпретации результатов экспериментов.

Проблема	Решение
Нет соединения программы Station с макетом	Проверить подключение макета к сети *Wi-Fi*, проверить подключение станции к сети
IP адреса макета нет в подключениях к роутеру	Проверить питание на макете
Не отправляется программа на макет	Проверить наличие подключенной к Станции удаленной папки на макете
Не запускается программа на макете	В открывшемся окне консоли *ssh* со-

	единения вызвать команду *kill sat*
Макет движется хаотично после начала эксперимента	Проверить, определяется ли метка макета навигационной системой
Большие ошибки по отслеживанию требуемой траектории макета	Проверить правильность параметров фильтра Калмана
Макет не стремится к заданной траектории	Проверить на адекватность параметры алгоритма управления
Наблюдается постоянная ошибка в относительной ориентации макетов	Проверить угол крепления системы захвата и точки сближения макета космического мусора в параметрах алгоритмов, проверить корректность установки метки на макете

В случае, если нет подозрения на ошибку реализации алгоритма и алгоритм успешно проходил все свои этапы при других параметрах системы, то можно сделать вывод о том, что при заданных параметрах алгоритм управления неработоспособен. В этом случае можно провести серию экспериментов с заданным шагом по ключевым параметрам алгоритма для выявления области работоспособности, что может быть основой для рекомендаций применения алгоритма в возможных реальных миссиях.

3.2. Исследование точности навигационной системы

Для определения внутренних параметров $f_x, f_y, c_x, c_y, k_1, k_2$ модели навигационной системы (1.8) на основе измерений камеры, подвешенной над поверхностью стола, была проведена калибровка с использованием внешней программы, которая вычисляет оценки на основе изображений шахматной доски с заданным шагом с помощью метода наименьших квадратов, как описано в работе [69]. Эта калибровка проводится один раз и далее предполагается, что внутренние параметры камеры остаются неизменными.

Для оценки внешних параметров навигационной системы, а именно – Радиус-вектора $\mathbf{R}$ из начала системы координат, связанной с камерой, в начало системы координат, связанной с поверхностью стола, и матрицы перехода A между этими системами, проводилась обработка изображения поверхности стола, на котором в заданных точках располагались метки. По координатам меток на изображении и известным координатам меток на столе из соотношения (1.8) оцениваются $\mathbf{R}$ и A.

В результате проведения калибровочных процедур, описанных выше для камеры, были получены следующие значения параметров, представленные в Таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Параметры камеры

Параметр	Значение
Фокальные параметры	$f_x = 2022 \pm 5$ пикс, $f_y = 2012 \pm 5$ пикс
Координаты пересечения оптической оси и ПЗС-матрицы	$c_x = 967 \pm 0.6$ пикс, $c_x = 504 \pm 0.6$ пикс
Параметры дисторсии	$k_1 = -0.06, k_2 = 1.28$
Матрица камеры в модели (1.8)	$M = \begin{pmatrix} 2022 & 0 & 967 \\ 0 & 2012 & 504 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Матрица перехода из системы координат, связанной со столом, в систему координат, связанной с камерой	$A = \begin{bmatrix} 0.999 & -0.021 & -0.005 \\ -0.016 & -0.585 & -0.804 \\ 0.014 & 0.804 & -0.595 \end{bmatrix}$
Радиус-вектор между началами систем координат	$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -0.746 \\ -0.037 \\ 2.749 \end{bmatrix}$ м

Для оценки точности измерения положения макетов на столе проводилось исследование случайных характеристик навигационной системы и систематических ошибок с помощью следующих экспериментов, описанных в работе [69]. Макет с меткой устанавливался неподвижно на поверхности стола в за-

данных точках с разным удалением от камеры, и в течение 60 секунд проводились замеры положения и ориентации с помощью навигационной системы. На рис. 3.2 представлены результаты отклонения измерений от среднего значения за весь интервал измерений по положению, а на рис. 3.3 – отклонения измерений по углу. Видно, что случайная составляющая ошибки изменяется от расстояния согласно среднеквадратическом отклонению, вычисленному в легенде рисунков, что может быть объяснено уменьшением размера метки на изображении, что приводит к большему влиянию случайных шумов на изображении на точность определения положения. В положении рядом с центром стола среднеквадратические ошибки измерения по положению составляют около 0.3 мм с отдельными отклонениями до 4-х мм. По углу ориентации среднеквадратические ошибки в центре стола составляют 0.1 град, а максимальные ошибки доходят до 1.5 град.

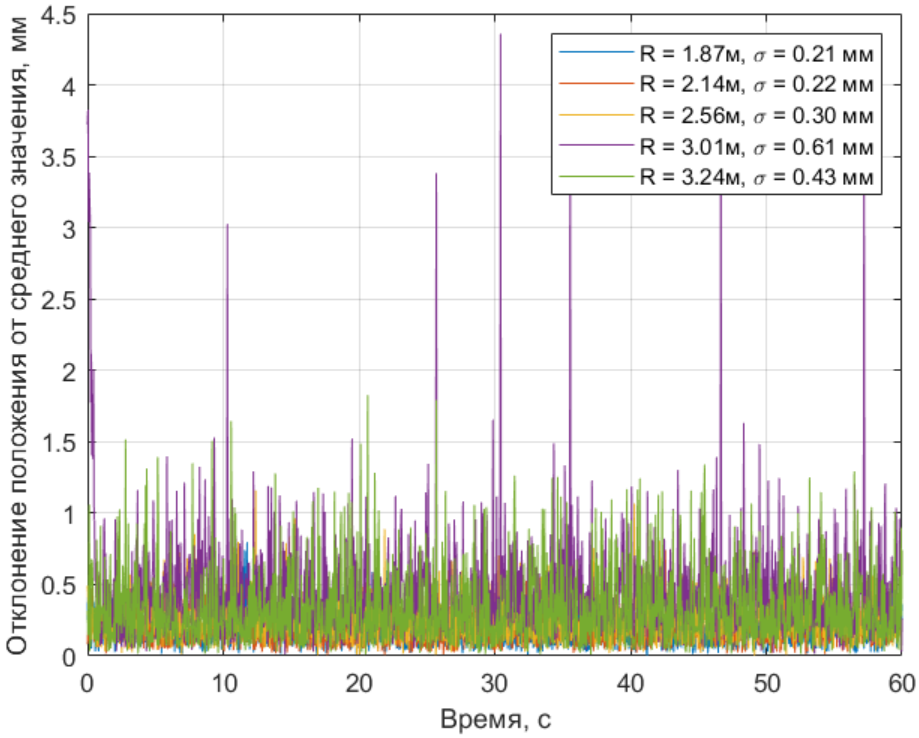

Рисунок 3.2 – Случайные ошибки измерения положения макета в зависимости от расстояния от камеры

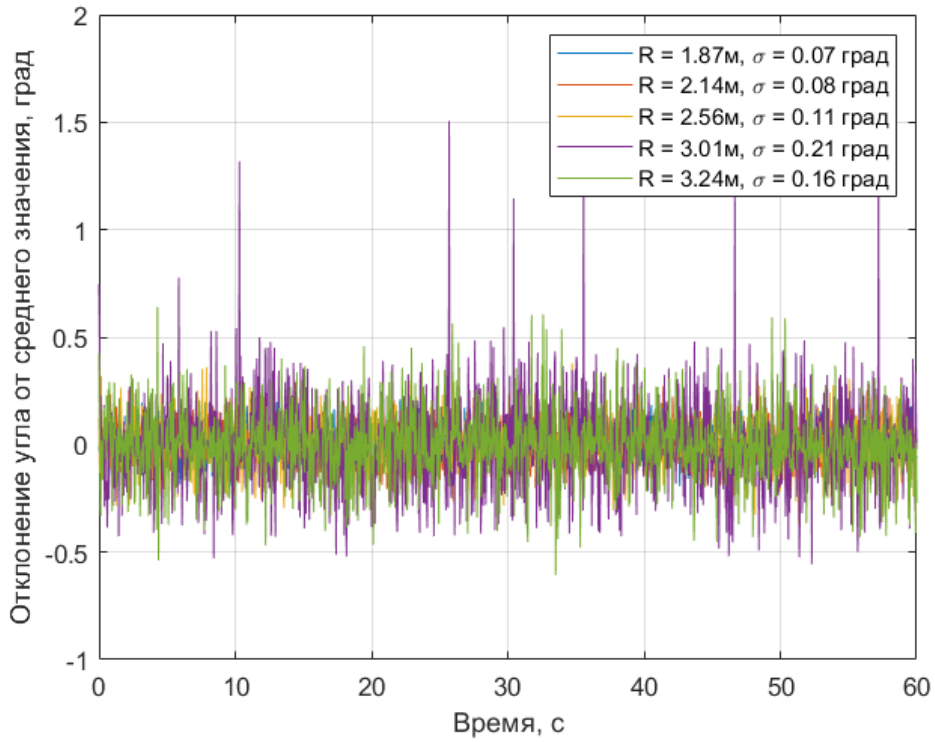

Рисунок 3.3 – Случайные ошибки измерения угла поворота макета в зависимости от расстояния от камеры

Для улучшения точности определения положения и для вычисления линейной и угловой скорости макета измерения обрабатывались с помощью фильтра Калмана. На рис. 3.4 представлен пример оценок скорости макета по оси OX в неподвижном состоянии и результат численного дифференцирования измерений по двум точкам. Оценки фильтра Калмана сошлись к окрестности нуля за время около 2 с. По среднеквадратическим отклонениям скорости неподвижного макета, представленным в легенде к рисунку, видно, что даже в случае использования в фильтре Калмана ковариационной матрицы ошибок модели, соответствующей максимальным возмущениям, действующим на столе (в следующем разделе будет показано, что это около 0.05 м/с^2), оценки фильтра Калмана почти в два раза лучше результата численного дифференцирования измерения положения. На рис. 3.5 представлен аналогичный график результатов оценок угловой скорости неподвижного макета, откуда видно, что точность

оценок фильтра Калмана по среднеквадратическому отклонению почти в 4 раза лучше по сравнению с результатами численного дифференцирования.

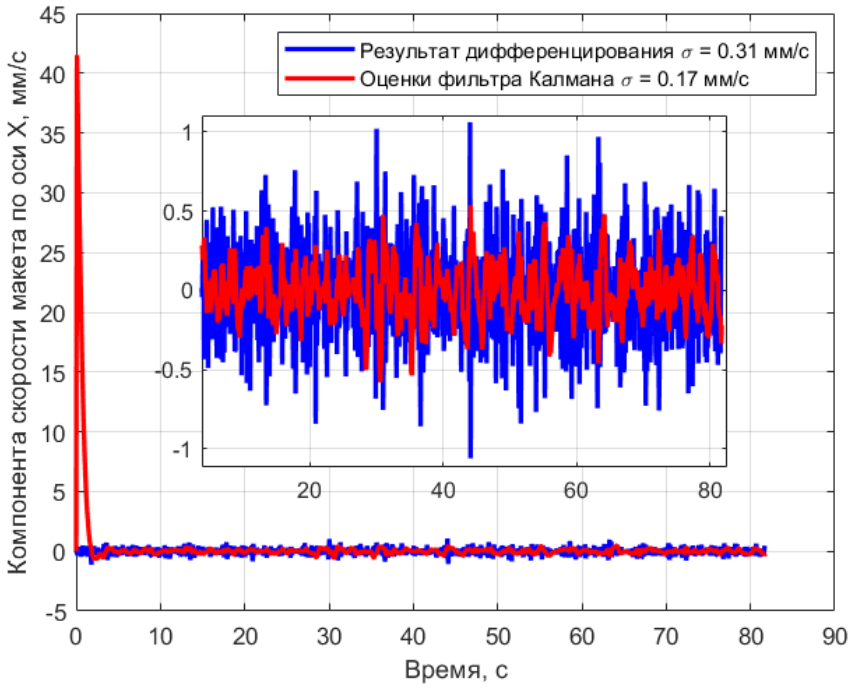

Рисунок 3.4 – Оценка линейной скорости с помощью фильтра Калмана и результат дифференцирования измерений положения по двум точкам

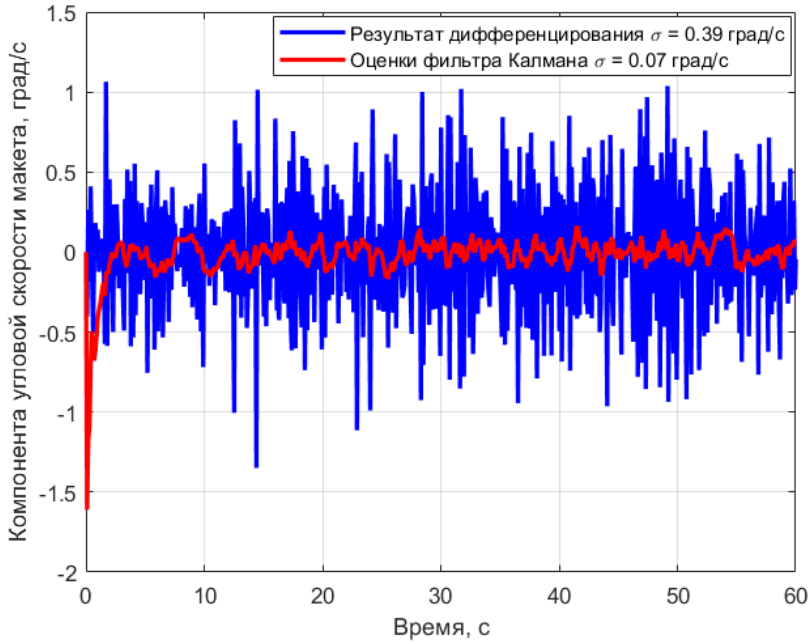

Рисунок 3.5 – Оценка угловой скорости с помощью фильтра Калмана и результат дифференцирования измерений положения по двум точкам

На рис. 3.6-3.7 приводится пример оценок положения и угла поворота с помощью фильтра Калмана, откуда видно, что оценки фильтра Калмана имеют меньшие случайные ошибки по сравнению с измерениями. Для уменьшения величины среднеквадратических ошибок оценок фильтра Калмана можно уменьшить величину матрицы ошибок модели, что достигается с помощью определения постоянной составляющей возмущений, действующих на столе. После проведения специального эксперимента по оценке возмущений и учете постоянной составляющей в модели движения, в матрице ошибок модели остается величина случайной составляющей возмущений и это позволяет в 3-4 раза уменьшить ошибки оценки вектора состояния по сравнению с измерениями и результатами численного дифференцирования измерений.

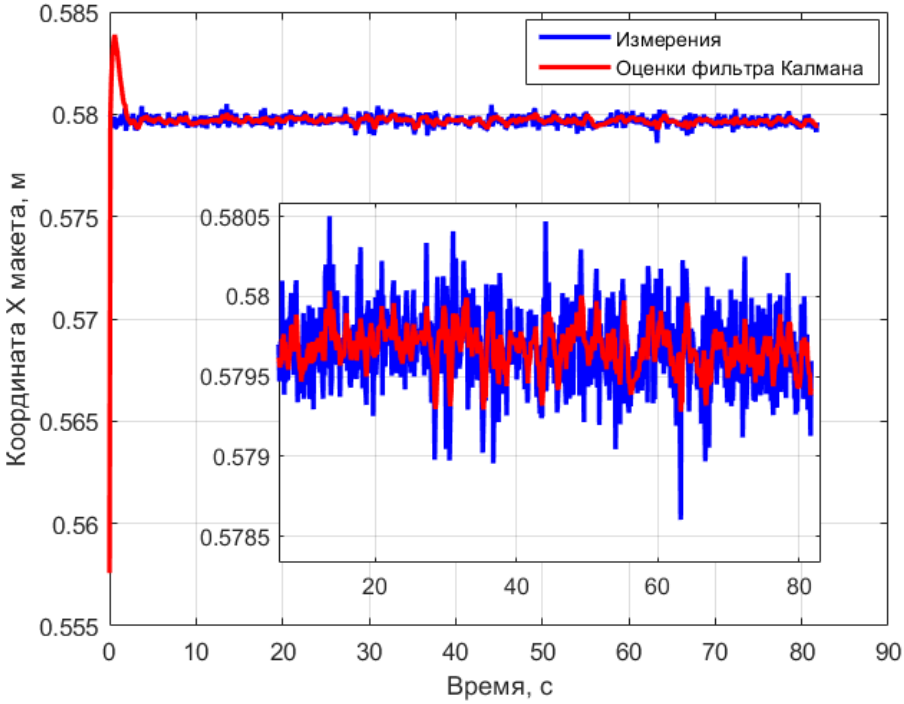

Рисунок 3.6 – Пример оценок координаты X положения макета с помощью фильтра Калмана и исходные измерения

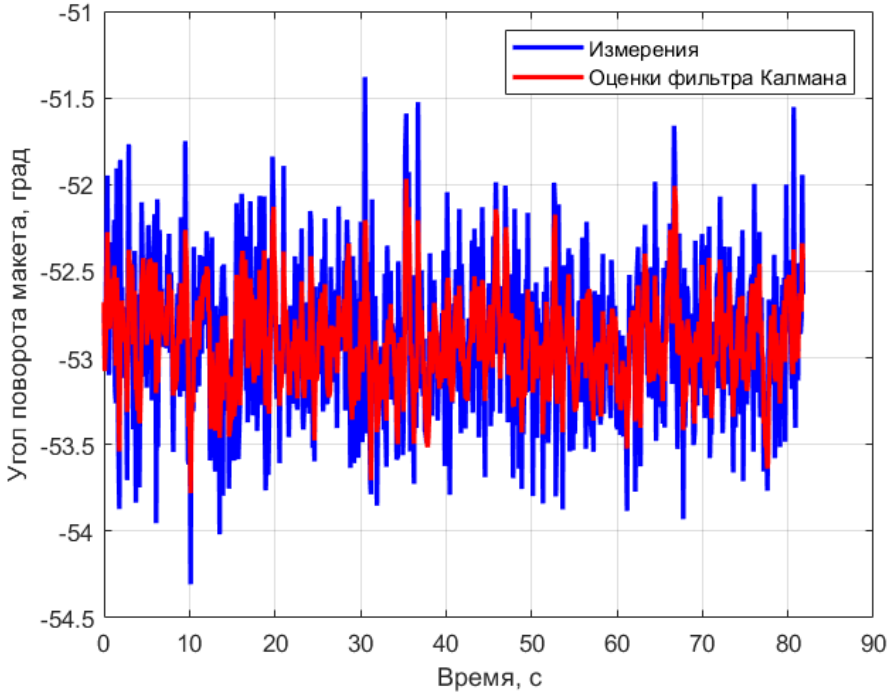

Рисунок 3.7 – Пример оценок угла поворота макета с помощью фильтра Калмана и исходные измерения

Вследствие неточности определения параметров модели навигационной системы возникают систематические ошибки. Для оценки величины систематических ошибок были проведены следующие эксперименты. В первом эксперименте макет космического аппарата, установленный на металлическом диске диаметром 30 см, перемещался вдоль границы стола с плотным прижатием диска к борту стола. В результате работы навигационной системы были получены измерения положения центра метки на столе. С учетом размера стола и размера диска, известных с точностью около 0.5 мм, была построена ожидаемая траектория центра метки. Отличие измеренной траектории от ожидаемой обусловлено суммой случайных и систематических ошибок. На рис. 3.8 представлены эти две траектории. В дальней от камеры части стола систематические ошибки достигают около 9 мм, в середине стола систематическая ошибка не превышает 5 мм по положению.

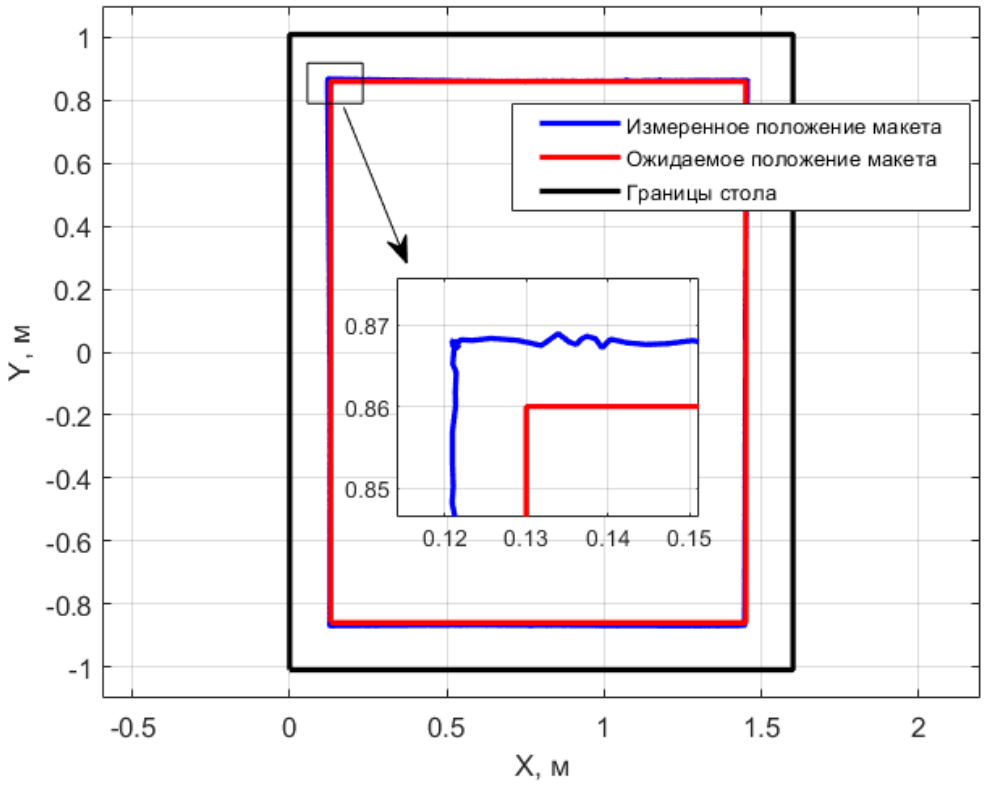

Рисунок 3.8 – Измеренное и ожидаемое положение макета во время эксперимента по оценке систематической ошибки навигационной системы

Второй эксперимент заключался в оценке систематической составляющей ошибки по измерению угла поворота. Квадратное основание макета последовательно вплотную прижималась к стенке борта стола и оценивался угол поворота макета по измерениям навигационной системы. Неортогональность сторон квадратного основания макета не превышает 0.1 градуса. На рис. 3.9 изображены измеренные углы поворота макета и ожидаемые углы поворота, кратные 90 градусов. Систематическая ошибка оценки угла поворота макета в центре стола не превышает 0.5 градуса.

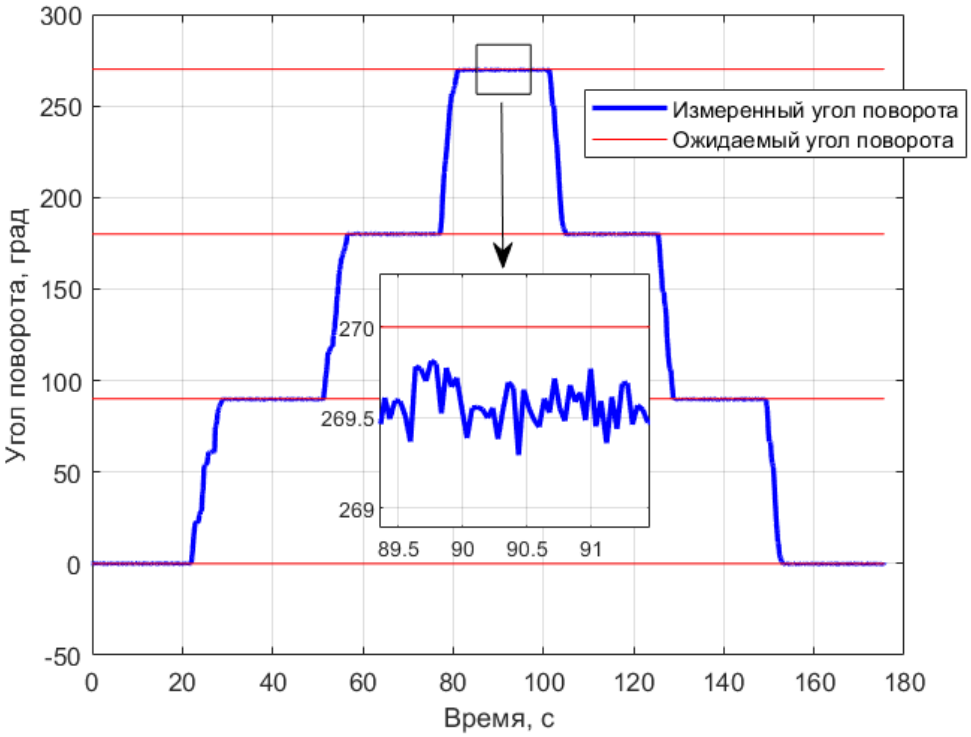

Рисунок 3.9 – Измеренный и ожидаемый угол поворота макета во время эксперимента по оценке систематической ошибки измерений

Таким образом, в результате калибровочных экспериментов были получены предварительные оценки точности работы навигационной системы на аэродинамическом столе для случая неподвижного макета. В случае подвижного макета эти ошибки увеличиваются пропорционально скорости макетов из-за задержек в обработке изображения, которые не превышают 30 мс. Однако, на аэродинамическом столе скорости макетов во время экспериментов не превышают 0.1-0.2 м/с по линейной скорости и 10 град/с по угловой скорости, что в худшем случае может приводить к дополнительным ошибкам около 5 мм по положению и 0.3 град по углу.

3.3. Оценка возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе

Оценка возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе, необходима для улучшения характеристик управляемого движения с помощью компенсации возмущений в процессе управления [70]. Оценка возмущений со стороны стола на макет осуществляется с помощью эксперимента, в котором макет начинает свободное неуправляемое движение из заданных точек на узлах равномерной сетки с заданным шагом. По множеству траекторий свободного движения оцениваются возмущающие поступательные и угловые ускорения макета, вызванные неравномерностью потока воздуха через отверстия в столе и кривизной поверхности. Управление движением макета в этом эксперименте состоит из трех этапов. На первом этапе реализуется достижение заданной точки на столе с помощью ПД-регулятора. На втором этапе происходит свободное движение макета по столу согласно возмущениям на фиксированном интервале времени или до достижения края стола. На третьем этапе происходит выбор следующей точки начала свободного движения. Вектор состояния макета во время движения оценивается с использованием алгоритма на основе фильтра Калмана. После получения измерений во свободного время движения макета из всех точек узлов равномерной сетки проводится оценка ускорений с использованием внешней программы. На рис. 3.10 представлена общая блок-схема выполнения эксперимента по оценке возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе.

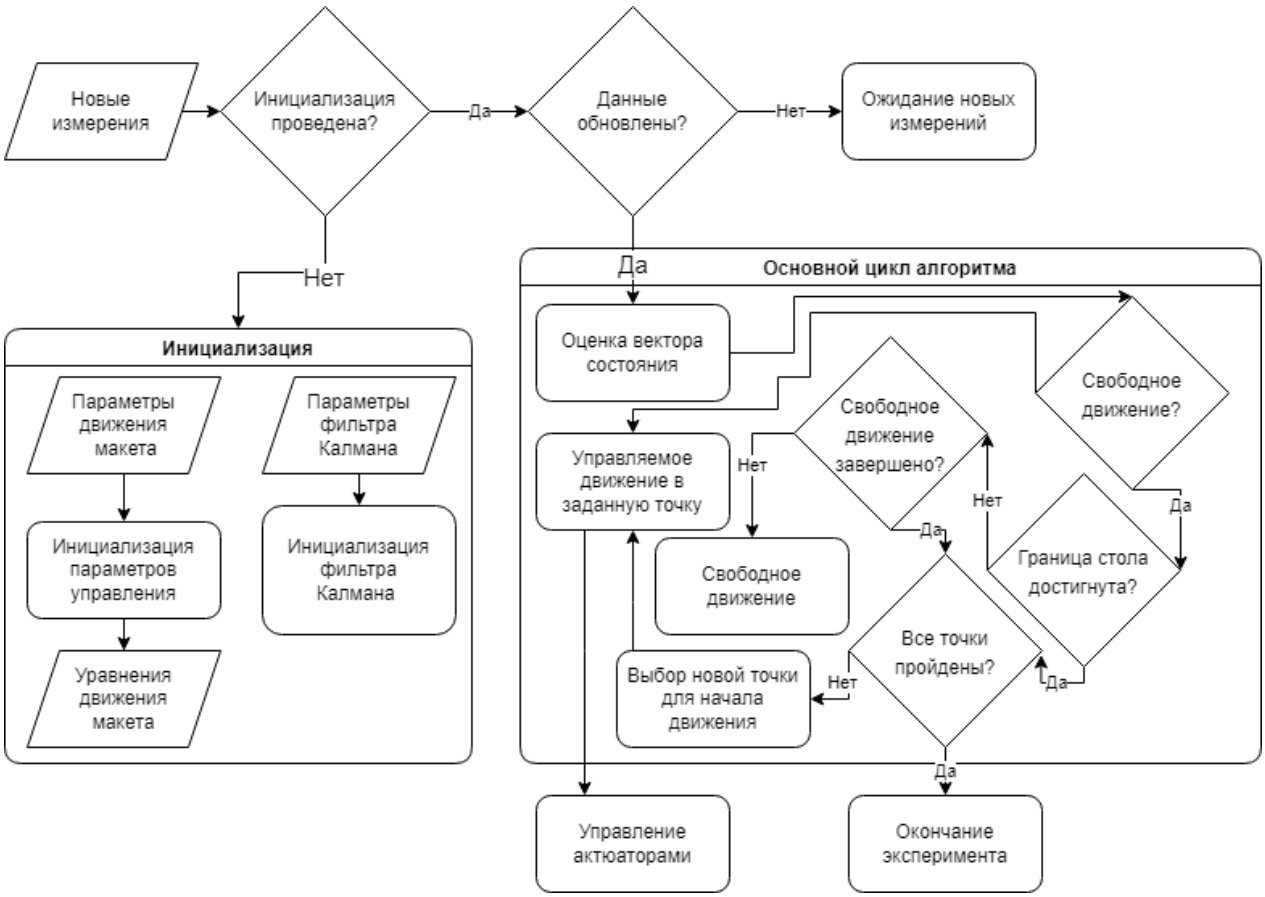

Рисунок 3.10 – Блок-схема выполнения эксперимента по оценке возмущений

Пропорционально-дифференциальный регулятор для достижения заданного положения макета на аэродинамическом столе имеет следующий вид:

$$\mathbf{u} = -K_q\left(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d\right) - K_{\dot{q}}\dot{\mathbf{q}},$$

где $\mathbf{q} = \left[x, y, \varphi\right]^T$ - обобщенный вектор положения макета, $\dot{\mathbf{q}}$ - обобщенный вектор скорости макета, $\mathbf{q}_d$ - вектор требуемого положение макета, K_q, $K_{\dot{q}}$ - диагональные положительно определённые матрицы параметров управления. Для достижения апериодического движения диагональные элементы матрицы $K_{\dot{q}}$ вычисляются как удвоенный корень из элементов матрицы K_q, что соответствует нулевому значению мнимой части собственных чисел уравнений управляемого движения следующего вида:

$$\ddot{\mathbf{q}} + K_{\dot{q}}\dot{\mathbf{q}} + K_q\left(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d\right) = 0.$$

На рис. 3.11 представлены отрезки траекторий во время свободного движения макета на столе в результате выполнения этого эксперимента на сетке точек 16x22. На рисунке видно, что на столе практически нет таких положений макета, в которых он бы находился в состоянии покоя – возмущения, действующие на столе, приводят макет к движению.

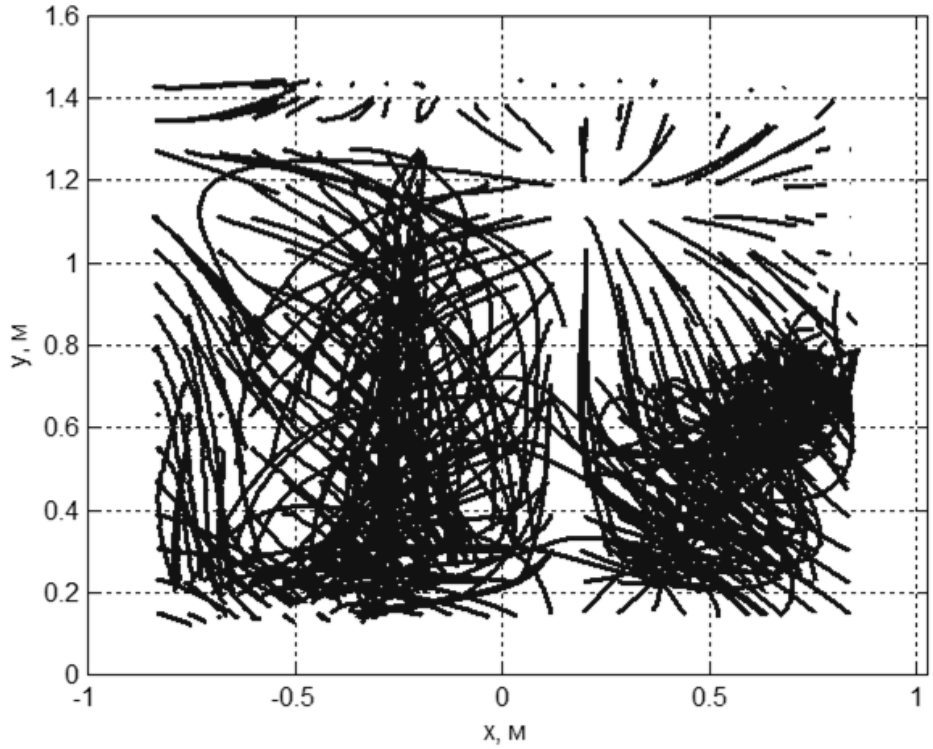

Рисунок 3.11 – Траектории неуправляемого движения диска на столе

На траектории свободного движения проводилась оценка текущего вектора ускорения вызванного возмущением, с использованием фильтра Калмана, в вектор состояния которого дополнительно к обобщенному вектору положения и скорости был включен вектор ускорений $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{x} = \left[\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{d}\right]^T. \tag{3.1}$$

Согласно модели свободного движения в предположении постоянного вектора возмущений уравнения имеют следующий вид:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{d}.$$

Матрица динамики для вектора состояния (3.1) имеет следующий вид:

$$F = \begin{bmatrix} 0_{3x3} & E_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & 0_{3x3} & E_{3x3} \\ 0_{3x3} & 0_{3x3} & 0_{3x3} \end{bmatrix}.$$

Навигационная система измеряет напрямую компоненты обобщенного вектора положения, поэтому матрица измерений имеет следующий вид:

$$H = \begin{bmatrix} E_{3x3} & 0_{3x3} & 0_{3x3} \end{bmatrix}.$$

Ошибки навигационной системы по положению имеют среднеквадратическую погрешность 1 мм по положению и 0.1 градус по углу, в предположении отсутствия корреляции в ошибках измерений матрица шумов R имеет диагональный вид. Матрица ошибок модели движения также имеет диагональный вид, где её элементы выбирались исходя из близости оценок обобщенного вектора положения к измерениям. На рис. 3.12 представлен пример траекторий свободного движения, на которых оценивались возмущающие ускорения, при движении макета из одной и той же точки на поверхности стола. Близость траекторий друг к другу свидетельствует о возмущениях, близких к стационарным. На рис. 3.13 приведен пример оценки величины возмущений на этих траекториях. Оценки ускорений на всех траекториях свободного движения, изображенных на рис. 3.11, были приближены полиномиальной поверхностью 3-го порядка от координат. На рис. 3.13 жирными линиями представлены величины возмущающих ускорений, а на рис. 3.14 разность между оцененными ускорениями и ускорениями согласно приближающей поверхности. Среднеквадратическое отклонение составляет около 0.005 м/с^2.

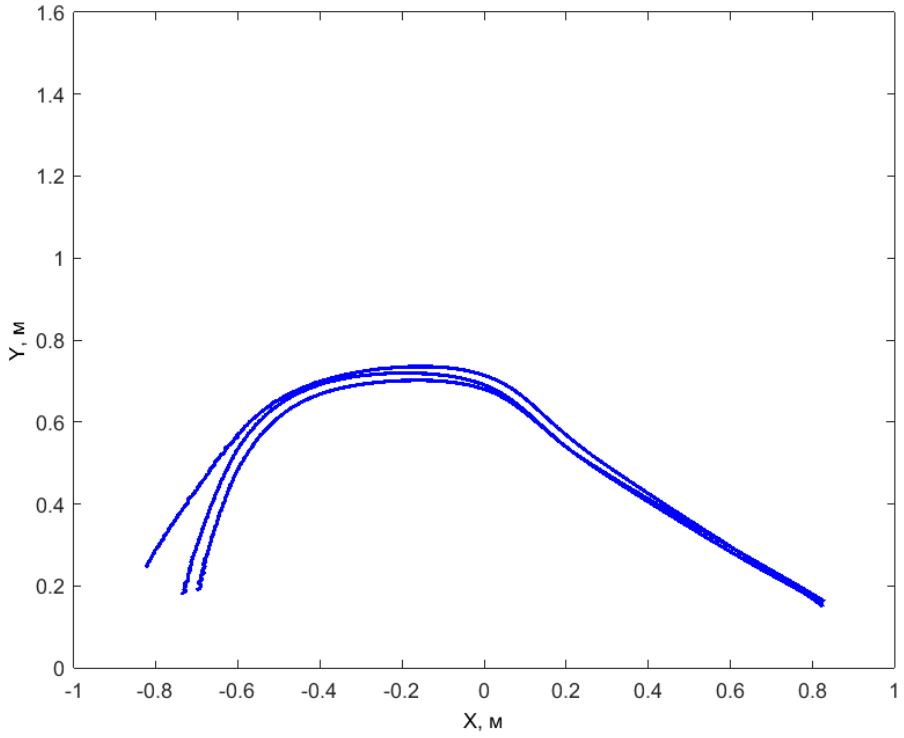

Рисунок 3.12 – Пример траекторий свободного движения, на которых оценивались возмущающие ускорения

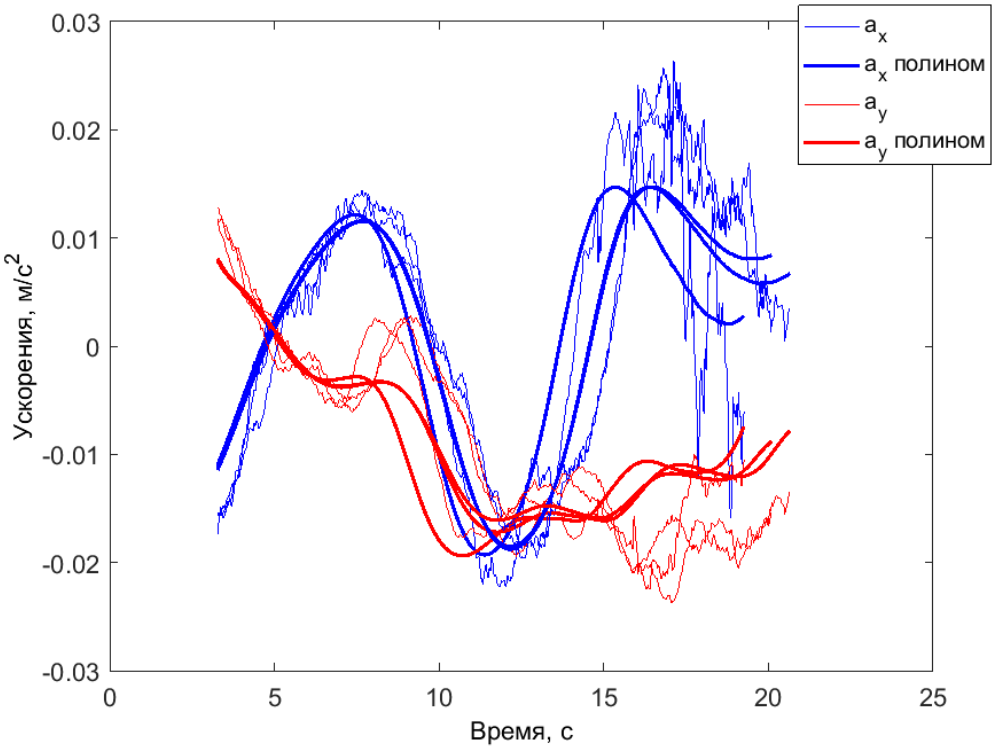

Рисунок 3.13 – Компоненты ускорения макета в эксперименте

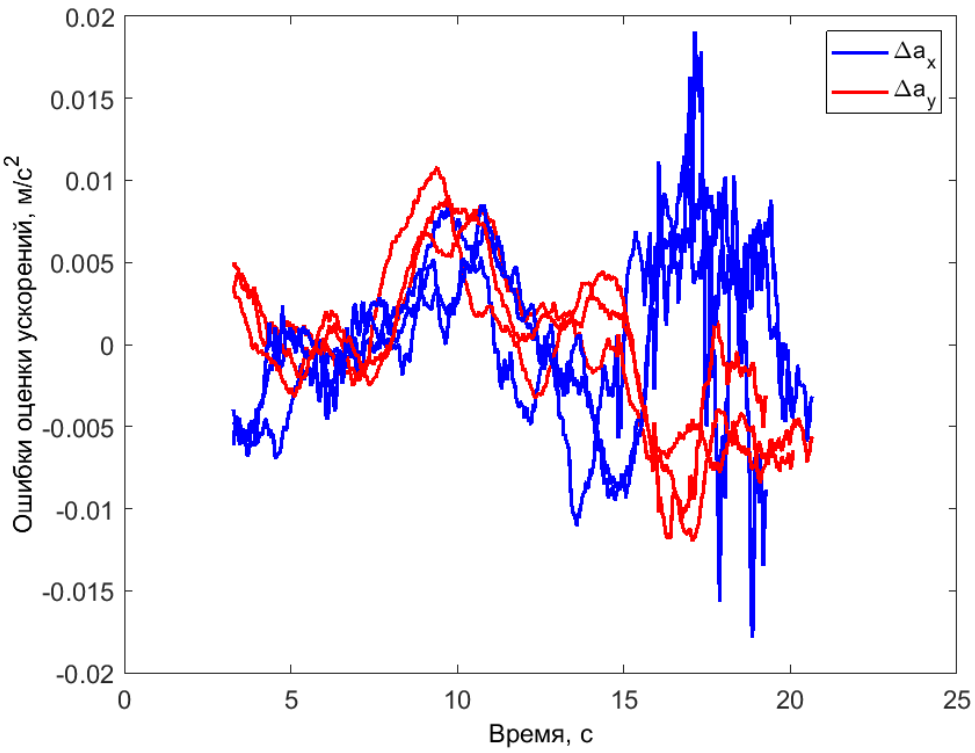

Рисунок 3.14 – Ошибки компонент возмущающего ускорения макета в эксперименте

На рисунках 3.15-3.16 изображены величина возмущающего ускорения центра масс макета и его направления согласно полиномиальной приближающей поверхности, а на рис. 3.17 показана величина углового ускорения. Среднеквадратические ошибки по оценке линейного ускорения составили 0.005 м/с^2 и 0.0025 рад/с^2 по угловому ускорению.

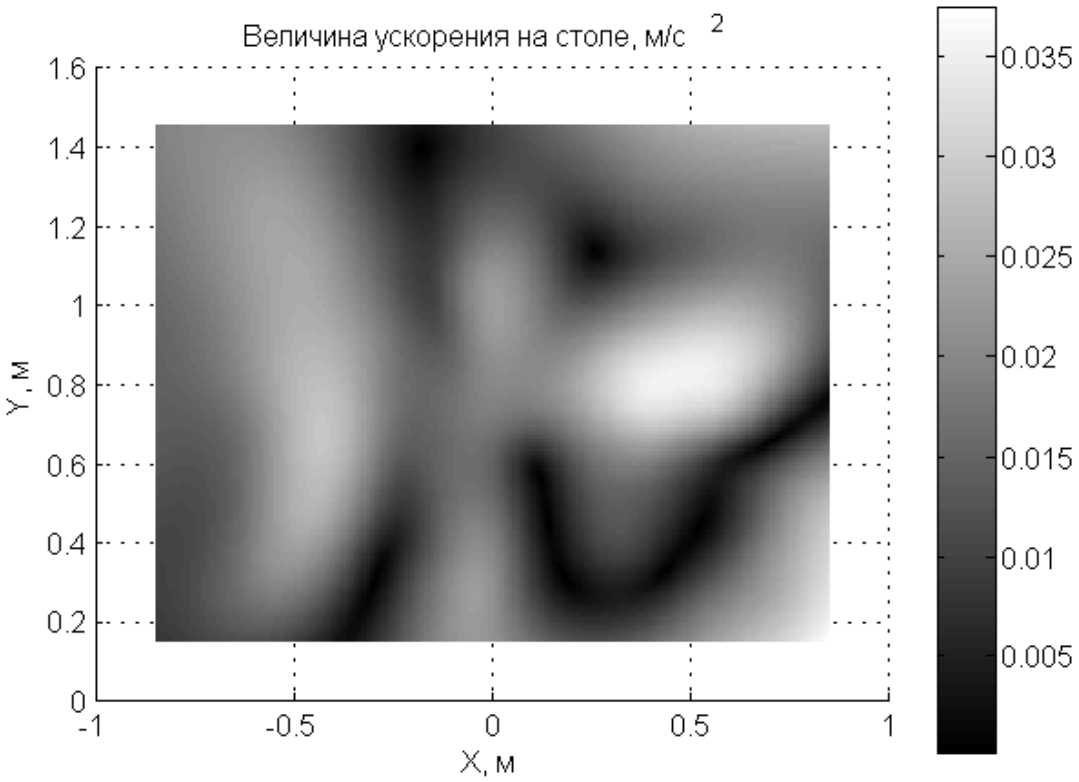

Рисунок 3.15 – Величина линейного ускорения на аэродинамическом столе

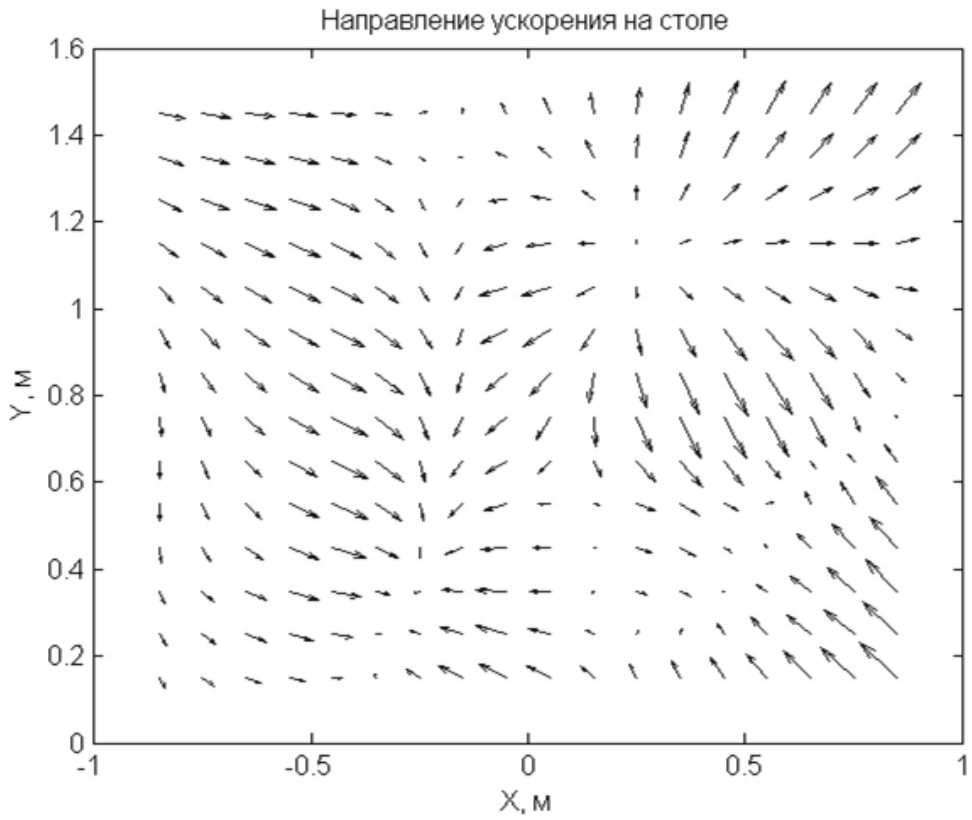

Рисунок 3.16 – Направление линейного ускорения на аэродинамическом столе

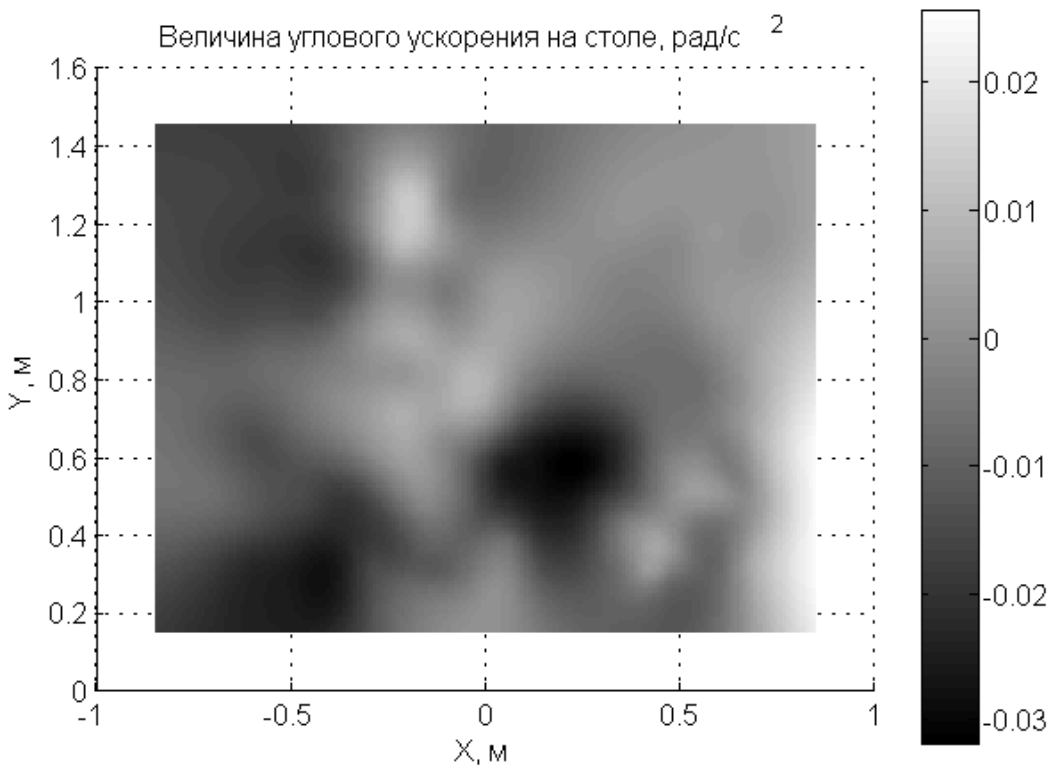

Рисунок 3.17 – Величина углового ускорения

Полученные результаты используются при построении управления для более точного позиционирования макета. В частности, при компенсации возмущающих ускорений удается добиться уменьшения отклонения траектории макета от требуемой. В качестве примера на рис. 3.16 и 3.17 представлена траектория макета с учетом и без учета возмущений. Закон управления в примере имеет следующий вид:

$$\mathbf{u} = -K_q\left(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d\right) - K_{\dot{q}}\left(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d\right), \tag{3.2}$$

где в рассматриваемом примере требуемая траектория определяется следующим выражением:

$$\mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} x_0 + A\cos\Omega t \\ y_0 + A\sin\Omega t \\ \Omega t \end{bmatrix}, \tag{3.3}$$

где в этом эксперименте заданы следующие значения параметров траектории и управления:

$$\left(x_0, y_0\right) = \left(0.9, 0\right)\text{м}, A = 0.3\text{м}, \Omega = 12\text{град/с},$$

$$K_q = \begin{bmatrix} 1.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 2.2 \end{bmatrix}, K_{\dot{q}} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{bmatrix}.$$

На рисунке 3.18 представлены результаты применения алгоритм управления (3.2), а на рисунке 3.19 траектория под управлением с компенсацией возмущений $\mathbf{d}(\mathbf{q})$, аппроксимированными полиномиальной зависимостью:

$$\mathbf{u} = -K_q\left(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d\right) - K_{\dot{q}}\left(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d\right) - \mathbf{d}(\mathbf{q}).$$

При визуальном сравнении рисунков можно наблюдать, что требуемая траектория при управлении с компенсацией возмущений отслеживается с большей точностью. Ошибки отслеживания не превышают 3 см.

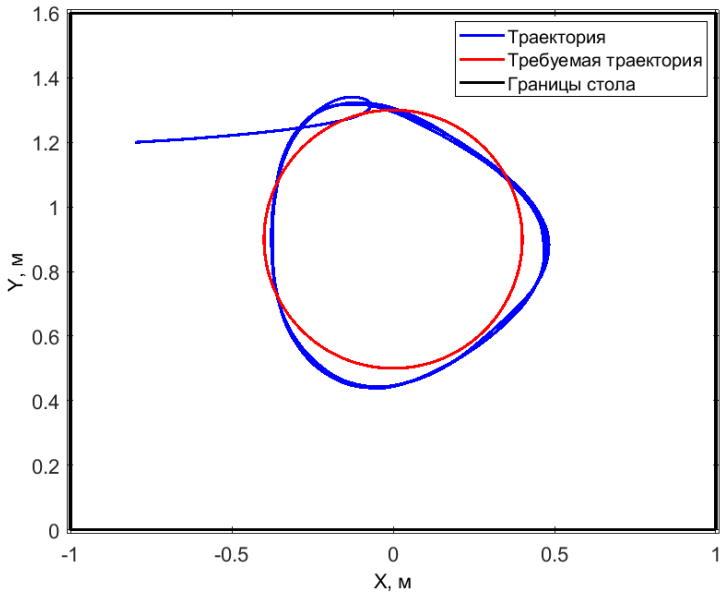

Рисунок 3.18 – Траектория движения для отслеживания цели без учета возмущений в алгоритме управления

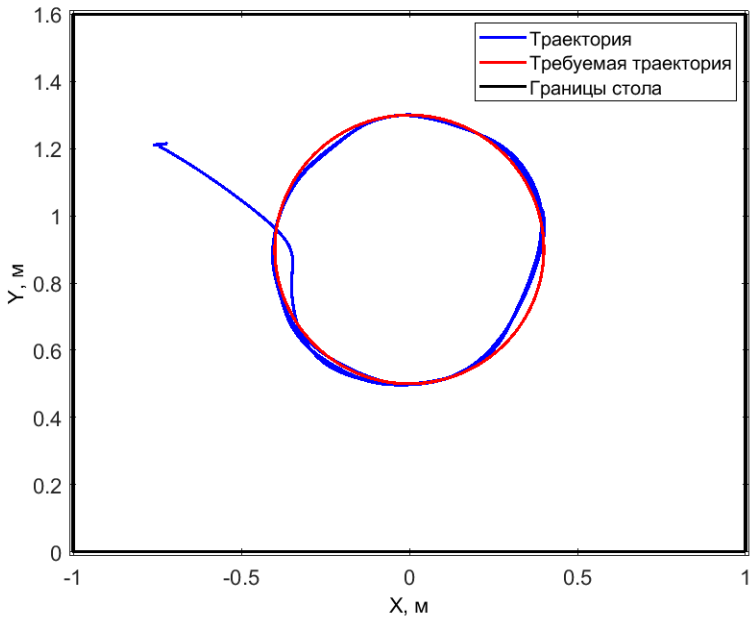

Рисунок 3.19 – Траектория движения для отслеживания цели без учета возмущений в алгоритме управления

Таким образом, предложенный эксперимент позволяет оценить постоянную часть возмущений, действующих на столе, что может значительно улучшить точность отслеживания заданных траекторий.

3.4. Калибровка актюаторов

Для имитации работы двигателей малой тяги в лабораторных условиях используются вентиляторные двигатели. Однако, чтобы создавать требуемое воздействие на макеты систем управления необходимо определить калибровочную характеристику вентиляторов. В модели движения макета под действием одного из вентиляторов, описанной в первой главе, есть ряд параметров, которые необходимо определить экспериментально.

Эксперимент по определению параметров модели тяги вентиляторов разделен на ряд этапов. На первом этапе макет движется в заданную точку с помощью ПД-регулятора по оценкам вектора состояния, полученном с помощью фильтра Калмана, при этом пересчет управляющего воздействия совершается по грубым оценочным параметрам двигателей. При достижении заданной

окрестности точки начинается второй этап: макет движется под действием только одного из вентиляторов в течение заданного интервала времени при фиксированном входной команде $\tilde{u}$. На этом этапе проводится сбор измерений навигационной системы для дальнейшей обработки на станции. В случае, если во время движения макет сближается с границей стола, сбор измерений прекращается. После окончания сбора измерений макет снова приводится с помощью ПД-регулятора в окрестность заданной точки аэродинамического стола. Для каждого из вентиляторов проводится ряд измерений управляемого движения для набора входных команд $\tilde{u}$, определенных на интервале значений с равномерным шагом. Общая блок-схема алгоритма для сбора измерений с целью дальнейшего определения параметров двигателей изображено на рисунке 3.20.

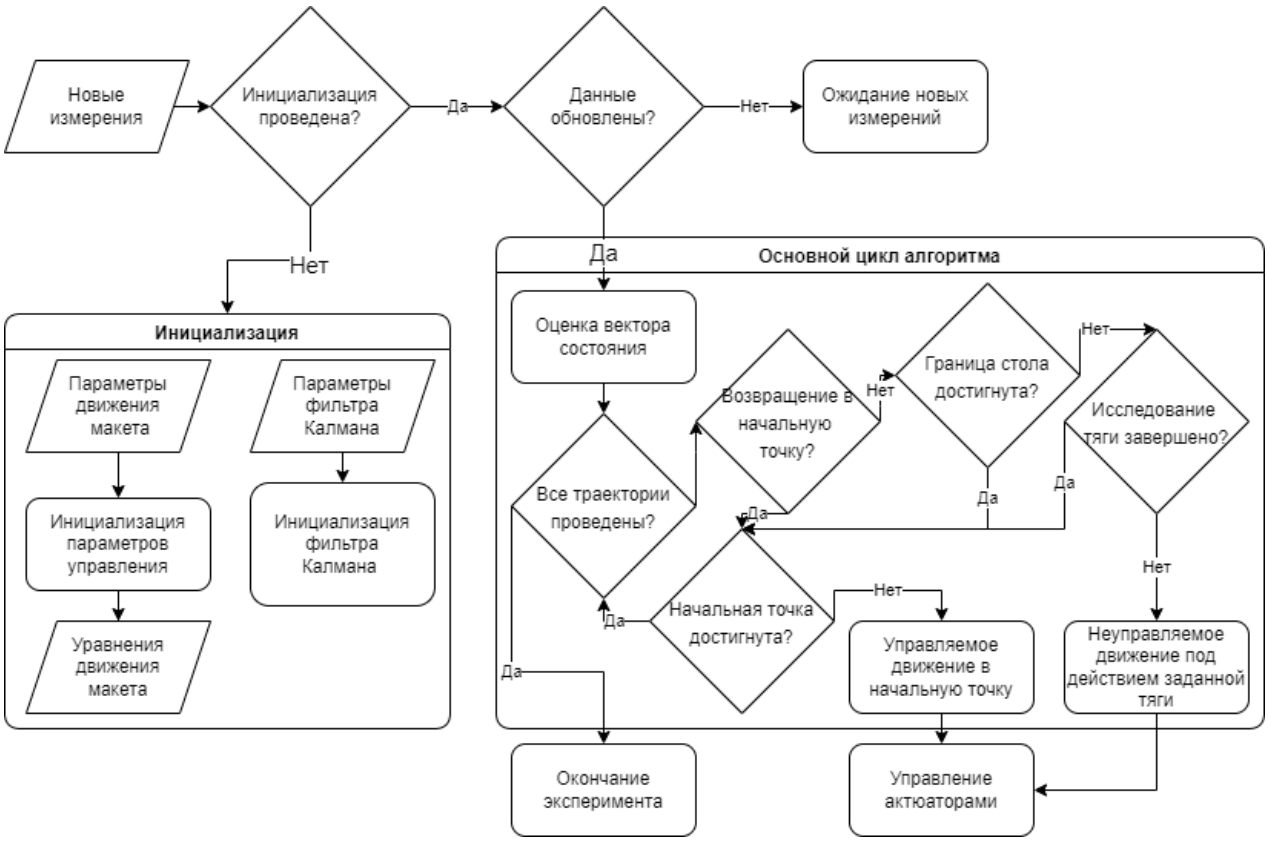

Рисунок 3.20 – Блок-схема выполнения эксперимента по сбору измерений с целью оценки параметров вентиляторных двигателей

Собранная с помощью эксперимента информация обрабатывается на станции с использованием методики, описанной в главе 1. Минимизация разно-

сти квадратов измерений и прогноза измерений, согласно модели, проводится с учетом возмущений, которые были оценены в результате эксперимента, описанного в предыдущем разделе. На основе результатов обработки информации проводится валидация модели тяги вентиляторных двигателей согласно методике, описанной в разделе 1.6.

Приведем пример результатов эксперимента по сбору измерений управляемого движения, а также результатов их обработки. Масса макета составляет 5.2 кг, а момент инерции относительно вертикали составляет $0.05\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$. Для макета на основе конструктора Орбикрафт нормированное управляющее воздействие ограниченно снизу значением $\tilde{u}$=0.55. Это значение соответствует минимальному напряжению, при котором вентилятор начинает вращаться. Для каждого вентилятора величина шага по $\tilde{u}$ задана величиной 0.05, таким образом для каждого вентилятора проводится 10 запусков из заданной точки $[x, y, \varphi] = [0.25\,\text{м}, 0\,\text{м}, 0\,\text{град}]$. На рисунке 3.21 изображены отрезки траекторий движения центра масс макета согласно измерениям навигационной системы, а на рисунке 3.22 изменения угла ориентации макета в зависимости от времени.

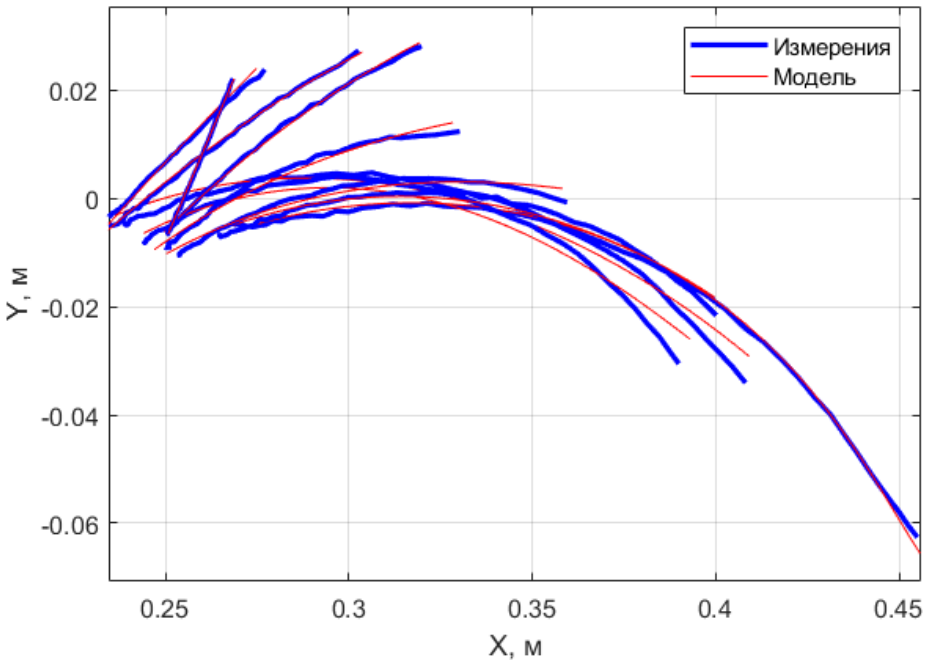

Рисунок 3.21 – Траектории движения макета под действием одного из вентиляторных двигателей

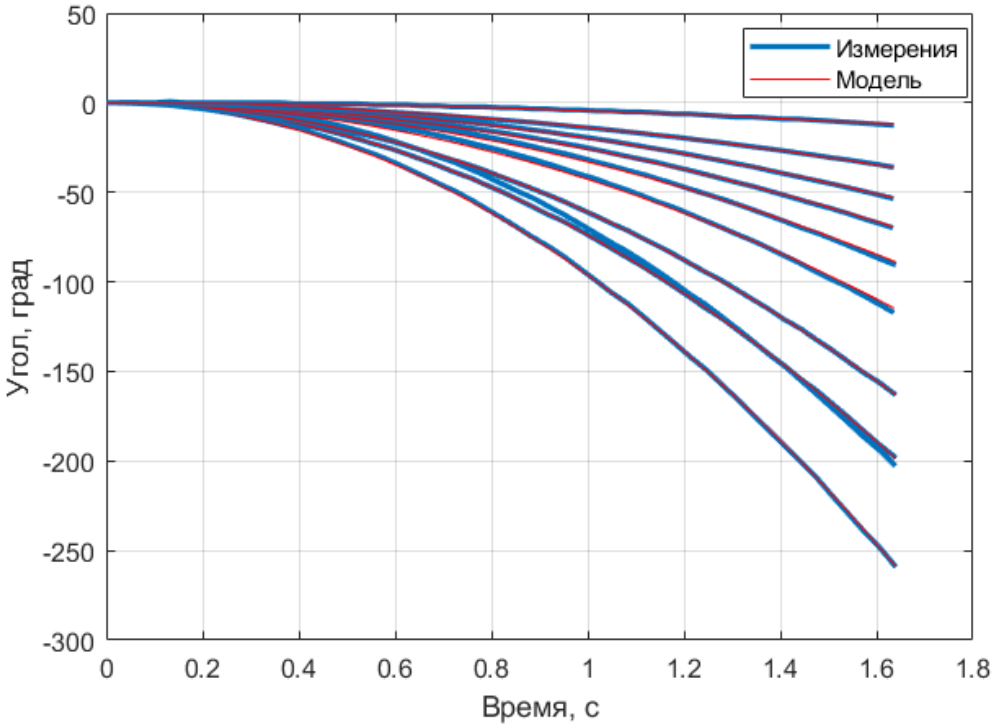

Рисунок 3.22 – Угол поворота макета под действием одного из вентиляторных двигателей

Измерения каждой из представленных траекторий обрабатывались с помощью метода наименьших квадратов. В результате минимизации функционала были получены такие оценки параметров двигателей, которые соответствуют траекториям, обозначенным красной кривой на рисунках 3.21 и 3.22. На рисунке 3.23 представлены остаточные невязки по положению для всех траекторий. Среднеквадратическое отклонение по всем траекториям составило 1.5 мм, что сравнимо со случайными ошибками навигационной системы ($\sigma_{изм} = 1$ мм). Наибольшие отклонения наблюдаются в конце участков траекторий, что можно объяснить накопительным влиянием случайных возмущений и систематическими ошибками измерений, которые могут проявляться на больших отрезках траекторий.

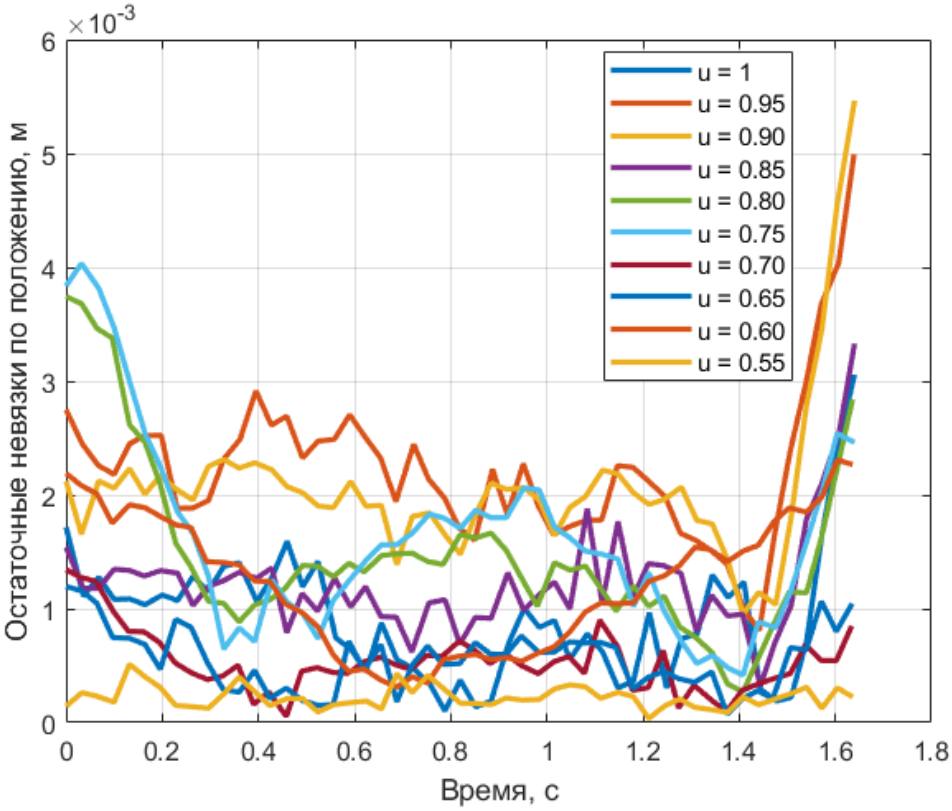

Рисунок 3.23 – Остаточные невязки по положению для всех траекторий

На рисунке 3.24 и 3.25 представлены величины параметров B и C для каждого из вентиляторных двигателей, найденные в результате минимизации разности квадратов измерений и прогноза измерений согласно модели. Параметр A модели тяги является геометрическим (половина произведения плотности воздуха на площадь поперечного сечения вентилятора) и является практически одинаковым для всех вентиляторов и равен 0.45 кг/м. Величина параметра B модели является величиной тяги вентиляторных двигателей, который согласно модели зависит от квадрата скорости потока воздуха. Если скорость потока воздуха определяется угловой скоростью вращения вентилятора, которая задается величиной входной управляющей команды, то ожидается, что тяга двигателя будет квадратически зависеть от входной управляющей команды. Таким образом на рисунке 3.24 представлена аппроксимирующая зависимость тяги от входной управляющей команды в виде квадратичного полинома. Величины полинома представлены в Таблице 3.3. На рис. 3.26 представлен график

эффективного угла направления вектора тяги вентиляторов в системе координат, связанной с макетом. Несмотря на то, что вентиляторы установлены соосно с направлениями осей макета, есть некоторая ошибка направления тяги, связанная с особенностями двигателей.

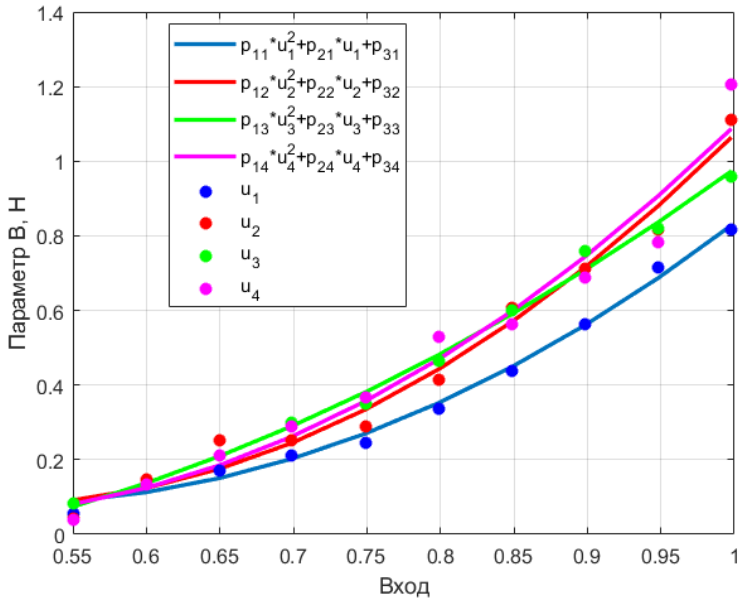

Рисунок 3.24 – Величина параметра *B* модели тяги для каждого из четырех вентиляторов макета

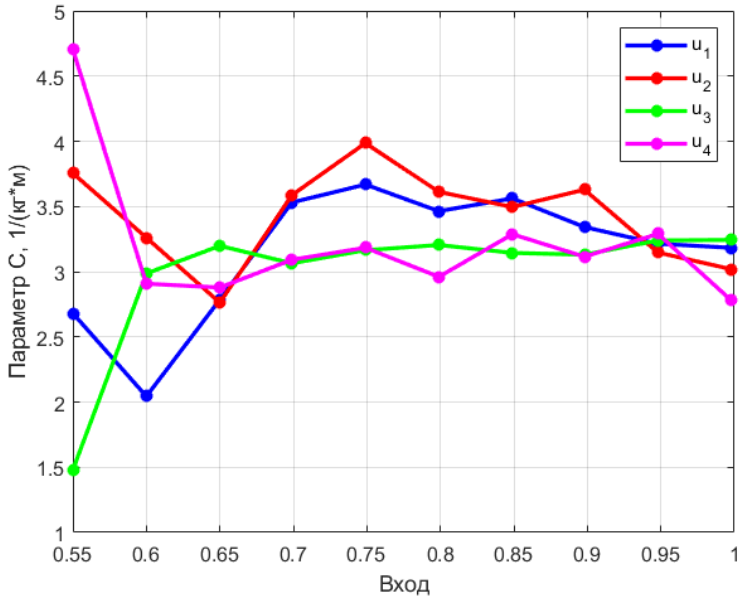

Рисунок 3.25 – Величина параметра *C* модели тяги для каждого из четырех вентиляторов макета

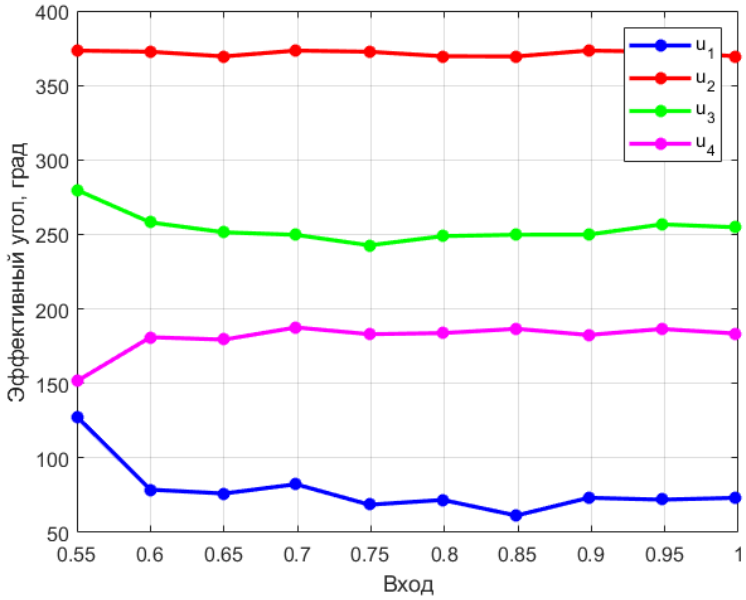

Рисунок 3.26 – Эффективный угол направления тяги для каждого из четырех вентиляторов макета

Таблица 3.3 – Коэффициенты квадратичного полинома для аппроксимации зависимости тяги от величины управляющей команды.

Параметр / Номер полинома / двигателя	p1	p2	p3
1	2.9783	-2.9619	0.8177
2	3.8169	-3.7387	0.9933
3	1.8648	-0.8791	-0.0067
4	3.4433	-3.0839	0.7352

На рисунке 3.27 представлен пример изменения величины функционала во время минимизации разности квадратов измерений и прогноза измерений с использованием метода Ньютона. Остановка процедуры минимизации происходит при снижении изменения разности значений функционала на соседних шагах меньше 10^{-12}. На этом примере для минимизации потребовалось 36 шагов.

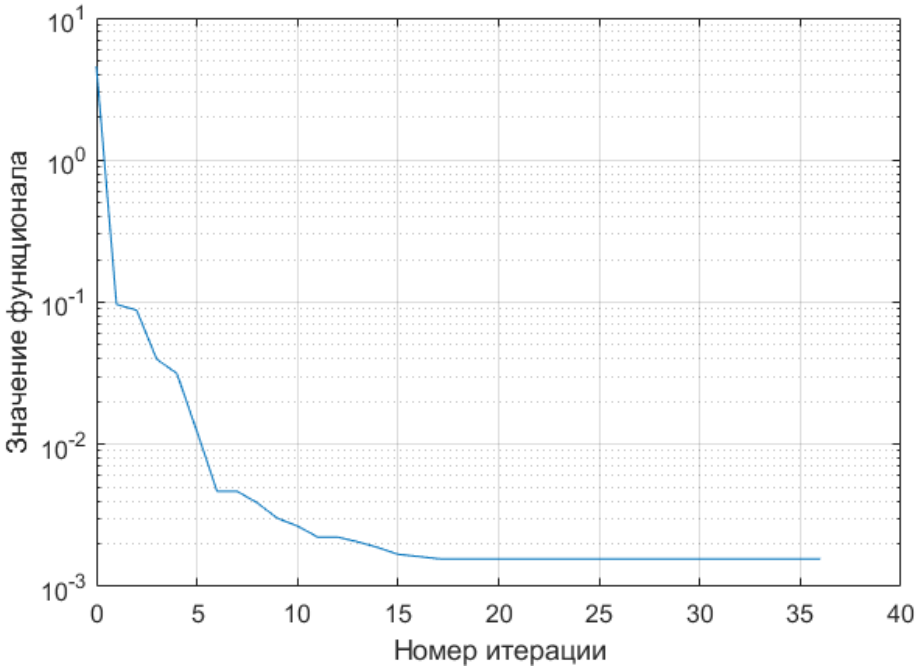

Рисунок 3.27 – Сходимость функционала в методе Ньютона при калибровке параметров модели вентилятора

После определения параметров модели тяги производится валидация откалиброванной модели с помощью оценки остаточных невязок на измерениях, полученных во время валидирующего эксперимента согласно методике, описанной в главе 1. Валидирующий эксперимент заключается в получении измерений во время управляемого движения под действием двигателей с заданной входной управляющей командой. Согласно математической модели с оцененными параметрами вычисляется траектория макета и сравнивается с измерениями. На рисунке 3.28 приведен пример траектории управляемого движения во время одного из валидирующих экспериментов и траектория согласно модели движения. А на рисунке 3.29 представлены остаточные невязки, величина которых больше, чем остаточные невязки в результате минимизации, но они всё еще сопоставимы с величиной ошибок навигационной системы: превышение составляет 2-3 раза, что можно объяснить случайными возмущениями на столе. Это означает, что модель тяги вентиляторных двигателей можно считать валидированной согласно предложенной методике.

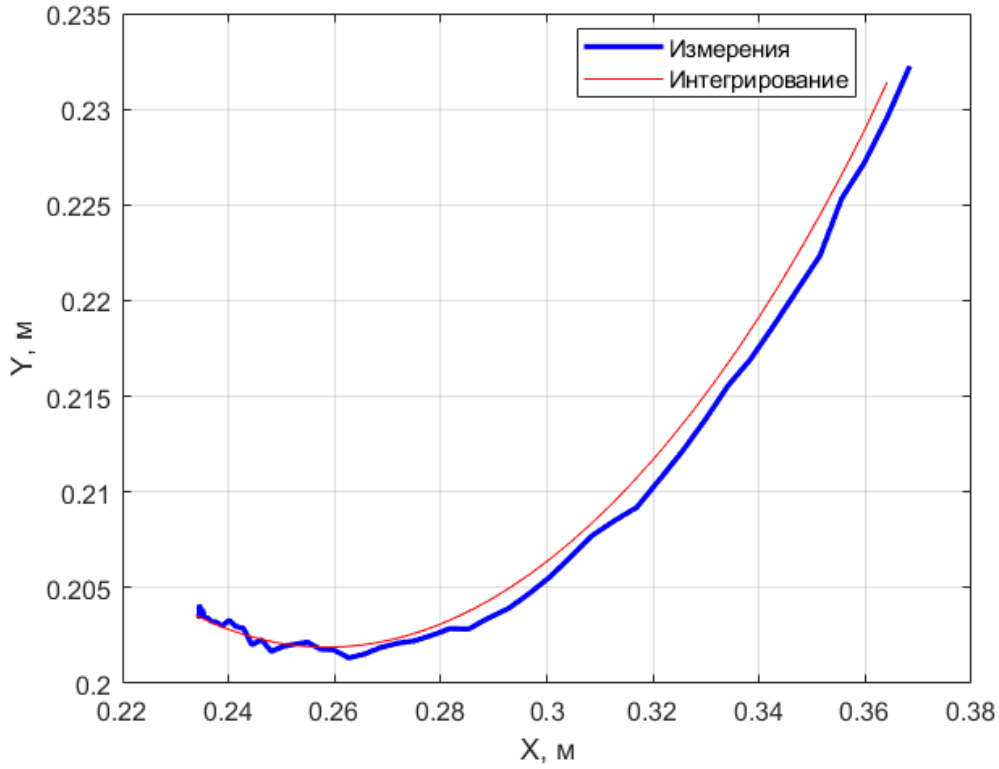

Рисунок 3.28 – Пример траектории управляемого движения и траектория согласно модели движения во время валидирующего эксперимента

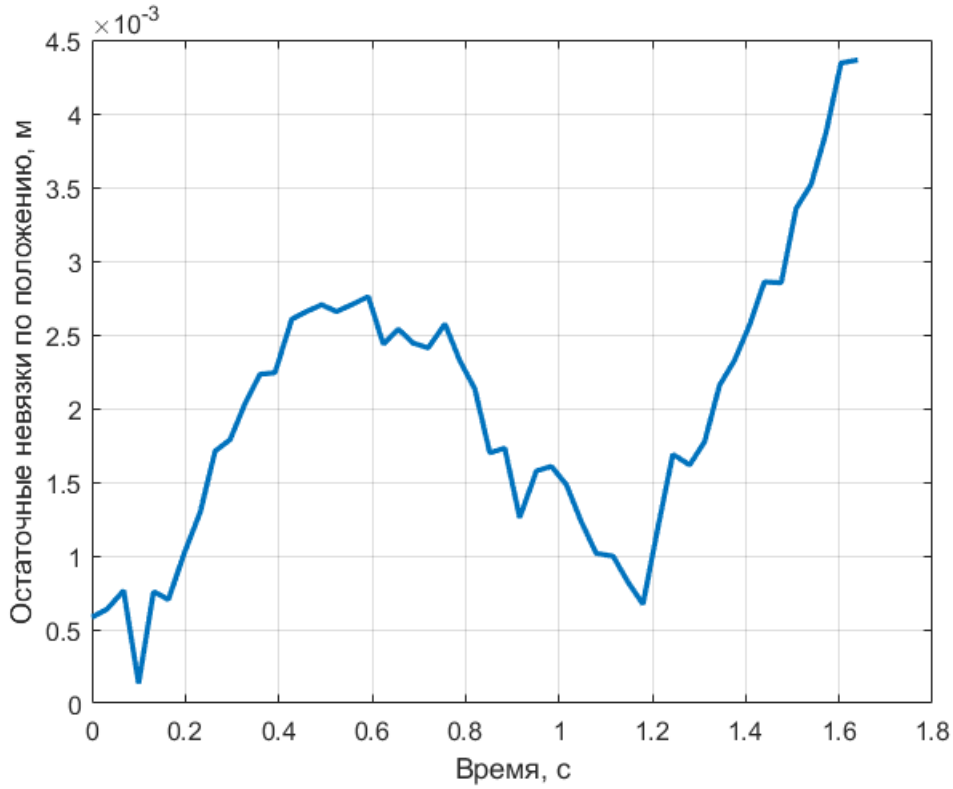

Рисунок 3.29 – Пример остаточных невязок во время валидирующего эксперимента

Таким образом, в результате проведения калибровочного эксперимента были получены оценки параметров вентиляторных двигателей, а в результате применения откалиброванной модели в валидирующем эксперименте было получено, что остаточные невязки траектории сопоставимы с ошибками навигационной системы. Согласно предложенной методике, модель тяги двигателей является валидной.

3.5. Стыковка с помощью метода виртуальных потенциалов

Один из основных экспериментов по стыковке макета КА с объектом космического мусора использует управление на основе метода виртуальных потенциалов. На макете активного космического аппарата реализуется управление, согласно которому траектория движения активного макета приходит в положение равновесия по радиальной составляющей и расстояние между макетами близко к постоянному, а система магнитной стыковки ориентирована в направлении на центр макета объекта космического мусора. Согласно методу управления на основе виртуальных потенциалов, описанному в публикации диссертанта [71] закон управления движением центра масс имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} u_x &= \left(\frac{-C_{\text{пр}}}{l_{\text{пр}}} e^{-\frac{\rho_0}{l_{\text{пр}}}} + \frac{C_{\text{от}}}{l_{\text{от}}} e^{-\frac{\rho_0}{l_{\text{от}}}} \right) \frac{x}{\rho_0} - f_r \dot{\rho}_r \frac{x}{|\boldsymbol{\rho}_0|}, \\ u_y &= \left(\frac{-C_{\text{пр}}}{l_{\text{пр}}} e^{-\frac{\rho_0}{l_{\text{пр}}}} + \frac{C_{\text{от}}}{l_{\text{от}}} e^{-\frac{\rho_0}{l_{\text{от}}}} \right) \frac{y}{\rho_0} - f_r \dot{\rho}_r \frac{y}{|\boldsymbol{\rho}_0|}, \end{aligned} \tag{3.4}$$

где $C_{\text{пр}}, l_{\text{пр}}$ – положительные параметры притягивающего виртуального потенциала, $C_{\text{от}}, l_{\text{от}}$ – положительные параметры отталкивающего виртуального потенциала, ρ_0 – расстояние между центрами масс макетов f_r – виртуальная сила трения, $\dot{\rho}_r$ – радиальная скорость относительного движения макетов. Закон управления угловым движением имеет следующий вид:

$$u_\varphi = -k_\alpha \alpha - k_\omega \dot{\alpha}, \tag{3.5}$$

где k_α, k_ω – положительные параметры управления, α – угол между направлением на центр масс макета космического мусора и направлением на положение системы стыковки (рис. 3.30).

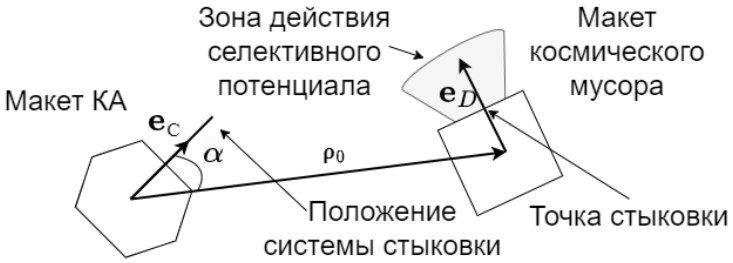

Рисунок 3.30 – Схематичное изображение макета КА и макета космического мусора в эксперименте по стыковке с помощью метода виртуальных потенциалов

Когда объект космического мусора поворачивается плоскостью стыковки к системе магнитной стыковки, макет космического аппарата попадает в область действия селективного потенциала, в котором параметры выбраны таким образом, чтобы произошло сближение и стыковка с макетом космического мусора. Для успешной стыковки должны выполняться следующие условия: единичный вектор $\mathbf{e}_C$ в системе координат макета КА, направленный из центра масс на систему стыковки, должен быть коллинеарен и противоположно направлен единичному вектору $\mathbf{e}_D$ в системе координат макета космического мусора, направленный из центра масс на точку стыковки. Кроме того, должно выполняться условие на положение центра масс макета космического аппарата относительно центра масс макета космического мусора:

$$\left|\Delta\boldsymbol{\rho}\right| < \varepsilon_\rho,\ \left|\Delta\dot{\boldsymbol{\rho}}\right| < \varepsilon_v,\ \left|\mathbf{e}\right| < \varepsilon_e,\ \left|\dot{\mathbf{e}}\right| < \varepsilon_{\dot{e}}, \tag{3.6}$$

где $\Delta\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho}_d$, $\boldsymbol{\rho}_0$ - вектор из центра масс макета космического мусора в центр масс макета космического аппарата, $\boldsymbol{\rho}_d$ - требуемый для успешной стыковки вектор из центра масс макета космического мусора в центр масс макета космического аппарата, $\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{e}_C + \mathbf{e}_D, \mathbf{S}$ – матрица перехода из системы коорди-

нат макета КА в систему координат макета космического мусора, $\varepsilon_\rho, \varepsilon_v, \varepsilon_e, \varepsilon_{\dot{e}}$ - параметры, определяющие успешность стыковки макетов.

Блок-схема эксперимента по стыковке с объектом космического мусора с помощью алгоритма на основе метода виртуальных потенциалов представлена на рис 3.31. Основной цикл алгоритма состоит из трех этапов – приведение макета КА в положение равновесия по радиальному направлению относительно макета космического мусора, сближение в области селективного потенциала и стыковка.

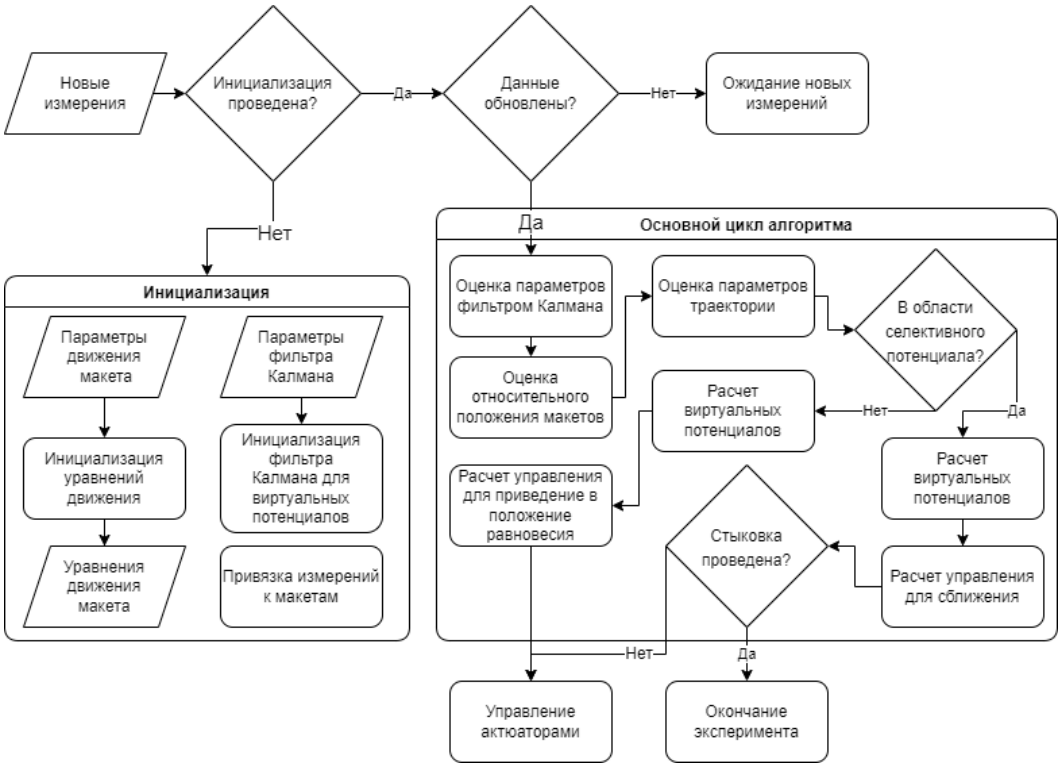

Рисунок 3.31 – Блок-схема эксперимента по стыковке с объектом космического мусора с помощью алгоритма на основе метода виртуальных потенциалов

Приведем пример работы алгоритма стыковки на основе метода виртуальных потенциалов во время эксперимента на аэродинамическом столе. В Таблице 3.4 представлены параметры виртуальных потенциалов (3.4) и алгоритма (3.5), а также допустимые для стыковки ошибки по относительному положению центра масс макета космического аппарата.

Таблица 3.4 – Параметры управления в эксперименте с управлением на основе метода виртуальных потенциалов

Параметр управления в эксперименте с управлением на основе метода виртуальных потенциалов	Значения
Параметры виртуальных потенциалов	$l_{\text{пр}} = 5,\ l_{\text{от}} = 2.755,$ $C_{\text{пр}} = 4.5,\ C_{\text{от}} = 5,$ $f_r = 0.5$
Параметры виртуальных потенциалов в секторе стыковки	$l_{\text{пр}} = 5,\ l_{\text{от}} = 2.755,$ $C_{\text{пр}} = 12,\ C_{\text{от}} = 1,$ $f_r = 0$
Раствор конуса области действия селективного потенциала	20 град
Параметры управления угловым движением	$k_\alpha = 2.2,\ k_\omega = 0.04$
Условия стыковки	
Допустимая ошибка по положению	0.05 м
Допустимая ошибка по углу	10 град

Во время эксперимента по стыковке макет космического мусора движется по заданной круговой траектории относительно фиксированной точки, при этом вращается с постоянной угловой скоростью. Траектория макета космического мусора определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + A\cos\left(\omega t + \psi_0\right), \\ y &= y_0 + A\sin\left(\omega t + \psi_0\right), \\ \varphi &= \varphi_0 + \Omega t, \end{aligned} \tag{3.7}$$

где (x_0, y_0) – координаты центра круговой траектории, A – радиус круговой траектории, ω – угловая скорость движения по круговой траектории, ψ_0 – фазовый угол, Ω – угловая скорость вращения макета КА относительно верти-

кальной оси, φ_0 – фазовый угол. Во время эксперимента были заданы следующие параметры:

$$(x_0, y_0) = (0.8, 0)\,\text{м},\ A = 0.05\,\text{м},\ \varphi_0 = \psi_0 = 0,\ \omega = \Omega = 6\ \text{град/с}.$$

Начальные условия движения макета КА задаются случайным образом, относительное начальное расстояние между макетами около 1 м.

Видео эксперимента по стыковке с помощью управления на основе метода виртуальных потенциалов доступно по ссылке [72]. На рис. 3.32 представлены траектории центров масс макета КА и макета космического мусора в системе координат, связанной с аэродинамическим столом. Показаны начальные положения макета КА и макета космического мусора, положение равновесия по радиальному направлению и точка стыковки. Зависимость относительного расстояния между центрами масс макета КА и макета космического мусора от времени показана на рисунке 3.33. Положение равновесия по радиальному направлению в представленном эксперименте составляет 81 см. Приблизительно через 53 секунды после начала эксперимента макет КА входит в область селективного потенциала, где выполняются условия для начала стыковки, параметры виртуальных потенциалов заменяются на такие, которые обеспечивают сближение макета КА с точкой стыковки на макете космического мусора. Управление угловым движением макета КА обеспечивает отслеживание единичного вектора системы стыковки $\mathbf{e}_C$ и радиус-вектора из центра масс макета КА в центр масс макета космического мусора $-\mathbf{e}_D$. Угол между ними представлен на рисунке 3.34. Этот угол находится в рамках допустимых значений в ходе всего эксперимента благодаря реализованному управлению.

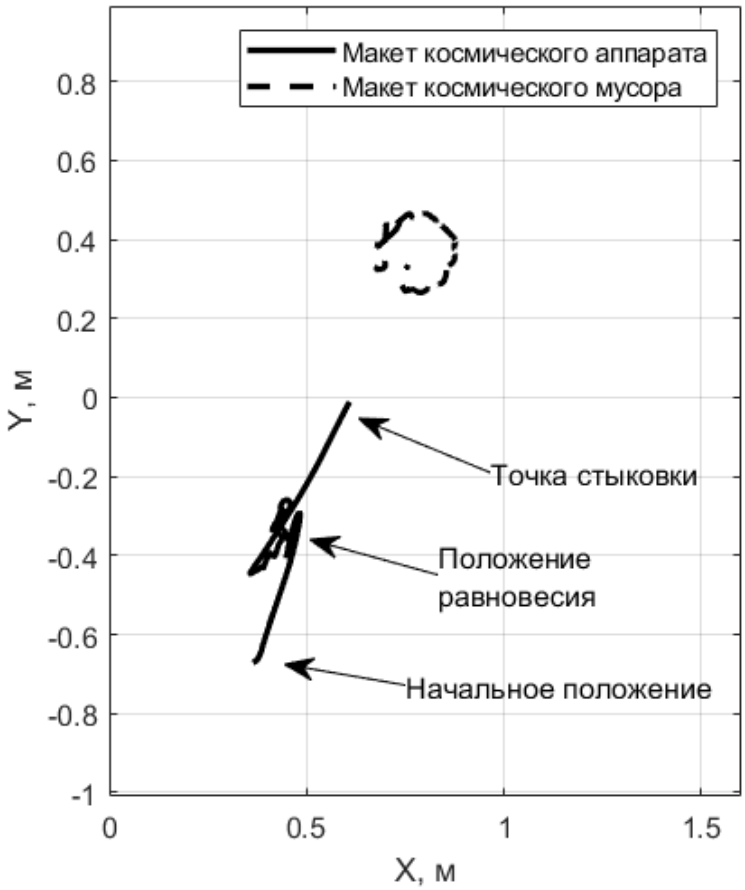

Рисунок 3.32 – Траектории центров масс макета КА и макета космического мусора в системе координат, связанной с аэродинамическим столом в эксперименте по стыковке с помощью управления на основе виртуальных потенциалов

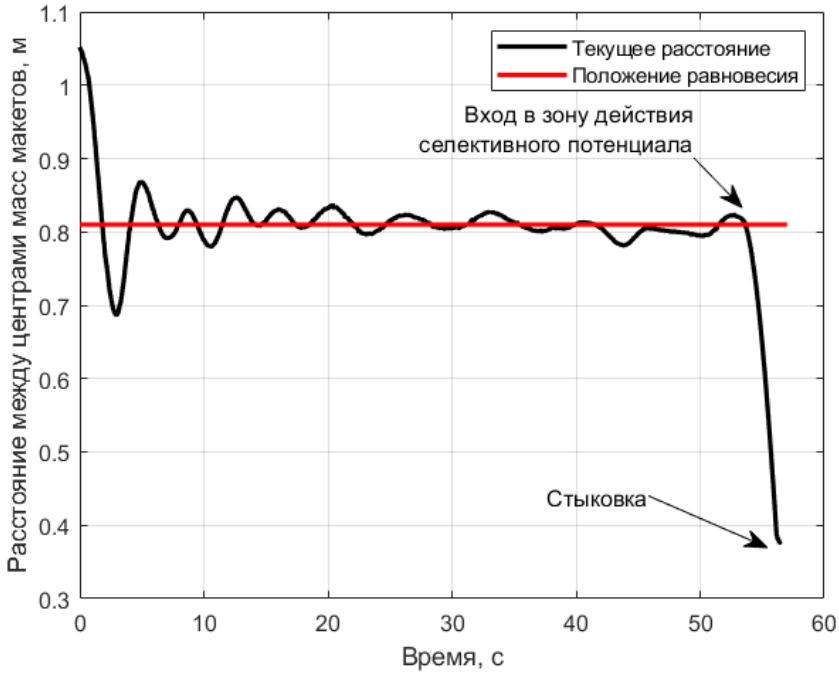

Рисунок 3.33 – Относительное расстояние между центрами масс макетов

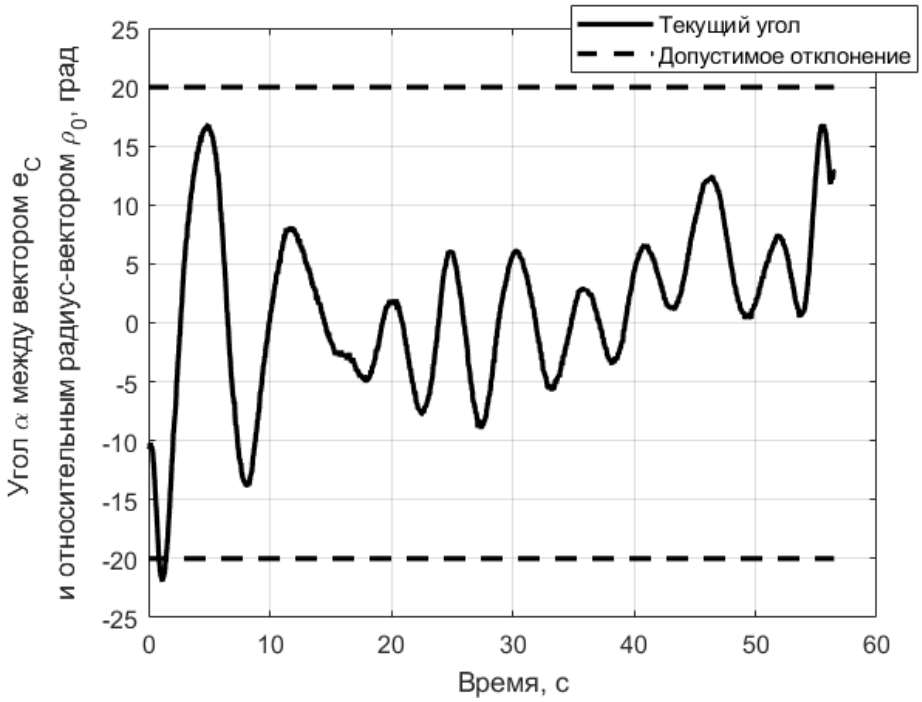

Рисунок 3.34 – Угол между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и относительным радиус вектором макета КА $\boldsymbol{\rho}_0$

Компоненты поступательного управления (3.4) представлены на рисунке 3.35. В окрестности положения равновесия значения компонент управляющего ускорения малы, так как они компенсируют возмущающие силы, действующие на центр масс макета. В момент вхождения в область действия селективного потенциала значения компонент ускорения увеличиваются, чтобы обеспечить сближение системы стыковки КА с точкой стыковки на макете космического мусора. На рисунке 3.36 представлено угловое ускорение согласно (3.5), нацеленное на отслеживание системой стыковки макета КА направления на центр масс макета космического мусора. Отметим, что величина углового управляющего ускорения практически повторяет изменение угла отклонения на рисунке 3.34. Это происходит благодаря тому, что управление нацелено на приведение угла и угловой скорости к нулю, в то время как возмущающий момент приводит к некоторым колебаниям в окрестности нуля. Рассчитанное поступательное и угловое управление преобразуется в тягу двигателей, показанную на рис.

3.37. Отметим, что благодаря реализации алгоритма управления вентиляторами [73] в каждый момент времени работают только 3 из 4-х вентиляторов.

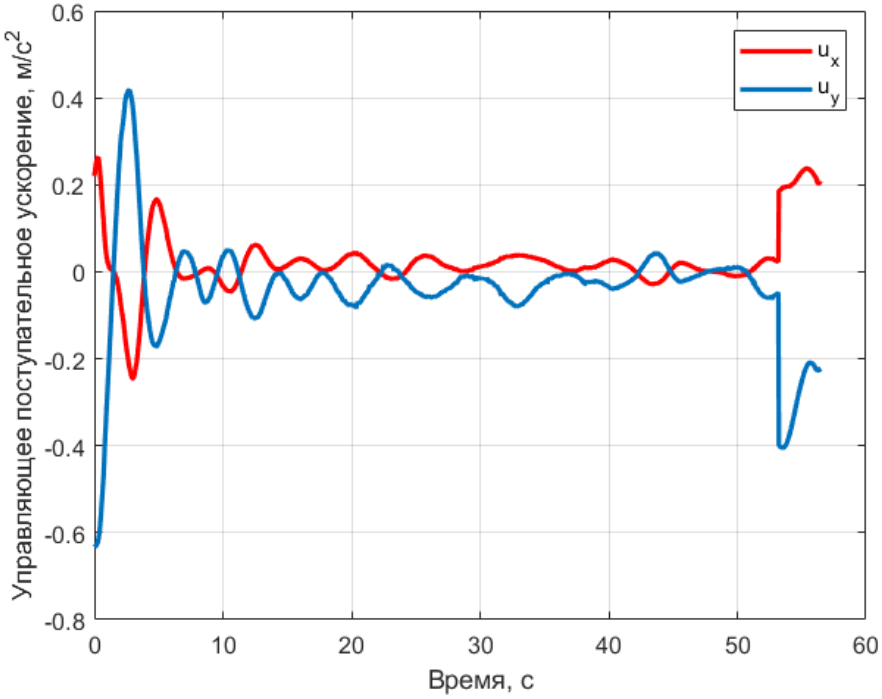

Рисунок 3.35 – Компоненты управления, полученные при помощи управления на основе метода виртуальных потенциалов

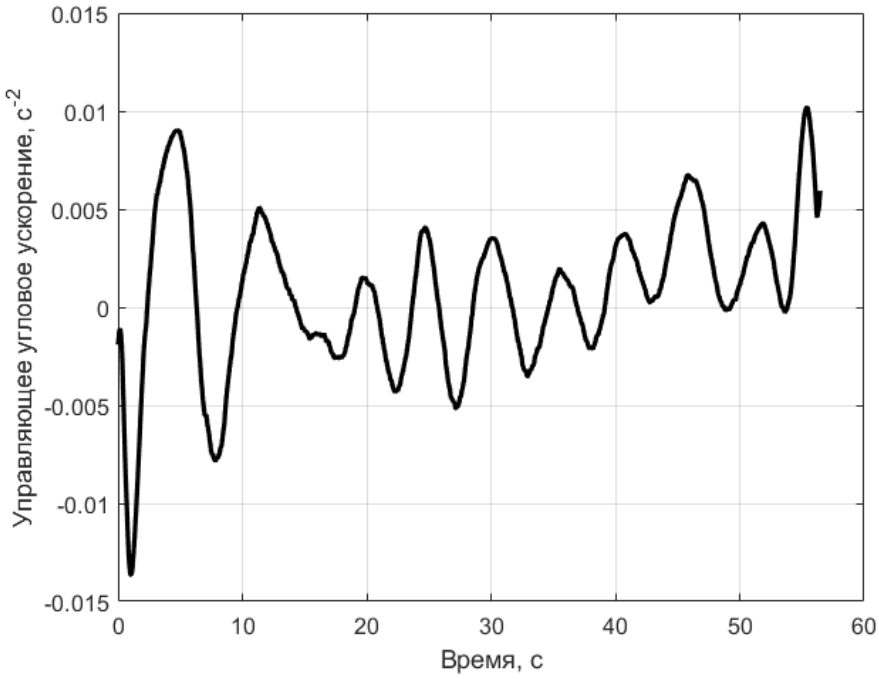

Рисунок 3.36 – Угловое управляющее ускорение

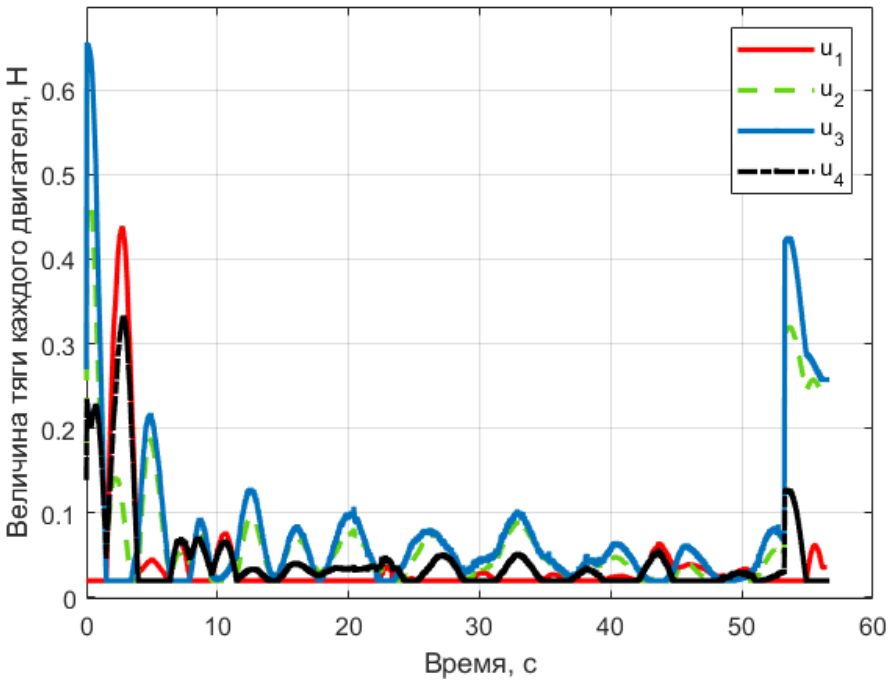

Рисунок 3.37 – Значения тяги имитаторов двигателей

На рисунке 3.38 представлен угол отклонения между двумя единичными векторами, направленными на систему стыковки $\mathbf{e}_C$ и противонаправленным вектором к точке стыковки макета космического мусора $-\mathbf{e}_D$. Значения этого угла соответствуют условию стыковки для относительного вектора $\mathbf{e} = D\mathbf{e}_C + \mathbf{e}_D$ из (3.6). Можно увидеть, что в результате вращения макета космического мусора значения этого угла пересекают границу допустимого для стыковки отклонения. Область стыковки также определяется углом между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и радиус вектором макета КА в системе координат, связанной с макетом космического мусора, представленным на рисунке 3.39.

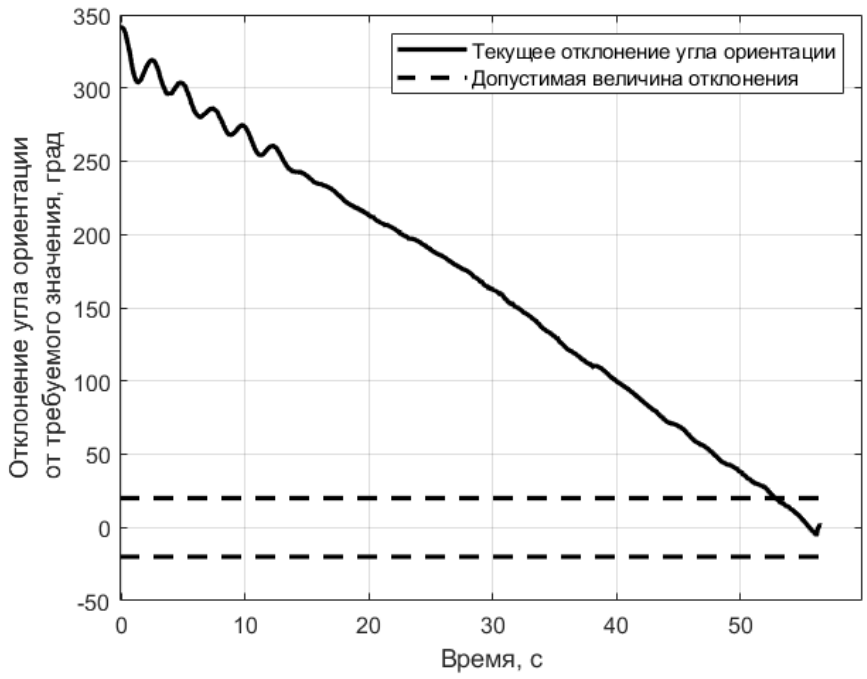

Рисунок 3.38 – Угол между единичными векторами $\mathbf{e}_C$ и $-\mathbf{e}_D$

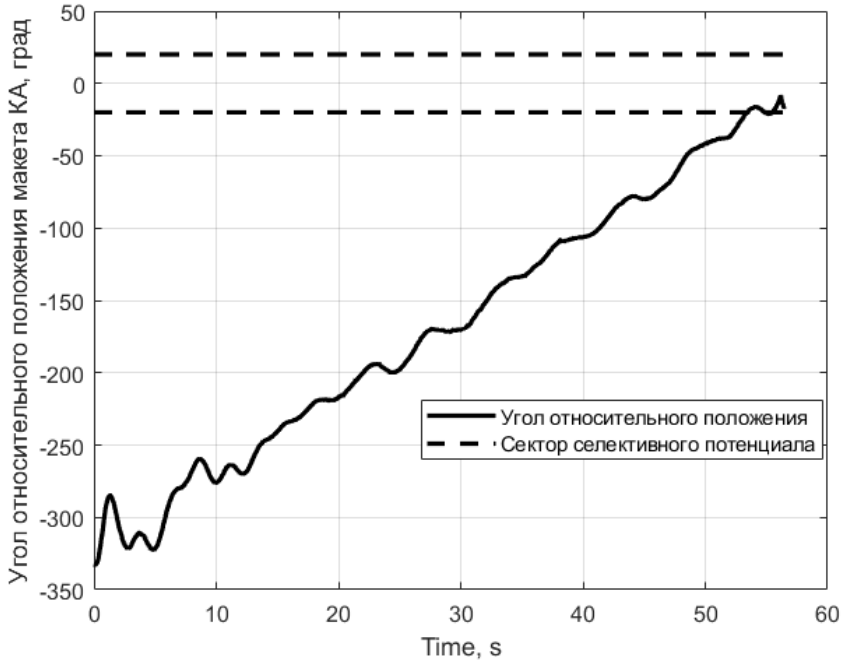

Рисунок 3.39 – Угол между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и радиус вектором макета КА в системе координат, связанной с макетом космического мусора

В рассмотренном примере алгоритм управления на основе метода виртуальных потенциалов успешно прошел через все этапы и макет КА совершил

стыковку с макетом космического мусора. Таким образом, согласно разработанной методике интерпретации результатов эксперимента (раздел 3.1) при заданных параметрах системы алгоритм управления можно считать работоспособным. Однако, при других параметрах системы алгоритм не всегда успешно проходит через все этапы, что согласно методике интерпретации результатов эксперимента может являться результатом либо проблемы реализации, либо неработоспособности алгоритма. Так как все проблемы реализации были решены в процессе отладки, то непрохождение этапов алгоритма является свидетельством именно неработоспособности алгоритма. В разделе 3.7 был проведен ряд экспериментов для определения границ работоспособности алгоритма при различных угловых скоростях макета космического мусора.

3.6. Стыковка с помощью управления на основе решения матричного уравнения Риккати

Один из основных экспериментов по стыковке с объектом космического мусора использует управление на основе метода State Dependent Riccati Equation (SDRE). Этот метод применим для нелинейной системы, приводимой к следующему виду:

$$\dot{\mathbf{x}} = A(\mathbf{x})\mathbf{x} + B(\mathbf{x})\mathbf{u},$$

где $\mathbf{x}$ – вектор состояния системы, A – матрица динамики B – матрица управления, $\mathbf{u}$ – вектор управления. В результате минимизации функционала:

$$\tilde{J} = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left[\mathbf{x}(t)^T \tilde{Q}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \tilde{R}\,\mathbf{u}(t)\right] dt,$$

где $\tilde{Q}, \tilde{R}$ – положительно определенные весовые матрицы, управление имеет следующий вид:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -R^{-1}\left(B^T(\mathbf{x})P(\mathbf{x})\right)\mathbf{x},$$

где P – решение матричного уравнения Риккати.

Для решения задачи стыковки рассматривался вектор состояния

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} & \dot{\mathbf{e}} & \Delta\boldsymbol{\rho} & \Delta\dot{\boldsymbol{\rho}} \end{bmatrix}^T,$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{e}_C + \mathbf{e}_D$, $\mathbf{S}$ – матрица перехода из системы координат макета КА в систему координат макета космического мусора, $\mathbf{e}_C$ – единичный вектор в системе координат макета КА, направленный из центра масс на систему стыковки, $\mathbf{e}_D$ – единичный вектор в системе координат макета космического мусора, направленный из центра масс на точку стыковки, $\dot{\mathbf{e}}$ – производная вектора $\mathbf{e}$, $\Delta\boldsymbol{\rho}$ – разница между текущим радиус-вектором, и требуемым радиус вектором между центрами масс макетов (рис. 3.40), $\Delta\dot{\boldsymbol{\rho}}$ – производная вектора $\Delta\boldsymbol{\rho}$. Для успешной стыковки вектор состояния должен быть близок к нулю. Для рассматриваемой системы матрицы динамики и управления имеют следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & E_{2x2} \\ \left(\dot{\omega}_{отн}\hat{J}_{2\times2} - \omega_{отн}^2 E_{2\times2}\right) & 0_{2\times2} \end{bmatrix} & 0_{4\times4} \\ 0_{4\times4} & \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & E_{2\times2} \\ 0_{2\times2} & 0_{2\times2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0_{2\times1} & 0_{2\times2} \\ -\hat{J}_{2x2}\mathbf{e}_C I^{-1} & 0_{2\times2} \\ 0_{2\times1} & 0_{2\times2} \\ 0_{2\times1} & E_{2\times2}/m \end{bmatrix},$$

где $\hat{J}_{2\times2}$ – симплектическая матрица, $\omega_{отн}$ – угловая скорость макета КА относительно макета космического мусора, $\dot{\omega}_{отн}$ – относительное угловое ускорение, I – момент инерции макета относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс, m – масса макета КА. Весовая матрица $\tilde{Q}$ принята за единичную, весовая матрица $\tilde{R}$ выбрана исходя из ограничений на величину тяги:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 10^4 \cdot E_{2x2} & 0_{2x1} \\ 0_{1x2} & 0.1 \end{bmatrix}.$$

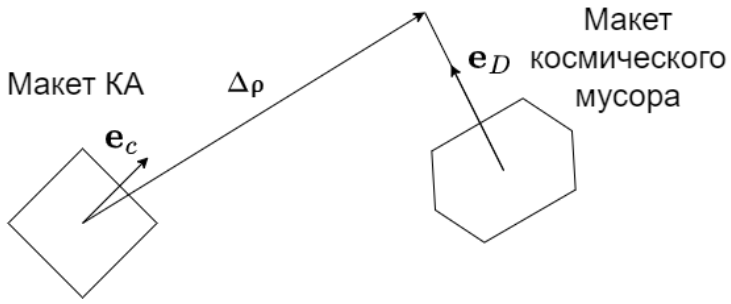

Рисунок 3.40 – Схема компонент вектора состояния в эксперименте по управлению на основе SDRE

Блок-схема эксперимента по стыковке с объектом космического мусора с помощью алгоритма на основе SDRE представлена на рис 3.41. Логика работы алгоритма разделена на следующие этапы: движение макета КА в заданное относительное положение относительно точки стыковки, сближение макета КА с макетом космического мусора и стабилизация текущего положения связки двух макетов после стыковки. Кроме того, в алгоритме заложен этап уклонения от столкновения в случае, если положение центра масс макета КА относительно макета космического мусора и относительная ориентация не находятся в области допустимых значений при сближении. В этом случае к центру масс макета прикладывается вектор управляющего ускорения, направленный вдоль относительного радиус-вектора между центрами масс макетов космического мусора и аппарата, что приводит к увеличению относительного расстояния.

Рисунок 3.41 – Блок-схема эксперимента по стыковке с помощью управления на основе SDRE

Во время эксперимента допустимые ошибки при стыковке заданы такие же, как и для эксперимента с алгоритмом управления с помощью метода виртуальных потенциалов (см. Табл. 3.4). Макет космического мусора двигается также как и в эксперименте с алгоритмом на основе метода виртуальных потенциалов согласно траектории (3.7). Минимальное расстояние, при котором начинает работать управления для уклонения от столкновения задано значением 0.5 м.

Видеозапись примера эксперимента доступна по ссылке в [74]. На рис. 3.42 изображены примеры траекторий макетов во время эксперимента по стыковке с использованием алгоритма на основе SDRE. На рис. 3.43 приведен пример с результатами эксперимента, на котором показано изменение расстояния между макетами от времени и обозначены этапы алгоритма. Амплитуда колебаний относительно требуемого расстояния во время сближения составляет около 5 см, что является достаточной точностью для стыковки макетов. На рис. 3.44 изображен график отклонения угла ориентации макета от требуемого зна-

чения, при котором единичные векторы $\mathbf{e}_C$ и $\mathbf{e}_D$ являются противоположно направленными. Видно, что во время сближения угол практически все время находится в области допустимых значений. Колебания этого угла после стыковки затухают в результате работы алгоритма по стабилизации макета КА в текущем положении. На рис. 3. 45 изображен график изменения угла относительного положения макета КА - угол между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и радиус вектором макета КА в системе координат, связанной с макетом космического мусора. Из этого графика можно заключить, что центр масс макета КА почти все время во время сближения находился в секторе стыковки.

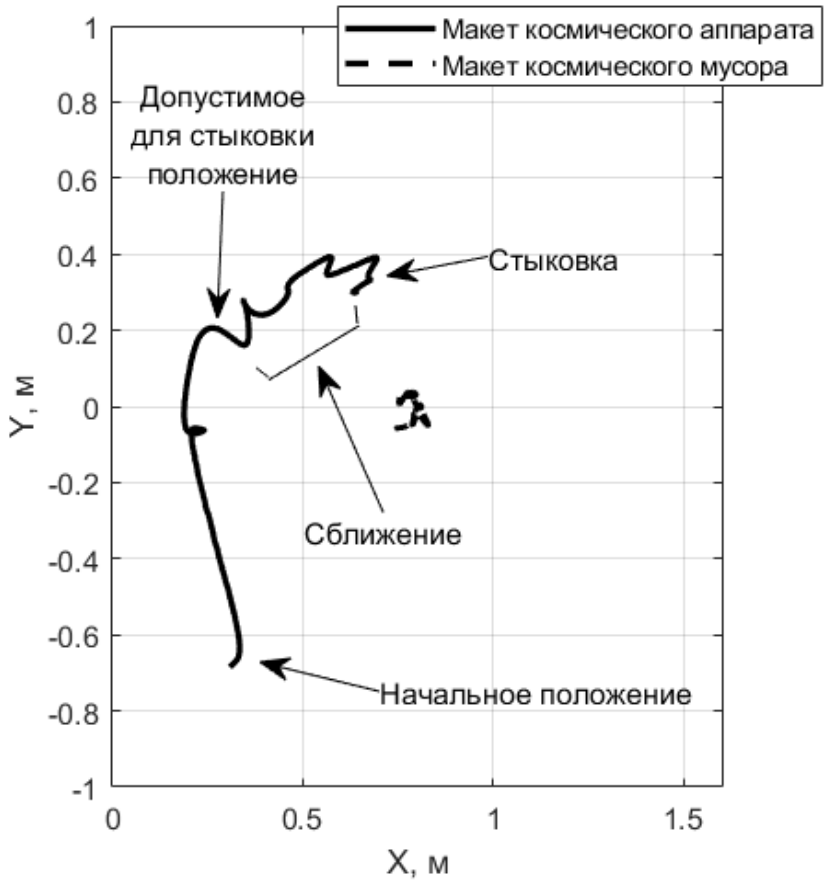

Рисунок 3.42 – Траектории центров масс макета КА и макета космического мусора в системе координат, связанной с аэродинамическим столом в эксперименте по стыковке с помощью управления на основе SDRE

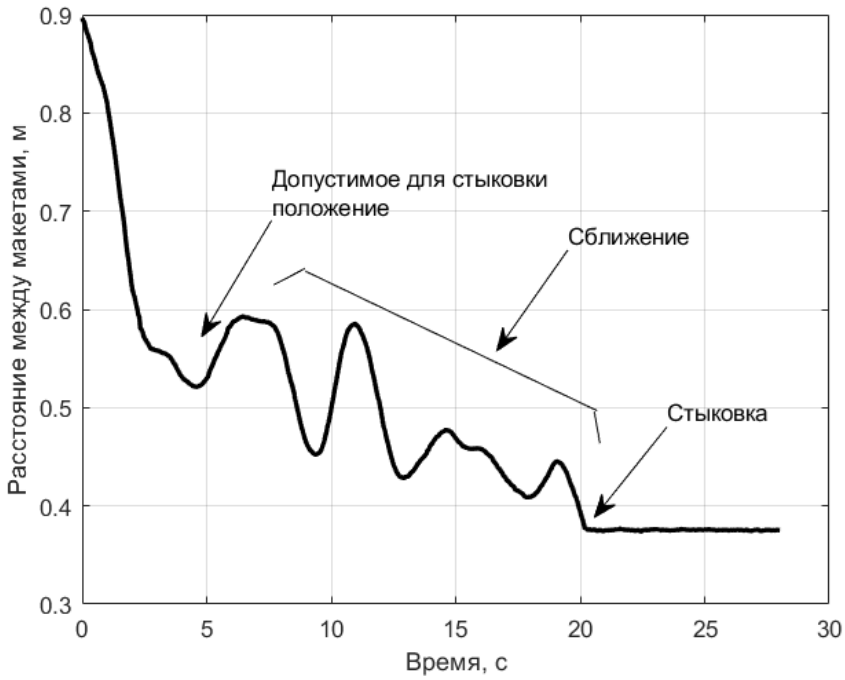

Рисунок 3.43 – Расстояние между центрами макетов от времени в эксперименте по стыковке с помощью метода на основе SDRE

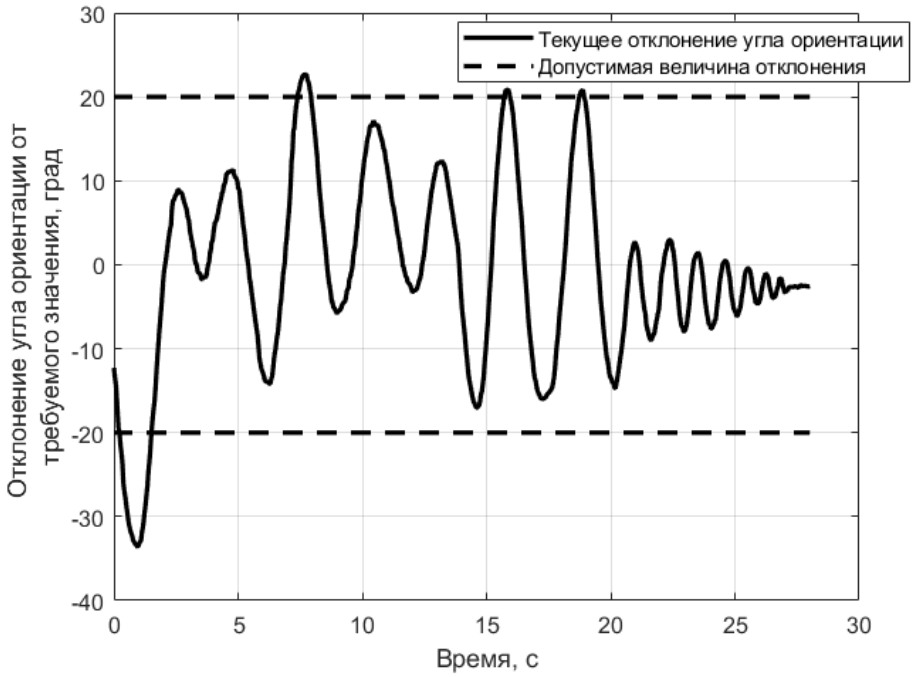

Рисунок 3.44 – Угол между единичными векторами $\mathbf{e}_C$ и $-\mathbf{e}_D$ в эксперименте по стыковке управлением на основе метода SDRE

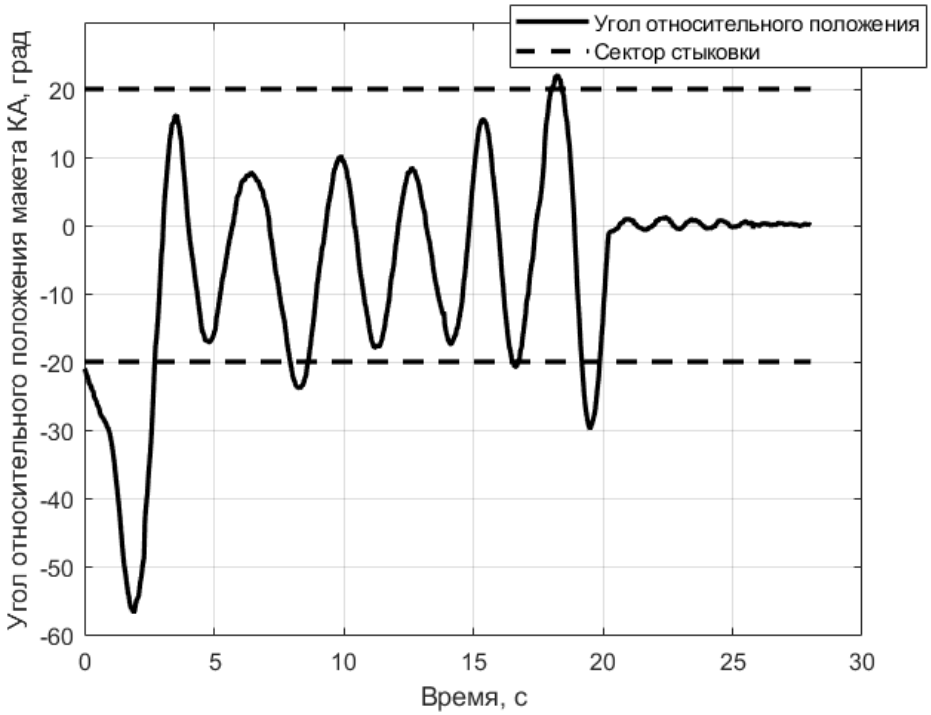

Рисунок 3.45 – Угол между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и радиус вектором макета КА в системе координат, связанной с макетом космического мусора в эксперименте по стыковке управлением на основе метода SDRE

На рис. 3. 46 изображены расчетные значения поступательного управляющего ускорения, которые в начальный момент превышают величину, которую могут реализовать вентиляторные двигатели. Поэтому на рис. 3. 48 в начальные секунды эксперимента тяга двух двигателей находится на предельном значении. На рис. 3.47 изображены значения управляющего углового ускорения. После момента стыковки значения управляющих ускорений не равны нулю, так как для удержания заданной точки связки из двух макетов требуется компенсация возмущающих ускорений, действующих на них.

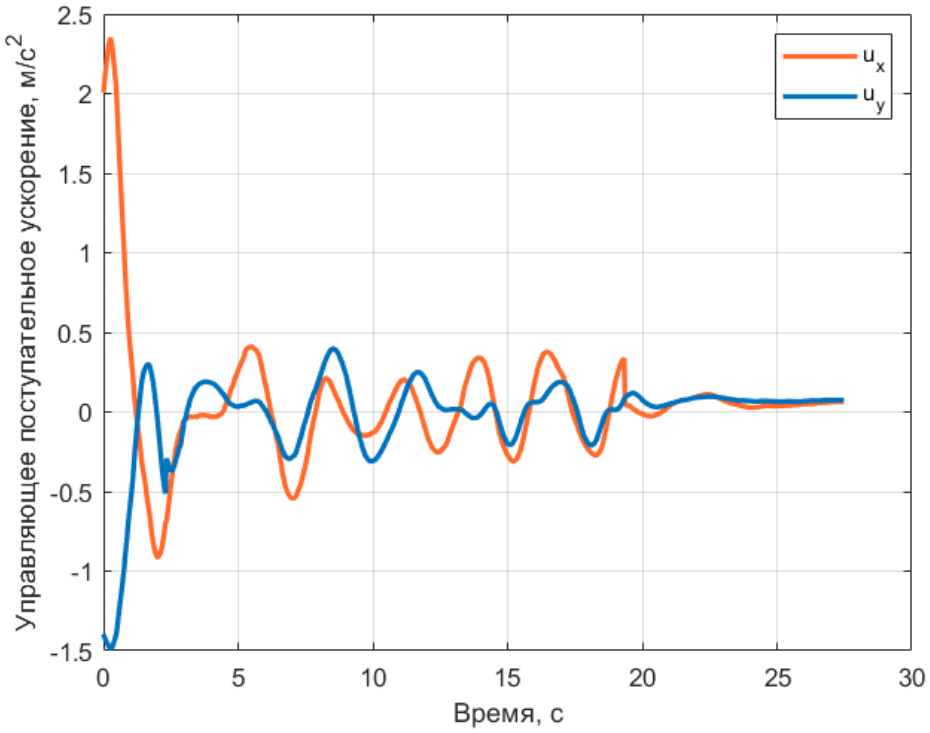

Рисунок 3.46 – Компоненты управления, полученные при помощи управления на основе SDRE

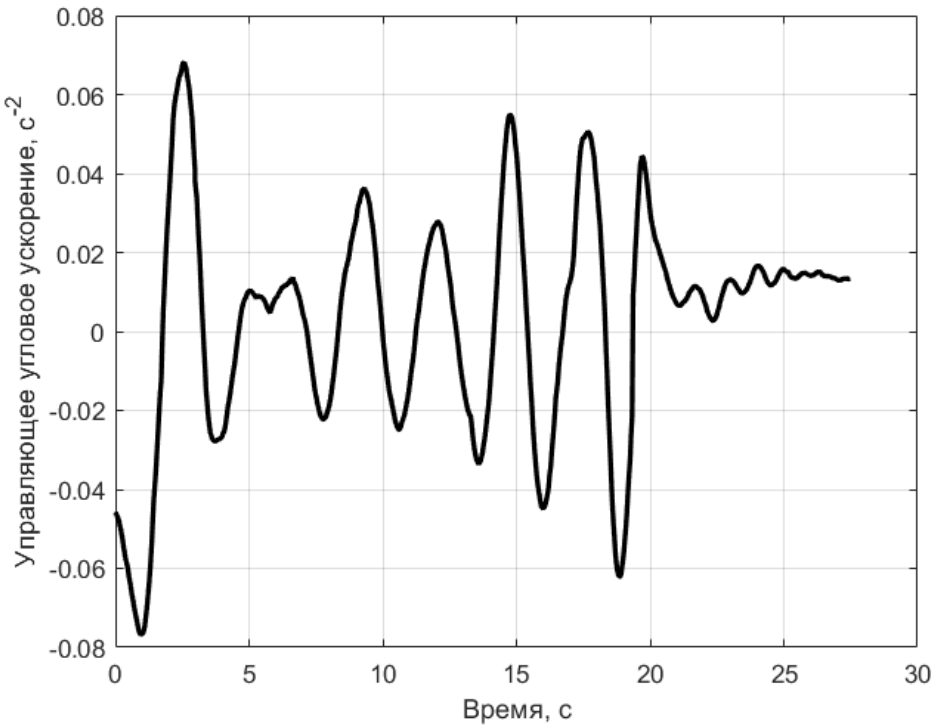

Рисунок 3.47 – Угловое управляющее ускорение

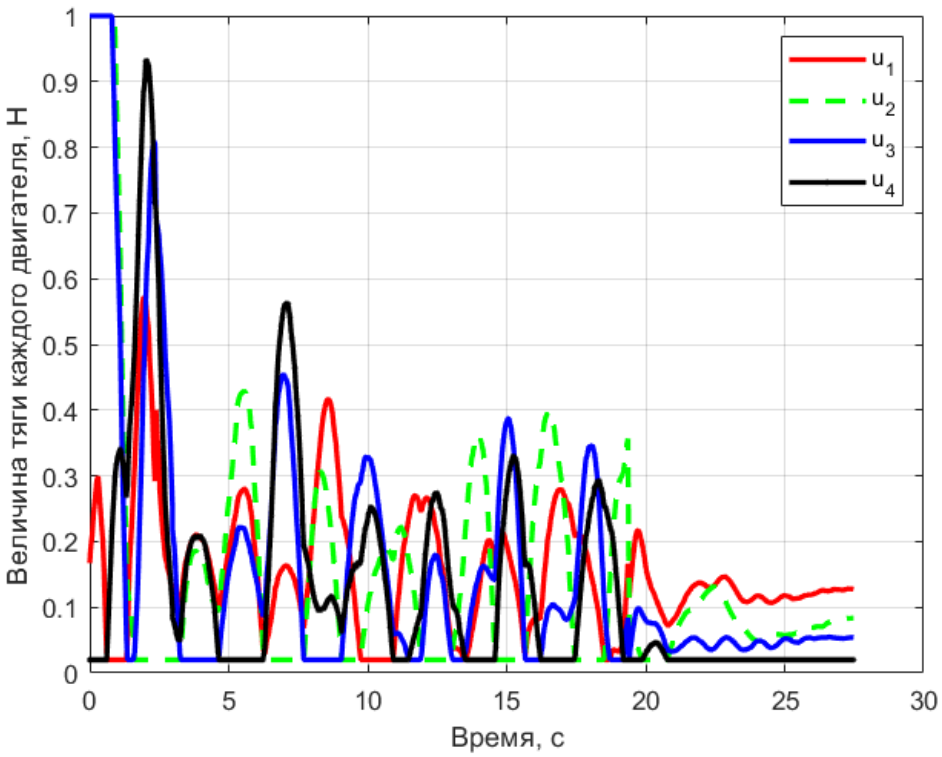

Рисунок 3.48 – Значения тяги имитаторов двигателей

В представленном примере стыковки с использованием метода SDRE алгоритм успешно прошел через все этапы, макета КА успешно пристыковался к макету космического мусора, связка двух макетов после стыковки стабилизировалась в заданном положении на столе. Согласно предложенной методике интерпретации результатов экспериментов, алгоритм можно считать работоспособным для заданных параметров системы. В следующем разделе проводится исследование границ работоспособности этого алгоритма и алгоритма на основе метода виртуальных потенциалов.

3.7. Исследование границ работоспособности алгоритмов управления в задаче стыковки

Результативность предложенных алгоритмов на основе метода виртуальных потенциалов и на основе метода SDRE зависит от набора параметров, в основном от угловой скорости вращения макета космического мусора. Был проведен ряд экспериментов с близкими начальными условиями для макета КА, но

с разными угловыми скоростями макета космического мусора. Результаты эксперимента были проанализированы согласно предложенной методике интерпретации результатов экспериментов, а также был рассчитана требуемая для совершения стыковки характеристическая скорость как интеграл от компонент управляющего ускорения. Также была произведена оценка времени между началом эксперимента и моментом стыковки. Результаты экспериментов представлены в таблице 3.5. По результатам эксперимента можно сделать заключение, что при угловой скорости макета космического мусора ниже чем 12 град/сек оба алгоритма приводят к успешной стыковке, а при угловых скоростях в 18 град/сек и более оба алгоритма не справились с задачей стыковки, но по разным причинам.

Таблица 3.5 – Сравнительные результаты работоспособности алгоритмов

Угловая скорость макета космического мусора	Виртуальные потенциалы		SDRE	
	ΔV , м/с	Время стыковки, с	**ΔV** , м/с	Время стыковки, с
3	6, 92	115	9, 07	20
6	6, 22	57	10, 35	20
12	6, 74	28	8, 77	23
18	17, 31 (неуд)	62 (неуд)	17,69 (неуд)	14 (неуд)

В случае успешной стыковки при равной угловой скорости вращения макета космического мусора управление на основе метода виртуальных потенциалов требует меньших затрат характеристической скорости. Тем не менее, время стыковки больше при управлении на основе метода виртуальных потенциалов по сравнению с управлением на основе SDRE, потому что при управлении на основе виртуальных потенциалов макет КА ожидает в положении равновесия момента входа в зону селективного потенциала для стыковки, а управление на основе SDRE активно приводит макет в положение, требуемое для проведе-

ния сближения и стыковки. Для разных угловых скоростей макета космического мусора в случае управления на основе метода виртуальных потенциалов затраты характеристической скорости схожи из-за малых затрат управляющего ресурса во время ожидания в положении равновесия, а для управления на основе SDRE различны из-за различного времени активного управления для приведения макета КА в положение, требуемое для стыковки.

Рассмотрим результаты экспериментов с высокой угловой скоростью вращения макета космического мусора, в которых не удалось достичь стыковки с помощью алгоритмов на основе метода виртуальных потенциалов и на основе SDRE. На рисунке 3.49 представлено относительное расстояние между центрами масс макетов в эксперименте с управлением на основе метода виртуальных потенциалов. Макет КА попытался произвести стыковку три раза за время эксперимента, но интервал времени, в ходе которого сектор стыковки был направлен на стыковочный узел макета КА, был слишком мал для совершения стыковки, как можно видеть из рисунка 3.50, где представлено отклонение угла ориентации макета КА от требуемого значения для совершения стыковки и границы его допустимого значения. Этот интервал составлял около 2 секунд, в это время макет КА сближался с макетом космического мусора. Однако, с вращением макета космического мусора, стыкующийся макет КА покидал область стыковки и виртуальные потенциалы переключались на достижение положения равновесия на расстоянии 0.81 м. Компоненты управляющего ускорения показаны на рисунке 3.51, где можно наблюдать пики в момент входа и выхода из области действия селективных потенциалов.

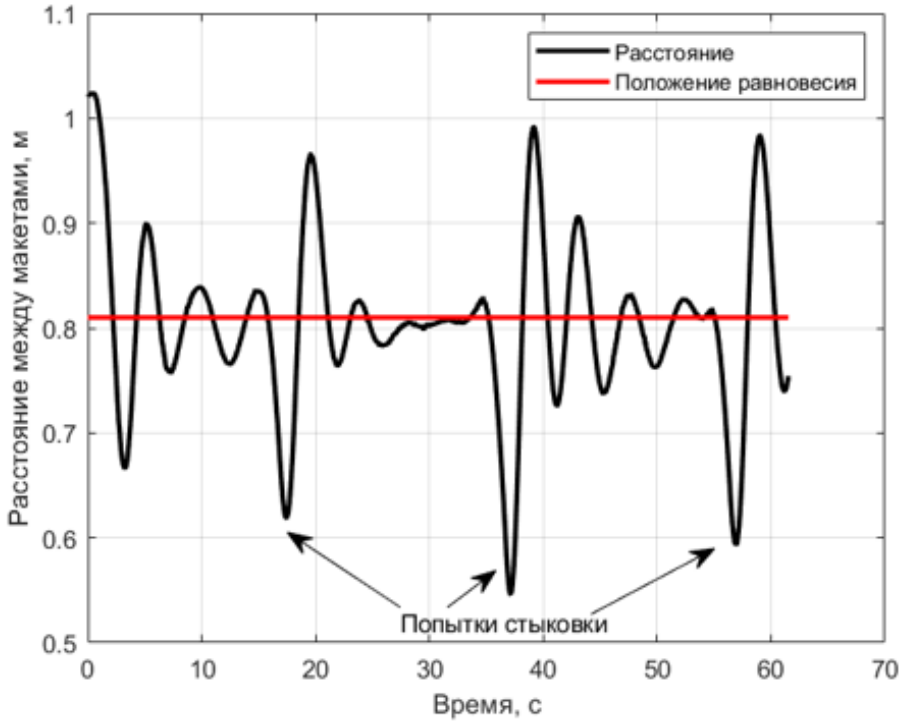

Рисунок 3.49 – Относительное расстояние между центрами масс макетов в эксперименте по стыковке управлением на основе метода виртуальных потенциалов при высокой угловой скорости макета космического мусора

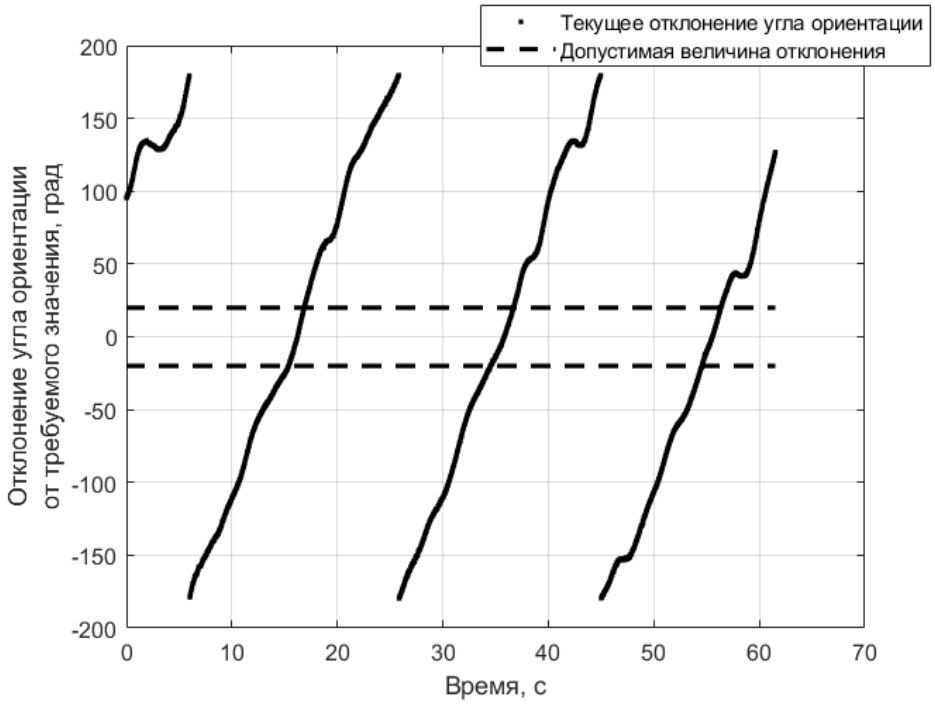

Рисунок 3.50 – Угол между единичными векторами $\mathbf{e}_C$ и $-\mathbf{e}_D$ в эксперименте по стыковке управлением на основе метода виртуальных потенциалов при высокой угловой скорости макета космического мусора

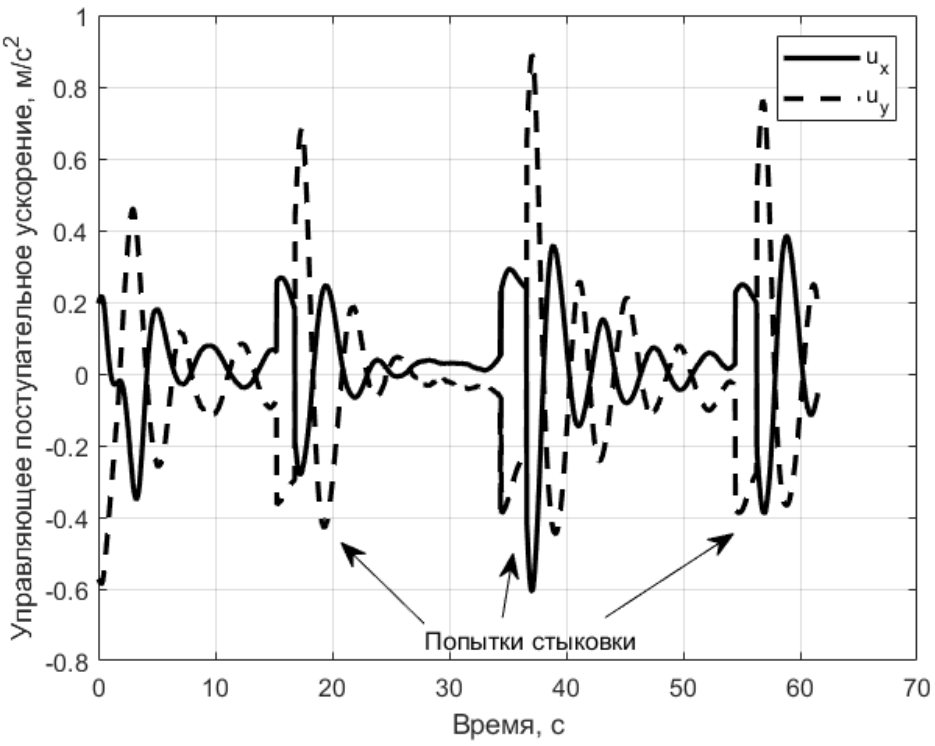

Рисунок 3.51 – Компоненты ускорения управления в эксперименте по стыковке управлением на основе метода виртуальных потенциалов при высокой угловой скорости макета космического мусора

Таким образом, так как непрохождение всех этапов алгоритма не связано с проблемами реализации, а является следствием особенности алгоритма управления на основе виртуальных потенциалов, согласно методике интерпретации результатов эксперимента при заданных параметрах системы была выявлена граница работоспособности по параметру угловой скорости макета космического мусора. Следует заметить, что при других параметрах системы, таких как, параметры вентиляторных двигателей, параметры виртуальных потенциалах, параметрах области, требуемой для стыковки, и других параметрах, граница работоспособности алгоритма может отличаться. Таким образом, может быть проведено дополнительное многопараметрическое лабораторное исследование работоспособности алгоритмов согласно предложенной методике.

На рис. 3.52-3.55 представлены результаты эксперимента по стыковке с помощью алгоритма управления на основе SDRE при высокой угловой скоро-

сти макета космического мусора. В этом эксперименте стыковка также не была достигнута. Как можно видеть на рис. 3.52, где изображено относительное расстояние, и рис. 3.53, где представлен угол относительного положения и сектор стыковки, макет КА подошел к макету космического мусора на опасное расстояние дважды, что вызвало применение управления для уклонения от столкновения. Так как за 15 секунд макет КА не смог прийти в приемлемое для стыковки положение из-за вращения макета космического мусора, эксперимент был остановлен. Однако, требуемая относительная ориентация макета КА начиная с 7-й секунды эксперимента была в области допустимых значений, как можно увидеть из рис. 3.54, но положение центра масс макета было вне требуемой области. На рис. 3.55 представлены величины управляющего ускорения, где резкие изменения соответствуют включению и выключению управления для предотвращения столкновения.

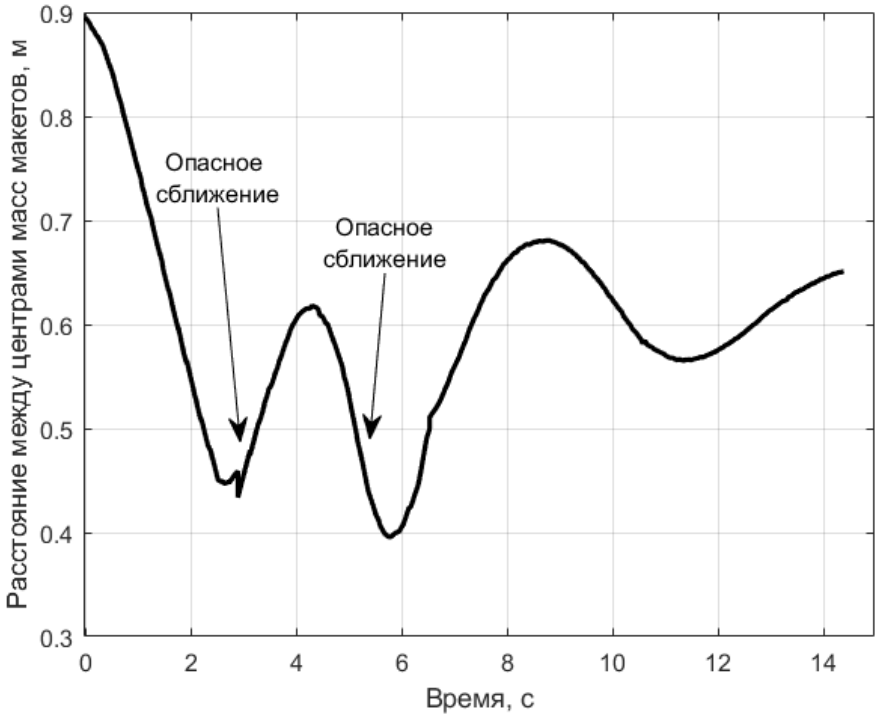

Рисунок 3.52 – Относительное расстояние между центрами масс макетов в эксперименте по стыковке управлением на основе SDRE при высокой угловой скорости макета космического мусора

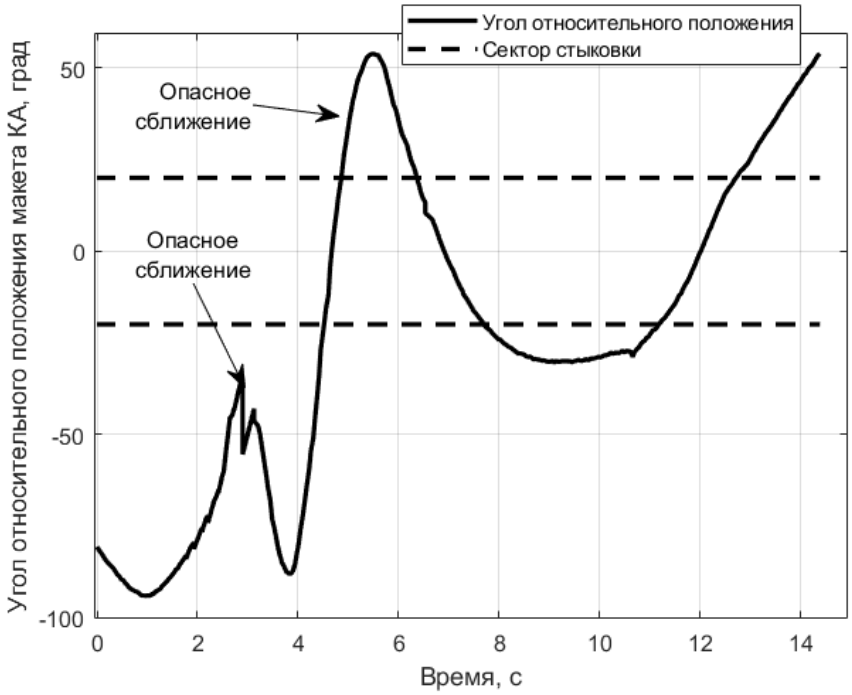

Рисунок 3.53 – Угол между единичным вектором $\mathbf{e}_D$ и радиус вектором макета КА в системе координат, связанной с макетом космического мусора в эксперименте по стыковке управлением на основе SDRE при высокой угловой скорости макета космического мусора

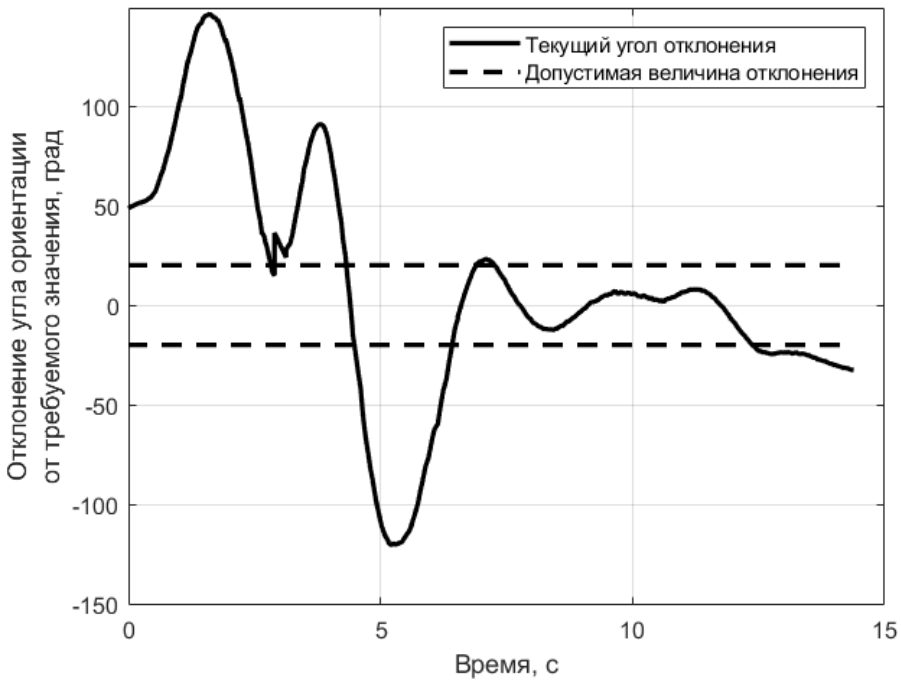

Рисунок 3.54 – угол между единичными векторами $\mathbf{e}_C$ и $-\mathbf{e}_D$ в эксперименте по стыковке управлением на основе SDRE при высокой угловой скорости макета космического мусора

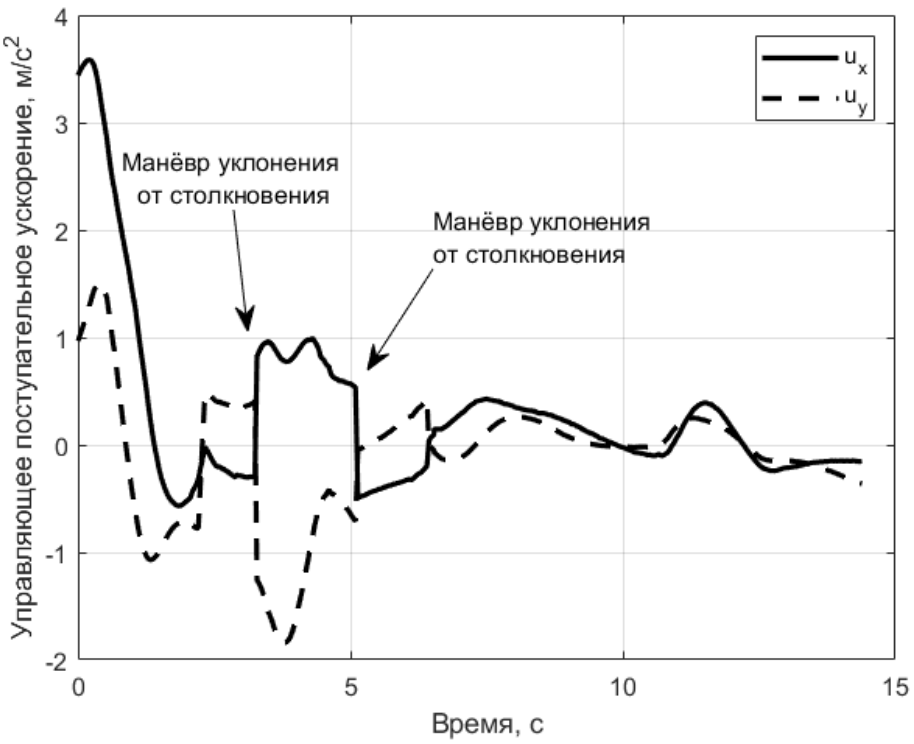

Рисунок 3.55 – Компоненты управляющего поступательного ускорения в эксперименте по стыковке управлением на основе SDRE при высокой угловой скорости макета космического мусора

Таким образом, с применением описанной в разделе 3.1 методики интерпретации эксперимента логика работы алгоритмов управления на основе метода виртуальных потенциалов и SDRE была валидирована, а лабораторные эксперименты продемонстрировали их особенности и позволили определить границы применения в области значений угловой скорости макета космического мусора. При высокой угловой скорости оба алгоритма не смогли обеспечить стыковку. При низкой угловой скорости алгоритм на основе виртуальных потенциалов может ожидать существенное время для попадания в область стыковки. Применение управления на основе SDRE требует более высоких затрат характеристической скорости и может привести к опасному сближению, что потребует совершения маневра уклонения.

3.8. Управление движением в задаче наблюдения за объектом космического мусора

Эксперимент по управлению относительным движением в задаче наблюдения за космическим мусором осуществляется с участием двух макетов. Один макет имитирует объект космического мусора, второй макет – наблюдатель, который должен двигаться на безопасном расстоянии, позволяющем совершать наблюдения с помощью оптической системы [75]. Предполагается, что в начальный момент времени макет наблюдателя движется относительно объекта космического мусора согласно уравнениям Хилла-Клохесси-Уилтшира для описания относительного орбитального движения, причем макет ориентирован в направлении макета объекта стороной, где находится макет наблюдающей камеры. В случае опасного сближения, которое определяется по превышению некоторого порога по расстоянию между траекторий макетов, производится двух-импульсный манёвр уклонения от столкновения и возвращения на безопасное расстояние. Блок-схема эксперимента по наблюдению за космическим мусором представлена на рис. 3.54. Работа алгоритма состоит из нескольких этапов. На первом этапе происходит свободное движение согласно уравнениям Хилла-Клохесси-Уилтшира (1.3) в проекции на плоскость орбиты с заданными начальными условиями. В случае опасного сближения макетов на втором этапе производится двух-импульсная корректировка траектории, в результате которой расстояние между аппаратами увеличивается. После второго импульса по достижении безопасного расстояния между макетами на третьем этапе макет КА выходит на замкнутую относительную орбиту.

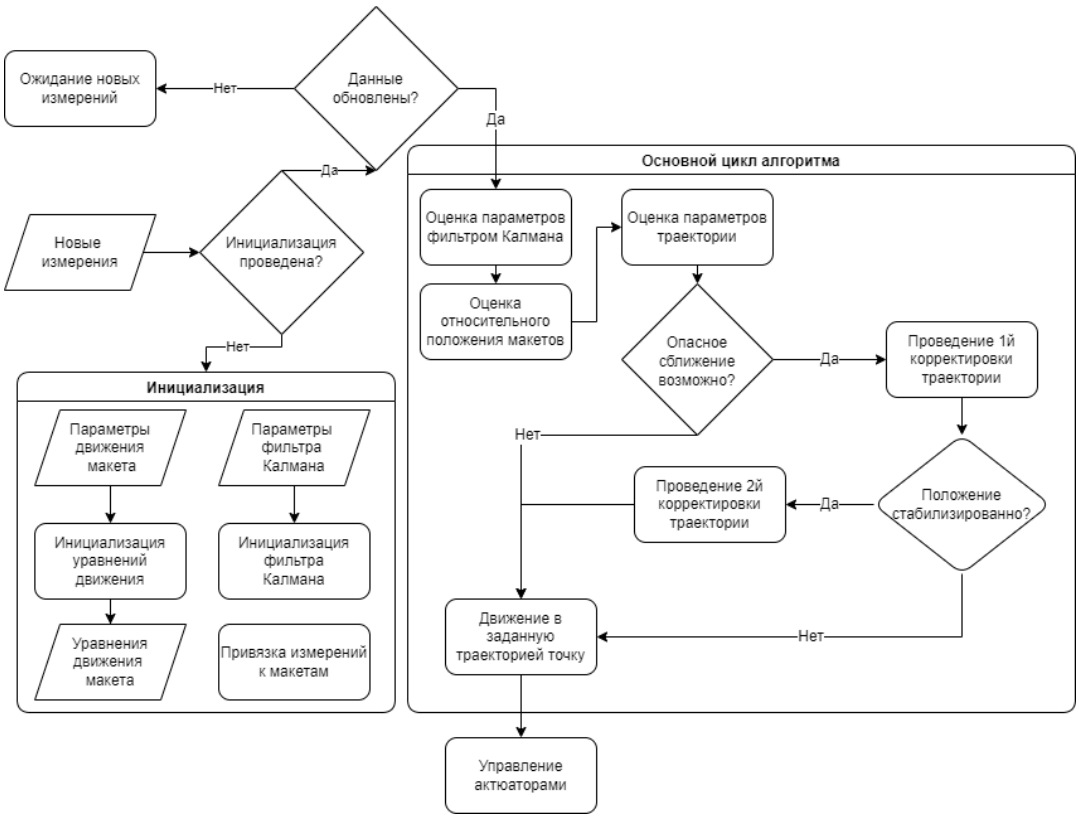

Рисунок 3.54 – Блок-схема эксперимента по управлению движения в задаче по наблюдению за объектом космического мусора

После достижения окрестности объекта космического мусора вследствие влияния возмущений и ошибок управления возникает относительный дрейф траектории за счет ненулевого значения параметра C_1, что согласно траектории (1.3) может привести к опасному сближению и столкновению КА с объектом космического мусора. Для остановки относительного дрейфа, как показано в работе [76] требуется приложить следующее управляющее ускорение в течение времени dt вдоль оси X:

$$u_x = -\omega C_1 / \mathrm{dt}\,. \tag{3.8}$$

Рассмотрим случай, когда космический аппарат изначально находится в области отрицательного значения оси X орбитальной системы координат, связанной с объектом космического мусора. Пусть задано максимальное расстояние $R_{\max}$ между КА и объектом космического мусора, при котором могут работать датчики для наблюдения за объектом космического мусора. Это расстоя-

ние не должно быть превышено при движении по эллиптической траектории, т.е. в случае отсутствия дрейфа должно выполняться неравенство $|C_4 - a| < R_{\max}$, где $a = \sqrt{C_2 + C_3}$ – это большая полуось относительной эллиптической траектории, а C_4 – мгновенный центр эллиптической относительной траектории. С другой стороны, на этапе наблюдения можно задать расстояние опасного сближения $R_{\min}$, ближе которого возможно столкновение с объектом космического мусора. Минимальное расстояние на эллиптической относительной траектории может быть вычислено как $C_4 + a$. Для предотвращения столкновения может быть применён двух-импульсный манёвр со следующими значениями управляющего ускорения:

$$u_x = \begin{cases} -2\omega C_1 / \mathrm{dt}, \text{ если } |C_4 + a| < R_{\min}, \\ -\omega C_1 / \mathrm{dt}, \quad \text{ если } |C_4 - a| > R_{safe}. \end{cases} \tag{3.9}$$

Здесь R_{safe} – некоторое заданное безопасное расстояние, меньшее чем $R_{\max}$, на котором может работать оптическая система, с помощью которой ведется наблюдение за движением космического мусора. Когда достигнуто опасное расстояние $R_{\min}$ к космическому аппарату прикладывается управление, меняющее знак параметра, определяющего дрейф, что приводит к увеличению относительного расстояния до некоторого значения R_{safe}, где прикладывается второй импульс, останавливающий относительный дрейф. Для того, чтобы предотвратить опасное сближение заранее, производится прогноз движения на один виток вперед согласно текущим параметрам траектории, и случае, если на следующем витке расстояние пересекает границу $R_{\min}$, то на текущем витке начинает проводится двух-импульсный маневр. Такая же схема управления может быть применена в случае, если относительное расстояние между КА и объектом космического мусора превышает расстояние $R_{\max}$.

Описанный выше простой, но надёжный алгоритм управления движением в задаче наблюдения за объектом космического мусора был реализован в про-

граммном комплексе. Макет космического мусора был зафиксирован на поверхности стола, а движение макета космического аппарата, ведущего наблюдение, определялось уравнениями Хилла-Клохесси-Уилтшира в проекции на орбитальную плоскость (1.3), где для удобства проведения эксперимента ось OX орбитальной системы координат соответствовала оси OY системы координат, связанной со столом, так как по этой оси длина стола больше, что позволяет провести имитацию движения по траектории в виде эллиптической спирали в общем случае. Ось OY орбитальной системы координат соответствует оси OX системы координат, связанной со столом.

Для отслеживания заданной относительной траектории макета КА, соответствующей уравнениям ХКУ в плоскости орбиты, реализовано управление на основе ПД-регулятора (3.2). Таким образом, вентиляторные двигатели реализовывали управляющее ускорение, соответствующее правым частям уравнений ХКУ (1.1) а также в заданные моменты времени управляющие импульсы согласно (3.9), которые соответствуют изменению параметров траектории согласно уравнениям (1.3). Требуемое угловое положение соответствовало ориентации оптической оси предполагаемого сенсора, с помощью которого проводится наблюдение, направленной на центр масс макета космического мусора. Угловое движение также управлялось с помощью ПД-регулятора (3.2).

Параметры движения макета КА и параметры алгоритма управления представлены в таблице 3.6. Движение макетов соответствует орбитальному с увеличенной на два порядка угловой скоростью, чтобы ускорить время проведения эксперимента. Таким образом, орбитальный период соответствует 20 секундам эксперимента на аэродинамическом столе.

Таблица 3.6 – Параметры начальной траектории и параметров алгоритма управления

Значение параметра	Величина
Параметр относительного дрейфа	$C_1 = -0.001$м
Параметры начальной траектории	$C_2 = -0.08$м, $C_3 = 0.31$м, $C_4 = -1.35$м

Имитируемая орбитальная угловая скорость	$\omega = 0.314$ с$^{-1}$
Параметры ПД-регулятора	$K_q = \begin{bmatrix} 1.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 2.2 \end{bmatrix}$, $K_{\dot{q}} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{bmatrix}$
Расстояние опасного сближения	$R_{\min} = 0.4$ м
Безопасное расстояние	$R_{safe} = 1$ м

Видео примера эксперимента по управлению в задаче наблюдения за объектом космического мусора доступно по ссылке в [77]. На рис. 3.55 изображена траектория макета КА в системе координат, связанной со столом во время всего эксперимента, где также обозначены точки приложения двух виртуальных импульсов, положение макета космического мусора и граница опасного расстояния. Как можно увидеть на рис. 3.56 начальный относительный дрейф траектории приводил к уменьшению относительного расстояния между макетами. В результате прогноза движения алгоритм определил, что на следующем витке траектория пересечет границу опасного расстояния, равного 0.4 м, поэтому был приложен управляющий импульс, который изменил траекторию таким образом, что относительный дрейф изменил знак и относительное расстояние стало увеличиваться. После достижения безопасного расстояния, заданного величиной 1 м, относительный дрейф был устранён с помощью второго импульса, что привело к замкнутой относительной траектории. На рис. 3.57 изображен график реализованного угла ориентации макета КА для отслеживания оптической осью виртуальной наблюдающей камеры центра макета космического мусора и требуемое значение ориентации угла. Из этого рисунка можно заключить, что во

время всего эксперимента ось виртуальной наблюдающей камеры с точностью до 5-ти градусов была ориентирована на центр макета космического мусора.

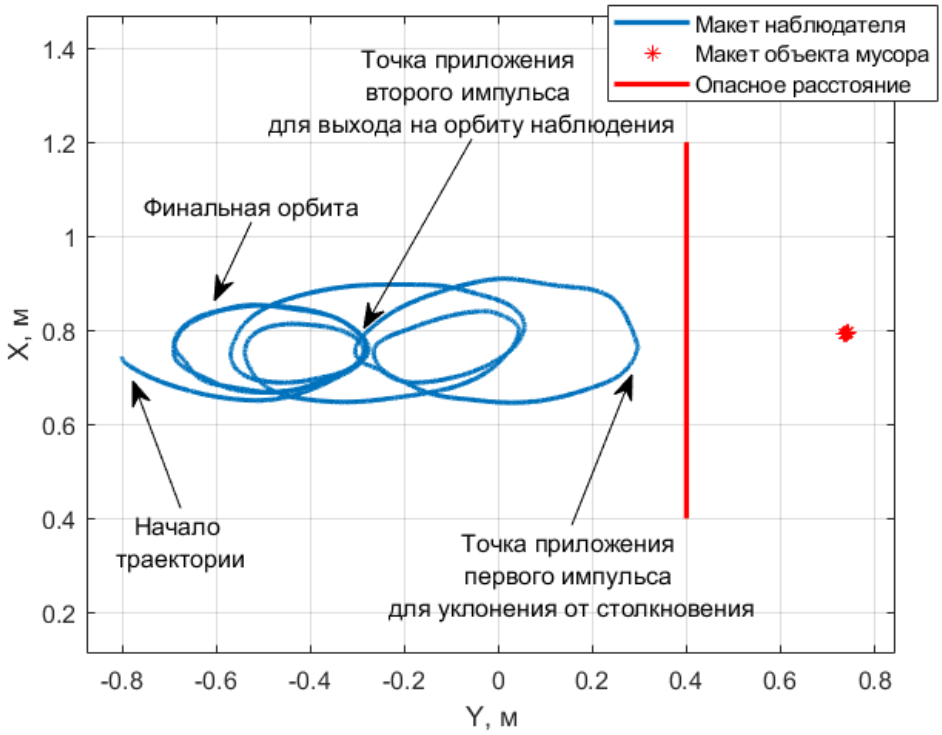

Рисунок 3.55 – Относительная траектория макета во время эксперимента по управлению движением в задаче наблюдения за объектом космического мусора

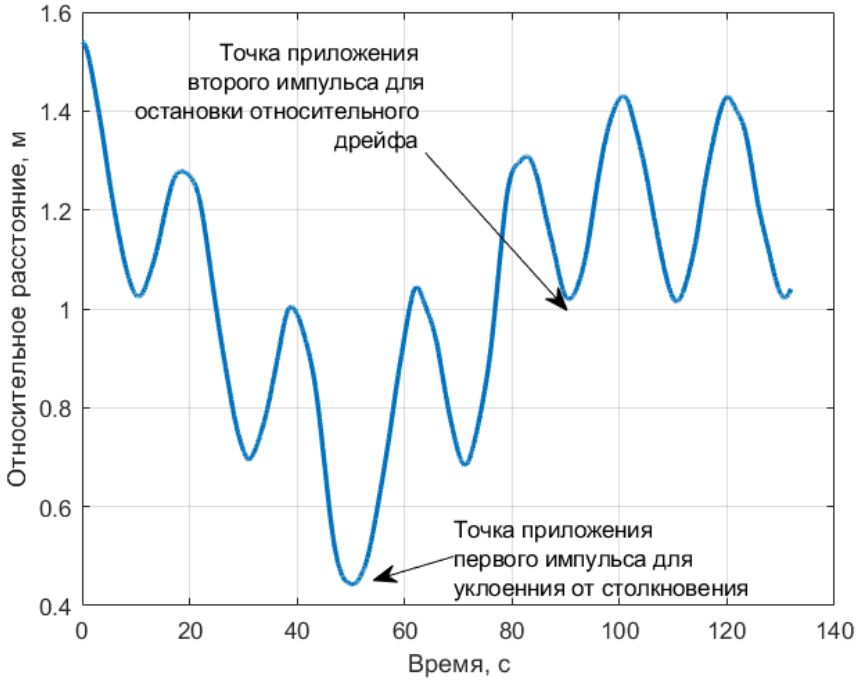

Рисунок 3.56 – Относительное расстояние между макетами во время эксперимента

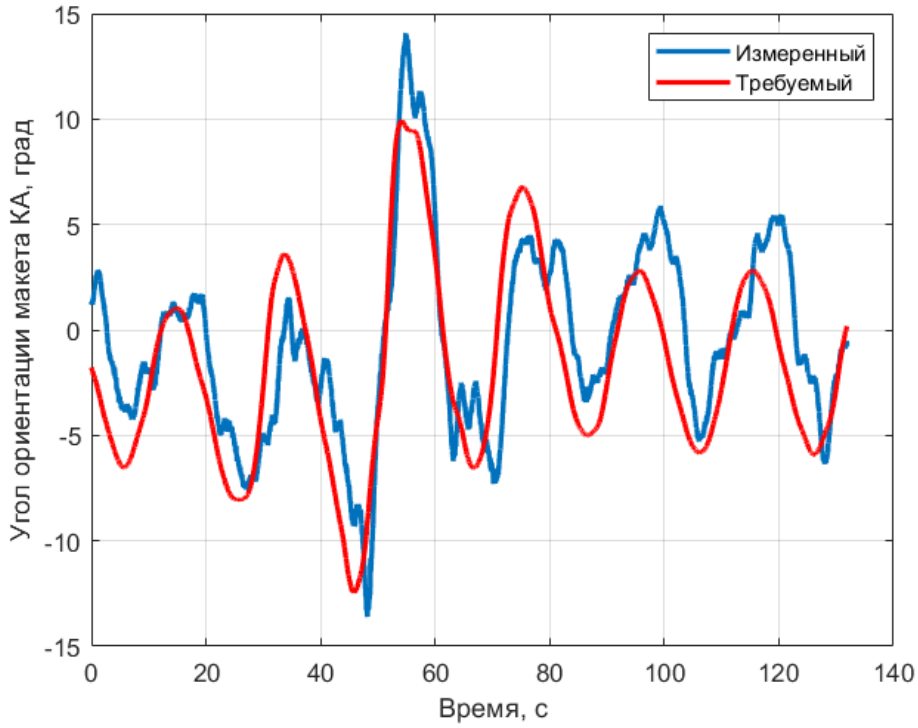

Рисунок 3.57 – Угол ориентации макета КА для отслеживания оптической осью виртуальной наблюдающей камеры центра макета космического мусора

На рис. 3.58 и 3.59 представлены графики изменения параметра относительного дрейфа траектории C_1 и параметра относительного сдвига траектории C_4 во время эксперимента. Видно, что до приложения первого импульса знак параметра относительного дрейфа траектории C_1 был отрицательный, что приводило к увеличению относительного сдвига C_4. После приложения импульса знак параметра относительного дрейфа C_1 изменился и относительный сдвиг стал уменьшаться, что соответствует увеличению относительного расстояния. После приложения второго импульса значения C_1 приняли значение, близкое к нулю, а значения C_4 приняли почти постоянное значение с точностью 0.1м. Негладкость параметров C_1 и C_4 можно объяснить влиянием возмущений, действующих на столе и ошибками навигационной системы. На рис. 3.60 представлено изменение параметра относительной траектории $a = \sqrt{C_2 + C_3}$ во время эксперимента, откуда видно, что приложенное управляющее ускорение

вдоль оси OX орбитальной системы координат проводит и к небольшому изменению этого параметра относительной траектории.

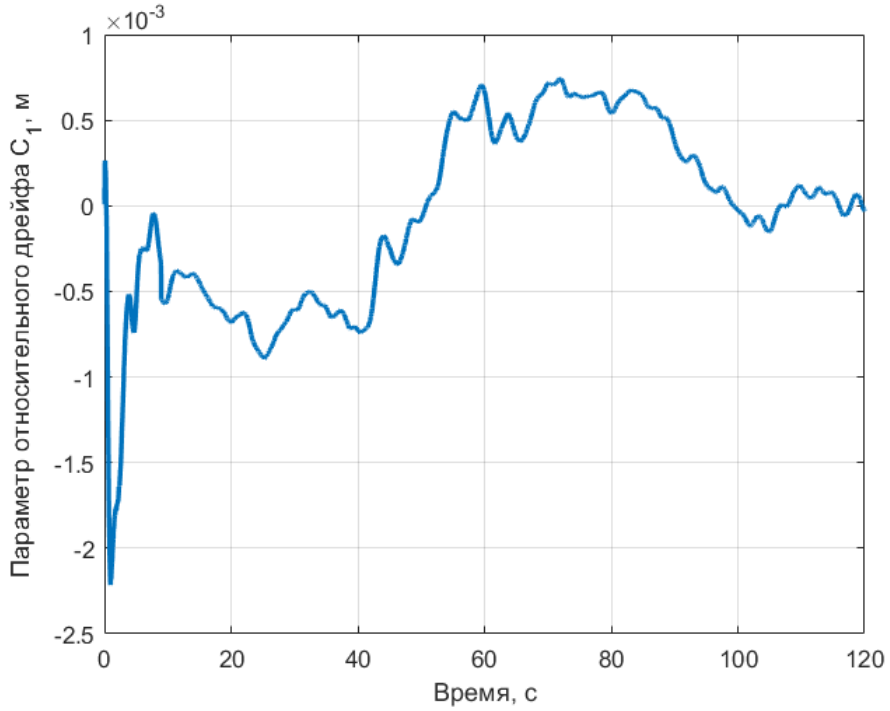

Рисунок 3.58 – Изменение параметра дрейфа C_1 во время эксперимента

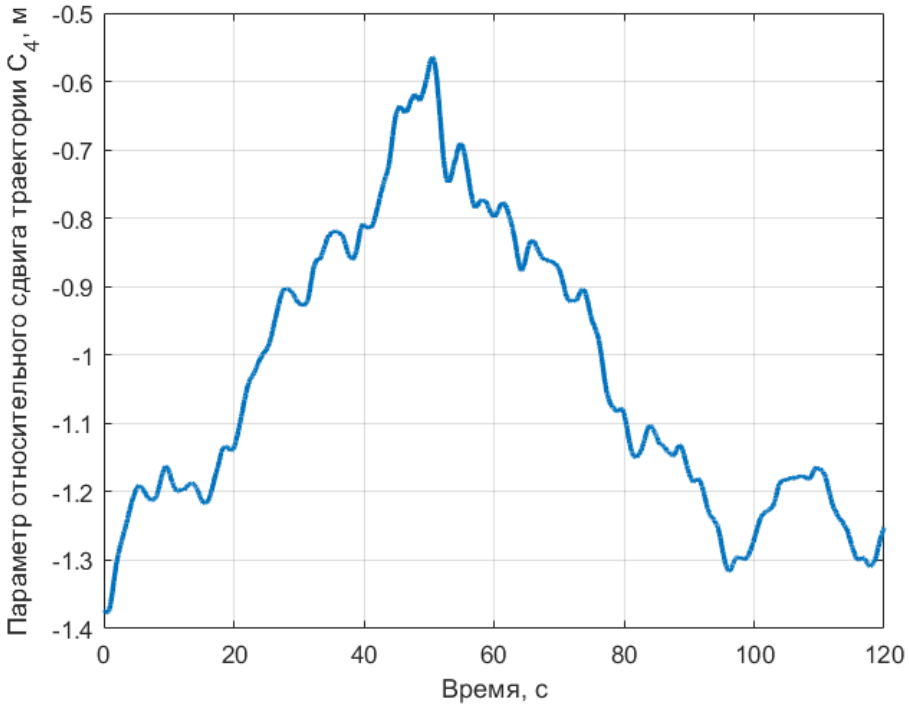

Рисунок 3.59 – Изменение параметра относительного сдвига C_4 во время эксперимента

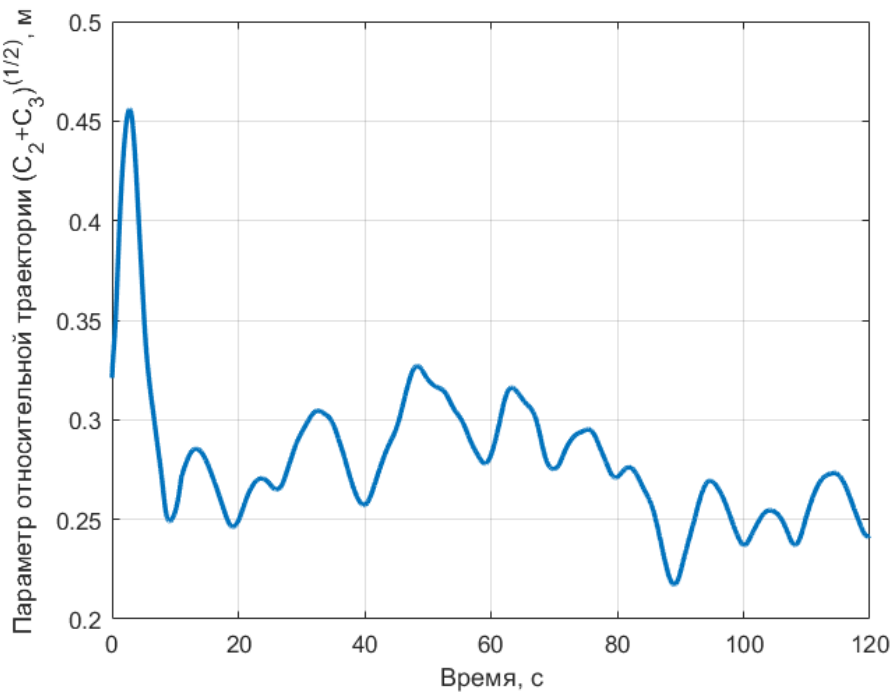

Рисунок 3.60 – Изменение параметра относительной траектории $a = \sqrt{C_2 + C_3}$ во время эксперимента

В рассмотренном примере все этапы работы алгоритма управления успешно пройдены, поэтому согласно предложенной методике интерпретации результатов эксперимента алгоритм управления в задаче наблюдения за объектом космического мусора можно считать работоспособным. Исследование границ работоспособности описанного алгоритма в работе не проводилось, так как неприменение импульсного манёвра могло привести к столкновению макетов и их повреждению.

3.9. Управление движением в задаче увода объекта космического мусора с орбиты

Эксперимент по демонстрации относительного движения в миссии по уводу космического мусора [78] является многоэтапным и включается в себя часть этапов, описанных выше. Во время эксперимента на первом этапе проводится наблюдение за объектом космического мусора, макет аппарата движется по круговой относительной орбите, сохраняя ориентацию наблюдающей каме-

ры на объект. На втором этапе производится фазировка как относительного положения макета КА, так и относительного направления на точку стыковки. В результате фазирования макет аппарата попадает в заданное положение относительно точки стыковки на макете объекта космического мусора. Далее, производится сближение с макетом космического мусора и стыковка с ним с помощью магнитной системы. На последнем этапе макет аппарата совершает манёвр для перевода макета космического мусора на имитируемую орбиту захоронения, которая находится в углу стола. Блок-схема эксперимента по уводу объекта космического мусора представлена на рис. 3.61.

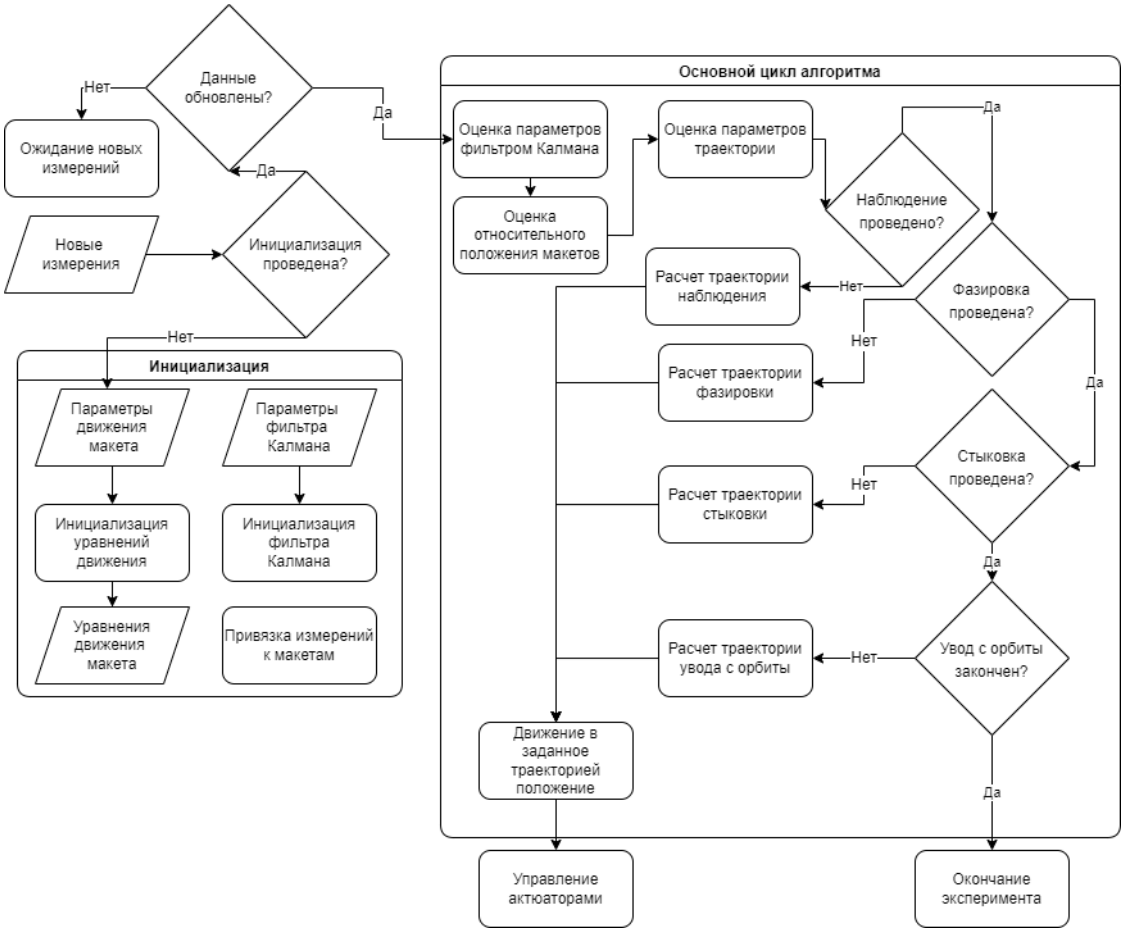

Рисунок 3.61 – Блок-схема эксперимента по уводу космического мусора с орбиты

Во время эксперимента макет космического мусора совершает в центре стола движение по заданной круговой орбите с заданной угловой скоростью согласно траектории (3.3). Движение по этой заданной траектории обеспечивается с помощью ПД-регулятора (3.2). Движение макета КА на первом этапе соответ-

ствует относительной круговой траектории, а ось виртуальной наблюдающей камеры направлена на центр макета космического мусора. Требуемое относительная траектория описывается следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + A\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right), \\ y &= y_0 + A\sin\left(\Omega t + \varphi_0\right), \end{aligned} \tag{3.10}$$

где $\left(x_0, y_0\right)$ – текущее положение центра макета космического мусора, A – радиус относительной круговой орбиты, Ω – угловая скорость движения по круговой орбите, φ_0 – угол начального положения макета КА на круговой орбите. Движение макета КА по этой заданной траектории обеспечивается с помощью ПД-регулятора (3.2).

На втором этапе макет КА стремится достичь такого положения относительно макета космического мусора, при котором допустима стыковка, при этом оставаясь на исходной круговой орбите. Это достигается за счет изменения фазового угла положения макета на круговой орбите, поэтому этот этап можно назвать фазированием. Фазирование достигается за счет изменения угла фазы и угловой скорости в уравнении траектории (3.10), так как угловая скорость вращения макета космического мусора не совпадает с угловой скоростью движения макета КА по круговой орбите.

На этапе сближения траектория движения макета КА относительно макета космического мусора также описывается уравнениями (3.10), где угловая скорость движения макета КА по круговой орбите равна угловой скорости вращения макета космического мусора, а радиус круговой орбиты линейно уменьшается от исходного значения A_0 с заданной скоростью V_A согласно линейному закону:

$$A = A_0 - V_A t.$$

После совершения стыковки макет космического мусора не управляется, а макет КА с жестко прикрепленным макетом космического мусора начинает движение в заданную точку на поверхности стола, таким образом, имитируя

увод космического аппарата на орбиту захоронения. Движение в заданную точку также осуществляется с помощью ПД-регулятора.

Параметры траекторий и алгоритма управления представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Параметры траекторий макетов и параметры алгоритма управления

Значение параметра	Величина
Центр круговой траектории макета космического мусора, амплитуда круговой траектории, угловая скорость, начальная фаза	$(x_0, y_0) = (0.75, 0)$ м, $A = 0.1$ м, $\Omega = -0.15$ рад/с, $\varphi_0 = 0$ град
Амплитуда круговой траектории макета КА, скорость изменения амплитуды, угловая скорость, начальная фаза	$A_0 = 0.6$ м, $V_A = 0.02$ м/с, $\Omega_{KA} = -0.1$ рад/с, $\varphi_0 = -135$ град
Параметры ПД-регулятора	$K_q = \begin{bmatrix} 1.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 2.2 \end{bmatrix}$, $K_{\dot{q}} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 \end{bmatrix}$
Конечное положение макета КА	$(x_f, y_f) = (-0.94, 0.4)$ м, $\varphi_f = -45$ град

Видео примера эксперимента по управлению движением для увода объекта космического мусора доступно по ссылке в [79]. На рис. 3.62 изображены траектории макетов космического аппарата и космического мусора на аэродинамическом столе во время всего эксперимента. Как видно из рис. 3.63 на этапах наблюдения за макетом космического мусора и фазирования относительное

расстояние между макетами с точностью 5 см соответствовало заданному радиусу относительной круговой орбиты. На рис. 3.64 можно увидеть, что после начала фазирования макет космического аппарата совершил разворот и отслеживал требуемое для совершения стыковки угловое положение. На этапе сближения с макетом космического мусора радиус относительной круговой орбиты линейно по времени уменьшался до момента совершения стыковки, как видно из рис. 3.63. После совершения стыковки в момент времени 110 секунд с начала эксперимента связка макета КА и макета космического мусора успешно переместилась в заданную точку на поверхности стола, что соответствовало имитации увода макета космического мусора на орбиту захоронения.

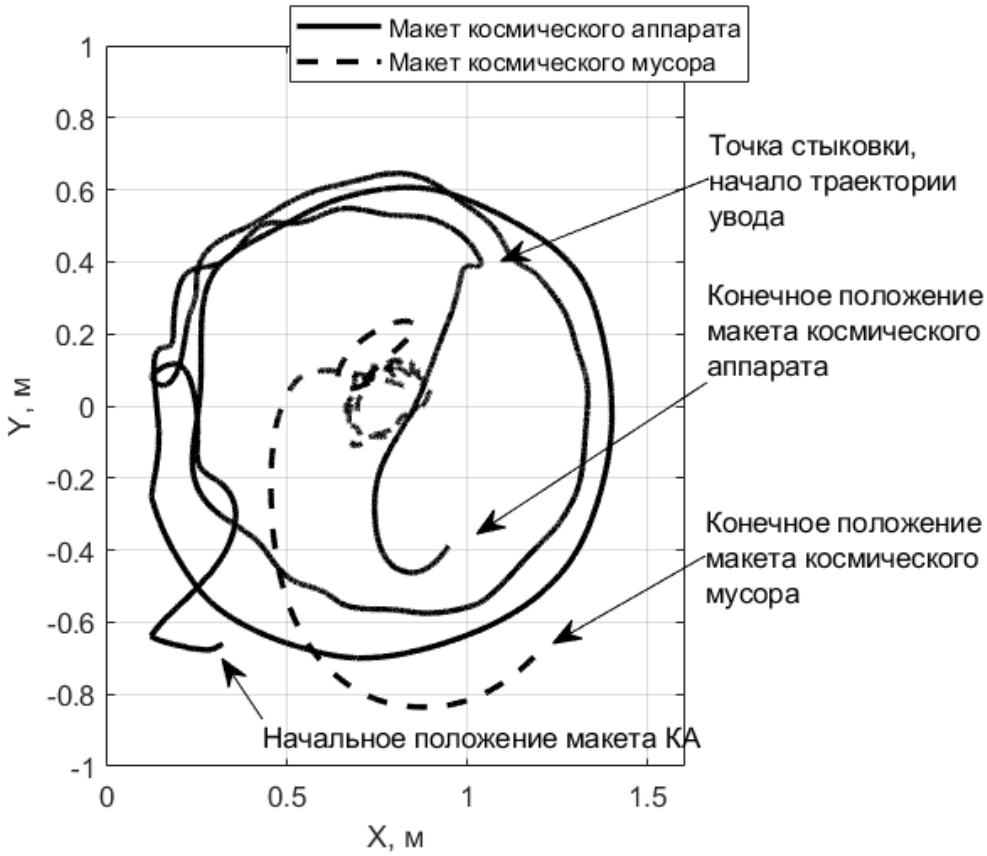

Рисунок 3.62 – Траектории движения макетов КА и космического мусора во время эксперимента

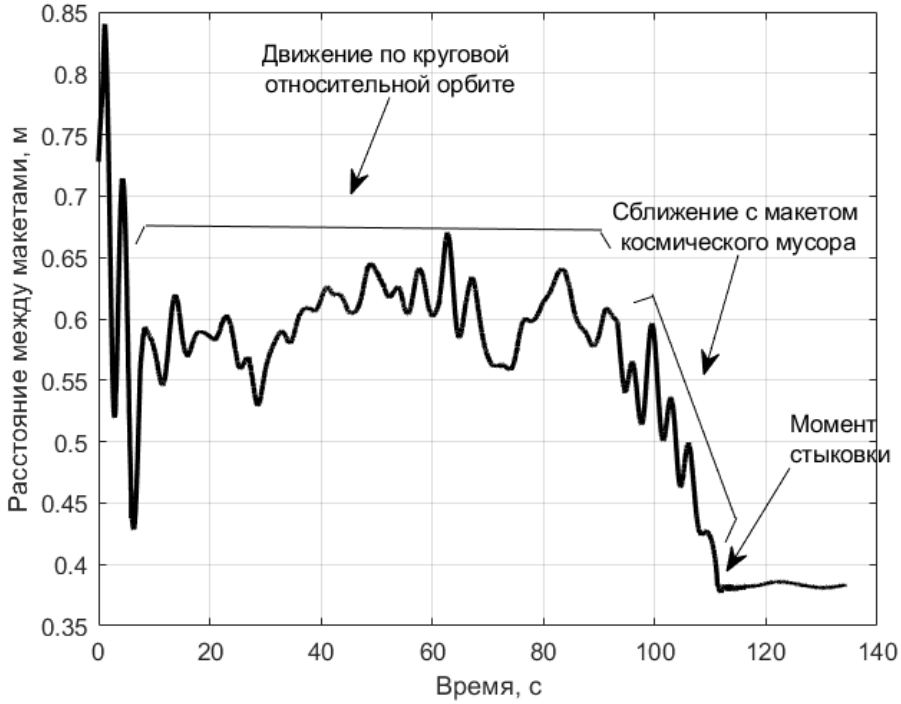

Рисунок 3.63 – Расстояние между макетами КА и космического мусора во время эксперимента

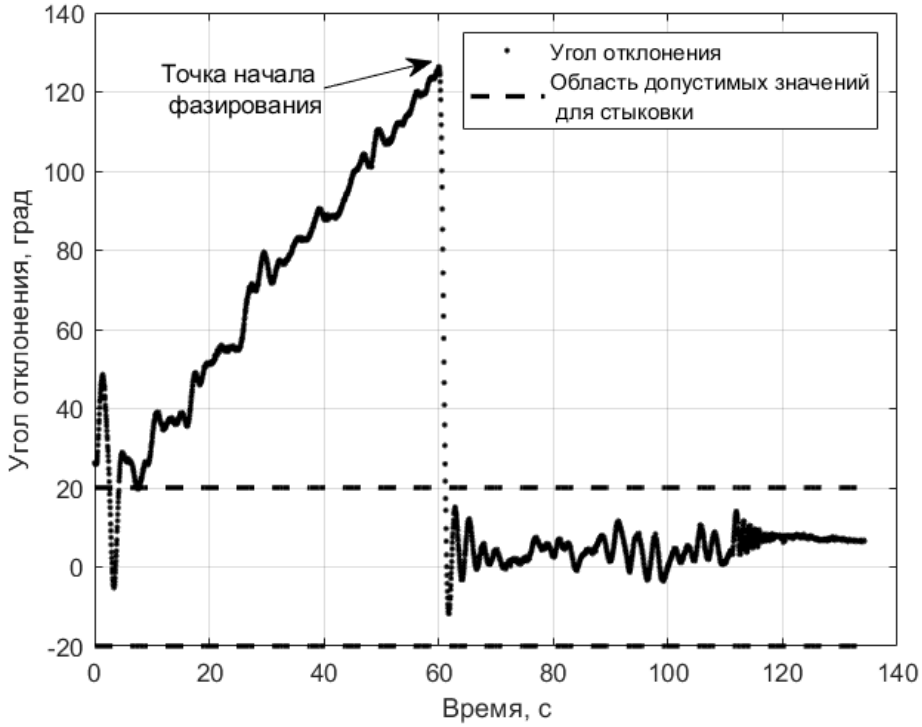

Рисунок 3.64 – Угол между единичными векторами $\mathbf{e}_C$ и $-\mathbf{e}_D$ в эксперименте

На рис. 3.65 и 3.66 изображены графики значений управляющего поступательного и углового ускорений, которые реализуются вентиляторными двигателями. В начале эксперимента большие значения управляющих ускорений вызваны тем, что макет КА из стартового положения выходит на заданную относительную круговую траекторию. В момент времени начала этапа фазирования наблюдается пик значений по угловому управляющему ускорению вследствие совершения разворота макета КА в необходимое для стыковки угловое положение, а в конце эксперимента проводится разворот связки из двух макетов, что также приводит к большим значениям требуемого углового ускорения.

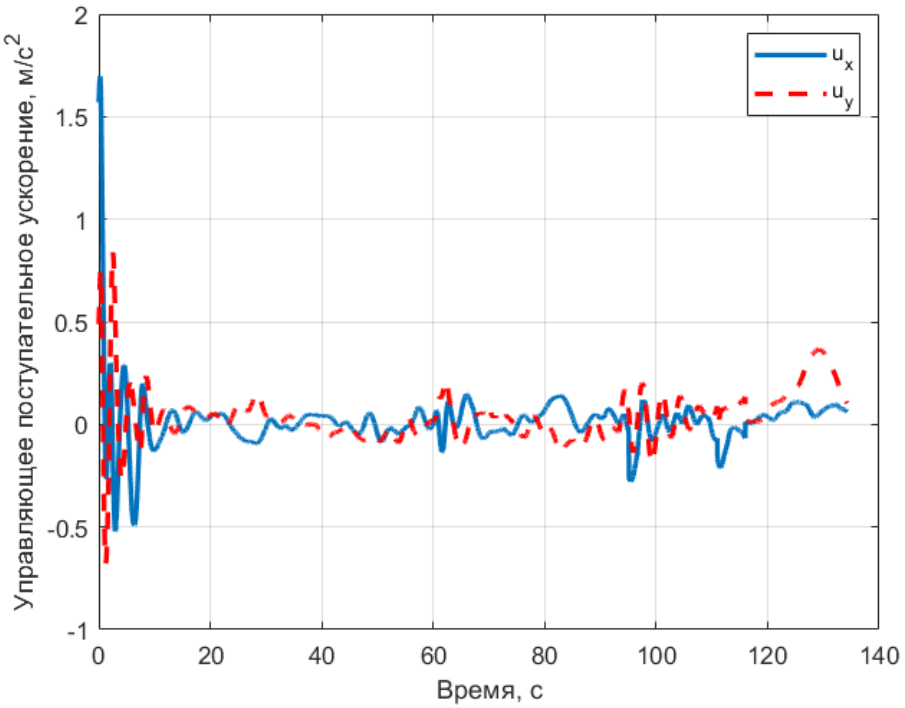

Рисунок 3.65 – Поступательное управляющее ускорение во время эксперимента

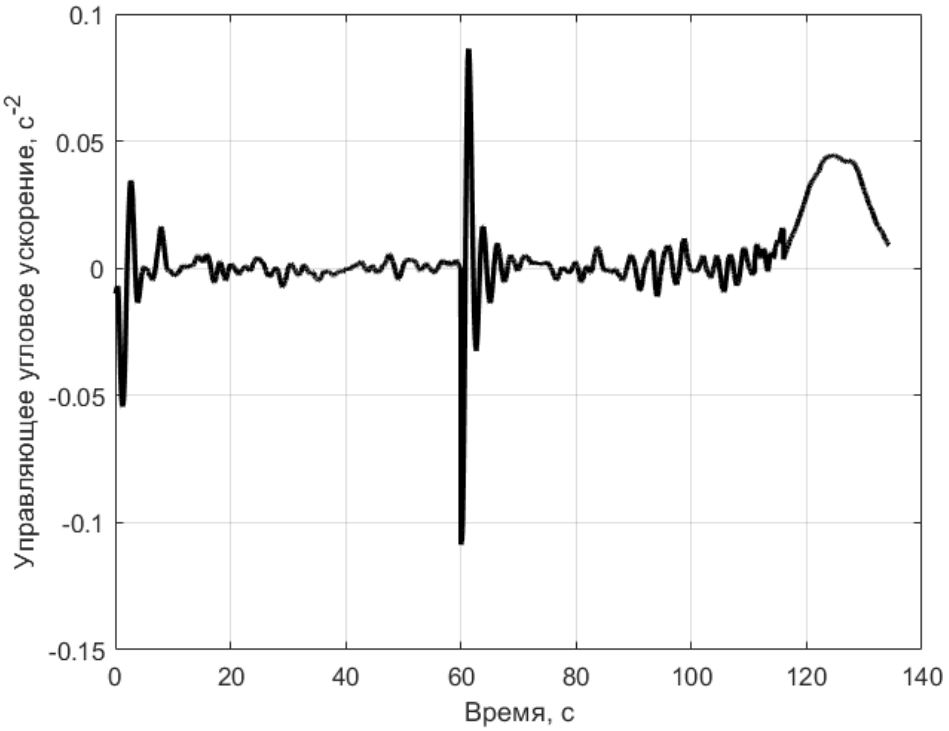

Рисунок 3.66 – Угловое управляющее ускорение во время эксперимента

Таким образом, многоэтапный эксперимент по управлению движением в задаче увода космического мусора успешно прошел через все этапы и считается работоспособным для заданных параметров системы согласно методике интерпретации результатов экспериментов.

3.10. Заключение к главе 3

Предложенная методика интерпретации результатов экспериментов была применена для ряда экспериментов по исследованию алгоритмов управления движением макетов на аэродинамическом столе, что позволило сделать вывод об их работоспособности для заданных параметров системы или выявить границы их применимости. С помощью методики валидации была валидирована модель тяги вентиляторных двигателей, в процессе валидации с помощью метода наименьших квадратов с использованием метода Ньютона были получены оценки параметров модели тяги вентиляторных двигателей. Во всех описанных экспериментах движение макетов определялось с помощью навигационной системы, вектор состояния макетов на аэродинамическом столе оценивался с использованием алгоритма на основе фильтра Калмана. Были получены оценки возмущений, действующих на макеты на аэродинамическом столе, которые позволили улучшить точность отслеживания заданных траекторий макетов с помощью управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертационная работа вносит вклад в научные направления, посвященные экспериментальному исследованию алгоритмов управления движения космических аппаратов с использованием стендов полунатурного моделирования. Разработанные математические модели движения макетов на аэродинамическом столе, тяги имитационных вентиляторных двигателей и навигационной системы позволяют проводить лабораторные исследования адаптированных для аэродинамического стола алгоритмов управления движением в широком спектре задач группового полёта, сервисного обслуживания на орбите и увода объектов космического мусора. В работе был адаптирован алгоритм на основе фильтра Калмана, который позволил в режиме реального времени обрабатывать измерения навигационной системы и получать более точные оценки вектора состояния макетов по сравнению с использованием прямых измерений положения и их численного дифференцирования. Была применена предложенная методика валидации модели тяги вентиляторных двигателей, в рамках которой были получены оценки параметров модели с помощью минимизации с использованием метода Ньютона разности квадратов измерений и прогноза измерений.

Созданный в рамках диссертационной работы программный комплекс позволяет проводить эксперименты по исследованию алгоритмов управления движением произвольного числа макетов. Программный комплекс обеспечивает работу навигационной системы и организует взаимодействие рабочей станции с бортовыми компьютерами макетов. Библиотека экспериментов подразумевает добавление новых экспериментов по управлению движением макетов на аэродинамическом столе, есть возможность расширения списка реализаций алгоритмов при помощи подключения динамических библиотек.

Применение предложенной методики интерпретации результатов экспериментов позволило сделать заключение о работоспособности ряда алгоритмов управления в задачах активного увода космического мусора, а также найти гра-

ницы применимости по параметру угловой скорости макета космического мусора алгоритмов стыковки на основе метода искусственных потенциалов и на основе метода SDRE. Таким образом, лабораторные исследования алгоритмов управления движением макетов позволяют выявить особенности их применения, найти границы работоспособности и сформировать рекомендации по их использованию для реальных миссий группового полёта космических аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ciarci M., Grompone A., Romano M. A near-optimal guidance for cooperative docking maneuvers // Acta Astronaut., 2014. Vol. 102. P. 367–377.
2. Di Mauro G. et al. Experimental Implementation of SDRE Method for Autonomous Rendezvous and Docking Maneuvering // Proceedings of the 5th International Conference on Spacecraft Formation Flying Missions and Technologies. 2013. P. 15.
3. Guglieri G. et al. Design and development of guidance navigation and control algorithms for spacecraft rendezvous and docking experimentation // Acta Astronaut. 2014. Vol. 94, № 1. P. 395–408.
4. Ivanov D. et al. Flexible microsatellite mock-up docking with non-cooperative target on planar air bearing test bed // Acta Astronaut. 2018. Vol. 153. P. 357–366.
5. Ventura J. et al. Fast and Near-Optimal Guidance for Docking to Uncontrolled Spacecraft // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2016. P. 1–17.
6. Bonnal C., Ruault J.-M., Desjean M.-C. Active debris removal: Recent progress and current trends // Acta Astronaut., 2013. Vol. 85. P. 51–60.
7. Di Mauro G., Lawn M., Bevilacqua R. Survey on Guidance Navigation and Control Requirements for Spacecraft Formation-Flying Missions // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018. Vol. 41, № 3. P. 581–602.
8. Kristiansen R., Nicklasson P.J. Spacecraft Formation Flying: A Review and New Results on State Feedback Control // Acta Astronaut., 2009. Vol. 65, № 11–12. P. 1537–1552.
9. Alfriend K. et al. Spacecraft formation flying : dynamics, control and navigation. Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2010. 382 p.
10. Zhao Z., Zhao J., Liu H. Development of a landing mechanism for asteroids with soft surface // International Journal of Aerospace Engineering. 2013. Vol. 2013. P. 9.

11. Shuang L., Pingyuan C. Landmark tracking based autonomous navigation schemes for landing spacecraft on asteroids // Acta Astronaut. 2008. Vol. 62, № 6–7. P. 391–403.
12. Cocuzza S., Pretto I., Debei S. Novel reaction control techniques for redundant space manipulators: Theory and simulated microgravity tests // Acta Astronaut. 2011. Vol. 68, № 11. P. 1712–1721.
13. Felicetti L. et al. Design of robotic manipulators for orbit removal of spent launchers' stages // Acta Astronaut., 2016. Vol. 119. P. 118–130.
14. Sabatini M. et al. Adaptive and robust algorithms and tests for visual-based navigation of a space robotic manipulator // Acta Astronaut., 2013. Vol. 83. P. 65–84.
15. Stolfi A., Gasbarri P., Sabatini M. A combined impedance-PD approach for controlling a dual-arm space manipulator in the capture of a non-cooperative target // Acta Astronaut., 2017. Vol. 139. P. 243–253.
16. Mayorova V., Shcheglov G., Stognii M. Simulation of the dynamics of large space debris object gripping by one flexible telescopic robotic arm // Proceedings of 72nd International Astronautical Congress, IAC 2021. 2021.
17. Zhai G., Zhang J.R., Yao Z. Circular orbit target capture using space tether-net system // Math Probl Eng. 2013. Vol. 2013.
18. Chen Y. et al. History of the Tether Concept and Tether Missions: A Review // ISRN Astronomy and Astrophysics. 2013. Vol. 2013. P. 1–7.
19. Guerman A.D. et al. Stationary configurations of a tetrahedral tethered satellite formation // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2008. Vol. 31, № 2. P. 424–428.
20. Rybus T., Seweryn K. Planar air-bearing microgravity simulators: Review of applications, existing solutions and design parameters // Acta Astronaut. 2016. Vol. 120. P. 239–259.

21. Tsiotras P. ASTROS: A 5 DOF experimental facility for research in space proximity operations // Proceedings of the 37th AAS Guidance and Control Conference, Breckenridge. 2014. 14 P.
22. Robertson A., Inalhan G., How J.P. Spacecraft formation flying control design for the Orion mission // Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. 1999. 14 P.
23. Иванов Д.С., Овчинников М.Ю. Математическое моделирование управляемого движения многоэлементной системы // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2008. № 72. 32 с.
24. Tweddle B.E., Saenz-Otero A. Relative Computer Vision-Based Navigation for Small Inspection Spacecraft // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2015. Vol. 38, № 5. P. 969–978.
25. Bevilacqua R. et al. Guidance navigation and control for autonomous multiple spacecraft assembly: Analysis and experimentation // International Journal of Aerospace Engineering., 2011. Vol. 2011. Article ID 308245, 19 p.
26. Curti F., Romano M., Bevilacqua R. Lyapunov-Based Thrusters' Selection for Spacecraft Control: Analysis and Experimentation // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2010. Vol. 33, № 4. P. 1143–1160.
27. Uyama N. et al. Impedance-based contact control of a free-flying space robot with a compliant wrist for non-cooperative satellite capture // IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2012. P. 4477–4482.
28. Rybus T. et al. New planar air-bearing microgravity simulator for verification of space robotics numerical simulations and control algorithms // 12th ESA Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation (ASTRA). 2013. Vol. 1, № 1. P. 1–8.
29. Биндель Д. и др. Система определения положения и ориентации макета спутника на основе блока инерциальных датчиков и звездного датчика // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. . 2011. № 24. 30 с.

30. Sabatini M. et al. Image based control of the “PINOCCHIO” experimental free flying platform // Acta Astronaut. Elsevier, 2014. Vol. 94, № 1. P. 480–492.
31. Oshana R. Overview of Embedded Systems and Real-Time Systems [Electronic resource]. URL: https://profile.iiita.ac.in/bibhas.ghoshal/lecture_slides_embedded/embeddedsystemcomponentsnotes1.pdf (accessed: 08.03.2023).
32. Иванов Д.С., Ткачев С.С., Овчинников М.Ю. Стенд КОСМОС для моделирования движения макетов системы управления микроспутников и обзор мировых аналогов // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. №. 138. 32 с.
33. Платонов А.К., Иванов Д.С. Методы обработки измерений: учеб. пособие /. М.: МФТИ, 2013. 107 с.
34. Balakrishnan A.V. Kalman filtering theory. N.Y.: Optimization Software, Inc., 1987. 253 p.
35. Колос М.В., Колос И.В. Методы линейной оптимальной фильтрации. М: Изд-во Московского университета, 2000. 102 с.
36. Зотов Л.В. Теория фильтрации и обработка временных рядов. Курс лекций. М.: Физический факультет МГУ, 2010. 200 с.
37. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 2-е издание. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2010. 126 с.
38. Коптев М.Д., Прошунин Н.Н., Иванов Д.С. Определение движения макетов системы управления микроспутников на аэродинамическом столе с использованием видеокамеры // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 109. 32 с.
39. Иванов Д.С. и др. Лабораторный стенд для моделирования движения микроспутников // Известия РАН. Теория и системы управления. 2018. № 1. С. 125–140.

40. Nieto-Peroy C. et al. A Concurrent Testing Facility Approach to Validate Small Satellite Combined Operations // Aerospace, 2021, Vol. 8, 2021. 16 p.
41. Биндель Д. et al. Лабораторный стенд для верификации алгоритмов управления группировкой спутников // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. Т. 48, № 5. С. 109–117.
42. Tsiotras P. A 5dof Experimental Platform for Research in Spacecraft Proximity Operations // AAS Guidance and Control Conference. 2014. Vol. 14, № 114. 14 P.
43. Ma O., Yang G. Validation of a satellite docking simulator using the SOSS experimental testbed // IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2006. № November 2016. P. 4115–4120.
44. Saulnier K. et al. Operational Capabilities of a Six Degrees of Freedom Spacecraft Simulator // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. 2013. P. 1–15.
45. Lichter M.D. Vibration Estimation of Flexible Space Structures using Range Imaging Sensors // Int J Rob Res. 2006. Vol. 25, № 10. P. 1001–1012.
46. Bilton A. et al. Sensor architecture for the robotic control of large flexible space structures // J Field Robot. 2007. Vol. 24, № 4. P. 297–310.
47. Hall J.S., Romano M. Laboratory Experimentation of Guidance and Control of Spacecraft During On-orbit Proximity Maneuvers // Mechatronic Systems, Simulation, Modelling and Control. 2007. P. 187–222.
48. Abrashkin V.I. et al. Attitude motion of the Photon M-4 satellite // Cosmic Research. 2014. Vol. 54. P. 315–322.
49. Beuselinck T. et al. Determination of attitude motion of the Foton M-3 satellite according to the data of onboard measurements of the Earth’s magnetic field // Cosmic Research. 2010. Vol. 48, № 3. P. 246–259.
50. Abrashkin V.I. et al. Determining the rotational motion of the Bion M-1 satellite with the GRAVITON instrument // Cosmic Research. 2015. Vol. 53, № 4. P. 286–299.

51. Белоконов И.В. и др. Восстановление углового движения космического аппарата по данным о токосъеме с панелей солнечных батарей // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления., 2019. № 2. С. 133–144.
52. Ломака И.А. Методика контроля проектных параметров наноспутника на основе параметрической идентификации бортовой модели углового движения. Диссертация на соискание степени кандидата технических наук, 2020. 112 с.
53. Schlotterer M., Theil S. Testbed for on-orbit servicing and formation flying dynamics emulation // Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2010. 17 P.
54. Seddon J. Basic Helicopter Aerodynamics. Wiley, 1996. 288 p.
55. Pounds P. et al. Modelling and Control of a Quad-Rotor Robot// Preprint. 2006. 11 p.
56. Pounds P., Mahony R., Corke P. Modelling and control of a large quadrotor robot // Control Eng Pract. 2010. Vol. 18, № 7. P. 691–699.
57. Pounds P. et al. Towards Dynamically-Favourable Quad-Rotor Aerial Robots. 2004 // Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics and Automation. Australian Robotics and Automation Association (ARAA), Australia, pp. 1-10
58. Бакланов Ф.Ю., Морозов В.М. Стабилизация программного движения квадрокоптера // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2013. № 6. С. 114–121.
59. Gong A., Verstraete D. Development of a dynamic propulsion model for electric UAVs Design of high-speed aircrafts View project Hexafly-Int View project Development of a dynamic propulsion model for electric UAVs. 2015. 25–27 p.
60. Deters R. Performance and slipstream characteristics of small-scale propellers at low reynolds numbers. PhD Thesis, 2014. 480 p.

61. СПУТНИКС - российская частная космическая компания [Электронный ресурс]. URL: https://sputnix.ru/ru/ (дата доступа: 24.06.2022).
62. Garrido-Jurado S. et al. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion // Pattern Recognit., 2014. Vol. 47, № 6. P. 2280–2292.
63. Коптев М.Д., Прошунин Н.Н., Иванов Д.С. Определение движения макетов системы управления микроспутников на аэродинамическом столе с использованием видеокамеры // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 109. 32 с.
64. Иванов Д.С. и др. Управление полезной нагрузкой воздушного шара // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2010. № 15. 28 с.
65. Kalman R.E., Bucy R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory // Transactions of ASME, Series D, Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83. P. 95–108.
66. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Transactions of ASME, Series D, Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82. P. 35–45.
67. Козин Ф.А., Программный комплекс для моделирования работы алгоритмов управления движением наноспутников на аэродинамическом столе // Математическое моделирование. 2022. Т. 34, № 10. С. 20–42.
68. Козин Ф.А., Иванов Д.С., Овчинников М.Ю. Программный комплекс для моделирования работы алгоритмов управления движением наноспутников на аэродинамическом столе. Номер регистрации в Роспатенте 2022619159. Дата выдачи 25.05.2022.
69. Ivanov D.S. et al. Laboratory Facility for Microsatellite Mock-up Motion Simulation // Journal of Computer and Systems Sciences International. Pleiades Publishing, Ltd, 2018. Vol. 57, № 1. P. 115–130.
70. Ivanov D. et al. Determination of disturbances acting on small satellite mock-up on air bearing table // Acta Astronaut., 2018. Vol. 142. P. 265–276.

71. Kozin F., Akhloumadi M., Ivanov D. Laboratory Study of Microsatellite Control Algorithms Performance for Active Space Debris Removal Using UAV Mock-Ups on a Planar Air-Bearing Test Bed // Drones, V. 7, I.1, 2023, 27p.
72. Kozin F., Akhloumadi M., Ivanov D. Virtual potentials-based control test - YouTube [Electronic resource]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=kP6fxq677F0 (accessed: 02.12.2022).
73. Ivanov D.S. et al. Laboratory Facility For Microsatellite Mock-Ups Motion Simulation // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2018. Vol. 57, № 1. P. 115–130.
74. Kozin F., Akhloumadi M., Ivanov D. SDRE-based control test - YouTube [Electronic resource]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=iFsGNm5hRuw (accessed: 02.12.2022).
75. Ivanov D. et al. Simulation and Laboratory Testing of the 3U CubeSat Control in the Proximity of Space Debris // Proceedings of 71st International Astronautical Congress (IAC), paper IAC-21.A6.5.5. 2020. P. 10.
76. Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M. Nanosatellites swarm deployment using decentralized differential drag-based control with communicational constraints // Acta Astronaut. 2019. Vol. 159. P. 646–657.
77. Kozin F., Ivanov D. Motion control for safe space debris observation - YouTube [Electronic resource]. URL: https://youtu.be/OSIvQqDQ80Y (accessed: 07.03.2023).
78. Ivanov D., Kozin F., Akhloumadi M. Laboratory study of control algorithms for debris removal using cubesat // Advances in Aerospace Sciences. 2020. Vol. 173. P. 101–117.
79. Kozin F., Ivanov D. Active Space Debris Removal Imitation on Air Bearing Test Bench - YouTube [Electronic resource]. URL: https://www.youtube.com/Zk3B6b5V7v8 (accessed: 08.03.2023).