

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им. М.В. КЕЛДЫША

На правах рукописи

Козлов Андрей Николаевич

МГД-МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЯХ

01.02.05 - Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Объект исследования и актуальность темы. Диссертация посвящена развитию моделей магнитной газодинамики и исследованиям неравновесных процессов на фронте ионизации, высокоскоростных трансзвуковых потоков низкотемпературной плазмы, компрессионных течений плазмы и динамики ионов примесей в коаксиальных плазменных ускорителях (КПУ), магнитоплазменных компрессорах (МПК) и квазистационарных сильноточных плазменных ускорителях (КСПУ), предложенных А.И. Морозовым [1-14]. Представлены также разработанные автором теоретический подход в изучении процессов на фронте ионизации и новое направление исследований динамики потоков плазмы в КСПУ при наличии продольного магнитного поля.

В настоящее время исследования, связанные с плазмой, позволяют не только прийти к более глубокому пониманию природных явлений, но и находят все более широкое применение в различных сферах человеческой деятельности. В будущем многие проблемы цивилизации найдут свое решение именно в области исследований четвертого состояния материи.

Менее чем за сто лет, начиная с исследований И. Лэнгмюра и Л. Тонкса, которые в 1929 году ввели понятие плазмы, работ Л.Д. Ландау и А.А. Власова в 30-е годы, монографии основоположника магнитной газодинамики Х. Альфвена [15], произошло становление области науки, охватывающей широкий круг экспериментальных, теоретических и численных исследований плазменного состояния вещества. Наиболее существенный прогресс в исследованиях плазмы наблюдался на протяжении последних 50 лет. Речь идет не только о разработках новых источников энергии, в частности, на основе управляемого термоядерного синтеза (УТС) и новых способов движения с помощью плазменных двигателей. Значительный прогресс достигнут в реализации различных плазменных технологий и бытовых приложений, а также в астрофизических исследованиях, включая процессы в магнитосфере Земли и на Солнце. Мировая научная литература представлена целым рядом

монографий и сборников, относящихся к исследованиям в области физики плазмы, физической кинетики, магнитной газодинамики, как области механики сплошных сред, и моделированию разнообразных плазменных процессов (см., например, [1,10-59]). “Энциклопедия низкотемпературной плазмы” под редакцией В.Е. Фортова [59] содержит на данный момент наиболее полную и разностороннюю информацию о плазменном состоянии вещества. В данном издании отражены также предшествующие исследования процессов в КСПУ.

Простейший коаксиальный плазменный ускоритель (см., например, [1-2,12-14,60]) схематично состоит из двух коаксиальных электродов (см. рис. 1), подсоединенных к соответствующей электрической цепи. На вход системы непрерывно подается газ, который ионизуется в межэлектродном промежутке. Между электродами в плазме протекает ток \mathbf{j} , имеющий преимущественно радиальное направление. В свою очередь электрический ток, протекающий в осевом направлении по внутреннему электроду, порождает азимутальное магнитное поле H_φ . За счет силы Ампера $\frac{1}{c}[\mathbf{j}, \mathbf{H}]$ плазма ускоряется вдоль оси системы. Геометрия канала ускорителя, определяемая, в том числе, с помощью двумерных аналитических моделей, представляет собой сопло. Аналогично газодинамическому соплу в канале плазменного ускорителя при правильной организации процесса реализуется трансзвуковое течение так, что в средней наиболее узкой части канала происходит переход скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны.

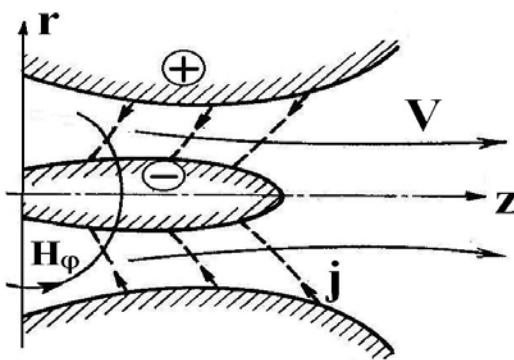


Рис. 1. Механизм ускорения плазмы в КПУ с азимутальным магнитным полем

Магнитоплазменные компрессоры (см., например, [1,3-4,12-14,61-62]) отличаются от коаксиальных плазменных ускорителей в основном геометрией электродов, обеспечивающих целенаправленное схождение плазменного потока на ось системы и формирование области компрессии на выходе из ускорителя.

Несколько малых коаксиальных плазменных ускорителей могут быть использованы в качестве первой ступени большой ускорительной системы КСПУ (см., например, [1,5-9,13,63-70]). В первой ступени осуществляется ионизация и предварительное ускорение плазмы. Вторая ступень представляет собой большой коаксиальный плазменный ускоритель, подсоединенный к независимой электрической цепи (см. рис. 2). Двухступенчатая схема КСПУ предполагает непрерывную подачу плазмы на входе второй ступени или основного канала ускорителя. В экспериментальных исследованиях КСПУ и МПК (см., например, [1,7-9,61-79]) отмечалась высокая степень устойчивости и азимутальной симметризации потоков низкотемпературной плазмы. Во всех системах температура не превышает 10 эВ за исключением зоны компрессии.

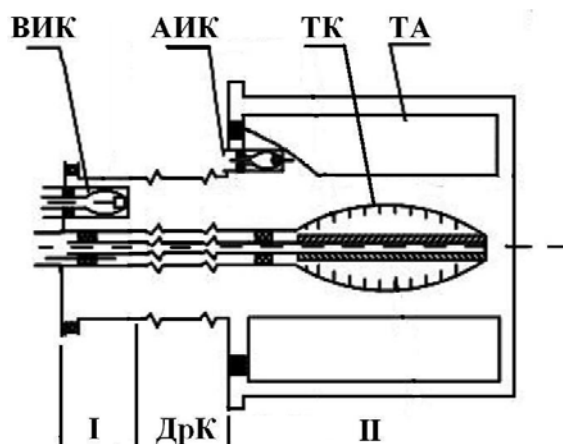


Рис. 2. Двухступенчатая схема КСПУ: I – первая ступень, ВИК и АИК – входные и анодные ионизационные камеры, ДрК – дрейфовый канал, II – вторая ступень, ТА – анодный трансформер, ТК – катодный трансформер

В конце 80-х, начале 90-х годов в рамках общесоюзной государственной программы в нескольких научных центрах под руководством академика А.П. Александрова и профессора А.И. Морозова были созданы высокотехнологичные экспериментальные базы и разработаны КСПУ различных модификаций. В настоящее время, несмотря на скромное

финансирование науки, исследования КСПУ и их приложений продолжают в ФГУП ГНЦ РФ Троицком институте инновационных и термоядерных исследований (ТРИНИТИ, г. Троицк), Институте Физики Плазмы ННЦ ХФТИ НАН (Харьков, Украина) и Институте молекулярной и атомной физики НАН (Минск, Беларусь). На рис. 3 представлен внешний вид экспериментальных стенов в ХФТИ и ТРИНИТИ на момент их создания.

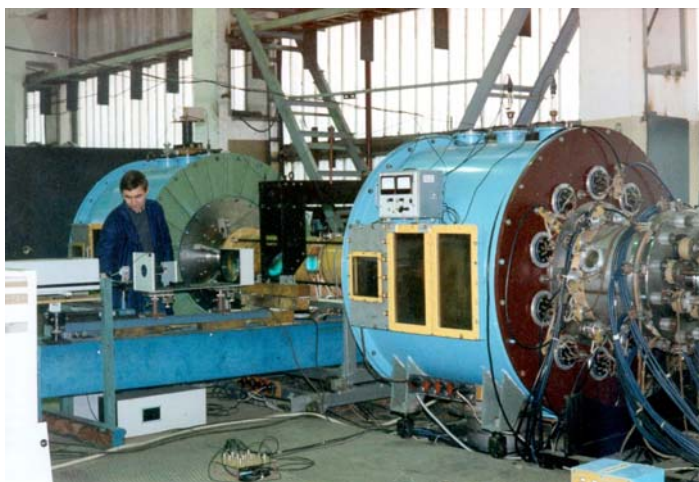


Рис. 3а. Экспериментальный стенд в ТРИНИТИ

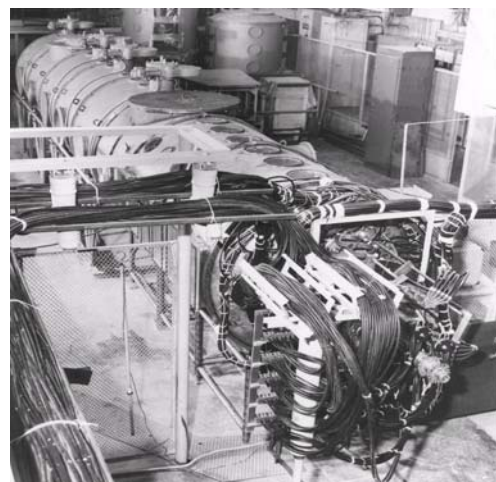


Рис. 3б. Внешний вид вакуумной камеры в ХФТИ. Длина – 10 м.

Новое направление исследований КСПУ связано с введением в систему дополнительного продольного магнитного поля, которое позволяет сформировать своеобразный дополнительный канал для управления динамическими процессами, предотвращения приэлектродных нерегулярностей в плазменных ускорителях и других устройствах, принцип действия которых основан на использовании азимутальной компоненты магнитного поля. Наличие продольного магнитного поля в коаксиальных плазменных ускорителях, с одной стороны, усложняет течение, в частности, приводит к вращению плазмы вокруг оси, с другой - позволяет исследовать динамику потоков во всем многообразии процессов. При этом предшествующие исследования потоков плазмы с азимутальным магнитным полем следует рассматривать как частный случай в отсутствии вращения. В практическом плане введение в систему продольного поля предусматривает разработку модифицированных плазменных ускорителей (см., например, [74], рис. 4)

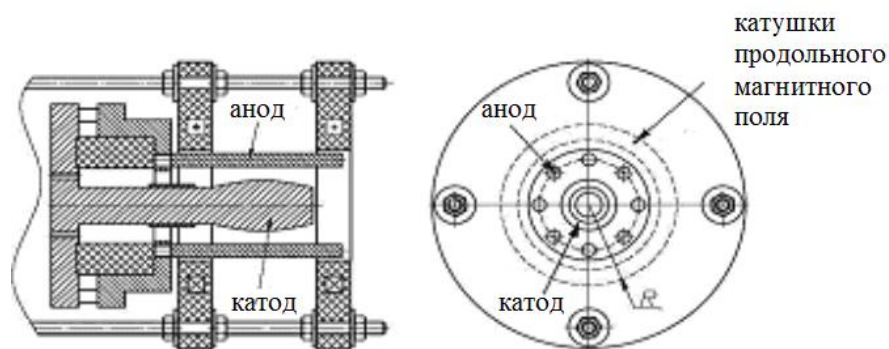


Рис. 4. Схема плазменного ускорителя с дополнительным продольным магнитным полем.

дополнительно к существующим КСПУ со сложной и громоздкой системой анодных трансформеров (см., например, [7,63]), эффективность работы которых до настоящего времени не получила должного подтверждения. На рис. 5а представлен внешний вид КСПУ с продольным магнитным полем.

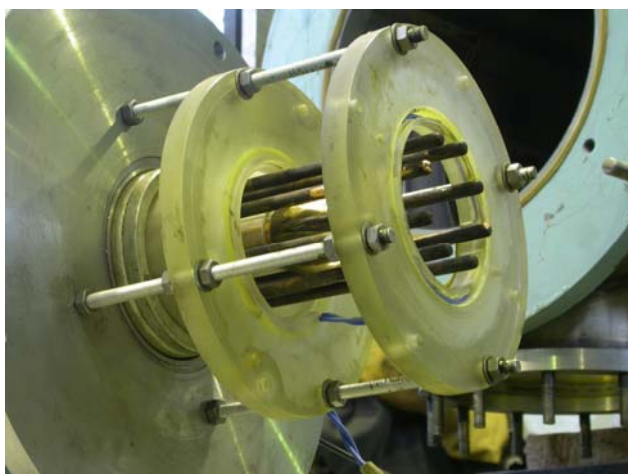


Рис. 5а. Внешний вид КСПУ с продольным магнитным полем

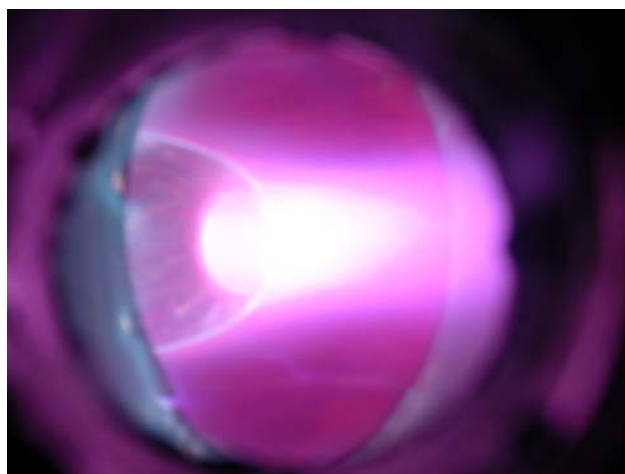


Рис. 5б. Поток плазмы из ускорителя.

Создание эффективных квазистационарных сильноточных плазменных ускорителей и магнитоплазменных компрессоров, способных генерировать потоки относительно плотной плазмы с высоким энергосодержанием (см., например, [1,5-9,12-14,60-79]), является одной из актуальных задач науки и техники. Исследование высокоскоростных потоков ($n \approx 10^{14} \div 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $V \approx 10^6 \div 10^8 \text{ см/с}$) представляет интерес для решения задач инжекции в термоядерные установки, реализации новых технологий, включая

взаимодействие плазмы с различными материалами, а также с целью разработки перспективных электрореактивных плазменных двигателей.

Данный круг задач актуален для многих плазмодинамических устройств, таких как стационарные плазменные двигатели (СПД) [80,81], ионные двигатели [82], эрозионные (абляционные) импульсные плазменные двигатели (АИПД) [39,83], двигатели с анодным слоем и трехэлектродные торцевые ускорители [84,85], плазмотроны [86], импульсные пушки [29], импульсные плазменные ускорители [87], торцевые сильноточные двигатели (ТСД) и торцевые сильноточные ускорители (ТСУ) [30], торцевые холловские двигатели (ТХД) или магнитоплазменные двигатели (МПД) [85], упомянутые выше магнитоплазменные компрессоры (МПК) [1,3-4,12-14,61-62,75-79], МГД-генераторы [26,31,88], а также других генераторов плазмы. Среди разнообразных генераторов плазмы одним из наиболее успешных плазмодинамических устройств является СПД, предложенный А.И. Морозовым. На протяжении 40 лет стационарные плазменные двигатели успешно используются для коррекции орбит космических аппаратов. В отличие от плазменных ускорителей в СПД ускорение разреженной плазмы ($n \leq 10^{12} \text{ см}^{-3}$) осуществляется за счет иного механизма, а теоретические и численные исследования проводятся на основе кинетических уравнений для функции распределения [1,12,89-95]. Следует заметить, что основы теории процессов в СПД [91] были разработаны спустя нескольких десятков лет после разработки и успешной эксплуатации самой установки. Скорость истечения плазмы из СПД составляет примерно 10 км/с , а вот расход топлива незначительный, порядка 10^{-3} г/с . Поэтому тяга этих систем на уровне одного ньютона. Малые значения тяги характерны для большинства существующих разработок плазменных двигателей. В обычных жидкостных ракетных двигателях, а также в ядерных ракетных двигателях [96], скорость истечения топлива не превышает $3 \div 5 \text{ км/с}$, а тяга наиболее мощных двигателей может

достигать 10^5 ньютонов. Соизмеримую с СПД высокую скорость истечения имеют разрабатываемые детонационные двигатели [97-99].

В самых простейших плазменных ускорителях скорость истечения плазмы еще больше и составляет $20 \div 30$ км/с. Рекордные значения 400 км/с были достигнуты на двухступенчатой системе КСПУ [63]. В дальнейшем будут представлены оценки интегральных параметров КСПУ, в частности, тяги системы, если рассматривать возможные модификации плазменных ускорителей в качестве электрореактивных плазменных двигателей (ЭРПД). Оценка тяги КСПУ дает существенно более высокие значения, соизмеримые с тягой мощных обычных ракетных двигателей, выводящих современные аппараты в космос. В качестве топлива для ЭРПД может выступать любой газ, и, учитывая скорость истечения плазмы, запасы топлива могут быть значительно, на порядок, сокращены. Правда, использование ЭРПД предполагает наличие источника электрической энергии на борту, например, солнечных батарей в случае СПД или атомного реактора для мощных электрореактивных плазменных двигателей. При наличии атомного реактора ЭРПД могут быть использованы в атмосфере планет и Земли, где топливом является окружающий газ.

В отличие от большинства генераторов плазмы КСПУ имеет соплообразный ускорительный канал, сформированный именно двумя электродами, а не одним электродом и осью системы, как в торцевых системах. Тем самым изначально предусмотрена возможность организации трансзвуковых потоков в коаксиальных плазменных ускорителях с переходом скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны. Кроме того, в КСПУ, как проточной системе, могут быть эффективным образом решены вопросы, связанные с ионизацией газа, а также приэлектродные проблемы.

Таким образом, **актуальность работы** определена потребностью исследований плазмодинамических процессов в КСПУ на фундаментальном и прикладном уровнях.

Цели диссертационной работы. С плазменными ускорителями связаны исследования большого числа принципиальных вопросов плазмодинамики и различных классов явлений. К ним относятся ионизация газа и ускорение плазмы, динамика трансзвуковых потоков плазмы, взаимодействие потоков плазмы с поверхностью различных материалов и приэлектродные процессы, компрессионное сжатие плазмы, динамика ионов примесей, перенос излучения и целый ряд других явлений и процессов.

Научные цели диссертации включают разработку основ теории течений ионизирующегося газа с образованием фронта ионизации, потоков плазмы в КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля, разработку соответствующих физико-математических моделей и применение расчетных методов, а также проведение на их основе исследований различных процессов.

Методика исследований. В плазменных ускорителях для достаточно плотной плазмы теоретические и численные исследования процессов проводятся в рамках МГД-уравнений с учетом различных процессов, включая электропроводность и теплопроводность плазмы, эффект Холла и перенос излучения. При необходимости система МГД-уравнений дополняется уравнением кинетики ионизации и рекомбинации, а также уравнением электрической цепи. В данном случае речь идет об исследованиях классической идеальной плазмы, для которой показатель неидеальности много меньше единицы и $e^2 n^{1/3} / k_B T \ll 1$.

Теории аксиально-симметричных течений плазмы посвящены обзоры [10,11,13,14] и монографии [1,12,26,58], а также ряд статей (см., например, [100-105]). Существенная роль в разработке квазистационарных плазменных ускорителей и понимании происходящих процессов отводится численным моделям. Основы численного моделирования процессов в КСПУ были заложены в Институте прикладной математике им. М.В. Келдыша РАН профессором К.В. Брушлинским, под руководством которого сформировалось научное направление по математическому моделированию различных

плазмодинамических и плазмостатических задач (см., например, [6,11,14,58,106-112]). Численным исследованиям динамики плазмы и ионизирующегося газа в плазменных ускорителях посвящен целый ряд публикаций, в том числе, с участием автора (см., например, [6,113-134]).

Многие работы по моделированию проводились при непосредственном участии А.И. Морозова, который осуществлял физическую постановку задач и являлся инициатором разработок ряда магнитных ловушек и нескольких поколений плазменных ускорителей и стационарных плазменных двигателей. Работы в данных направлениях проводились в тесном сотрудничестве и взаимодействии с НИЦ «Курчатовский институт», ГНЦ РФ ТРИНИТИ, НИЯУ МИФИ, Институтом Физики Плазмы ННЦ ХФТИ НАН (Харьков, Украина), Институтом молекулярной и атомной физики НАН (Минск, Беларусь), Московским государственным техническим университетом радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА), МГТУ им. Н.Э. Баумана, НИУ МАИ, кафедрой вычислительной механики Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и другими организациями.

Уравнения магнитной газодинамики являются уравнениями смешанного типа. При отсутствии диссипаций для идеально проводящей плазмы МГД-уравнения представляют собой квазилинейную систему дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа [135,136]. Теории разностных схем и численным методам решения математических задач, возникающих при исследовании физических процессов, посвящен ряд монографий, учебных пособий и обзоров [33,35,40,44,53,58,137-157], включая оригинальные статьи (см., например, [158-176]). При существующем многообразии численных методов решения задач газовой динамики, магнитной газодинамики и физической кинетике выбор метода определяется спецификой конкретной задачи, вычислительным опытом и практикой, использованием при необходимости параллельных вычислительных комплексов и соответствующей техники программирования (см., например, [177-181]).

В процессе решения гиперболической части МГД-задач для исследования динамики потоков в КСПУ использовалось несколько численных методов и разностных схем. В ранних работах [11,106-108,113-116] применялась схема «крест». В дальнейшем в расчетах МГД-течений использовались схема А. Хартена [168] и алгоритм С.Т. Залесака [164]. Большинство исследований, представленных в диссертации, проведено с помощью FCT-метода с коррекцией потоков [44,161-163] при условии расщепления по физическим процессам и координатным направлениям в случае многомерной постановки задач.

Важнейшим фактором в численных МГД-моделях является сохранение свойства соленоидальности магнитного поля согласно одному из уравнений Максвелла $div \mathbf{H} = 0$, которое выступает в качестве дополнительного соотношения магнитной газодинамики. Существует несколько способов (см., например, [53,139,157,165,172]), позволяющих удовлетворить данному соотношению в приближенных решениях, полученных разностными методами. В диссертации используется вектор потенциал магнитного поля \mathbf{A} так, что $\mathbf{H} = rot \mathbf{A}$ и соотношение $div \mathbf{H} \equiv 0$ выполнено тождественно в МГД-моделях аксиально симметричных течений плазмы в КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля.

Проводимость, соответственно, магнитная вязкость и теплопроводность обуславливают параболическую часть системы МГД-уравнений. Учет диффузии может осуществляться с помощью разных подходов (см., например, [137,143-147,153,154,182-188]). В представленных исследованиях, как правило, использовался потоковый вариант метода прогонки [182], позволяющий моделировать процессы, сопровождающиеся резким изменением электропроводности и теплопроводности среды.

Включение в МГД-модель уравнения кинетики ионизации и рекомбинации, соответственно, уравнений поуровневой кинетики, также предполагает использование отлаженных алгоритмов, предназначенных, в том

числе и для решения жестких систем дифференциальных уравнений (см., например, [189-191]). Задача о переносе излучения в общем виде может быть решена с помощью специальных численных методов (см., например, [40,192-194]) и вычисления коэффициентов поглощения и излучательной способности среды для любого участка спектра и известных значений плотности, температуры и скорости. Переносу излучения в КСПУ посвящен ряд работ (см., например, [195-198]). Исследование динамики примесных ионов в потоке плазмы и расчеты траекторий одиночных частиц основаны на ранее разработанном методе пробных частиц [114,127,199-202].

Математический аппарат магнитной газодинамики основан на различных модификациях системы МГД-уравнений, отвечающих одножидкостному приближению, модели с учетом эффекта Холла, релятивистскому случаю, а также электронной магнитной газодинамике, учитывающей инерцию электронов. Учет тех или иных диссипативных факторов и различных процессов обусловлен деталями постановки задач. Уравнения магнитной газодинамики, основанные на законах сохранения и обладающие большим запасом прочности, используются для решения самых разнообразных задач плазмостатики и плазмодинамики. Кроме того, в плазмодинамике также как и в газодинамике используются два способа описания движения среды с помощью системы координат Эйлера и Лагранжа (см., например [33,40,203]). В представленных исследованиях используется описание Эйлера.

Научная новизна. В ИПМ им. М.В. Келдыша автором диссертации были разработаны новые модели различного уровня сложности и созданы соответствующие компьютерные коды, предназначенные для комплексного исследования процессов в КСПУ. На основе разработанных моделей сформировались новые направления исследований и получены новые результаты, отраженные в диссертации. Кроме того, проведенные исследования обеспечили решение актуальной научной проблемы теоретического обоснования нового класса установок КСПУ с продольным магнитным полем.

Основные новые элементы в диссертационной работе.

1. Предложена новая МГД-модель течений ионизирующегося газа с учетом кинетики ионизации и рекомбинации. Исследования, проведенные на основе данной модели, изменили прежние представления о природе процессов в окрестности формирующегося фронта ионизации.
2. Разработан новый теоретический подход в исследовании структуры узкого фронта ионизации. Впервые выявлена и исследована структура фронта.
3. Разработаны основы теории и впервые найдено решение задачи о двумерном осесимметричном течении плазмы в коаксиальном канале плазменного ускорителя при наличии дополнительного продольного магнитного поля. Аналитические исследования основаны на приближении плавного канала для стационарных уравнений двухжидкостной МГД-модели идеально проводящей плазмы. Данная модель дала первичное представление о динамике вращающихся потоков плазмы в КСПУ нового поколения.
4. В рамках одножидкостного приближения разработаны новые численные МГД-модели, в общем случае нестационарных, осесимметричных двумерных течений плазмы в канале и компрессионных потоков на выходе из ускорителя в присутствии дополнительного продольного магнитного поля. В моделях используется вектор-потенциал магнитного поля и учитывается конечная проводимость среды. Модели впервые позволили выявить основные свойства и особенности трансзвуковых потоков плазмы в канале и компрессионных течений на выходе из ускорителя в рассматриваемом случае трехкомпонентного магнитного поля. В частности, обнаружен эффект генерации магнитного поля на формирующейся конической ударной волне в компрессионном потоке.
5. Впервые разработаны нестационарные двумерные двухжидкостные МГД-модели с учетом эффекта Холла, тензора проводимости среды и зависимости коэффициентов переноса от параметра замагниченности. В данных моделях также используется вектор-потенциал магнитного поля в общем случае

трехкомпонентного магнитного поля. Модели дали возможность исследовать приэлектродные процессы и течения плазмы в ускорителях, отвечающих различным режимам токопереноса.

- а) Расчетные исследования приэлектродных процессов в КСПУ с непроницаемыми эквипотенциальными электродами впервые позволили провести сопоставление с экспериментальными данными, касающимися возникновения явления кризиса тока в традиционном ускорителе с азимутальным магнитным полем. Получены новые результаты о влиянии продольного магнитного поля на приэлектродные процессы в рассматриваемом режиме токопереноса.
 - б) Исследования в канале КСПУ, отвечающего режиму ионного токопереноса с проницаемыми электродами, позволили выявить основные закономерности динамики потоков и впервые изучить влияние продольного магнитного поля на приэлектродные процессы для данного режима.
6. Исследования динамики ионов примесей в основном потоке водородной плазмы впервые позволили выявить условия, при которых возникает сепарация примесей и наблюдается эффект самоочистки потока от примесей.

Научная и практическая значимость. Представленные в диссертации новые результаты важны для понимания физики процессов в КСПУ, определяют новые направления исследований и дальнейшей модернизации плазменных ускорителей.

Научная ценность диссертационной работы состоит в разработке новых подходов в изучении течений ионизирующегося газа и нового направления исследований динамики потоков плазмы в КСПУ в трехкомпонентном магнитном поле при наличии дополнительного продольного магнитного поля.

Практическая значимость работы связана с разработкой различных моделей и комплексными расчетными исследованиями, которые могут быть использованы в практических приложениях, направленных на модернизацию и применение КСПУ в различных областях, а также могут быть использованы

для сравнения с результатами перспективных экспериментальных исследований и развития такой области знаний, как плазмодинамика. Представленные модели и результаты исследований опубликованы в авторитетных научных отечественных и зарубежных изданиях.

Практическое значение имеют следующие установленные факты.

Процесс ионизации газа с образованием стационарного неравновесного фронта ионизации может происходить при определенных условиях, сформулированных и представленных в диссертации.

Анализ интегральных характеристик потоков в КСПУ с азимутальным магнитным полем при использовании различных газов для генерации плазмы показал, что при использовании ускорителя в термоядерных целях энергия ионов на выходе не зависит от массы иона. Тяга системы при переходе к более тяжелым газам также практически не меняется. Поэтому для использования перспективных модификаций КСПУ в качестве электрореактивных плазменных двигателей наиболее предпочтительными являются легкие газы.

Исследования приэлектродных процессов в КСПУ с азимутальным магнитным полем, эквипотенциальными и непроницаемыми электродами показали, что существует область параметров, отвечающих стационарным течениям в отсутствие приэлектродных неустойчивостей, обусловленных эффектом Холла и предшествующих явлению кризиса тока. В терминах разрядного тока и расхода сформулирован критерий устойчивости потоков.

Наличие дополнительного продольного магнитного поля в системе КСПУ является положительным фактором, позволяющим предотвратить возникновение приэлектродных неустойчивостей и существенно расширить область значений параметров, отвечающих устойчивым течениям.

Слабое продольное магнитное поле позволяет реализовать трансзвуковые течения плазмы, отвечающие правильной организации процесса ускорения в профилированном коаксиальном канале ускорителя с переходом скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны.

Сильное продольное магнитное поле приводит к возникновению привязок тока на одном из электродов и формированию токового слоя, что может быть использовано в приложениях.

Возможные практические приложения связаны также с обнаруженным эффектом генерации продольного магнитного поля на конической ударной волне, формирующейся в компрессионном потоке на выходе из КСПУ.

Расчетные исследования динамики потоков в плазменных ускорителях с проницаемыми электродами, отвечающими режиму ионного токопереноса, показали, что в этом случае не возникает приэлектродных неустойчивостей и явления кризиса тока. Наличие слабого продольного магнитного поля не приводит к заметному изменению интегральных характеристик и позволяет существенно уменьшить скорость потока плазмы, которую необходимо подавать через прозрачный электрод в режиме ионного токопереноса.

Выявленный эффект сепарации ионов примесей и самоочистки потока указывает на возможность генерации чистой, например, дейтериевой плазмы с последующей инжекцией высокоэнергетичного потока в термоядерные системы. Эффект сепарации может быть использован также для разработки масс-сепаратора с целью переработки отходов атомной промышленности.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Модели течений ионизирующегося газа в канале ускорителя и неравновесная природа процессов на фронте ионизации, выявленная в рамках МГД-уравнений, дополненных уравнением кинетики ионизации и рекомбинации.
2. Основы теории процесса ионизации и структура фронта ионизации в канале плазменного ускорителя с азимутальным магнитным полем.
3. Основы теории стационарных двумерных осесимметричных течений плазмы в канале КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля, разработанные с помощью двухжидкостной МГД-модели идеально проводящей плазмы в приближении плавного канала. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла.

4. Двумерная численная модель осесимметричных течений плазмы в канале ускорителя при наличии продольного магнитного поля, основанная на уравнениях классической магнитной газодинамики с учетом конечной проводимости среды. Динамические характеристики вращающихся потоков плазмы в канале ускорителя.
5. Течения плазмы при использовании различных газов: сравнение интегральных характеристик потоков в канале и компрессионных течений на выходе из канала традиционного плазменного ускорителя с азимутальным магнитным полем.
6. Особенности компрессионных потоков плазмы при наличии дополнительного продольного магнитного поля. Эффект генерации магнитного поля на конической ударной волне - пример гидромагнитного или МГД-динамо.
7. МГД-модель двумерных осесимметричных течений плазмы с учетом эффекта Холла, тензора проводимости среды и зависимости коэффициентов от параметра замагниченности.
 - а) Приэлектродные процессы в канале ускорителя с непроницаемыми эквипотенциальными электродами. Сопоставление теоретических, расчетных и экспериментальных данных, определяющих возникновение явления кризиса тока за счет эффекта Холла. Условие стационарности течений плазмы в отсутствие приэлектродных неустойчивостей, предшествующих кризису тока. Влияние продольного магнитного поля.
 - б) Динамика плазмы в канале КСПУ в режиме ионного токопереноса с проницаемыми эквипотенциальными электродами. Отсутствие каких-либо приэлектродных неустойчивостей для данного режима. Влияние продольного магнитного поля на протекание плазмы через проницаемые электроды. Формирование токовых слоев в движущейся плазме и привязок тока на внешнем аноде для достаточно сильного продольного поля в соответствии с классической МГД-моделью.

Обоснованность и достоверность результатов обеспечивается использованием моделей различного уровня сложности и применением хорошо зарекомендовавших себя вычислительных методов, точность которых проверялась на тестовых задачах. Верификация моделей и решений осуществлялась на основе сопоставления результатов расчетных исследований, полученных в разных моделях, включая аналитические построения. Использовались средства внутреннего контроля, в том числе сравнение результатов расчетов, полученных на разных сетках. Валидация моделей и результатов исследований проводилась путем сопоставления с имеющимися экспериментальными данными. Результаты исследований обсуждались на многочисленных конференциях и семинарах.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах Института прикладной математики им. М.В. Келдыша, Троицкого института инновационных и термоядерных исследований (ФГУП ГНЦ ТРИНИТИ, г. Троицк. РФ), Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, Института механики МГУ им. М.В. Ломоносова (семинар по механике сплошных сред под рук. А.Г. Куликовского, В.П. Карликова и О.Э. Мельника), а также на следующих конференциях, школах и съезде: Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (Истра, 2000; Санкт-Петербург, 2002; Самара, 2004; Санкт-Петербург, 2006), Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Истра, 2001; Владимир, 2003; Алушта, 2009), Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование” (Новокузнецк, 2001, 2004, 2006), Международной конференции «Уравнения состояния вещества» (Эльбрус, 2002, 2006, 2008), Международной конференции “Plasma Physics and Controlled Fusion” (Алушта, Крым, Украина, 2002, 2004, 2006, 2008, 2010, 2012), Всероссийской конференции “Аэродинамика и газовая динамика в XXI веке”, посвященной 80-летию академика Г.Г. Черного (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2003),

Международной конференции “Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики” (Алушта, Крым, Украина, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008), Всероссийской конференции “Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов для решения задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам” посвященной памяти К.И. Бабенко (Дюрсо, 2004), Международной конференции ”Воздействие интенсивных потоков энергии на вещество” (Эльбрус, 2005, 2007, 2009), Международной конференции AIAA “Plasmadynamics and Lasers” (США, 2006), школе-семинаре по Магнитоплазменной аэродинамике (Институт высоких температур РАН, 2008, 2009, 2010), Международной конференции “Современные проблемы вычислительной математики и математической физики” (МГУ им. М.В. Ломоносова, 2009), Всероссийской конференции “Математика в приложениях”, приуроченной к 80-летию академика С.К. Годунова (Новосибирск, 2009), Всероссийской научной конференции “Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов управления”, посвященной 75-летию со дня рождения академика В.П. Мясникова (Владивосток, 2011), Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, 2011).

Личный вклад автора. Большинство исследований, представленных в диссертации, проведено и опубликовано автором на протяжении последних 10 – 12 лет. Исследования включали физическую и математическую постановку задач, разработку моделей, применение вычислительных методов, составление компьютерных кодов, расчетные исследования и анализ результатов. В некоторых совместных работах последних лет автор определял направления исследований, представлял разработанные им компьютерные коды для проведения необходимых расчетов и участвовал на равных в совместных обсуждениях и интерпретации полученных результатов.

Реализация и внедрение результатов работы. Проведенные исследования на протяжении многих лет выполнялись в рамках научных планов ИПМ им.

М.В.Келдыша РАН и программ Президиума РАН, поддерживались грантами Российского фонда фундаментальных исследований, в которых автор выступал в качестве исполнителя (7 проектов) и руководителя (№ 06-02-16707_а и № 12-02-90427_Укр_а). Данные исследования соответствуют приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации (п. 7. Транспортные и космические системы, п. 8. Энергоэффективность, энергосбережение, ядерная энергетика), а также перечню критических технологий РФ (п. 9. Технологии атомной энергетике, ядерного топливного цикла, безопасного обращения с радиоактивными отходами и отработавшим ядерным топливом, п. 15. Технологии новых и возобновляемых источников энергии, включая водородную энергетика, п. 24. Технологии создания ракетно-космической и транспортной техники нового поколения).

Результаты исследований использовались для обоснования и разработки концепции КСПУ нового поколения. В рамках проекта РФФИ № 06-02-16707_а в ТРИНИТИ была сконструирована и реализована новая экспериментальная установка КСПУ с продольным магнитным полем [74]. Проведенные эксперименты подтвердили возможность функционирования установки в качестве одной из перспективных модификаций КСПУ.

Публикации. По теме диссертации опубликовано более 100 работ, в том числе более 20 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК для опубликования научных результатов докторских диссертаций, 7 статей в рецензируемых сборниках, более 15 препринтов ИПМ им. М.В.Келдыша, более 10 статей в сборниках трудов конференций, а также тезисы докладов на всероссийских и зарубежных конференциях и научно-технические отчеты. Основное содержание диссертации отражено в следующих публикациях.

Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК

1. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Морозов А.И. Численное исследование двумерных течений плазмы и ионизирующегося газа методом пробных частиц. // Физика плазмы. 1985. Т. 11, № 11. С. 1358-1367.

2. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
3. Козлов А.Н. Особенности динамики плазмы в КСПУ в процессе установления течения. // Физика плазмы. 1992. Т. 18, № 6. С. 714-723.
4. Козлов А. Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
5. Козлов А.Н. Модель пристеночной проводимости в окрестности макронеоднородной зеркально отражающей поверхности. // Физика плазмы. 2002. Т. 28, № 2. С. 180-187.
6. Козлов А. Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.
7. Kozlov A.N. Modeling of rotating flows in the plasma accelerator channel with longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2005. No. 1. P. 104-106.
8. Козлов А.Н. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем. // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 5. С. 413-422.
9. Kozlov A.N., Zaborov A.M. Formation of the current attachments in plasma accelerator channel under influence of the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Sci. and Tech. Ser.: Plasma Physics. 2006. No.12.P.93-96.
10. Kozlov A.N. Generation of the magnetic field in the compressible plasma streams. // Problems of At. Sci. and Tech. Ser.: Pl. Ph. 2008. No. 6. P. 101-103.
11. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field. // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No.2. P.261-286.
12. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Physics. 2009. No. 1. P. 92-94.

13. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем. // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.
14. Kozlov A.N. Influence of geometry of the impenetrable electrodes on process of formation of the current crisis in the plasma accelerators. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2010. No. 6. P. 97-99.
15. Козлов А.Н. Устойчивость течений и явление кризиса тока в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе. // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. МЖГ. Изд. ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Н. Новгород. 2011. № 4, часть 3. С. 849-851.
16. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Seytkhalilova E.I., Solyakov D.G., Velichkin M.A. The comparative analysis of the compressible plasma streams generated in QSPA from the various gases. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. N 6. P. 120-122.
17. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами. // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
18. Garkusha I.E., Chebotarev V.V., Kulik N.V., Ladygina M.S., Marchenko A.K., Petrov Yu.V., Solyakov D.G., Eliseev D.V., Staltsov V.V., Cherednichenko T.N., Morgal Ya.I., Kozlov A.N. Local MHD characteristics in compression zone and plasma stream generated by MPC. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. N 6. P. 123-125.
19. Kozlov A.N., Garkusha I.E., Konovalov V.S., Novikov V.G. The radiation intensity of the Lyman alpha line at ionization front in the quasi-steady plasma accelerator. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013. N 1. P.128-130.
20. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 164-175.

Статьи в рецензируемых изданиях

21. Козлов А.Н. Модели физических процессов в плазменных ускорителях. // Сб. “Физика экстремальных состояний вещества” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХМ РАН, Черногоровка. 2002. С. 167-169.
22. Козлов А.Н. Моделирование осесимметричных вращающихся трансзвуковых потоков плазмы. // Сб. “Физика экстремальных состояний вещества” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХМ РАН, Черногоровка. 2005. С. 226-227.
23. Козлов А.Н. Особенности динамика потоков плазмы в ускорителях при наличии продольного магнитного поля. // Сб. “Физика экстремальных состояний вещества - 2006” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХМ РАН, Черногоровка. 2006. С. 252-253.
24. Kozlov A.N. Plasma flow peculiarities in accelerator channel with longitudinal magnetic field. // AIAA Meeting Papers. 37–th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conf. 5–6 June 2006. Sun Francisco, California. Paper AIAA 2006–3564. P. 1–16. Copyright by the American Institute of Aeronautics and Astronautics.
25. Морозов А.И., Козлов А.Н. Эффект самоочищения потока водородной плазмы в ускорителе КСПУ. // Сб. “Физика экстремальных состояний вещества - 2007” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХФ РАН, Черногоровка. 2007. С. 316-319.
26. Друкаренко С.П., Климов Н.С., Козлов А.Н., Москачева А.А., Подковыров В.Л. Приэлектродные процессы в квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) с продольным магнитным полем. // Сб. “Физика экстремальных состояний вещества - 2008” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХФ РАН, Черногоровка. 2008. С. 262-265.
27. Konovalov V.S., Kozlov A.N., Novikov V.G. The condition of transition from the pulsing modes to the stationary ionizing gas flows in the channel of the coaxial plasma accelerator. // Compendium “Physics of Extreme States of Matter – 2009”. Ed. V.E. Fortov. Chernogorovka, IPCP RAS. 2009. P. 211-214.

Некоторые другие публикации автора по теме диссертации

28. Козлов А.Н. Определение геометрии электродов и оценки параметров коаксиального плазменного ускорителя в приближении плавного течения. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1984. № 123. 28 с.
29. Козлов А.Н. Моделирование двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1985. № 186. 23 с.
30. Козлов А.Н. Расчет двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1986. № 32. 27 с.
31. Козлов А.Н. Численное исследование двумерных течений ионизирующегося газа в приближении ЛТР. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1986. № 174. 20 с.
32. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Морозов А.И. Динамика плазмы в системе ускоритель – вакуумная камера. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1988. № 146. 16 с.
33. Козлов А.Н. Течение плазмы с анодным подпотокком в канале коаксиального ускорителя медленно меняющегося сечения. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1989. № 53. 20 с.
34. Козлов А.Н. Численная модель динамики плазмы в двухступенчатом коаксиальном сильноточном плазменном ускорителе. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1992. № 68. 22 с.
35. Козлов А.Н. Влияние геометрических факторов на процесс ионизации газа в канале плазменного ускорителя. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1995. № 112. 18 с.
36. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1998. № 42. 30 с.

37. Козлов А.Н. Пристеночная проводимость в окрестности зеркально отражающей макронеоднородной поверхности в канале стационарного плазменного двигателя (СПД). // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2001. № 29. 21 с.
38. Козлов А.Н. Аналитическая модель аксиально симметричных течений идеальной двухкомпонентной плазмы при наличии продольного магнитного поля. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2002. № 12. 32с.
39. Козлов А.Н. Численная модель вращающихся осесимметричных потоков плазмы. Сопоставление с аналитической моделью. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2004. № 48. 26 с.
40. Козлов А.Н. Исследование вращающихся потоков плазмы на основе двумерной одножидкостной МГД-модели. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2005. № 69. 27 с.
41. Козлов А.Н. Воздействие продольного магнитного поля на компрессионные потоки плазмы. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2007. № 87. 19 с.
42. Бармин А.А., Козлов А.Н. Исследование структуры фронта ионизации в квазистационарном плазменном ускорителе. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 47. 36 с.
43. Козлов А.Н., Коновалов В.С., Новиков В.Г. Сравнительный анализ трех методов расчета переноса излучения на фронте ионизации в квазистационарных плазменных ускорителях. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 50. 24 с.
44. Козлов А.Н. Математическое моделирование вращающихся осе симметричных потоков плазмы. // Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование”. Новокузнецк, 4-5 декабря 2004 г. Изд.: НФИ КемГУ. 2004. С. 12-14.
45. Козлов А.Н. Расчет траекторий одиночных частиц в канале ускорителя при наличии продольного магнитного поля и вращения плазмы. // Сборник

трудов 8-й Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование”. Новокузнецк, 1-3 декабря 2006 г. Изд.: НФИ КемГУ. 2006. С. 83-90.

46. Козлов А.Н., Климов Н.С., Подковыров В.Л. Исследование плазмодинамических процессов в канале ускорителя с продольным магнитным полем. // Материалы VI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2006), Санкт-Петербург, 26 июня – 1 июля 2006, М.: Вузовская книга. 2006. С. 206-208.
47. Козлов А.Н. Численная модель компрессионных потоков плазмы при наличии продольного магнитного поля в квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ). // Сборник трудов. III школа-семинар по Магнитоплазменной аэродинамике под руководством Г.Г. Черного и В.А. Битюрина. 8-10 апреля 2008г. М.: ИВТ РАН. 2008, С. 265-271.
48. Kozlov A.N. Theoretical researches and experimental realization of the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Proceedings the 8th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Ed. V.A. Bityurin. Moscow. JИТ RAS. 2009. P. 82-85.
49. Козлов А.Н. Сравнительный анализ трех МГД-моделей динамики потоков в плазменных ускорителях с продольным магнитным полем. // Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС-2009), 25-31 мая 2009 г. Алушта. М.: МАИ-ПРИНТ. 2009. С. 394-397.
50. Kozlov A.N. Researches of the phenomenon of the current crisis in the channel of the plasma accelerator with the continuous electrodes within the framework of the two-fluid MHD-model. // Proc. of the 9th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Ed. V.A. Bityurin. Moscow. JИТ RAS. 2010. P.95-97.
51. Козлов А.Н. Интегральные характеристики и параметры ядра потока в канале плазменного ускорителя при наличии приэлектродных слоев. // Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов

управления. Всероссийская научная конференция, посвященная 75-летию со дня рождения акад. В.П. Мясникова, 11-17 сентября 2011, Владивосток. Сборник докладов. Электр. ресурс: <http://iacp.dvo.ru/fapm/> и CD-ROM, ISBN 978-5-7442-1530-9. Изд: ИАПУ ДВО РАН, Владивосток. 2011. С. 246-252.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка цитируемой литературы. Диссертационная работа содержит 273 страницы, 66 рисунков и 3 таблицы. Список цитируемой литературы включает 323 наименования.

Краткое содержание работы.

Во **введении** обсуждается современное состояние исследований плазменных ускорителей, обосновывается актуальность, формулируются цели работы и положения, выносимые на защиту, изложены методы исследований, аргументируется научная новизна и обсуждается практическая значимость проведенных исследований, приводятся сведения об апробации работы.

В **первой главе** представлена иерархия численных моделей течений ионизирующегося газа и рассмотрены процессы, происходящие на фронте ионизации в канале традиционного плазменного ускорителя с азимутальным магнитным полем. В **разделе 1.1** осуществляется вывод модифицированной системы МГД-уравнений, которая единым образом описывает переход от слабоионизованной среды к плазме. В этом разделе приводятся оценки применимости соответствующих приближений, формулы для расчета электропроводности и теплопроводности среды, переноса излучения и потерь энергии на излучение. В **разделе 1.2** дана безразмерная форма МГД-уравнений и основные безразмерные параметры задачи, участвующие в численных моделях. В **разделе 1.3** изложена постановка задачи о динамике потоков плазмы и ионизирующегося газа в осесимметричном случае, включая уравнения, граничные условия и основные этапы численного моделирования. В **разделе 1.4** рассмотрены модель течения ионизирующегося газа со скачком проводимости и уравнение электрической цепи для расчета осциллограмм тока и напряжения.

Приведен пример расчета течения ионизирующегося газа со скачком проводимости в двумерной постановке задачи, отвечающей проводившимся ранее экспериментам для малых коаксиальных ускорителей или входных ионизационных камер КСПУ. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных для вольт-амперных характеристик разряда, а также параметров плазмы в компрессионном потоке на выходе из ионизационного блока КСПУ. **Раздел 1.5** посвящен исследованиям течений ионизирующегося газа в приближении локального термодинамического равновесия (ЛТР), где также приведен пример расчета течения ионизирующегося газа в двумерной постановке задачи, результаты расчетов сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными и рассмотрено эмпирическое условие стационарности течений ионизирующегося газа. Современная модель течений ионизирующегося газа с учетом кинетики ионизации и рекомбинации представлена в **разделе 1.6** на основе квазиодномерного приближения, поскольку в потоках ионизирующегося газа основной интерес представляет зависимость параметров от продольной координаты канала ускорителя, а изменением переменных в поперечном направлении можно пренебречь. При этом система МГД-уравнений дополнена уравнением кинетики ионизации и рекомбинации. Коэффициенты данного уравнения определяются в рамках модифицированного диффузионного приближения. Представленные в разделе исследования и примеры расчетов позволили выявить новые свойства течений ионизирующегося газа, что существенно уточняет результаты прежних исследований, в том числе в приближении локального термодинамического равновесия. В **разделе 1.7** сформулированы основные выводы к первой главе.

Вторая глава посвящена основам теории процесса ионизации в каналах квазистационарных плазменных ускорителей с азимутальным магнитным полем. Процесс ионизации имеет ряд отличительных особенностей. Если температура и степень ионизации резко возрастают на фронте ионизации, то плотность среды резко падает в отличие от процессов в ионизирующих ударных

волнах. Это связано с протеканием значительного тока в плазме и сильным изменением магнитного поля в окрестности фронта, что в свою очередь приводит к существенному росту скорости. В **разделе 2.1** приведены законы сохранения, дополненные следствием закона Ома и уравнением кинетики ионизации и рекомбинации, при условии, что магнитное и электрическое поля взаимно перпендикулярны и параллельны плоскости стационарного фронта ионизации, а направление движения ортогонально данной плоскости. В **разделе 2.2** обсуждаются характерные кривые, используемые для изучения структуры фронта ионизации. К ним относятся МГД-гипербола, звуковая парабола, кривая Жуге и ряд других характерных кривых, позволяющих определить положение стационарных особых точек исходной одномерной системы уравнений. В **разделе 2.3** представлены типичные поля направлений интегральных кривых и проведен анализ особых точек. В **разделе 2.4** процесс ионизации рассмотрен как движение вдоль интегральных кривых в плоскости переменных, отвечающих магнитному полю и величине, обратно пропорциональной плотности. Эти переменные использованы для описания течения ионизирующегося газа в пределах узкого фронта ионизации. **Раздел 2.5** содержит пример течения ионизирующегося газа в канале с протяженным участком постоянного сечения. Данный пример иллюстрирует возможность того, что процесс ионизации может завершиться на фронте в стационарной особой точке, отвечающей устойчивому узлу, а дальнейшее ускорение ионизированной среды за фронтом в рамках другого течения сопровождается переходом через скорость сигнала. Следствием теоретических исследований является ряд соотношений, характеризующих процесс ионизации и представленных в **разделе 2.6**. В частности, получены условия, определяющие возможность перехода скорости потока ионизирующегося газа через газодинамическую скорость звука и выхода в стационарные особые точки в пределах узкого фронта ионизации, наблюдаемого в расчетах и экспериментах. Основные выводы к данной главе сформулированы в **разделе 2.7**.

В **третьей главе** рассмотрены аналитические модели стационарных двумерных осесимметричных течений идеально проводящей плазмы. В **разделе 3.1** выписаны исходная система уравнения двухжидкостной магнитной газодинамики идеально проводящей плазмы и ее безразмерный аналог. В **разделе 3.2** вводятся функции потока частиц и функция магнитного потока, в терминах которых приведены законы сохранения и преобразована исходная система уравнений. Здесь же описаны основные приближения для изомагнитных и изобернуллиевых течений, а также приближение холодной плазмы, которые используются при построении аналитических моделей. Сравнение режимов ионного и электронного токопереноса в каналах КСПУ осуществляется в **разделе 3.3**, где представлен интегральный параметр обмена или параметр Морозова. Приближение “плавных” течений в канале медленно меняющегося сечения и переход от системы уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений изложены в **разделе 3.4**. В **разделе 3.5** приведены алгебраические соотношения, описывающие динамику холодной плазмы с азимутальным магнитным полем, а также пример двумерного осесимметричного трансзвукового течения плазмы в канале медленно меняющегося сечения в отсутствие продольного магнитного поля. **Раздел 3.6** посвящен постановке задачи при наличии продольного магнитного поля и выводу соответствующих уравнений. В **разделе 3.7** рассмотрен пример трансзвукового течения плазмы при наличии продольного магнитного поля. Оценка параметров ускорителя в приближении плавного канала дана в **разделе 3.8**. Сравнительная оценка эффективности ускорения в приближении узкого коаксиального канала получена в **разделе 3.9**. **Раздел 3.10** обобщает основные результаты исследований, изложенных в третьей главе.

В **четвертой главе** представлены численные исследования динамики потоков плазмы в КСПУ в отсутствие и при наличии дополнительного продольного поля. Расчеты двумерных осесимметричных, в общем случае нестационарных, течений плазмы в канале и компрессионных потоков на

выходе из ускорителя проведены в рамках одножидкостной МГД-модели с учетом конечной проводимости среды. В **разделе 4.1** рассмотрены модифицированные МГД-уравнения в терминах векторного потенциала магнитного поля и определены безразмерные параметры задачи. Постановка задачи и граничные условия изложены в **разделе 4.2**. Численные методы, использованные для решения МГД-задачи, включая FCT алгоритм с коррекцией потоков для обобщенного уравнения переноса и потоковый вариант метода прогонки для учета диссипативных факторов, обсуждаются в **разделе 4.3**. В **разделе 4.4** приведены результаты исследования динамики вращающихся потоков плазмы в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем, включая примеры расчетов. Здесь же проводится сопоставление численной и аналитической моделей. Описание эффекта формирования токового слоя при сильном продольном поле дано в подразделе 4.4.2. **Раздел 4.5** содержит сведения о компрессионных течениях на выходе из ускорителя с азимутальным магнитным полем. В данном разделе представлен пример компрессионного течения водородной плазмы, исследована степень сжатия в области компрессии, рассмотрены интегральные характеристики плазменных ускорителей, а также проведено сравнение компрессионных потоков плазмы, генерируемой из различных газов: водорода, гелия, аргона и ксенона. В **разделе 4.6** анализируются компрессионные течения плазмы при наличии продольного поля, и дано описание эффекта генерации магнитного поля на конической ударной волне. **Раздел 4.7** резюмирует исследования, изложенные в этой главе.

Пятая глава посвящена исследованию приэлектродных процессов в КСПУ с азимутальным магнитным полем и в ускорителях с дополнительным продольным магнитным полем. Данные исследования выполнены на основе двухкомпонентной МГД-модели с учетом эффекта Холла, тензора проводимости среды и зависимости коэффициентов от параметра замагниченности для различных режимов токопереноса. В **разделе 5.1** представлены уравнения двухжидкостной магнитной газодинамики,

коэффициенты переноса в магнитном поле и безразмерные параметры задачи. Модифицированные уравнения двухкомпонентной МГД-модели в терминах векторного потенциала магнитного поля рассмотрены в **разделе 5.2**. Постановка задач для различных режимов токопереноса и соответствующие граничные условия обсуждаются в **разделе 5.3**. Результаты исследования приэлектродных процессов и явления кризиса тока в каналах плазменных ускорителей с непроницаемыми электродами изложены в **разделе 5.4**. Здесь же показано как влияет форма электродов на эффект возникновения кризиса тока в ускорителях с азимутальным магнитным полем (см. **5.4.1**), а в подразделе **5.4.2** демонстрируется результат воздействия продольного поля на приэлектродные процессы в ускорителе с непроницаемыми электродами. **Раздел 5.5** ориентирован на изучение динамики плазмы и приэлектродных процессов в режиме ионного токопереноса с проницаемыми и эквипотенциальными электродами. В **разделе 5.6** приведены результаты исследования динамики ионов примесей меди, азота и кислорода в основном потоке дейтериевой плазмы. Выявлены условия, при которых сепарация ионов примесей становится явно выраженной и возможен эффект самоочищения потока в ускорителе с азимутальным магнитным полем. **Раздел 5.7** содержит выводы и формулировки основных результатов исследований, представленных в пятой главе.

В **заключении** представлены основные результаты диссертации.

В диссертационной работе принята нумерация разделов и формул по главам: первое число – номер главы, второе – номер раздела и формулы. Некоторые разделы содержат подразделы с тройной нумерацией. Для рисунков и таблиц принята сквозная нумерация. Список литературы составлен по порядку цитирования.

Автор выражает глубокую благодарность А.И. Морозову, К.В. Брушлинскому, В.А. Левину, А.Г. Куликовскому, А.А. Бармину, а также коллегам и соавторам, как в России, так и в зарубежье, способствовавшим многим исследованиям и подготовке диссертационной работы.

ГЛАВА 1

ТЕЧЕНИЯ ИОНИЗУЮЩЕГОСЯ ГАЗА И ПРОЦЕССЫ НА ФРОНТЕ ИОНИЗАЦИИ В КАНАЛАХ ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ

В этой главе будут рассмотрены численные модели и результаты исследований течений ионизирующегося газа в коаксиальных плазменных ускорителях с азимутальным магнитным полем. Процесс ионизации происходит в небольших ускорителях [1-2,12-14,60], длина канала которых порядка 10 см, а разрядный ток не превышает 100 кА. В двухступенчатых системах КСПУ большой мощности [1,5-9,13,63-70], в которых разрядные токи для второй ступени составляют сотни кА, ионизация газа и предварительное ускорение плазмы происходит в первой ступени, представляющей собой набор малых ускорителей, расположенных по окружности (см. рис.2).

Численное моделирование и расчеты течений в каналах (см., например, [6,11,58,108,112-114,195-196,204-205]) сыграли существенную роль в изучении свойств потоков ионизирующегося газа. Течение ионизирующегося газа имеет ряд отличительных особенностей. В плазменных ускорителях процесс ионизации сопровождается резким возрастанием температуры, степени ионизации и скорости. Одновременно плотность среды резко падает в отличие от процессов в ионизирующих ударных волнах. Формально фронт ионизации в плазменных ускорителях представляет собой скачок разрежения. Известно, что газодинамика и магнитная газодинамика не допускают ударных волн разрежения. Процесс ионизации в плазменных ускорителях можно рассматривать как фазовый переход от газообразного состояния к плазме в пределах узкого фронта ионизации. В ускорителях при определенных условиях фронт ионизации является устойчивым и стационарным образованием.

Следует отметить несколько этапов развития численных моделей. Первоначально расчеты течений ионизирующегося газа были выполнены в квазиодномерном приближении на основе скачкообразной зависимости проводимости газа от температуры [11]. В этой модели проводимость менялась

от некоторого малого значения до конечной величины при достижении газом определенной критической температуры. В рамках данной модели также были проведены двумерные численные исследования (см., например, [108,113,195-196]). В дальнейшем на основе модели для трёхкомпонентной среды, состоящей из атомов, электронов и ионов, были проведены расчёты с использованием формулы Саха в предположении локального термодинамического равновесия (ЛТР) в квазиодномерном и двумерном приближениях (см., например, [204-205]). Обе эти модели представлены также в монографии [58] и обзоре [112]. Во всех перечисленных моделях и в экспериментах (см., например, [1]) при определённых условиях наблюдалось развитие периодических режимов в процессе ионизации газа в канале ускорителя. Аналогичные пульсирующие режимы наблюдаются в МГД-течениях с выключением электропроводности [206] и в расчетах T-слоев [207].

В экспериментальных исследованиях коаксиальных пламенных ускорителей на вход в канал подается нейтральный газ, который может быть лишь слегка ионизован излучением, идущим от фронта ионизации. Правда, в перспективных разработках возможен предварительный СВЧ нагрев поступающего газа. Эксперименты [1,30] показали, что в потоке формируется четко выраженный узкий фронт ионизации, который ярко светится. При этом перед фронтом поток практически не излучает. Кроме того, скоростная фоторегистрация показала, что в ряде случаев фронт ионизации неустойчив и возможны его продольные колебания при использовании водорода.

Недостатком указанных численных моделей течения ионизирующегося газа в канале ускорителя является то обстоятельство, что фронт ионизации в расчётах оказался достаточно размытым. Узкий фронт ионизации в соответствии с экспериментальными данными удалось получить в рамках численной модели [119,208,209], основанной на системе МГД-уравнений для трёхкомпонентной среды, дополненной уравнением кинетики ионизации и рекомбинации. Эта система единым образом описывает переход

слабоионизованного газа к плазме с учётом кинетики ионизации и рекомбинации. Соответствующие коэффициенты ионизации и рекомбинации определяются в рамках модифицированного диффузионного приближения для известных уровней энергетического пространства атома [36,54].

В данной главе представлены три указанные модели, включая постановку задачи и результаты численных исследований. Поскольку газ и образующаяся плазма достаточно плотные, фронт ионизации относится к объектам исследования механики сплошной среды.

1.1. МГД-модель динамики трёхкомпонентной среды

В основе модели течений ионизирующегося газа лежат уравнения переноса трёхкомпонентной среды [23], состоящей из атомов, электронов и ионов, а также уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Учитывая, что характерные скорости потоков $V \ll c$, можно пренебречь током смещения

$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ в уравнении $rot \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$. Поскольку $m_e \ll m_i = m_a = m$,

инерцией электронов $m_e \frac{d \mathbf{V}_e}{d t}$ также пренебрегаем. Тогда имеем следующую

систему уравнений:

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + div n_a \mathbf{V}_a = \Gamma_a \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + div n_i \mathbf{V}_i = \Gamma_i \quad (1.1б)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div n_e \mathbf{V}_e = \Gamma_e \quad (1.1в)$$

$$m_a n_a \frac{d \mathbf{V}_a}{d t} + \nabla P_a = \mathbf{R}_{ae} + \mathbf{R}_{ai} \quad (1.2a)$$

$$m_i n_i \frac{d \mathbf{V}_i}{d t} + \nabla P_i = e n_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_i, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{R}_{ia} + \mathbf{R}_{ie} \quad (1.2б)$$

$$\nabla P_e = -e n_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_e, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{R}_{ea} + \mathbf{R}_{ei} \quad (1.2b)$$

$$\frac{k_B n_a}{(\gamma-1)} \frac{d T_a}{d t} + \frac{k_B T_a}{(\gamma-1)} \Gamma_a + P_a \operatorname{div} \mathbf{V}_a = -\operatorname{div} \mathbf{q}_a + Q_a \quad (1.3a)$$

$$\frac{k_B n_i}{(\gamma-1)} \frac{d T_i}{d t} + \frac{k_B T_i}{(\gamma-1)} \Gamma_i + P_i \operatorname{div} \mathbf{V}_i = -\operatorname{div} \mathbf{q}_i + Q_i \quad (1.3b)$$

$$\frac{k_B n_e}{(\gamma-1)} \frac{d T_e}{d t} + \frac{k_B T_e}{(\gamma-1)} \Gamma_e + P_e \operatorname{div} \mathbf{V}_e = -\operatorname{div} \mathbf{q}_e + \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} + Q_e \quad (1.3b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E} ; \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H} \quad (1.4)$$

$$P_a = k_B n_a T_a ; \quad P_i = k_B n_i T_i ; \quad P_e = k_B n_e T_e \quad (1.5)$$

В данной системе индексы a, i, e соответствуют компонентам среды: атомам, ионам и электронам; $k_B = 1.38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град - константа Больцмана. Величины $\Gamma_a, \Gamma_i, \Gamma_e$ определяют скорость рождения частиц данного сорта в единице объема в результате процессов ионизации и рекомбинации, так что $\Gamma_i = \Gamma_e = -\Gamma_a$. Силы взаимного трения \mathbf{R} удовлетворяют соотношениям: $\mathbf{R}_{ae} = -\mathbf{R}_{ea}$; $\mathbf{R}_{ai} = -\mathbf{R}_{ia}$; $\mathbf{R}_{ie} = -\mathbf{R}_{ei}$. Теплу, выделяемому в компонентах среды за счет взаимодействия и трения с другими компонентами, отвечают значения Q_i, Q_e, Q_a . При этом определяющим является взаимодействие электронов с ионами и соответствующее слагаемое в уравнении (1.3b) или джоулев нагрев $Q_{ei} = \mathbf{j}^2 / \sigma$, где σ - электропроводность среды, представлено отдельным слагаемым. В данной системе уравнений пренебрегаем молекулярной вязкостью компонент среды в силу пренебрежимо малого влияния соответствующих диссипативных факторов. В тоже время тепловые потоки $\mathbf{q}_e, \mathbf{q}_i, \mathbf{q}_a$ могут быть учтены. Наибольший вклад в диссипацию вносит магнитная вязкость, обратно пропорциональная магнитному числу Рейнольдса и электропроводности. В данном случае ограничимся исследованием процесса ионизации водородной плазмы ($Z_i = 1$), часто используемой в экспериментах.

В соответствии с экспериментами концентрация среды является достаточно высокой $n = 10^{16} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Кроме того, речь идет о генерации низкотемпературной плазмы, температура которой $T \sim 1 \text{ эВ}$. Поэтому радиус Дебая $R_D = \sqrt{k_B T / 4 \pi e^2 n_e}$ является крайне малой величиной по сравнению с характерными размерами системы и пространственными масштабами процессов, включая толщину фронта ионизации. В этом случае среду можно считать квазинейтральной $n_i = n_e$.

Разностью скоростей между электронной и ионной компонентами среды $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i = -\frac{\mathbf{j}}{e n_e}$, определяющей эффект Холла в магнитной газодинамике,

можно пренебречь для достаточно плотной среды. Учет эффекта Холла будет иметь принципиальное значение в исследованиях приэлектродных процессов.

Оценки и контрольные расчеты показывают, что также мало отличаются

скорости ионов и атомов (см. [23]) $\mathbf{w} = \mathbf{V}_i - \mathbf{V}_a = \frac{1}{\alpha_a} \left\{ -\mathbf{G} + \frac{\xi_a}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] \right\} + \frac{\delta \mathbf{j}}{e n_e}$, где

$$\mathbf{G} = \xi_a \nabla(P_e + P_i) - \xi_i \nabla P_a; \quad \xi_a = \frac{m n_a}{\rho}; \quad \xi_i = \frac{m n_i}{\rho}; \quad \xi_a + \xi_i = 1; \quad \delta \approx \frac{m_e S_{ea}^*}{m S_{ia}^*} \ll 1;$$

$\alpha_a = m n_i n_a S_{ia}^* \sqrt{k_B T / m}$; S_{ea}^* и S_{ia}^* - эффективные сечения столкновений атомов с электронами и ионами. Поэтому будем полагать, что скорости всех компонент равны между собой $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$.

В рассматриваемом диапазоне параметров задачи стандартные оценки передачи тепла и характерного времени обмена энергией между компонентами показывают, что $T_i \approx T_e = T$. Это подтверждают экспериментальные измерения.

Возможное незначительное превышение электронной температуры T_e над T_i и T_a не является существенной деталью проводимых исследований.

Соответственно предполагаем, что $T_a = T_i = T_e = T$.

Пусть $n = n_a + n_i$ и $\rho = m(n_a + n_i)$ - концентрация и плотность тяжелых частиц, $\alpha = n_e / n$ - степень ионизации, $\varepsilon = c_v T (1 + \alpha)$ - внутренняя энергия единицы объема, $P = P_a + P_i + P_e = (1 + \alpha)(c_p - c_v)\rho T$ - суммарное давление, где $k_B / m = R = c_p - c_v = c_v (\gamma - 1)$. Введем также обозначения $\mathbf{q} = \mathbf{q}_a + \mathbf{q}_i + \mathbf{q}_e$ и $Q_{mp} = Q_a + Q_i + Q_e$. Численные эксперименты [205] показали, что

$$Q_{mp} = \frac{1}{\alpha_a} \left(\frac{\xi_a}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] - \mathbf{G} \right)^2 \ll \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma}.$$

Следствием уравнения (1.2в), в котором пренебрегли инерцией электронов, является обобщенный закон Ома в трехкомпонентной среде

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c} [\mathbf{V}_i, \mathbf{H}] - \frac{1}{e n_e} (\nabla P_e - \delta \mathbf{G}) - \frac{1 - \delta}{e n_e c} \xi_a [\mathbf{j}, \mathbf{H}]$$

Учитывая, что параметр $\delta \ll 1$, и пренебрегая эффектом Холла, приходим к закону Ома $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}]$ в одножидкостной магнитной газодинамике.

Сложив уравнения (1.1а) и (1.1б), (1.2а) с (1.2б) и (1.2в), (1.3а) с (1.3б) и (1.3в), с учетом сказанного получим следующую систему уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0; \quad \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}]$$

$$\rho \frac{d \varepsilon}{d t} + P \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \operatorname{div} \mathbf{q} + Q_{mp} - Q_{изл} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{rot} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] - c \operatorname{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}; \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}; \quad \frac{d}{d t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla)$$

$$\rho = m(n_a + n_i); \quad P = (1 + \alpha) k_B n T = (\gamma - 1) \rho \varepsilon; \quad \mathbf{q} = -\kappa \nabla T$$

Данную систему (см., например, [11,113,114,119,195,196,204,205]) вместе с указанными далее способами определения α , σ , ε и κ следует рассматривать как обобщение классической магнитной газодинамики [22] на случай частично ионизованной плазмы. Система (1.6) лежит в основе трех упомянутых моделей процесса ионизации с различными способами определения степени ионизации.

В общем случае внутренняя энергия содержит дополнительные слагаемые, позволяющие учесть влияние тех или иных факторов, в частности, потери энергии на ионизацию, пропорциональные так называемой цене иона $\varepsilon_R = \zeta I$ [1,12], где $I = 13.56 \text{ эВ} = 2.16 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$ - потенциал ионизации атома водорода. Коэффициент ζ варьируется в пределах от 0 до 2. При $\zeta > 1$ учитываются не только потери энергии на ионизацию, но и радиационные потери, сопровождающие данный процесс. Внутренняя энергия на единицу массы в уравнениях (1.6) задается в виде

$$\varepsilon = c_v T (1 + \alpha) + \zeta \alpha I / m \quad (1.7)$$

Для полностью ионизованной плазмы имеем $\alpha = 1$, и второе слагаемое в соотношении (1.7) не участвует в решении задач, поскольку уравнение (1.6) содержит только производные по ε . Кроме того, в уравнении состояния среды (1.7) можно учесть потери энергии на диссоциацию молекул водорода, которая не оказывает заметного влияния на исследуемый процесс ионизации.

1.1.1. Электропроводность в потоке ионизирующегося газа

Электропроводность трехкомпонентной среды определяется формулой

$$\sigma = \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_e},$$

где τ_e и $\nu_e = 1/\tau_e$ - характерное время и частота столкновений электронов с другими частицами. Последняя складывается из частот столкновений с атомами и ионами (см., например, [23,27])

$$\nu_e = \nu_{ea} + \nu_{ei}; \quad \nu_{ea} = \langle V_e \rangle S_{ea}^* n_a; \quad \nu_{ei} = \langle V_e \rangle S_{ei}^* n_i; \quad \langle V_e \rangle = \sqrt{2 k_B T / m_e},$$

где S_{ea}^* и S_{ei}^* - эффективные сечения столкновений электрона с атомами и ионами. В результате приходим к соотношению

$$1 / \sigma = 1 / \sigma_1 + 1 / \sigma_2, \quad (1.8)$$

в котором величины σ_1 и σ_2 отвечают проводимости слабоионизованного газа и плазмы. Учитывая, что $n_e = n_i = \alpha n$ и $n_a = n - n_i = (1 - \alpha)n$, имеем

$$\sigma_1 = \frac{\alpha e^2}{(1-\alpha) S_{ea}^* \sqrt{2 k_B T m_e}}; \quad \sigma_2 = \frac{e^2 n_e \tau_{ei}}{m_e}; \quad \tau_{ei} = \frac{3 \sqrt{m_e} (k_B T)^{3/2}}{4 \sqrt{2 \pi} \Lambda Z_i^2 e^4 n_i} \quad (1.9)$$

где τ_{ei} - время рассеяния электронов на ионах, Λ - кулоновский логарифм. Видно, что для малой степени ионизации $\alpha \rightarrow 0$ проводимость также мала $\sigma \approx \sigma_1 \rightarrow 0$. Если же $\alpha \rightarrow 1$, то приходим к спитцеровской проводимости $\sigma \approx \sigma_2 \sim T^{3/2}$. Следует заметить, что коэффициенты, участвующие, в частности, в определении проводимости, допускают определенный разброс в зависимости от учета тех или иных поправок авторами различных монографий (см., например, [17,20,23,27]).

1.1.2. Теплопроводность среды

В работах [195,196] исследовано влияние теплопроводности κ в микроскопическом потоке тепла $\mathbf{q} = -\kappa \nabla T$ в уравнении для внутренней энергии (1.6). Теплопроводность определяется как сумма электрон-атомарной и лучистой теплопроводности (см., например, [23,25,27,31,40]). При больших степенях ионизации заметную часть в суммарной теплопроводности составляет электронная теплопроводность поперек азимутального магнитного поля

$$\kappa_{\perp e} = \frac{1}{m_e} k_B^2 n_e T_e \tau_{ei} \gamma_0(\chi) \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right] \quad (1.10)$$

где $\gamma_0(\chi) = (11.92 + 4.664 \chi^2) / (3.77 + 14.79 \chi^2 + \chi^4)$ - функция, учитывающая влияние замагниченности электронной компоненты плазмы $\chi = \omega_e \tau_{ei}$. При малых степенях ионизации наибольший вклад вносит теплопроводность атомов

$\kappa_a = 24 \cdot T^{3/4} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right]$. Электрон-атомарная теплопроводность с учетом

перехода от малой степени ионизации к $\alpha = 1$ представлена формулой

$$\kappa_{a \rightarrow e} = \kappa_{\perp e} \left(1 + \sqrt{2} \frac{m_e}{m_i} \frac{\kappa_{\perp e}}{\kappa_a} \frac{S_{ea}^*}{S_{aa}^*} \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{-1} + \kappa_a \left(1 + \frac{S_{ai}^*}{S_{aa}^*} \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{-1}, \quad (1.11)$$

где $S_{ea}^* / S_{aa}^* = 1.5 \cdot 10^{-2}$ и $S_{ai}^* / S_{aa}^* = 1.44 \cdot T^{0.16}$ - соотношения между эффективными сечениями рассеяния частиц. Лучистая теплопроводность равна

$$\kappa_{луч} = \frac{16}{3} C L_{cp} T^3 \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}} \right], \quad (1.12)$$

где $C = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} / \text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4$ - константа Стефана-Больцмана.

Средний пробег фотонов $L_{cp} \approx \frac{m_e c}{\pi e^2} \frac{\Delta \omega}{n_k f_{kl}}$ ($n_k = n_l \approx n_a$) определяется на

основе доплеровского уширения спектральных линий $\Delta \omega = \omega_{kl} V / c$, где $\omega_{kl} = 2 \pi c / \lambda_{kl}$ и f_{kl} - спектральная частота и сила осциллятора, например, для α -линии Лаймана водородной плазмы. Кроме того, в плазме, генерируемой из таких газов, как гелий, аргон, ксенон, заряд иона может быть отличен от единицы $Z_i \neq 1$ в зависимости от концентрации и температуры. Влияние ионизационного состояния иона на коэффициенты диссипации, включая теплопроводность, можно учесть в соответствии с рядом публикаций (см., например, [23,210]). Однако проведенные оценки и результаты численных экспериментов показывают, что роль теплопроводности в целом незначительна.

1.1.3. Перенос излучения и потери энергии на излучение

Рассмотрим и оценим влияние основных механизмов излучения и поглощения на исследуемые процессы ионизации газа и динамики потоков плазмы в плазменных ускорителях. Использованное приближение лучистой теплопроводности основано на том, что длина свободного пробега фотонов, существенно влияющих на теплообмен в среде, много меньше характерных размеров задачи. В этом приближении излучение считается равновесным. Участки спектра, в которых чаще всего наблюдается равновесие, отвечают центрам отдельных линий, например, α -линии Лаймана. В этом случае среда является непрозрачной для излучения. На самом деле фотоны, образовавшиеся в результате процесса рекомбинации, как правило, имеют длину пробега

превышающую характерные размеры системы, и для них плазма оказывается прозрачной. Такие фотоны, покидая вещество, нарушают равновесие.

Детальное описание взаимодействия плазмы с полем излучения основано на решении уравнение переноса излучения. Учитывая, что скорость распространения излучения существенно выше скорости потока в плазменном ускорителе, поле излучения мгновенно подстраивается под распределение параметров потока и можно ограничиться решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \eta_{\omega}(\mathbf{r}) - \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) \cdot I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}). \quad (1.13)$$

где $I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ - интенсивность излучения с частотой ω в точке с координатой \mathbf{r} , распространяющегося в направлении телесного угла $\mathbf{\Omega}$. Уравнение (1.13) записано в предположении изотропии рассеяния. С помощью интенсивности излучения в канале $I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$, можно найти плотность энергии излучения U и плотность потока энергии излучения \mathbf{W} :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) d\Omega d\omega, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\Omega d\omega$$

Плотность энергии излучения U мала по сравнению с энергией газа, и ее можно не учитывать в МГД-уравнениях. В то же время поток энергии излучения ($W \sim cU$) посредством слагаемого $Q_{изл} = \text{div} \mathbf{W}$ в (1.6) вносит определенный вклад в потери энергии и ее перераспределение за счет переноса излучения. Излучательная способность $\eta_{\omega}(\mathbf{r})$ и коэффициент поглощения вещества $\kappa_{\omega}(\mathbf{r})$ в уравнении (1.13) являются спектральными характеристиками вещества, которые зависят от температуры и плотности (см., например, [25,36,211]). Для определения значений κ_{ω} и η_{ω} следует, в частности, рассчитать спектр атома, вычислить населенности состояний атомов, учесть различные процессы перехода электрона из одного энергетического состояния в другое. В свою очередь возможные электронные переходы, сопровождающие процессы излучения и поглощения света, делятся на три типа:

- 1) связанно-связанные переходы, включая абсорбцию и эмиссию излучения $A_k + \hbar\omega_{kj} \leftrightarrow A_j$, а также возбуждение и гашение электронным ударом $A_k + e \leftrightarrow A_j + \tilde{e}$;
- 2) связанно-свободные переходы, обусловленные, в частности, фотоионизацией и фоторекомбинацией $A_k + \hbar\omega_k \leftrightarrow A^+ + e$, а также столкновительной ионизацией и рекомбинацией $A_k + e \leftrightarrow A^+ + \tilde{e} + \hat{e}$;
- 3) свободно-свободные переходы, отвечающие тормозному излучению и поглощению $A_k + e + \hbar\omega_k \leftrightarrow A_k + \tilde{e}$.

Здесь A_k - атом в k^{om} возбужденном состоянии.

Соответственно коэффициент поглощения и излучательная способность складываются из трех частей, отвечающих данным типам переходов. При этом используется профиль линии по формуле Фойгта, учитывающей разные по природе механизмы уширения спектральных линий [36,51,212].

Для численного решения уравнения (1.13) разработаны разные методы (см., например, [40,192]). В работах [213,214] использован, в частности, метод характеристик для расчета переноса излучения на фронте ионизации в канале квазистационарного плазменного ускорителя. Оказалось, что существенный вклад в плотность энергии излучения и плотность потока энергии излучения водородной плазмы вносит альфа линия Лаймана [197,213,214]. Установлено также, что решение уравнения переноса излучения в потоках ионизирующегося газа и приближение лучистой теплопроводности дают качественно близкие результаты для плотности потока энергии излучения. Кроме того, приближение лучистой теплопроводности дает верхнюю оценку значений W в случае использования упомянутого выше способа определения средней длины пробега фотонов на основе доплеровского уширения альфа линии Лаймана.

Полноценное решение уравнение переноса излучение в многогрупповом приближении, охватывающем все участки спектра, - это весьма трудоемкая

задача. Поэтому в представленных исследованиях в ряде случаев используется более грубый, но весьма эффективный способ учета потерь энергии на излучение, основанный на использовании известных соотношений для мощности рекомбинационного и тормозного излучения единицы объема (см., например, [1,12,25,31,36]). Рекомбинационное излучение связано с переходами электронов из непрерывного в дискретный спектр, и оценки [195] коэффициента связанно-свободного поглощения κ_ω водородоподобного газа показывают, что средняя длина пробега $L_{cp} = 1 / \kappa_\omega \geq 1 \text{ см}$ для характерных параметров КСПУ. Мощность рекомбинационного излучения равна

$$Q_{рек} = 4.4 \cdot 10^{-24} Z_i^4 \frac{n_e n_i}{\sqrt{T_e(\text{эВ})}} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (1.14)$$

В случае свободно-свободных переходов оценки коэффициента тормозного поглощения дают $L_{cp} \geq 10 \text{ см}$. Это излучение также отвечает приближению оптически тонкой плазмы. Мощность тормозного излучения равна

$$Q_{торм} = 1.54 \cdot 10^{-25} Z_i^2 n_e n_i \sqrt{T_e(\text{эВ})} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} \right] \quad (1.15)$$

Исследования показали [196], что суммарные потери энергии от двух данных типов излучения $Q_{изл} = Q_{рек} + Q_{торм}$ не оказывают заметного влияния на процесс ионизации газа и динамику водородной плазмы в канале плазменного ускорителя.

1.2. Безразмерная форма МГД-уравнений и основные параметры задачи

Системы уравнений (1.1) – (1.5) и (1.6) записаны в гауссовой системе единиц измерения (CGSE), наиболее распространенной в магнитной газодинамике и физике плазмы. При разработке численных моделей, как правило, используют безразмерные переменные. В качестве единиц измерения могут быть выбраны соответствующие размерные параметры, например, длина канала либо его части L , такие термодинамические величины, как характерная концентрация

или плотность газа на входе в канал ускорителя n_o ($\rho_o = m n_o$), а также температура T_o . Одной из единиц измерения электромагнитных величин является характерная величина азимутального магнитного поля на входе в канал H_o , которая определяется разрядным током в системе J_p , так что $H_o = 2 J_p / c R_o$, где R_o - характерный радиус канала. С помощью перечисленных величин формируются единицы: давления - $P_o = H_o^2 / 4\pi$, скорости - $V_o = H_o / \sqrt{4\pi\rho_o}$, времени - $t_o = L / V_o$, электрического поля - $E_o = H_o V_o / c$ и тока в плазме $j_o = c H_o / 4\pi L$.

Сохранив прежние обозначения для безразмерных переменных, систему МГД-уравнений (1.6) можно представить в следующей безразмерной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} &= 0; & \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P &= [\mathbf{j}, \mathbf{H}] \\ \rho \frac{d \varepsilon}{d t} + P \operatorname{div} \mathbf{V} &= \nu \mathbf{j}^2 - \operatorname{div} \mathbf{q} + \tilde{Q}_{mp} - \tilde{Q}_{изл} \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] - \operatorname{rot} \nu \mathbf{j}; & \mathbf{j} &= \operatorname{rot} \mathbf{H} \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$P = \frac{\beta}{2}(1 + \alpha) \rho T; \quad \varepsilon = \frac{\beta(1 + \alpha)}{2(\gamma - 1)} T + \frac{\beta}{2} \zeta \alpha T^*; \quad \mathbf{q} = -\tilde{\kappa} \nabla T$$

Система (1.16) содержит такие безразмерные параметры, как магнитную вязкость ν , обратно пропорциональную магнитному числу Рейнольдса Re_m ,

$$\nu = 1 / \operatorname{Re}_m = c^2 / 4\pi L V_o \sigma, \quad (1.17)$$

отношение характерного газового давления к магнитному

$$\beta = 8\pi P_o / H_o^2 \quad (P_o = k_B n_o T_o), \quad (1.18)$$

теплопроводность $\tilde{\kappa} = \frac{4\pi T_o \kappa}{H_o^2 V_o L} = \frac{\beta \kappa}{2 k_B n_o V_o L}$, $\tilde{Q}_{изл} = \frac{4\pi L}{H_o^2 V_o} Q_{изл}$ и параметр

$T^* = I / k_B T$. Магнитная вязкость ν и безразмерная проводимость, равная

магнитному числу Рейнольдса Re_m , содержат величины σ_{10} и σ_{20} , которые выражаются через исходные размерные параметры и физические константы:

$$\nu = \frac{1}{Re_m} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}; \quad \sigma_1 = \frac{\alpha \sigma_{10}}{(1-\alpha)\sqrt{T}}; \quad \sigma_2 = \sigma_{20} T^{3/2} \quad (1.19)$$

Существуют различные формы записи уравнений магнитной газодинамики, в том числе, консервативная или дивергентная форма, которая в наибольшей степени соответствует законам сохранения. Системы (1.6) и (1.16) отвечают наиболее часто встречающейся форме представления МГД-уравнений. В данном случае вместо уравнения переноса полной энергии, включая кинетическую и магнитную составляющие, используется уравнение для внутренней энергии, соответственно температуры, которое легко получить с учетом закона сохранения электромагнитной энергии, являющегося следствием уравнений Максвелла. Для данного класса задач, полная энергия, ее кинетическая и магнитная составляющие существенно больше тепловой составляющей. Вычисление тепловой энергии на основе разности больших величин, может привести в численных моделях к отрицательным значениям температуры. Этим объясняется использование уравнения для внутренней энергии. Однако это уравнение содержит неконсервативное слагаемое $P \operatorname{div} \mathbf{V}$. Поэтому вместо уравнения для внутренней энергии, как правило, в численных моделях используется эквивалентное уравнение для энтропии или

пропорциональной ей функции $S = \ln \frac{P}{\rho^\gamma}$, так что

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho S \mathbf{V}) = \frac{2(\gamma-1)}{\beta(1+\alpha)T} \left(\nu \mathbf{j}^2 - \frac{\beta}{2} \zeta T^* \tilde{\Gamma}_e + \operatorname{div}(\tilde{\kappa} \nabla T) - \tilde{Q}_{изл} \right) \quad (1.20)$$

где $\tilde{\Gamma}_e = \frac{L}{n_o V_o} \Gamma_e$ - соответствующее безразмерное значение правой части уравнения (1.1в). Соответственно давление и температура вычисляются с

помощью соотношений $P = \rho^\gamma e^S$, $T = \frac{2 \rho^{\gamma-1} e^S}{\beta(1+\alpha)}$.

Следует заметить, что на уравнение энергии или энтропии не ложится существенная нагрузка в определении динамики потоков плазмы, поскольку роль градиента давления ∇P в уравнении переноса импульса весьма незначительна в исследуемых сильнооточных разрядах, для которых $\beta \ll 1$. В то же время температура, точнее температура электронной компоненты, участвует в определении степени ионизации и коэффициентов ионизации и рекомбинации. Уравнение для внутренней энергии (1.6) и (1.16) является следствием уравнений (1.3а), (1.3б) и (1.3в), в которых основная часть энергии, выделяемой в результате трения, представлена в качестве отдельного слагаемого \mathbf{j}^2 / σ в уравнении для электронной температуры (1.3в). Поэтому уравнения (1.6), (1.16) и (1.20) позволяют найти, по существу, электронную температуру, необходимую для вычисления степени ионизации.

Достаточно часто делают очевидное на первый взгляд утверждение о том, что безразмерные параметры вместе с граничными условиями определяют решение той или иной задачи. Однако не следует преувеличивать роль и значение безразмерных параметров. Если рассмотреть пространство исходных размерных параметров n_0 , T_0 , J_p и L , то в этом пространстве физически допустимым значениям отвечает лишь ограниченная область. Отображение этой области на пространство безразмерных параметров, например, β и ν дает также весьма ограниченную область физически допустимых безразмерных параметров. При этом варьирование значений n_0 , T_0 , J_p и L в допустимых границах приводит к согласованному изменению параметров β и ν , которое установлено соотношениями (1.17) и (1.18). Существующая практика варьирования исключительно безразмерных параметров чревата выходом за границы физически допустимой области размерных параметров. Более того, это может привести к тому, что те или иные физические закономерности и даже эффекты не будут выявлены. Поэтому в проведенных исследованиях в первую очередь представлены и варьируются исходные размерные параметры.

1.3. Постановка задачи о динамике осесимметричных потоков с азимутальным магнитным полем

В экспериментальных исследованиях (см., например, [1,5-9,61-79]) установлено, что течения ионизирующегося газа и плазмы в каналах КСПУ являются аксиально симметричными. Об этом говорят результаты скоростной фоторазвертки или СФР-граммы с торца ускорителя. Рис. 5б также иллюстрирует высокую степень азимутальной симметризации потоков. При условии осевой симметрии $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$ и наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H_\varphi)$ в цилиндрической системе координат скорость имеет две компоненты $\mathbf{V} = (V_z, V_r, 0)$ и все переменные зависят от двух координат r и z . В осесимметричном случае уравнения (1.16) в безразмерной форме можно записать следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} &= 0 \\ \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho V_z^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_z V_r) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho V_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) \right] &= \frac{1}{r} \left(P - \frac{H_\varphi^2}{2} \right) \\ \frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho \varepsilon V_r)}{\partial r} &= -P \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r)}{\partial r} \right) + \\ &+ \nu \left\{ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) - Q_{\text{изл}} \\ \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial (V_r H_\varphi)}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\nu}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) \\ P &= \frac{\beta}{2} (1 + \alpha) \rho T; \quad \varepsilon = \frac{\beta (1 + \alpha)}{2(\gamma - 1)} T + \frac{\beta}{2} \zeta \alpha T^* \end{aligned} \quad (1.21)$$

В итоге имеем пять уравнений для переменных ρ , $\varepsilon(T, S)$, V_z , V_r , H_φ .

Компоненты тока в плазме равны $j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r}$ и $j_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial r H_\varphi}{\partial z}$, так что

изолинии $r H_\varphi = const$ в плоскости координат (r, z) определяют направление электрического тока в канале ускорителя.

1.3.1. Граничные условия

Постановка граничных условий предполагает, что на входе в канале ($z = 0$) плазма подается с известными значениями плотности и температуры $\rho(r) = f_1(r)$, $T(r) = f_2(r)$. Если не рассматривать дополнительное уравнение электрической цепи, то полагаем, что ток поддерживается постоянным и поступает в систему только через электроды, т.е. при $z = 0$ имеем $j_z = 0$ или $r H_\varphi = r_0 = const$ ($r_0 = R_0 / L$). Дозвуковая подача плазмы осуществляется вдоль определенного направления, например, вдоль координатных линий. Тип уравнений определяет число граничных условий. Оно равно числу характеристик, входящих внутрь области, для гиперболической системы. При учете конечной проводимости система МГД-уравнений является параболически вырожденной, и условие для магнитного поля необходимо на всех границах.

Другой возможный вариант входного граничного условия, содержащего электромагнитные величины, предполагает задание разности потенциалов $\Delta\Phi$ между электродами. В этом случае величины H_φ и V_z связаны на входе соотношением, следующим из закона Ома.

Граничные условия на электродах $r = r_a(z)$ и $r = r_k(z)$, образующих стенки канала, предполагают эквипотенциальность электродов и непроницаемость их поверхности:

$$E_\tau = 0; \quad V_n = 0 \quad (1.22)$$

На поверхности изолятора нормальная компонента тока отсутствует ($j_n = 0$), и нормальная компонента скорости также равна нулю ($V_n = 0$).

На выходе для исследуемых трансзвуковых потоков предполагается свободное вытекание плазмы. В средней части канала происходит переход скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала C_s [1] в отсутствии продольного магнитного поля, т.е. при наличии единственной азимутальной компоненты поля,

$$C_s = \sqrt{C_g^2 + C_A^2}; \quad C_g^2 = \gamma P / \rho; \quad C_A^2 = H^2 / 4 \pi \rho \quad (1.23)$$

На оси системы при изучении компрессионных течений ставятся условия осевой симметрии: $H_\varphi = 0$, $V_r = 0$. Приведенные граничные условия являются традиционными для численных моделей динамики потоков в каналах.

1.3.2. О численном решении МГД-задачи

Численное интегрирование уравнений (1.21) ведется в области переменных (z, r) , соответствующей форме канала, схематично изображенного на рис. 6.

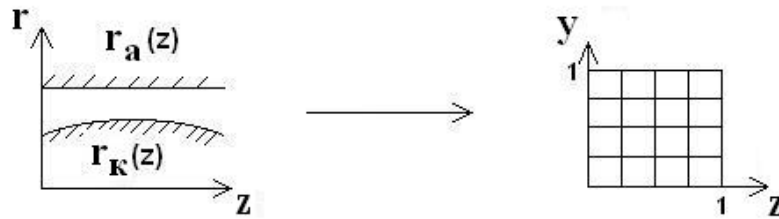


Рис. 6. Отображение расчетной области

Алгоритм численного решения включает отображение расчетной области на единичный квадрат в плоскости (y, z) (см. рис. 6) с помощью соотношения

$$r = (1 - y) r_k(z) + y r_a(z). \quad (1.24)$$

Переход к новым координатам означает замену производных в системе (1.19):

$$\frac{\partial}{\partial r} \rightarrow \frac{1}{r_y} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial}{\partial z} - \frac{r_z}{r_y} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \text{где} \quad r_y = \frac{\partial r}{\partial y} = r_a - r_k \quad \text{и}$$

$$r_z = \frac{\partial r}{\partial z} = (1 - y) r'_k(z) + y r'_a(z). \quad \text{В новых координатах уравнения}$$

перепишутся в дивергентном виде. Например, уравнение неразрывности в (1.21) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial(r r_y \rho)}{\partial t} + \frac{\partial(r r_y \rho V_z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} (r r_y \rho \frac{(V_r - r_z V_z)}{r_y}) = 0$$

Методика численного решения включает в себя расщепление по координатным направлениям и физическим факторам, учитывая смешанный тип МГД-уравнений. При интегрировании системы (1.21) используются хорошо зарекомендовавшие себя численные методы, представленные во введении, часто используемые и апробированные на различных классах задач, включая рассматриваемые течения ионизирующегося газа. Квазистационарные течения рассчитываются методом установления. Контроль качества численной модели осуществлялся, в частности, с помощью расчетов на разных сетках.

1.4. Модель течения ионизирующегося газа со скачком проводимости

В основе этой модели лежит предположение о скачкообразной зависимости проводимости σ от температуры T . В отличие от соотношений (1.19) слабоионизованному газу перед фронтом ионизации приписывается малая постоянная проводимость $\sigma_1 = const$, а за фронтом в плазме имеем спитцеровскую проводимость [17], которая зависит от температуры по закону $\sigma_2 \sim T^{3/2}$. Процесс ионизации моделируется скачком проводимости ($\sigma_1 \ll \sigma_2$) при условии, что температура среды достигает некоторого критического значения T_* . Это означает, что зависимость магнитной вязкости от температуры определяется следующим образом:

$$\frac{1}{\nu} = Re_m = \begin{cases} \sigma_1, & \text{если } T < T_* \\ \sigma_2 = \sigma_{20} T^{3/2}, & \text{если } T \geq T_* \end{cases} \quad (1.25)$$

При этом степень ионизации α , соответственно и давление, также скачкообразно меняются при достижении температурой значения T_* :

$$\alpha(T) = \begin{cases} \alpha_{in}, & \text{если } T < T_* \\ 1, & \text{если } T \geq T_* \end{cases}, \quad (1.26)$$

где степень ионизации на входе в канал $\alpha_{in} \ll 1$.

Данная модель ионизации была реализована в исследованиях течений ионизирующегося газа в квазиодномерном приближении [1,11-14,26] и в расчетах двумерных течений (см., например, [108,113,195-196]) в каналах разной геометрии. Модель использовалась, в частности, при численном моделировании течений в плазменных ускорителях малой мощности или входных ионизационных камерах (ВИК) первой ступени КСПУ. Соответствующие исследования были выполнены в рамках государственной программы по разработке физико-технических основ и созданию сильноточного плазменного ускорителя большой мощности (см., например, [7-9,215,216]). Модель течений ионизирующегося газа и плазмы может включать уравнение электрической цепи помимо МГД-уравнений (1.16) или (1.21), а также механизма, описывающего сам процесс ионизации. Процессы в электрической цепи приводят к изменению тока в системе и согласованному изменению динамики потоков в канале ускорителя. Уравнение электрической цепи используется для моделирования процессов не только в плазменных ускорителях (см., например, [195-196]), но и в других устройствах, в которых процессы исследуются также на основе совместного решения уравнения цепи и соответствующей задачи магнитной газодинамики (см., например, [33,38,217]).

1.4.1. Уравнение электрической цепи

Плазменный ускоритель подключен к электрической цепи, содержащей конденсатор емкости C_e , обладающей индуктивностью L_e и сопротивлением R_e . Ток в цепи J , напряжение в канале U_{ch} и на конденсаторе $U_e = Q/C_e$,

заряд конденсатора $Q = Q_0 - \int_0^t J dt$ связаны уравнением цепи, которое можно

записать в гауссовой системе единиц, $\frac{L_e}{c^2} \frac{dJ}{dt} + R_e J + U_{ch} = U_e$ или

$$\frac{L_e}{c^2} \frac{d^2 J}{dt^2} + R_e \frac{dJ}{dt} + \frac{dU_{ch}}{dt} + \frac{J}{C_e} = 0, \quad (1.27)$$

поскольку $J = -\frac{dQ}{dt}$. В начальный момент ($t = 0$) ток в цепи отсутствует

$$J = 0 \quad \text{и} \quad \frac{L_e}{c^2} \frac{dJ}{dt} = U_e^o, \quad (1.28)$$

т.е. предполагаем, что напряжение в канале равно нулю, а разность потенциалов между обкладками полностью заряженного конденсатора $U_e^o = Q_o / C_e$ равна падению напряжения на индуктивности. Такие начальные данные являются некоторым упрощением реальных экспериментов (см., например, [7-9,60-79]), согласно которым напряжение на канале в начальный момент времени равно U_e^o , а после пробоя быстро падает, и только потом начинает расти вместе с током. Условие (1.28) по существу означает, что не рассматриваются переходные процессы на начальном этапе разряда. Детальное изучение пробоя и связанных с ним переходных процессов, в том числе в электрической цепи, выходит за рамки проведенных исследований.

Введем магнитный поток $\Phi = \iint_{\Sigma} H_{\varphi} dS$ через поверхность Σ , ограниченную в плоскости переменных (r, z) электродами, изолятором, входным и выходным сечениями. Интегрируя по поверхности Σ одно из уравнений Максвелла $-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot } \mathbf{E}$ и применяя теорему Стокса, получим

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \oint E_{\tau} d\tau. \quad \text{Поскольку вдоль электродов } E_{\tau} = 0, \quad \text{то падение}$$

напряжения между электродами во входе равно $U_{ch} = \int_{z=L} E_r dr + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$, где

интеграл от электрического поля берется на выходе из ускорителя.

В численной модели осуществляется переход к безразмерным переменным в соответствии с выбранными ранее единицами физических величин. За единицу силы тока примем некое характерное для разряда значение J_o . С его помощью формируются, как и ранее, единица напряженности

магнитного поля $H_o = 2 J_o / c R_o$, потенциала $U_o = H_o V_o L / c$ и времени $t_o = L / V_o$. Тогда уравнение (1.27) и начальные условия (1.28) могут быть записаны в безразмерной форме, сохраняя обозначение основных переменных,

$$\frac{d^2 J}{d t^2} + \zeta \frac{d J}{d t} + \eta \frac{d U_{ch}}{d t} + \mu J = 0; \quad t = 0: \quad J = 0, \quad \frac{d J}{d t} = \theta \quad (1.29)$$

где $\zeta = c^2 R_e t_o / L_e$, $\eta = c^2 U_o t_o / L_e J_o$, $\mu = c^2 t_o^2 / L_e C_e$, $\theta = c^2 Q_o t_o / L_e J_o C_e$.

Уравнение (1.29) решается совместно с МГД-уравнениями в канале. Расчет

течения в канале позволяет определить значение $U_{ch} = \int_{z=1} E_r d r + \frac{\partial \Phi}{\partial t}$,

где $\mathbf{E} = v \mathbf{j} - [\mathbf{V}, \mathbf{H}]$. В свою очередь безразмерная величина тока $J(t)$ участвует в задаче в качестве граничного условия на входе ($z = 0$): $r H(t, r) = J(t) r_o$.

Известны решения уравнения цепи без учета U_{ch} . Если $R_e < 2 \sqrt{L_e / C_e}$, то имеем периодическое решение с затуханием, а в случае $R_e > 2 \sqrt{L_e / C_e}$ решение соответствует аperiodическому разряду конденсаторной батареи.

В соответствии с изложенной постановкой задачи (см. также [195,196]) вычисление зависимостей $J(t)$ и $U_{ch}(t)$ или, пользуясь экспериментальной терминологией, расчет осциллограмм тока и напряжения ведется совместно с расчетом течения ионизирующегося газа в канале. На рис. 7-9 представлен пример расчетов. Геометрия канала на рис. 8 и параметры задачи соответствуют экспериментальным исследованиям ускорителей малой мощности: $C_e = 2800 \mu\phi$, $L_e = 520 \text{ см} = 5.2 \cdot 10^{-7} \text{ гн}$, $R_e = 0.014 \text{ ом}$, $U_e^o = 1.5 \text{ кВ}$. Изменение тока с течением времени или осциллограмма тока на рис. 7 и аналогичная осциллограмма напряжения отвечают периодическому режиму разряда. Если сравнивать моменты времени, когда достигаются максимальные значения тока $J_{\max} = 51 \text{ кА}$ и напряжения $U_{ch}^{\max} = 170 \text{ вольт}$ в канале, то расчеты подтвердили экспериментальные наблюдения, согласно которым это происходит с незначительной задержкой по времени.

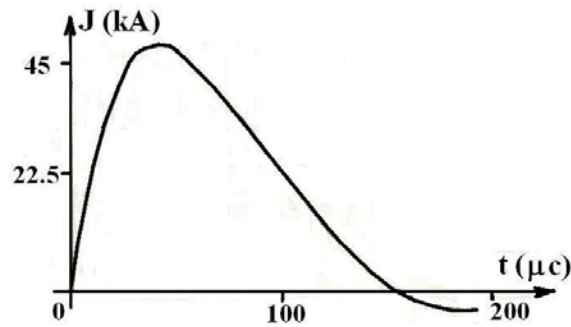


Рис. 7. Изменение тока в электрической цепи с течением времени

Чтобы решить уравнение электрической цепи, используемое в разных задачах динамики излучающего газа и плазмы (см., например, [27,33,38,40,46]), применяются стандартные методы, а также полностью консервативная разностная схема для уравнения цепи [33].

Для данного класса задач установлено [196], что плазмодинамические процессы в канале ускорителя не оказывают существенного влияния на протекание тока в электрической цепи. Поэтому для построения осциллограмм тока можно ограничиться известным решением уравнения (1.27) без учета U_{ch} .

1.4.2. Расчет течения ионизирующегося газа

Давление газа на входе в канал также отвечает экспериментам: $P_o = 10 \text{ торр}$ при $n_o = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и $T_o = 1000^\circ \text{ K}$. Кроме того, заданы $\rho(r) = 1$ и $T(r) = 1$ на входе, $T_* = 10$, $\alpha_{in} = 10^{-4}$, $L = 19 \text{ см}$, $J_o = 45 \text{ кА}$. При этом имеем $\sigma_1 = 0.28$, $\sigma_{02} = 0.23$, $\beta = 0.027$, $V_o = 2.76 \cdot 10^6 \text{ см/с}$, $t_o = 6.9 \mu\text{s}$, $U_o = 1400 \text{ вольт}$.

На рис. 8 представлено распределение а) плотности, б) температуры и в) электрического тока в момент времени $t = 71 \mu\text{s}$ ($J = 45 \text{ кА}$) после начала разряда конденсаторной батареи. Пунктиром на рис. 8б изображено положение фронта ионизации или линии уровня $T = T_*$. В процессе разряда картина течения сохраняется на качественном уровне. В то же время значения переменных в потоке естественно меняются с течением времени в соответствии с изменением разрядного тока в цепи.

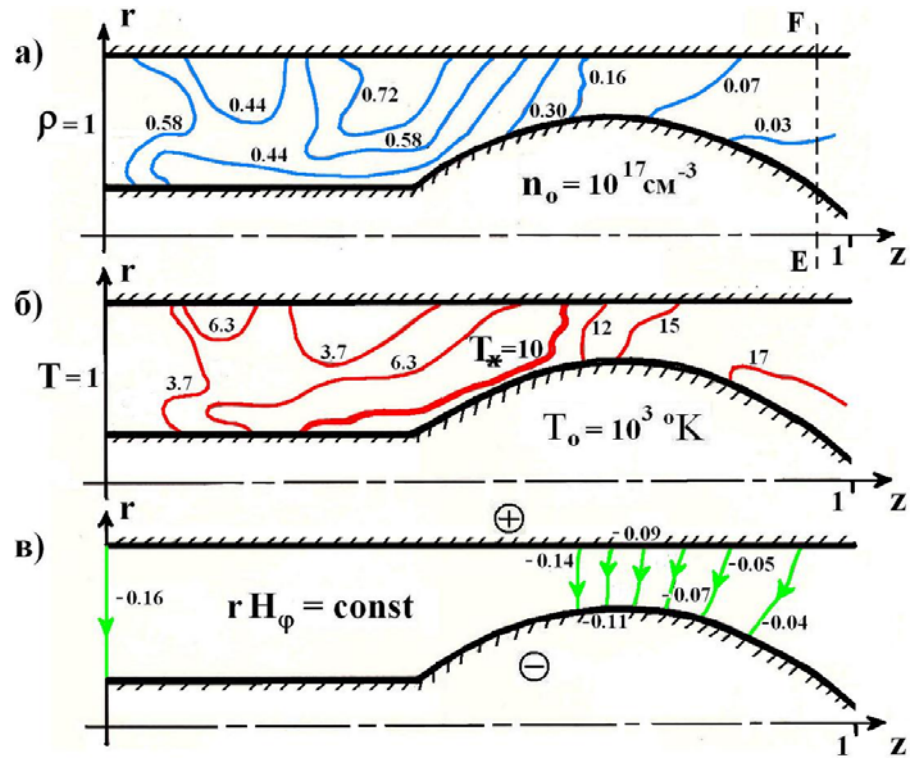


Рис. 8. Изолинии а) плотности, б) температуры и в) электрический ток ($r H_\varphi = const$) в потоке ионизирующего газа со скачком проводимости

В качестве примера на рис. 9 для различных моментов времени изображены графики зависимости продольной скорости V_z от z при $r = (r_a(z) + r_k(z))/2$ или $y = 0.5$ согласно (1.24). Значения скорости и температуры на выходе достигают максимальных значений в момент времени $t \approx 50 \mu s$, соответствующий максимальному значению тока в цепи. Полезный для экспериментаторов результат состоит в том, что расход газа и плазмы $\dot{m} = 2\pi \int_{z=1} \rho V_z r dr$ меняется незначительно на протяжении почти всего разряда $10 \mu s < t < 120 \mu s$ и составляет в данном случае $\dot{m} \approx 1.5 \text{ г/с}$.

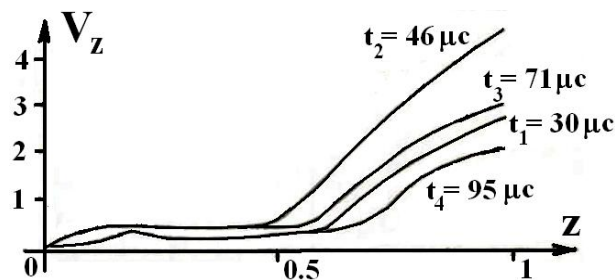


Рис. 9. Графики зависимости продольной скорости от z при $y = 0.5$ в различные моменты времени

Таким образом, в процессе разряда изменение параметров потока обусловлено изменением значений тока в цепи. Характерное время $t_0 = L/V_0$ соответствует времени пролета частиц в канале ускорителя. Это пролетное время много меньше длительности разряда конденсаторной батареи в плазменных ускорителях, которое составляет в данном случае более сотни микросекунд и может достигать до миллисекунд. Следует заметить, что плазменные ускорители изначально создавались в качестве генераторов плазмы с высоким энергосодержанием для инъекции в термоядерные системы. В то же время существуют установки с аналогичным принципом действия, в которых ток в электрической цепи может поддерживаться и иметь постоянное значение на протяжении длительного промежутка времени, измеряемого часами (см., например, [218]). Если фиксировать значение разрядного тока, то характерное время выхода решения на стационар в процессе численного решения МГД-задачи методом установления соответствует величине t_0 или $t=1$ в безразмерных переменных, и это время установления также много меньше длительности разряда. Поэтому исследование фундаментальных свойств потоков и выявление основных закономерностей течений ионизирующегося газа и плазмы основано, как правило, на постановке задачи с заданным значением разрядного тока без учета процессов в электрической цепи.

1.4.3. Вольт-амперная характеристика разряда

В экспериментах (см., например, [1,12,30,215,216]) непосредственное измерение локальных параметров потока внутри небольшого канала ускорителя, к сожалению, до сих пор не доступно. Однако существуют интегральные характеристики, которые можно измерить в экспериментах и определить в расчетах. Именно, интегральные характеристики подлежат сопоставлению. К ним, помимо расхода, относятся вольт-амперная характеристика разряда, представленная на рис. 10. Здесь по осям отложены максимальные значения разрядного тока $J_p = J_{\max}$ и напряжения в канале

$U_{ch} = U_{ch}^{\max}$ для различных значений первоначального напряжения на конденсаторной батарее U_e^0 и одинаковом значении P_0 . Сплошная кривая на рис. 10 отвечает теории или расчетам, а крестиками отмечены экспериментальные значения, каждое из которых получено усреднением соответствующих величин в серии однотипных разрядов [215,216].

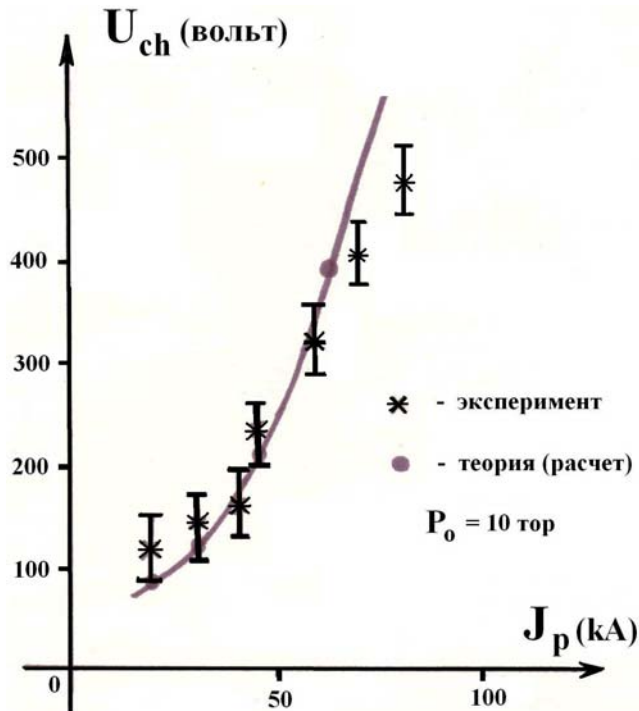


Рис. 10. Вольт-амперная характеристика разряда

Несмотря на то, что сам процесс ионизации в расчетах описывается достаточно грубой моделью, за фронтом ионизации динамика плазмы подчиняется уравнениям магнитной газодинамике, которые основаны на законах сохранения и обладают большим запасом прочности. Это объясняет удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных для вольт-амперной характеристики.

1.4.4. Компрессионное течение на выходе из ионизационного блока КСПУ

Локальное измерение параметров в потоке плазмы возможно в экспериментах, с определенной степенью достоверности, лишь на некотором удалении от

канала ускорителя, где формируется компрессионное течение. Моделирование течений плазмы за срезом ускорителя дает возможность оценить параметры плазмы в зоне компрессии, изучить поведение токов выноса и провести сопоставление с экспериментом. Ввиду того, что в зоне компрессии возможны относительно высокие значения температуры и ее градиента, расчеты течения следует проводить с учетом теплопроводности и потерь энергии на излучение. Для исследования динамики плазмы за срезом ускорителя воспользуемся результатами расчетов течений ионизирующегося газа в канале ускорителя. Поскольку характерное время установления течения по порядку величина равно t_0 и много меньше длительности разряда, ограничимся исследованием компрессионного течения, которое можно получить методом установления, используя значения МГД-переменных, отвечающие сверхсигнальному течению в сечении EF (см. рис. 8а), для определенного момента времени, например, $t = 46 \mu\text{с}$. Это время соответствует максимальному значению тока в цепи. Именно, с максимальным значением тока в экспериментах связывают измеряемые с некоторой погрешностью значения параметров потока на выходе из ускорителя. Эти значения получают в результате усреднения экспериментальных данных за определенный промежуток времени в серии однотипных разрядов. Распределения МГД-переменных в сечении EF на рис. 8а, отвечающие сверхсигнальному течению плазмы в канале ускорителя, берутся в качестве исходных данных на границе EF расчетной области на рис. 11, используемой для исследования компрессионных течений полностью ионизованной плазмы на выходе из ускорителя.

На рис. 11 представлены распределения плотности и температуры в установившемся потоке плазмы на выходе из ускорителя (см. также [196]). Здесь также $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 1000^\circ \text{K}$, и единица длины отвечает $L = 19 \text{ см}$. Отчетливо наблюдается компрессионная область, в которой концентрация и температура достигают максимальных значений. При этом формируется коническая ударная волна, описанная, например, в обзоре [11]. Безразмерное

значение теплопроводности плазмы в области компрессии равно $\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa}_{\perp e} \sim 10^{-4}$. Радиационные потери $\tilde{Q}_{изл} = \tilde{Q}_{рек} + \tilde{Q}_{торм} \leq 3 \cdot 10^{-4}$ также малы. Как показали контрольные расчеты, потери энергии на излучение чистой водородной плазмы без примесей не оказывают заметного влияния на значения параметров потока. Однако учет теплопроводности в исследовании компрессионных течений, несмотря на ее малые значения, приводит к заметному сглаживающему эффекту [196].

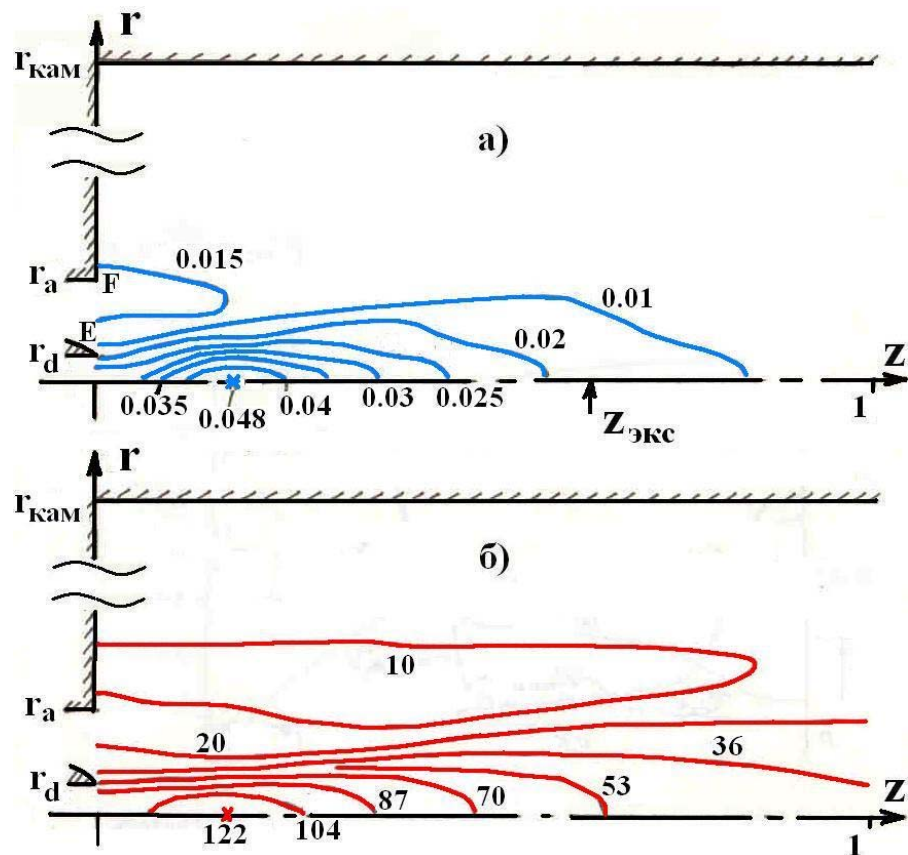


Рис.11. Распределение а) плотности и б) температуры в компрессионном потоке на выходе из ускорителя

1.4.5. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных

В таблице 1 представлены результаты сравнения локальных параметров потока, полученных в эксперименте и в расчетах для определенной точки на оси системы $r = 0$ на расстоянии $z = z_{экс} = 12$ см от среза канала ускорителя (рис. 11а). Поскольку в модели со скачком проводимости не учитываются потери энергии на ионизацию, значения температуры в расчетах $T = 4.8$

завышено по сравнению с экспериментом [216]. В то же время занижение значений плотности $\rho = 1.4$, полученное в расчетах, по сравнению с экспериментом обусловлено отсутствием достоверной информации о параметрах среды на входе в канал ускорителя. Дело в том, что экспериментальные данные о давлении на входе в канал на самом деле отвечают значениям давления, которые были получены в отсутствии разряда на выходе из ускорителя. Расчеты наполнения системы газом в отсутствие разряда (см. пункт на рис. 13) показали, что давление газа на входе и выходе из ускорителя могут отличаться в несколько раз. Этот пример наглядно иллюстрирует возможности моделирования для достижения идеального соответствия с результатами экспериментов. В данном случае достаточно было бы подобрать соответствующее значение давления на входе P_0 . Отвергая такие субъективные возможности численного эксперимента, следует заметить, что в настоящее время эффективное сопоставление с экспериментом возможно либо на уровне общих тенденций либо на основе интегральных параметров.

| $z = 12 \text{ см}; r = 0$ | $n \cdot 10^{-15} (\text{см}^{-3})$ | $V \cdot 10^{-6} (\text{см} / \text{с})$ | $T (\text{эВ})$ |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------|
| Эксперимент | 4 - 5 | 5 - 6 | 2 - 3 |
| Модель со скачком проводимости | 1.4 | 6.6 | 4.8 |
| Модель ЛТР | 2.4 | 6.0 | 2.4 |

Таблица 1. Сравнение данных эксперимента и расчета на основе модели ионизации со скачком проводимости и в приближении ЛТР.

1.5. Течения ионизирующегося газа в приближении ЛТР

В предположении локального термодинамического равновесия (ЛТР) концентрации всех трех компонент среды и электронной температуры связаны уравнением Саха (см., например, [1,25,27, 28,36,54,59])

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = K_1(T) = \frac{2 \Sigma_i}{\Sigma_a} \left(\frac{m_e k_B T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{I}{k_B T}\right) \quad (1.30)$$

где I - потенциал ионизации, Σ_a и Σ_i - статистические суммы атома и иона. Величина K_1 называется константой ионизационного состояния. Данное уравнение по существу означает, что в любом локальном объеме достаточно плотной плазмы с известным значением температуры мы имеем два взаимно уравновешенных процесса: прямой процесс ионизации атома из основного состояния в результате электронного удара и обратный процесс рекомбинации при столкновении иона с электронами. В трехкомпонентной плазме при условии квазинейтральности $n_e = n_i$ уравнение Саха определяет состав плазмы. Учитывая, что $n_e = n_i = \alpha n$ и $n_a = n - n_i = (1 - \alpha)n$, для вычисления степени ионизации $\alpha = n_e / n = n_e / (n_a + n_i)$ из (1.30) следует соотношение

$$\alpha = -K_1(T) / 2n + \sqrt{(K_1(T) / 2n)^2 + K_1(T) / n} \quad (1.31)$$

Постановка задачи моделирования течений ионизирующегося газа в приближении ЛТР основана на МГД-уравнениях (1.6) с учетом (1.7)-(1.12), (1.14), (1.15), в которых степень ионизации определяется с помощью (1.30) и (1.31).

В безразмерных переменных, введя функцию $S(T) = K_1(T) / 2n_0 \rho$, имеем

$$\alpha = -S(T) + \sqrt{S^2(T) + 2S(T)} \quad (1.32)$$

Соответственно в численной модели двумерных осесимметричных течений используется система (1.21) с учетом (1.17)-(1.19).

В отличие от предыдущей модели процесса ионизации со скачком проводимости, где проводимость среды перед фронтом не менялась, данная модель позволяет более адекватно описать процессы с учетом изменения степени ионизации и проводимости среды в зависимости от термодинамических параметров потока ионизирующегося газа.

Как уже отмечалось, в экспериментах (см., например, [12,30]) пробой происходит после того, как межэлектродный промежуток заполнится газом. В

численной модели в качестве начальных данных также используются результаты расчета стационарного потока нейтрального газа в отсутствие разряда. Сам разряд инициируется заданием в начальный момент времени температуры, возрастающей в соплообразной части канала, например, по линейному закону. В процессе расчета начальные данные быстро забываются и не оказывают влияния на конечный результат. Расчеты течений ионизирующегося газа на основе ЛТР проводились как при заданном значении разрядного тока, так и с учетом изменения тока в соответствии с осциллограммой электрического тока, полученной в результате решения уравнения цепи [205].

Кроме того, МГД-модель в приближении ЛТР позволяет учесть потери энергии на ионизацию с помощью коэффициента ζ в (7) и (16). Согласно данным, например, работы [219] значение ζ меняется незначительно ($1 < \zeta < 2$) при значениях концентрации и температуры, характерных для исследуемого класса течений. В свою очередь исследования, представленные в [205], показали, что параметры потока ионизирующегося газа мало меняются при варьировании ζ в диапазоне $1 < \zeta < 2$ по сравнению с расчетом для $\zeta = 1$.

1.5.1. Расчет течения ионизирующегося газа в приближении ЛТР

На рис. 12 (см. также [205]) представлено распределение МГД-переменных в канале той же формы, что на рис. 8. Течение рассчитано в рамках модели ЛТР с учетом уравнения цепи и отвечает моменту времени, когда ток в цепи равен $J = 45 \text{ кА}$. На входе заданы $\rho(r) = 4$ и $T(r) = 0.25$ при тех же значениях $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 1000^\circ \text{ К}$, $V_0 = 2.76 \cdot 10^6 \text{ см/с}$, L и β (см. раздел 1.4).

Видно, что ионизация происходит в наиболее узкой части канала и сопровождается нагревом, ускорением потока и одновременным разрежением среды. Ток, протекающий в плазме между электродами, имеет максимальные значения в окрестности фронта, где наблюдается наибольшие градиенты H_φ . В объеме плазмы за фронтом ток имеет равномерное распределение, и здесь плазма оказывается почти равномерно нагретой до температуры $T \approx 1 \text{ эВ}$.

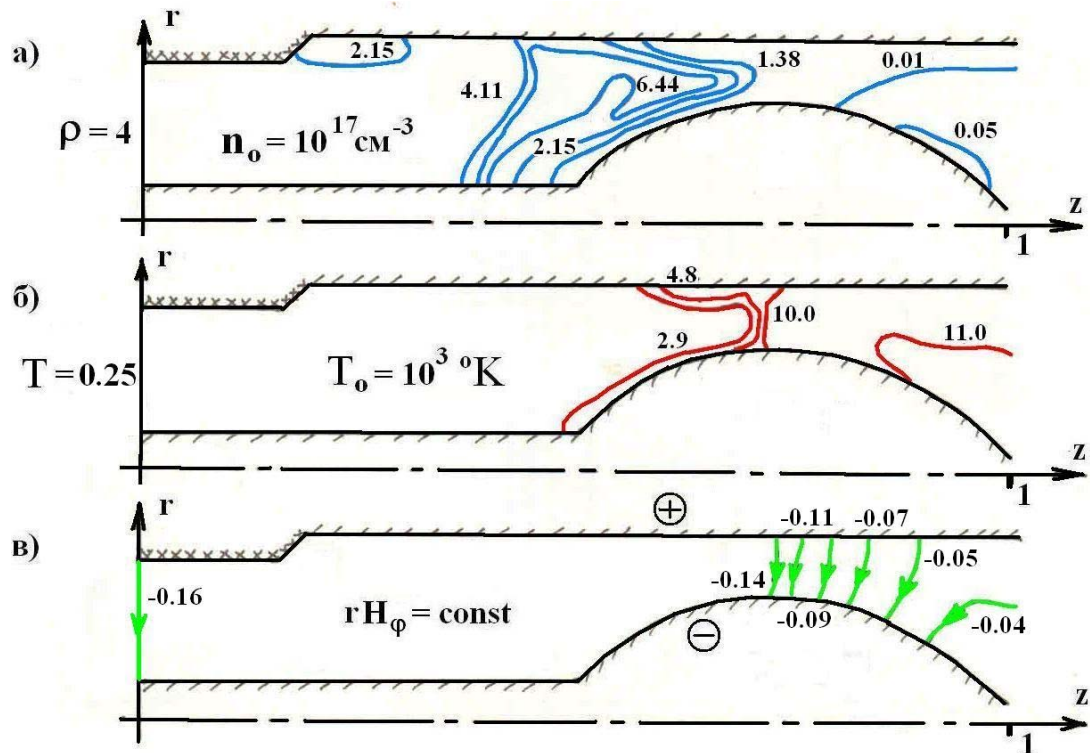


Рис. 12. Линии уровня а) плотности, б) температуры и в) электрический ток ($r H_\varphi = const$) в потоке ионизирующего газа в модели ЛТР

На рис. 13 изображены соответствующие одномерные графики зависимости концентрации n , продольной скорости V_z , температуры T и степени ионизации α от z вдоль координатной линии $y = 0.5$ (см. (1.24)). Из рисунков 12а, 13а следует, что для указанных выше параметров газа на входе в процессе разряда перед фронтом формируется область с относительно высокими значениями концентрации газа. Это можно объяснить чрезмерной подачей рабочего вещества для данного разрядного тока.

При более низких значениях концентрации, подаваемого на входе газа, и меньших значениях расхода вещества уменьшается доля энергии, идущая на ионизацию, и соответственно возрастает доля энергии, идущая на нагрев и ускорение плазмы. В этом случае газ не уплотняется перед фронтом, плазма оказывается полностью ионизованной, а скорость и температура на выходе из ускорителя имеют существенно более высокие значения. Иначе говоря, параметры потока плазмы на выходе из ускорителя в значительной степени зависят от параметров газа, подаваемого на входе в канал.

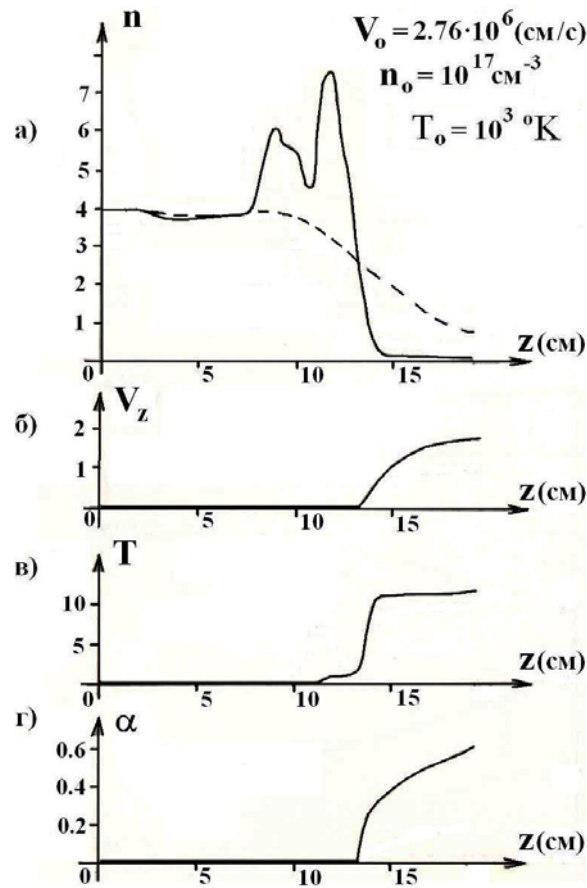


Рис. 13. Графики зависимости а) концентрации, б) продольной скорости, в) температуры, г) степени ионизации от z вдоль координатной линии $y = 0.5$

Используя распределения параметров сверхсигнального потока на выходе, также как в предыдущем разделе можно рассчитать компрессионное течение плазмы за срезом канала и сопоставить данные расчета с экспериментом. Результаты расчета представлены в таблице 1 для той же точки на оси системы $r = 0$ на расстоянии $z = z_{\text{экс}} = 12$ см от среза канала ускорителя. Поскольку в модели на основе ЛТР учитываются потери энергии на ионизацию, значения температуры в расчетах соответствует экспериментальным данным [216]. В то же время занижение значений плотности $\rho = 2.4$, полученное в расчетах, по сравнению с экспериментом обусловлено теми же причинами: отсутствием достоверной информации о параметрах среды на входе в канал ускорителя. Пунктир на рис. 13а отвечает распределению плотности в расчете наполнения системы газом в отсутствии разряда. Соответственно давление газа на входе и выходе, где проводилось

экспериментальное измерение, могут отличаться в несколько раз, и экспериментальные данные о давлении на входе в канал требуют коррекции.

В двух рассмотренных моделях и в экспериментах (см., например, [1,30]) при определенных условиях наблюдается развитие периодических режимов течения ионизирующегося газа. Исследование пульсирующих течений в рамках двумерной модели, в которой ионизация описывается скачком проводимости, представлено, например, в работе [113]. Соответствующие исследования в приближении ЛТР проведены на основе квазиодномерной модели [204].

1.5.2. Условие стационарности течений ионизирующегося газа

Пульсирующие режимы течения ионизирующегося газа в квазистационарных плазменных ускорителях наблюдаются при относительно небольших значениях разрядного тока J_p и достаточно большой концентрации газа на входе n_0 . Данные режимы имеют практически строго периодический характер. В работе [204] в рамках квазиодномерной модели в приближении ЛТР были систематизированы результаты большой серии расчетов стационарных и пульсирующих течений для различных параметров задачи, включая длину канала L , значения n_0 , T_0 и J_p . Все расчеты были проведены при фиксированных значениях разрядного тока J_p без учета процессов в электрической цепи. Переход от стационарных к пульсирующим режимам анализировался на основе таких параметров, как разрядный ток в системе J_p и расход массы через поперечное сечение канала \dot{m} . В результате анализа найдены эмпирические закономерности. Стационарным режимам течения ионизирующегося газа отвечает неравенство

$$J_p^2 / \dot{m} > C \quad (1.33)$$

Пульсирующие течения наблюдаются при обратном неравенстве. Константа C зависит от геометрии канала. Кроме того, установлено, что фронт ионизации, местоположение которого отвечает среднему значению координаты области,

где происходит резкое изменение переменных, находится на расстоянии z_{fr} от входа, которое характеризуется следующим соотношением: $z_{fr} \sim \sqrt{\dot{m}} / J_p$. Согласно неравенству (1.33) периодические режимы течения могут возникать при относительно слабых разрядных токах, а их стабилизация возможна при увеличении J_p . При этом фронт ионизации смещается в направлении входа в канал. Наоборот, переход от стационарных течений к пульсирующим режимам при уменьшении J_p сопровождается смещением фронта ионизации в расширяющуюся часть канала. Данный результат согласуется с экспериментами, в которых указано на смещение фронта ионизации в направлении входа в канал при увеличении разрядного тока J_p и уменьшении расхода \dot{m} (см., например, [30], стр. 78-102).

В целом приближение ЛТР позволяет получить достаточно адекватную картину течения ионизирующегося газа. Недостатком данной модели является то обстоятельство, что фронт ионизации в расчетах по-прежнему оказывается достаточно размытым. Очевидно, что в окрестности фронта при наличии больших градиентов для описания самого процесса ионизации необходим иной способ, не основанный на предположении о локальном равновесии.

1.6. Модель течений ионизирующегося газа, дополненная уравнением кинетики ионизации и рекомбинации

В работах [119,208,209] представлена численная модель, основанная на системе МГД-уравнений (1.6) или (1.16) для трёхкомпонентной среды. Модель включает также уравнение кинетики ионизации и рекомбинации, а соответствующие коэффициенты ионизации и рекомбинации определяются в рамках модифицированного диффузионного приближения [36,54].

Полноценное исследование процессов ионизации и рекомбинации основано на решении задачи о населенности возбужденных состояний атомов, их наполнении или обеднении с учетом переходов электронов из одного

энергетического состояния в другое в результате различных элементарных процессов, к которым относятся, например, возбуждение и тушение (гашение) $A_k + e \leftrightarrow A_m + e$, ионизация электронным ударом и тройная рекомбинация $A_k + e \leftrightarrow A^+ + e + e$, абсорбция и эмиссия излучения $A_k + \hbar\omega \leftrightarrow A_m$, фотоионизация и фоторекомбинация $A_k + \hbar\omega \leftrightarrow A^+ + e$, возбуждение и тушение при столкновении с атомом в основном состоянии $A_k + A_1 \leftrightarrow A_m + A_1$, ионизация в атом-атомных столкновениях и трехчастичная рекомбинация $A_k + A_1 \leftrightarrow A^+ + e + A_1$, ассоциативная ионизация и диссоциативная рекомбинация $A_k + B \leftrightarrow AB^+ + e$, тормозное поглощение и излучение света $A^+ + e + \hbar\omega \leftrightarrow A^+ + e$.

В основе приближения локального термодинамического равновесия, использованного в предыдущем разделе, лежит предположение о прямой ионизации из основного состояния и обратном процессе тройной рекомбинации. На самом деле, связанный электрон в атоме, прежде чем достигнуть континуума или основного состояния, может переходить с уровня на уровень по сложному пути (см. рис.14).

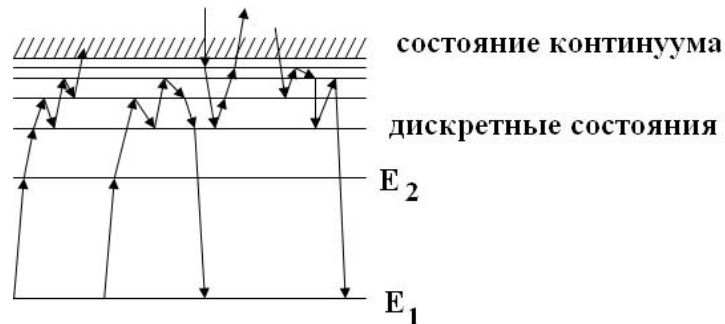


Рис. 14. Возможные переходы электрона в энергетическом пространстве атома

Уравнение поуровневой кинетики, определяющее концентрацию возбужденных частиц в k -ом состоянии, имеет вид

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div}(n_k \mathbf{V}_k) = \sum_{m,q} \left(n_m W_{mk}^q - n_k W_{km}^q \right) + F_k - n_k G_k \quad (1.34)$$

где n_k - населенность k -ого состояния атома, W_{mk}^q - вероятности перехода атома из m -ого в k -ое состояние под воздействием элементарных процессов. Суммирование в (1.34) проводится по всем дискретным состояниям и состоянию континуума, а величины F_k и G_k описывают источник образования атомов в k -м состоянии и гибель возбужденных состояний в результате процессов, в которых рассматриваемый атом или ион не участвуют за исключением пространственного перемещения, учитываемого слагаемым $div(n_k \mathbf{V}_k)$ в (1.34). В качестве примера такого процесса может быть ассоциативная ионизация и диссоциативная рекомбинация.

В состоянии ионизационного континуума электрона e , отвечающего достаточно большим значениям $k = K$, и при условии квазинейтральности для $n_e = n_i = n_K$ имеем аналогичное уравнение

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div(n_e \mathbf{V}_e) = \sum_{m,q} (n_m W_{me}^q - n_e n_i W_{em}^q) + F_e - n_e G_e \quad (1.35)$$

Решение системы уравнений (1.34), (1.35) в общем случае является весьма громоздкой задачей. Существуют приближенные аналитические методы вычисления населенностей уровней. К ним относится диффузионное приближение, оправданное для высоковозбужденных состояний, разделенных малыми энергетическими интервалами. В этом случае осуществляется размазывание дискретного энергетического спектра, и для населенности $n(E)$, как непрерывной функции энергии, имеем уравнение Фоккера-Планка (см., например, [25,28,36]). Дискретность энергетического спектра учитывается в рамках модифицированного диффузионного приближения, предложенного авторами книги [36]. Данный подход основан на одноквантовом приближении, согласно которому наиболее вероятны переходы между соседними уровнями вследствие резкой зависимости $W_{km} \sim (E_k - E_m)^{-4}$ для вероятности ударных переходов от разности энергии уровней. При этом описание диффузии электрона в дискретном энергетическом пространстве также сводится к

конечно-разностному аналогу уравнения Фоккера-Планка. В результате преобразований в [36] найдены коэффициенты ступенчатой ионизации β_{cm} и рекомбинации α_{cm} для уравнения вида

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}(n_e \mathbf{V}_e) = n_a n_e \beta_{cm} - n_e^2 n_i \alpha_{cm} + F_e - n_e G_e \quad (1.36)$$

$$\alpha_{cm}^{-1} = 2 \sum_i n_e \left(\frac{2 \pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \sum_{k \geq 1} \frac{\exp(-E_k / k_B T_e)}{g_k z_{k,k+1}}; \quad \beta_{cm} = \alpha_{cm} K_1$$

Здесь константа K_1 определяется с помощью (1.30), где $I = E_1$; g_k - статистический вес атома; \sum_i - статистическая сумма иона. Эффективные вероятности одноквантовых переходов $z_{k,k+1}$ вычисляются по формулам

$$z_{k,k+1} = n_e \frac{4 \sqrt{2 \pi} e^4 \Lambda_k E_{k-1}}{(E_k - E_{k+1})(E_{k-1} - E_{k+1}) \sqrt{m k_B T_e}} \exp\left(-\frac{E_k - E_{k+1}}{k_B T_e}\right), \quad (1.37)$$

где $\Lambda_k = 0.3 \ln(1.017 + 0.462 \cdot k_B T_e / (E_k - E_{k+1}))$ - кулоновский логарифм k -ого уровня, учитывающий особенности структуры атомов.

1.6.1. Квазиодномерное приближение

В потоках ионизирующегося газа основной интерес представляет зависимость параметров течения от продольной координаты канала ускорителя. Изменение переменных в поперечном или радиальном направлениях несущественно, и им можно пренебречь. В этом случае можно ограничиться квазиодномерным приближением (см., например, [11,26,119,204]) и рассмотреть течение в узкой цилиндрической трубке или канале заданного сечения. При этом искомые функции усредняются по поперечному сечению канала и удовлетворяют уравнениям, которые содержат две независимые переменные: время t и пространственную координату z вдоль канала. Будем считать, что средний характерный радиус канала $r = r_o$ является постоянной величиной. В уравнениях в качестве коэффициента участвует площадь поперечного сечения канала, равная $f(z) = 2 \pi r_o \Delta r(z)$, где $\Delta r(z)$ - зазор между электродами.

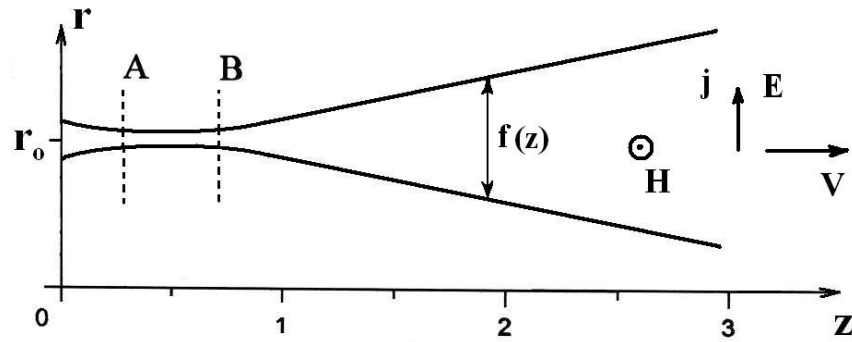


Рис. 15. Форма канала плазменного ускорителя в квазиодномерном приближении

Площадь поперечного сечения канала зададим следующим образом: $f(z) = 0.3 - 0.8z(1 - z)$, если $z \leq 1$, и $f(z) = 0.8z - 0.5$, если $1 \leq z \leq z_{out} = 3$. Канал представляет собой сопло единичной длины, надстроенное справа линейно расширяющимся раструбом (рис. 15).

Рассмотрим течение ионизирующегося газа в канале коаксиального плазменного ускорителя. На рис. 15 изображена проекция коаксиальных электродов на плоскость (r, z) . Допустим, внешний электрод является катодом, а внутренний - анодом. Соответствующие направления тока, электрического поля и азимутального магнитного поля указаны на рисунке. Магнитное поле ортогонально направлению электрического тока, потоку и плоскости рисунка. На входе в канал плазменного ускорителя осуществляется подача газа. В наиболее узкой части канала (см. промежуток АВ на рис. 15) происходит ионизация газа с образованием узкого фронта. За фронтом ионизации плазма ускоряется вдоль оси канала за счет силы Ампера $\mathbf{F} = \frac{1}{c}[\mathbf{j} \mathbf{H}]$, где \mathbf{j} - ток в плазме, имеющий радиальное направление от одного электрода к другому, а азимутальное магнитное поле H_φ генерируется электрическим током, протекающим по внутреннему электроду. Процесс ионизации и предварительного ускорения плазмы происходит, как уже отмечалось, в первой ступени двухступенчатого КСПУ [1,5,7-9,63-70], в котором первая ступень состоит из малых коаксиальных плазменных ускорителей.

В квазиодномерном приближении процесс ионизации описывается с помощью модифицированных МГД-уравнений [119,208,209], которые можно представить в безразмерной форме. Введем обозначения $V = V_z$ и $H = H_\varphi$. С учетом уравнения кинетики ионизации и рекомбинации имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e f}{\partial t} + \frac{\partial n_e V f}{\partial z} &= f \tilde{\Gamma}_e; & \tilde{\Gamma}_e &= n_a n_e \tilde{\beta}_{ion} - n_e^2 n_i \tilde{\alpha}_{rec} + \tilde{\beta}_\omega n_a - n_e n_i \tilde{\alpha}_\omega \\ \frac{\partial \rho f}{\partial t} + \frac{\partial \rho V f}{\partial z} &= 0; & \rho &= n_a + n_i \\ \frac{\partial \rho V f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V f) V}{\partial z} &= -f \frac{\partial}{\partial z} \left(P + \frac{H^2}{2} \right); & P &= \frac{\beta}{2} (1 + \alpha) \rho T \\ \frac{\partial \rho \varepsilon f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon f) V}{\partial z} &= -P \frac{\partial V f}{\partial z} + f v \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial f q}{\partial z} \\ \frac{\partial H f}{\partial t} + \frac{\partial H V f}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(v f \frac{\partial H}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.38)$$

$$\varepsilon = \frac{\beta (1 + \alpha) T}{2(\gamma - 1)} + \frac{\beta}{2} \zeta \alpha T^*; \quad n_e = n_i; \quad \alpha = \frac{n_e}{\rho}; \quad n_a = (1 - \alpha) \rho; \quad q = -\tilde{\kappa} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$v = 1/\sigma_0 = 1/\sigma_1 + 1/\sigma_2; \quad \sigma_1 = \alpha \sigma_{10} / (1 - \alpha) \sqrt{T}; \quad \sigma_2 = \sigma_{20} T^{3/2}$$

$$z = 0 : \quad \rho = 1; \quad T = 1; \quad H = 1; \quad \alpha = \alpha_{en}$$

На выходе из ускорителя $z = z_{out}$ граничные условия отвечают свободному вытеканию. В качестве единиц измерения по-прежнему берутся размерные константы: n_0 ($\rho_0 = m n_0$), T_0 , H_0 , а также L - длина канала либо его части. Характерное магнитное поле $H_0 = 2 J_p / c r_0$ определяется разрядным током в системе J_p , неизменным в процессе расчетов данной задачи. Как и ранее, с помощью перечисленных величин формируются единицы давления, скорости, времени, а безразмерные параметры в (1.38) определяются соотношениями (1.17), (1.18). В задаче также участвуют безразмерные коэффициенты ионизации $\tilde{\beta}_{ion} = (L n_0 / V_0) \beta_{ion}$ и рекомбинации $\tilde{\alpha}_{rec} = (L n_0^2 / V_0) \alpha_{rec}$.

Первое из приведённых уравнений системы (1.38) является уравнением кинетики ионизации и рекомбинации [36,54], которое определяет скорость рождения электронов с учетом различных процессов, описываемых правой частью данного уравнения $D = f \tilde{\Gamma}_e$.

Вместо уравнения для внутренней энергии используется также уравнение (1.20) для энтропии, которое в данном случае имеет вид

$$\frac{\partial(f \rho S)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [(f \rho S) V] = \frac{2(\gamma-1)}{\beta(1+\alpha)T} \left(f v \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial}{\partial z} (f q) - \frac{\beta}{2} f \zeta T^* \tilde{\Gamma}_e \right)$$

где $S = \ln \frac{P}{\rho^\gamma}$; $P = \rho^\gamma e^S = \frac{\beta}{2} (1+\alpha) \rho T$; $T = \frac{2 \rho^{\gamma-1} e^S}{\beta(1+\alpha)}$.

Теплопроводность в уравнении для внутренней энергии в (1.38) или для энтропии S , как и ранее, равна сумме электрон-атомарной и лучистой теплопроводности, которые определяются соотношениями (1.10)-(1.12) в соответствии с работами [23,25,27,31,40].

В численной модели для расчета гиперболической части уравнений используется схема SHASTA-FCT с коррекцией потоков [44,161-163]. Данная разностная схема (см. также раздел 4.3) хорошо зарекомендовала себя и неоднократно тестировалась на разных задачах. В частности, она оказалась одним из лидеров в результате тестирования и сравнительного анализа нескольких десятков разностных схем, представленных в работах [220,221]. Магнитная вязкость в уравнении для магнитного поля и теплопроводность учитывается с помощью метода потоковой прогонки [182], предложенного Дегтяревым Л.М. и Фаворским А.П. Поиск стационарных течений осуществляется методом установления.

1.6.2. Коэффициенты ионизации и рекомбинации

Оценки вероятностей различных процессов показывают, что основным фактором, приводящим к ионизации и рекомбинации в рассматриваемом случае достаточно плотной низкотемпературной плазмы, является взаимодействие

электронов с атомами и ионами, отвечающее следующим элементарным прямым и обратным процессам: $A_k + e \leftrightarrow A_m + e$ - возбуждение и тушение (гашение), $A_k + e \leftrightarrow A^+ + e + e$ - ионизация электронным ударом и тройная рекомбинация. К этим процессам можно добавить фотоионизацию и фоторекомбинацию $A_k + \hbar\omega \leftrightarrow A^+ + e$.

Коэффициенты ионизации $\beta_{ion} = \beta_s + \beta_d$ и рекомбинации $\alpha_{rec} = \alpha_s + \alpha_d$ представляют собой суммы соответствующих коэффициентов, отвечающих ступенчатым и прямым процессам. В рамках модифицированного диффузионного приближения [36], в котором диффузия связанного электрона рассматривается в энергетическом пространстве атома с учетом дискретности его уровней, в соответствие с (1.36) и (1.37) коэффициент ступенчатой рекомбинации α_s для водорода определяется соотношением (см. [119])

$$\alpha_s = \frac{h^3 e^4}{2 \pi (m_e k_B T_e)^2 \sum_i E_1} \left[\sum_{k \geq 1} \frac{(2k+1) \exp(-E_{k+1} / k_B T_e)}{k^3 (k+1)^4 \Lambda_k} \right]^{-1}, \quad (1.39)$$

где $E_k = E_1 / k^2$, $E_1 = I = 13.6 \text{ эВ} = 2.16 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$. Коэффициенты рекомбинации α_s и ионизации β_s , отвечающие ступенчатым процессам, связаны между собой через константу ионизационного равновесия относительно основного состояния согласно (1.36) и (1.30).

Коэффициенты прямой ионизации α_d и рекомбинации β_d определяются стандартным образом (см., например, [25,36,208]). Кроме того, можно учесть процессы, связанные с фотоионизацией и фоторекомбинацией [25,208,209]. Используя спектральную плотность равновесного излучения или функцию Планка, соответствующие коэффициенты определяются соотношениями

$$\beta_\omega = \frac{8 \pi I^2 k_B T}{c^2 h^3} \sigma_\omega^o \exp\left(-\frac{I}{k_B T}\right); \quad \alpha_\omega = \frac{\beta_\omega n_a}{n_e n_i}.$$

где $\sigma_\omega^o = 7.9 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ - эффективное сечение фотоионизации водорода.

1.6.3. Расчеты течений ионизирующегося газа с учетом кинетики ионизации и рекомбинации

Представленное в работе [119] и воспроизведенное на рис. 16 стационарное течение ионизирующегося газа было рассчитано для следующих параметров задачи: $T_0 = 4000 \text{ }^\circ\text{K}$, $n_0 = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $L = 20 \text{ см}$, $J_p = 50 \text{ кА}$, $\alpha_{en} = 5 \cdot 10^{-7}$.

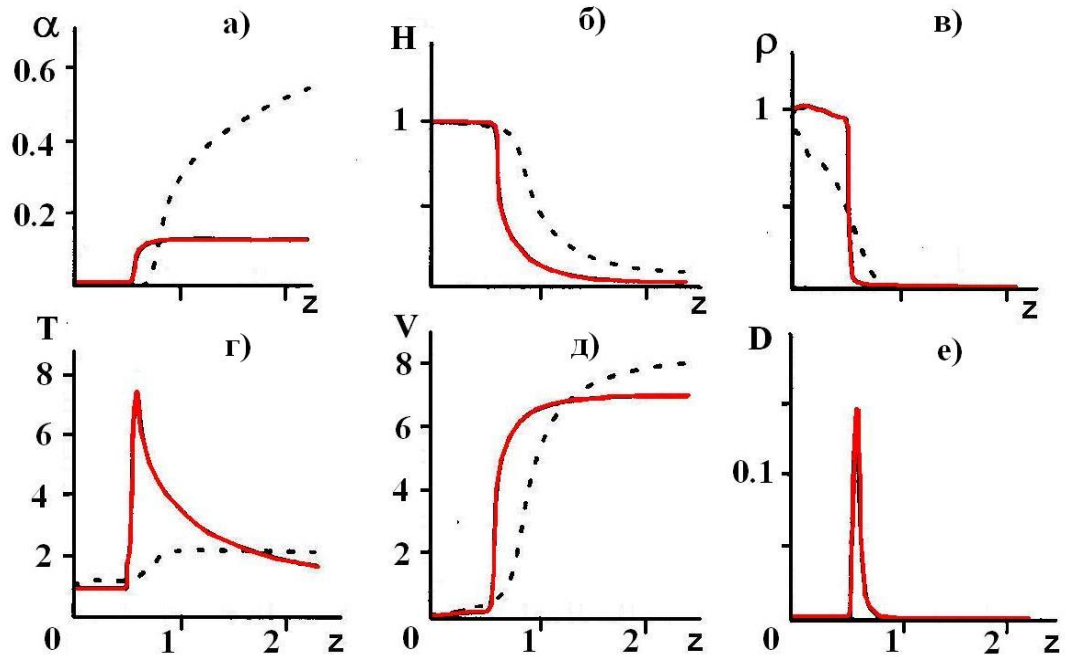


Рис. 16. Распределение параметров в потоке ионизирующегося газа в рамках модифицированного приближения (сплошные кривые) и в случае ЛТР (штриховые линии) для $n_0 = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 4000 \text{ }^\circ\text{K}$, $J_p = 50 \text{ кА}$: а) степень ионизации, б) магнитное поле, в) плотность, г) температура, д) скорость, е) отклонение от равновесия $D = f \tilde{\Gamma}_e$

На рисунке видно, что для стационарного течения ионизирующегося газа характерно, с одной стороны, резкое возрастание температуры, скорости и степени ионизации, с другой стороны, резкое падение плотности и магнитного поля на фронте ионизации, расположенном в окрестности наиболее узкой соплообразной части канала ускорителя.

Сравним полученные результаты с расчетами, проведенными в предположение локального термодинамического равновесия [119,204,208,222] (штриховые линии на рис. 16). В этом случае фронт ионизации в достаточной степени "размазан". В то же время в рамках кинетики ионизации и

рекомбинации имеем существенно более резкие зависимости всех переменных на фронте ионизации. Это обстоятельство с точки зрения существующих экспериментальных данных говорит о более адекватном описании процесса ионизации в канале ускорителя с помощью данной модели, поскольку в экспериментах толщина фронта ионизации составляет несколько миллиметров. Кроме того, в отличие от модели ЛТР степень ионизации за фронтом (сплошная кривая на рис. 16а) практически постоянна. Этот эффект “замораживания” степени ионизации также отмечался в экспериментах [30].

Согласно представленной модели с учетом кинетики ионизации и рекомбинации в узкой области фронта на рис. 16е наблюдается четко выраженное отклонение процессов от равновесия и наличие пика функции $D = f \tilde{\Gamma}_e$, равной правой части первого уравнения системы (1.38).

Задание на входе степени ионизации α_{en} означает, что в канал подается слабоионизованный газ. Численные эксперименты показали, что варьирование α_{en} в широком диапазоне ($10^{-12} \div 10^{-4}$) не оказывает существенного влияния на поведение переменных, характеризующих течение ионизирующегося газа.

Пульсирующие, периодические режимы течения ионизирующегося газа, наблюдаемые в экспериментах (см., например, [1,12,30]) и расчетах, первоначально были исследованы на основе модели со скачком проводимости (см., например, [11,113]) и в предположении локального термодинамического равновесия [204]. Эти режимы возникают при уменьшении разрядного тока и увеличении расхода газа. На основе серии вычислительных экспериментов в приближении ЛТР было получено условие стационарности, отвечающее неравенству (1.33). В рамках модели с учетом кинетики ионизации и рекомбинации так же происходит переход от стационарных к пульсирующим течениям (см., например, [131]) при изменении параметров поступающего газа и разрядного тока в соответствии с неравенством (1.33). Возможность появления пульсационных режимов доказана также в работах (см., например, [206,207, 217]) при исследовании других вопросов магнитной газодинамики.

Указанные выше значения концентрации и температуры на входе в канал перед фронтом ионизации отвечают давлению $P_0 \cong 10 \text{ торр}$, которое согласно экспериментальным данным [1,7-9,12,30,216] соответствует рабочему диапазону параметров, используемых в КСПУ. К сожалению, характерные значения давления диагностированы в экспериментах в отсутствие разряда. Детальная информация о том, что происходит перед фронтом ионизации в процессе разряда, может быть доступной только в будущих экспериментах. В настоящее время принято считать, что давление на входе не меняется или меняется незначительно в процессе разряда. Значения температуры газа, поступающего в канал в процессе разряда, скорее всего, близки к значениям комнатной температуры, если не осуществлять предварительный СВЧ нагрев поступающего газа. Соответственно на рис. 17 представлен типичный вариант расчёта квазистационарного течения ионизирующегося газа, отвечающий следующему набору исходных размерных и безразмерных параметров задачи: $T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{K}$, $n_0 = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $L = 20 \text{ см}$, $J_p = 100 \text{ кА}$, $\alpha_{en} = 5 \cdot 10^{-7}$, $r_0 = L/3$, $\beta = 0.04$, $T^* = 313$, $\sigma_{01} = 1566.6$, $\sigma_{02} = 0.05$, $V_0 = 1.46 \cdot 10^6 \text{ см/с}$. В данном случае T_0 на входе незначительно отличается от комнатной температуры, а давление по-прежнему равно $P_0 \cong 10 \text{ торр}$. Как и ранее, наблюдаем типичную картину течения ионизирующегося газа. С одной стороны, температура, скорость и степень ионизации резко возрастают, с другой стороны, плотность и магнитное поле резко падают на фронте ионизации, расположенном в окрестности наиболее узкой соплообразной части канала. Значения температуры среды на фронте ионизации T_{fr} слабо зависят от параметров задачи и существенно не изменились по сравнению с ее значениями в расчете, представленном на рис. 16. Эти значения по порядку величины равны $T_{fr} \approx 2 \div 3 \text{ эВ}$, что согласуется с экспериментальными оценками. Учитывая малые значения температуры T_0 на входе в рассматриваемом случае, расчет дает существенно более высокие значения градиента температуры на фронте.

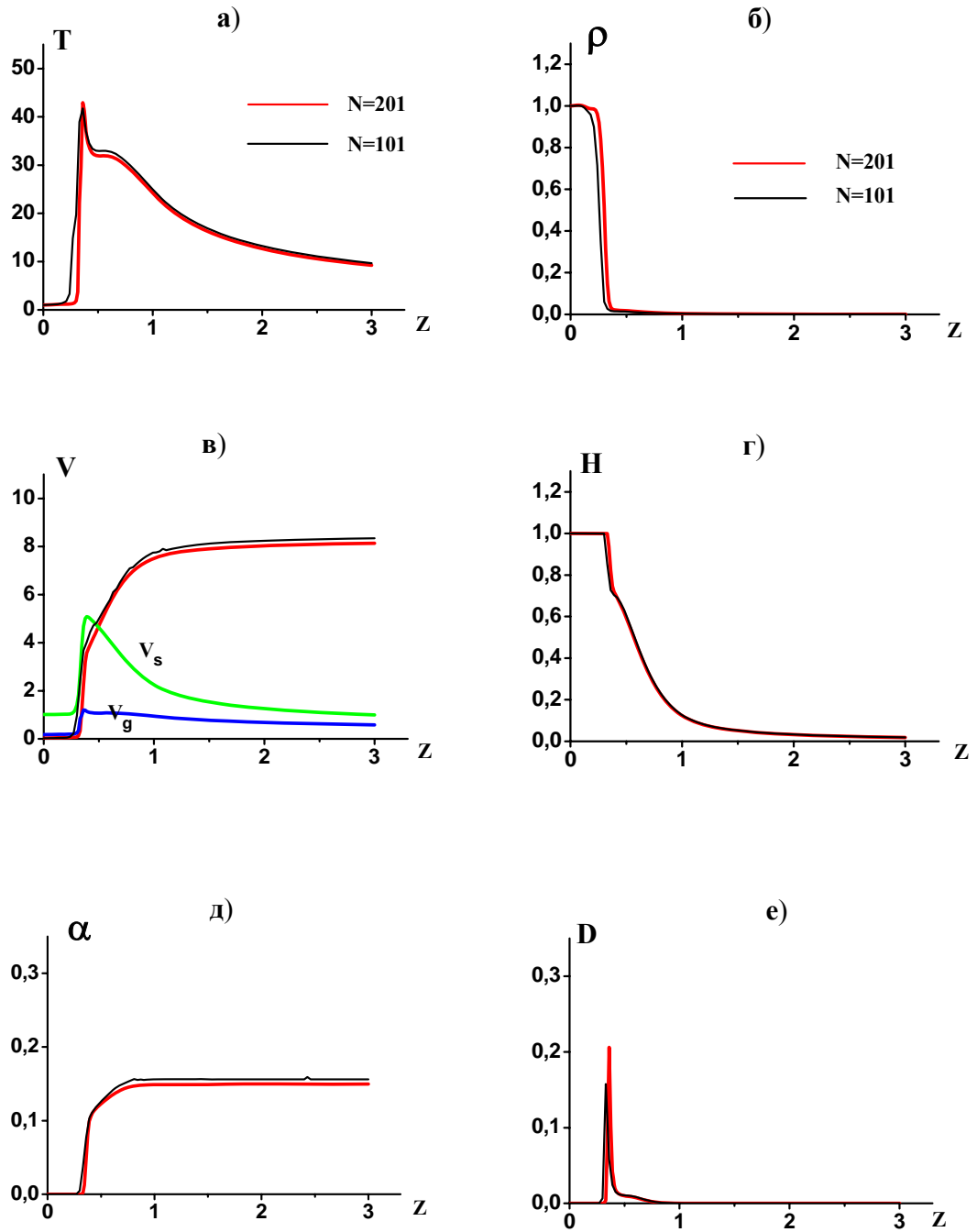


Рис. 17. Распределение параметров в потоке ионизирующего газа для

$$T_0 = 500 \text{ } ^\circ K, \quad n_0 = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, \quad J_p = 100 \text{ кА} :$$

а) температура, б) плотность, в) скорость, г) магнитное поле,
 д) степень ионизации, е) отклонение от равновесия ($D = f \Gamma_e$)

Контроль качества численных экспериментов осуществлялся с помощью расчетов на разных сетках. На рис. 17 разным цветом изображены кривые, отвечающие расчетам с числом узлов $N = 101$ и $N = 201$. Во всех случаях речь

идет о квазистационарных режимах. Если в расчете, представленном в [119], относительное изменение переменных не превышало десятых долей процента, то в рассматриваемом случае при наличии больших градиентов относительное изменение большинства переменных находится в пределах одного процента. Для плотности эта величина немного выше.

На рис. 17в дополнительно показано, как меняется газодинамическая $C_g = \sqrt{\gamma P / \rho}$ и магнитогазодинамическая $C_s = \sqrt{C_g^2 + H^2 / \rho}$ скорости звука (скорость сигнала [1] в отсутствии продольного магнитного поля). Видно, что в пределах узкого фронта ионизации происходит последовательный переход скорости потока сначала через одну, а потом и другую характерные скорости.

На фронте ионизации (см. рис. 17е) по-прежнему наблюдается четко выраженное отклонение от равновесия, что существенно уточняет проведенные ранее исследования, в том числе в приближении локального термодинамического равновесия.

1.7. Выводы

Таким образом, на основе модели с учетом кинетики ионизации и рекомбинации выявлена неравновесная природа процессов на фронте ионизации в потоке ионизирующегося газа в канале квазистационарного плазменного ускорителя (КСПУ). В рассмотренном неравновесном случае в отличие от локального термодинамического равновесия процесс ионизации происходит в узкой зоне, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Представленные результаты позволяют также сделать общий вывод о том, что учет дискретной энергетической структуры атома, например, в рамках использованного модифицированного диффузионного приближения, оказывает существенное влияние на макро динамические процессы, относящиеся к механике сплошной среды.

ГЛАВА 2

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СТАЦИОНАРНОГО ФРОНТА ИОНИЗАЦИИ В КАНАЛЕ ПЛАЗМЕННОГО УСКОРИТЕЛЯ

В настоящее время созданы основы теории ионизирующих ударных волн (см., например, [22,53,223-225]). Такие волны возникают, если по нейтральному газу распространяется достаточно сильная ударная волна. В этом случае возрастание температуры может вызвать ионизацию газа и взаимодействие электропроводящей среды с электромагнитным полем. Изучению процессов, происходящих в ионизирующих ударных волнах, на фронтах рекомбинации, в волнах детонации и при взаимодействии различных разрывов, посвящен ряд работ (см., например, [22,25,41,53,206,217,223-231]). Теоретические подходы в исследованиях структуры магнитогазодинамических разрывов основаны на изучении особых точек и переходов между ними в одномерных МГД-моделях. В теории ионизирующих ударных волн к особым точкам МГД-уравнений добавляются газодинамические особые точки, лежащие на звуковой параболе.

В данном случае осуществляется развитие и применение имеющихся теоретических подходов с целью изучения структуры фронта ионизации в канале квазистационарного плазменного ускорителя (КСПУ) и магнитоплазменного компрессора (МПК) [1-13,60-79]. В изучении свойств потоков ионизирующегося газа и плазмы в КСПУ существенную роль сыграли численное моделирование и расчеты течений в каналах (см., например, [6,11,14,58,100-134,195-202,204-205]). В первой главе рассмотрены этапы развития численных моделей течений ионизирующегося газа и показано, что процесс ионизации имеет ряд отличительных особенностей. В плазменном ускорителе этот процесс сопровождается резким возрастанием температуры и степени ионизации. Сильное изменение магнитного поля в окрестности фронта связано с протеканием значительного тока в плазме. Это в свою очередь приводит к существенному росту скорости. Одновременно плотность среды резко падает в отличие от процессов в ионизирующих ударных волнах.

В традиционных плазменных ускорителях присутствует единственная азимутальная компонента магнитного поля, ортогональная направлению движения потока. Соответственно в данной главе представлено исследование структуры фронта ионизации с поперечно ориентированным электромагнитным полем. Диссипативные механизмы, в первую очередь магнитная вязкость, определяются соотношениями, описывающими переходы от слабоионизованного газа к плазме. Процессы на фронте ионизации, главным образом, определяются столкновениями электронов с атомами и ионами, кинетикой ионизации и рекомбинации, значительным повышением температуры среды и ускорением образовавшейся плазмы за счет протекающего тока. Все процессы сопровождаются резким изменением МГД-переменных и магнитной вязкости. В результате выявлена и исследована структура фронта ионизации [209,232], который с определенным допущением можно рассматривать как специфический разрыв среды. В частных предположениях получены соотношения, которые в явном виде определяют возможность последовательного перехода из одного стационарного состояния в другое стационарное состояние через газодинамическую скорость звука в пределах узкого фронта ионизации, отвечающего численному эксперименту [119] и имеющимся экспериментальным данным (см., например, [1,7-9,12-13]).

Согласно квазиодномерной модели, представленной в разделе 1.6, азимутальное магнитное поле ортогонально плоскости рисунка 15, электрическое поле перпендикулярно магнитному полю и скорости среды. Иначе говоря, в потоке ионизирующегося газа магнитное и электрическое поля взаимно перпендикулярны и параллельны плоскости фронта ионизации, ортогональной направлению движения ($\mathbf{H} \perp \mathbf{E} \perp \mathbf{V}$).

Аналогом представленной аксиально симметричной задачи и рассмотренного течения является плоский случай, в котором направление движения потока ионизирующегося газа также ортогонально плоскости узкого фронта ионизации и электромагнитному полю.

2.1. Законы сохранения на фронте ионизации

Необходимо различать механизмы, которые приводят к образованию фронта ионизации, и механизмы, которые управляют процессом ионизации на уже сформировавшемся фронте. Возникновение фронта ионизации в канале плазменного ускорителя происходит за счёт внешнего воздействия, а именно, первоначально высокого напряжения между электродами и пробоя газа. Постановка такой задачи выходит за рамки представленного исследования. В данном случае, когда фронт уже сформировался, ионизация обусловлена упомянутыми выше процессами, происходящими в окрестности узкого фронта.

Задача о структуре и переходах в пределах узкого фронта ионизации сводится к рассмотрению одномерных стационарных движений в общем случае вязкого, теплопроводного и электропроводного газа, в котором процесс ионизации описывается дополнительным уравнением.

Для описания стационарных, одномерных течений ионизирующегося газа воспользуемся законами сохранения массы, импульса, энергии, соотношениями для электромагнитного поля, следующими из уравнений Максвелла, а также законом Ома и уравнением кинетики ионизации и рекомбинации, пренебрегая незначительным влиянием фотоионизации и фоторекомбинации на фронте.

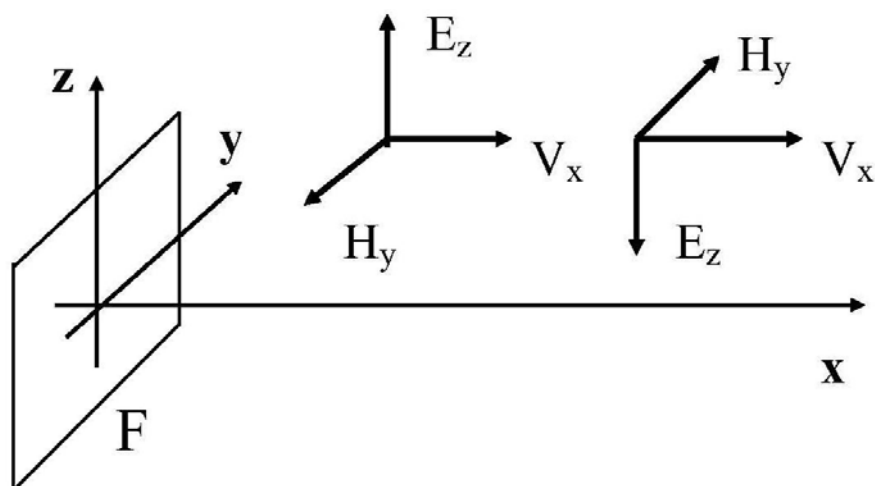


Рис. 18. Направления электрического и магнитного поля в зависимости от полярности электродов. F – плоскость фронта ионизации

Систему координат свяжем с неподвижным плоским участком фронта ионизации, ортогональным направлению оси x в декартовой системе координат (см. рис. 18). В общем случае одномерного движения имеем следующие соотношения, записанные в безразмерной форме:

$$\rho V_x = \dot{m} \quad , \quad E_y = const \quad , \quad E_z = const \quad , \quad H_x = const$$

$$\dot{m} \frac{d\alpha}{dx} = n_a n_e \tilde{\beta}_{ion} - n_e^2 n_i \tilde{\alpha}_{rec}$$

$$\nu \frac{dH_y}{dx} = V_x H_y - V_y H_x + E_z \quad , \quad \nu \frac{dH_z}{dx} = V_x H_z - V_z H_x - E_y$$

$$\rho V_x^2 + P + \frac{1}{2}(H^2 - H_x^2) - \mu_1 \frac{dV_x}{dx} = \Gamma_x \quad (2.1)$$

$$\rho V_x V_y - H_x H_y - \mu \frac{dV_y}{dx} = \Gamma_y \quad , \quad \rho V_x V_z - H_x H_z - \mu \frac{dV_z}{dx} = \Gamma_z$$

$$\rho V_x \left[\frac{P}{\rho} + \varepsilon + \frac{1}{2}(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) \right] + E_y H_z - E_z H_y - \mu_1 V_x \frac{dV_x}{dx} - \\ - \mu V_y \frac{dV_y}{dx} - \mu V_z \frac{dV_z}{dx} - \kappa \frac{dT}{dx} = \dot{m} \Theta$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{m}_f}{\rho_o V_o} \quad , \quad \Gamma_x = \frac{4\pi \tilde{\Gamma}_x}{H_o^2} \quad , \quad \Gamma_y = \frac{4\pi \tilde{\Gamma}_y}{H_o^2} \quad , \quad \Gamma_z = \frac{4\pi \tilde{\Gamma}_z}{H_o^2} \quad , \quad \Theta = \frac{4\pi \rho_o \tilde{\Theta}}{H_o^2} \quad ,$$

где \dot{m}_f , $\tilde{\Gamma}_x$, $\tilde{\Gamma}_y$, $\tilde{\Gamma}_z$, $\dot{m} \tilde{\Theta}$ - постоянные размерные значения потоков массы, составляющих импульса и энергии; μ , μ_1 - коэффициенты вязкости; κ - коэффициент теплопроводности; ν - магнитная вязкость.

В соотношениях использована непрерывность поперечной составляющей электрического поля, продольной составляющей магнитного поля и потока массы. Структура фронта ионизации описывается таким решением, в котором по обе стороны фронта каждая из величин, составляющих решение, стремится к некоторым конечным предельным значениям. Предельные значения предполагаются различными по разным сторонам фронта ионизации. В случае

течений со скачкообразным изменением электропроводности газа и в отсутствии уравнения, описывающего скорость рождения электронов, аналогичная система уравнений представлена, например, в [22] и описывает решение задачи о структуре магнитогидродинамических ударных волн, ионизирующих газ. При этом поступательному потоку соответствуют известные стационарные особые точки A_k исходной системы, а решение задачи представляется интегральной кривой в пространстве искомых переменных, соединяющей особые точки начального и конечного состояний.

Расширенное трактование понятия структуры предполагает исследование переходов из одного ионизационно равновесного состояния в другое с описанием процессов, сопровождающих такие переходы.

Поворотом системы координат вокруг оси x можно добиться того, что составляющая напряженности электрического поля вдоль оси y и составляющие потока импульса Γ_y , Γ_z равны нулю ($E_y = \Gamma_y = \Gamma_z = 0$). Кроме того, рассмотрим плоскополяризованный случай $H_z = V_z = 0$, отвечающий исследуемому течению ионизирующегося газа. В зависимости от полярности электродов существуют две возможности взаимного расположения векторов E_z , H_y и V_x , представленные на рис. 18. Если внешний электрод является анодом, то $E_z < 0$ и $H_y > 0$.

Диссипативными процессами, связанными с вязкостью и теплопроводностью, можно пренебречь ($\kappa \rightarrow 0$; $\mu \rightarrow 0$; $\mu_1 \rightarrow 0$). Соответственно, ограничимся случаем, когда отлична от нуля только магнитная вязкость. В данных предположениях течение в пределах стационарной структуры описывается в безразмерной форме следующей системой уравнений

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\alpha}{\dot{m}U^3} F_{\beta\alpha}; \quad F_{\beta\alpha} = (1-\alpha)U\tilde{\beta}_{ion} - \alpha^2\tilde{\alpha}_{rec} \quad (2.2)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\dot{m}}{\nu} \varphi; \quad \varphi = H\left(U - U_x^o\right) + \frac{E}{\dot{m}} \quad (2.3)$$

$$\beta(1+\alpha)T/2 = V(\Gamma - \dot{m}^2 U - H^2/2) \quad (2.4)$$

$$\alpha = \alpha_0 + F(U, H)/2(\gamma-1)C_1 \quad (2.5)$$

$$F(U, H) = (\gamma+1)\dot{m}^2 U^2 + \gamma(H^2 - 2\Gamma)U - (\gamma-1)U_x^0 H^2 + \\ + \gamma(H^2 - 2\Gamma)U - (\gamma-1)U_x^0 H^2 + 2(\gamma-1)EH/\dot{m} + 2(\gamma-1)\mathcal{E},$$

где $U = 1/\rho$, $V = V_x$, $E = E_z$, $H = H_y$, $C_1 = \beta\zeta T^*/2$, $\Gamma = \Gamma_x$, $U_x^0 = (H_x/\dot{m})^2$.

Задача свелась к исследованию процессов в трехмерном пространстве (H, U, α) на поверхности Σ , задаваемой соотношением (2.5). Будем также считать, что $H_x = 0$ и $U_x^0 = 0$. Данное предположение отвечает традиционным плазменным ускорителям с единственной азимутальной компонентой магнитного поля. В качестве параметров задачи выступают безразмерные значения \dot{m} , E , \mathcal{E} , J , β или соответствующие размерные величины.

Решение задачи о структуре соединяет стационарные состояния, в которых правые части уравнений (2.2) и (2.3) равны нулю. Перед фронтом ионизации газ является слабоионизованным или нейтральным так, что $\alpha \rightarrow 0$. Поскольку $\nu^{-1} \sim \alpha$, правые части уравнений (2.2) и (2.3) обращаются в нуль при $\alpha = 0$. Тем самым, состояние нейтрального газа перед фронтом ионизации отвечает одному из стационарных состояний системы уравнений. В качестве состояния за фронтом могут быть точки, совпадающие с особыми стационарными точками A_k системы одномерных МГД-уравнений. Продифференцировав (2.5), получим

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{F_u'} \left(2(\gamma-1)C_1 \frac{d\alpha}{dx} - F_H' \frac{dH}{dx} \right), \quad (2.6)$$

где $F_u' = 2(\gamma+1)\dot{m}^2 U + \gamma(H^2 - 2\Gamma)$ и $F_H' = 2(\gamma U H + (\gamma-1)E/\dot{m})$.

В особых стационарных точках A_k имеем $\frac{d\alpha}{dx} = 0$, $\frac{dH}{dx} = 0$, $\frac{dU}{dx} = 0$. Будем

считать, что перед фронтом степень ионизации равна нулю $\alpha = 0$ для значений

$H = 1$ и $U = 1$ в безразмерных переменных. Тогда из уравнения (2.5) определим $\alpha_o = -F(1, 1) / 2(\gamma - 1)C_1$ и найдем, что

$$\alpha(U, H) = \frac{1}{2(\gamma - 1)C_1} \left[(\gamma + 1)\dot{m}^2 (U^2 - 1) + \gamma (H^2 - 2\Gamma)U - \right. \\ \left. - \gamma(1 - 2\Gamma) + 2(\gamma - 1)\frac{E}{\dot{m}}(H - 1) \right] \quad (2.7)$$

В соответствии с выбранной “нормировкой” параметр \mathcal{E} исключается из рассмотрения. Параметры \dot{m} , E , Γ , β могут быть взяты произвольно или, например, из численного эксперимента.

2.2. Характерные кривые для изучения структуры фронта

Согласно соотношению (2.7) степень ионизации α является однозначной функцией H и U . Поэтому все основные процессы в пространстве (H, U, α) удобно рассматривать в проекции на плоскость (H, U) . На рис. 19 изображены все основные кривые, участвующие в исследовании.

Кривая 1 отвечает $\alpha = 0$. **Кривая 2** соответствует МГД-гиперболе

$$\varphi = UH + E/\dot{m} = 0 \quad (2.8)$$

Из (2.6) с учетом (2.2) и (2.3) следует

$$\frac{dU}{dH} = \frac{F_1}{F_2}, \quad (2.9)$$

где $F_1 = G F_{\beta\alpha} - F'_n \varphi$, $F_2 = F'_u \varphi$, $G = 2(\gamma - 1)C_1 \nu \alpha / \dot{m} U^3$.

Согласно (2.9), **кривая 3** на рис. 19 определяет горизонтальные изоклины ($F_1 = 0$). Звуковая парабола, представленная **кривой 4** и определяемая соотношениями $V_x^2 = \gamma P / \rho$ или $F'_u = 0$, делит плоскость (H, U) на две области: дозвукового и сверхзвукового течений. В этом случае имеем

$$(\gamma + 1)\dot{m}^2 U = \gamma \Gamma - \gamma H^2 / 2 \quad (2.10)$$

Парабола (2.10) и МГД-гипербола являются вертикальными изоклинами ($F_2 = 0$). Переход через магнитогазодинамическую скорость звука

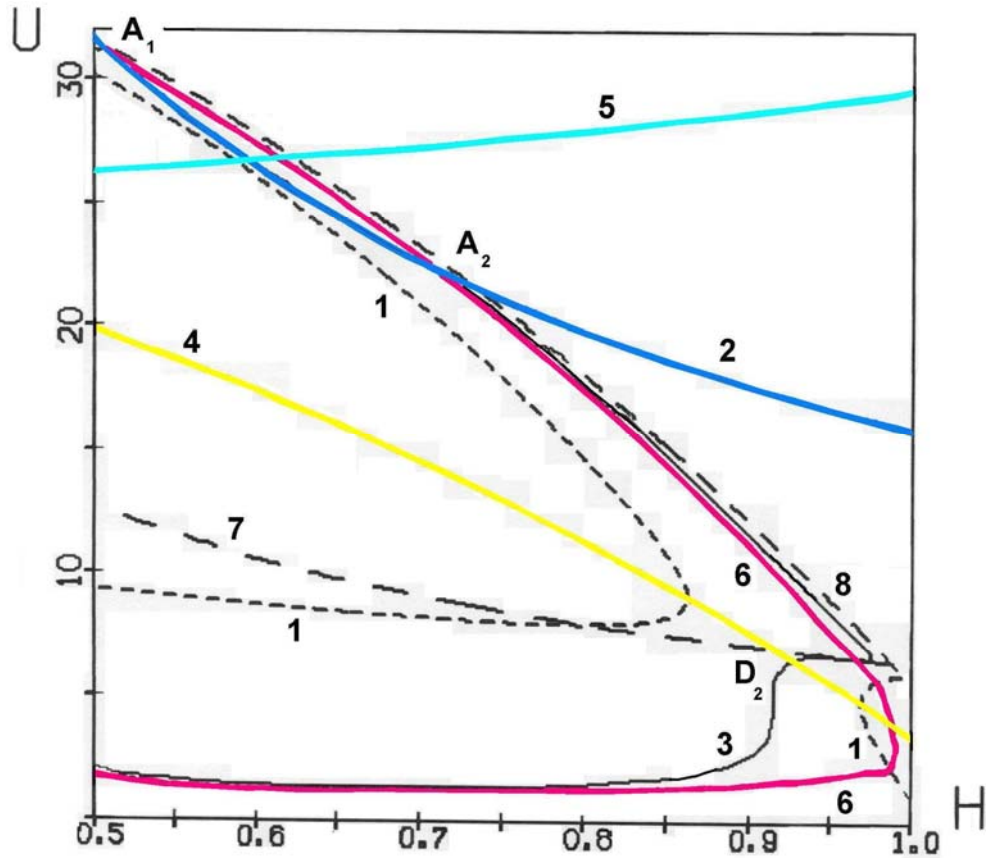


Рис. 19. Кривые на плоскости (H, U) , используемые в исследовании структуры фронта ионизации

$V_x^2 = (\gamma P + H^2) / \rho$ характеризуется кривой Жуге (**парабола 5** на рис. 19), задаваемой соотношением

$$(\gamma + 1) \dot{m}^2 U = \gamma \Gamma + (2 - \gamma) H^2 / 2 \quad (2.11)$$

Условию $F_{\beta\alpha} = 0$ отвечает равновесная **кривая 6**. Гиперболе $F'_H = 0$ или

$$\gamma U H + (\gamma - 1) E / \dot{m} = 0 \quad (2.12)$$

соответствует **кривая 7**. Наконец, парабола $T = 0$, определяемая соотношением

$$H^2 + 2 \dot{m}^2 U - 2 \Gamma = 0, \quad (2.13)$$

представлена на рис. 19 **кривой 8**.

Стационарные особые точки A_1 и A_2 лежат на МГД-гиперболе. Их точное местоположение определяется пересечением кривых 2 и 6. Из (2.9) видно, что в этих точках справедливы равенства $F_1 = 0$ и $F_2 = 0$.

Кроме стационарных особых точек A_1 и A_2 может существовать особая точка D_2 , лежащая на звуковой параболе (2.10). Только в этой точке возможен непрерывный переход через газодинамическую скорость звука. Точное положение точки D_2 определяется пересечением кривых 3 и 4.

2.3. Поле направлений интегральных кривых и анализ особых точек

Исследуем интегральные кривые системы (2.2) – (2.5), воспользовавшись однозначной зависимостью α от H и U . Система двух дифференциальных уравнений рассматривается на поверхности Σ , заданной соотношением (2.5) или (2.7). Спроецируем поверхность Σ на плоскость (H, U) . Качественный характер поведения интегральных кривых сохранится.

На рис. 20 для $\Gamma = 0.58$; $E = -1.9$; $\beta = 0.15$; $\zeta = 2$; $T^* = 39.13$ и разных значений расхода представлены характерные распределения поля единичных

векторов $\vec{\tau} = \frac{\vec{i}_H + U'_H \vec{j}_U}{\sqrt{1 + (U'_H)^2}}$, касательных к интегральным кривым. Здесь $U'_H = \frac{dU}{dH}$

определяется с помощью (2.9). Указанные параметры и расход $\dot{m} = 0.12$ соответствуют расчету, представленному в работе [119] и на рис.16. Поля направлений интегральных кривых изображены в областях, где $\alpha > 0$ и $T > 0$.

Согласно рис. 20а ($\dot{m} = 0.14$), стационарное течение ионизирующегося газа сопровождается последовательным переходом через газодинамическую и магнитогазодинамическую скорости звука, минуя стационарные особые точки A_1 и A_2 . На рис. 20б ($\dot{m} = 0.12$) видно, что процесс ионизации формально может завершиться в одной из двух точек A_1 или A_2 . Рис. 20в ($\dot{m} = 0.115$) отвечает случаю, когда процесс ионизации может закончиться только в одной особой точке A_2 . Из рис. 20г ($\dot{m} = 0.1$) следует, что газовая парабола находится в области $\alpha < 0$ и течение происходит в дозвуковой области.

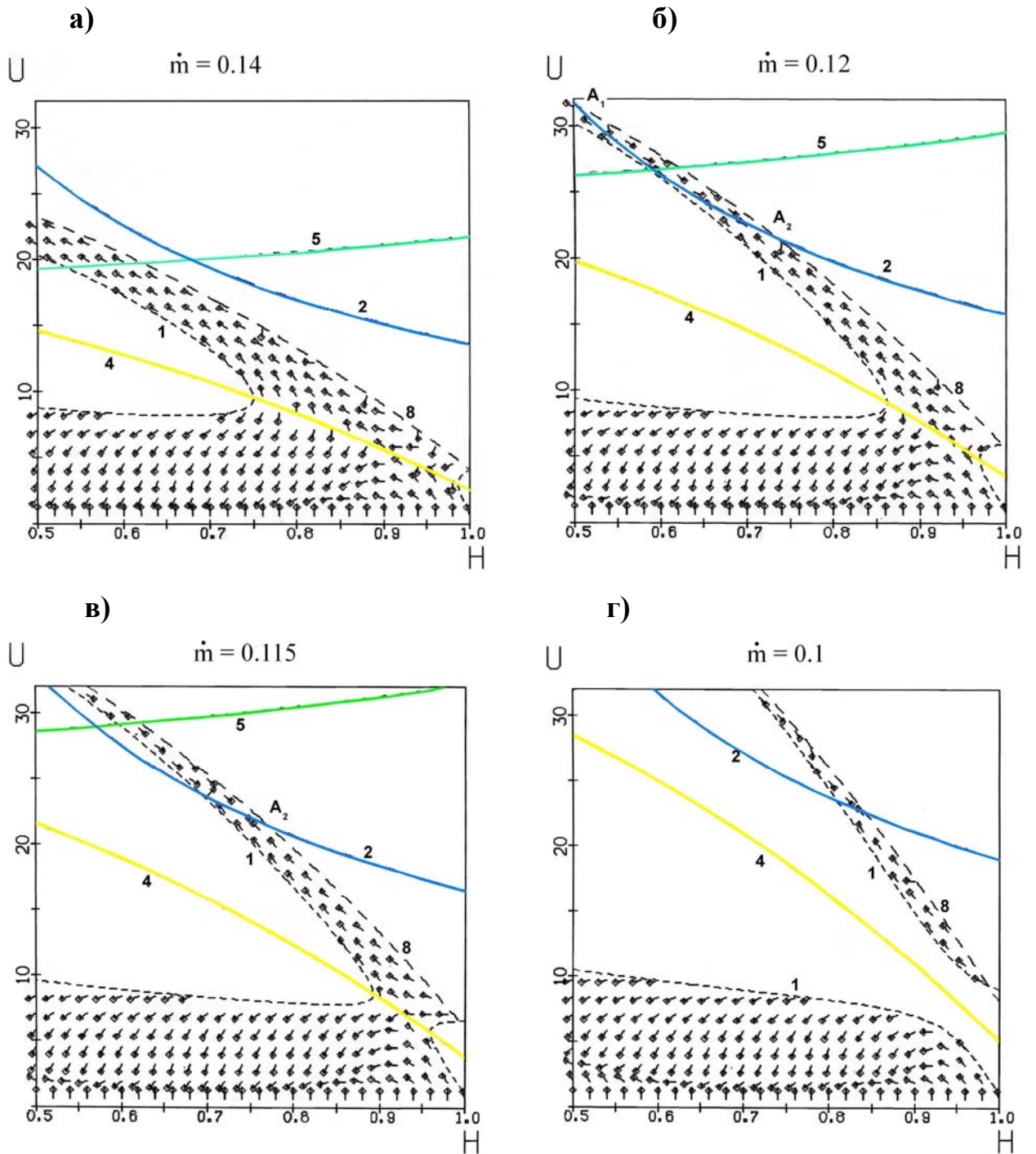


Рис. 20. Поля единичных векторов, касательных к интегральным кривым, для различных параметров задачи

Данные тенденции сохраняются, и общая картина процессов качественно не меняется для различных наборов параметров, например, для варианта расчета, изображенного на рис. 17, где $\beta = 0.04$, $\zeta = 2$, $T^* = 313$ и на фронте имеем $\Gamma = 0.55$, $E = -2.4$ и $\dot{m} = 0.07$.

Проанализируем поведение интегральных кривых в окрестности особых точек A_1 и A_2 , если они существуют. Для уравнения (2.9) рассмотрим эквивалентную автономную систему (см., например, [233-235]) из двух дифференциальных уравнений в окрестности положения равновесия A_k ,

$$\frac{dU}{dt} = F_1(U, H); \quad \frac{dH}{dt} = F_2(U, H).$$

Искомые функции в уравнениях представим в виде

$$U = U_k + \Delta U = U_k + A_U e^{\lambda t}; \quad H = H_k + \Delta H = H_k + A_H e^{\lambda t}.$$

Линеаризовав систему в окрестности точек A_k получим соответствующую линейную однородную систему с постоянными коэффициентами:

$$\lambda A_U = \frac{\partial F_1}{\partial U} A_U + \frac{\partial F_1}{\partial H} A_H; \quad \lambda A_H = \frac{\partial F_2}{\partial U} A_U + \frac{\partial F_2}{\partial H} A_H.$$

Как показали исследования, корни характеристического уравнения

$$\det \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial U} - \lambda & \frac{\partial F_1}{\partial H} \\ \frac{\partial F_2}{\partial U} & \frac{\partial F_2}{\partial H} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \text{или} \quad \lambda^2 - p\lambda + q = 0, \quad (2.14)$$

где $p = 2\gamma H\varphi + F'_u U + \frac{\partial G}{\partial U} - B H$; $B = 2\left(2\gamma\varphi - \frac{E}{\dot{m}}\right)$; $H = H_k$; $U = U_k$

$$q = \left(2\gamma H\varphi + F'_u U\right)\left(\frac{\partial G}{\partial U} - B H\right) - \left(2(\gamma+1)\dot{m}^2\varphi + F'_u H\right)\left(\frac{\partial G}{\partial U} - B U\right),$$

имеют действительные различные значения в окрестности точек A_k . В этом случае, согласно теореме Гробмана-Хартмана (см., например, [234]), фазовые траектории линеаризованной и нелинейной систем в окрестности точек A_k имеют одну и ту же топологическую структуру.

Точка A_1 всегда расположена в области сверхсигнального течения, выше линии Жуге. В этой точке с помощью (2.14) при $\varphi = 0$ легко определить, что собственные значения λ_1 и λ_2 разных знаков. Поэтому точка A_1 , если она

существует, лежит в области $\alpha > 0$, $T > 0$ и всегда является седлом. На рис. 21а схематично представлена картина интегральных кривых в окрестности A_1 . Направления собственных векторов $\vec{\xi}_1$ и $\vec{\xi}_2$ для двух различных значений λ определяются в плоскости (H, U) с помощью соотношения

$$\xi_A = \frac{\Delta U}{\Delta H} = \frac{A_U}{A_H} = \frac{\lambda - 2\gamma H \varphi - F_u' U}{2(\gamma + 1)\dot{m}^2 \varphi + F_u' H} \quad (2.15)$$

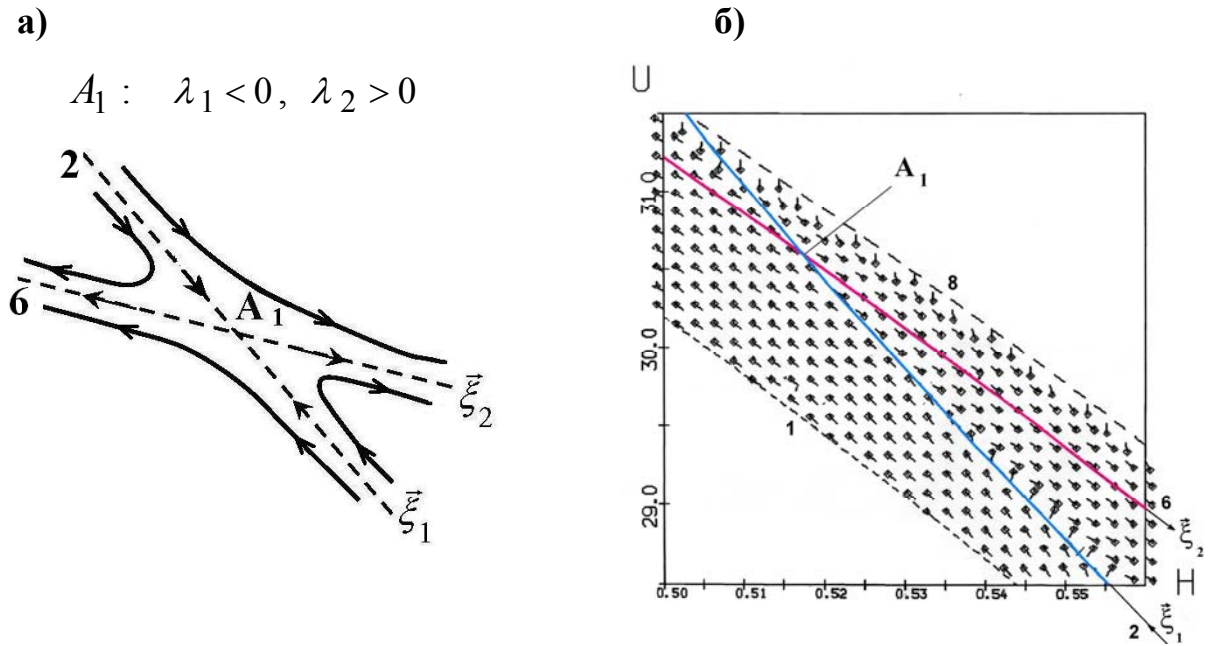


Рис. 21. Схематичная и детальная картина интегральных кривых в окрестности стационарной особой точки A_1

Вектора $\vec{\xi}_1$ и $\vec{\xi}_2$ направлены при $\varphi = 0$ соответственно вдоль МГД-гиперболы (кривая 2) и равновесной линии (кривая 6). Рис. 21б отвечает детальному изображению поля интегральных кривых в окрестности A_1 для $\dot{m} = 0.12$ (см. также рис. 19 и 20б).

Стационарное состояние A_2 расположено ниже линии Жуге и отвечает досигнальному течению [1]. В этом случае собственные значения удовлетворяют неравенству $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$. Следовательно, точка A_2 является устойчивым узлом. На рис. 22 изображена качественная и детальная картина

поля интегральных кривых в окрестности A_2 (см. также рис. 19 и 20б). Собственный вектор $\vec{\xi}_1$ направлен вдоль равновесной кривой 6, соответственно $\vec{\xi}_2$ - вдоль МГД-гиперболы 2.

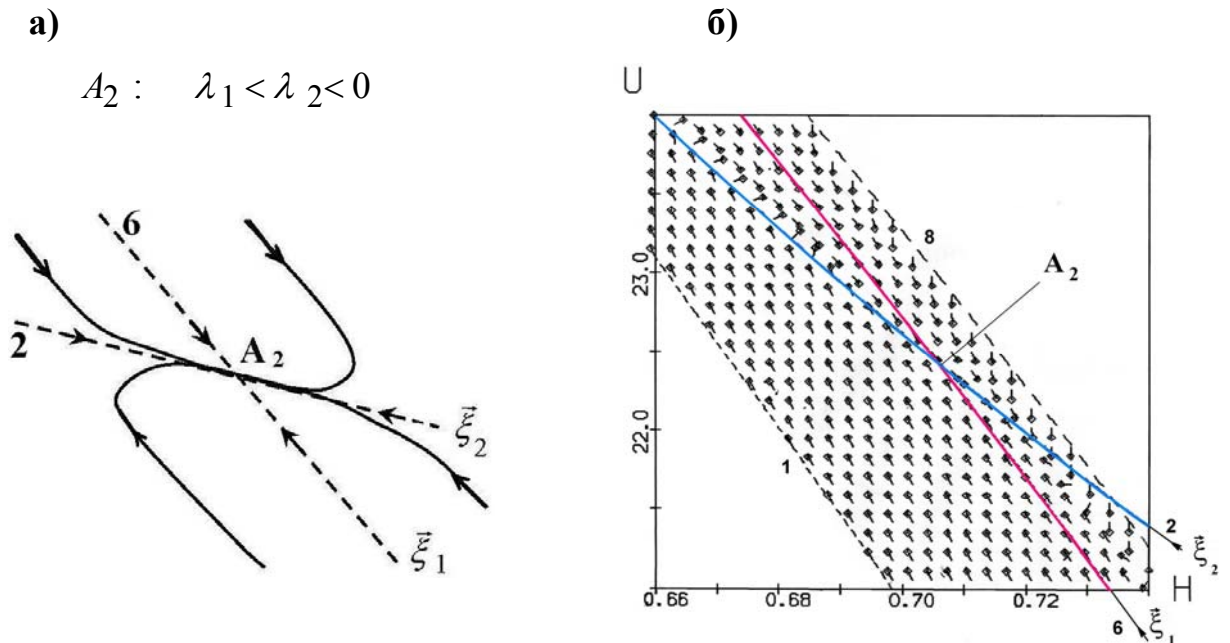


Рис. 22. Качественная и детальная картина интегральных кривых в окрестности стационарной особой точки A_2

Особая точка D_2 не является положением равновесия, поскольку в ней $\varphi \neq 0$ и $\frac{dH}{dx} < 0$. Этой точке отводится особая роль во всей теории процесса ионизации газа. Только в этой точке возможен переход через газодинамическую скорость звука, т. е. через газовую параболу (кривая 4 на рис. 19). Согласно соотношению (2.9), в точке D_2 , определяемой как пересечение кривых 3 и 4 на рис. 19, имеем $F_1 = 0$ и $F_2 = 0$ ($F'_u = 0$). Раскроем эту неопределенность. В линейном приближении в окрестности точки D_2 функции F_i ($i=1,2$) можно представить в виде:

$$F_i(H, U) = F_i(H_D, U_D) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial U} \right)_D dU + \left(\frac{\partial F_i}{\partial H} \right)_D dH, \quad (2.16)$$

где производные рассматриваются в точке $D = D_2$ и $F_i(H_D, U_D) = 0$. С учетом (2.16) в плоскости (H, U) можно определить направления $\xi_D = \frac{dU}{dH}$, вдоль которых возможно прохождение через точку D_2 . Поиск этих направлений эквивалентен решению спектральной задачи (2.14), (2.15) при $F'_u = 0$.

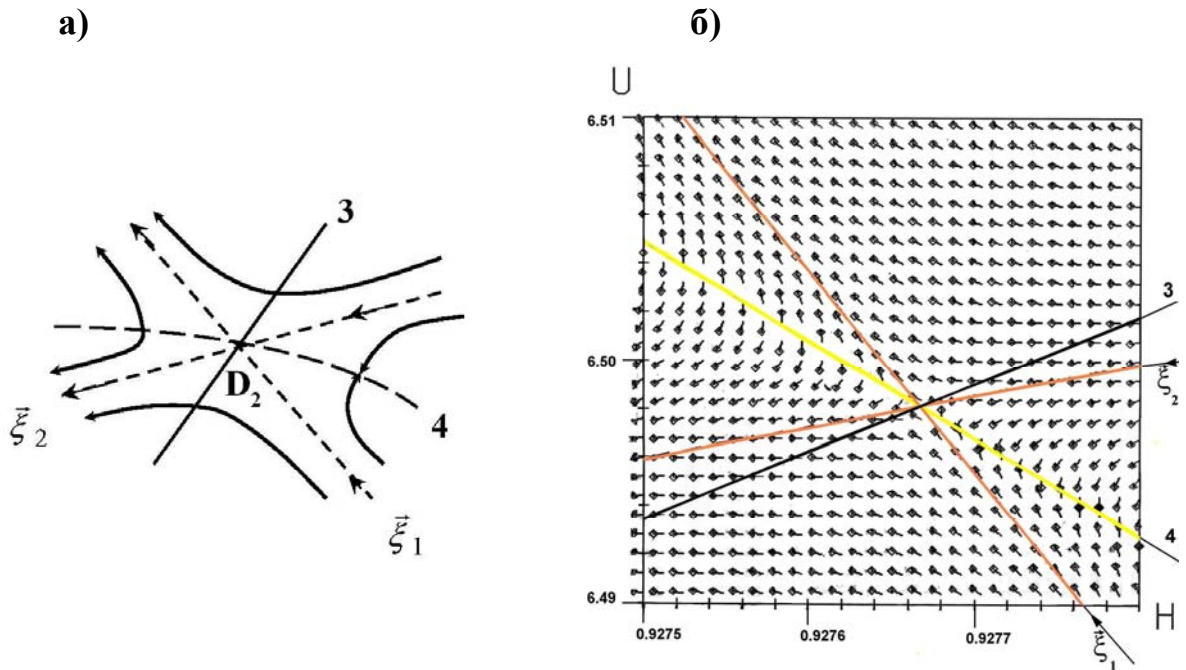


Рис. 23. Качественная и детальная картина интегральных кривых в окрестности точки D_2

На рис. 23а схематично представлена картина интегральных кривых в окрестности точки D_2 . Детальная картина поля единичных векторов, касательных к интегральным кривым вблизи точки D_2 , изображена на рис. 23б и соответствует указанным выше параметрам расчета в [119], представленного на рис.16, включая расход $\dot{m} = 0.12$ (см. рис. 20б). При изменении полярности электродов магнитное и электрическое поле меняют знаки. Поэтому представленные картины симметричны относительно прямой $H = 0$, и соответствующая точка D_1 будет отвечать случаю $H < 0$.

2.4. Процесс ионизации как движение вдоль интегральных кривых

Ионизация газа, связанная с переходом через газодинамическую скорость звука $V_x^2 = \gamma P / \rho$, предполагает прохождение интегральной кривой через газовую параболу в особой точке D_2 вдоль направления $\vec{\xi}_1$ (рис. 23). Решив численно уравнение (2.9) или эквивалентную автономную систему с начальными данными на прямой $\vec{\xi}_1$ в окрестности D_2 , найдем интегральную кривую, вдоль которой возможен переход из дозвуковой области в сверхзвуковую область. Соответствующая интегральная кривая представлена сплошной линией со стрелками на рис. 24а для $\dot{m} = 0.12$. В сверхзвуковой области, не доходя линии Жуге 5, данная кривая поворачивает на МГД-гиперболе, движется вдоль нее в направлении A_2 и заканчивается в этой точке, являющейся устойчивым узлом. При этом выход в точку A_1 невозможен. На рис. 24б интегральная кривая (сплошная линия черного цвета) отвечает значению расхода $\dot{m} = 0.124$. В данном случае интегральная кривая, выпущенная вдоль направления $\vec{\xi}_1$, проходит мимо двух близко расположенных точек A_2 и A_1 . Точка A_1 является седлом. Формально попасть в эту точку можно вдоль собственного направления $\vec{\xi}_1$ по касательной к МГД-гиперболе в данной точке (см. рис. 21). В этом случае стационарные точки A_1 и A_2 , расположенные по разные стороны линии Жуге, должны быть близки друг к другу. Можно предположить, что существуют значения параметров, отвечающие условию попадания в точку A_1 . Демонстрация такой возможности находится за пределами точности расчетов.

В дозвуковой области интегральную кривую можно рассчитать в направлении противоположном $\vec{\xi}_1$ (см. рис. 23). На рис. 24а и 24б сплошные кривые в дозвуковой области также отвечают движению вдоль интегральных кривых при условии их последующего прохождения через особую точку D_2 . Видно, что интегральные кривые не пересекают кривую 1 ($\alpha = 0$). Это означает, что в данных примерах процесс ионизации нельзя рассматривать как

переход из одного стационарного состояния ($\alpha = 0$) в другое стационарное состояние, отвечающее точке A_2 и при определенных условиях точке A_1 . Соответственно структура фронта ионизации отсутствует.

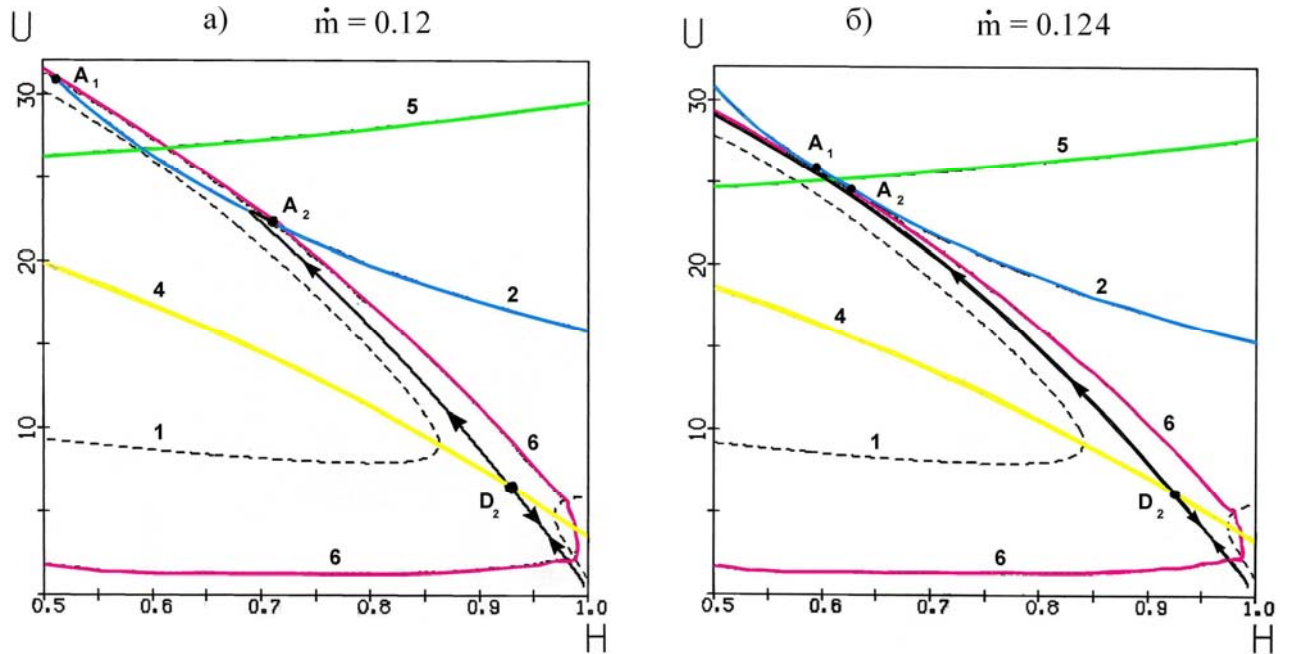


Рис. 24. Примеры интегральных кривых (сплошные линии черного цвета со стрелками) в отсутствии структуры фронта ионизации

Следует заметить, что интегральные кривые на рис. 24 в областях, отвечающих дозвуковому и сверхзвуковому течениям, пересекают равновесную кривую 6 или приближаются к ней. Допуская расширенную трактовку понятия структуры, процесс ионизации можно рассматривать как переход из одного ионизационно равновесного состояния ($F_{\beta\alpha} = 0$) в дозвуковом потоке в другое ионизационно равновесное состояние в сверхзвуковом течении.

Варьирование параметров задачи позволило выявить структуру фронта ионизации в общепринятом смысле. Если положить, что в исходной стационарной точке $\alpha = 0$ не только для значений $H = 1$ и $U = 1$, но также и для $T = 1$, то из (2.4) получим соотношение, связывающее поток импульса и расход

$$\Gamma = 0.5 + \beta / 2 + \dot{m}^2 \quad (2.17)$$

Данная связь сокращает число варьируемых параметров и облегчает поиск структуры. С учетом этой связи для $\dot{m} = 0.1279$ на рис. 25 представлен соответствующий пример интегральной кривой, отвечающий структуре фронта ионизации. В сверхзвуковой области (рис. 25а) интегральная кривая, выходящая из D_2 вдоль направления $\vec{\xi}_1$ (см. также рис. 23), заканчивается в A_2 , близко расположенной к A_1 . В дозвуковой области (рис. 25б) интегральная кривая пересекает линию $\alpha = 0$ (кривая 1), т.е. процесс ионизации начинается также из стационарного состояния, связанного с течением нейтрального газа.

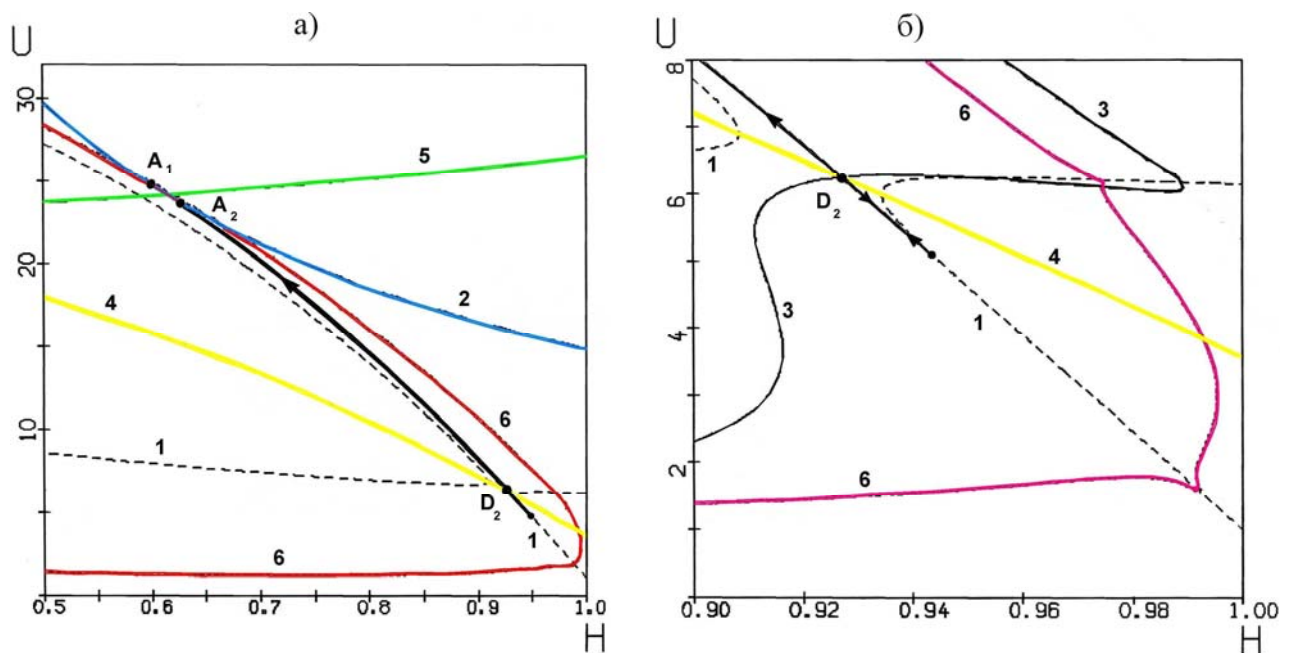


Рис. 25. Пример интегральной кривой (сплошные линии черного цвета со стрелками), отвечающий структуре фронта ионизации для $\dot{m} = 0.1279$

Таким образом, доказано, что структура стационарного неравновесного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя существует. В этом случае процессы на фронте ионизации начинаются из состояния с нулевой степенью ионизации $\alpha = 0$, отвечающей нейтральному газу, и завершаются в стационарной особой точке A_2 .

2.5. Течение в канале с протяженным участком постоянного сечения

При наличии стационарных особых точек следует говорить о весьма ограниченной возможности того, что процесс ионизации завершится в точке A_1 , расположенной выше линии Жуге. Как правило, процесс ионизации завершается в точке A_2 , лежащей ниже линии Жуге. На это указывают направления интегральных кривых в окрестности точек A_1 , A_2 и МГД-гиперболы (см. рис. 21, 22), а также интегральные кривые на рис. 24а и 25а.

В тоже время расчеты течения ионизирующегося газа, представленные, в частности, в работе [119] и на рис. 16 и 17, демонстрируют последовательный переход сначала через газодинамическую скорость звука C_g и практически сразу через скорость сигнала C_s . Можно ли в таком случае говорить о противоречии между теорией и расчетами? На самом деле это всего лишь кажущееся противоречие. Фронт ионизации в рассчитанных квазистационарных течениях расположен в сужающейся и наиболее узкой части канала ускорителя. В этом случае попадание в стационарную точку A_2 на фронте никак не противоречит дальнейшему переходу скорости потока через скорость сигнала в рамках другого течения, возникающего за фронтом.

Иллюстрацией сказанного мог бы служить расчет, в котором местоположения последовательных переходов скорости потока через газодинамическую скорость звука и далее через скорость сигнала отстояли бы друг от друга на заметном расстоянии. Такой расчет несложно провести, перейдя от соплообразного канала, представленного на рис. 15, к каналу, в котором имеется протяженный участок постоянного сечения, отвечающий наиболее узкой части. Например, рис. 26 соответствует следующему заданию площади поперечного сечения канала: $f(z)=0.3-0.8z(1-z)$, если $z \leq 0.5$; $f(z)=0.1$ для $0.5 \leq z \leq 2$; $f(z)=0.3-0.8(z-1.5)(2.5-z)$, если $2 \leq z \leq 2.5$; и $f(z)=0.8(z-1.5)-0.5$ в случае $2.5 \leq z \leq z_{out} = 3$. На данном рисунке протяженный участок CD отвечает постоянной площади поперечного сечения.

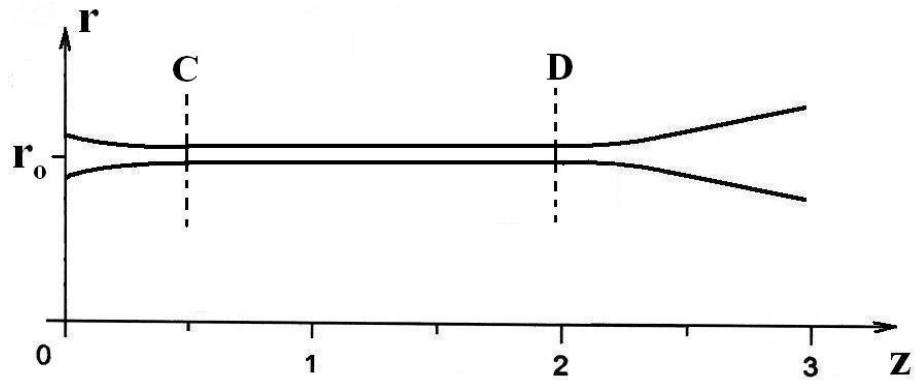


Рис. 26. Форма канала плазменного ускорителя с протяженным участком постоянного сечения

Результаты расчета квазистационарного течения ионизирующегося газа представлены на рис. 27. Здесь исходные параметры расчета соответствуют течению, изображенному на рис. 17, с точностью до разрядного тока: $T_0 = 500^\circ K$, $n_0 = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $L = 20 \text{ см}$, $J_p = 65 \text{ кА}$, $\alpha_{en} = 5 \cdot 10^{-7}$, $r_0 = L/3$. При этом имеем следующие безразмерные параметры $\beta = 0.09$, $T^* = 313$, $\sigma_{01} = 1018.3$, $\sigma_{02} = 0.03$, а единица скорости равна $V_0 = 0.95 \cdot 10^6 \text{ см/с}$. Значение разрядного тока J_p в рассматриваемом течении ионизирующегося газа подобрано таким образом, чтобы фронт ионизации и пик отклонения от равновесия (см. рис. 27е) располагались непосредственно перед началом самой узкой протяженной части канала.

Пересечение кривых на рис. 27в, изображенных красным и синим цветом, с одной стороны, а также красным и зеленым цветом, с другой стороны, определяют место положения переходов скорости потока V соответственно через газодинамическую скорость звука V_g и скорость сигнала V_s . Хорошо видно, что между данными переходами достаточно большое расстояние и между ними расположена область течения, в которой магнитогазодинамические параметры потока существенно не меняются.

Плавное изменение параметров потока в канале постоянного сечения происходит за счет диффузии магнитного поля, обусловленной магнитной

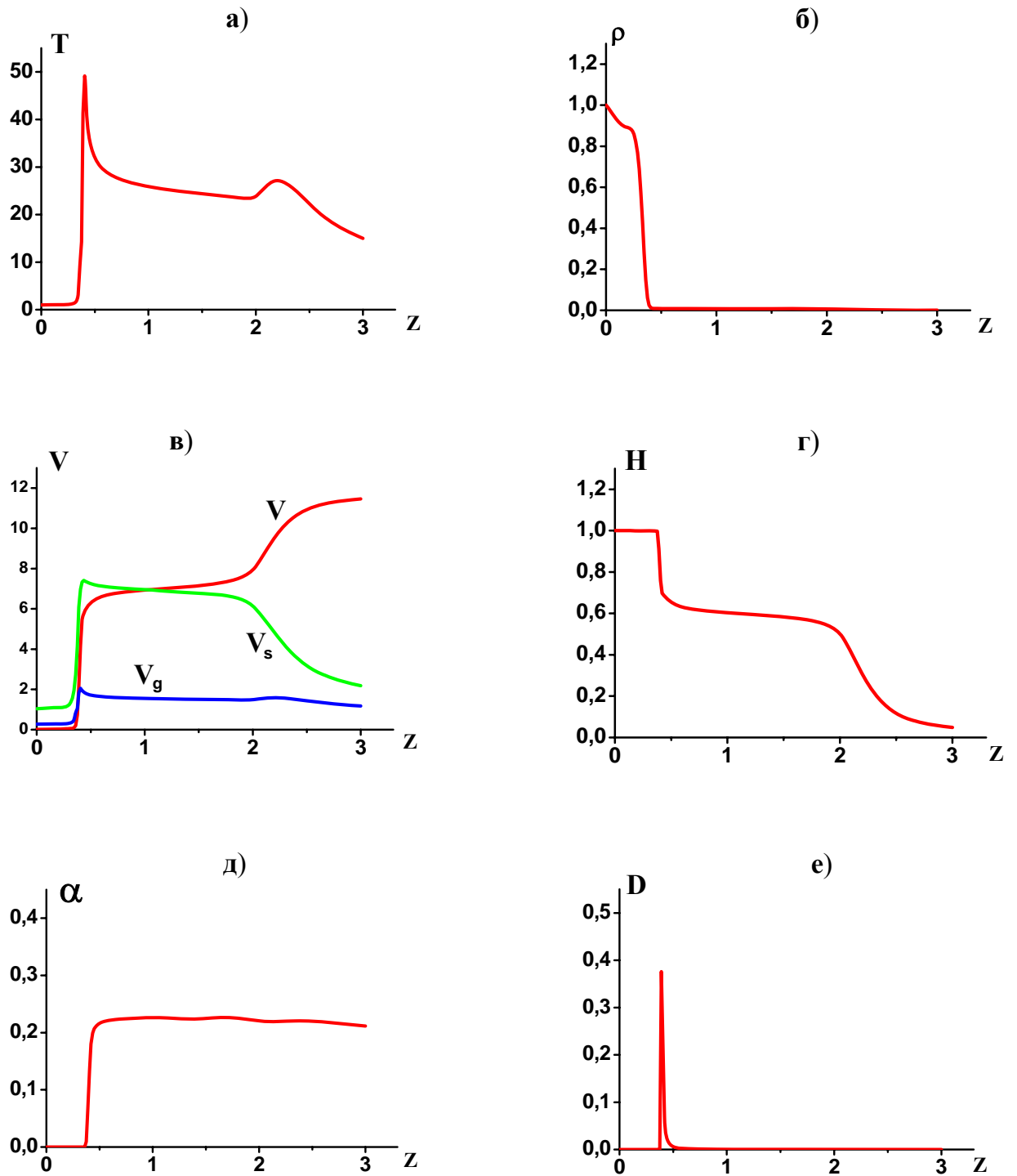


Рис. 27. Распределение параметров потока в канале с протяженным участком постоянного сечения: а) температура, б) плотность, в) скорость, г) магнитное поле, д) степень ионизации, е) отклонение от равновесия

вязкостью в системе МГД-уравнений (1.38). При наличии плазменного тока, протекающего в соответствии с уравнением диффузии магнитного поля, плазма ускоряется под действием силы Ампера. В результате скорость потока

переходит через магнитогазодинамическую скорость звука V_S в канале постоянного сечения. Данный расчет иллюстрирует то обстоятельство, что процесс ионизации может завершиться на фронте в точке A_2 , а дальнейшее ускорение ионизированной среды за фронтом сопровождается переходом через скорость сигнала.

2.6. Соотношения, характеризующие процесс ионизации

Согласно представленным исследованиям, процесс ионизации в пределах узкого фронта можно рассматривать как движение вдоль интегральных кривых от одного стационарного и равновесного состояния к другому.

В пределе гипотетически тонкого фронта ионизации его можно представить как поверхность разрыва. В теоретической магнитной газодинамике для обоснования возможности реального существования того или иного разрыва вводится понятие эволюционности (см., например, [22,53,224,225]), согласно которому разрыв должен быть устойчив относительно расщепления на несколько других разрывов. Иначе говоря, любые бесконечно малые возмущения в случае эволюционности должны приводить к бесконечно малым возмущениям начального состояния. Условия эволюционности представляют собой требование однозначной разрешимости задачи о взаимодействии поверхности разрыва с малыми возмущениями, когда граничные условия однозначно определяют дальнейшее развитие возмущений. Малые возмущения распространяются налево или направо от разрыва в виде волн. Поэтому для эволюционности необходимо, чтобы число различных волн, уходящих в обе стороны от поверхности разрыва, было на единицу меньше числа соотношений на поверхности разрыва с учетом необходимого вычисления скорости движения разрыва. Несложно определить число дополнительных соотношений для обеспечения эволюционности в том или ином случае.

Исследуемый процесс ионизации в канале плазменного ускорителя всегда является эволюционным по той простой причине, что это реально

существующие явления – достаточно включить плазменный ускоритель или иной прибор с аналогичным принципом действия. Другое дело, что процесс ионизации в ускорителе при определенных условиях может быть нестационарным [1,11,58,195,196,204,205]. Поиск условий стационарности и устойчивости процесса ионизации является предметом отдельных исследований (см. раздел 1.5.2 и работы [204,131]). Данные явления связаны между собой. Нестационарные режимы могут возникать вследствие развития неустойчивостей. Они могут быть также следствием других процессов, например, в электрической цепи питания КСПУ.

Для рассматриваемого стационарного неравновесного фронта ионизации электрическое поле предполагается достаточно большим так, что МГД-гипербола (кривая 2 на рис. 19) расположена выше звуковой параболы (кривая 4) и не пересекает ее. Из условия пересечения этих кривых, определяемых соотношениями (2.8) и (2.10), следует кубическое уравнение

$$H^3 - 2 \Gamma H - 2 (\gamma + 1) \dot{m} E / \gamma = 0$$

Отсутствие пересечения кривых 2 и 4 означает, что приведенное уравнение $H^3 + p H + q = 0$ имеет одно действительное решение и дискриминант

$$d = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 > 0. \text{ В результате имеем неравенство}$$

$$E^2 > \frac{8 \gamma^2 \Gamma^3}{27 (\gamma + 1)^2 \dot{m}^2}, \quad (2.18)$$

которое определяет диапазон допустимых значений электрического поля. При условии (2.17) равенству в (2.18) отвечает кривая E1 на плоскости переменных (\dot{m}, E) , представленная на рис. 28 для параметра $\beta = 0.15$. В свою очередь, неравенству (2.18) отвечает область на данной плоскости, расположенная выше кривой E1 и обозначенная стрелками на рисунке.

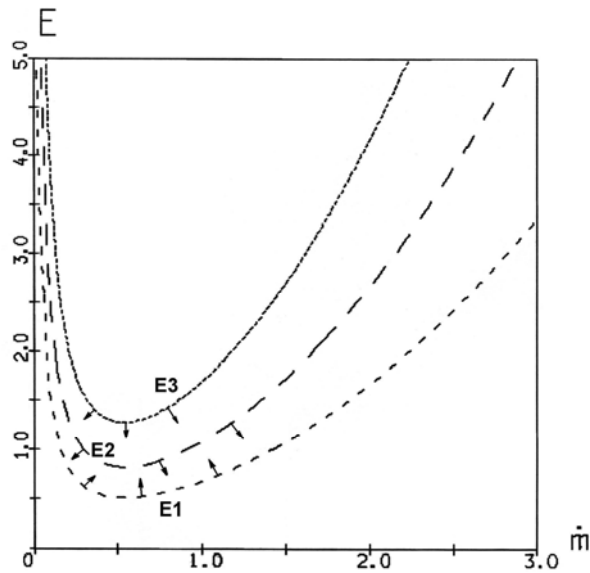


Рис. 28. Границы областей, характеризующие процесс ионизации. Область выше кривой E1 отвечает достаточно сильному электрическому полю: МГД гипербола расположена выше звуковой параболы. Область ниже кривой E2 определяет возможность выхода в особые точки A_1 и A_2 . Область ниже кривой E3 отвечает условию существования особой точки D_2

Наличие и точное положение точки D_2 определяется пересечением кривых 3 и 4 на рис. 19. С известной степенью точности положение точки D_2 характеризует точка \bar{D} , являющаяся пересечением параболы 4 и гиперболы $F'_n = 0$ (кривая 7). Эта точка является локальным экстремумом функции $\alpha(H, U)$ вдоль газовой параболы 4. Из соотношений (2.10) и (2.12) следует кубическое уравнение

$$H^3 - 2\Gamma H - 2(\gamma^2 - 1)\dot{m} E / \gamma^2 = 0, \quad (2.19)$$

решение которого определяет положение точки \bar{D} . Условие существования точки \bar{D} предполагает наличие трех действительных различных корней данного уравнения. При этом соответствующий дискриминант $d < 0$ или

$$E^2 < \frac{8\gamma^4 \Gamma^3}{27(\gamma^2 - 1)^2 \dot{m}^2} \quad (2.20)$$

Данное неравенство означает, что существуют точка \bar{D} и близкая к ней точка D_2 . С учетом (2.17) равенству в (2.20) соответствует кривая E3 на рис. 28.

Область, отвечающая неравенству (23), расположена ниже кривой ЕЗ и указана стрелками на рисунке.

Сравнение рис. 20г, с одной стороны, и рисунков 20а, 20б, 20в, с другой стороны, приводит к условию существования течения ионизирующегося газа с переходом через газодинамическую скорость звука. Очевидно, что возможность прохождения через газовую параболу (2.10) предопределена знаком степени ионизации в особой точке D_2 . Необходимым условием прохождения через точку D_2 является неравенство

$$\alpha(H_{D_2}, U_{D_2}) > 0 \quad (2.21)$$

Учитывая близость точек \bar{D} и D_2 , неравенство (2.21) можно заменить:

$$\alpha(H_{\bar{D}}, U_{\bar{D}}) > 0 \quad (2.22)$$

Согласно соотношению (2.7) из неравенства (2.22) следует, что

$$(\gamma + 1)\dot{m}^2 (U^2 - 1) + \gamma (H^2 - 2\Gamma)U - \gamma(1 - 2\Gamma) + 2(\gamma - 1)(H - 1)E / \dot{m} > 0, \quad (2.23)$$

где $U = -\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{E}{\dot{m} H_{\bar{D}}}$ и $H_{\bar{D}}$ является максимальным корнем уравнения (2.19).

Как показали расчеты, неравенство (2.23) успешно заменяет условие (2.21) для перехода из области дозвукового течения в область сверхзвукового течения.

Далее исследуем возможность перехода в стационарные особые точки A_1 и A_2 . На рис. 20а видно, что интегральные кривые пересекают линию Жуге (кривая 5), но не выходят на МГД-гиперболу. В этом случае стационарные точки отсутствуют, а интегральная кривая, вдоль которой происходит переход через газодинамическую параболу, после прохождения линии Жуге приближается к равновесной кривой (см. также рис. 24б). При этом можно говорить о структуре, вкладывая несколько иной смысл в это понятие и полагая, что осуществляется переход всего лишь из одного ионизационно равновесного состояния ($F_{\beta\alpha} = 0$) в дозвуковой области в другое ионизационно равновесное состояние в сверхзвуковой области.

Условие существования стационарных особых точек A_1 и A_2 связано с тем обстоятельством, что МГД-гипербола $\varphi = 0$ (кривая 2) на рис. 20б и 20в пересекает область поля интегральных кривых между линиями $\alpha = 0$ (кривая 1) и $T = 0$ (кривая 8). Такое пересечение возникает при уменьшении расхода по сравнению со случаем, изображенным на рис. 20а. Ранее было показано, что существует возможность перехода в стационарную особую точку A_1 , расположенную выше линии Жуге. В этом случае точки A_1 и A_2 должны быть расположены близко друг к другу. Однако такая возможность является скорее исключением из правил. Как правило, процесс ионизации завершается в стационарной точке A_2 .

Уменьшая расход или уменьшая электрическое поле при фиксированном расходе, будем иметь последовательное касание МГД-гиперболы сначала с линией $T = 0$ (кривая 8 на рис. 19 и 20), затем с равновесной кривой 6 и, наконец, с линией $\alpha = 0$. С известной степенью точности, ошибка составляет несколько процентов, момент появления стационарных особых точек A_1 и A_2 можно связать с касанием МГД-гиперболы 2 и кривой 8 (рис. 19 и 20). Касание происходит на линии Жуге (кривая 5). С помощью соотношений (2.11) и (2.13) легко найти точку пересечения параболы $T = 0$ и кривой Жуге

$$U_1 = 2 \Gamma / 3 \dot{m}^2, \quad H_1 = \sqrt{2 \Gamma / 3}$$

Условие касания МГД-гиперболы и кривой $T = 0$ в данной точке приводит к неравенству, определяющему наличие стационарных особых точек A_1 и A_2 ,

$$E^2 < \frac{8 \Gamma^3}{27 \dot{m}^2} \quad (2.24)$$

Данное соотношение с учетом (2.17) можно переписать следующим образом

$$E^2 < \frac{8}{27 \dot{m}^2} \left(0.5 + \frac{\beta}{2} + \dot{m}^2 \right)^3 \quad (2.25)$$

Равенству в (2.25) отвечает кривая E2 на рис. 28 в плоскости переменных (\dot{m}, E) для значения параметра $\beta = 0.15$. Область, отвечающая неравенству (2.25), расположена ниже кривой E2 и обозначена стрелками на рисунке.

Таким образом, на плоскости (\dot{m}, E) условию существования точек A_1 и A_2 соответствует область значений расхода и электрического поля, расположенная в полосе между кривыми E1 и E2 на рис. 28.

Следует заметить, что согласно имеющимся экспериментальным данным (см., например, [1,7-9,30,60-79]) значения расхода в плазменных ускорителях находятся в диапазоне $\dot{m} < 1$. Этому диапазону отвечают рисунки 29, 30 и 31, на которых заштрихованные области, выпадающие из рассмотрения, соответствуют отрицательной степени ионизации в точке \bar{D} или близкой к ней точке D_2 . Иначе говоря, заштрихованные области соответствуют неравенствам, противоположным (2.22) или (2.23). Вне заштрихованной области значения параметров \dot{m} и E допускают реализацию процесса ионизации с переходом скорости потока ионизирующегося газа через местную газодинамическую скорость звука.

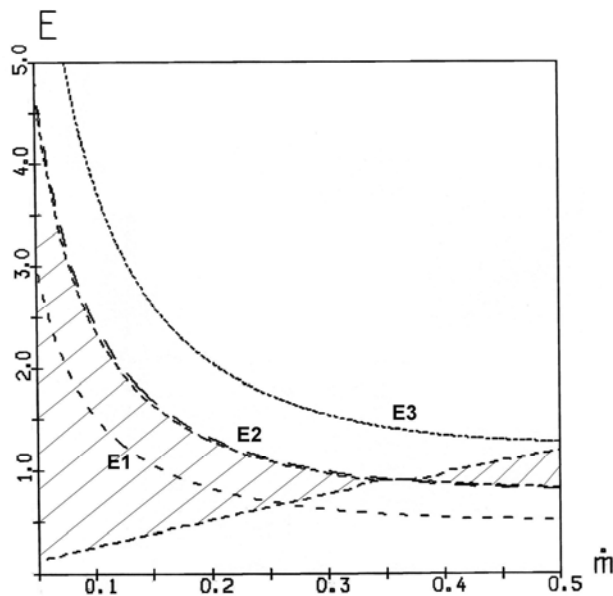


Рис. 29. Границы областей, характеризующие процесс ионизации, исключая запретную (заштрихованную) область, в которой $\alpha(H_D, U_D) < 0$, для значения параметра $\beta = 0.15$

Рис. 29 отвечает значению безразмерного параметра $\beta = 0.15$ ($\beta = 8\pi P_0 / H_0^2$, $H_0 = 2J_p / cr_0$) и соответствующему набору исходных размерных параметров задачи, например, значениям $T_0 = 4000^\circ K$, $n_0 = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $J_p = 50 \text{ кА}$, $L = 20 \text{ см}$ и $r_0 = L/3$, использованным, в том числе, в расчете течения ионизирующегося газа, представленном на рис. 16 и в [119]. Для данных параметров, согласно рисунку, стационарному течению ионизирующегося газа с переходом через газодинамическую скорость звука и выходом в особые стационарные точки A_1 и A_2 соответствуют значения \dot{m} и E в узкой полосе между кривой E2 и заштрихованной областью.

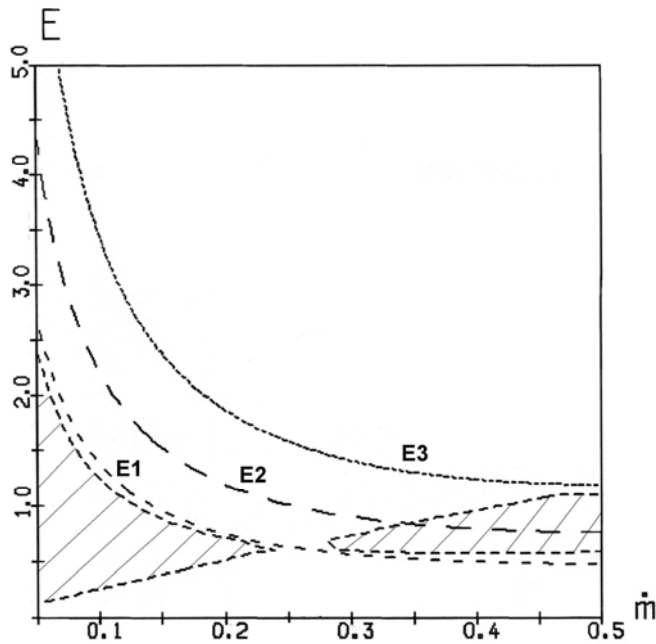


Рис. 30. Границы областей, характеризующие процесс ионизации, исключая запретную (заштрихованную) область ($\alpha(H_D, U_D) < 0$), для значения параметра $\beta = 0.075$

Варьирование параметров n_0 , T_0 и J_p ведет, в частности, к изменению безразмерного параметра β , равного отношению газового давления к магнитному. Уменьшение n_0 , T_0 и увеличение разрядного тока J_p приводит к

уменьшению параметра β и расширению области между кривой E2 и заштрихованной областью, т.е. приводит к расширению области значений параметров \dot{m} и E , для которых возможно существование структуры фронта ионизации с переходом скорости потока через газодинамическую скорость звука и выходом в стационарную особую точку на МГД-гиперболе. Рис. 30 отвечает в два раза меньшим значениям $T_0 = 2000^{\circ}K$ и соответственно $\beta = 0.075$. Видно, что в этом случае существует достаточно обширная область параметров \dot{m} и E , допускающая структуру фронта ионизации. Наоборот, увеличение n_0 , T_0 и уменьшение разрядного тока означает увеличение параметра β и приводит к сокращению области значений параметров \dot{m} и E , допускающих структуру фронта ионизации. На рис. 31, где $n_0 = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и $\beta = 0.24$, такая область, допускающая структуру фронта, отсутствует для значений расхода $\dot{m} < 0.3$.

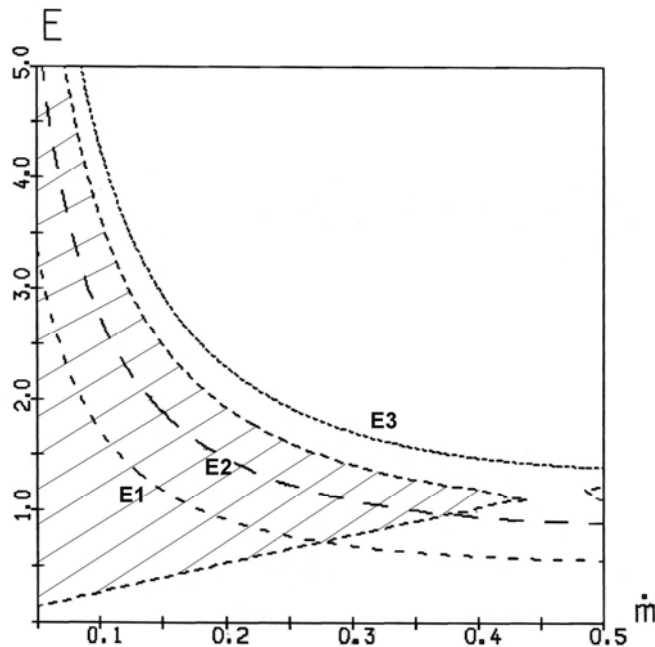


Рис. 31. Границы областей, характеризующие процесс ионизации, исключая запретную (заштрихованную) область для величины $\beta = 0.24$

2.7. Выводы

Разработан теоретический подход в изучении процессов в окрестности стационарного неравновесного фронта ионизации, формирующегося в канале квазистационарного плазменного ускорителя. Исследования выполнены в рамках системы МГД-уравнений, дополненных уравнением кинетики ионизации и рекомбинации. Проведен анализ особых точек системы уравнений, общее число которых равно шести с учетом полярности электродов и возможного изменения знака магнитного поля. Представлены поля направлений интегральных кривых для различных параметров задачи. Рассчитаны отдельные интегральные кривые, характеризующие переходы через газодинамическую скорость звука в особой точке, расположенной на границе дозвукового и сверхзвукового потоков.

Выявлена структура фронта ионизации, отвечающая переходам из одного стационарного состояния в другое. При этом процесс ионизации начинается из стационарного состояния в дозвуковой области с нулевой степенью ионизации, отвечающей нейтральному газу, и завершается в сверхзвуковой области в стационарной особой точке МГД-уравнений, являющейся устойчивым узлом, в среде с отличной от нуля степенью ионизации.

Допуская расширенную трактовку понятия структуры, процесс ионизации также можно рассматривать как переход из состояния ионизационного равновесия в дозвуковой области в состояние ионизационного равновесия в сверхзвуковой области.

Сформулированы условия, отвечающие возможности осуществления процесса ионизации газа в канале ускорителя, а также условия, определяющие возможность перехода скорости потока ионизирующегося газа через газодинамическую скорость звука и выхода в стационарные особые точки в пределах узкого фронта ионизации, наблюдаемого в расчетах и экспериментах.

ГЛАВА 3

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТАЦИОНАРНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПЛАЗМЫ В КСПУ

С плазменными ускорителями связаны исследования ряда нетривиальных процессов. К ним относятся процесс ионизации, рассмотренный в первой и второй главах диссертации, а также приэлектродные процессы, которые препятствуют достижению больших скоростей в плазменных ускорителях и устойчивому функционированию установок. Приэлектродные процессы приводят, в частности, к явлению кризиса тока [1], обусловленного эффектом Холла. Вследствие этого эффекта возникает недостаток ионов в прианодной области, появляются особенности в поведении плазменных токов в окрестности анода, и происходит срыв процесса ускорения. Для преодоления негативного воздействия эффекта Холла был осуществлен переход к системам типа квазистационарного плазменного ускорителя (КСПУ), предложенного А.И. Морозовым в [5]. Эксперименты [7-9] в целом подтвердили идеи, на основе которых были сконструированы плазменные ускорители данного типа.

Особенностями полноблочного КСПУ являются наличие анодного и катодного трансформеров, а также двухступенчатая схема ускорения плазмы. Во введении отмечалось, что первая ступень КСПУ состоит из нескольких малых коаксиальных плазменных ускорителей (КПУ) со сплошными электродами или входных ионизационных камер (ВИК), в которых происходит ионизация, поступающего газа, и предварительное ускорение вещества. Во второй ступени осуществляется окончательный разгон плазмы. Приэлектродные процессы касаются не только второй ступени, а имеют самое непосредственное отношение к одноступенчатым системам КПУ, поскольку за фронтом ионизации плазмы также взаимодействует с электродами.

Появление анодного и катодного трансформеров в КСПУ обусловлено необходимостью согласования электромагнитных полей в основном потоке и на поверхности электродов, что в итоге должно обеспечить перенос тока в

плазме и во внешней цепи. Анодный трансформер предназначен для устранения упомянутого кризиса тока. В работе [5] приведены примеры трансформеров, которые частично реализованы в экспериментах [7-9,63-79].

Основам теории аксиально симметричных течений посвящены обзоры [10,11] и монографии [1,12,26,58,236], в которых представлены методы исследования плазменных потоков в разных условиях. Одним из аналитических способов описания двумерных течений плазмы с помощью стационарных двухжидкостных уравнений магнитной газодинамики является метод плавных течений, развитый в работах [114,100-105,199,237], где построены конкретные примеры аксиально симметричных течений плазмы, определены профили электродов и исследованы разные режимы токопереноса.

Следует заметить, что в объеме анодных трансформеров не предусмотрено ускорение плазмы вдоль канала. Поэтому подача плазмы в основной канал происходит при малых скоростях, характерных для входной части КСПУ. В этом случае образуется область анодного подпотока, на границе которой с основным потоком может возникнуть тангенциальный разрыв. Наряду с другими факторами, это может приводить к отклонению токов от преимущественно радиального направления, необходимого для эффективного ускорения. Аналитическое решение задачи о двумерном течении плазмы с прианодным потоком в канале медленно меняющегося сечения найдено в [104], где исследована возможность плавной стыковки анодного подпотока с основным потоком КПУ. Данное теоретическое исследование показало, что существует возможность разработки трехэлектродной системы с азимутальным магнитным полем, которая обеспечивает согласование анодного и основного потоков. Правда, выходная часть среднего электрода будет подвержена воздействию высокоскоростного потока. Трехэлектродная система была реализована в экспериментах [85], в которых кризис тока не наблюдался.

Новые возможности в исследовании течений плазмы, в том числе при согласовании анодного подпотока и потока плазмы в основном канале КСПУ,

открываются при наличии продольного магнитного поля ($H_z \gg H_r$), влияние которого можно исследовать наряду с азимутальным полем H_φ , традиционно участвовавшим в большинстве прежних аналитических и численных моделей. Возникновение продольного поля в канале КПУ может быть обусловлено, например, токами во внешних катушках [74].

В работах [100-102] аналитически выявлено влияние продольного магнитного поля на двумерные аксиально симметричные течения двухкомпонентной плазмы. Исследования проведены в рамках приближения плавного канала для уравнений идеальной двухжидкостной магнитной газодинамики. Продольное поле естественным образом усложняет течение, например, приводит к вращению ионной и электронной компонент плазмы вокруг оси системы. Анализ важнейших свойств плазменных потоков показал, что благодаря продольному полю можно существенно уменьшить влияние эффекта Холла и область прианодного потока.

3.1. Уравнения идеальной двухжидкостной магнитной газодинамики

Для стационарных течений водородной плазмы система уравнений идеальной двухжидкостной магнитной газодинамики, пренебрегая током смещения, может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} n_i \mathbf{V}_i &= 0 \quad ; \quad \operatorname{div} n_e \mathbf{V}_e = 0 \\
 m_i n_i (\mathbf{V}_i \nabla) \mathbf{V}_i &= -\nabla P_i + e n_i (\mathbf{E} + [\mathbf{V}_i \mathbf{H}]) \\
 m_e n_e (\mathbf{V}_e \nabla) \mathbf{V}_e &= -\nabla P_e - e n_e (\mathbf{E} + [\mathbf{V}_e \mathbf{H}]) \\
 P_i &= P_i(n_i, S_i) \quad ; \quad (\mathbf{V}_i \nabla) S_i = 0 \\
 P_e &= P_e(n_e, S_e) \quad ; \quad (\mathbf{V}_e \nabla) S_e = 0 \\
 \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = \frac{4\pi}{c} (n_i \mathbf{V}_i - n_e \mathbf{V}_e) \quad ; \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \\
 \mathbf{E} &= -\nabla \Phi \quad ; \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e (n_i - n_e)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Инерцией электронов в (3.1) можно пренебречь, поскольку $m_e \ll m_i$.

Данную систему уравнений для электромагнитного поля, концентраций и скоростей \mathbf{V}_i , \mathbf{V}_e соответственно ионной и электронной компонент плазмы можно переписать в безразмерной форме, следуя работам [114,100-105] и определяя явную зависимость от безразмерных параметров, участвующих в постановке задачи. Как и ранее (см. раздел 1.2), в качестве исходных размерных единиц выступают характерные на входе в канал значения концентрации n_o ($\rho_o = m_i n_o$), температуры T_o , длины канала плазменного ускорителя либо его части L , а также напряженности азимутальной составляющей магнитного поля H_o , связанной с разрядным током в системе J_p соотношением

$$H_o = H_\phi^o = 2 J_p / c R_o, \text{ где } R_o - \text{ характерный радиус канала на входе.}$$

Безразмерными параметрами в данном случае являются локальный параметр

$$\text{обмена } \xi = \frac{c}{e L} \sqrt{\frac{m_i}{4 \pi n_o}}, \text{ характеризующий роль эффекта Холла в}$$

двухжидкостной модели, а также отношение газового и магнитного давлений на входе $\beta = 8 \pi P_o / H_o^2$, где $P_o = 2 k_B n_o T_o$.

Кроме того, плазму можно считать квазинейтральной $n_i = n_e = n = \rho$, учитывая характерные параметры потоков. В результате приходим к следующей системе уравнений для безразмерных переменных:

$$d i v \rho \mathbf{V}_i = 0 \quad (\text{а}) ; \quad d i v \rho \mathbf{V}_e = 0 \quad (\text{б}) \quad (3.2)$$

$$\rho (\mathbf{V}_i \nabla) \mathbf{V}_i = -\nabla P_i + \frac{\rho}{\xi} (\mathbf{E} + [\mathbf{V}_i \mathbf{H}]) \quad (3.3)$$

$$0 = -\nabla P_e - \frac{\rho}{\xi} (\mathbf{E} + [\mathbf{V}_e \mathbf{H}]) \quad (3.4)$$

$$r o t \mathbf{H} = \mathbf{j} = \frac{\rho}{\xi} (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e) \quad (\text{а}) ; \quad d i v \mathbf{H} = 0 \quad (\text{б}) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (3.6)$$

Вместо уравнения энергии предполагается изэнтропичность обеих компонент

$$S_i = P_i / \rho^\gamma = const ; \quad S_e = P_e / \rho^\gamma = const$$

3.2. Уравнения для функций потока и законы сохранения

В случае аксиальной симметрии течения, а это следует из экспериментов, уравнения (3.2-а, б) и (3.5-б) позволяют ввести функции потока частиц ψ_i , ψ_e и функцию магнитного потока ψ так, что

$$r \rho (V_r)_{i,e} = -\frac{\partial \psi_{i,e}}{\partial z}, \quad r \rho (V_z)_{i,e} = \frac{\partial \psi_{i,e}}{\partial r} \quad (3.7)$$

$$r H_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad r H_z = \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3.8)$$

и уравнения непрерывности (3.2) и (3.5б) удовлетворяются тождественно. Следуя [10], уравнения (3.2) – (3.6) несложно частично проинтегрировать и переписать в форме законов сохранения. Для этого введем функции Бернулли

$$U_i = V_i^2 / 2 + W_i + \Phi / \xi, \quad U_e = W_e - \Phi / \xi, \quad (3.9)$$

где с учетом изэнтропичности течения и термодинамического соотношения $\nabla P / \rho = \nabla W - T \nabla S$ энтальпии компонент $W_{i,e} = \int d P_{i,e} / \rho$ являются известными функциями плотности. Уравнения движения (3.3) и (3.4), учитывая векторное соотношение $(\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = \nabla V^2 / 2 - [\mathbf{V} \text{ rot } \mathbf{V}]$, можно записать в виде

$$\nabla U_i = (\mathbf{V}_i \times \mathbf{H}^*) / \xi, \quad \nabla U_e = -(\mathbf{V}_e \times \mathbf{H}) / \xi, \quad (3.10)$$

где $\mathbf{H}^* = \mathbf{H} + \xi (\nabla \times \mathbf{V}_i)$ - эффективное магнитное поле. Введя моменты

$$D_i = \psi + \xi r V_\varphi^i, \quad D_e = \psi, \quad (3.11)$$

из φ -компонент (3.10) следуют законы сохранения: $D_i = D_i(\psi_i)$, $D_e = D_e(\psi_e)$. Помножая уравнения (3.10) скалярно соответственно на \mathbf{V}_i и \mathbf{V}_e , с учетом (3.7) и (3.9) получим, что соответствующие якобианы равны нулю

$$\frac{D(U_i, \psi_i)}{D(r, z)} = 0, \quad \frac{D(U_e, \psi_e)}{D(r, z)} = 0.$$

Это означает, что функции связаны соотношениями $U_{i,e} = U_{i,e}(\psi_{i,e})$, т.е. полная энергия ионов и электронов сохраняется вдоль их траекторий движения.

В результате преобразований получим систему механических уравнений:

$$U_i(\psi_i) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} \right)^2 + (V_\varphi^i)^2 \right] + W_i + \frac{1}{\xi} \Phi \quad (3.12)$$

$$U_e(\psi_e) = W_e - \Phi / \xi \quad (3.13)$$

$$D_i(\psi_i) = \psi + \xi r V_\varphi^i \quad (\text{а}); \quad D_e(\psi_e) = \psi \quad (\text{б}) \quad (3.14)$$

$$\frac{\xi}{r \rho} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} \right) \right] - \frac{H_\varphi}{r \rho} + \frac{V_\varphi^i D_i^I}{r} = \xi U_i^I \quad (3.15)$$

$$-H_\varphi / r \rho + V_\varphi^e D_e^I / r = -\xi U_e^I, \quad (3.16)$$

где $U_{i,e}^I = d U_{i,e} / d \psi_{i,e}$; $D_{i,e}^I = d D_{i,e} / d \psi_{i,e}$.

Эти уравнения следует дополнить уравнениями Максвелла. Учитывая (3.7) и (3.8), φ - компонента, а также r (или z) - компоненты уравнения (3.5-а), приводят к соотношениям:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{r \rho}{\xi} (V_\varphi^i - V_\varphi^e) \quad (3.17)$$

$$\xi r H_\varphi = \psi_i - \psi_e \quad (3.18)$$

Система уравнений (3.12) – (3.18), с точностью до использования безразмерных переменных и пренебрежения массой электронов по сравнению с массой ионов, аналогична системе уравнений, представленной в обзоре [10]. Данные уравнения для 8-ми неизвестных ψ , ψ_i , ψ_e , ρ , V_φ^i , V_φ^e , H_φ , Φ содержат четыре функции $U_i(\psi_i)$, $U_e(\psi_e)$, $D_i(\psi_i)$, $D_e(\psi_e)$, которые в общем случае могут быть заданы произвольно или в соответствии с известными свойствами потоков плазмы.

3.2.1. Изомагнитные и изобернуллиевые течения

Уравнение (3.16) отвечает вмороженности магнитного поля в электронную компоненту и уточняет известный закон сохранения, согласно которому параметр вмороженности $H_\varphi / r \rho = const$ не зависит от траекторий $\psi_e = const$

для одножидкостной МГД в случае осевой симметрии. В двухжидкостной магнитной газодинамике течение называется изомагнитным [1,10], если $U_e^I = const$ в (3.16) при $V_\varphi^e = 0$. Для изомагнитных течений имеем

$$U_e = k \psi_e \quad (3.19)$$

где $k = U_e^I = const$. Кроме того, будем полагать, что течение является изобернуллиевым. Иными словами, интеграл Бернулли также не зависит от траектории. Это означает, что функция $U_i(\psi_i)$ задается следующим образом

$$U_i = U_o - k \psi_i \quad (3.20)$$

Действительно, сложив уравнения (3.12)-(3.13) и исключая потенциал Φ , с учетом (3.18)-(3.20) запишем интеграл Бернулли в форме [100-102]

$$V_i^2 / 2 + W + \xi k r H_\varphi = U_o \quad (3.21)$$

Здесь $W = W_i + W_e$ и $U_o = const$. Из (3.21) после несложных преобразований с помощью (3.16), где $D_e^I = H_z / \rho V_z^e$ согласно (3.7), (3.8) и (3.14-б), вытекает

$$\frac{1}{2} V_i^2 + W + \frac{H_\varphi^2}{\rho} - \frac{H_z H_\varphi V_\varphi^e}{\rho V_z^e} = U_o$$

Такой вид имеет уравнение Бернулли при наличии продольного поля в одножидкостном случае, когда $\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$. В отсутствии продольного поля $H_z = 0$ уравнение Бернулли принимает обычную форму

$$V^2 / 2 + \int \nabla P / \rho + H_\varphi^2 / \rho = U_o$$

Обобщенный интеграл Бернулли, являющийся законом сохранения энергии вдоль траекторий, содержит три слагаемых, отвечающих трем видам энергии: кинетической, тепловой и магнитной. В ускорительных режимах максимальная скорость достигается при переходе всей тепловой и магнитной энергии на входе в кинетическую энергию потока плазмы, вытекающего из ускорителя. В компрессионных режимах на выходе из ускорителя поток плазмы сходится на оси системы, и кинетическая энергия переходит в тепловую.

3.2.2. Приближение холодной плазмы

Если продольное поле и вращение плазмы отсутствуют, то исходная система уравнений для двухкомпонентной плазмы сводится к квадратурам в случае изомагнитного течения $U_e^I(\psi_e) = const$ и в приближении холодной плазмы энтальпия $W = 0$. Исследования, представленные, например, в [103] при $\beta \neq 0$ и $W \neq 0$, позволили, в частности, рассмотреть течения с выходом на ось системы и показали слабую зависимость переменных в канале от безразмерного параметра β . Заметим, что для плазменных ускорителей имеем $\beta \ll 1$, т.е. магнитное давление существенно больше газового. Поэтому в течениях, не выходящих на ось системы, оправдан переход к случаю $\beta = 0$ или использование приближения холодной плазмы.

Решение системы уравнений (3.12) – (3.18) и построение конкретных примеров в рамках упомянутых приближений представляет интерес как при наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля (см., например, [114,103-105]), так и в общем случае в присутствии дополнительного продольного магнитного поля и возникающего вращения плазмы (см., [100-102]) для различных режимов токопереноса.

3.3. Режимы ионного и электронного токопереноса

Качественный анализ динамики плазмы проведем вначале для коаксиальных плазменных ускорителей с азимутальным магнитным полем. Движение электронов происходит практически по эквипотенциальным поверхностям, с точностью до малой величины W_e в соотношении (3.13). Это означает, что в отсутствие диссипативных процессов, обусловленных в первую очередь конечной проводимостью среды и магнитной вязкостью в уравнении диффузии магнитного поля (см., например, (1.6) или (1.16)), в коаксиальных системах с непроницаемыми, сплошными и эквипотенциальными электродами не может осуществляться регулярное прохождение электронов через объем плазмы между электродами. Возможно несколько способов решения данной проблемы.

Можно перейти к неэквипотенциальным или секционированным электродам. Такой подход, отвечающий режиму электронного токопереноса, трудно реализовать на практике в экспериментальных исследованиях. Другой более радикальный выход из положения состоит в том, чтобы отказаться от переноса тока с помощью электронов и организовать процесс переноса тока на основе ионов. В этом случае речь идет о режиме ионного токопереноса, который и был реализован в экспериментах (см., например, [1,7-9,13,63-79]).

Для наглядности различные режимы токопереноса можно рассмотреть с помощью диаграмм или эпюр ускорителей, представленных на рис. 32. Ускорительный канал схематично можно изобразить в виде прямоугольника, считая для определенности, что внешний электрод является анодом, а внутренний - катодом. Левые и правые стороны прямоугольника соответствуют входу и выходу канала ускорителя. Штриховые линии на рис. 32 отвечают движению электронной компоненты $\psi_e = const$ и в случае холодной плазмы совпадают с эквипотенциалами. Скорости электронной и ионной компонент плазмы различны. В режиме ионного токопереноса траектории ионов $\psi_i = const$ представлены на рис. 32а наклонными линиями. Очевидно, что в данном режиме течения предполагается подача вещества через проницаемую эквипотенциальную поверхность анода. В некоторых установках КСПУ [7-8,63-67] режим ионного токопереноса реализован с помощью анодных блоков - трансформеров. В более простых вариантах реализации ионного токопереноса (см., например, [9,68-79]) анод представляет собой набор стержней.

Режим электронного токопереноса схематично изображен на рис. 32б. Здесь сплошные линии также отвечают движению ионной компоненты $\psi_i = const$, а наклонные штриховые линии соответствуют траекториям электронов $\psi_e = const$ и расположению эквипотенциалей. Видно, что в этом случае электроды должны быть неэквипотенциальными и их следует соответствующим образом секционировать. В обоих режимах ускорение ионов связано с их перемещением в область с более низким потенциалом.

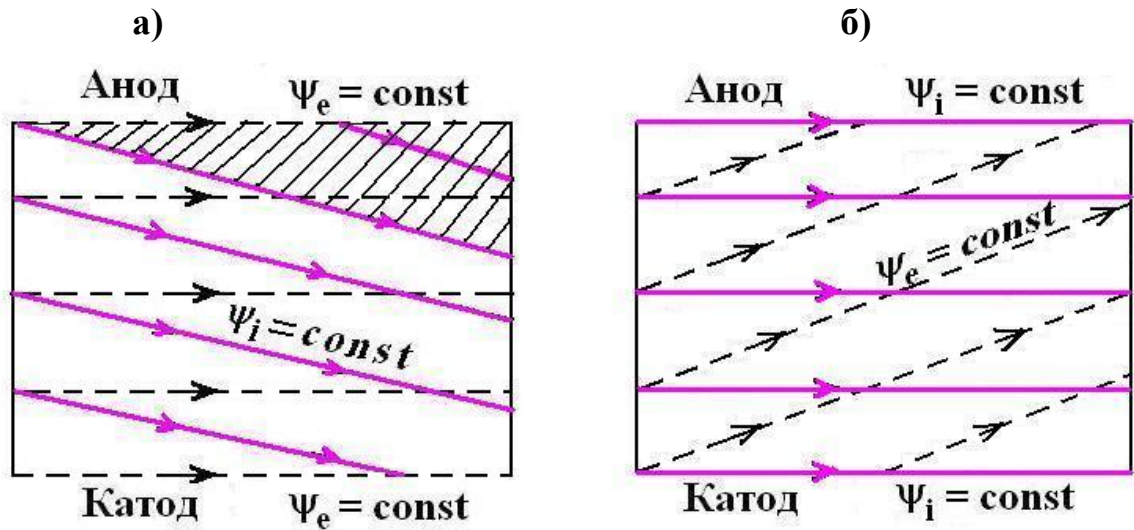


Рис. 32. Эпюры ускорительного канала для а) ионного и б) электронного токопереноса

Различают два типа эпюр, которые принято называть гидродинамическими и холловскими. В первом случае основная часть электронов, входящих в ускоритель, выходит из него вместе с ионами при условии, что угол между линиями $\psi_i = const$ и $\psi_e = const$ не слишком большой. Во втором случае электроны, входящие в ускоритель, полностью высаживаются на анод, и дальнейшая компенсация объемного заряда происходит за счет электронов, выходящих из катода. При этом значение параметра замороженности $H_\varphi / r \rho$ может меняться вдоль канала ускорителя. Переход от одного типа эпюр к другому характеризуется интегральным параметром обмена или параметром Морозова

$$\xi_{Mo} = J_p / J_{\dot{m}}, \quad (3.22)$$

где расход вещества $\dot{m} = 2\pi \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z r dr$ выражен в токовых единицах $J_{\dot{m}} = \frac{e \dot{m}}{m_i}$.

При наличии внешнего магнитного поля, дополнительного к азимутальному полю, т.е. в присутствии всех трех компонент магнитного поля, картина процессов принципиально не меняется. В этом случае электроны движутся, с одной стороны, вдоль магнитных силовых линий согласно уравнению (3.14-б), с другой стороны, их движение происходит практически по

эквипотенциальным поверхностям, учитывая соотношение (3.13), где величиной W_e можно пренебречь. Соответственно магнитные силовые линии одновременно являются и эквипотенциалами.

3.4. Течения плазмы в каналах медленно меняющегося сечения

В основе данного приближения [10] лежит предположение о том, что площадь сечения канала медленно меняется вдоль оси и течение слабо зависит от координаты z . Пусть искомые функции имеют вид $f(r, \varepsilon z)$, где ε - малый параметр. Тогда справедливы следующие оценки $\frac{\partial f}{\partial z} \sim \varepsilon$, $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \sim \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sim \varepsilon^2$.

Тогда справедливы следующие оценки $\frac{\partial f}{\partial z} \sim \varepsilon$, $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \sim \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sim \varepsilon^2$.

Система уравнений (3.12) – (3.18) не содержит членов, линейных относительно $\partial/\partial z$. Пренебрегая в уравнениях членами, квадратичными по ε , можно избавиться от производных по z и получить фактически систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которые содержат производные только по одной независимой переменной r . Используем для уравнений (3.12) – (3.18) приближение “плавных” течений, отбросив в них члены, содержащие производные по z . Кроме того, исключим из уравнений потенциал Φ с помощью (3.13) и скорость электронов V_φ^e , которая согласно (3.17) равна

$$V_\varphi^e = V_\varphi^i + \frac{\xi}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad (3.23)$$

Комбинируя полученные соотношения, придем в результате к следующим уравнениям для 6 неизвестных ψ , ψ_i , ψ_e , ρ , V_φ^i , H_φ

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} (V_\varphi^i)^2 + W + \xi k r H_\varphi = U_0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial W}{\partial r} - \frac{1}{r} (V_\varphi^i)^2 + \frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{H_\varphi}{r \rho} \frac{\partial r H_\varphi}{\partial r} = 0 \quad (3.25)$$

$$\left(V_\varphi^i + \frac{\xi}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right) D_e^I = \frac{H_\varphi}{\rho} - \xi k r \quad (3.26)$$

Данные соотношения [100-102] необходимо дополнить уравнениями (3.14-а) и (3.14-б), в которых согласно (3.18) $\psi_e = \psi_i - \xi r H_\varphi$. Функции $D_i(\psi_i)$ и $D_e(\psi_e)$ в (3.14) будут заданы в соответствии с логикой дальнейших построений, используя известные свойства течений и значения переменных на границах канала.

Следует заметить, что уравнение (3.25) можно представить как уравнение радиального равновесия [100-102]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(P + \frac{H_\varphi^2}{2} + \frac{H_z^2}{2} \right) = \frac{\rho (V_\varphi^i)^2}{r} - \frac{H_\varphi^2}{r}, \quad (3.27)$$

которое следует из определения энтальпии и (3.8). Видно, что давление зависит от радиуса и вращения плазмы. Аналогичные свойства и влияние вращения на интегральные эффекты выявлены в плазменном шнуре (см., например, [238]).

3.5. Динамика холодной плазмы с азимутальным магнитным полем

Поиск аналитических решений задачи о динамике плазмы сильно упрощаются для традиционных коаксиальных ускорителей с азимутальным магнитным полем в отсутствии дополнительного продольного поля, когда $\psi = 0$, $V_\varphi^i = 0$, $V_\varphi^e = 0$, $D_i(\psi_i) = 0$ и $D_e(\psi_e) = 0$ в уравнениях (3.12) – (3.18). В этом случае решения, найденные для различных условий, и соответствующие конкретные примеры двумерных осесимметричных течений (см., например, [102-104,114]) позволяют наглядно представить основные процессы, исследовать свойства потоков, аналитически определить форму электродов, отвечающих возможности формирования трансзвуковых потоков в канале ускорителя.

Если продольное поле отсутствует, уравнения (3.25) и (3.26) имеют вид:

$$\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r \rho} \frac{\partial r H_\varphi}{\partial r} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{H_\varphi}{r \rho} = \xi k \quad (3.29)$$

В предшествующих исследованиях [103,104,114] уравнение (3.28) было получено в результате интегрирования изначально упрощенной системы уравнений (3.12)- (3.18) в отсутствие продольного магнитного поля. В данном случае видно, что соотношение (3.28) является следствием общего уравнения (3.25). Кроме того, в указанных работах использовался показатель адиабаты $\gamma = 2$, вместо $\gamma = 5/3$. При этом энтальпия линейно зависит от плотности $W = \gamma \beta \rho^{\gamma-1} / (\gamma - 1) \sim \rho$. Это упростило интегрирование уравнения (3.28).

Следуя работам [100-102], рассмотрим изомагнитные течения холодной плазмы с учетом (3.19) и $\beta = 0$. Тогда из уравнений (3.28), (3.29) следует, что

$$H_\varphi(z, r) = C_1(z) / \xi k r, \quad \rho(z, r) = C_1(z) / \xi^2 k^2 r^2, \quad (3.30)$$

где постоянная интегрирования $C_1(z)$ может быть произвольной медленно меняющейся функцией от z . Данные зависимости плотности и поля от координат содержат особенность при $r \rightarrow 0$, что не имеет принципиального значения для течений в промежутке между электродами при $r \neq 0$.

Согласно (3.29) параметр замороженности равен $H_\varphi / r \rho = \xi k = s / r_o$, где r_o - радиус точки на входе в канал, в которой $|H_\varphi| = 1$, $\rho = 1$, $s = \pm 1$ в зависимости от полярности внутреннего электрода. Из (3.24) получим

$$\frac{1}{2} (V_z^i)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} \right)^2 = U_o - C_1(z) = \frac{1}{2} V_o^2(z), \quad (3.31)$$

т.е. продольная скорость V_z^i в рассматриваемом приближении не зависит от переменной r . Константу U_o в (3.24) удобно определить на входе в точке $z = 0$, $r = r_o$: $U_o = V_o^2(0) / 2 + 1$. Интегрирование (3.31) с учетом (3.30) дает

$$\psi_i(z, r) = r_o^2 V_o(z) C_1(z) \ln(r) + C_2(z), \quad (3.32)$$

где $C_2(z)$ - вторая произвольная "плавная" функция от z . Остальные функции ψ_e и Φ легко находятся из уравнений (3.18), (3.13) и (3.19) при $W_e = 0$

$$\Phi(z, r) = \xi C_1(z) - s r_o V_o(z) C_1(z) \ln(r) - s C_2(z) / r_o \quad (3.33)$$

Динамику плазмы в ускорителях можно исследовать в разных режимах токопереноса. В режиме электронного токопереноса траектории ионной компоненты плазмы $\psi_i = const$ лежат на поверхности непроницаемых электродов: катода $r_k(z)$ и анода $r_a(z)$. При этом, электроды оказываются не эквипотенциальными. Наоборот, в режиме ионного токопереноса электроды представляют собой эквипотенциальные поверхности. В этом случае они должны быть прозрачными для плазмы, поступающей сквозь них в канал. Как уже отмечалось, в основе большинства экспериментов [7-9,63-79] и соответственно моделей [6,100-105,114] лежит ионный токоперенос.

Окончательный выбор функций $C_1(z)$ и $C_2(z)$ в соотношениях (3.31) - (3.33) производится в зависимости от конкретных деталей постановки задачи. Например, можно задать профили электродов $r_k(z)$, $r_a(z)$ и потребовать, чтобы они были непроницаемыми для ионов ($\psi_i = const$) или сделать их эквипотенциальными ($\Phi = const$) в зависимости от рассматриваемого режима токопереноса. Любое из этих условий однозначно определяет функции $C_1(z)$, $C_2(z)$ и позволяет исследовать динамику плазмы в промежутке между заданными электродами. Такой подход, реализованный в [105] в рамках приближения плавного канала, предопределяет возникновение нерегулярных течений, поскольку форма электродов задается произвольно.

Другой подход позволяет определить геометрию ускорительного канала, которая обеспечивает формирование трансзвуковых потоков плазмы. При этом следует задать форму одного из электродов и ионную скорость $V_z^i = V_o(z)$, которая согласно (3.31) не зависит от радиуса r . Условие того, что электроды являются линиями уровня одной из функций ψ_i или Φ в зависимости от режима токопереноса, однозначно определяет геометрию канала. Такой подход реализован в работах [100-104,114] в разных режимах токопереноса.

В данной случае рассмотрим течение холодной плазмы в режиме ионного токопереноса. Предположим, что задан профиль анода, т.е. $r_a(z)$ - известная

функция. В экспериментах, как правило, анод – это внешний электрод, отвечающей цилиндрической поверхности $r_a(z) = const$. В режиме ионного токопереноса коаксиальные электроды, в частности, анод являются эквипотенциальными поверхностями. Потенциал анода без ограничения общности можно считать равным нулю $\Phi(z, r = r_a(z)) = 0$. Определив с помощью этого соотношения функцию $C_2(z)$ в (3.33), окончательно получим

$$\Phi(z, r) = -s r_o V_o(z) C_1(z) \ln\left(\frac{r}{r_a(z)}\right) \quad (3.34)$$

$$\psi_e(z, r) = -s r_o \Phi(z, r) \quad (3.35)$$

$$\psi_i(z, r) = \psi_e(z, r) + s \xi \frac{r^2}{r_o} \rho(z, r) \quad (3.36)$$

Таким образом, считая заданными функцию $V_o(z)$ и форму одного из электродов, например, анода $r_a(z) = r_o = const$, можно определить форму второго электрода и исследовать возникающее течение. На рис. 33 представлен соответствующий пример. Здесь изображены **а)** эквипотенциали, **б)** электрический ток \mathbf{j} (линии уровня функции $r H_\phi$), **в)** линии уровня функции ψ_i или ионные траектории ($\psi_i = const$), **г)** векторное поле скоростей ионной компоненты $\mathbf{V}_i = (V_r^i, 0, V_z^i)$ в проекции на (r, z) плоскость, **д)** двумерное распределение плотности или линии уровня функции $\rho(z, r)$, а также векторное поле скоростей электронной компоненты плазмы $\mathbf{V}_e = (V_r^e, 0, V_z^e)$. Масштаб векторов определяется характерной скоростью $V_o = H_o / \sqrt{4 \pi \rho_o}$, указанной на рис. 33г. Электронные траектории $\psi_e = const$ согласно (3.34) совпадают с эквипотенциалами $\Phi = const$. В данном варианте течения двухкомпонентной плазмы функция $V_o(z)$ задана отрезком синусоиды и монотонно возрастает от значения $V_o(0)$ на входе в канал до значения $V_o(1)$ на выходе. При этом коэффициент ускорения равен $K = V_o(1) / V_o(0)$.

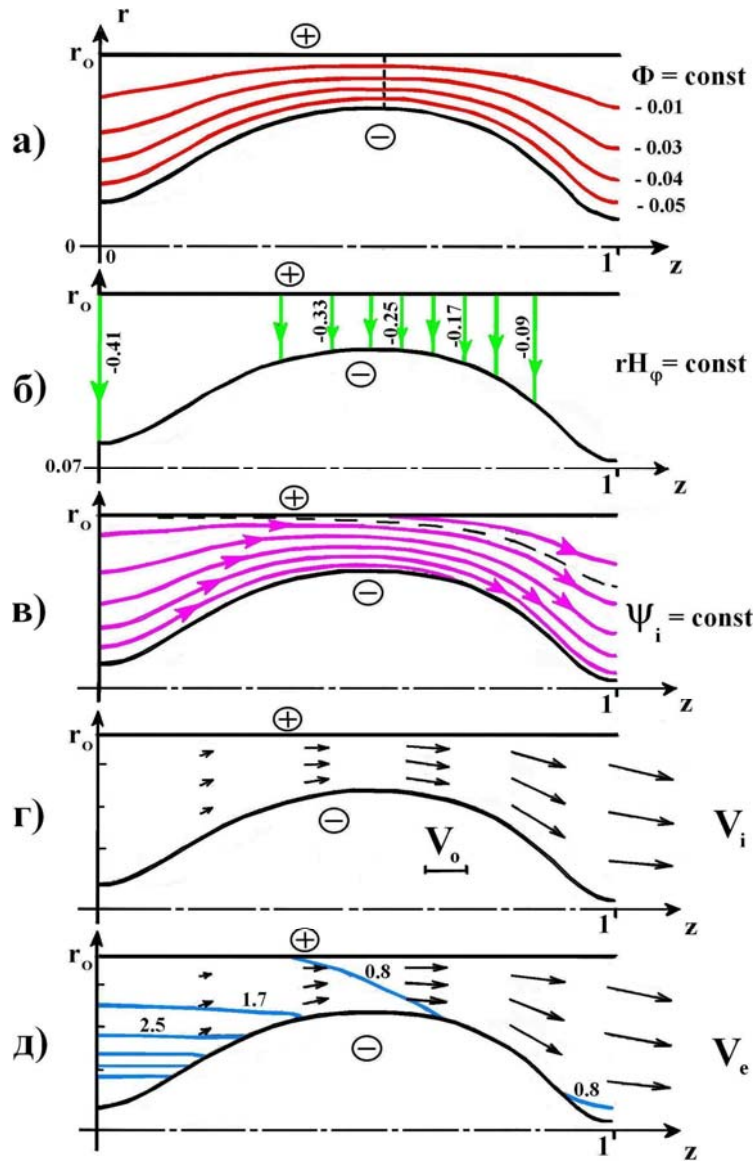


Рис. 33. Трансзвуковое течение плазмы в канале медленно меняющегося сечения в отсутствие продольного поля

Рис. 33 отвечает значениям безразмерных параметров: $\beta = 0$, $\xi = 0.02$, $K = 10$, $r_o = R_a / L = 0.41$ и, например, следующему набору соответствующих размерных параметров [100]: $m_i = 2.5 m_p$, скорость на выходе из ускорителя - $V_{Z=1} = V_o(1) \cdot V_o = 1.5 \cdot 10^8 \text{ см/с}$, единица скорости - $V_o = 1.1 \cdot 10^8 \text{ см/с}$, длина канала - $L = 60 \text{ см}$, радиус анода - $R_a = 25 \text{ см}$, радиус катода на выходе из канала - $R_k = r_k(1) \cdot L = 6 \text{ см}$, разрядный ток в системе - $J_p = 3 \text{ Ма}$, расход вещества $\dot{m} (\text{г/с})$, выраженный в токовых единицах - $J_{\dot{m}} = e \dot{m} / m_i = 10 \text{ Ма}$,

характерная концентрация плазмы на ходе - $n_0 = 0.9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, единица магнитного поля - $H_0 = 24 \text{ кэ}$, единица потенциала - $\Phi_0 = 26.5 \text{ кв}$. В данном примере потенциал катода в безразмерных единицах равен $\Phi_K = \Phi_K^1 = -0.066$, а интегральный параметр обмена - $\xi_{Mo} = J_p / J_m = 0.3$.

Пунктиром на рис. 33в изображена ионная траектория, берущая свое начало с анода при $z=0$. Эта кривая $r=r^*(z)$ является границей раздела основного потока и анодного подпотока, втекающего в основной канал со стороны анода. Значения функции $r^*(z)$ при любом z вычисляются с помощью уравнения $\psi_i(z, r=r^*(z)) = \psi_i^*$, где $\psi_i^* = s \xi r_0$ согласно (3.36). В свою очередь электронные траектории совпадают с эквипотенциалами, которые отвечают поверхности анода $r=r_a(z)=r_0$. Линии $r=r_0$ и $r=r^*(z)$ можно рассматривать соответственно как электронную и ионную траектории, начинающиеся в общей точке $z=0, r=r_0$. Расхождение этих траекторий за счет эффекта Холла определяет область анодного потока.

В средней части канала скорость потока переходит через местную скорость магнитозвуковой волны, т.е. через скорость сигнала (1.23). Этому переходу в трансзвуковом потоке соответствует пунктир на рис. 33а.

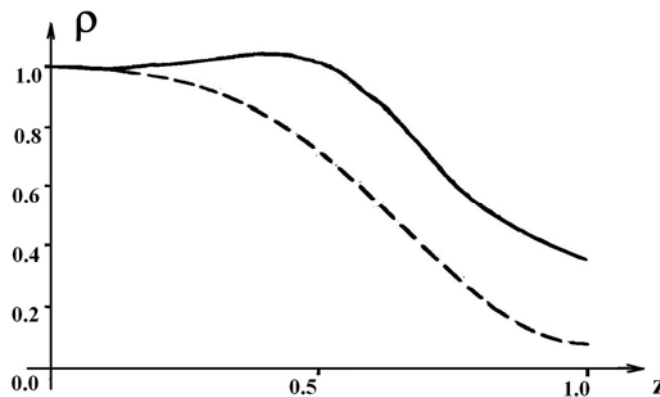


Рис. 34. Распределение плотности вдоль анода в отсутствии (штриховая кривая) и при наличии (сплошная кривая) продольного магнитного поля.

На рис. 34 штриховая кривая соответствует распределению плотности ρ вдоль анода при $r = r_o$. Данные значения ρ и функции $V_o(z)$ характеризуют параметры плазмы, необходимые для организации режима идеального ионного токопереноса, предполагающего согласованную подачу через прозрачный эквипотенциальный анод, в данном случае, при наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля и в отсутствии продольного поля.

3.6. Постановка задачи при наличии продольного магнитного поля

Следуя [100-102], в качестве основы для исследования влияния продольного магнитного поля на осесимметричные течения плазмы с азимутальным полем возьмем построенный в предыдущем разделе пример течения холодной плазмы.

Будем считать, что геометрия канала задана профилями электродов $r_k(z)$ и $r_a(z)$, приведенными на рис. 33, соответствует возможности трансзвукового течения, и внешний электрод является анодом. Значения параметров плазмы на входе в канал такие же, как в отсутствии продольного поля и вращения плазмы, т.е. при $z = 0$ имеем, в частности, $V_\phi^i = V_\phi^e = 0$, $r H_\phi = -r_o = const$.

Теперь предположим, что в системе присутствует продольное магнитное поле $H_z \neq 0$, созданное, например, с помощью внешних катушек с током. Тогда из (3.25) при $W = 0$ на входе в канал получим, что

$$H_z(z = 0, r) = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = H_z^o = const \quad (3.37)$$

Следовательно, необходимо задать величину продольного поля на входе H_z^o , которая не зависит от радиуса r . Проинтегрировав (3.37), найдем

$$\psi(z = 0, r) = H_z^o r^2 / 2 \quad (3.38)$$

В силу (3.35) и (3.34) при $r_a(z) = r_o$ имеем $\psi_e(z = 0, r) = C_o r_o^2 \ln(r / r_o)$, где $C_o = V_o(0)$. Исключая с помощью данного соотношения переменную r в (3.38), найдем $D_e(\psi_e)$ в (3.14-б) при $z = 0$

$$D_e(\psi_e) = \psi = \frac{1}{2} H_z^o r_o^2 \exp\left(\frac{2\psi_e}{C_o r_o^2}\right) \quad (3.39)$$

Далее вычислим функцию $D_i(\psi_i)$ на входе. Согласно (3.14–а) и (3.18) имеем

$$D_i(\psi_i(z=0, r)) = \psi(z=0, r) ; \quad \psi_i(z=0, r) = -\xi r_o + C_o r_o^2 \ln(r/r_o)$$

Исключив из последнего соотношения и (3.38) переменную r , можно представить функцию $D_i(\psi_i)$ при $z=0$ в виде

$$D_i(\psi_i) = \frac{1}{2} H_z^o r_o^2 \exp\left(\frac{2(\psi_i + \xi r_o)}{C_o r_o^2}\right) \quad (3.40)$$

Используя параметры на входе, интегральные моменты D_i и D_e определяются только как функции соответственно ψ_i и ψ_e . Задав функции $D_i(\psi_i)$ и $D_e(\psi_e)$ на входе, тем самым определим эти функции во всем объеме канала ускорителя с помощью (3.14–а) и (3.40) для $D_i(\psi_i)$, а с помощью (3.14–б) и (3.39) для $D_e(\psi_e)$. При этом соотношение (3.39) устанавливает взаимно однозначное соответствие между функциями ψ и ψ_e , а уравнения (3.14) и (3.40) с учетом (3.18) и (3.39) позволяют определить V_φ^i как функцию ψ и H_φ

$$V_\varphi^i = \frac{\psi}{\xi r} \left[\exp\left(\frac{2\xi(r H_\varphi + r_o)}{C_o r_o^2}\right) - 1 \right] \quad (3.41)$$

Установленные связи (3.39) и (3.41) сокращают число независимых функций.

Обратимся к системе уравнений (3.24)–(3.26), которую необходимо дополнить полученными соотношениями. Исключим плотность ρ и функцию потока ψ_i . В итоге останется две независимые функции H_φ и ψ (или ψ_e).

Комбинируя соотношения, получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{D_e^I}{A_1} \left(H_\varphi A_2 - \xi (V_\varphi^i)^2 \right) \quad (3.42)$$

$$A_2 D_e^I \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + A_1 \frac{\partial r H_\varphi}{\partial r} = (V_\varphi^i)^2, \quad (3.43)$$

где $A_1 = V_\varphi^i D_e^I + \xi k r$, $A_2 = r \left(2U_o - (V_\varphi^i)^2 - 2\xi k r H_\varphi \right)^{1/2}$, и уравнения содержат только две независимые функции ψ , H_φ и производные от них.

Заметим, что в силу (3.13) и (3.19) при $W_e = 0$ функция потока ψ_e связана с потенциалом Φ простой линейной зависимостью

$$\psi_e = -\Phi / \xi k \quad (3.44)$$

где в силу выбранной полярности электродов параметр "вмороженности" равен $\xi k = -1/r_o$. В экспериментах легко определяемой величиной является разность потенциалов между электродами $\Delta\Phi$. Поэтому естественно считать, что известны значения потенциалов на электродах. В связи с этим для последующей постановки граничных условий удобно перейти от переменной ψ в системе (3.42)-(3.43) к функции ψ_e с учетом (3.39).

Путем последовательных преобразований приходим к системе из двух дифференциальных уравнений первого порядка [100-102]

$$\frac{\partial \psi_e}{\partial r} = F_1(r, \psi_e, H_\varphi) \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial r H_\varphi}{\partial r} = F_2(r, \psi_e, H_\varphi), \quad (3.46)$$

где $F_1 = C_o r_o^2 \theta_4$; $F_2 = \theta_6 / \theta_7$; $\theta_1 = \left(2U_o - (V_\varphi^i)^2 + 2r H_\varphi / r_o \right)^{1/2}$

$$\theta_2 = r H_\varphi \theta_1 - \xi (V_\varphi^i)^2; \quad \theta_3 = 2\psi V_\varphi^i - C_o r_o r$$

$$\theta_4 = \theta_2 / \theta_3; \quad \theta_5 = 2\xi + r H_\varphi / \theta_1$$

$$\theta_6 = C_o r_o^2 (V_\varphi^i)^2 \theta_3 / \theta_1 + 4\theta_4 \psi^2 \left[8\psi V_\varphi^i \theta_4 - 2C_o - 2\theta_2 + (2 - 1/r \theta_4) \theta_5 (V_\varphi^i)^2 \right]$$

$$\theta_7 = \frac{\theta_3^2}{\theta_1} + 4\psi^2 \left[\theta_1 + \frac{r H_\varphi}{r_o \theta_1} - \frac{2D_i}{C_o r_o r} (2\psi \theta_4 + \theta_5 V_\varphi^i) \right]$$

Здесь функции ψ (или ψ_e), V_φ^i и D_i определяются с помощью соотношений (3.39), (3.40) и (3.41).

Анализ дифференциальных уравнений (3.45) и (3.46) показывает, что в предельном случае $H_z^0 \rightarrow 0$ или $\psi \rightarrow 0$ осуществляется переход к рассмотренному ранее течению двухкомпонентной плазмы при $H_z^0 = 0$.

Для решения системы (3.45)-(3.46) при $H_z^0 \neq 0$ можно было бы задать на одном из электродов $r = r_a(z)$ или $r = r_k(z)$ значения двух величин ψ_e и H_φ . Однако величина азимутального магнитного поля H_φ априори неизвестна. В тоже время значения ψ_e можно определить на обоих электродах. Тогда задав значение ψ_e на одном из электродов, методом "пристрелки" по величине ψ_e на другом электроде можно вычислить распределение H_φ и всех искомых величин по радиусу в любом сечении канала.

Если разность потенциалов между электродами $\Delta\Phi$ известна, не нарушая общности постановки задачи, потенциал анода можно считать равным нулю $\Phi_a = 0$. Это условие было использовано выше при определении геометрии канала и течения в случае $H_z^0 = 0$, где потенциал катода равен $\Phi_k = \Phi_k^1$. Зная потенциалы электродов, с учетом (3.44) найдем значения ψ_e на электродах

$$\psi_e(z, r = r_a(z)) = \psi_e^a; \quad \psi_e(z, r = r_k(z)) = \psi_e^k, \quad (3.47)$$

где $\psi_e^a = 0$, $\psi_e^k = r_0 \Phi_k$.

Таким образом, полная постановка задачи для системы дифференциальных уравнений (3.45)-(3.46) включает граничные условия, например, в виде (3.47). Основными параметрами задачи, помимо значений потенциалов катода Φ_k и анода Φ_a или соответственно значений ψ_e^k и ψ_e^a на электродах с заданными профилями $r = r_k(z)$ и $r = r_a(z)$, являются параметр обмена ξ и значение продольного магнитного поля на входе H_z^0 .

3.7. Течение плазмы при наличии продольного магнитного поля

Решение поставленной задачи основано на использовании любого из множества известных численных методов, предназначенных для расчета системы дифференциальных уравнений первого порядка при заданных начальных данных. Поэтому при любом z для известной величины $\psi_e(z, r_k(z)) = \psi_e^k$ на катоде в процессе расчетов реализован поиск тех значений $r H_\varphi(z, r_k(z))$, для которых на аноде $\psi_e(z, r_a(z)) = \psi_e^a$. Можно показать [100], что результаты решения задачи не зависят от знака продольного поля. В связи с этим будем задавать $H_z^0 > 0$. Напомним, что единицей магнитного поля, в том числе продольного, является характерное значение азимутального поля H_0 .

При достаточно больших значениях продольного магнитного поля $H_z^0 > 0.15$ решение задачи не было найдено для данной геометрии и любых значений потенциала катода Φ_k . Для значений $H_z^0 \leq 0.15$ и разности потенциалов $\Delta \Phi = -\Phi_k^1$, отвечающей случаю $H_z^0 = 0$, отсутствует трансзвуковое течение. При любом $0 \leq H_z^0 \leq 0.15$ существует единственное значение Φ_k , при котором осуществляется трансзвуковой режим, причем Φ_k растет с ростом H_z^0 . Справедливо обратное утверждение: любой величине Φ_k в известном интервале $\Phi_k^1 < \Phi_k < \Phi_*$ отвечает определенное значение продольного поля, при котором течение является трансзвуковым. В случае $H_z^0 = 0$ трансзвуковое течение также может существовать лишь при единственном наборе параметров и разности потенциалов между электродами.

В рамках представленной модели наличие незначительного по величине продольного поля позволяет реализовать трансзвуковое течение в канале соответствующей геометрии в определенном диапазоне параметров задачи путем подбора необходимой разности потенциалов.

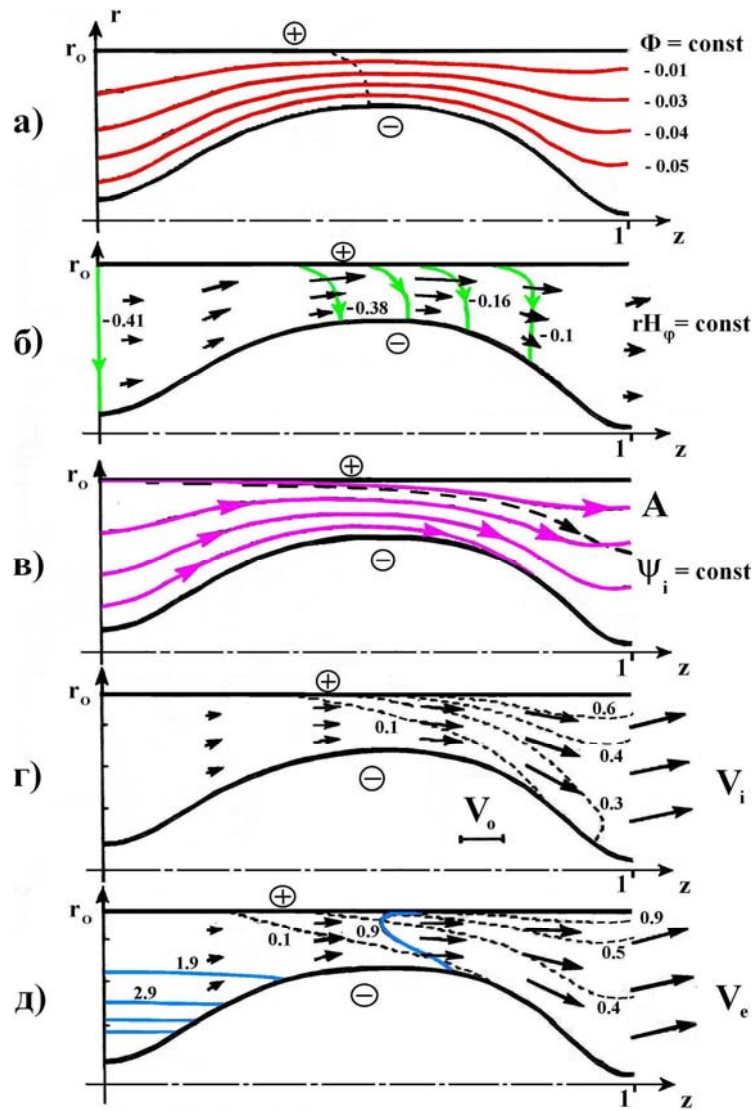


Рис. 35. Трансзвуковое течение плазмы при наличии продольного поля: **а)** эквипотенциали $\Phi = const$; **б)** электрический ток (изолинии функции $r H_\varphi$) и векторное распределение магнитного поля; **в)** ионные линии тока $\psi_i = const$; **г)** векторное поле скоростей ионной компоненты (V_z^i, V_r^i) и азимутальная скорость ионов V_φ^i (штриховые изолинии); **д)** распределение плотности $\rho(z, r)$ (сплошные кривые), поле скоростей (V_z^e, V_r^e) и азимутальная скорость V_φ^e электронов (штриховые линии уровня).

На рис. 35 представлено трансзвуковое течение в режиме ионного токопереноса при $H_z^0 = 0.1$; $\xi = 0.02$ и $\Phi_K = 1.035 \cdot \Phi_K^1$. Масштаб векторов на рис. 35г и 35д определяется значением характерной скорости V_0 , указанной на рис. 35г. Видно (пунктир на рис. 35а), что в середине канала скорость потока

переходит через местную скорость быстрой магнитозвуковой волны. Электронные траектории согласно (3.44) совпадают с эквипотенциалами. Пунктиром на рис. 35г и 35д изображены линии уровня функций V_φ^i и V_φ^e , характеризующих вращение при $H_z^0 \neq 0$. Азимутальные скорости имеют максимальные значения в окрестности анода ближе к выходу. В экспериментах при определенных условиях в отсутствии продольного поля, именно, в этой области за счет эффекта Холла возникает недостаток ионов, который сопровождается явлением кризиса тока. В соответствии с данными результатами в присутствии продольного поля значения плотности $\rho(z, r = r_0)$ на аноде (сплошная кривая на рис. 34) увеличились за счет вращения. Штриховая кривая на рис. 34 отвечает случаю $H_z^0 = 0$.

Область прианодного потока на рис. 35в, где изображены ионные траектории $\psi_i = const$, ограничена снизу кривой А с началом в точке $z = 0, r = r_0$. Эта область, обусловленная расхождением ионной и электронной траекторий за счет эффекта Холла, при наличии продольного поля существенно меньше, чем в случае $H_z^0 = 0$ (пунктир на рис. 35в).

3.8. Оценка параметров ускорителя в приближении плавного канала

В отсутствие продольного магнитного поля вычисление оптимальной геометрии ускорительного канала можно осуществить в двух различных режимах течения, при условии электронного или ионного токопереноса. Как оказалось, профили электродов мало меняются при переходе от одного режима токопереноса к другому при прочих равных условиях [103]. Следуя работе [102], рассмотрим для определенности режим электронного токопереноса. В этом случае результирующие соотношения имеют более простой вид, удобный для оценки параметров ускорителя. Без ограничения общности будем считать, что в случае электронного токопереноса на одном из электродов, например, аноде, $\psi_i(z, r = r_a(z)) = 0$. Тогда из (3.32) следует, что

$$\psi_i(z, r) = r_o^2 V_o(z) C_1(z) \ln(r / r_a(z)) \quad (3.48)$$

где $C_1(z) = U_o - V_o^2(z) / 2$ согласно (3.31). Полагая на втором электроде $\psi_i(z, r = r_k(z)) = \theta$, с помощью (3.48) найдем оптимальную геометрию канала

$$r_k(z) = r_a(z) \exp\left(\theta / r_o^2 V_o(z) C_1(z)\right) \quad (3.49)$$

В соответствии с экспериментами будем считать, что $r_a(z) = r_o = const$.

Построение геометрии канала с помощью формулы (3.49) осуществляется при условии, что продольная скорость $V_z = V_o(z)$ задана. Соответственно заданы значения скорости плазмы на входе $V_{in} = V_o(0)$ и на выходе $V_{out} = V_o(1)$.

Условие $\psi_i(0, r = r_k(0)) = \psi_i(1, r = r_k(1)) = \theta$ приводит к соотношению для определения коэффициента ускорения $K = V_{out} / V_{in}$ в канале оптимальной геометрии. Допустим, что известны только величина скорости на входе и значения $r_k(0)$ и $r_k(1)$. Тогда имеем следующее уравнение:

$$0.5 V_{in}^2 K^3 - (0.5 V_{in}^2 + 1) K + \chi = 0 \quad (3.50)$$

где $\chi = \ln(r_o / r_k(0)) / \ln(r_o / r_k(1))$. Полагая $r_k(0) = r_k(1)$, из (3.50) получим

$$K = \sqrt{2 / V_{in}^2 + 0.25} - 0.5 \quad (3.51)$$

Это соотношение дает оценку максимально допустимого коэффициента ускорения. В действительности ускорение плазмы в канале меньше данной величины в силу целого ряда причин, включая нагрев и излучение плазмы.

В экспериментальных исследованиях вполне определенными параметрами являются такие интегральные характеристики как разрядный ток в системе J_p и расход вещества \dot{m} (г/с), который обычно выражается в эквивалентных токовых единицах $J_{\dot{m}} = e \dot{m} / m_i$. Допустим, что на входе в канал известна скорость, т.е. ее размерная величина $V_{in}^p = V_{in} V_o$. Расход равен

$$\dot{m} = 2 \pi m_i n_o V_o L^2 |\theta|, \quad \text{где} \quad \theta = \int_{r_k(0)}^{r_a(0)} r \rho V_z d r = \psi_i(0, r_k(0)) \quad \text{согласно} \quad (3.7).$$

Учитывая (3.48), найдем

$$V_{in}^2 = \frac{V_{in}^P}{\mu}; \quad \mu = \frac{2 e J_p^2}{c^2 m_i J_{\dot{m}}} \ln \left(\frac{r_o}{r_k(0)} \right) \quad (3.52)$$

Соотношения (3.52) могут быть использованы в (3.50) и (3.51) для того, чтобы оценить коэффициент ускорения и значения скорости плазмы на выходе из системы. Здесь следует пользоваться гауссовой системой единиц измерения.

Возможна другая постановка задачи, когда, например, необходимо получить на выходе из ускорителя поток с определенным значением скорости. В этом случае будем считать, что задана скорость плазмы на выходе $V_{out}^P = V_{out} V_o$. Учитывая, что $V_{out}^P = K V_{in}^P$, вместо (3.51) получим

$$K = 2 \mu / V_{out}^P - 1 \quad (3.53)$$

Данное соотношение позволяет оценить коэффициент ускорения плазмы и соответственно значения параметров плазмы на входе, включая скорость, необходимую для достижения требуемого конечного результата.

На рис. 36 в соответствии с формулой (3.53) представлены графики зависимости $\ln K$ от разрядного тока в системе для двух значений расхода вещества [102]: $J_{\dot{m}} = 5 \text{ МА}$ - кривая 1 и $J_{\dot{m}} = 10 \text{ МА}$ - кривая 2. На рисунке видно, что существует минимальное значение разрядного тока J_p^* , начиная с которого появляется возможность достигнуть какого-либо ускоряющего эффекта ($K > 1$). Кривые 1 и 2 отвечают следующим параметрам: $R = 60 \text{ см}$, $r_k(0) = 0.25 \cdot r_o$, $m_i = 2.5 m_p$ и $V_{out}^P = 1.5 \cdot 10^8 \text{ см/с}$. Выбор скорости на выходе аргументирован возможным использованием потока из ускорителя в магнитных ловушках и термоядерных системах с температурой, например, 10 KeV для смеси дейтерия и трития.

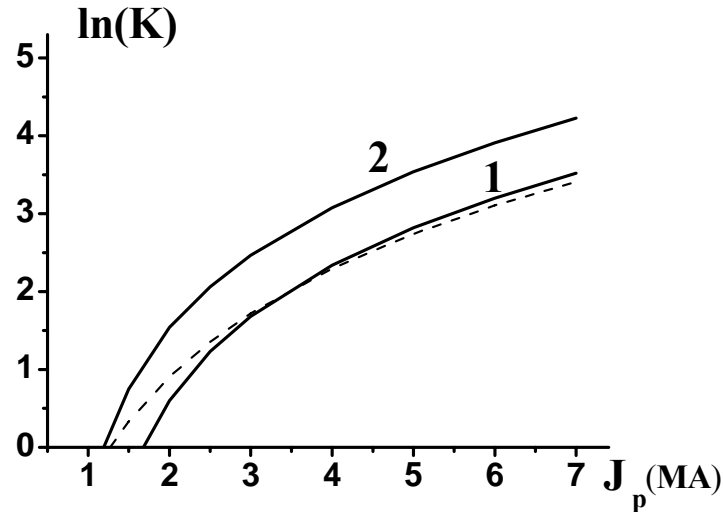


Рис. 36. Зависимость коэффициента ускорения K от разрядного тока

Для данной температуры нетрудно получить оценку необходимой скорости плазмы на выходе из ускорителя. Энергия плазмы на выходе сосредоточена в основном в кинетической энергии ионов $\varepsilon_i = m_i V_i^2 / 2$. Предположим, что ион, попадая в ловушку, должен будет отдать половину этой энергии электронам ($T_i = T_e = T$). Исходя из равномерного распределения энергии по степеням свободы, средняя энергия частиц в ловушке равна $3 k_B T / 2$. Поэтому необходимо, чтобы $\varepsilon_i \approx 3 k_B T$, т.е. $V_i \approx 10^8$ см/с для указанной температуры в 10 KeV. Достижение столь больших скоростей является нетривиальной задачей, требует значительного ускоряющего эффекта в канале ускорителя, а также использование двухступенчатой схемы ускорения.

При наличии небольшого по величине продольного магнитного поля приведенные оценки существенно не меняются. Это следует из рисунков 35г и 35д, на которых представлены распределения азимутальной скорости с максимальными значениями в окрестности внешнего электрода. Более того, на рис. 35б видно, что продольное поле как бы выталкивается плазмой из объема канала ускорителя. Таким образом, ядро потока в известной степени остается свободным от продольного поля и его вращение не значительно. Об этом же

говорят результаты численных исследований, представленные далее в главах 4, 5 и проведенные на основе одножидкостной и двухжидкостной МГД-моделей. В частности, будет показано, что на выходе из системы доля энергии, обязанная вращению, существенно меньше кинетической энергии направленного вдоль оси потока плазмы. В то же время, небольшое продольное поле позволяет изменить динамику плазмы в окрестности электродов, оказывая заметное влияние на приэлектродные процессы и связанные с ними негативные явления.

3.9. Оценка эффективности ускорения в узком коаксиальном канале

Ряд свойств течений плазмы в аксиально-симметричных каналах можно выявить, если пренебречь изменением основных переменных поперек узкой трубки потока (рис.37). В ускорительных режимах (рис.37а) плотность падает, а скорость стремится к некоторому предельному значению. Наоборот, в компрессионных режимах (рис.37б) скорость падает, а плотность растет. В данном разделе рассмотрим ускорительный режим течения. Предположим, что зазор $\Delta r(z)$ между электродами мал и средний радиус канала $r = r_0$ является постоянной величиной. Площадь сечения трубки равна $f(z) = 2 \pi r_0 \Delta r(z)$.

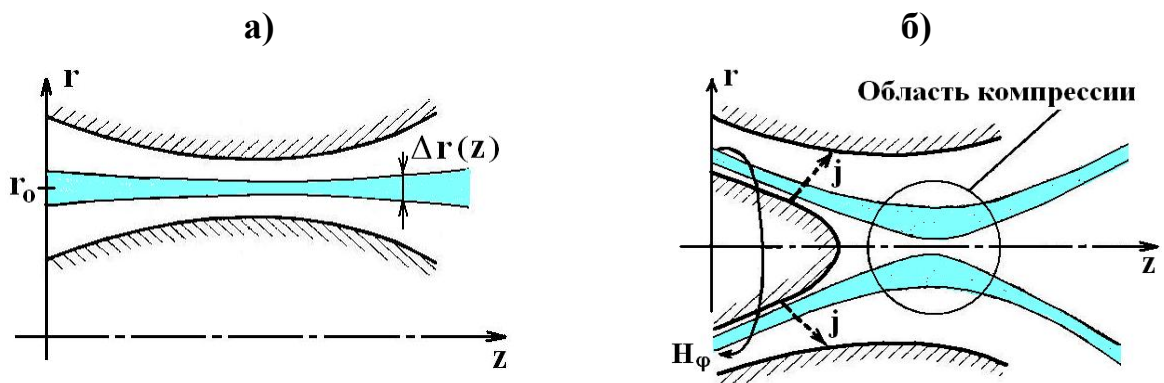


Рис. 37. Течение плазмы в ускорительном и компрессионном режимах

В стационарном случае ($\partial / \partial t = 0$) для идеально проводящей плазмы ($\sigma \rightarrow \infty$) течение в узкой коаксиальной трубке можно описать системой алгебраических уравнений [1,10,12], которая в рассматриваемом случае имеет вид [58,102]:

$$\rho V_z f = \alpha_1 = const; \quad H_z f = \alpha_2 = const \quad (3.54)$$

$$\alpha_1 V_\varphi - \alpha_2 H_z = \alpha_3 = const; \quad \alpha_1 H_\varphi / \rho - \alpha_2 V_\varphi = \alpha_4 = const \quad (3.55)$$

$$\frac{1}{2}(V_z^2 + V_\varphi^2) + W(\rho) + \frac{H_\varphi^2}{\rho} - \frac{H_\varphi H_z V_\varphi}{\rho V_z} = \alpha_5 = const \quad (3.56)$$

Для изоэнтропического течения $S = c_V \ln P / \rho^\gamma = const$ энтальпия $W(\rho) = \gamma P / \rho (\gamma - 1)$, где $P = \beta \rho^\gamma$ в принятых выше безразмерных единицах измерения. Уравнения (3.54) выражают законы сохранения продольных потоков плазмы и магнитного поля. Уравнения (3.55) вытекают из законов сохранения момента вращения и вращательности магнитного поля. Уравнение Бернулли в форме (3.56) является следствием сохранения энергии. Система (3.54)-(3.56) содержит пять уравнений и шесть неизвестных величин f , ρ , V_z , V_φ , H_z и H_φ . Сечение f может быть задано произвольно. В этом случае решение для произвольных величин α_i , как правило, будет содержать особенности, не имеющие отношения к природе физических процессов.

Локальное поведение МГД-переменных может быть также рассмотрено с помощью производных. Продифференцируем по z уравнения (3.54)-(3.56) с учетом того, что $\frac{dP}{dz} = P_\rho \frac{d\rho}{dz} + P_s \frac{ds}{dz}$, где энтальпия $s = const$ и $P_\rho = \partial P / \partial \rho = V_T^2 = \gamma P / \rho$. Полученную систему уравнений разрешим относительно производных. В результате найдем (см., например, [102])

$$\frac{dV_z}{dz} = \left[V_T^2 (V_z^2 - V_A^2) + \frac{H_\varphi^2}{\rho} V_z^2 \right] \frac{V_z}{G f} \frac{df}{dz}; \quad \frac{d\rho}{dz} = - (V_z^2 - V_A^2) \frac{\rho V_z^2}{G f} \frac{df}{dz} \quad (3.57)$$

$$\frac{dH_\varphi}{dz} = \frac{-H_\varphi V_z^4}{G f} \frac{df}{dz}; \quad \frac{dV_\varphi}{dz} = \frac{-H_\varphi H_z V_z^3}{G \rho f} \frac{df}{dz}; \quad G = (V_z^2 - V_s^2)(V_z^2 - V_f^2) \quad (3.58)$$

где $V_{s,f} = 0.5 \left(V_T^2 + H^2 / \rho \right) \pm 0.5 \sqrt{\left(V_T^2 + H^2 / \rho \right)^2 - 4 V_T^2 V_A^2}$; $H^2 = H_\varphi^2 + H_z^2$.

Следует заметить, что оценки на основе системы (3.54)-(3.56) имеют весьма условный характер, а соотношения (3.57)-(3.58) позволяют осуществить лишь качественный анализ поведения МГД-переменных и особых точек системы. В частности, переход через скорость быстрой ($V_z = V_f$) и медленной ($V_z = V_s$) магнитозвуковой волны связывают с равенством $df/dz = 0$, т.е. с минимумом функции $f(z)$ в соплообразном канале.

Следуя работе [102], оценим параметры ускорения в потоке холодной плазмы $\beta = 0$, учитывая, что разрядный ток в ускорителях достаточно большой и $\beta \ll 1$. В отсутствии продольного поля из (3.55) и (3.56) следует, что $0.5 V_z^2 + H_\varphi^2 / \rho = const$ и $H_\varphi / \rho = const$. На входе $z = 0$ с учетом выбранной выше полярности электродов будем считать, что в принятых безразмерных единицах $\rho_{in} = \rho(0) = 1$, $V_{in} = V_z(0)$ и $H_\varphi^{in} = -1$. Соответственно на выходе при $z = 1$ имеем $V_{out} = V_z(1) = K V_{in}$, где K - коэффициент ускорения потока. Рассмотрим канал, в котором $f(1) = f(0)$. Тогда из (3.54) следует, что $\rho_{out} = 1/K$. Уравнение Бернулли $0.5 V_{in}^2 + 1 = 0.5 V_{out}^2 + \rho_{out}$ дает соотношение $K = V_{out}^2 / (2 - V_{out}^2)$, которое перепишем, используя V_{in} . В результате придем к выражению (3.51), полученному в приближении плавного канала.

Более грубые и завышенные оценки можно получить, если учесть, что в канале $|H_\varphi^{out}| \ll 1$, $\rho_{out} \ll 1$ и $V_{in} \ll V_{out}$. Из соотношения Бернулли найдем предельное значение скорости плазмы на выходе $V_{out} \approx \sqrt{2}$ и $K \approx \sqrt{2} / V_{in}$. В размерных единицах имеем $V_{out}^p \approx \sqrt{2} V_o$, где $V_o = H_o / \sqrt{4\pi \rho_o}$. Это оценка максимально возможной скорости потока на выходе.

При наличии продольного поля, чтобы чрезмерно не усложнять задачу, рассмотрим сверхалфвеновское втекание при $z = 0$: $\rho_{in} = 1$, $H_\varphi^{in} = -1$, $V_\varphi(0) = V_\varphi^{in} = 0$ и $V_{in} > H_z^0 = H_z(0)$. Из (3.56) и (3.55) при $\beta = 0$ найдем

$$\left(V_z^2 + V_\varphi^2 \right) / 2 + \alpha_4 H_\varphi / \alpha_1 = const \quad (3.59)$$

Поскольку на выходе справедливы соотношения $\left| H_\varphi^{out} \right| \ll 1$ и $V_{in} \ll V_{out}$, очевидно, что из (3.59) при $\alpha_4 = -\alpha_1$ следует $K \approx \sqrt{2 - \left(V_\varphi^{out} \right)^2} / V_{in}$. Согласно соотношениям (3.55) азимутальная скорость равна $V_\varphi = A(1 - \rho) / (1 - A^2 \rho)$, где $A = \alpha_2 / \alpha_1 = H_z^0 / V_{in} < 1$. При $f(0) = f(1)$ получим, что на выходе $V_\varphi^{out} = V_\varphi(1) = A(K - 1) / (K - A^2) \approx A$, если $K \gg 1$. Используя (3.52), имеем

$$K \approx \left(2 - A^2 \right) \mu / V_{out}^p \quad (3.60)$$

На рис. 36 (пунктирная кривая) в соответствии с формулой (3.60) представлена зависимость коэффициента ускорения от разрядного тока в случае $A = 0.5$, $J_{in} = 10 \text{ MA}$, $m_i = 2.5 m_p$ и $V_{out}^p = 1.5 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$.

Повышенный интерес у зарубежных коллег (см., например, [239-242]), вызывает параметр эффективности процесса ускорения, который определяется соотношением $\eta = P^2 / 2 \dot{m} D$, где $P(z=1) = \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z^2 2 \pi r dr = \rho_{out} V_{out}^2 f(1)$ -

тяга системы, $\dot{m}(z=1) = \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z 2 \pi r dr = \rho_{out} V_{out} f(1)$ - расход и $D = \iiint \mathbf{j} \mathbf{E} d\mathbf{r}$.

Согласно закону сохранения электромагнитной энергии имеем $\mathbf{j} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} (W_E + W_H) = -div(\mathbf{E} \times \mathbf{H})$, где W_E и W_H - объемные плотности энергии магнитного и электрического полей. В стационарном случае в результате интегрирования по объему получим $\iiint \mathbf{j} \mathbf{E} d\mathbf{r} = -\oint \mathbf{E} \times \mathbf{H} d\mathbf{S}$, где электрическое поле равно $\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{H}$ согласно закону Ома для идеально проводящей плазмы.

В отсутствии продольного магнитного поля в квазиодномерном приближении, с учетом сказанного и используя уравнения (3.54) и (3.56), имеем

$D = V_{in} (H_{\varphi}^{in})^2 f(0) - V_{out} (H_{\varphi}^{out})^2 f(1) = 0.5 (V_{out}^2 - V_{in}^2) \rho_{out} V_{out} f(1)$. Поскольку $V_{in} \ll V_{out}$, окончательно получим, что $D \approx 0.5 V_{out}^3 \rho_{out} f(1)$ и $\eta \approx 1$. Таким образом, в соплообразном канале теоретическая оценка эффективности близка к значению $\eta = 1$ или 100%. На практике эффективность процесса ускорения несколько меньше, учитывая токи выноса, выделяемое тепло и излучение.

При наличии продольного магнитного поля и вращения плазмы $(\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z \approx E_r H_{\varphi}$, где $E_r = V_{\varphi} H_z - V_z H_{\varphi}$. Используя (3.55), получим $D \approx \alpha_4 (H_{\varphi}^{in} - H_{\varphi}^{out})$. С учетом соотношения Бернулли в форме (3.59), где $V_{in} \ll V_{out}$ и $V_{\varphi}^{in} = 0$, имеем $D \approx 0.5 \left(V_{out}^2 + (V_{\varphi}^{out})^2 \right) \rho_{out} V_{out} f(1)$ и оценку параметра эффективности процесса ускорения [102] $\eta \approx 1 / \left(1 + (V_{\varphi}^{out} / V_{out})^2 \right)$.

Если продольное магнитное поле мало $|H_z^{in}| \ll |H_{\varphi}^{in}|$, то азимутальная скорость на выходе также мала, и теоретическая оценка эффективности процесса ускорения по-прежнему близка к 100%.

3.9.1. Замечание о степени сжатия в компрессионном потоке

Из интеграла Бернулли следует, что если в компрессионном потоке на выходе из ускорителя скорость будет падать, например, в результате схождения потока на ось системы (рис. 37б), то плотность будет расти и в пределе стремится к некоторому максимальному значению. Компрессионный режим в приближении узкой коаксиальной трубки с азимутальным магнитным полем рассмотрен А.И. Морозовым [3] на основе системы алгебраических уравнений в стационарном случае при условии, что средний радиус канала $r = r(z)$ зависит от координаты z . Получена следующая формула для максимальной степени сжатия

$$\rho_{\max} / \rho = \left((\gamma - 1)(1 + \mu) C_A^2 / C_g^2 \right)^{1/(\gamma - 1)} \quad (3.61)$$

где $\mu = W_o / C_A^2$, $W_o = c_p T_o / (\gamma - 1)$, $C_g^2 = \gamma P_o / \rho_o$, $C_A^2 = H_o^2 / 4 \pi \rho_o$.

Видно, что при заданных на входе значениях H_o , ρ_o и T_o коэффициент сжатия возрастает по мере того, как $C_g^2 / C_A^2 \rightarrow 0$. Формула (3.61) дает очень высокие значения сжатия для адиабатического процесса ($\gamma = 5/3$) в отсутствие возможных ударных волн. Например, для водорода при $C_A = 10^8$ см/с и $C_g = 10^6$ см/с степень сжатия равна $\rho_{\max} / \rho \approx 5.5 \cdot 10^5$.

3.10. Выводы

Приближение плавного канала позволяет определить форму электродов и геометрию коаксиального канала, оптимальную для достижения требуемого ускоряющего эффекта в трансзвуковом потоке плазмы для ускорителей с азимутальным магнитным полем.

В результате решения задачи в приближении плавного канала в присутствии дополнительного продольного поля получено первичное представление о динамике вращающихся потоков плазмы, в общем случае, в трехкомпонентном магнитном поле.

Показано, что с помощью продольного магнитного поля можно уменьшить влияние эффекта Холла и область прианодного потока в канале плазменного ускорителя. Продольное поле открывает новые возможности для управления динамическими процессами в канале ускорителя, реализации трансзвуковых течений в канале определенной геометрии. Оно позволяет достаточно простым образом бороться с недостатком ионов в прианодной области благодаря возникающему вращению и тем самым преодолевать нежелательные приэлектродные эффекты и явление кризиса тока.

Данные исследования стимулировали разработку численных моделей в рамках одножидкостной и двухжидкостной МГД-моделей с целью создания более детальной картины происходящих процессов с учетом диссипативных факторов. Соответствующие исследования представлены в следующих главах.

ГЛАВА 4

ДИНАМИКА ПОТОКОВ ПЛАЗМЫ В КСПУ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В данной главе на основе численной модели рассмотрены особенности плазмодинамических процессов, которые обусловлены наличием продольного магнитного поля ($H_z \gg H_r$), дополнительного к азимутальному полю H_φ , традиционному для систем типа КСПУ. Новое направление исследований динамики плазмы в трехкомпонентном магнитном поле предполагает сравнительный анализ течений в отсутствие и при наличии продольного поля. Верификация решений основана также на сопоставлении результатов, полученных в численной и аналитической моделях.

Введение в систему продольного магнитного поля связано, во-первых, с выявленной и рассмотренной в предыдущей главе возможностью преодоления явления кризиса тока [1,12,13], которое ограничивает достижение больших скоростей не только в КСПУ, но и в торцевых сильноточных ускорителях [30], магнитоплазменные двигателях [85] и ряде других устройств. Кроме того, до сих пор не решена проблема плавного, безударного вхождения потока из КСПУ в плазмод, схематично представляющий собой набор колец с током для транспортировки плазмы. Наличие продольного поля в КСПУ позволит ослабить магнитный барьер первого кольца плазмодода (см., например, [110,243-244]) и осуществить согласованное поступление потока из ускорителя.

Численным моделям отводится заметная роль в разработке квазистационарных плазменных ускорителей и понимании происходящих процессов. История численных исследований динамики плазмы в каналах традиционных ускорителей с азимутальным магнитным полем представлена большим количеством публикаций (см., например, [6,11,14,58,106-109,112-118,195-196,199-201,245-246]). Наличие продольного магнитного поля в

ускорителях, с одной стороны, усложняет течение, в частности, приводит к вращению вокруг оси, с другой - позволяет исследовать динамику плазмы во всем многообразии процессов. Предшествующие численные исследования следует рассматривать как частный случай в отсутствии вращения.

Численные исследования процессов в ускорителях для достаточно плотной плазмы проводятся на основе МГД-уравнений. Иерархия численных моделей предполагает на первом этапе исследовать динамику плазмы в рамках одножидкостной МГД-модели с учетом конечной проводимости среды, теплопроводности и эффективных потерь энергии на излучение. Разработанная численная модель (см., например, [102,123-126,128-129,247-252]) двумерных осесимметричных, в общем случае нестационарных, течений плазмы позволила изучить основные свойства потоков в присутствии продольного магнитного поля. Ряд вопросов динамики идеально проводящей плазмы при наличии продольного поля изложен в монографии [58]. Учет конечной проводимости и теплопроводности осуществлен в соответствии с работами [1,17-27] для классической низкотемпературной плазмы. Различные эксперименты (см., например, [1,7-9,60-79,253]) и оценки параметров в исследуемом диапазоне указывают на то, что использование классических коэффициентов переноса оправдано при решении не только данной, но и большого числа разнообразных плазмодинамических задач (см., например, [1,6,11-14,17-59,217]).

Кроме того, в данной главе в рамках одножидкостной МГД-модели представлены результаты расчетов компрессионных потоков на выходе из КСПУ, в том числе в присутствии продольного поля [129,250,251], а также для плазмы, генерируемой из различных газов: водорода, гелия, аргона и ксенона [254]. Последние исследования направлены на выявление свойств и сравнительный анализ потоков плазмы различного состава и являются первоочередным этапом в изучении динамики многокомпонентной плазмы, еще одного из актуальных направлений исследований в современной физике плазмы, вычислительной плазмодинамике и механике сплошных сред.

4.1. Модифицированные МГД-уравнения в терминах векторного потенциала магнитного поля

Рассмотрим двумерное осесимметричное течение плазмы в канале между двумя коаксиальными профилированными электродами (см. рис. 35). В предыдущих численных моделях (см., например, [6,11,112-120]) предполагалось, что течение плазмы зависит от одной азимутальной компоненты магнитного поля H_φ и двух компонент скорости (V_z, V_r) . При наличии продольного магнитного поля и возникающего вращения в задаче участвуют все три компоненты магнитного поля и скорости $\mathbf{H} = (H_z, H_r, H_\varphi)$, $\mathbf{V} = (V_z, V_r, V_\varphi)$.

Для достаточно плотной среды считаем, что плазма является квазинейтральной $n_i = n_e = n$. Пренебрегая инерцией электронов $m_e \ll m_i = m$, в одножидкостном приближении $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}$ постановка задачи основана на классических уравнениях магнитной газодинамики [22] с учетом конечной проводимости среды (1.6) или их безразмерном аналоге (1.16). При этом речь идет о полностью ионизованной плазме, для которой степень ионизации $\alpha = 1$ и $\rho = m n$, $P = P_i + P_e = 2 k_B n T$, $\varepsilon = 2 c_v T$, $c_v = k_B / (\gamma - 1) m$. Кроме того, в системе МГД-уравнений пренебрегаем вязкостью компонент плазмы в силу малости соответствующих диссипативных слагаемых. В рассматриваемом диапазоне параметров задачи стандартные оценки передачи тепла и характерного времени обмена энергией между компонентами, а также экспериментальные данные, показывают, что $T_i \approx T_e = T$. Возможное незначительное превышение температуры электронов над температурой ионной компоненты может быть учтено в дальнейшем. В данном случае ограничимся изучением динамики водородной плазмы ($Z_i = 1$, $m = m_i = m_p$), часто используемой в экспериментах. Заметим, что согласно закону Ома электрическое поле определяется соотношениями

$$\mathbf{E} = \mathbf{j} / \sigma - (\mathbf{V} \times \mathbf{H}) / c ; \quad \sigma = e^2 n_e \tau_{ei} / m_e \quad (4.1)$$

где σ - электропроводность среды.

При численном интегрировании многомерной МГД-задачи в общем случае необходимо согласовывать разностные аналоги операторов $grad$, div и rot , например, в соответствии с работами [165,255] наряду с возможным использованием соответствующих вариационных принципов (см., например, [256-257]). Кроме того, для МГД-уравнений должно быть выполнено дополнительное условие бездивергентности магнитного поля, как следствие одного из уравнений Максвелла $div \mathbf{H} = 0$. Существует несколько подходов для обеспечения соленоидальности магнитного поля, представленных, например, в [53]. Эти подходы могут быть связаны с использованием искусственного скалярного потенциала [139], применением смещенных сеток [172]. Один из перспективных методов обеспечения соленоидальности магнитного поля основан на использовании расширенной системы МГД-уравнений [157], дополненной законом сохранения $div \mathbf{H} = 0$. Возможно применение векторного потенциала \mathbf{A} ($\mathbf{H} = rot \mathbf{A}$) особенно при наличии азимутальной симметрии течения. Действительно, в осесимметричном случае задача существенно упрощается. Если $\partial / \partial \varphi = 0$, то в цилиндрической системе координат имеем

$$H_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} ; \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \quad (4.2)$$

где A_φ - азимутальная компонента векторного потенциала \mathbf{A} . Соотношения (4.2) в аксиально-симметричном случае обеспечивают точное выполнение условия $div \mathbf{H} = 0$. Правда, в уравнениях импульсов следует аппроксимировать вторые производные векторного потенциала. Как показали результаты численного моделирования, в расчетах не наблюдается выбросов в распределении вторых производных и разворотов тока $\mathbf{j} = (c/4\pi) rot (rot \mathbf{A})$, что свидетельствует об адекватном описании процессов.

Физическая картина процессов определяется не абсолютными значениями тех или иных параметров в определенной системе единиц измерения, а безразмерными параметрами. Как и ранее, в качестве единиц

измерения выберем размерные константы: L - длина канала; n_o ($\rho_o = m n_o$), T_o , $H_o = H_\phi^o = 2 J_p / c R_o$ - характерные значения концентрации, температуры плазмы и азимутальной составляющей магнитного поля на входе в канал, где R_o - радиус внешнего электрода, J_p - разрядный ток в системе. С помощью перечисленных величин формируются единицы, в частности, давления - $H_o^2 / 4 \pi$, характерной скорости - $V_o = H_o / \sqrt{4 \pi \rho_o}$, времени - $t_o = L / V_o$ ("пролетное" время). В данном случае безразмерными параметрами являются отношение газового и магнитного давлений на входе $\beta = 8 \pi P_o / H_o^2$, где $P_o = 2 k_B n_o T_o$, и магнитная вязкость $\nu = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4 \pi L V_o \sigma$, обратно пропорциональная магнитному числу Рейнольдса с характерным значением спитцеровской проводимости $\sigma = \sigma_2 \sim T^{3/2}$ согласно (1.9).

Следуя работам [124,247], с учетом сделанных выше замечаний в осесимметричном случае модифицированную систему МГД-уравнений можно записать в безразмерном виде в терминах A_ϕ -компоненты векторного потенциала и H_ϕ -компоненты магнитного поля:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial (\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho V_z^2 + P + \frac{H_\phi^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_z V_r) = j_\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho V_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{H_\phi^2}{2} \right) \right] = \\ = \frac{1}{r} \left(\rho V_\phi^2 + P - \frac{H_\phi^2}{2} \right) + \frac{j_\phi}{r} \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial D_\phi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z D_\phi)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r D_\phi)}{\partial r} = \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \frac{\partial H_\phi}{\partial z} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \frac{\partial (r H_\phi)}{\partial r} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho \varepsilon V_r)}{\partial r} = -P \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r V_r)}{\partial r} \right) +$$

$$+ \nu \left\{ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r H_\varphi)}{\partial r} \right]^2 + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right)^2 + j_\varphi^2 \right\} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial(V_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial(V_r H_\varphi)}{\partial r} = \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) - r \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \frac{\partial(r H_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} = \nu \left(\Delta A_\varphi - \frac{A_\varphi}{r^2} \right) \quad (4.9)$$

В этих уравнениях дополнительно введены следующие обозначения:

$$D_\varphi = r \rho V_\varphi, \quad \varepsilon = \frac{\beta T}{\gamma - 1}, \quad P = \beta \rho T, \quad j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\Delta A_\varphi + \frac{A_\varphi}{r^2} -$$

азимутальная компонента тока, где $\Delta A_\varphi = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right)$. В итоге

имеем семь уравнений для переменных ρ , T , V_z , V_r , V_φ , H_φ , A_φ .

Численное интегрирование уравнений (4.3)-(4.9) ведется в области переменных (z, r) , соответствующей форме канала, изображенного на рис. 35.

4.2. Постановка задачи и граничные условия

Уравнения и условия на границах определяют динамику потока. При учете конечной проводимости среды уравнение для магнитного поля отвечает параболической части МГД-уравнений, и предполагается постановка краевой задачи. В этом случае граничное условие для магнитного поля необходимо на всех границах. Число граничных условий для оставшихся гидродинамических уравнений определяются их характеристиками, входящими в область.

На входе в канал ($z = 0$) полагаем, что плазма подается с известными значениями плотности и температуры $\rho(r) = f_1(r)$, $T(r) = f_2(r)$. Уравнение

электрической цепи не рассматривается. Считаем, что поддерживается постоянное значение тока, который поступает в систему только через электроды, т.е. $j_z = 0$ при $z = 0$ или $r H_\varphi = r_o = const (r_o = R_o / L)$. Подача плазмы осуществляется вдоль координатных линий. Данные граничные условия являются традиционными для численных моделей динамики плазмы в каналах в отсутствие продольного магнитного поля. При его наличии необходимы граничные условия для V_φ и A_φ . Считаем, что во входном сечении $z = 0$ плазма не вращается и азимутальная скорость равна $V_\varphi = 0$. Кроме того, необходимо задать на входе значение продольного поля $H_z \neq 0$. Следуя [100-102], воспользуемся уравнением радиального равновесия (3.27). На входе в канал при условии $r H_\varphi = r_o = const$ и $V_\varphi = 0$ из (3.27) следует, что

$$P + H_z^2 / 2 = const \quad (4.10)$$

В случае $\beta = 0$ при $z = 0$ имеем $H_z(r) = H_z^o = const$. Интегрируя (4.2), найдем

$$\psi(r) = r A_\varphi = 0.5 H_z^o r^2 \quad (4.11)$$

В общем случае $\beta \neq 0$ необходимы дополнительные согласования граничных условий. Соотношение (4.10) отвечает уравновешенному в радиальном направлении потоку плазмы на входе. Это возможно, в частности, для двух очевидных способов подачи. Во-первых, традиционные в численных моделях условия на входе $\rho = 1$ и $T = 1$ при любом β приводят в случае радиального равновесия к $H_z(z = 0, r) = H_z^o = const$ и соотношению (4.11). Во-вторых, если $\beta \ll 1$, возможна произвольная подача, в том числе в соответствии с аналитической моделью [100-102], где $\rho(z = 0, r) = r_o^2 / r^2$ и плотность возле центрального электрода существенно выше. Заметим, что в экспериментах [7-9] наблюдается улучшение характеристик потока и работы ускорителя в целом при неравномерной подаче плазмы, когда ее концентрация на входе во вторую ступень КСПУ больше в окрестности внутреннего электрода.

На выходе ($z=1$) для исследуемых трансзвуковых потоков предполагается свободное (сверхзвуковое) вытекание плазмы.

Рассмотрим граничные условия на электродах. В предыдущей главе рассмотрены разные режимы токопереноса. В режиме электронного токопереноса линии тока ионной компоненты плазмы лежат на поверхности непроницаемых электродов: катода и анода, а сами электроды не являются эквипотенциальными. Наоборот, в режиме ионного токопереноса электроды представляют собой эквипотенциальные поверхности и должны быть прозрачными для плазмы. Случай самосогласованного протекания плазмы через электроды обусловлен эффектом Холла ($\mathbf{V}_e \neq \mathbf{V}_i$). Пренебрегая им ($\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i$), приходим к режиму непроницаемых эквипотенциальных электродов, который в реальной физической практике является вырожденным.

В одножидкостной модели эффект Холла не учитывается и полярность электродов не различается. Поэтому модель пригодна для качественного описания указанных режимов. В рамках данной модели граничные условия на электродах $r = r_k(z)$ и $r = r_a(z)$, образующих стенки канала, предполагают эквипотенциальность ($E_\tau = 0$) и непроницаемость поверхности электродов для плазмы ($V_n = 0$). При наличии продольного магнитного поля необходимо дополнительное соотношение. В плазмодинамике условие $H_n = 0$ является общепринятым. Оно связывает компоненты магнитного поля на границе плазма – проводник и приводит, в частности, к сохранению магнитного потока вдоль канала. Таким образом, на границе плазма-электрод имеем

$$E_\tau = 0; \quad V_n = 0 \quad \text{и} \quad H_n = 0$$

В случае плазмы конечной проводимости соотношение $E_\tau = 0$, где \mathbf{E} определяется с помощью (4.1), при $V_n = 0$ дает $\nu j_z + \nu r'_{k,a} j_r + S V_\varphi H_n = 0$.

Здесь $r'_{k,a} = \frac{d r_{k,a}}{d z}$ и $S = \sqrt{1 + (r'_{k,a})^2}$. Равенство $H_n = 0$ на самом деле можно

заменить более точным соотношением $E_\varphi = 0$, которое при $V_n = 0$ позволяет

найти $H_n = \nu j_\varphi / S V_z$. Видно, что в случае идеально проводящей плазмы (магнитная вязкость $\nu = 0$) из равенства $E_\varphi = 0$ следует общепринятое условие $H_n = 0$. В изложенных далее численных экспериментах $\nu \ll 1$ и $H_n \approx 0$.

В МГД-моделях течений плазмы в каналах со сплошными электродами возможна постановка более содержательных граничных условий, отражающих сложные процессы в приэлектродных слоях, представленные, в частности, в разделе 5.4. Исследованиям внутренней структуры слоев в разных системах и изучению взаимодействия плазмы с поверхностью различных материалов посвящен целый ряд публикаций (см., например, [66,72,73,78,258-264]).

4.3. Численные методы, использованные для решения МГД-задачи

Теории разностных схем и методам численного решения задач, постановка которых основана на дифференциальных уравнениях в частных производных, в том числе МГД-уравнениях, посвящен ряд монографий, учебных пособий и оригинальных работ (см., например, [33,40,44,47,53,58,137-176]).

МГД-задачи по своей природе являются нелинейными, а малоизученные вопросы плазмодинамики, как правило, связаны с наличием больших градиентов и решений разрывного типа. В настоящее время существует большое число разностных схем, предназначенных для сквозного расчета нелинейных гиперболических уравнений и поиска, в том числе, разрывных решений. Для расчета различных задач в эйлеровых и лагранжевых координатах применяются явные и неявные разностные схемы, основанные на разных принципах построения. Например, в схеме С.К. Годунова [159] используется физическое представление и точное решение задачи о распаде разрыва. Однако для МГД-уравнений решение задачи о распаде разрыва является слишком громоздким и содержит, в общем случае, несколько сотен различных конфигураций [22,265]. Многие разностные схемы для решения уравнения переноса и гиперболических систем, как правило, являются результатом той или иной разностной аппроксимации уравнений, в частности,

могут быть основаны на приближенных решениях задачи Римана. К ним относятся схемы Куранта-Изаксона-Риса [158], Роу [167], Ошера [166], Лакса-Вендроффа [160], Бима-Ворминга [266], Фромма [267], Мак-Кормака [268], Р.П. Федоренко [269,270], К.И. Бабенко [151], схема «кабаре» [271], кусочно-параболический метод (PPM) [169,172,176] и целый ряд других схем и методов. В большинстве современных вариациях разностных схем предполагается монотонизация, а также использование лимиторов. К методам, схемам и подходам иного класса относятся кинетически-согласованные разностные схемы и квазигазодинамический алгоритм [150,152,272-276], разрывный метод Галеркина [277-278], инвариантные разностные схемы [279], ренормгрупповой подход [280]. В работах А.А. Самарского с коллегами и учениками (см., например, [33,143,146,165,256-257,281-288]) представлен обширный опыт решения различных задач, в том числе, с помощью класса консервативных и полностью консервативных разностных схем, построенных на основе интегро-интерполяционного, вариационно-разностного и операторного подходов. Для решения МГД-задач используется также TVD-схемы А. Хартена [168], в основу которых положено свойство невозрастания полной вариации решения. Это свойство является более мягким по отношению к требованию монотонности решения. Более гибкой при реализации и экономной в процессе решении различных задач, включая МГД-уравнения, является разностная схема с коррекцией потоков [44,161-163], предложенная Дж. Борисом и Д. Буком. Достаточно подробные обзоры различных численных методов, включая опыт их применения, представлены в книгах [53,154]. Не все из перечисленных разностных схем и алгоритмов, позволяющих получить качественные результаты, могут быть успешно реализованы на современных параллельных вычислительных комплексах [177-181,289-290].

Для исследования основных свойств потоков плазмы и изучения процессов на качественном уровне достаточно ограничиться набором методов,

хорошо зарекомендовавших себя, апробированных и протестированных на различных задачах, включая рассматриваемые плазмодинамические процессы.

Учитывая, что МГД-уравнения являются уравнениями смешанного типа, в представленной модели вращающихся осесимметричных потоков плазмы проводится расщепление по физическим факторам и координатам z, r . Для расчета переноса используется алгоритм SHASTA-FCT с коррекцией потоков [44,161-163], разработанный для интегрирования обобщенного одномерного уравнения переноса и адаптированный для решения системы уравнений (4.3)-(4.8) с учетом расщепления по координатам. Уравнение переноса для величины A_φ , отвечающее левой части (4.9), решается с помощью одного из характеристических методов [291]. Конечная проводимость, как функция температуры, присутствует в правых частях уравнений (4.8), (4.9) для величин H_φ и A_φ . Для учета влияния физических процессов, приводящих к диффузии, в тех или иных задачах также используются разные подходы (см., например, [137,143-147,153,154,182-188,257,282-284,287-288]). В представленных далее исследованиях применяется потоковый вариант метода прогонки [182].

4.3.1. Общее описание алгоритма SHASTA-FCT

Рассмотрим данный метод на примере закона сохранения массы в одномерной постановке задачи для уравнения $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V}{\partial x} = 0$. Идеология алгоритма

основана на физическом представлении о движении жидких элементов потока.

Моменту времени t_0 отвечает рис. 38а, моменту $t_1 = t_0 + \Delta t$ - рис. 38б.

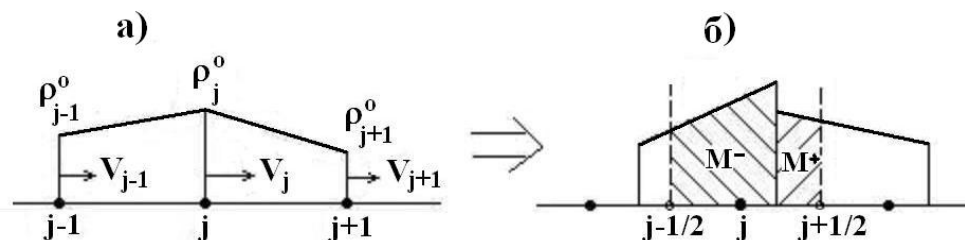


Рис. 38. Движение жидких элементов

Ограничение на шаг по времени Δt определяется неравенством $|\Delta x_j| < \Delta x / 2$, где Δx - шаг сетки, $\Delta x_j = V_j \Delta t$. В момент времени t_0 в ячейке $(j-1/2, j+1/2)$ находится масса M^- части сместившегося элемента $(j-1, j)$ и масса M^+ части сместившегося элемента $(j, j+1)$. Сначала найдем диффузионно-транспортное решение. Для нового значения плотности имеем $\bar{\rho}_j = (M^- + M^+) / \Delta x$. Это приводит к следующему соотношению:

$$\bar{\rho}_j = Q_j^+ \left(\rho_j^0 + 0.5 Q_j^+ (\rho_{j+1}^0 - \rho_j^0) \right) + Q_j^- \left(\rho_j^0 - 0.5 Q_j^- (\rho_j^0 - \rho_{j-1}^0) \right), \quad (4.12)$$

где $Q_j^\pm = \frac{\Delta x / 2 \mp \Delta x_j}{\Delta x \pm (\Delta x_{j\pm 1} - \Delta x_j)} = \frac{1}{2} \mp \beta_{j\pm 1/2}$, $\beta_{j\pm 1/2} = \frac{(\Delta x_{j\pm 1} + \Delta x_j) / 2}{\Delta x \pm (\Delta x_{j\pm 1} - \Delta x_j)}$.

Данная формула дает положительные значения $\bar{\rho}_j$ при любом j при условии, что величины ρ_j^0 положительны. Соотношение (4.12) представим в виде

$$\bar{\rho}_j = \rho_j^0 - (f_{j+1/2} - f_{j-1/2}) + \Delta_2 \rho_j^0 / 8, \quad (4.13)$$

где $f_{j+1/2} = \beta_{j+1/2} \left[\rho_{j+1/2}^0 - \beta_{j+1/2} (\rho_{j+1}^0 - \rho_j^0) / 2 \right]$.

Подстановки показывают, что выражение (4.13) со 2-ым порядком точности по

δx аппроксимирует уравнение $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V}{\partial x} = \frac{1}{8} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$.

Для компенсации внесённой численной вязкости к полученному решению следует добавить антидиффузионные потоки, которые не должны приводить к образованию новых экстремумов и не должны увеличивать уже существующие. Тем самым сохраняется положительность решения. В соответствии с этим условием антидиффузионные потоки определяются следующим образом:

$$F_{j+1/2} = s \cdot \max \left\{ 0, \min \left(s(\bar{\rho}_j - \bar{\rho}_{j-1}), |\bar{\rho}_{j+1} - \bar{\rho}_j| / 8, s(\rho_{j+2} - \rho_{j+1}) \right) \right\}, \quad (4.14)$$

где $s = \text{sign}(\bar{\rho}_{j+1} - \bar{\rho}_j)$. С учетом (4.13), (4.14) окончательно получим

$$\rho_j^1 = \bar{\rho}_j - (F_{j+1/2} - F_{j-1/2}).$$

Аппроксимация исходного уравнения может быть осуществлена со 2-ым порядком по времени. В этом случае следует вычислить величину $\Delta x_j = \tilde{V}_j \Delta t$, где $\tilde{V}_j = V_j^{1/2} + \tilde{s} \Delta t V_j (V_{j+s} - V_j) / 2 \Delta x$, $V_j^{1/2} = V_j(t + \Delta t / 2)$, $\tilde{s} = \text{sign } V_j$.

Рассмотренная разностная схема с коррекцией потоков является нелинейной схемой 2-го порядка точности на гладких решениях. Эта схема поддерживает законы сохранения. Для уравнения вида $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial (\vec{A} V + \vec{B})}{\partial x} = \vec{C}$ расчеты производятся в два этапа. Сначала вычисляются значения V , \vec{B} , \vec{C} для момента времени $t_{1/2} = t_0 + \Delta t / 2$. Эти значения используются для определения величины $\vec{A}(t_0 + \Delta t)$ на следующем шаге по времени.

4.3.2. Реализация алгоритма ФСТ для обобщенного уравнения переноса

Рассмотрим для определенности один из вариантов реализации алгоритма [44], используемый для расчета переноса с коррекцией потоков. Данный алгоритм используется в расчетах МГД-переменных. С учетом расщепления уравнений (4.3)-(4.8) по координатным направлениям этот алгоритм применяется к одномерному обобщенному уравнению переноса для величины ρ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial x} = \frac{\partial D_1}{\partial x} + \theta_2 \frac{\partial D_2}{\partial x} + \theta_3 \quad (4.15)$$

Переход на следующий временной слой осуществляется поэтапно. Сначала находится транспортное решение, включающее конвективный перенос,

$$\rho_i^t = \rho_i^o - F_{i+1/2} + F_{i-1/2} + Q_{2,i} + Q_{3,i} \quad (4.16)$$

где $F_{i+1/2} = F_{i+1/2}^k + F_{i+1/2}^{D1}$ - разностная аппроксимация дивергентной части (4.15), $F_{i+1/2}^k$ отвечает конвективному переносу, $Q_{2,i}$ - аппроксимация слагаемого $\theta_2 \frac{\partial D_2}{\partial x}$, $Q_{3,i}$ - соответственно источника θ_3 . При этом имеем

$$F_{i+1/2}^k = \varepsilon_{i+1/2} \frac{\rho_i^o + \rho_{i+1}^o}{2}; \quad \varepsilon_{i+1/2} = \frac{\Delta t}{\Delta x} V_{i+1/2}; \quad F_{i+1/2}^{D1} = -\frac{\Delta t}{2\Delta x} (D_{1,i} + D_{1,i+1})$$

$$Q_{2,i} = 0.5 \theta_{2,i} (D_{2,i+1} - D_{2,i-1}) \Delta t / \Delta x; \quad Q_{3,i} = \Delta t \theta_{3,i} \quad (4.17)$$

Здесь, как и выше, Δt - шаг по времени, Δx - шаг сетки в направлении оси x . Устойчивость схемы требует выполнения соответствующего неравенства, ограничивающего шаг по времени Δt . Далее учтем диффузионные потоки

$$\rho_i^{t+d} = \rho_i^t - F_{i+1/2}^d + F_{i-1/2}^d \quad (4.18)$$

где $F_{i+1/2}^d = -v_{i+1/2} (\rho_{i+1}^o - \rho_i^o)$ и коэффициент диффузии $v_{i+1/2}$ может зависеть от точки и варианта коррекции: явной или фениксной. Для компенсации внесенной численной вязкости и сохранения положительности решения вычисляются антидиффузионные потоки, которые не должны приводить к образованию новых экстремумов и увеличивать уже существующие. В случае явной коррекции не скорректированный антидиффузионный поток равен

$$F_{i+1/2}^{ad} = \mu_{i+1/2} (\rho_{i+1}^{t+d} - \rho_i^{t+d}), \quad (4.19)$$

где $\mu_{i+1/2} = 1/8$ - коэффициент антидиффузии и $v_{i+1/2} = 1/8 + \varepsilon_{i+1/2}^2 / 2$.

В случае фениксной коррекции коэффициенты диффузии и антидиффузии определяются следующим образом

$$v_{i+1/2}^{ph} = 1/6 + \varepsilon_{i+1/2}^2 / 3, \quad \mu_{i+1/2}^{ph} = 1/6 - \varepsilon_{i+1/2}^2 / 6$$

На следующем шаге осуществляется коррекция:

$$F_{i+1/2}^{kop} = S \max \left\{ 0, \min \left(|F_{i+1/2}^{ad}|, S \left(\rho_{i+2}^{t+d} - \rho_{i+1}^{t+d} \right), S \left(\rho_i^{t+d} - \rho_{i-1}^{t+d} \right) \right) \right\}$$

где $S = \text{sign} (\rho_{i+1}^{t+d} - \rho_i^{t+d})$. Окончательно для значения $t_1 = t_o + \Delta t$ имеем

$$\rho_i^1 = \rho_i^{t+d} - F_{i+1/2}^{kop} + F_{i-1/2}^{kop} \quad (4.20)$$

Изложенная схема аппроксимирует гладкие решения со вторым порядком точности по пространственным переменным. Чтобы добиться второго порядка

точности по времени, следует продвигать величину ρ на следующий шаг по времени $t_1 = t_0 + \Delta t$ при условии предварительного расчета потоков и величин для $t_{1/2} = t_0 + \Delta t / 2$. Затем с их помощью пересчитываются коэффициенты в (4.16) - (4.20) и осуществляется расчет с шагом Δt . Данные процедуры производятся последовательно вдоль координат y и z с учетом отображения расчетной области, представленного на рис. 6. Обозначим через L_y и L_z расчет всех переменных в уравнениях (4.3)-(4.8) вдоль каждого из указанных направлений соответственно. Симметризация ($L_y L_z L_z L_y$) или ($L_z L_y L_y L_z$) завершает переход на следующий временной слой.

4.3.3. Учет диссипативных факторов с помощью потокового варианта метода прогонки

Параболическая часть системы МГД-уравнений содержит коэффициенты электропроводности и теплопроводности, которые в общем случае могут сильно зависеть от термодинамических параметров среды, определяемых магнитной газодинамикой. Теплопроводностью среды в канале КСПУ можно пренебречь, а вот конечную проводимость среды следует учитывать. Учет электропроводности в уравнении диффузии магнитного поля, например, для азимутальной составляющей магнитного поля H_φ согласно (4.8), в результате расщепления по физическим факторам и координатным направлениям приводит к необходимости решать краевую задачу для уравнения

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right).$$

Аналогичное уравнение следует решать в поперечном направлении. Для рассматриваемого класса течений в канале ускорителя возникновение больших градиентов не ожидается. Тем не менее, применяется потоковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами [182]. Это становится особенно актуальным для компрессионных течений на выходе, в которых уже теплопроводность

играет заметную роль. С учетом покоординатного расщепления речь идет о решении краевой задачи для уравнения теплопроводности следующего вида:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial y}{\partial x} + f, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad 0 \leq k(x) \leq \infty \quad (4.21)$$

$$x=0: \quad \aleph^{(1)} y + \lambda^{(1)} w = \nu^{(1)} \quad (4.22)$$

$$x=1: \quad \aleph^{(2)} y - \lambda^{(2)} w = \nu^{(2)} \quad (4.23)$$

$$\aleph^{(\alpha)} \geq 0, \quad \lambda^{(\alpha)} \geq 0, \quad \aleph^{(\alpha)} + \lambda^{(\alpha)} \neq 0, \quad \alpha = 1, 2; \quad y(0, x) = y_0(x)$$

При решении уравнения (4.21) поток $w = -k y'$ используется в качестве зависимой переменной. Граничные условия в форме (4.22) и (4.23) включают краевые условия I рода ($\lambda^{(\alpha)} = 0$), II рода ($\aleph^{(\alpha)} = 0$), III рода ($\aleph^{(\alpha)} \neq 0, \lambda^{(\alpha)} \neq 0$), а также их комбинации. Аппроксимация уравнения (4.21) приводит к трёхточечному разностному уравнению, которое можно представить в общем виде:

$$A_i w_i - B_i w_{i+1} - C_i y_i = -F_i \quad (4.24)$$

$$w_{i+1} / \alpha_{i+1} = y_i - y_{i+1} \quad (4.25)$$

Разностные краевые условия для (4.24)-(4.25) соответствуют (4.22)-(4.23):

$$\aleph^{(1)} y_0 + \lambda^{(1)} w_0 = \nu^{(1)}, \quad \aleph^{(2)} y_N - \lambda^{(2)} w_N = \nu^{(2)}$$

$$\aleph^{(\alpha)} \geq 0, \quad \lambda^{(\alpha)} \geq 0, \quad \aleph^{(\alpha)} + \lambda^{(\alpha)} \neq 0, \quad \alpha = 1, 2$$

Далее для определенности приводится алгоритм решения трехточечного разностного уравнения общего вида. Следуя работе [182], вводя линейную связь $\alpha_i y_i + \beta_i w_i = \gamma_i$, накладывая на неизвестные коэффициенты ограничение $A_i \alpha_i + C_i \beta_i = A_i$ и проводя соответствующие выкладки, получим рекуррентные формулы. Для прямой прогонки при $\alpha_{i+1} \geq 1$ имеем

$$\vec{\beta}_{i+1} = A_{i+1} (B_i \beta_i + A_i \sigma_{i+1}) / \delta_i, \quad \vec{\gamma}_{i+1} = A_{i+1} (A_i \gamma_i + \beta_i F_i) / \delta_i,$$

$$\delta_i = A_i (A_{i+1} + C_{i+1} \sigma_{i+1}) + B_i C_{i+1} \beta_i, \quad \sigma_{i+1} = 1 / \alpha_{i+1}$$

В свою очередь при $\alpha_{i+1} < 1$ надо использовать следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\bar{\beta}_{i+1} &= A_{i+1} (\alpha_{i+1} B_i \beta_i + A_i) / \tilde{\delta}_i, & \bar{\gamma}_{i+1} &= A_{i+1} \alpha_{i+1} (A_i \gamma_i + \beta_i F_i) / \tilde{\delta}_i, \\ \tilde{\delta}_i &= A_i (A_{i+1} \alpha_{i+1} + C_{i+1}) + \alpha_{i+1} B_i C_{i+1} \beta_i, & i &= 0, \dots, N-1 \\ \beta_0 &= \frac{A_o \lambda^{(1)}}{A_o \aleph^{(1)} + C_o \lambda^{(1)}}, & \gamma_0 &= \frac{A_o \nu^{(1)}}{A_o \aleph^{(1)} + C_o \lambda^{(1)}}\end{aligned}$$

Обратная прогонка выполняется по формулам:

$$\begin{aligned}\bar{w}_i &= \frac{1}{A_i} \left[\left(1 - \frac{C_i}{A_i} \beta_i \right) (B_i w_{i+1} - F_i) + C_i \gamma_i \right], & w_N &= \frac{\gamma_N \aleph^{(2)} - \alpha_N \nu^{(2)}}{\alpha_N \lambda^{(2)} - \beta_N \aleph^{(2)}}, \\ \bar{y}_i &= \frac{1}{A_i} [A_i \gamma_i + \beta_i (F_i - B_i w_{i+1})], & y_N &= \frac{\beta_N \nu^{(2)} - \gamma_N \lambda^{(2)}}{\alpha_N \lambda^{(2)} - \beta_N \aleph^{(2)}}\end{aligned}$$

4.4. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем

На основе представленной модели была проведена серия численных экспериментов [102,124,247]. В численной модели можно произвольно выбрать значения концентрации n_o , температуры T_o , разрядного тока J_p и длины канала L . В данном случае эти параметры соответствуют экспериментам по программе КСПУ [5-9,63-74]. Например, для величин $n_o = 3.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$ безразмерные параметры задачи равны $\beta = 0.005$, $\sigma_o = 812.8$. Магнитное число Рейнольдса отвечает спитцеровской зависимости проводимости от температуры: $\text{Re}_m = \nu^{-1} = \sigma_o T^{3/2}$. Кроме того, зададим величину продольного магнитного поля на входе в канал, например, $H_z^o = 0.1$. Напомним, что единицей магнитного поля является значение H_ϕ^o . Такая достаточно малая величина H_z^o позволяет реализовать трансзвуковое течение согласно аналитической модели [100-102], на основе которой осуществим верификацию численной модели. Геометрия канала (рис. 39) также отвечает аналитическим исследованиям двумерных течений плазмы. При

этом плотность на входе меняется по закону $\rho(z=0, r) = r_0^2 / r^2$ и соответствует неравномерной подаче. Предполагая изэнтропичность плазмы (энтропия $S = c_v \ln P / \rho^\gamma = const$), поступающей в канал, имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z = 0$.

Численное решение исходной нестационарной задачи осуществляется до установления течения, точнее квазиустановления. Время установления по порядку величины равно характерному “пролетному” времени $t_0 = L/V_0$. Это составляет, в зависимости от пространственной сетки, от несколько сот до тысяч шагов по времени в расчетах при условии, что временной шаг ограничен условием Куранта. После установления картина распределения искомых величин не меняется в процессе дальнейших вычислений, и последующие расчеты для любого промежутка времени дают относительное отклонение, например, в норме L_2 , в пределах долей 1% для МГД-переменных. Контроль качества численных экспериментов осуществлялся с помощью расчетов на разных сетках. В представленных здесь примерах, в которых отсутствуют большие градиенты, расчеты уже на сетках (81x81) и (161x161) дают практически совпадающие результаты.

На рис. 39 для указанных выше параметров представлено трансзвуковое течение в присутствии продольного магнитного поля. Для определенности направление электрического тока (линии уровня $r H_\varphi = const$) на рис. 39б выбрано так, что внешний электрод является анодом. Длина векторов на рис. 39д равна безразмерному значению скорости в данной точке. Здесь же указан масштаб векторов, определяемый характерной скоростью V_0 .

Видно (штриховая линия на рис. 39а), что в середине канала скорость потока переходит через местную скорость быстрой магнитозвуковой волны

$$V_f = 0.5 (V_T^2 + V_A^2) + 0.5 \sqrt{(V_T^2 + V_A^2)^2 - 4 V_T^2 V_A^2 \cos^2 \theta} \quad (4.26)$$

Здесь $V_T = \sqrt{\gamma P / \rho}$ - газодинамическая скорость звука, $V_A = H / \sqrt{\rho}$, $\cos \theta = (\mathbf{H}, \mathbf{V}) / (H V)$.

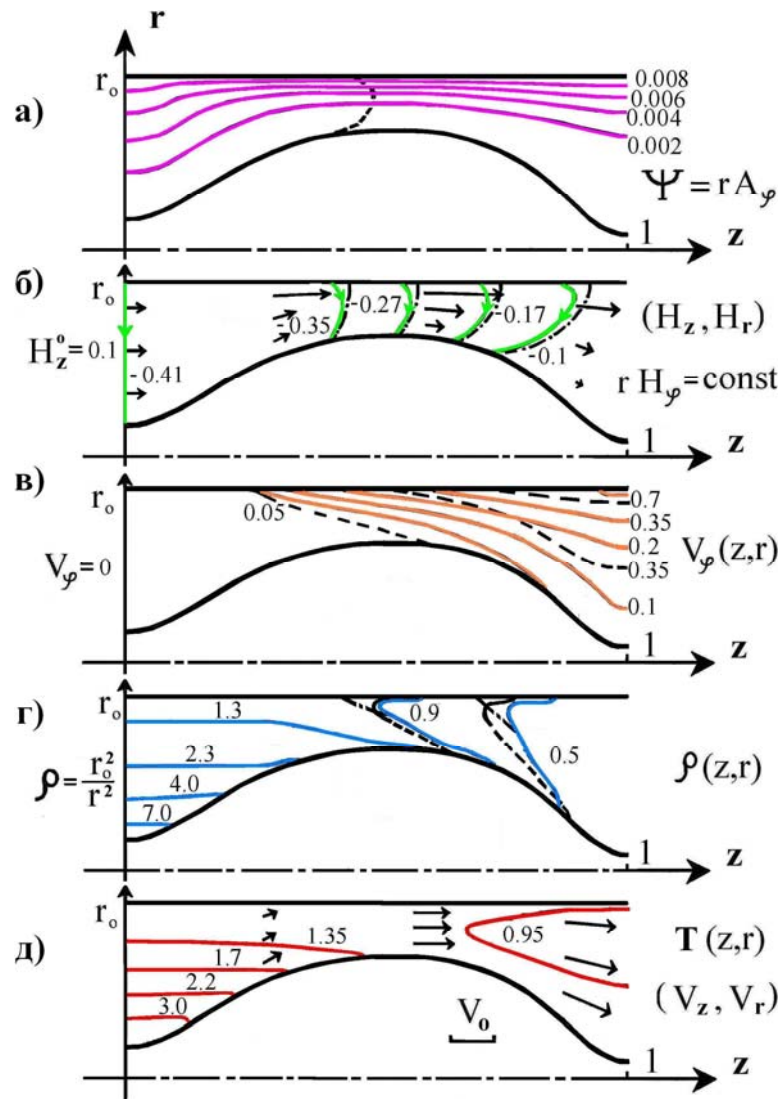


Рис. 39. Транзвуковое течение плазмы при наличии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.1$: **а)** линии уровня функции $\psi = r A_\varphi$ или магнитного потока; **б)** векторное распределение магнитного поля и электрический ток (сплошные линии уровня $r H_\varphi = const$, штрих-пунктир - расчет при $H_z^0 = 0$); **в)** азимутальная скорость (сплошные линии - расчет, штриховые кривые – аналитическая модель); **г)** распределение плотности $\rho(z, r)$ (сплошные кривые - расчет, штриховые кривые – аналитическая модель, штрих-пунктир - расчет при $H_z^0 = 0$); **д)** векторное поле скоростей и температура $T(z, r)$.

Продольное магнитное поле H_z (рис. 39б) увеличивается с ростом r и достигает максимального значения в окрестности внешнего электрода в наиболее узкой части канала ускорителя, где $H_z^{\max} = H_z(z \approx 0.5, r = r_0) = 0.48$. Плазма “выталкивает” продольное поле в область с меньшей концентрацией.

Азимутальная скорость $V_\varphi(z, r)$ (рис. 39в) увеличивается в радиальном и продольном направлениях. Иначе говоря, небольшое продольное поле приводит к возрастающему вращению плазмы, которое достигает максимального значения в окрестности внешнего электрода на выходе, где $V_\varphi^{\max} = V_\varphi(z=1, r=r_o) = 0.71$. Тем не менее, при $z=1$ доля кинетической

энергии $K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_\varphi}{\varepsilon_z} 100\%$, обусловленная вращением $\varepsilon_\varphi = \frac{1}{2} \int_{r_k}^{r_a} \rho V_\varphi^2 \pi r dr$,

составляет малую часть от продольной кинетической энергии вытекающего

потока $\varepsilon_z = \frac{1}{2} \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z^2 \pi r dr$. В данном случае эта величина равна $K_\varepsilon = 7\%$.

Поведение плотности $\rho(z, r)$ (сплошные кривые на рис. 39г) в окрестности внешнего электрода также обусловлено продольным магнитным полем. Случаю $H_z^o = 0$ отвечают штрих пунктирные кривые на рис. 39г и 39б. При наличии H_z вблизи внешнего электрода меняется наклон линий уровня функции $r H_\varphi$ (электрический ток) и одновременно здесь же происходит увеличение плотности, связанное с вращением плазмы. Рис. 40 более отчетливо иллюстрирует данный эффект. Здесь изображены зависимости плотности $\rho(z, r=r_o)$ от координаты z вдоль внешнего электрода $r_a = r_o$ при различных значениях H_z^o . Сплошные кривые 1 и 2 отвечают расчетам при $H_z^o = 0$ и $H_z^o = 0.1$ соответственно. На выходе из ускорителя ($z=1, r=r_o$) плотность увеличивается от значения $\rho_1 = 0.24$ в отсутствии продольного поля до величины $\rho_2 = 0.39$ при его наличии. Коэффициент увеличения плотности в присутствии продольного поля, определяемый как отношение $K_\rho = \rho_2 / \rho_1$, при данном значении H_z^o равен $K_\rho = 1.63$. В отсутствии продольного поля $H_z^o = 0$ согласно экспериментам в окрестности непроницаемого внешнего

электрода (анода) ближе к выходу за счет эффекта Холла возникает недостаток ионов. Это может привести к явлению кризиса тока и срыву процесса ускорения. Очевидно, что решение этой проблемы возможно путем введения в систему слабого продольного поля, благодаря возникающему вращению и “отжатию” плазмы к внешнему электроду (см., например [74]).

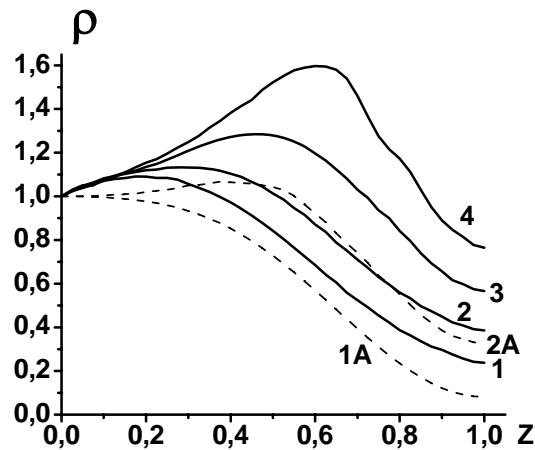


Рис. 40. Распределение плотности вдоль внешнего электрода: кривые 1 (1A) – расчет (аналитическая модель) при $H_z^0 = 0$; линии 2 (2A) – расчет (теория) при $H_z^0 = 0.1$; 3 – расчет при $H_z^0 = 0.15$; 4 - $H_z^0 = 0.2$

4.4.1. Сопоставление с аналитической моделью

Далее сопоставим результаты расчета установившегося течения плазмы с аналитическим решением [100-102]. Данные решения не обязаны совпадать, поскольку в аналитической модели используется приближение плавного канала для МГД-уравнений идеально проводящей холодной плазмы ($\nu = 0$, $\beta = 0$). Наиболее заметные отличия модели плавного канала характеризуются на рис. 39в, 39г и 40 штриховыми кривыми, которые соответствуют ближайшим сплошным линиям, отвечающим численной модели. Количественной характеристикой сопоставления двух моделей может служить относительная разница двух решений в норме L_2 . Среднеквадратичные отклонения для переменных ρ , V_z , H_φ , A_φ не превышают 10%. Для радиальной

компоненты V_r и V_φ эти отклонения несколько выше, что представляется вполне закономерным при использовании приближения плавного канала. Таким образом, принципиальных качественных отличий двух решений не наблюдается, а идеального количественного совпадения и не должно быть.

4.4.2. Формирование токового слоя при сильном продольном поле

Дальнейшие исследования на основе полной МГД-модели позволили выявить следующие закономерности [126]. Увеличение продольного магнитного поля очевидным образом приводит к росту плотности в окрестности внешнего электрода. Кривые 3 и 4 на рис. 40 отвечают соответственно значениям $H_z^0 = 0.15$ и $H_z^0 = 0.2$. С усилением продольного поля возрастает доля энергии вращения и значение коэффициента роста плотности. В случае $H_z^0 = 0.2$ имеем $K_\varepsilon = 36\%$, $K_\rho = 3.1$, $H_z^{\max} = 1.2$, $V_\varphi^{\max} = 1.3$. Начиная с некоторого критического значения продольного поля, происходит качественное изменение картины течения. Величина критического поля зависит от параметров задачи и условий подачи плазмы на входе. Если $H_z^0 > 0.2$ в рассматриваемом примере, вблизи внешнего электрода, где продольное поле имеет максимальные значения, в движущейся плазме формируются узкий токовый слой и область практически равномерного течения. Эта область ограничена снаружи эквипотенциальным электродом. Внутри канала область отделена от основного потока тонким слоем, изображенным на рис. 41 для $H_z^0 = 0.25$. Пунктир на этом рисунке отвечает $H_\varphi = 0$. Соответственно азимутальное поле меняет знак в пределах узкого слоя. Подобное замыкание электрического тока на внешнем электроде указывает на возможное образование привязок тока в случае достаточно больших значений H_z^0 . В аналитической модели также существует критическое продольное поле. При $H_z^0 > 0.15$ аналитическое решение [100-102], отвечающее трансзвуковому течению плазмы, не было найдено.

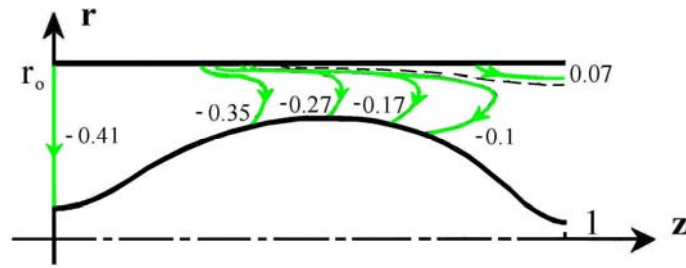


Рис. 41. Электрический ток ($r H_\varphi = const$) при $H_z^0 = 0.25$

4.4.3. Динамика плазмы при условии равномерной подачи плазмы на входе
 Равномерную подачу плазмы на входе ($\rho = 1, T = 1$ при $z = 0$) иллюстрирует рис. 42, представленный в [124,247]. Здесь изображено соответствующее трансзвуковое течение в присутствии продольного поля ($H_z^0 = 0.1$) и тех же значений n_0, T_0, J_p, L и соответственно ν, β (см. для сравнения рис. 39в, г, д). Распределения функции $\psi = r A_\varphi$ и магнитного поля \mathbf{H} качественно не отличаются и близки к тем, что представлены на рис. 39а и 39б.

В случае равномерной подачи продольное магнитное поле более плавно меняется в радиальном направлении и соответственно меньше его максимальное значение $H_z^{\max} = 0.32$ при $r = r_0$ и $z \approx 0.5$. Нарастание азимутальной скорости $V_\varphi(z, r)$ (сплошные кривые на рис. 42а) не столь значительно, и $V_\varphi = 0.47$ в точке $r = r_0$ и $z = 1$. Максимум $V_\varphi^{\max} = 0.56$ достигается уже при $r \approx 0.5 r_0$ и $z = 1$. В то же время доля энергии вращения на выходе практически не меняется $K_\varepsilon = 6\%$. Введение в систему продольного поля при равномерной подаче не приводит к качественно иному поведению плотности в окрестности внешнего электрода. Распределения плотности и температуры в объеме канала (сплошные кривые на рис. 42б, 42в) подобны тем, что получены в случае $H_z^0 = 0$. Они естественным образом отличаются от того, что представлено на рис. 39г и 39д, поскольку теперь на входе $\rho = 1$ и $T = 1$. Коэффициент увеличения плотности при $H_z^0 = 0.1$ меньше и равен $K_\rho = 1.4$.

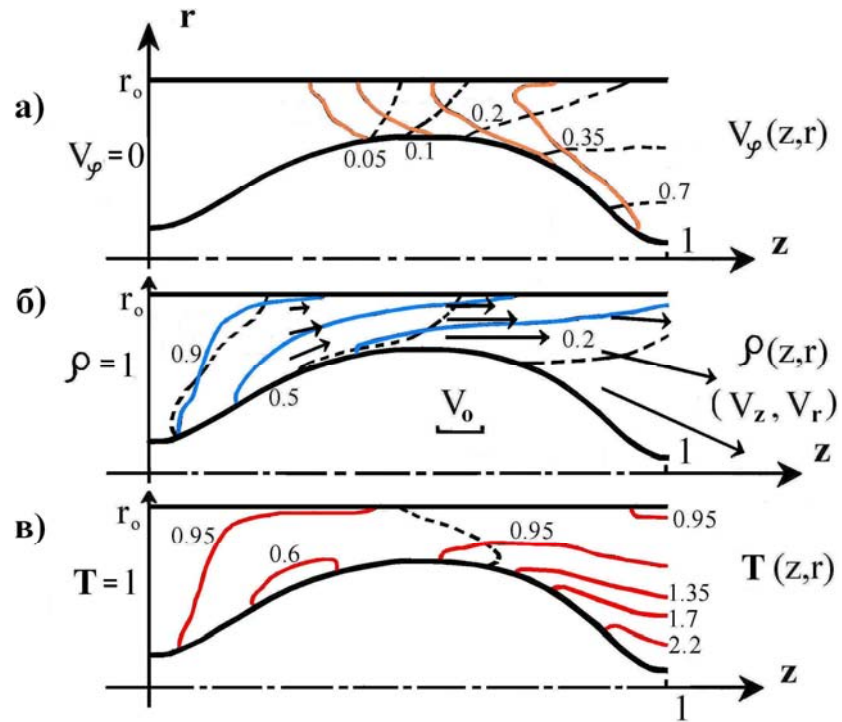


Рис. 42. Течение плазмы при наличии продольного поля $H_z^0 = 0.1$ и равномерной подачи на входе ($\rho = 1$): **а**) азимутальная скорость (на рис. а, б сплошные линии – расчет при $n_0 = 3.6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, штриховые кривые – $n_0 = 3.6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$); **б**) векторное поле скоростей (V_z, V_r) и распределение плотности $\rho(z, r)$; **в**) линии уровня температуры $T(z, r)$.

Сравнивая векторные поля скоростей (V_z, V_r) (рис. 39д и 42б), можно отметить, что в случае неравномерной подачи продольная скорость плазмы практически не зависит от радиуса r . Ее монотонный рост в направлении оси z очевиден и обусловлен ускорением плазмы. В данном случае (см. рис. 42б) продольная скорость зависит от радиуса и имеет более высокие значения в окрестности внутреннего электрода. Соответственно плотность здесь меньше. Штриховая линия на рис. 42в отвечает границе перехода через скорость быстрой магнитозвуковой волны в трансзвуковом потоке плазмы.

Независимо от способа подачи плазмы на входе распределения температуры $T(z, r)$ на рис. 39д, 42в за счет выделяемого тепла (слагаемое $\nu \mathbf{j}^2$ в уравнении (4.7)) существенно отличаются от тех распределений, которые отвечают изоэнтропическому течению ($T = \rho^{\gamma-1}$ во всем объеме канала), даже

при малых значениях магнитной вязкости ν или большой проводимости. Соответственно модель идеальной магнитной газодинамики является более грубой. Хотя в ряде случаев ($\nu \ll 1$, $\beta \ll 1$) МГД-модель для идеально проводящей среды позволяет получить значения искомых величин, за исключением температуры, близкие к результатам расчетов в МГД-модели с учетом конечной проводимости среды. Сказанное подтверждают вычисления, проведенные по двум моделям. Для указанных выше параметров они дают весьма близкие результаты, не связанные с распределением температуры. Кроме того, численные эксперименты показали, что при малых значениях $\beta \ll 1$ температурный фон не оказывает заметного влияния на динамику плазмы в целом. Поэтому учет переноса излучения не оказывает заметного влияния и не является элементом первой необходимости.

Аналогично случаю неравномерной подачи усиление продольного поля увеличивает долю энергии вращения и значения K_ρ , V_ϕ^{\max} , H_z^{\max} . Так, для $H_z^0 = 0.2$ имеем $K_\varepsilon = 22\%$, $K_\rho = 2.32$. С увеличением H_z^0 также наблюдается формирование токового слоя. В данном случае перестройка происходит при более высоких критических значениях продольного поля $H_z^0 > 0.3$.

Варьирование таких параметров задачи, как T_o , J_p , не приводит к принципиальным изменениям описанных выше процессов. Увеличение характерной температуры до $T_o = 6$ эВ ($\beta = 0.15$, $\sigma_o = 4220$) сопровождается уменьшением значения критического продольного поля, связанного с образованием токового слоя $H_z^0 > 0.25$. В то же время возрастают значения коэффициентов K_ε и K_ρ в сравнении с расчетом при $T_o = 2$ эВ. Подобные тенденции наблюдаются при увеличении разрядного тока. Если $J_p = 600$ кА и $T_o = 2$ эВ ($\beta = 0.001$, $\sigma_o = 1625$), то получим $K_\varepsilon = 30\%$ и $K_\rho = 2.7$ для значения $H_z^0 = 0.2$, которое является критическим для данных параметров.

Для более плотной плазмы $n_o = 3.6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ($\beta = 0.05$, $\sigma_o = 257$) расширяется диапазон значений продольного поля, отвечающих ламинарному течению $H_z^o < 0.5$. Несмотря на то, что с ростом H_z^o увеличивается значение K_ρ , большие значения H_z^o не представляют интереса, поскольку в этом случае велика доля энергии, обусловленная вращением. При $H_z^o = 0.5$ расчеты дают $K_\varepsilon = 120\%$, $K_\rho = 5.9$. В то же время для $H_z^o = 0.2$ имеем $K_\varepsilon = 20\%$ и $K_\rho = 2$.

Существенные изменения некоторых элементов картины течения связаны с дальнейшим ростом концентрации плазмы на входе. В рассматриваемом случае равномерной подачи плазмы и $n_o = 3.6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ($\beta = 0.5$, $\sigma_o = 81$) область с максимальными значениями продольного поля перемещается к внутреннему электроду в наиболее узкой части канала ($z \approx 0.5$). Плазма по-прежнему “выталкивает” продольное поле в область с меньшей концентрацией. Это отвечает такому известному свойству, как диамагнетизм плазмы. Данная тенденция соответствует распределению плотности, представленному на рис. 42б штриховыми линиями. Максимум азимутальной скорости (штриховые кривые на рис. 42а) достигается на выходе из канала в окрестности теперь уже внутреннего электрода, где плотность имеет минимальные значения с учетом свойства неравномерного по радиусу ускорения плазмы в канале ускорителя. Доля энергии, связанная с вращением, в рассматриваемых течениях существенно меньше. В расчетах для $H_z^o = 0.1$, 0.2 , 0.5 найдены соответственно следующие значения коэффициента $K_\varepsilon = 3\%$, 12% , 56% . Образование токовых слоев и привязок тока в данном случае не наблюдается. Таким образом, динамика потоков плазмы при больших значениях $\beta \geq 1$ характеризуется качественно иной картиной распределения продольного поля и азимутальной скорости. В этом случае газодинамические факторы соизмеримы либо преобладают над электромагнитными явлениями.

Закономерности происходящих процессов, их физическая интерпретация и возникающие течения зависят от безразмерных параметров ν и β , участвующих в задаче. Эти параметры, в частности, могут принимать одни и те же значения для различных комбинаций величин n_o , T_o , J_p и L . Динамика плазмы в КСПУ определяется малыми значениями $\beta \ll 1$.

4.5. Компрессионные течения на выходе из ускорителя с азимутальным магнитным полем для плазмы, генерируемой из различных газов

Квазистационарные плазменные ускорители (КСПУ) [1,5-9,63-74] являются многофункциональными системами, учитывая возможность их работы в ускорительном и компрессионном режимах. Использование ускорителей в качестве перспективных мощных электрореактивных плазменных двигателей предполагает оптимальную организацию ускорительного режима течения. Ускорительные режимы отвечают также задачам получения высокоэнергичных потоков плазмы для различных приложений, включая инжекцию в термоядерные установки. В компрессионных режимах течения форма канала ускорителя и его внутреннего электрода позволяет получать на оси системы область с высокими значениями плотности и температуры за счет сжатия или компрессии потоков плазмы. Соответственно одной из модификаций КСПУ являются магнитоплазменные компрессоры (МПК), предназначенные для генерации, главным образом, компрессионных потоков [3-4,61-62,75-79]. Компрессионные течения представляют интерес для плазменных технологий.

Математическим моделям и численным исследованиям динамики компрессионных потоков плазмы в КСПУ и МПК отводится существенная роль в понимании происходящих процессов и интерпретации экспериментальных результатов. Этим исследованиям в рамках магнитной газодинамики посвящен целый ряд публикаций (см., например, [1,6,10-14,106-107,195-196,250,251,254]). В газовой динамике аналогичные задачи возникают при изучении сверхзвукового продольного обтекания и течения за срезом цилиндра [292,293].

При этом основными элементами структуры газодинамического течения являются волна разряжения, коническая ударная волна, волна сжатия и контактный разрыв, отделяющий область возвратного течения от основного потока за донным срезом цилиндра. В рамках магнитной газодинамики исследование сверхзвукового обтекания плазмой цилиндрического электрода [294] показало, что при больших значениях параметра $\beta \gg 1$ картина течения принципиально не меняется, и элементы структуры газодинамического обтекания сохраняются. При малых значениях $\beta \ll 1$, характерных для КСПУ, в отличие от газодинамики образуется область компрессии с сильно нагретой и сжатой плазмой [1,6,11-14,196,254]. Форма внутреннего электрода в расширяющейся части канала КСПУ и МПК представляет собой коническую поверхность, обеспечивающую схождение потока на ось системы. На выходе из канала основным элементом структуры течения, выявленным в численных моделях, является коническая ударная волна. Кроме того, для традиционных ускорителей с азимутальным магнитным полем при наличии токов выноса на выходе из системы в компрессионном потоке наблюдается излом линий электрического тока на фронте ударной волны наряду с изломом линий потока.

Современный уровень исследований КСПУ, включая их модификации при наличии дополнительного продольного магнитного поля [74,102], и МПК нового поколения (см., например, [295]) позволяет использовать для генерации плазмы различные газы и их смеси. Изучение динамики многокомпонентной плазмы (см., например, [23,296]), состоящей из нескольких сортов ионов, является одним из актуальных направлений исследований в плазмодинамике. Наличие примесей может существенно влиять на динамические и излучательные характеристики потоков плазмы [195,196]. Один из этапов этих перспективных исследований, представленный в данном разделе, содержит сравнительный анализ потоков в канале и компрессионных течений на выходе из ускорителя с азимутальным магнитным полем для плазмы, генерируемой из различных газов, например, из водорода, гелия, азота или ксенона [254].

Численное исследование динамики потоков для достаточно плотной среды проведено на основе МГД-уравнений. По-прежнему параметры среды позволяют считать плазму квазинейтральной $n_i = n_e = n$ и пренебречь инерцией электронов ($m_e \ll m_i$). В рамках одножидкостной модели ($\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}$) постановка задачи включает традиционные уравнения магнитной газодинамики с учетом конечной проводимости среды, теплопроводности и эффективных потерь энергии на излучение. Для полностью ионизованной плазмы ($\alpha = 1$) в МГД-уравнениях (1.6) имеем $\rho = m_i n$, $P = P_i + P_e = 2 k_B n T$, $\varepsilon = 2 c_v T$, $c_v = k_B / (\gamma - 1) m_i$. Как и ранее считаем, что $T_i \approx T_e = T$. Электропроводность плазмы определяется соотношением (4.1), в котором время рассеяния электронов на ионах τ_{ei} вычисляется с помощью (1.9). Вязкостью компонент плазмы пренебрегаем, а вот теплопроводность среды следует учесть при наличии больших градиентов и нагреве плазмы в области компрессии. В данном случае она определяется с помощью соотношения (1.10). Кроме того, в уравнение для внутренней энергии (1.6), где $Q_{изл} = \text{div } \mathbf{W}$, в общем случае необходимо вычислять плотность потока энергии излучения \mathbf{W} и соответственно решать уравнение переноса излучения (см., например, [25,40,45,46,51,192-198,211-214,297]). Эффективные потери энергии, обусловленные излучением в линиях, рекомбинационным и тормозным излучением, в рассматриваемом случае составляют незначительную часть от внутренней энергии единицы объема, и не представляется целесообразным решать уравнение переноса излучения для исследования процессов на качественном уровне. Воспользуемся известными интегральными соотношениями (1.14) и (1.15) для вычисления $Q_{рек}$ и $Q_{торм}$ в суммарных потерях энергии на излучение $Q_{изл} = Q_{лин} + Q_{рек} + Q_{торм}$. Значительная часть энергии излучения для низкотемпературной плазмы сосредоточена в линиях особенно, если речь идет о многозарядных ионах, ионизационное состояние которых зависит от параметров среды и может быть определено с помощью

различных моделей (см., например, [36,51,59,298-299]). При этом средняя длина пробега фотонов для связанно-связанных процессов, как правило, меньше характерных размеров системы и возможных неоднородностей в распределении плотности и температуры. С одной стороны, это говорит о необходимости решать уравнение переноса излучения. В тоже время имеются оценки (см., например, [299-300]), которые позволяют эффективно учесть потери энергии на излучение в линиях, например, следующим образом:

$$Q_{лин} = 8 \cdot 10^{-23} Z_i^6 n_e n_i / \sqrt{T_e^3 (\text{эВ})} \left(\text{эрг} / \text{см}^3 \cdot \text{сек} \right) \quad (4.27)$$

где Z_i - заряд иона. Расчет переноса излучения в приближении прозрачной плазмы (см., например, [25,36,40,51,59,299-302]) дает очень близкие результаты. Соотношение (4.27) используется далее в расчетах при $Z_i = 1$.

Численная модель, также как и ранее, включает безразмерные переменные и параметры, которые зависят от массы иона m_i . Используя прежние единицы измерения, в частности, единицу скорости $V_o = H_o / \sqrt{4 \pi m_i n_o}$, приходим к тому, что в задаче участвуют следующие безразмерные параметры: $\beta = 8 \pi P_o / H_o^2$ - отношение газового и магнитного давлений на входе, $Re_m = \nu^{-1} = 4 \pi L V_o \sigma / c^2 = \sigma_o T^{3/2}$ - магнитное число Рейнольдса, безразмерные значения теплопроводности $\tilde{\kappa}$ и излучения $\tilde{Q}_{изл}$.

Рассмотрим двумерное осесимметричное, в общем случае нестационарное, течение плазмы в канале между двумя коаксиальными профилированными электродами и компрессионное течение на выходе из ускорителя при условии, что центральный электрод короче внешнего (рис. 43). При наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H_\varphi)$ в задаче участвуют две компоненты скорости $\mathbf{V} = (V_z, V_r, 0)$.

Постановка задачи включает традиционные граничные условия. На входе в канале полагаем, что плазма подается с известными значениями плотности $\rho(r) = f_1(r)$ и температуры $T(r) = f_2(r)$, ток поддерживается постоянным и

поступает в систему только через электроды, т.е. $j_z = 0$ или $r H_\varphi = r_o = const$ при $z = 0$, где $r_o = R_o / L$. Подача плазмы осуществляется вдоль определенного направления. На выходе для рассматриваемых трансзвуковых потоков предполагается свободное вытекание плазмы. Граничные условия на электродах отвечают стандартным предположениям: $E_r = 0$, $V_n = 0$. На оси системы ($r = 0$) имеем очевидные граничные условия: $V_r = 0$, $H_\varphi = 0$.

Используя выше изложенную методику численного интегрирования, соответствующие программные коды и метод установления, можно рассчитать квазистационарные режимы течения с азимутальным магнитным полем.

4.5.1. Пример компрессионного течения водородной плазмы

На основе представленной модели была проведена серия численных экспериментов для различных величин m_i и одинаковых значений n_o , T_o , J_p и L , соответствующих экспериментам в КСПУ и МПК [5-9,60-79]. Например, величины $n_o = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $T_o = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$, $R_o = 20 \text{ см}$ являются характерными для плазменных ускорителей и в случае водородной плазмы приводят к значениям $\sigma_o = 611$ и $\beta = 0.009$. Геометрия канала отвечает аналитическим исследованиям двумерных течений плазмы [102]. В аналитической модели в приближении холодной плазмы плотность на входе в канал меняется по закону $\rho(z=0, r) = r_o^2 / r^2$. Предполагая изэнтропичность поступающей плазмы ($S = c_v \ln P / \rho^\gamma = const$), имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z = 0$.

На рис. 43 (см. [254]) для указанных выше параметров представлено стационарное компрессионное течение водородной плазмы при условии неравномерной подачи на входе. На рис. 43а и 43б изображены линии уровня функций $\rho(r, z)$ или концентрации $n(r, z)$ и температуры $T(r, z)$. Отчетливо наблюдается коническая ударная волна, формирующаяся за внутренним электродом при значениях $z > 1$.

Линии уровня функции $r H_\varphi = const$ на рис. 43в определяют направление электрического тока при условии, что внешний электрод является анодом. На рис. 43г дано векторное поле скоростей (V_r, V_z) . Здесь же указан масштаб векторов, определяемый характерной скоростью V_0 . В соплообразном канале формируется трансзвуковое течение и в наиболее узкой части канала происходит переход скорости потока через скорость сигнала (см. (1.23) и штриховую линию на рис. 43г). На выходе из ускорителя в окрестности конической ударной волны наблюдается характерный излом линий потока плазмы и соответствующее скачкообразное изменение направления скорости.

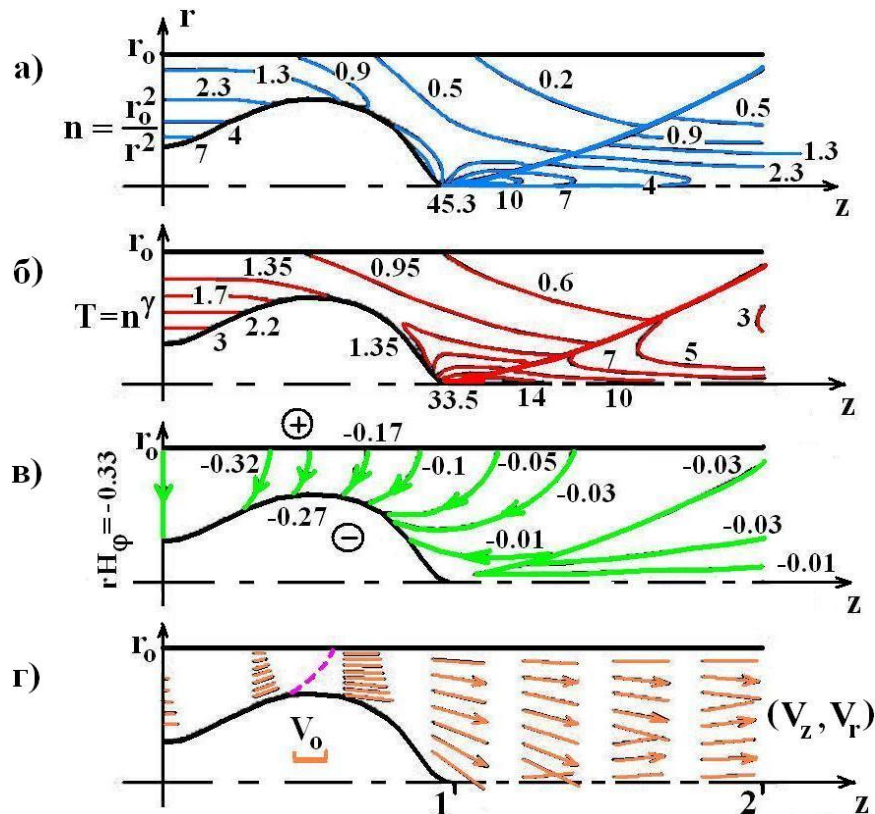


Рис. 43. Компрессионное течение водородной плазмы с азимутальным магнитным полем

Детальная картина изменения МГД-переменных на конической ударной волне представлена на рис. 44 с учетом отображения (см. рис. б) расчетной области в переменных (z, r) на плоскость координат (y, z) с помощью соотношения (1.24). Здесь показано как меняется в продольном направлении

при $y = 0.5$ а) плотность, б) функция $r H_\varphi$, в) продольная компонента скорости и г) радиальная компонента скорости. Сплошные кривые отвечают расчету на сетке (641x321), штриховые линии – (321x161).

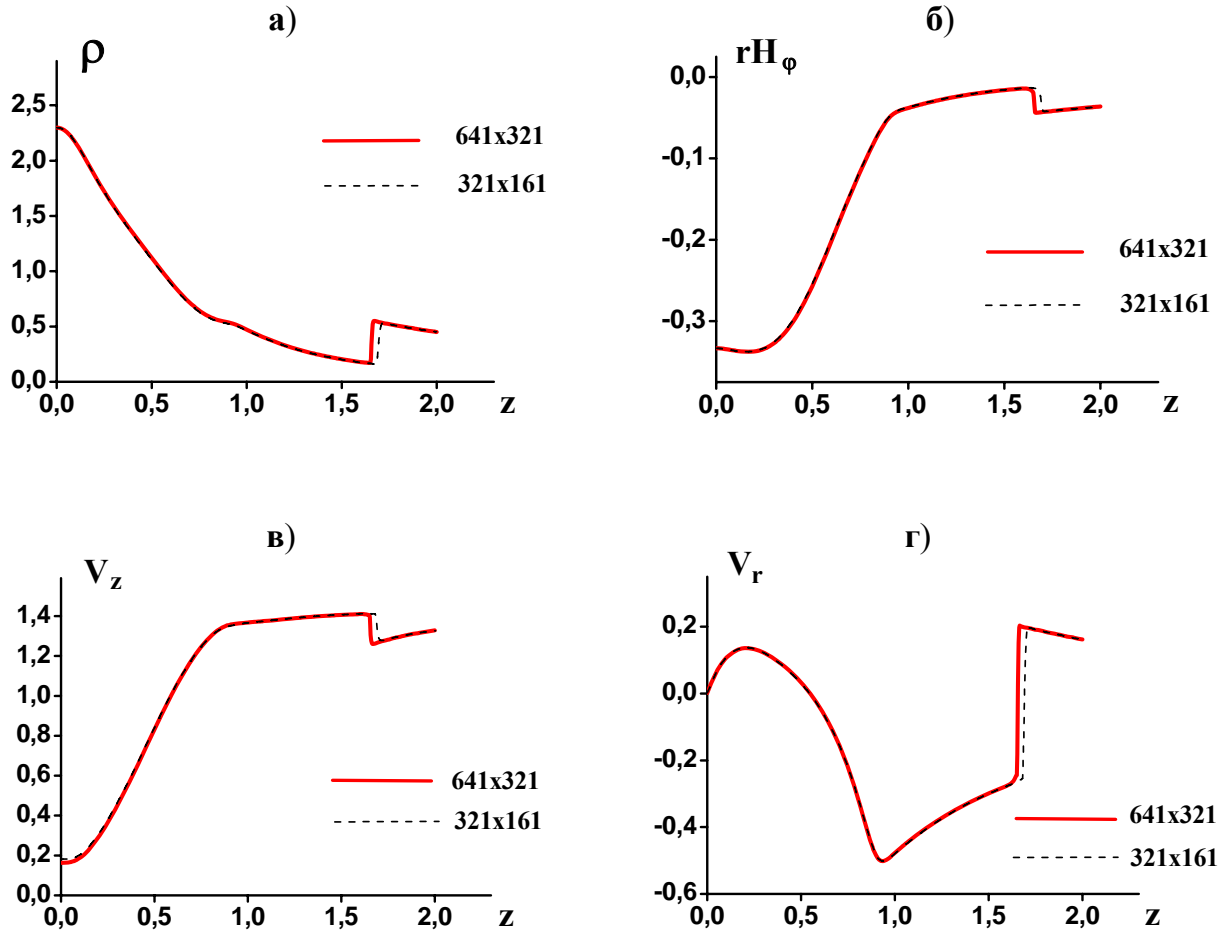


Рис. 44. Изменение МГД-переменных на конической ударной волне при $y = 0.5$

Соответствующий график зависимости температуры от z аналогичен графику, представленному на рис. 44а. Только скачкообразное увеличение температуры при $y = 0.5$ и $z \approx 1.7$ происходит от значения $T_1 \approx 0.5$ перед ударной волной до величины $T_2 \approx 5$ за ударным переходом. Распределения на рис. 44 и 45 являются иллюстрацией поведения МГД-переменных на конической ударной волне, где происходит скачкообразное изменение всех переменных, включая плотность, температуру и соответственно давление. Кроме того, в окрестности оси при любых значениях z наблюдается

относительное увеличение плотности и температуры. Это связано с приосевым течением, происходящим из области компрессии, расположенной на оси системы при $z \approx 1$, где плотность и температура имеют максимальные значения, представленные в таблице 2 (см. [254]).

| | водород | гелий | аргон | ксенон |
|---------------------------|---------|-------|-------|--------|
| $n_{\max} \cdot 10^{-15}$ | 45 | 33 | 19 | 16 |
| T_{\max}, eV | 67 | 76 | 108 | 130 |

Таблица 2. Максимальные значения концентрации и температуры в компрессионных потоках плазмы, генерируемой из водорода, гелия, аргона и ксенона при $J_p = 300 \text{ kA}$.

4.5.2. Степень сжатия в компрессионном потоке плазмы

Коническая ударная волна выявлена в двумерных численных моделях достаточно давно [11]. В разные периоды она являлась предметом все более детальных исследований. Казалось бы, что сам факт ее существования снимает вопрос о возможности непосредственного использования зоны компрессии в КСПУ и МПК для термоядерных целей, поскольку наличие ударной волны исключает возможность безударного сжатия и достижения высоких параметров компрессии. Безударное сжатие является предметом ряда исследований, в том числе термоядерных (см., например, [303-304]).

В рассматриваемом случае скачкообразное изменение МГД-переменных происходит на конической ударной волне при любых значениях $z > 1$. На рис. 45а представлено распределение плотности вдоль канала при $y = 0.25$. При этом ударный переход происходит при меньших значениях $z = 1.4$, и значение плотности на ударной волне увеличивается от $\rho_1 = 0.5$ до $\rho_2 = 2.1$ в безразмерных переменных, а степень сжатия составляет $\rho_2 / \rho_1 = 4.2$. Для $y = 0.06$ (рис. 45б) величина скачка МГД-переменных увеличивается и сжатие равно $\rho_2 / \rho_1 = 6.1$ при $\rho_1 = 2$, $\rho_2 = 12.2$. Для $y = 0$ график зависимости

плотности отвечает максимальному скачку и степени сжатия. Соответственно плотность меняется от величины $\rho_1 = 0.1$ при $z \approx 0.9$ и $r \approx 0$ в области максимального разрежения вследствие ускорения до максимального значения в зоне компрессии $\rho_{\max} = 45$ при $z \approx 1$. В результате имеем $\rho_{\max} / \rho_1 = 450$. Такое сжатие, а также изменение других переменных, не отвечают скачкам величин на ударной волне. При этом степень сжатия относительно значения плотности на входе при $z = 0$ и $r = r_k$, равного при условии неравномерной подачи $\rho_{in} = 9.8$, составляет незначительную величину $\rho_{\max} / \rho_{in} = 4.6$.

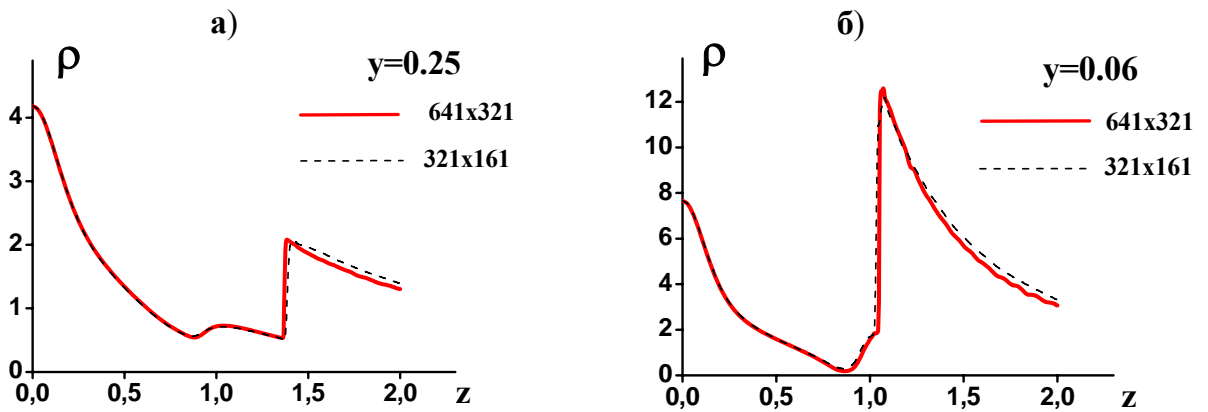


Рис. 45. Распределение плотности вдоль канала при а) $y = 0.25$ и б) $y = 0.06$

Оценка максимальной степени сжатия согласно (3.61) дает значение $\rho_{\max} / \rho_{in} = 35$. Однако соотношение (3.61) было получено в [3] на основе упрощенной модели, используя интеграл Бернулли в приближении узкой трубки потока при наличии азимутального магнитного поля в случае идеально проводящей плазмы и адиабатического сжатия.

Таким образом, анализ расчетов показывает, что возможно локальное течение вдоль узкой трубки потока, отвечающее высокой степени сжатия относительно состояния перед скачком уплотнения. Наблюдаемая степень сжатия не соответствует процессам на ударной волне. В этом смысле можно говорить о возможности безударного сжатия в компрессионных потоках

плазмы. Следует заметить, что параметры в зоне компрессии зависят от ряда факторов: способа подачи и параметров плазмы на входе, геометрии канала и разрядного тока в системе. Например, при прочих равных условиях для водородной плазмы (см. таблицу 2 для $J_p = 300 \text{ кА}$) и значении $J_p = 600 \text{ кА}$ имеем $n_{\max} = 141 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $T_{\max} = 174 \text{ эВ}$. В свою очередь для $J_p = 1 \text{ МА}$ получим еще более высокие значения $n_{\max} = 262 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $T_{\max} = 356 \text{ эВ}$.

4.5.3. Интегральные характеристики плазменных ускорителей

В рамках численной модели можно вычислить параметры, характеризующие работу плазменного ускорителя в целом [1,10,305]. Одним из интегральных параметров КСПУ является расход вещества, значение которого

$$\dot{m} = 2\pi \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z r dr \text{ для стационарных потоков с учетом закона сохранения}$$

массы, поддерживаемого в численной модели, можно определить в любом сечении канала ускорителя. В таблице 3 представлено, в частности, значение расхода, отвечающее течению водородной плазмы, представленному на рис. 43 для разрядного тока $J_p = 300 \text{ кА}$. Увеличение разрядного тока до $J_p = 600 \text{ кА}$ приводит к увеличению расхода до значения $\dot{m} = 41.8 \text{ г/с}$. При $J_p = 1 \text{ МА}$ имеем расход $\dot{m} = 68.7 \text{ г/с}$. Обобщенной характеристикой проточных плазмодинамических систем является также интегральный параметр обмена или параметр Морозова $\xi_{Mo} = J_p / J_{\dot{m}}$. Данный параметр определяет гидродинамический или холловский режим течения плазмы в той или иной установке. КСПУ является системой с малым параметром обмена $\xi_{Mo} \ll 1$. При наличии продольного магнитного поля и вращения плазмы вводятся дополнительные обобщенные характеристики (см., например, раздел 4.4).

Кроме того, интегралы по сечению на выходе из канала позволяют получить еще два важных интегральных параметра. Энергетической

характеристикой потока является мощность ускоренной струи

$N = \int_{r_k}^{r_a} \rho \frac{V_z^2}{2} 2\pi r dr$. Она представляет интерес, если рассматривать КСПУ,

например, как инжектор для термоядерных систем. Импульс, уносимый струей

за единицу времени, или тягу системы $P = \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z^2 2\pi r dr$ имеет смысл

оценивать для перспективных модификаций КСПУ в качестве мощных электрореактивных плазменных двигателя. Например, для варианта течения водородной плазмы, изображенного на рис. 43, значения данных интегралов в сечении $z = 0.85$ представлены в таблице 3 для $J_p = 300 \text{ кА}$. Для $J_p = 1 \text{ МА}$

мощность струи существенно выше $N = 27.6 \cdot 10^9 \text{ вт} = 27.6 \text{ Гвт}$, а тяга системы

$P = 5.8 \cdot 10^4 \text{ н}$ соизмерима с тягой мощных жидкостных ракетных двигателей.

| | водород | гелий | аргон | ксенон |
|-------------------------|---------|-------|-------|--------|
| $\dot{m} \text{ (г/с)}$ | 24.2 | 48.1 | 149.7 | 268.8 |
| $N \text{ (Мвт)}$ | 980 | 485 | 150 | 80 |
| $P \text{ (н)}$ | 6530 | 6460 | 6320 | 6230 |

Таблица 3. Значения расхода, мощности струи и тяги системы при $J_p = 300 \text{ кА}$ в потоках плазмы, генерируемой из водорода, гелия, аргона и ксенона

4.5.4. Сравнительный анализ компрессионных потоков плазмы, генерируемой из водорода, гелия, аргона и ксенона

Дальнейшие результаты [254] касаются эволюции компрессионных течений в ускорителе при изменении значения массы иона m_i . Остальные параметры расчетов остаются неизменными и соответствуют пункту 4.5.1, включая разрядный ток $J_p = 300 \text{ кА}$. На рис. 46а представлены графики зависимости модуля скорости от z вдоль средней координатной линии для плазмы,

генерируемой из различных газов. Видно, что с увеличением массы иона уменьшается скорость потока в канале КСПУ. В то же время энергия ионов $\varepsilon_i = m_i V^2 / 2$ практически не меняется (рис. 46б).

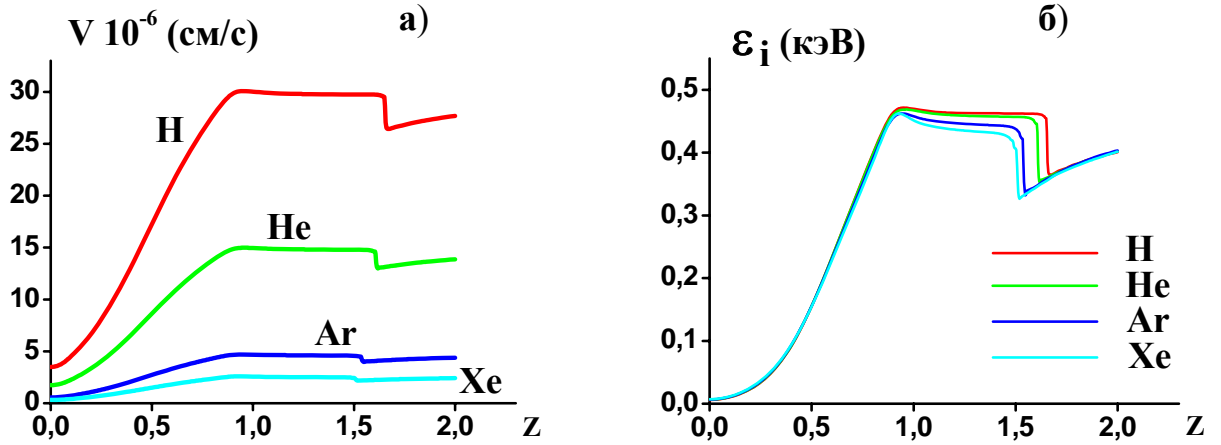


Рис. 46. Изменение а) модуля скорости и б) энергии иона вдоль средней координатной линии канала ускорителя для плазмы, генерируемой из водорода, гелия, аргона и ксенона

Характерное поведение МГД-переменных на конической ударной волне, где происходит скачок плотности, температуры, компонент скорости и магнитного поля, сохраняется при использовании различных газов для генерации соответствующей плазмы. Однако при переходе к более тяжелым газам уменьшается величина скачка скорости на ударной волне (см. рис. 46а).

Уменьшение скорости потока при увеличении m_i приводит к уменьшению параметров сжатия плазмы в области компрессии. В таблице 2 представлены максимальные значения концентрации и температуры в компрессионном потоке плазмы, генерируемой из различных газов. Видно, что для водорода значение n_{\max} существенно выше, чем для гелия, аргона и ксенона. Кроме того, с ростом m_i наблюдается увеличение угла наклона между образующей конической ударной волны и осью системы. На рис. 47 представлены для сравнения распределения температуры в компрессионных потоках плазмы, генерируемой из водорода и аргона.

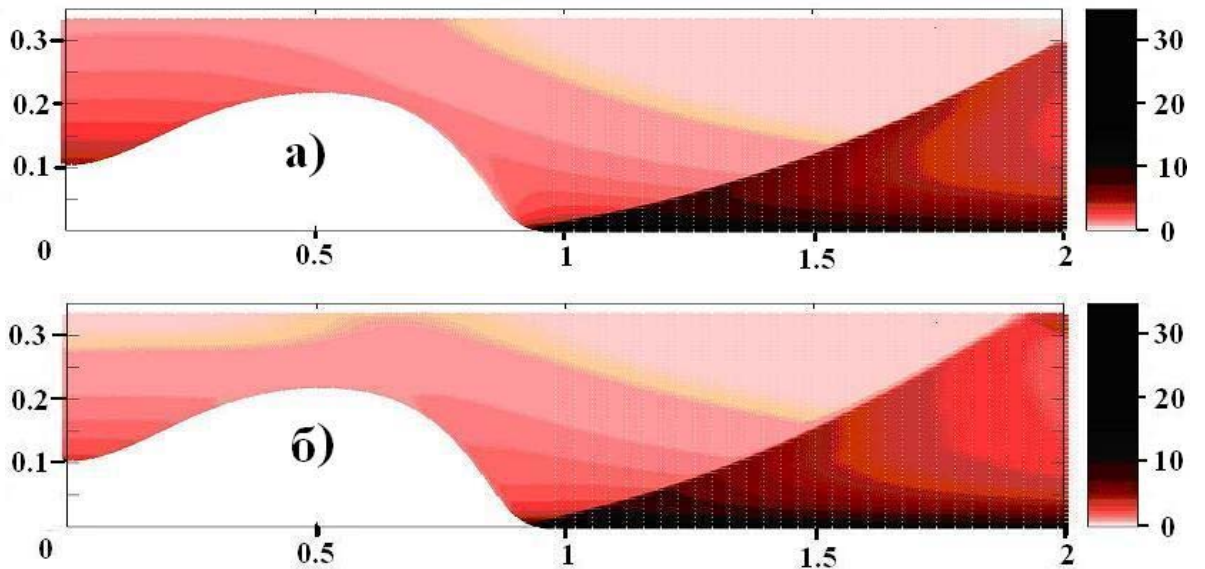


Рис. 47. Распределения температуры в компрессионных потоках плазмы, генерируемой из **а)** водорода и **б)** аргона.

В таблице 3 представлены интегральные значения расхода \dot{m} , мощности струи N и тяги системы P при использовании различных газов для генерации плазмы и прочих равных условиях, включая разрядный ток $J_p = 300 \text{ кА}$. Видно, что при использовании более тяжелых газов расход увеличивается, мощность струи падает, а вот тяга системы практически не меняется. Это означает, что именно водород как более распространенный элемент является самым предпочтительным газом для использования в перспективных модификациях КСПУ в качестве электрореактивных плазменных двигателей.

4.6. Компрессионные течения плазмы

при наличии продольного магнитного поля

Постановка задачи, включая уравнения и граничные условия, а также метод численного интегрирования, изложены в разделе 4.1. При наличии продольного магнитного поля и вращения плазмы необходимы дополнительные соотношения на оси системы ($r = 0$), где имеем очевидные граничные условия:

$$V_r = 0; \quad V_\varphi = 0; \quad H_\varphi = 0; \quad H_r = 0 \quad (A_\varphi = const)$$

Рассмотрим эволюцию компрессионного потока под воздействием продольного поля [129,250,251]. На рис. 48 представлено соответствующее

течение водородной плазмы в присутствии продольного магнитного поля, значение которого на входе равно $H_z^0 = 0.05$, при условии неравномерной подачи на входе, когда $\rho(z=0, r) = r_0^2 / r^2$, и прежних параметрах расчета: $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$, $R_0 = 20 \text{ см}$ (см. раздел 4.5.1).

На данном рисунке изображены: **а)** векторное распределение магнитного поля \mathbf{H} в проекции на плоскость (r, z) и электрический ток (j_r, j_z) (сплошные линии уровня $r H_\varphi = \text{const}$), **б)** линии уровня функции $\psi = r A_\varphi$ или магнитного потока (штриховые кривые) и азимутальная скорость $V_\varphi(r, z)$ (сплошные кривые), **в)** распределение плотности $\rho(r, z)$, **г)** векторное поле скоростей (V_r, V_z) в проекции на плоскость (r, z) , **д)** изолинии температуры $T(r, z)$. Штриховая кривая в наиболее узкой части канала на рис. 48г определяет границу перехода через скорость быстрой магнитозвуковой волны.

Также как и в отсутствии продольного поля (рис. 43), отчетливо наблюдаются коническая ударная волна, на которой происходит излом линий потока плазмы (рис. 48г), а также излом линий магнитного потока (рис. 48б) и соответствующие скачкообразные изменения компонент магнитного поля (рис. 48а). Температура, плотность и давление также скачкообразно возрастают на ударной волне. В целом зона компрессии представляет собой область сжатой и нагретой плазмы. Однако, под воздействием продольного магнитного поля такие параметры плазмы, как плотность и температура, заметно снижаются в области компрессии. Согласно рис. 48б вращение плазмы в окрестности конической ударной волны также меняется скачкообразно. Под воздействием продольного поля наблюдается незначительное увеличение угла между образующей конической поверхности ударной волны и осью системы. Существенным является то обстоятельство, что за ударной волной формируется область с относительно высокими значениями продольного поля, т.е. происходит генерация магнитного поля (см. рис. 48а).

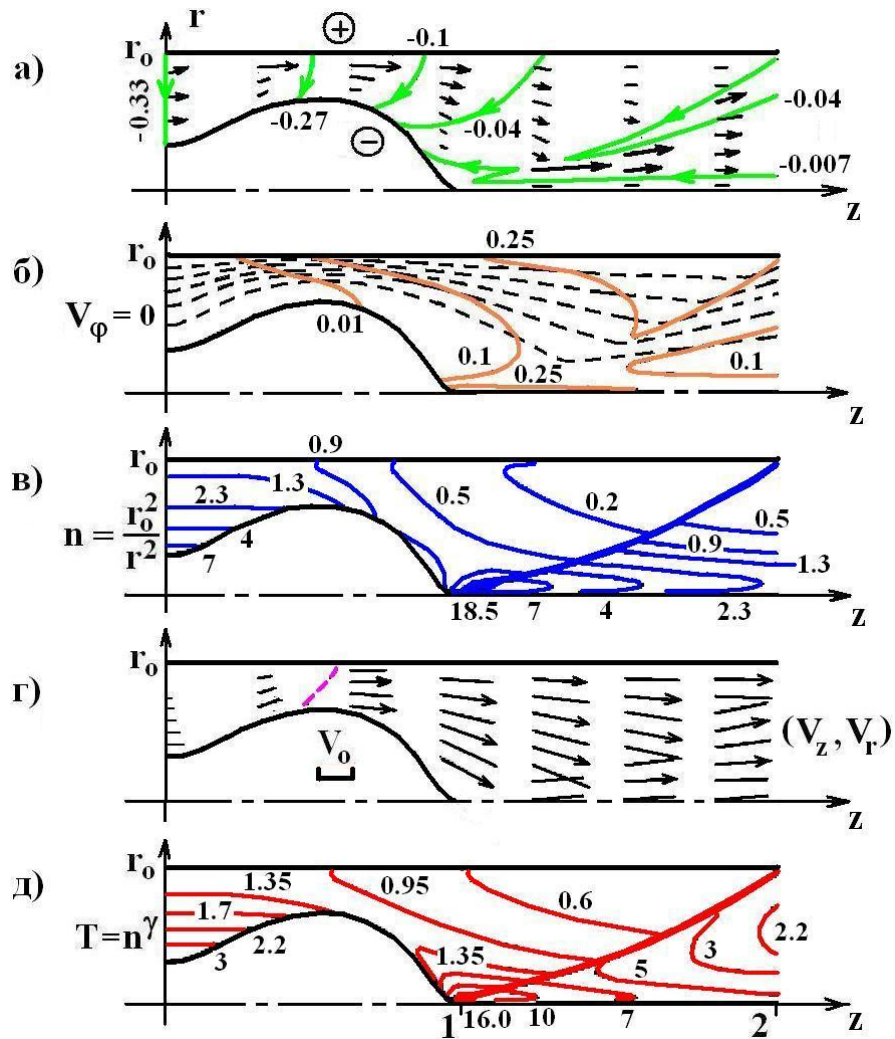


Рис. 48. Компрессионное течение плазмы при наличии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.05$.

Для более наглядной иллюстрации происходящих процессов рассмотрим соответствующие одномерные распределения. На рис. 49 изображены изменения вдоль средней координатной линии $y = 0.5$ с учетом отображения (1.24) расчетной области (z, r) на плоскость (y, r) для следующих переменных: **а)** плотности, **б)** продольной компоненты скорости V_z , **в)** радиальной компоненты V_r , **г)** азимутальной скорости V_φ , **д)** продольной компоненты магнитного поля H_z и **е)** азимутальной компоненты тока в плазме j_φ . Расчеты проведены на разных сетках, например, (321×161) и (161×81) . Хорошо видно, что на ударной волне происходит скачкообразное изменение МГД-переменных. Распределение азимутальной скорости (рис. 49г) позволяет констатировать, что

в окрестности ударной волны плазма вращается с относительно высокой скоростью, но за ударной волной скорость вращения резко уменьшается. При этом в окрестности ударного перехода азимутальный ток имеет максимальные значения (рис. 49е), и на разрыве наблюдается резкое увеличение или генерация продольного магнитного поля (рис. 49д).

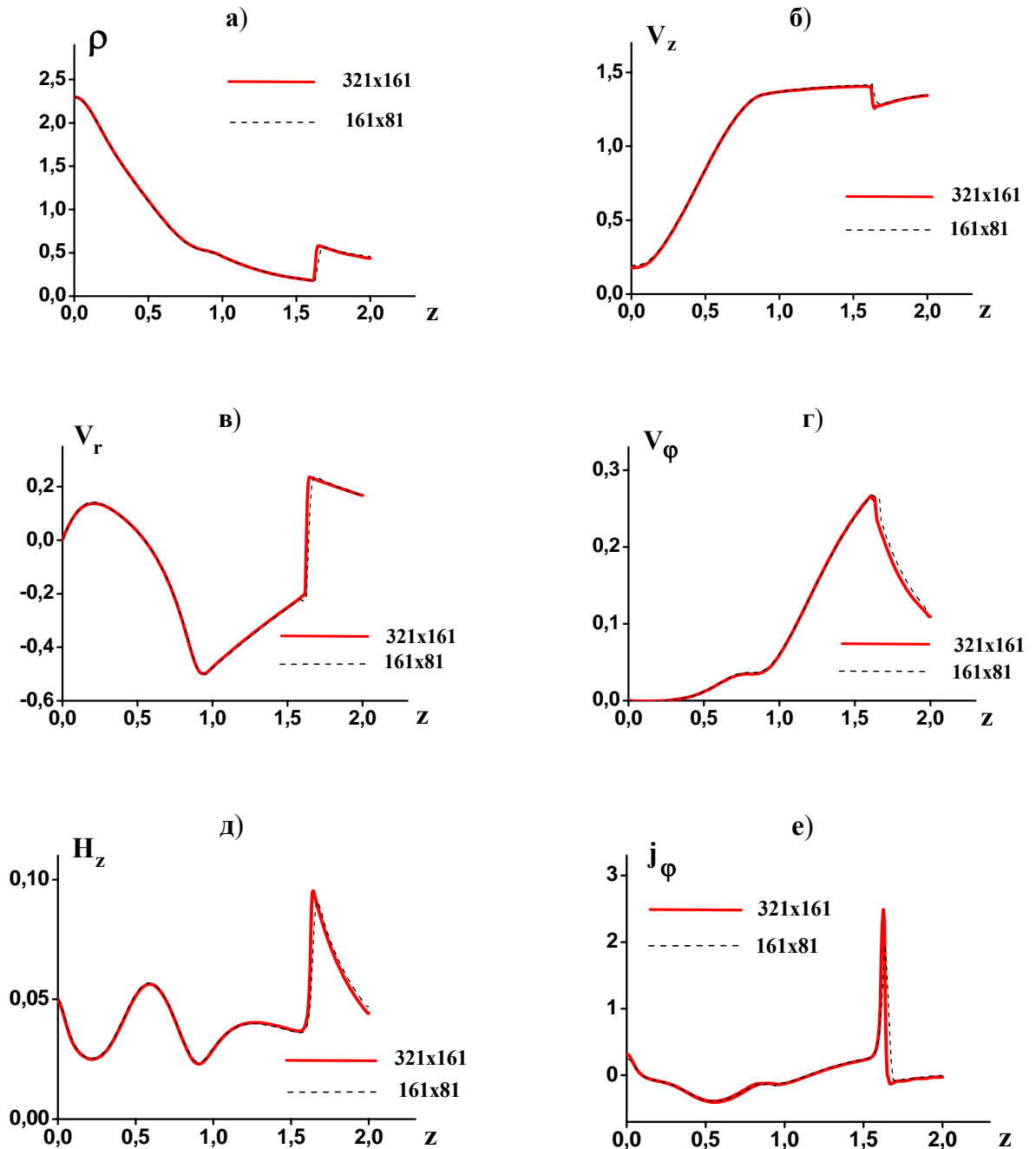


Рис. 49. Распределения МГД-переменных в компрессионном потоке вдоль канала при $y = 0.5$ в присутствии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.05$.

Одномерные распределения в радиальном направлении представлены на рис. 50 для $z = 1.5$ и разных значений продольного магнитного поля на входе в канал $H_z^0 = 0.05$ (см. рис. 48) и $H_z^0 = 0.1$. Здесь изображены изменения **а)** температуры, **б)** радиальной компоненты скорости V_r , **в)** радиальной компоненты магнитного поля H_r и **г)** азимутального магнитного поля H_φ . Отрицательные значения H_φ на рис. 50г и 48а соответствуют выбранной полярности электродов, когда центральным электродом является катод. Данные рисунки дополняют картину процессов на конической ударной волне, а сравнение кривых 1 и 2 для различных значений продольного поля на входе показывает, что с усилением продольного магнитного поля увеличивается угол наклона конической ударной волны к оси системы.

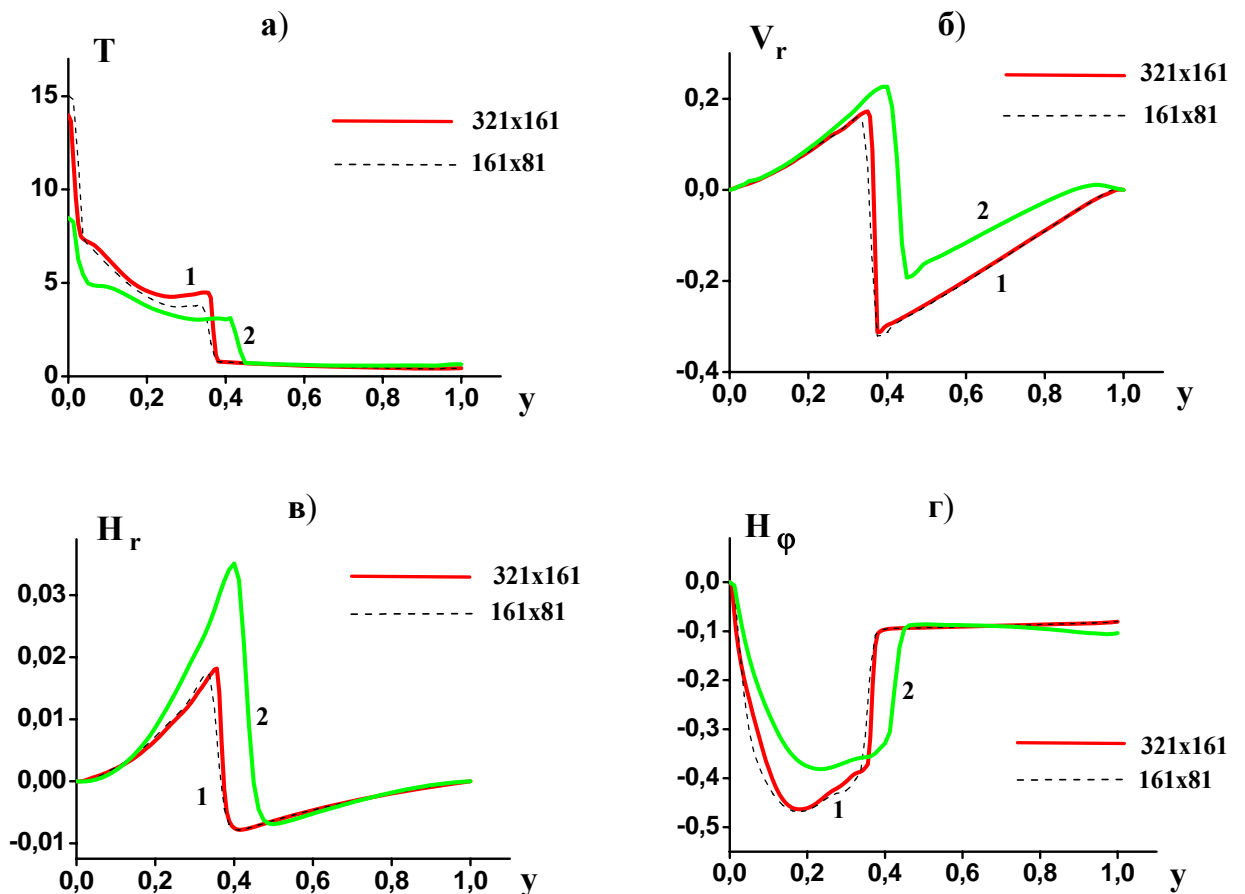


Рис. 50. Распределения МГД-переменных в радиальном направлении при $z = 1.5$ для $H_z^0 = 0.05$ (кривые 1) и $H_z^0 = 0.1$ (кривые 2).

Используемая модель учитывает конечную проводимость плазмы, диффузию магнитного поля и выделение тепла за счет столкновений, отвечающее слагаемому νj^2 в правой части уравнения (4.7). Несмотря на то, что известные соотношения на разрывах, включая ударные волны, отвечают идеально проводящей плазме, эти соотношения с определенной степенью достоверности могут быть использованы для рассматриваемого течения плазмы конечной проводимости. Анализ процессов на ударном переходе показал, в частности, что согласно известным теоретическим результатам на ударной волне выполнены соотношения $\mathbf{H}_\tau^R \parallel \mathbf{H}_\tau^L \parallel \{\mathbf{V}_\tau\}$, где $\{\mathbf{V}_\tau\} = \mathbf{V}_\tau^L - \mathbf{V}_\tau^R$ - скачок тангенциальной компоненты скорости (см., например, [18,22,25]). Считаем, что состояние справа от разрыва (R) принадлежит течению за ударной волной.

Резкое усиление продольного магнитного поля в окрестности зоны компрессии было также диагностировано в экспериментах [71], проведенных ранее для исследования влияния внешнего магнитного поля на компрессионные течения. До недавнего времени (см. [129,250,251]) ответ на “вопрос о том, является ли это случайностью или закономерностью” [71], оставался открытым.

Эффект усиления и поддержания магнитного поля, называемый гидромагнитным динамо или МГД-динамо (см., например [306,307]), может возникнуть в результате движения проводящей среды при определенных условиях, включая астрофизические процессы (см., например, [308]). Известно, что данный эффект невозможен при движении однородно-проводящей жидкости вдоль плоских поверхностей. В то же время он может возникнуть в результате вращательных движений проводящей среды вдоль поверхностей другого типа, в частности, цилиндрических и тороидальных. Необходимым условием работы гидромагнитного динамо является достаточно высокое значение магнитного числа Рейнольдса $Re_m \geq 10$. Все эти условия выполнены в случае компрессионного течения плазмы на выходе из КСПУ, где формируется коническая ударная волна и в набегающем вращающемся потоке присутствует слабое затравочное продольное магнитное поле.

Существует несколько теоретических подходов для объяснения различных механизмов усиления и поддержания магнитного поля. В данном случае речь идет о кинематическом динамо, когда генерация поля происходит при определенном течении плазмы. Пренебрегая магнитной вязкостью, можно считать, что магнитное поле заморожено в плазму и силовые линии поля приклеены к движущейся среде. При этом сохраняется магнитный поток через поверхность любого контура, движущегося со средой. На ударной волне в КСПУ и МПК наблюдается излом линий потока. Сопутствующая деформация контура может привести к усилению магнитного поля, что и происходит (см. рис. 48а, 49д). Имеющиеся теоретические описания природы МГД-динамо, как правило, не раскрывают одну из главных причинно-следственных связей генерации магнитного поля с возникающими токами. На рис. 49д, 50в и 49е видно, что особенности поведения магнитного поля на конической ударной волне связаны, в частности, с пиком в распределении азимутального тока

$$j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r},$$
 который достигает максимума на ударном переходе, где

компоненты H_r и H_z резко меняются. В свою очередь резкое изменение азимутальной скорости на ударной волне означает, что скорости вращения среды по обе стороны ударного перехода существенно различаются.

Выявленный эффект генерации магнитного поля на конической ударной волне в КСПУ является наглядным примером МГД-динамо, способствующим изучению фундаментальной и прикладной проблемы гидромагнитного динамо.

4.7. Выводы

Представлены результаты исследований динамики вращающихся осесимметричных потоков плазмы в канале коаксиального плазменного ускорителя при наличии продольного магнитного поля. В основе численных экспериментов лежит одножидкостная МГД-модель двумерных течений с учетом конечной проводимости среды. Верификация численной модели осуществлена с помощью аналитических исследований двумерных течений.

Установлено, что слабое продольное поле позволяет реализовать трансзвуковые течения в канале ускорителя при различных условиях подачи плазмы на входе. При этом, на выходе доля энергии, обязанная вращению, существенно меньше кинетической энергии направленного вдоль оси потока плазмы. Продольное магнитное поле образует своеобразный дополнительный канал для управления динамическими процессами в плазменном ускорителе и других устройствах, принцип действия которых основан на использовании главным образом азимутальной компоненты магнитного поля.

Небольшое продольное магнитное поле, действуя на протяжении всей длины канала, приводит к постепенно нарастающему вращению плазмы. В результате наблюдается увеличение концентрации плазмы в окрестности внешнего электрода. Данное обстоятельство указывает на возможность преодоления или ослабления явления кризиса тока в каналах плазменных ускорителей со сплошными электродами. В то же время при достаточно сильном продольном поле наблюдается формирование токовых слоев в движущейся плазме и привязок тока на внешнем электроде. Полученные результаты стимулировали дальнейшие экспериментальные [74], теоретические и численные исследования, в частности, разработку МГД-модели с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды (см. главу 5).

На основе одножидкостной МГД-модели с учетом проводимости, теплопроводности и потерь энергии на излучение проведен сравнительный анализ компрессионных потоков плазмы, генерируемой из различных газов в КСПУ с азимутальным магнитным полем. Для всех газов течение на выходе из ускорителя содержит коническую ударную волну, на которой происходит скачкообразное изменение плотности, температуры и давления. На ударной волне наблюдается характерный излом линий потока плазмы. В целом зона компрессии представляет собой область сжатой и нагретой плазмы. При переходе к более тяжелым газам уменьшается скорость потока в канале, соответственно плотность плазмы в области компрессии, а также уменьшаются

скачки величин, включая скорость, при переходе через коническую ударную волну. Для водорода максимальное значение концентрации в зоне компрессии существенно больше, чем аналогичные значения для гелия, аргона и ксенона. Кроме того, с ростом массы иона наблюдается увеличение угла наклона между образующей конической ударной волны и осью системы.

Анализ интегральных характеристик ускорителей при использовании различных газов для генерации плазмы показал, что переход к более тяжелым газам сопровождается увеличением расхода в системе и падением мощности струи. В то же время тяга системы практически не меняется. Соответственно водород следует рассматривать как наиболее предпочтительный газ для использования в перспективных модификациях КСПУ в качестве мощных электрореактивных плазменных двигателей.

Выявлены особенности компрессионных потоков плазмы на выходе из канала КСПУ при наличии продольного магнитного поля. Под воздействием слабого продольного поля плазма начинает вращаться с относительно высокой скоростью в окрестности конической ударной волны и наблюдается увеличение угла между образующей конической поверхности ударной волны и осью системы. За ударной волной и на оси системы формируется область с относительно высокими значениями продольного поля, т.е. наблюдается генерация магнитного поля. В целом зона компрессии представляет собой область сжатой и нагретой плазмы. Однако, под воздействием продольного магнитного поля такие параметры плазмы, как плотность и температура, заметно снижаются в области компрессии.

Обнаруженная генерация магнитного поля на конической ударной волне в КСПУ с продольным магнитным полем является конкретным примером гидромагнитного динамо или МГД-динамо, когда по обе стороны конической поверхности происходит вращение среды с разной скоростью, а азимутальный ток имеет максимальные значения в окрестности ударного перехода.

ГЛАВА 5

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИЭЛЕКТРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В КСПУ И
УСКОРИТЕЛЯХ С ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ
В РАМКАХ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ МГД-МОДЕЛИ**

Оптимизация и совершенствование КСПУ, включая эксперименты на плазменных ускорителях с дополнительным продольным магнитным полем [74], проводятся одновременно с теоретическими и численными исследованиями (см., например, [6,101,102,114,115,119,124,127,130,134,232]).

Приэлектродные процессы и взаимодействие потоков плазмы с твердым телом, включая изоляторы и элементы металлических конструкций, относятся к принципиальным проблемам плазмодинамики. Данные вопросы актуальны для КСПУ и других устройств, например, стационарных плазменных двигателей (СПД), торцевых сильноточных ускорителей (ТСУ), магнитоплазменных двигателей (МПД), МГД-генераторов, различных термоядерных систем. Многообразие процессов на поверхности широко представлено в литературе (см., например, [1,12,58,66,69,72-73,87-95,104,118,128,130,132-134,258-264,309]) и включает в себя такие явления, как адсорбция и десорбция атомов, поверхностная ионизация, распыление поверхности, различные виды эмиссии электронов, электронные и дебаевские слои, пристеночная проводимость, рециклинг, эрозия электродов и другие процессы. Пограничные слои могут характеризоваться различными масштабами, в частности, дебаевским радиусом R_D , электронным и ионным ларморовскими радиусами $R_{e,i}$, а также длиной свободного пробега $\lambda_{e,i}$. Кроме этих и других переменных в задачах всегда присутствует параметр δ , характеризующий толщину пограничного слоя. В ряде интересных случаев, включая рассматриваемые процессы, толщина δ много больше характерных внутренних масштабов. Пограничные слои по своим свойствам принципиально отличаются от основных потоков и могут оказывать влияние на формирование макроструктуры ядра потоков.

В КСПУ приэлектродные процессы также являются существенным фактором, влияющим на динамику потоков в целом. Не претендуя на полноту описания всех процессов на поверхности электродов, ограничимся исследованием макроскопических процессов в пограничном слое плазмы и его взаимодействием с основным потоком при условии, что $\delta \gg R_{e,i}, R_D, \lambda_{e,i}$. Причину возникновения крупномасштабных приэлектродных слоев можно понять, рассмотрев диаграммы или эпюры ускорителей с азимутальным магнитным полем для различных режимов токопереноса. Эти эпюры были представлены на рис. 32, где ускорительный канал схематично изображен в виде прямоугольника, полагая для определенности, что внешний электрод является анодом. В режиме ионного токопереноса (см. рис. 32а) штриховые линии, отвечающие функции потока электронной компоненты, в случае холодной плазмы совпадают с эквипотенциальным анодом. Траектории ионов на рис. 32а схематично изображены наклонными сплошными линиями. Заштрихованная область на рис. 32а условно определяет пограничный слой, возникновение которого становится очевидным. Данный режим течения с ионным токопереносом предполагает подачу вещества через проницаемый анод и реализован в ряде экспериментов [7-9,63-74].

На практике в целом ряде случаев, в ускорителях и иных устройствах с аналогичным принципом действия, продолжают использовать непроницаемые эквипотенциальные электроды. В этом случае с точки зрения теории и в соответствии с рис. 32 на поверхности электродов осуществляется слияние ионных траекторий и эквипотенциалей или близких к ним электронных траекторий. Такое слияние противоречит природе процессов. Теоретический анализ [1,12] динамики плазмы поперек магнитного поля $H = H_\varphi$ в окрестности эквипотенциального непроницаемого электрода ($\mathbf{E} \perp \mathbf{V}$, $V_n = 0$, $E_\tau = 0$) был проведен на основе обобщенного закона Ома. Поскольку $\mathbf{V}_e \neq \mathbf{V}_i$, учет эффекта Холла и параметра $\omega_e \tau_e$ приводит к появлению продольной

холловской компоненты тока $j_{||} \sim \omega_e \tau_e j_{\perp}$ и отжатию плазмы от анода. В свою очередь уменьшение концентрации в окрестности электрода увеличивает значение $\omega_e \tau_e$ и еще больше усиливает ток вдоль анода и отжатие плазмы от электрода. В результате при определенных условиях может произойти изменение структуры течения. В ускорителе появляются колебания большой амплитуды. В экспериментах это приводит к явлению кризиса тока, которое проявляется на вольтамперных характеристиках. Если разрядный ток в системе больше некоторого критического значения $J_{кр}$, то напряжение на разряде резко растет и система препятствует прохождению токов большей величины.

В теоретических и численных исследованиях влияние пограничных слоев на основной поток реализуется через граничные условия, которые должны учитывать характер взаимодействия плазмы с поверхностью твердого тела. Ранее использовались упрощенные численные модели с учетом эффекта Холла (см., например, [6,11,14]), которые не включали зависимость коэффициентов в уравнениях и граничных условиях от параметра $\omega_e \tau_e$. Кроме того, в прежних численных моделях преимущественно использовались безразмерные параметры. Такая практика не способствовала сравнению с экспериментами. В расчетах течений в каналах с непроницаемыми электродами наблюдались так называемые «анодные взрывы» [11,14]. Их возникновение трактовалось на основе теории. Однако прежние модели не позволяли выявить процессы, соответствующие теоретическому анализу причин возникновения кризиса тока.

В данной главе представлены исследования динамики плазмы в канале коаксиального ускорителя на основе двухкомпонентной МГД-модели с учетом эффекта Холла, тензора проводимости среды и зависимости коэффициентов от параметра $\omega_e \tau_e$. Разные модификации двухжидкостной МГД-модели отвечают постановке различных граничных условий и были использованы, в частности, для сопоставления двумерных численной и аналитической моделей.

Теоретические исследования и расчеты режима ионного токопереноса, проведенные с помощью двухжидкостной МГД-модели, представлены в

работах [100-104,121-122,130,249,252,310-311]. Для данного режима токопереноса в окрестности электродов не наблюдалось возникновения и формирования каких-либо неустойчивостей. Этот режим предполагает согласованную подачу плазмы через проницаемые электроды.

На основе двухжидкостной МГД-модели были также проведены исследования динамики плазмы, приэлектродных процессов и влияния различных факторов на эффект возникновения кризиса тока в канале с непроницаемыми сплошными эквипотенциальными электродами в отсутствие и при наличии продольного магнитного поля [132-134,312].

Исследования, изложенные в четвертой главе, были проведены на основе одножидкостной МГД-модели и показали, что введение в систему дополнительного продольного магнитного поля может предотвратить возникновение приэлектродных нерегулярностей за счет возникающего вращения и увеличения концентрации в окрестности внешнего электрода. Это нашло подтверждение в рамках двухкомпонентной МГД-модели, которая позволила выявить приэлектродные процессы, предсказанные теорией, и провести сопоставление с имеющимися экспериментальными данными.

Кроме того, двухжидкостная МГД-модель течений, включая общий случай трехкомпонентного магнитного поля, была использована для развития метода одиночных пробных частиц [202], ранее разработанного для исследования динамики ионов примесей заданной массы и заряда в основном потоке водородной плазмы [114]. В результате выявлен эффект самоочищения потока водородной плазмы в канале КСПУ и условия его возникновения [127].

5.1. Уравнения двухжидкостной магнитной газодинамики

В отсутствие диссипации уравнения идеальной газодинамики для компонент плазмы получаются в пределе, когда длина свободного пробега стремится к нулю и функция распределения считается максвелловской. При наличии диссипации соответствующие коэффициенты определяют при условии, что локальная функция распределения мало отличается от максвелловской.

В плазме для столкновительного члена Л.Д. Ландау техника получения уравнений переноса частиц, импульса и энергии из кинетических уравнений была развита С.И. Брагинским и Л. Спитцером. В работе [23] найдены явные выражения для диссипативных коэффициентов в уравнениях. Следуя этой работе, приведем систему уравнений переноса для двухкомпонентной простой плазмы, состоящей из электронов и одного сорта ионов:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} n_e \mathbf{V} = 0 ; \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} n_i \mathbf{V} = 0 \quad (5.1)$$

$$m_e n_e \frac{d_e \mathbf{V}_e}{d t} = -\nabla P_e - e n_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_e, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{R} \quad (5.2)$$

$$m_i n_i \frac{d_i \mathbf{V}_i}{d t} = -\nabla P_i + Z_i e n_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_i, \mathbf{H}] \right) - \mathbf{R} \quad (5.3)$$

$$\frac{k_B}{\gamma - 1} n_e \frac{d_e T_e}{d t} + P_e \operatorname{div} \mathbf{V}_e = Q_e - \operatorname{div} \mathbf{q}_e \quad (5.4)$$

$$\frac{k_B}{\gamma - 1} n_i \frac{d_i T_i}{d t} + P_i \operatorname{div} \mathbf{V}_i = Q_i - \operatorname{div} \mathbf{q}_i \quad (5.5)$$

где $P_e = k_B n_e T_e ; \quad P_i = k_B n_i T_i ; \quad \frac{d_{e,i}}{d t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_{e,i} \nabla).$

В данной системе уравнений пренебрегаем вязкостью компонент плазмы в силу ее малости. Для достаточно плотной среды будем считать плазму квазинейтральной $Z_i n_i = n_e = n$. Пренебрежем инерцией электронов $m_e \ll m_i$. Соответственно из (5.2) следует обобщенный закон Ома. В рассматриваемом диапазоне параметров задачи с учетом оценок и экспериментальных данных будем полагать, что $T_i \cong T_e = T$. Результаты численных экспериментов демонстрируют тот факт, что на уравнение энергии не ложится сколько-нибудь существенной нагрузки в общей картине динамики плазмы. Кроме того, ограничимся исследованием динамики водородной плазмы ($Z_i = 1, m = m_i = m_p$), часто используемой в экспериментах. Уравнения переноса замыкаются уравнениями Максвелла, в которых пренебрегаем током смещения.

В результате несложных преобразований исходных уравнений переноса (5.1)-(5.5) с учетом уравнения индукции магнитного поля и сделанных выше предположений получим следующую систему уравнений [130,134,310]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0 ; \quad \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] \quad (5.6)$$

$$\rho \frac{d \varepsilon}{d t} + P \operatorname{div} \mathbf{V} = Q - \operatorname{div} \mathbf{q} + \frac{k_B}{e(\gamma-1)} (\mathbf{j}, \nabla) T + \frac{P_e}{e} \operatorname{div} \frac{\mathbf{j}}{n} \quad (5.7)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot} \mathbf{E} ; \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} [\mathbf{V}_e, \mathbf{H}] - \frac{1}{e n} \nabla P_e + \frac{1}{e n} \mathbf{R} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H} = e n (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e) ; \quad \frac{d}{d t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla) \quad (5.9)$$

$$P = P_i + P_e = 2(c_p - c_v) \rho T ; \quad \varepsilon = 2 c_v T ; \quad k_B / m = c_p - c_v = c_v (\gamma - 1)$$

Здесь $\mathbf{V} = \mathbf{V}_i$, P - суммарное давление, $\rho = m n$ - плотность тяжелых частиц, \mathbf{j} - электрический ток; \mathbf{q} - тепловой поток.

5.1.1. Коэффициенты переноса

Коэффициенты переноса в магнитном поле зависят от $\chi = \omega_e \tau_e$, где

$$\omega_e = \frac{e H}{m_e c} \quad - \text{циклотронная частота электронов,} \quad \tau_e = \frac{3 \sqrt{m_e} (k_B T)^{3/2}}{4 \sqrt{2 \pi} \Lambda e^4 Z_i^2 n} \quad -$$

электронное время между столкновениями, Λ - кулоновский логарифм.

Передача импульса путем столкновений от ионов к электронам $\mathbf{R} = \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_T$ складывается из силы трения \mathbf{R}_j , обусловленной наличием относительной скорости $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i = -\mathbf{j} / e n$, и термосилы \mathbf{R}_T , связанной с градиентом температуры. В соответствии с работой [23] имеем

$$\mathbf{R}_j = \frac{e n}{\sigma} \left(A_1(\chi) \mathbf{j}_{//} + A_2(\chi) \mathbf{j}_{\perp} - \frac{A_3(\chi)}{H} [\mathbf{H}, \mathbf{j}] \right) \quad (5.10)$$

$$\mathbf{R}_T = -k_B n \left(B_1(\chi) \nabla_{//} T + B_2(\chi) \nabla_{\perp} T + \frac{B_3(\chi)}{H} [\mathbf{H}, \nabla T] \right) \quad (5.11)$$

Здесь $\mathbf{j}_{//} = (\mathbf{j}, \mathbf{H}) \mathbf{H} / H^2$ и $\mathbf{j}_{\perp} = [\mathbf{H}, [\mathbf{j}, \mathbf{H}]] / H^2$ - компоненты вектора, параллельного и перпендикулярного магнитному полю; $A_{1,2,3}(\chi)$ и $B_{1,2,3}(\chi)$ - известные функции переменной величины $\chi = \omega_e \tau_e$; $\sigma = e^2 n_e \tau_e / m_e \sim T^{3/2}$ - электропроводность среды.

Электронный поток тепла также складывается из двух частей $\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_j^e + \mathbf{q}_T^e$. Поток тепла \mathbf{q}_T^e , обусловленным градиентом температуры, в канале ускорителя можно пренебречь, т.к. $q_T^e \ll q_j^e$. Кроме того, ионный поток тепла существенно меньше электронного и им также можно пренебречь ($q_i \ll q_e$). В результате получим

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_e + \mathbf{q}_i \approx \mathbf{q}_j^e = -\frac{k_B T}{e} \left(B_2(\chi) \mathbf{j} + \frac{B_1(\chi) - B_2(\chi)}{H^2} (\mathbf{j}, \mathbf{H}) \mathbf{H} + \frac{B_3(\chi)}{H} [\mathbf{H}, \mathbf{j}] \right)$$

Суммарное тепло, выделяющееся вследствие столкновений, равно

$$Q = Q_i + Q_e = (\mathbf{R}, \mathbf{j}) / e n \quad (5.12)$$

5.1.2. Тензорная проводимость

Для того чтобы понять тензорную природу проводимости, воспользуемся обобщенным законом Ома. Учитывая первые два слагаемых в (5.10) и соотношение $\mathbf{V}_e = \mathbf{V} - \mathbf{j} / e n$, уравнение (5.8) запишем в виде

$$\frac{\mathbf{j}_{//}}{\sigma_{//}} + \frac{\mathbf{j}_{\perp}}{\sigma_{\perp}} = \mathbf{E}^* - \frac{1}{e n c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}], \quad \mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \frac{\nabla P_e}{e n} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] \quad (5.13)$$

где \mathbf{E}^* - напряженность эффективного электрического поля. Зная функции $A_1(\chi)$ и $A_1(\chi)$ [23], при $\chi = \omega_e \tau_e \ll 1$ найдем, что $\sigma_{//} \approx \sigma_{\perp} = \sigma$. В противоположном случае $\omega_e \tau_e \gg 1$ имеем $\sigma_{//} \approx 2 \sigma_{\perp}$. Рассматривая (5.13) в проекциях на направление магнитного поля $\mathbf{h} = \mathbf{H} / H$ и ортогональную ему плоскость, придем к уравнениям

$$\frac{\mathbf{j}_{//}}{\sigma_{//}} = \mathbf{E}_{//}^*, \quad \frac{\mathbf{j}_{\perp}}{\sigma_{\perp}} = \mathbf{E}_{\perp}^* - \frac{1}{e n c} [\mathbf{j}_{\perp}, \mathbf{H}] \quad (5.14)$$

Помножим второе уравнение (5.14) на \mathbf{H} , воспользуемся формулой двойного векторного произведения, учтем ортогональность векторов $(\mathbf{H}, \mathbf{j}_\perp) = 0$ и соотношение $\omega_e \tau_e = H \sigma / e n c$. В результате получим

$$\mathbf{j}_\parallel = \sigma_\parallel \mathbf{E}_\parallel^*, \quad \mathbf{j}_\perp = \sigma_\perp \left(\mathbf{E}_\perp^* + \omega_e \tau_e [\mathbf{h}, \mathbf{E}_\perp^*] \right) / \left(1 + (\omega_e \tau_e)^2 \right) \quad (5.15)$$

Если в декартовой системе координат ось z направить вдоль магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H_z)$, то соотношения (5.15) легко записать для проекций (j_x, j_y, j_z) и (E_x, E_y, E_z) . Полученную систему уравнений можно представить в форме

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}^* \quad (5.16)$$

где роль проводимости играет тензор $\hat{\sigma}$, заданный матрицей

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_\perp}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} & \frac{-\sigma_\perp \omega_e \tau_e}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} & 0 \\ \frac{\sigma_\perp \omega_e \tau_e}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} & \frac{\sigma_\perp}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\parallel \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Таким образом, проводимость является анизотропной в силу различия между коэффициентами σ_\parallel , σ_\perp и неоднородной по направлениям, ортогональным магнитному полю \mathbf{H} . Если электрическое поле $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$ направлено вдоль \mathbf{H} , то $j_z = \sigma_\parallel E_z$ и протекание тока вдоль магнитного поля происходит так же, как и при его отсутствии. Наличие электрического поля, направленного поперек \mathbf{H} , например, вдоль оси x , порождает электрический ток, текущий под углом θ к направлению \mathbf{E} так, что $j_y / j_x = \operatorname{tg} \theta = \omega_e \tau_e$

5.1.3. Безразмерные параметры задачи

Уравнения (5.6)- (5.12) записываются в безразмерном виде, используемом в численной модели. В качестве единиц, как и ранее, возьмем размерные константы: L - длина канала; n_o ($\rho_o = m n_o$), T_o , $H_o = H_\varphi^o = 2 J_p / c R_o$ - характерные значения концентрации, температуры и азимутальной

составляющей магнитного поля на входе в канал, где R_o - радиус внешнего электрода, J_p - разрядный ток в системе. С помощью данных величин также формируются единицы: давления - $H_o^2 / 4 \pi$, характерной скорости - $V_o = H_o / \sqrt{4 \pi \rho_o}$, времени - $t_o = L / V_o$ ("пролетное" время), напряженности электрического поля - $E_o = H_o V_o / c$ и плотности тока - $j_o = c H_o / 4 \pi L$.

Связь исходных размерных величин с безразмерными параметрами, участвующими в задаче, определяется следующим образом: $\xi = \frac{c}{e L} \sqrt{\frac{m}{4 \pi n_o}}$ -

локальный параметр обмена, характеризующий роль эффекта Холла в двухжидкостной модели; $\beta = 8 \pi P_o / H_o^2$ - отношение газового и магнитного давлений на входе ($P_o = k_B n_o T_o$); $\nu = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4 \pi L V_o \sigma$ - магнитная вязкость, обратно пропорциональная магнитному числу Рейнольдса, отвечающему спитцеровской проводимости. С помощью ξ и ν получим значение четвертого безразмерного параметра, участвующего в задаче,

$$\chi = \omega_e \tau_e = \xi H / \nu \rho \quad (5.18)$$

В потоке безразмерная проводимость $\text{Re}_m = \sigma_o T^{3/2}$ и параметр $\omega_e \tau_e$ могут иметь различные значения в той или иной точке канала ускорителя.

5.2. Модифицированные уравнения двухкомпонентной МГД-модели

В общем случае при наличии дополнительного продольного магнитного поля численное интегрирование осуществляется с учетом бездивергентности магнитного поля. С этой целью также, как и в одножидкостной МГД-модели, используется векторный потенциал \mathbf{A} ($\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$). В цилиндрической системе

координат имеем $H_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial z}$ и $H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r}$, где A_φ - азимутальная

компонента векторного потенциала. В осесимметричном случае ($\partial / \partial \varphi \equiv 0$) это

обеспечивает тождественное выполнение условия $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$. Эксперименты подтверждают предположение об аксиальной симметрии течения. Электрический ток в плазме определяется с помощью соотношений

$$j_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial r H_\varphi}{\partial z}, \quad j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r H_\varphi}{\partial r}, \quad j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\Delta A_\varphi + \frac{A_\varphi}{r^2} \quad (5.19)$$

где $\Delta A_\varphi = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right)$. Как показали результаты численного моделирования соответствующих задач, в расчетах не наблюдается выбросов в распределении вторых производных от A_φ и не физических разворотов тока \mathbf{j} .

Следуя [130,310], с учетом сделанных замечаний в осе симметричном случае уравнения (5.6)-(5.12) в безразмерной форме можно записать в терминах A_φ -компоненты векторного потенциала и H_φ -компоненты магнитного поля :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} = 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial (\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho V_z^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_z V_r) = j_\varphi \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho V_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) \right] = \\ = \frac{1}{r} \left(\rho V_\varphi^2 + P - \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{j_\varphi}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial D_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z D_\varphi)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r D_\varphi)}{\partial r} = \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho \varepsilon V_r)}{\partial r} = -P \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r)}{\partial r} \right) + \\ + \nu A_2(x) \left\{ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right]^2 + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right)^2 + j_\varphi^2 \right\} + Q_1 + Q_2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} = \nu C_A^\nu \left(\Delta A_\varphi - \frac{A_\varphi}{r^2} \right) - U_1 \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{U_2}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial (V_r H_\varphi)}{\partial r} &= \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) - r \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \frac{C_r^\nu}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu C_z^\nu \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) - 2 \nu C_{rz}^\nu \frac{\partial^2 (r H_\varphi)}{\partial r \partial z} + \\ &+ \frac{\partial (V_r^D H_\varphi)}{\partial r} + \frac{\partial (V_z^D H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial F_1}{\partial z} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_2}{\partial r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial z} - \\ &- G_1 \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{G_2}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} + \xi \frac{\beta}{2} G_3 \end{aligned} \quad (5.26)$$

В данных уравнениях участвуют безразмерные переменные: $D_\varphi = r \rho V_\varphi$, $\varepsilon = \beta T / (\gamma - 1)$ и $P = \beta \rho T$. Коэффициенты C_A^ν , C_r^ν , C_z^ν , C_{rz}^ν выражаются через известные функции $A_{1,2,3}(\chi)$ и $B_{1,2,3}(\chi)$ [23], в которых параметр $\chi = \omega_e \tau_e$ определяется соотношением (5.18):

$$\begin{aligned} C_A^\nu &= A_2 + (A_1 - A_2) H_\varphi^2 / H^2 ; & C_r^\nu &= A_2 + (A_1 - A_2) H_z^2 / H^2 \\ C_z^\nu &= A_2 + (A_1 - A_2) H_r^2 / H^2 ; & C_{rz}^\nu &= (A_1 - A_2) H_z H_r / H^2 \end{aligned} \quad (5.27)$$

Уравнения (5.20)-(5.26) содержат функции V_r^D , V_z^D , U_1 , U_2 , G_1 , G_2 , G_3 , F_1 , F_2 , Q_1 , Q_2 , определенные в [310], зависящие от переменных задачи и пропорциональные параметрам ξ , β и ν , которые существенно меньше единицы. Поэтому на гладких решениях все слагаемые в уравнениях, содержащие указанные функции, можно рассматривать как малые добавки, не оказывающие значительного влияния на динамику плазмы в целом. В уравнении энергии (5.24) основной вклад в выделение энергии за счет трения вносит отдельно представленное слагаемое $\nu A_2(\chi) \mathbf{j}^2$. Кроме того, вместо уравнения для внутренней энергии ε или температуры T используется

соответствующее уравнение для энтропии S . В результате модель включает семь уравнений для переменных ρ , S , V_z , V_r , V_φ , H_φ , A_φ .

5.3. Постановка задач и граничные условия

В отсутствии диссипаций и при условии идеальной проводимости плазмы вопрос об эволюционности или гиперболичности системы МГД-уравнений с учетом эффекта Холла, также как и в одножидкостном случае, решается в терминах характеристик для линеаризованных уравнений. Для гиперболической системы число необходимых граничных условий равно числу характеристик, которые входят внутрь области на границе. На входе и выходе, т.е. на левой и правой границах, при $\xi \ll 1$ значения характеристических скоростей мало отличаются от соответствующих величин в одножидкостной МГД-модели [58]. Поэтому во входном и выходном сечениях граничные условия ставятся так же, как в одножидкостном приближении.

Как и ранее считаем, что на входе в канал ускорителя при $z = 0$ происходит дозвуковое втекание плазмы с известными распределениями плотности $\rho(r) = f_1(r)$ и температуры $T(r) = f_2(r)$. В случае равномерной подачи имеем $\rho = 1$ и $T = 1$ на входе. Следует напомнить два обстоятельства. Во-первых, длительность разряда намного больше пролетного времени, соизмеримого с характерным временем установления решения. Во-вторых, вольтамперные характеристики, с помощью которых было диагностировано явление кризиса тока, строятся на основе максимальных значений в осциллограммах тока и напряжения. С учетом сказанного, очевидно, что на первый план выступают исследования течений плазмы, отвечающих заданным значениям разрядного тока. Поиск стационарных течений осуществляется с помощью метода установления в процессе решения исходной нестационарной задачи. Соответственно полагаем, что разрядный ток в системе имеет постоянную величину, а плазменный ток замыкается на электродах, т.е. $j_z = 0$

при $z = 0$ или $|r H_\varphi| = r_o = const$, где $r_o = R_o / L$. Подача плазмы осуществляется вдоль определенного направления. При наличии продольного магнитного поля зададим на входе $H_z \neq 0$. Следуя [100-102], имеем при $z = 0$: $H_z(r) = H_z^o = const$ и $\psi(r) = r A_\varphi = 0.5 H_z^o r^2$. При этом азимутальную скорость на входе считаем равной нулю $V_\varphi = 0$. В наиболее узкой части канала происходит переход через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала (1.23) в отсутствие продольного магнитного поля, и на выходе для сверхзвукового потока ставятся условия свободного вытекания.

В случае непроницаемых электродов в режиме электронного токопереноса при $\xi \neq 0$ и $\nu = 0$ МГД-модель с учетом эффекта Холла формально требует трех граничных условий на катоде и одного условия на аноде [58]. Электроды при этом неэквипотенциальны. В режиме ионного токопереноса с проницаемыми электродами при условии $\xi \neq 0$ и $\nu = 0$ схема входа и выхода характеристик в канал на поверхности электродов, представленная в монографии [58], соответствует постановке трех граничных условий на аноде и одного граничного условия на катоде.

В рассматриваемой МГД-модели с учетом эффекта Холла $\xi \neq 0$ и конечной проводимости $\nu \neq 0$ граничные условия и их число определяются иначе. Уравнение диффузии магнитного поля содержит вторые производные, отвечающие параболической части МГД-уравнений. Решение краевой задачи предполагает постановку граничных условий, содержащих магнитное поле и его компоненты, на всех границах расчетной области. Соответственно для уравнений (5.25) и (5.26) необходимы граничные условия на входе, выходе и электродах. Число граничных условий для оставшейся гидродинамической части уравнений определяются ее характеристиками, входящими на границах.

Рассмотрим более подробно граничные условия на электродах. Электрическое поле \mathbf{E} вычисляется с помощью обобщенного закона Ома (5.8). С учетом (5.10) и (5.11) в безразмерной форме получим следующее выражение:

$$\mathbf{E} = \nu A_2 \mathbf{j} - [\mathbf{V}, \mathbf{H}] + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (5.28)$$

$$\mathbf{E}_1 = -F_3 [\mathbf{H}, \mathbf{j}] + \nu (A_1 - A_2) \frac{(\mathbf{j}, \mathbf{H})}{H^2} \mathbf{H}, \quad F_3 = \frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu A_3}{H}$$

$$\mathbf{E}_2 = -\xi \frac{\beta}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} \nabla (\rho T) + B_2 \nabla T + \frac{B_1 - B_2}{H^2} (\mathbf{H}, \nabla T) \mathbf{H} + \frac{B_3}{H} [\mathbf{H}, \nabla T] \right\}$$

В случае сплошных и эквипотенциальных электродов, образующих стенки канала, граничные условия предполагают непроницаемость $V_n = 0$ и эквипотенциальность поверхности $E_\varphi = 0$, $E_\tau = (E_z + r'_{\kappa,a} E_r) / S = 0$, где $r'_{\kappa,a} = \frac{d r_{\kappa,a}}{d z}$, $S = \sqrt{1 + (r'_{\kappa,a})^2}$. Из данных соотношений, используя (5.28),

исключая нормальную компоненту магнитного поля $H_n = (H_r - r'_{\kappa,a} H_z) / S$, можно установить следующую связь между тангенциальной j_τ и нормальной j_n компонентами тока в плазме [134] на поверхности электродов :

$$C_1 j_\tau + \left[C_2 + \omega_e \tau_e \frac{S^2}{H} \left(H_\varphi - \frac{V_\varphi^e}{V_z^e} H_z \right) \right] j_n + C_3 S j_\varphi - \frac{S \xi \beta}{2 \nu} C_4 = 0 \quad (5.29)$$

где переменные $C_{1,2,3,4}$ зависят от $A_{1,2,3}(\chi)$, $B_{1,2,3}(\chi)$ и компонент магнитного поля, V_φ^e и V_z^e - компоненты скорости электронов $\mathbf{V}_e = \mathbf{V} - \xi \mathbf{j} / \rho$. В свою очередь для нормальной компоненты магнитного поля справедлива оценка $H_n \sim \nu$, и в широком диапазоне параметров численных экспериментов имеем $\nu \ll 1$ и $H_n \approx 0$. Как и в случае одножидкостной МГД-модели условие $H_n = 0$ обеспечивает сохранение магнитного потока вдоль канала.

В режиме ионного токопереноса с проницаемыми эквипотенциальными электродами на поверхности анода и катода может происходить соответственно втекание и вытекание плазмы с малой нормальной составляющей скорости V_n .

Для режима ионного токопереноса возможны разные постановки задач. Например, чтобы сопоставить результаты расчетов с аналитическим решением

[100,121] при $\xi \neq 0$ и $\nu = 0$, на аноде, где происходит втекание плазмы, помимо условий $E_\tau = 0$ и $H_n = 0$ можно задать значение плотности, определенное в аналитической модели.

Случай самосогласованного протекания плазмы через проницаемые электроды в режиме ионного токопереноса при $\xi \neq 0$ и $\nu \neq 0$ рассмотрен в работе [130]. При этом граничные условия на электродах с заданными профилями $r_a(z)$ и $r_k(z)$ опять же предполагают их эквипотенциальность ($E_\tau = 0$, $E_\varphi = 0$). Эти условия позволяют определить нормальную составляющую скорости V_n или V_r , если $r_a(z) = r_o = const$. Данная составляющая скорости отвечает оптимальной подаче плазмы через электроды. Как показала практика расчетов, соответствующее втекание на аноде происходит так, что $|V_r| \ll V_z$. При наличии согласованного потока $\rho V_n \neq 0$ все остальные граничные условия предполагают отсутствие на аноде разрывов переменных, что с физической точки зрения означает отсутствие вращательного или альфвеновского разрыва на эквипотенциальной проницаемой поверхности анода.

Численное интегрирование уравнений ведется в области переменных (z, r) , соответствующей форме канала, изображенного на рис. 39, 42, 51. Геометрия канала определена в рамках аналитических построений [102] в отсутствии продольного поля. Соответствующая этим построениям форма электродов позволяет реализовать трансзвуковое течение, в том числе, при наличии дополнительного продольного поля. В численной модели криволинейная расчетная область в переменных (r, z) опять же отображается на единичный квадрат $0 \leq y, z \leq 1$ с помощью соотношения $r = (1 - y)r_k + yr_a$. В процессе моделирования используются хорошо зарекомендовавшие себя методы численного решения [44,182], представленные в предыдущей главе. Для контроля качества численных экспериментов использовались разные сетки. Проведено сопоставление с результатами аналитических построений.

5.4. Приэлектродные процессы и явление кризиса тока в каналах плазменных ускорителей с непроницаемыми электродами

В соответствии с ранее проведенными [7-9,60-79] и перспективными экспериментальными исследованиями выберем для расчета, например, следующие значения параметров: $n_o = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; $T_o = 1 \text{ эВ}$; $J_p = 1000 \text{ кА}$; $L = 1.2 \text{ м}$; $R_o = 0.5 \text{ м}$ [133,134,312]. В современных экспериментах разрядные токи составляют сотни кА. Приближение к термоядерным параметрам потоков плазмы [102] предполагает в дальнейшем проведение экспериментов с разрядными токами именно на уровне МА. На данный момент такие токи доступны лишь в численных моделях. В рассматриваемом примере используемые безразмерные параметры равны $\beta = 0.013$; $\xi = 0.0027$; $\sigma_0 = 257.7$. Если $T = 1$ и $\rho = 1$, имеем $\omega_e \tau_e = 0.69$ и $\nu = 0.0039$. Следует напомнить, что в современных плазменных ускорителях $\beta \ll 1$. Поэтому температурный фон не оказывает принципиального влияния на динамику потока, вклад излучения незначительный и учет переноса излучения в водородной плазме не является обязательным элементом данных исследований.

Рассмотрим ускоритель с азимутальным магнитным полем. На рис. 51 для указанных выше параметров задачи представлено установившееся трансзвуковое течение плазмы в случае равномерной подачи на входе ($\rho = 1$ и $T = 1$ при $z = 0$). Полярность электродов, указанная на рис. 51а, является общепринятой в экспериментальных исследованиях КСПУ. Масштаб векторов скорости определяется величиной V_o , выделенной на рис. 51б. В отсутствии дополнительного продольного магнитного поля штриховая кривая на рис. 51в представляет границу перехода через скорость сигнала (1.23). Видно, что в трансзвуковом потоке скорость плазмы переходит через скорость сигнала в середине канала. Согласно рис. 51б ускорение плазмы зависит от r при условии равномерной подачи. Меньшим значениям радиуса r отвечают более высокие значения ускорения и скорости.

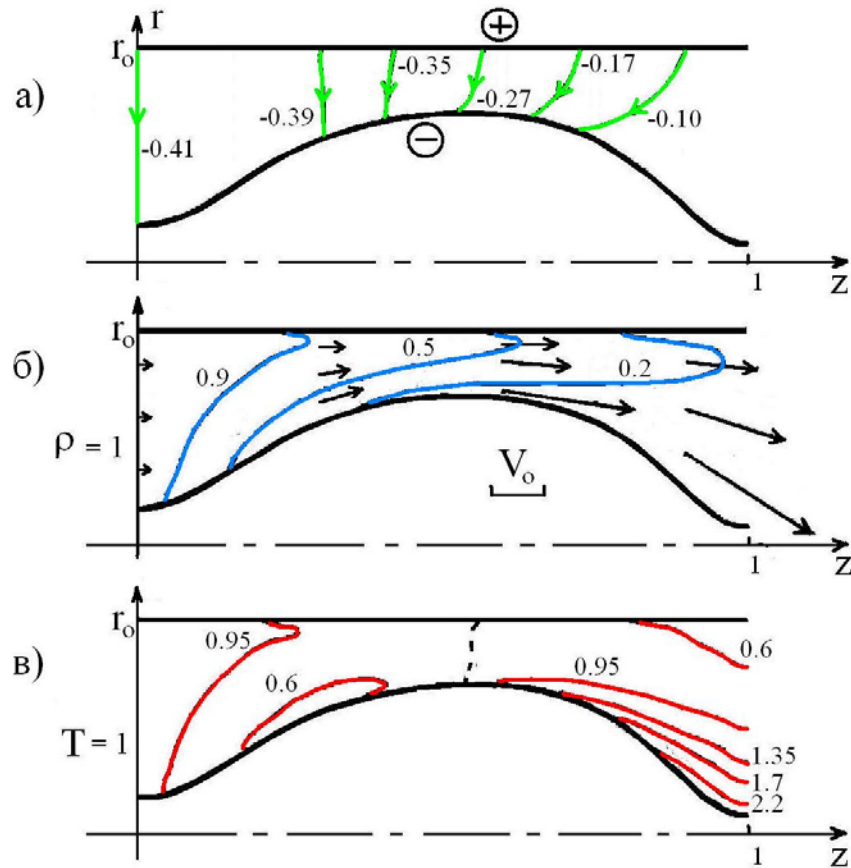


Рис. 51. Транзвуковое течение плазмы при $n_o = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 1 \text{ эВ}$, $J_p = 1000 \text{ кА}$, $L = 1.2 \text{ м}$, $R_o = 0.5 \text{ м}$ и равномерной подаче на входе ($\rho = 1$):
а) электрический ток (линии уровня функции $r H_\varphi$); **б)** распределение плотности и проекции скорости \mathbf{V} на плоскость (z, r) ; **в)** изолинии $T(z, r)$.

Расчеты проводились на сетках: (81x81), (161x161) и (321x321). В квазистационарных течениях относительное отклонение МГД-переменных в норме L_2 находится в пределах одного процента. Результаты расчетов установившихся течений на сетках (81x81) и (161x161) практически совпадают.

Изменение значения характерной концентрации плазмы на входе n_o приводит к качественной перестройке течения плазмы в окрестности внешнего анода. На рис. 52а и 52б представлены распределения продольной компоненты скорости V_z и плотности ρ вдоль анода для различных значениях n_o . Сплошные кривые 1-3 на рис. 52 отвечают соответственно значениям $n_o = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $n_o = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ (см. рис. 50) и $n_o = 0.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

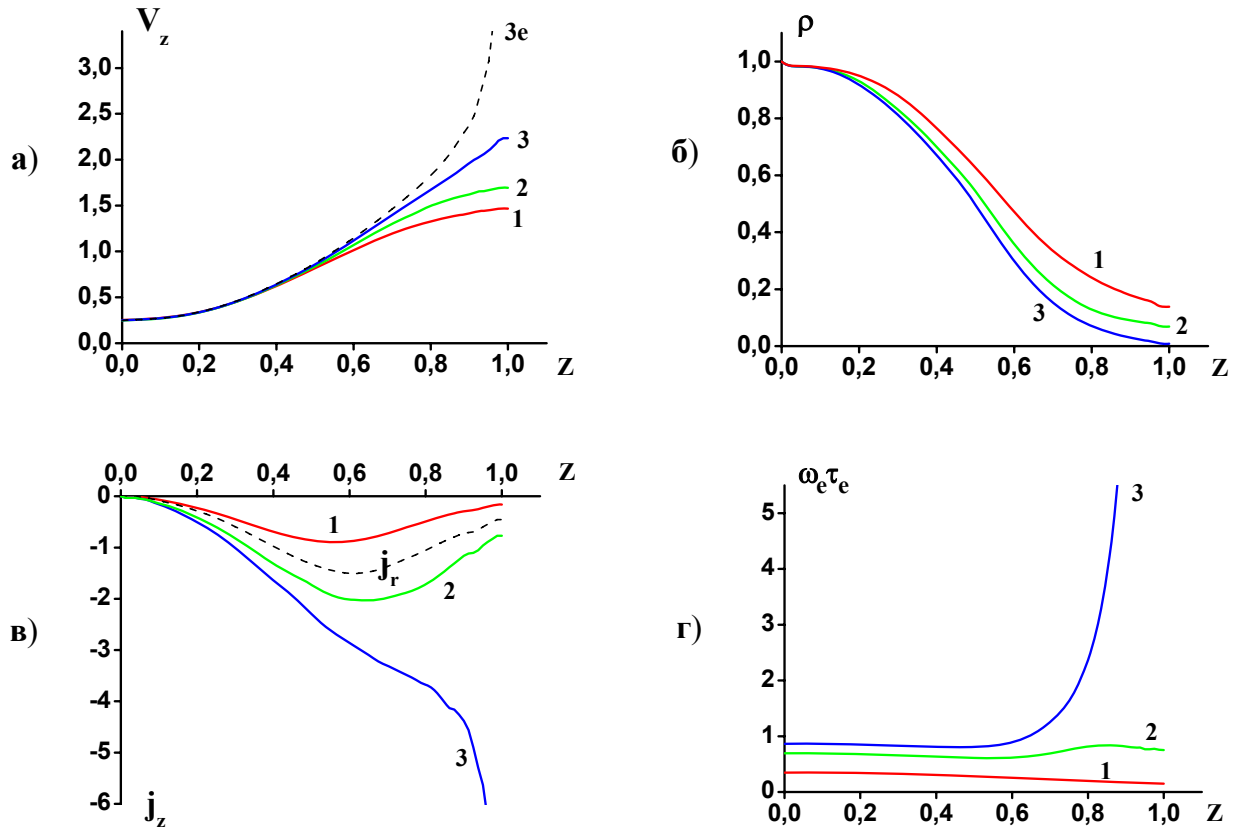


Рис. 52. Распределения **а)** продольной компоненты скорости ионов, **б)** плотности, **в)** продольного тока в плазме, **г)** параметра $\omega_e \tau_e$ вдоль внешнего электрода для различных значений концентрации на входе.

Уменьшение параметра n_0 ведет к формированию явно выраженного прианодного слоя. На рис. 53 для указанных трех значений n_0 изображены соответствующие распределения плотности ρ в радиальном направлении при $z = 0.875$. Здесь переменная y связана с r соотношением (1.24). Характерный размер слоя согласно рисунку для выбранного значения z можно определить как расстояние от области с максимальным значением плотности до электрода $y = 1$. Толщина слоя увеличивается по мере приближения к выходу из канала ускорителя $z = 1$. Для относительно малых значений n_0 отжатие плазмы от анода под действием холловской компоненты тока приводит к существенному уменьшению плотности и значительному росту продольной компоненты скорости V_z в окрестности электрода при $z > 0.5$.

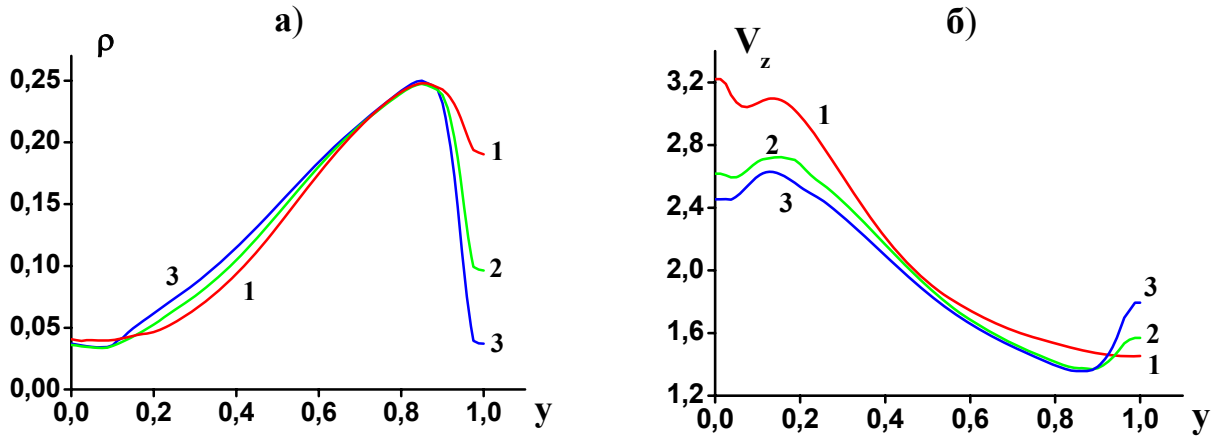


Рис. 53. Распределение а) плотности и б) продольной скорости плазмы в радиальном направлении при $z = 0.875$ для трех значений концентрации на входе: кривая 1 - $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 2 - $n_0 = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 3 - $n_0 = 0.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$

Представленная двухжидкостная МГД-модель дает возможность согласовать результаты численных экспериментов с теорией явления кризиса тока. На рис. 52в и 52г для разных значений n_0 представлены распределения соответственно продольной компоненты тока j_z и величины $\omega_e \tau_e$ вдоль анода. Если поведение радиального тока j_r (штриховая кривая на рис. 52в) практически не меняется, то распределение продольного тока j_z вдоль электрода существенно зависит от n_0 . Уменьшение параметра n_0 приводит к значительному росту величины $|j_z|$ и значений $\omega_e \tau_e$. Одновременное нарастание этих величин в окрестности выходной части анода происходит в полном соответствии с теоретическим предсказанием развития явления кризиса тока [1]. Особенностью данных процессов является существенный рост значений скорости электронной компоненты плазмы. Штриховая кривая 3е на рис. 52а характеризует отличие этой скорости от соответствующих значений скорости ионной компоненты (кривая 3), которое заметно нарастает по мере приближения к выходу из ускорителя. Такая особенность является типичной для эффекта убегания электронов. В то же время расхождения в скоростях электронной и ионной компонент не значительны в случае достаточно больших

значений параметра n_o (кривые 1 и 2 на рис. 52а). Все представленные распределения отвечают установившимся стационарным течениям, рассчитанным методом установления. Изменение параметра n_o следует рассматривать как возмущение стационарного течения плазмы.

Еще большее уменьшение характерной концентрации на входе до величины $n_o = 0.39 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при заданном значении разрядного тока $J_p = 1000 \text{ кА}$ приводит к неустойчивости. В окрестности выходной части анода наблюдаются быстро нарастающие по амплитуде колебания всех переменных. При этом плотность принимает очень малые значения $\rho < 0.01$, и ее дальнейшее уменьшение не позволяет продолжить расчет. Более того, расчеты при таких условиях являются не корректными в рамках МГД модели, которая тем самым позволяет выявить лишь начальную стадию развития неустойчивого режима. В литературе широко представлен весь спектр возможных волн, колебаний и неустойчивостей, специфических для плазмы (см., например, [1,22,42,43,46,59,313-321]). Развитие данной неустойчивости, предсказанной А.И. Морозовым, приводит в экспериментах к явлению кризиса тока, которое сопровождается раскачкой колебаний большой амплитуды. Соответственно для заданной величины разрядного тока $J_p = 1000 \text{ кА}$ значение $n_o = 0.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ можно рассматривать в качестве критического значения характерной концентрации плазмы $n_{кр}$. Если $n_o \geq n_{кр}$, имеем стационарные течения. В случае $n_o < n_{кр}$ наблюдается быстро нарастающая неустойчивость, предшествующая явлению кризиса тока. Для оценки инкремента нарастания данной неустойчивости можно воспользоваться результатами работы [321], в которой рассмотрена Рэлей-Тейлоровская неустойчивость в холловской плазме. В серии расчетов для разных величин разрядного тока J_p были определены критические значения характерной концентрации плазмы $n_{кр}$ на входе в канал ускорителя, представленные на рис. 54. Здесь кривая 1 отвечает выбранным

значениям $T_o = 1 \text{ эВ}$, $L = 1.2 \text{ м}$ и равномерной подаче плазмы на входе. Видно, что в плоскости переменных $(J_p, n_{кр})$ границей раздела между ламинарными течениями и неустойчивыми режимами является линейная функция.

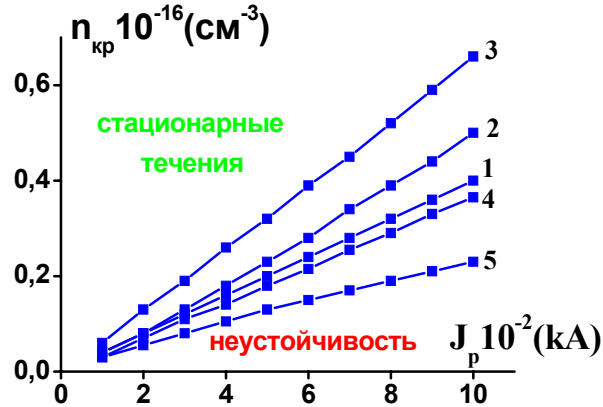


Рис. 54. Графики зависимости критического значения характерной концентрации плазмы на входе от разрядного тока в системе. Кривые 1-3 отвечают расчетам при условии равномерной подачи на входе ($\rho = 1$): 1 - $T_o = 1 \text{ эВ}$, $L = 1.2 \text{ м}$; 2 - $T_o = 3 \text{ эВ}$, $L = 1.2 \text{ м}$; 3 - $T_o = 1 \text{ эВ}$, $L = 90 \text{ см}$. Кривые 4 и 5 отвечают расчетам соответственно в отсутствии и при наличии дополнительного продольного магнитного поля $H_z^o = 0.15$ в случае неравномерной подачи на входе ($\rho = r_o^2 / r^2$), $T_o = 1 \text{ эВ}$, $L = 1.2 \text{ м}$

Экспериментальные исследования явления кризиса тока [1,12] привели к следующему приближительному соотношению $J_{кр}^2 / J_{\dot{m}} \approx K$, в котором участвует критическое значение разрядного тока $J_{кр}$ и расход вещества

$$J_{\dot{m}} = e \dot{m} / m_i, \text{ выраженный в токовых единицах, где } \dot{m} = 2 \pi \int_{r_k}^{r_a} r \rho V_z d r.$$

Например, вариант расчета для $n_o = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $L = 1.2 \text{ м}$ и $J_p = 1000 \text{ кА}$ (рис. 51) дает значения расхода $\dot{m} = 161.0 \text{ г/с}$ и параметра Морозова $\xi_{Mo} = 0.065$ согласно (3.22). Константа K зависит в основном от геометрии канала. Данное соотношение можно использовать для определения

критического значения расхода вещества при заданной величине разрядного тока. Каждой точке графиков, изображенных на рис. 54 для различных значений L , T_0 , J_p и условий подачи плазмы на входе, отвечают свои значения \dot{m} и $\ln J_m$. Оказалось, что линиям 1-5 на данном рисунке соответствуют графики в плоскости переменных $(\ln J_p, \ln J_m)$, которые также представляют линейные зависимости. С помощью этих графиков легко вычислить коэффициент λ в соотношениях $\ln J_m = \lambda \cdot \ln J_p - \ln K$ или

$$J_p^\lambda / J_m \approx K, \quad (5.30)$$

которые устанавливают связь между критическим значением расхода и критической величиной разрядного тока. Расчеты приводят к значению $\lambda \cong 1.5$. Таким образом, на основе серии численных экспериментов впервые удалось провести сопоставление с имеющимися приближительными интегральными экспериментальными данными. Полученные результаты позволяют говорить о приемлемом соответствии. Следует учесть то обстоятельство, что прежние эксперименты [12], в рамках которых и был получен указанный выше критерий перехода к критическим режимам, проводились для геометрии канала и профилей электродов, которые существенно отличаются от профилей, используемых в современных экспериментальных исследованиях и представленных здесь. Естественно предположить, что от геометрии канала ускорителя может зависеть не только константа K , но и показатель α .

Также установлено, что варьирование характерной температуры плазмы T_0 на входе в канал КСПУ не оказывает заметного влияния на процесс формирования кризиса тока. Кривая 2 на рис. 54 отвечает значению $T_0 = 3$ эВ. В то же время уменьшение характерных размеров плазменного ускорителя существенно сужает область значений n_0 , отвечающих стационарным устойчивым режимам течения. Кривая 3 на рис. 54 отвечает значению $L = 90$ см при условии, что не меняется отношение $R_0 / L = const$.

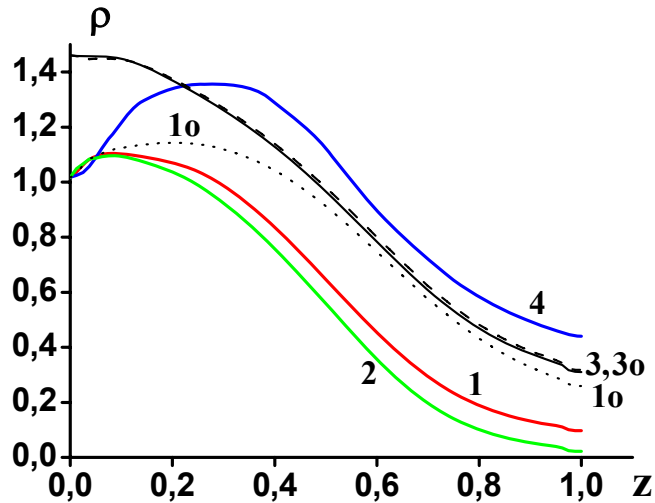


Рис. 55. Распределение плотности плазмы в продольном направлении при условии неравномерной подачи на входе. Кривые 1-3 получены в отсутствие продольного поля: 1 и 3 - при $n_0 = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $y = 1$ и $y = 0.75$ соответственно; 2 - $n_0 = 0.37 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и $y = 1$. Кривая 4 отвечает расчету для $n_0 = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $H_z^0 = 0.15$ и $y = 1$. Штриховые кривые 1о и 3о представляют одножидкостную модель при $y = 1$ и $y = 0.75$

Кроме того, проведено исследование влияния способов подачи вещества на входе в канал ускорителя. В том числе рассмотрен случай неравномерной подачи в соответствии с аналитической моделью динамики плазмы в приближении плавного канала [100-102], когда плотность на входе меняется по закону $\rho = r_0^2 / r^2$. Предполагая изэнтропичность потока плазмы, поступающей в канал, имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z = 0$. В экспериментальных исследованиях также используются различные способы подачи рабочего вещества. Данным распределениям плотности и температуры на входе отвечают линия 4 на рис. 54 и рис. 55, на котором для выбранных параметров задачи ($T_0 = 1 \text{ эВ}$; $J_p = 1000 \text{ кА}$; $L = 1.2 \text{ м}$) изображены распределения плотности в продольном направлении. На рис. 55 графики 1 и 2 представляют значения плотности ρ вдоль внешнего электрода ($y = 1$) соответственно для $n_0 = 0.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и

$n_o = 0.37 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. Последнее значение определяет критическую концентрацию плазмы на входе при условии, что характерное значение n_o определяется в точке ($z = 0, r = R_o$) в случае неравномерной подачи. Сравнение линий 1 и 4 на рис. 54 показывает, что разные способы подачи плазмы на входе не оказывают существенного влияния на развитие приэлектродных неустойчивостей в отсутствие дополнительного продольного магнитного поля.

Сопоставление результатов расчетов установившихся течений, полученных в рамках одножидкостной и рассматриваемой двухжидкостной модели, не приводит к каким-либо принципиальным качественным и значительным количественным отличиям динамики ядра потока ($y \leq 0,8$). Например, сплошная кривая 3 на рис. 55 практически совпадает со штриховой линией 3о для одножидкостной модели при $y = 0,75$ в отсутствие продольного поля. В тоже время в окрестности анода модели дают различные результаты (см. кривые 1 и 1о). В отличие от одножидкостной модели двухжидкостная МГД-модель позволяет изучить влияние эффекта Холла и исследовать динамику плазмы в окрестности непроницаемых эквипотенциальных электродов, в том числе в присутствии продольного магнитного поля и для произвольной геометрии канала плазменного ускорителя.

5.4.1. Влияние формы непроницаемых электродов на эффект возникновения кризиса тока

Форма внутреннего электрода (катода) на рис. 51 и 56 определена в соответствии с аналитической моделью [102] для внешнего электрода $r_a(z) = r_o = const$ (линия II на рис. 55). Профили анода I и III на рис. 56 зададим отрезками параболы при $z > z_0 = 0.5$. Профили I и III отвечают соответственно увеличению или уменьшению площади поперечного сечения канала на выходе из ускорителя по сравнению с профилем II.

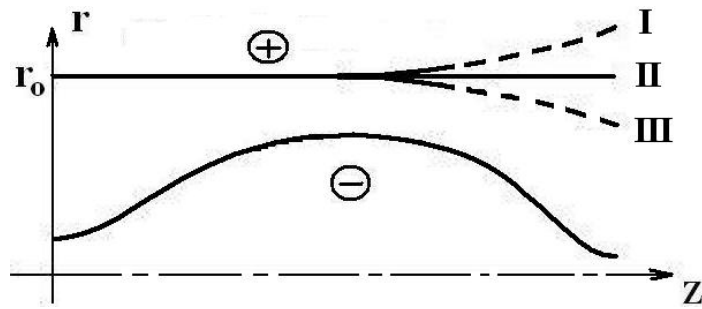


Рис. 56. Геометрия канала, отвечающая различным профилям электродов

Согласно работе [132] в качестве характерных единиц задачи выберем, например, следующие значения: $n_o = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 3 \text{ эВ}$, $J_p = 500 \text{ кА}$, $L = 0.6 \text{ м}$, $R_o = 0.25 \text{ м}$. В этом случае безразмерные параметры задачи равны $\beta = 0.15$, $\xi = 0.0027$, $\sigma_o = 334.8$. Если $T = 1$ и $\rho = 1$, имеем $\omega_e \tau_e = 0.9$ и $\nu = 0.003$. Далее полагаем, что происходит равномерная подача, и на входе $\rho = 1$ и $T = 1$. Для данного набора параметров уменьшение значения n_o также приводит к качественной перестройке течения в окрестности внешнего анода, формированию явно выраженного прианодного слоя, отвечающего более скоростному потоку разреженной плазмы. При этом наблюдается значительный рост величины $|j_z|$ и одновременное увеличение значений параметра $\omega_e \tau_e$ в окрестности выходной части анода в полном соответствии с теорией. Эволюция течений плазмы в окрестности анода происходит аналогично динамике процессов, представленных на рис. 52 и 53 для другого набора параметров.

Уменьшение характерной концентрации частиц, которое можно рассматривать как возмущение (квази) стационарного течения, в данном случае до значения $n_o = 0.69 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ приводит к неустойчивости и быстро нарастающим колебаниям. Соответственно для заданной величины разрядного тока $J_p = 500 \text{ кА}$ значение $n_o = 0.7 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ можно рассматривать в качестве критического значения характерной концентрации плазмы $n_{кр}$. При $n_o > n_{кр}$ имеем стационарные течения. В случае $n_o < n_{кр}$ наблюдается неустойчивость.

В результате серии расчетов для различных величин разрядного тока J_p были определены критические значения характерной концентрации плазмы $n_{кр}$ на входе в канал ускорителя, представленные на рис. 57 соответственно для трех различных профилей анода I, II и III, изображенных на рис. 56. В плоскости переменных $(J_p, n_{кр})$ границей раздела стационарных и неустойчивых режимов опять же является линейная функция. Видно также, что значения $n_{кр}$ уменьшаются при переходе от профиля электрода I к геометрии II и соответственно от формы электрода II к III. Другими словами сужение ускорительного канала препятствует развитию кризиса тока.

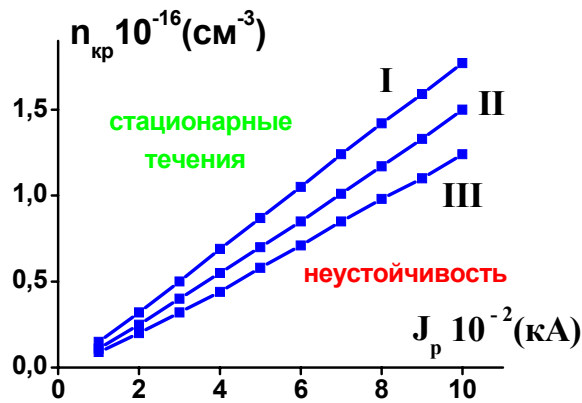


Рис. 57. Критические значения характерной концентрации плазмы на входе в канал ускорителя для различных профилей анода (рис. 56).

Соответствующие графики в плоскости переменных $(\ln J_p, \ln J_m)$ также определяют линейные зависимости, по наклону которых можно вычислить коэффициент λ в соотношениях $\ln J_m = \lambda \cdot \ln J_p - \ln K$ или (5.30). Данные соотношения определяют критические значения расхода при заданном разрядном токе или, наоборот, критические значения разрядного тока при известном расходе. Вычисления приводят к значению $\lambda \cong 1.38$ для профиля I на рис. 55, $\lambda \cong 1.42$ для формы электрода II и $\lambda \cong 1.47$ для геометрии III.

Переход от геометрии анода $r_a(z) = r_o = const$ к расширяющемуся каналу (профиль I на рис. 56) способствует возникновению явления кризиса тока.

5.4.2 Воздействие продольного магнитного поля на приэлектродные процессы в ускорителе с непроницаемыми электродами

На рис. 58 для параметров задачи ($n_o = 0,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; $T_o = 1 \text{ эВ}$; $J_p = 1000 \text{ кА}$; $L = 1.2 \text{ м}$; $R_o = 0.5 \text{ м}$), использованных в начале раздела 5.4, представлено установившееся трансзвуковое течение плазмы при наличии дополнительного продольного магнитного поля. Его значение на входе равно $H_z^o = 0.15$. В данном случае рассматривается неравномерная подача, и плотность во входном сечении меняется по закону $\rho = r_o^2 / r^2$. Особенности в распределении продольного магнитного поля H_z , отмеченные ранее в одножидкостной МГД-модели [123-125,247], наблюдаются и в рассматриваемом случае двухжидкостной МГД-модели динамики плазмы в ускорителе с непроницаемыми эквипотенциальными электродами [133,134]. Продольное поле усиливается с ростом r и имеет максимальные значения на поверхности внешнего электрода в средней наиболее узкой части канала ускорителя (рис. 58а). Небольшое продольное поле приводит к нарастающему вращению плазмы, которое достигает максимального значения в окрестности внешнего электрода на выходе из канала ускорителя (рис. 58б). Для данных параметров задачи скорость электронной компоненты V_e весьма незначительно отличается от скорости ионов (рис. 58в). Энергия, обусловленная вращением $\varepsilon_\varphi = \int_{z=1} \rho V_\varphi^2 \pi r dr$, составляет небольшую часть от продольной кинетической энергии вытекающего потока $\varepsilon_z = \int_{z=1} \rho V_z^2 \pi r dr$. Доля кинетической энергии на выходе из ускорителя в данном случае равна $K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_\varphi}{\varepsilon_z} 100 \% = 13.4 \%$.

В окрестности внешнего электрода при наличии продольного поля меняется наклон изолиний функции $r H_\varphi$, т.е. направление электрического тока (рис. 58а). Здесь же одновременно происходит изменения в распределении

плотности и наблюдается ее относительное увеличение, связанное с вращением плазмы (см. кривые 1 и 4 на рис. 55). Еще большее усиление продольного поля или увеличение H_z^0 очевидно приводит к дальнейшему росту плотности в окрестности внешнего электрода. При этом возрастает доля энергии вращения.

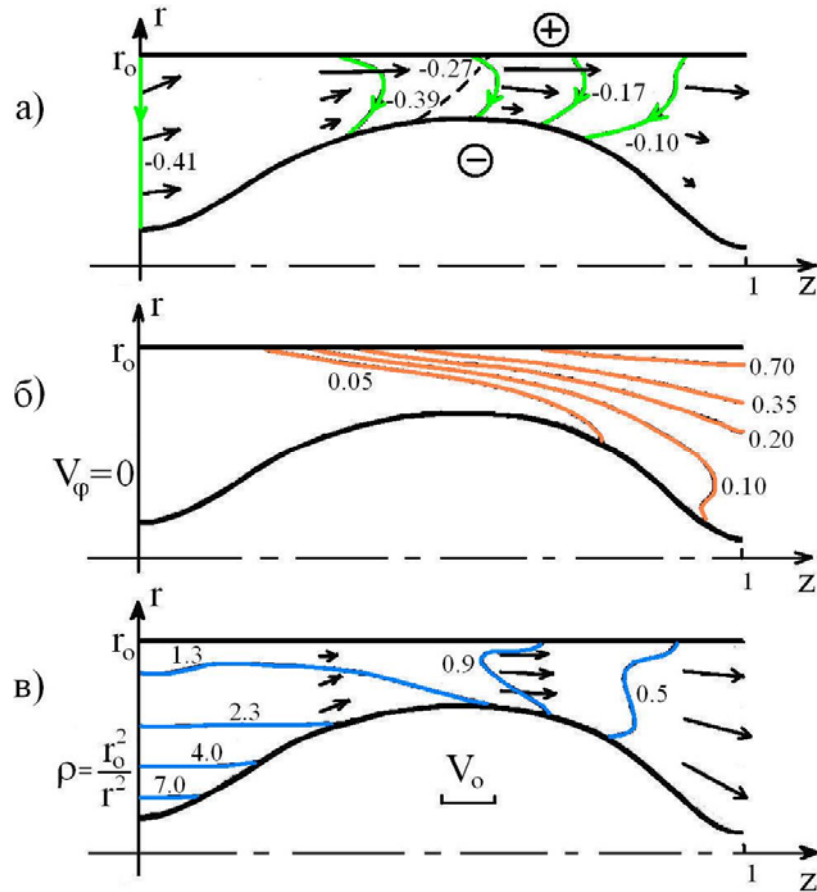


Рис. 58. Транзвуковое течение плазмы при наличии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.15$ в случае неравномерной подачи на входе: **а)** распределение магнитного поля \mathbf{H} в проекции на плоскость (z, r) , ток в плазме (изолинии функции $r H_\varphi$) и граница перехода через скорость быстрой магнитозвуковой волны (штриховая линия); **б)** изолинии азимутальной скорости $V_\varphi(z, r)$; **в)** распределение плотности $\rho(z, r)$ и проекции скорости \mathbf{V} на плоскость

Уменьшение характерной концентрации плазмы на входе так же, как и в отсутствии продольного поля, приводит к качественному изменению динамики плазмы в окрестности анода и при определенных условиях сопровождается развитием неустойчивости. Серии численных экспериментов для различных величин разрядного тока J_p позволили определить критические значения

характерной концентрации плазмы $n_{кр}$ на входе в канал ускорителя при наличии продольного поля. На рис. 54 эти значения представлены линией 5 для $H_z^0 = 0.15$ в случае неравномерной подачи на входе. Сравнение линий 5, 4 и 1 на данном рисунке говорит о том, что одновременное использование неравномерной подачи и слабого продольного магнитного поля заметным образом расширяет область значений параметров, отвечающих ламинарным (квази) стационарным течениям в отсутствии неустойчивостей.

Результаты вычислений расхода и интегрального параметра обмена в отсутствии и при наличии слабого продольного поля дают близкие значения для различных разрядных токов. Очевидно, что слабое продольное поле не приводит к заметным изменениям интегральных параметров ускорителя. В то же время, не оказывая существенного влияния на основной поток, слабое продольное магнитное поле позволяет изменить динамику плазмы в окрестности электродов и отодвинуть начало развития неустойчивых режимов.

В случае достаточно сильного продольного магнитного поля наблюдается крупномасштабная перестройка течения другого типа, выявленная ранее в одножидкостной модели [123-126]. При наличии сильного продольного поля, начиная с некоторых критических значений H_z^0 , в окрестности анода формируется токовый слой. Следует заметить, что сильное продольное поле не представляет интереса для ускорения плазмы, поскольку в этом случае велика доля энергии, обусловленная вращением потока. Критические значения продольного поля в определенной степени зависят от параметров задачи, условий подачи плазмы на входе и имеют примерно те же значения, что и в одножидкостной модели. В целом если $H_z^0 > 0.2$, то в окрестности внешнего электрода, где продольное поле имеет максимальные значения, в потоке плазмы формируется узкий слой. В пределах этого слоя азимутальная составляющая поля H_φ меняет свое направление, а ток в плазме имеет экстремальные значения. На рис. 59 представлено распределение тока для

$H_z^0 = 0.25$, тех же условий подачи плазмы на входе и значений остальных параметров, соответствующих рис. 58. Штриховая кривая отвечает значению $H_\varphi = 0$. Подобное замыкание тока в плазме на внешнем электроде указывает на возможное образование привязок тока для сильного продольного поля.

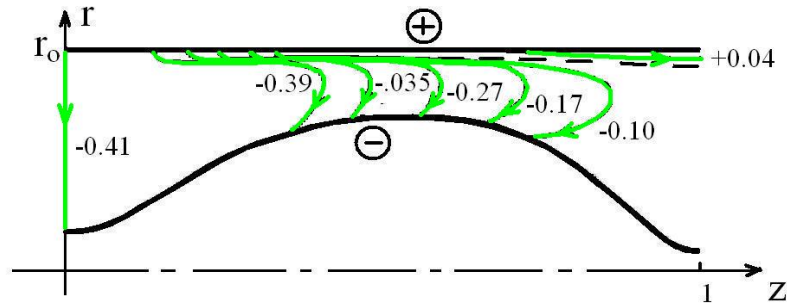


Рис. 59. Распределение электрического тока (линии уровня функции $r H_\varphi$) в присутствии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.25$.

5.5. Динамика плазмы и приэлектродные процессы в ускорителе с ионным токопереносом

В современных КСПУ осуществляется режим ионного токопереноса с проницаемыми электродами. В этом режиме электроды представляют собой эквипотенциальные поверхности и должны быть прозрачными для плазмы. Случай самосогласованного протекания плазмы через электроды обусловлен эффектом Холла. Пренебрегая им ($V_e = V_i$), мы приходим к одножидкостной МГД-модели с непроницаемыми сплошными эквипотенциальными электродами. Такой режим течения с непроницаемыми электродами в реальной физической практике ($V_e \neq V_i$) является вырожденным и может привести к развитию неустойчивостей и явлению кризиса тока, рассмотренных в предыдущем разделе. Ранее теоретические и численные исследования процессов проводились на основе МГД-моделей для традиционных ускорителей в отсутствии продольного поля (см., например, [6,11,114,115]).

Ведение в плазменный ускоритель дополнительного продольного магнитного поля позволяет сформировать дополнительный канал для управления динамическими процессами в ускорителе и других устройствах,

принцип действия которых основан на использовании азимутального магнитного поля. На практике введение в систему продольного поля означает разработку плазменных ускорителей нового поколения [74] дополнительно к существующим КСПУ. Теоретические исследования [100-102] двумерных осесимметричных стационарных потоков идеально проводящей плазмы в режиме ионного токопереноса, проведенные в приближении плавного канала, позволили выявить и проанализировать свойства течений плазмы при наличии продольного поля (см. главу 3). Аналитическая модель используется, в частности, для верификации численных моделей. В соответствии с иерархией численных моделей на следующем этапе были проведены исследования динамики плазмы в рамках одножидкостной МГД-модели (см. главу 4 и, например, [123-125]). Данная модель позволила изучить свойства течений при наличии продольного поля с учетом конечной проводимости среды.

В данном разделе рассматривается двумерная двухжидкостная численная модель [130], которая позволяет изучить динамику плазмы и приэлектродные процессы в ускорителе с ионным токопереносом в случае самосогласованной подачи плазмы через электроды при различных значениях продольного поля и параметров плазмы на входе в канал. В отсутствие продольного поля модель с самосогласованной подачей плазмы в режиме ионного токопереноса использовалась ранее [114] для исследования процессов в канале ускорителя с азимутальным магнитным полем H_φ . В присутствии дополнительного продольного поля ($H_\varphi \gg H_z \gg H_r$) в процессе самосогласованного втекания также предполагается, что на эквипотенциальных ($E_\tau = 0$, $E_\varphi = 0$) электродах отсутствуют скачки и разрывы величин. Более детальные постановки задач и описание граничных условий, включая рассматриваемый режим ионного токопереноса, изложены в разделе 5.3, где электрическое поле задается (5.28).

Система МГД-уравнений (5.6)-(5.12) с учетом эффекта Холла, тензора проводимости среды и зависимости коэффициентов от параметра $\omega_e \tau_e$ представлена в разделе 5.1, где также приведены безразмерные параметры,

используемые в численной модели. Модифицированные уравнения двухкомпонентной МГД-модели (5.20)-(5.27) в терминах векторного потенциала магнитного поля в рассматриваемом осесимметричном случае ($\partial / \partial \varphi \equiv 0$) даны в разделе 5.2. В задаче по-прежнему участвует семь переменных ρ , $\varepsilon(S)$, V_z , V_φ , H_φ , A_φ . Методы численного решения задачи изложены в разделе 4.3. Качественный анализ процессов очевидным образом основан на получении квазистационарных решений в результате решения исходной нестационарной задачи методом установления.

Проведенные численные эксперименты подтвердили основные закономерности плазмодинамических процессов, выявленные ранее на основе аналитической и одножидкостной моделей, а также позволили исследовать особенности течений плазмы в окрестности проницаемых электродов.

В соответствии с экспериментами (см., например, [7-9,63-74]) выберем в качестве характерных единиц задачи, например, следующие значения: $n_o = 3.6 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$; $T_o = 2 \text{ эВ}$; $J_p = 300 \text{ кА}$; $L = 0.6 \text{ м}$; $R_o = 0.25 \text{ м}$. В этом случае безразмерные параметры задачи равны $\beta = 0.005$; $\xi = 0.02$; $\sigma_o = 812.8$. Если $T = 1$ и $\rho = 1$, имеем $\omega_e \tau_e = 16.2$ и $\nu = 0.0012$. Безразмерные параметры, наряду с уравнениями и граничными условиями, определяют, по сути, течение плазмы в канале. Следует напомнить, что в современных плазменных ускорителях $\beta \ll 1$. Поэтому температурный фон не оказывает заметного влияния на динамику потока плазмы.

На рис. 60 для указанных характерных параметров задачи представлено установившееся трансзвуковое течение плазмы, когда продольное магнитное поле на входе равно $H_z^o = 0.1$. В данном варианте расчета плотность во входном сечении меняется по закону $\rho(z=0, r) = r_o^2 / r^2$ в соответствие с аналитической моделью [100-102]. Предполагая изэнтропичность (энтропия $s = c_v \ln P / \rho^\gamma = \text{const}$) поступающей плазмы, имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z = 0$. Здесь

изображены: **а)** электрический ток (j_z, j_r) (изолинии $r H_\varphi = const$) и векторное распределение магнитного поля \mathbf{H} в плоскости (r, z) , электрический ток в отсутствие продольного поля $H_z^0 = 0$ (штриховые кривые), граница перехода через скорость быстрой магнитозвуковой волны (штрихпунктирная линия F); **б)** азимутальная скорость ионной и электронной (штриховые линии) компонент, граница перехода через скорость альфвеновской волны (штрихпунктирная кривая A); **в)** проекция скорости ионной компоненты \mathbf{V} на плоскость (r, z) и распределение изолиний плотности $\rho(z, r)$ (штриховые кривые – расчет при $H_z^0 = 0$, штрихпунктирная кривая соответствуют аналитической модели при $H_z^0 = 0.1$). Масштаб векторов определяется характерной скоростью V_0 (см. раздел 5.1.2), указанной на рис. 60в.

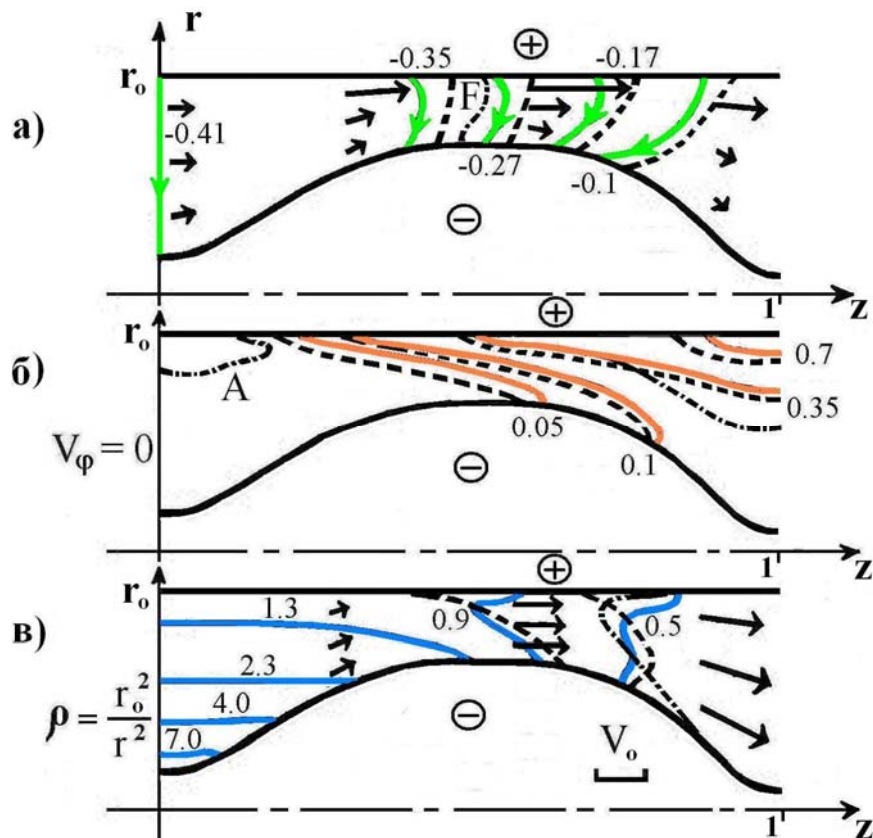


Рис. 60. Трансзвуковое течение плазмы в режиме ионного токопереноса при наличии продольного магнитного поля $H_z^0 = 0.1$

На рис. 60а (кривая F) видно, что в середине канала скорость потока переходит через местную скорость быстрой магнитозвуковой волны (4.26). Кривая А на рис. 60б отвечает переходу через скорость альфвеновской волны $V_A = H / \sqrt{\rho}$. Оба указанных перехода происходят плавно и не сопровождаются разрывами МГД-переменных. Наблюдаются особенности в распределении продольного магнитного поля H_z (рис. 60а). Оно увеличивается с ростом r и достигает максимального значения на поверхности анода в наиболее узкой части канала ускорителя $H_z^{\max} = H_z(z \approx 0.5, r = r_o) = 0.5$. Практически такое же значение получено в рамках одножидкостной модели.

Азимутальная скорость $V_\varphi^{i,e}(z, r)$ (рис. 60б) увеличивается в радиальном и осевом направлениях. Иначе говоря, небольшое продольное поле приводит к нарастающему вращению плазмы, которое достигает максимального значения в окрестности внешнего электрода на выходе из канала ускорителя $V_\varphi^{\max} = V_\varphi(z = 1, r = r_o) = 0.72$ в полном соответствии с одножидкостной и аналитической моделями. Следует заметить, что отличие скоростей ионной и электронной компонент (см. сплошные и ближайшие к ним штриховые кривые на рис. 60б) весьма незначительное, поскольку в безразмерных переменных $V_e = V_i - \xi \mathbf{j} / \rho$, где параметр $\xi \ll 1$. На выходе из ускорителя $z = 1$ доля

$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_\varphi}{\varepsilon_z} 100\%$ кинетической энергии, обусловленной вращением

$$\varepsilon_\varphi = \int_{r_k}^{r_a} \rho V_\varphi^2 \pi r dr, \text{ составляет небольшую часть от } \varepsilon_z = \int_{r_k}^{r_a} \rho V_z^2 \pi r dr -$$

продольной кинетической энергии вытекающего потока. В данном случае имеем $K_\varepsilon = 14\%$. В то же время одножидкостная модель дает $K_\varepsilon = 7\%$.

Поведение плотности $\rho(z, r)$ (сплошные кривые на рис. 60в) в окрестности внешнего электрода обусловлено продольным магнитным полем. При наличии H_z вблизи внешнего электрода меняется наклон электрического

тока (см. сплошные и штриховые кривые на рис. 60а соответственно для $H_z^0 = 0.1$ и $H_z^0 = 0$). Одновременно здесь же происходит изменения в распределении плотности (см. сплошные и штриховые кривые на рис. 60в). Мы наблюдаем увеличение плотности в окрестности внешнего электрода, связанное с вращением плазмы. Рис. 61 более отчетливо иллюстрирует данный эффект. Здесь изображены зависимости плотности $\rho(z, r = r_o)$ от координаты z вдоль внешнего электрода при различных значениях H_z^0 . Сплошные кривые 1 и 2 отвечают расчетам при $H_z^0 = 0$ и $H_z^0 = 0.1$ соответственно. На выходе из ускорителя ($z = 1, r = r_o$) плотность увеличивается от значения ρ_1 в отсутствие продольного поля до величины ρ_2 при его наличии. При наличии продольного поля коэффициент $K_\rho = \rho_2 / \rho_1$ для $H_z^0 = 0.1$ равен $K_\rho = 2.16$. Это немного больше того, что дает одножидкостная модель при тех же параметрах. Тем самым продольное поле и вращение плазмы могут компенсировать недостаток ионов в окрестности анода, возникающий за счет эффекта Холла. Для непроницаемых электродов (см. раздел 5.4) недостаток ионов может привести к явлению кризиса тока и срыву процесса ускорения. В рассматриваемом режиме ионного токопереноса с проницаемыми электродами развитие неустойчивостей в окрестности электродов не наблюдается.

Исследования на основе двухжидкостной МГД-модели подтвердили и другие закономерности, выявленные в рамках одножидкостной модели. Увеличение продольного магнитного поля очевидным образом приводит к росту плотности в окрестности анода. Кривая 3 на рис. 61 отвечает значению $H_z^0 = 0.15$. С усилением продольного поля возрастает доля энергии вращения и значение коэффициента K_ρ . В данном случае имеем $K_\varepsilon = 28\%$, $K_\rho = 3.8$, $H_z^{\max} = 0.8$ и $V_\varphi^{\max} = 0.86$. В режиме ионного токопереноса K_ε и K_ρ имеют более высокие значения по сравнению с одножидкостной моделью.

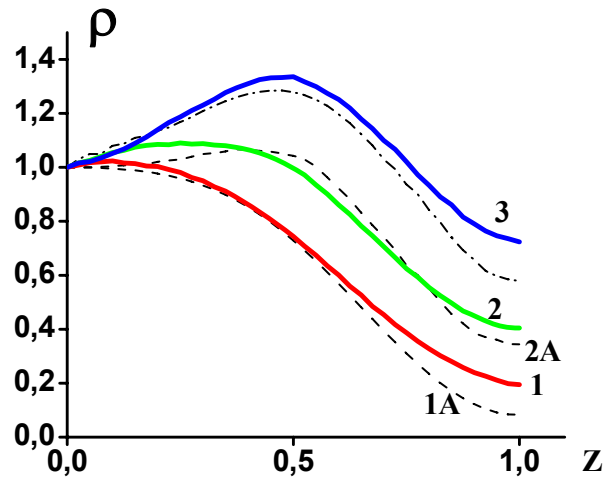


Рис. 61. Распределение плотности плазмы вдоль внешнего электрода: кривые 1 (1А) – расчет (теория) при $H_z^0 = 0$; кривые 2 (2А) – расчет (теория) при $H_z^0 = 0.1$; кривая 3 – расчет при $H_z^0 = 0.15$ (штрихпунктирная кривая – одножидкостная модель)

Проведем сопоставление аналитического решения и результатов расчетов, установившихся течений в рассматриваемой двухжидкостной модели. Эти решения не обязаны полностью совпадать. Тем не менее, не наблюдается принципиальных качественных и существенных количественных отличий. Наиболее заметные отличия аналитической модели характеризуются на рис. 60б и 60в штрихпунктирными кривыми, которые соответствуют ближайшим сплошным линиям двухкомпонентной МГД-модели. Штриховые линии 1А и 2А на рис. 61 отвечают аналитической модели при $H_z^0 = 0$ и $H_z^0 = 0.1$. Штрихпунктирная кривая на рис. 61 получена в одножидкостной модели для $H_z^0 = 0.15$. Сравнение ближайших кривых, представляющих разные модели на рис. 61, также указывает на хорошее соответствие рассмотренных моделей.

С помощью двухжидкостной МГД-модели появляется возможность более детально исследовать поведение плазмы в окрестности электродов, в частности, в рассматриваемом режиме ионного токопереноса. При усилении продольного поля в системе одновременно с увеличением плотности в окрестности анода

наблюдается незначительное уменьшение продольной составляющей скорости ионов V_z^i . Кривые 2 и 3 на рис. 62а соответствуют распределениям V_z^i вдоль анода при $H_z^0 = 0.1$ и $H_z^0 = 0.15$. В рамках двухжидкостной модели можно вычислить значение продольной компоненты скорости электронной компоненты $V_z^e = V_z^i - \xi j_z / \rho$, представленной штрихпунктирной кривой 2E на рис. 62а, отвечающей распределению V_z^e вдоль анода для $H_z^0 = 0.1$.

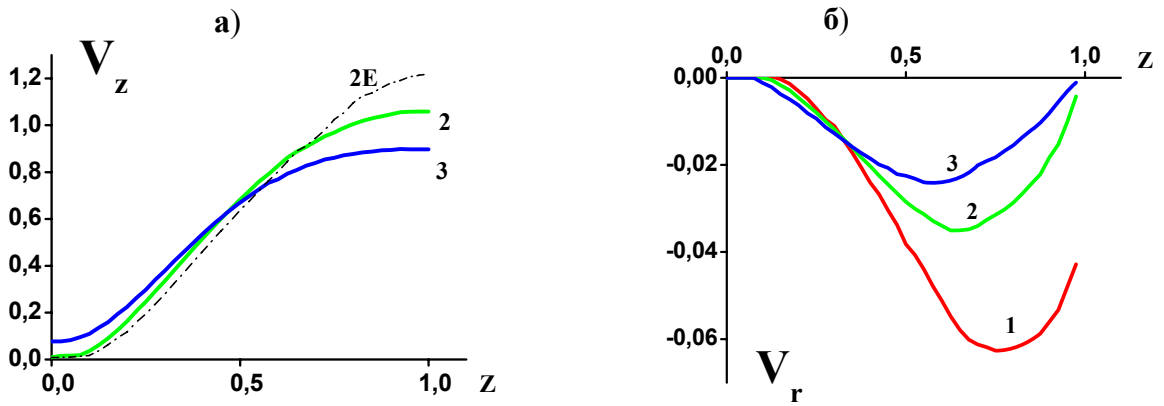


Рис. 62. Распределение **а)** продольной и **б)** радиальной компонент скорости плазмы вдоль внешнего электрода: **а)** кривая 2 – расчет при $H_z^0 = 0.1$ (штрихпунктирная кривая 2E – скорость электронный компоненты), кривая 3 – расчет при $H_z^0 = 0.15$; **б)** кривые 1, 2 и 3 – расчет при $H_z^0 = 0$; 0.1 и 0.15

Более существенным является следующее обстоятельство. С увеличением плотности в окрестности анода при введении в систему продольного поля наблюдается уменьшение нормальной или радиальной составляющей V_r скорости втекания плазмы (см. кривые 1, 2 и 3 на рис. 62б для $H_z^0 = 0$, $H_z^0 = 0.1$ и $H_z^0 = 0.15$, соответственно). При этом, интегральный поток плазмы

через анод $\dot{m}_a = 2 \pi r_o \int_{z=0}^{z=1} \rho V_r dz$, поток через катод $\dot{m}_k = 2 \pi \int_{z=0}^{z=1} r_k(z) \rho V_n dz$

и интегральный параметр обмена, равный в данном случае $\xi_o = |\dot{m}_k| / \dot{m}$, практически не меняются в режиме ионного токопереноса не зависимо от

наличия продольного поля. Здесь расход $\dot{m} = 2\pi \int_{r_k}^{r_a} r \rho V_z dr$ определяется по входному сечению канала при $z = 0$. В результате расчетов было найдено, что в безразмерных переменных $\dot{m}_a = -0.041$, $\dot{m}_k = -0.05$, $\xi_o = 0.27$ при $H_z^o = 0$ и $\dot{m}_a = -0.039$, $\dot{m}_k = -0.051$, $\xi_o = 0.26$ при $H_z^o = 0.1$. Таким образом, продольное поле не ухудшает сколько-нибудь существенно интегральные параметры ускорителя, что также указывает на целесообразность модификации коаксиальных ускорителей с помощью слабого продольного магнитного поля (см. [74], рис. 4 и 5), которое позволяет изменить динамику плазмы в окрестности электродов, не оказывая заметного влияния на основной поток.

Разработка двухжидкостной модели преследовала еще одну цель: подтвердить обнаруженный в одножидкостной модели эффект качественной перестройки течения при достаточно больших значениях продольного поля. Этот эффект был выявлен в рамках двухжидкостной МГД-модели, отвечающей течением плазмы в ускорителе с непроницаемыми электродами (см. раздел 5.4.2 и рис. 59). В рассматриваемом режиме ионного токопереноса данный эффект также наблюдается. Действительно, в рамках двухжидкостной модели для ускорителей с проницаемыми электродами, начиная с некоторого критического значения продольного поля, происходит качественное изменение картины течения. Величина критического поля зависит от параметров задачи и условий подачи плазмы на входе. Более того, оно имеет примерно те же значения, что и в одножидкостной модели. Если $H_z^o > 0.2$ в рассмотренном примере, то вблизи внешнего электрода, где продольное поле имеет максимальные значения, в движущейся плазме формируются узкий слой с током обратного направления и область практически равномерного течения с постоянной скоростью. Эта область ограничена снаружи эквипотенциальным электродом. Внутри канала область отделена от основного потока тонким

слоем, изображенным на рис. 63 для $H_z^0 = 0.25$. На данном рисунке штриховая кривая отвечает $H_\varphi = 0$, штрихпунктирные кривые А и F соответствуют переходам через скорость альфвеновской и быстрой магнитозвуковой волны. Подобное замыкание электрического тока на внешнем электроде указывает на возможное образование привязок тока в случае достаточно больших значений H_z^0 . По сравнению с одножидкостной моделью наблюдается незначительное увеличение угла между анодом и токовым слоем. В аналитической модели [101] также существует критическая величина продольного магнитного поля. При значениях $H_z^0 > 0.15$ аналитическое решение, отвечающее трансзвуковому течению плазмы, не было найдено.

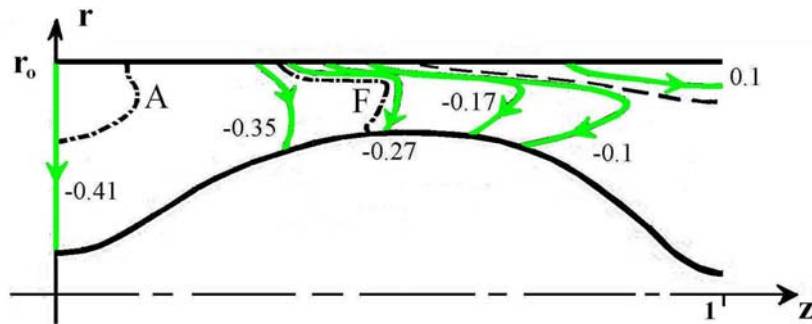


Рис. 63. Электрический ток в плазме для сильного продольного поля $H_z^0 = 0.25$

Кроме того, в рамках двухжидкостной модели были проведены численные эксперименты при условии равномерной подачи плазмы на входе ($\rho = 1$ и $T = 1$ при $z = 0$). Результаты расчетов подтвердили основные закономерности, выявленные при неравномерной подаче, и для ядра потока соответствуют одножидкостной модели [123-126]. Варьирование таких параметров задачи, как T_0 и J_p , не приводит к принципиальным изменениям описанных выше процессов. Увеличение T_0 и J_p сопровождается незначительным уменьшением значения критического поля. Для более плотной плазмы, например, $n_0 = 3.6 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, наоборот, расширяется диапазон значений продольного поля $H_z^0 < 0.4$, отвечающих ламинарным течениям.

Однако большие значения продольного поля не представляют интереса. В этом случае велика доля энергии, обусловленная вращением.

5.6. Динамика ионов примесей в канале ускорителя и эффект самоочищения потока водородной плазмы

Разработка и дальнейшее совершенствование плазменных ускорителей для достаточно плотной плазмы стимулируется потребностью не только в электрореактивных космических двигателях и рядом технологических приложений [1,12]. Квazистационарные плазменные ускорители (КСПУ) и магнитоплазменные компрессоры [1-14,60-79], способные генерировать квазистационарные потоки плазмы термоядерных параметров, изначально создавались для наполнения магнитных ловушек плазмой с большим энергосодержанием. В этом случае не менее актуальной является задача получения потоков чистой, например, дейтерий-третиевой или дейтериевой плазмы. Существуют различные способы получения чистых веществ.

Одной из таких разработок, использующей четвертое состояние материи, является плазмооптический масс-сепаратор на основе стационарного плазменного двигателя (СПД) для разреженной плазмы [322].

В данном разделе показано, что в канале КСПУ для плотной плазмы при определенных условиях также может осуществляться сепарация ионов по массе и самоочистка плазменного потока от примесных ионов [127].

Исследования проведены с помощью ранее разработанного метода [114] одиночных “пробных” частиц – ионов заданной массы и заряда. Траектории одиночных частиц изучаются на основе уравнения движения иона в электромагнитном поле магнитогазодинамической модели с учетом кулоновских столкновений с ионами и электронами основного потока. Такое решение задачи о “фоновом” течении можно получить, в общем случае - численно, в рамках МГД-модели с учетом проводимости и параметра замагниченности среды, а также эффекта Холла, предусматривающего различие

в скоростях движения ионной и электронной компонент плазмы (см. разделы 5.1-5.5). Фоновый или основной поток рассчитывается методом установления в рамках исходной нестационарной МГД-задачи. В свою очередь, движение пробной частицы рассчитывается, имея в виду силу ее взаимодействия с известным электромагнитным полем и силу трения [48,323], обусловленную столкновениями с частицами основного потока. Траектории пробных частиц исследуются для различных начальных данных, т.е. положения и скорости примесных ионов, например, углерода, кислорода и меди.

Пробная частица – ион массы M и заряда $Z_i e$. Ее положение в пространстве определяется вектор-функцией $\mathbf{R}_q(t)$. Уравнения движения частицы в электромагнитном поле запишем следующим образом

$$M \frac{d \mathbf{V}_q}{d t} = Z_i e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_q, \mathbf{H}] \right) + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_e ; \quad \frac{d \mathbf{R}_q}{d t} = \mathbf{V}_q$$

$$\mathbf{F}_{i,e} = -4 \pi \Lambda \frac{(Z_i e)^2 e^2}{\tilde{m}} \iiint \frac{\mathbf{V}_q - \mathbf{V}_{i,e}'}{|\mathbf{V}_q - \mathbf{V}_{i,e}'|^3} f_{i,e}(\mathbf{V}_{i,e}') d\mathbf{V}_{i,e}' \quad (5.31)$$

где \mathbf{V}_q - скорость пробной частицы, $\tilde{m} = m_{i,e} M / (M + m_{i,e})$ - приведенная масса, Λ - кулоновский логарифм.

Распределение плазмы и поля в потоке предполагается известным, в частности, известно магнитное поле $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$, а электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ находится из обобщенного закона Ома (5.8). Очевидно, что уравнения (5.31), где поля \mathbf{E} и \mathbf{H} находятся из решения МГД-задачи, не описывают в деталях всю картину движения пробной частицы в плазме с учетом микрофлуктуаций полей. Пробная частица в данном случае движется в усредненном электромагнитном поле и при этом одновременно взаимодействует кулоновским образом с электронами и ионами фонового течения.

Считая, что распределение частиц $f_{i,e}(\mathbf{V}_{i,e})$ фонового МГД-течения по скоростям является максвелловским, после интегрирований и преобразований

получим окончательное выражение для силы трения $\mathbf{F}_{fr} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_i$, где \mathbf{F}_e , \mathbf{F}_i учитывают трение пробного иона с зарядом $Z_i e$ соответственно об электроны и ионы фонового потока. При этом слагаемые силы трения оказываются пропорциональны разности скоростей $\mathbf{V}_q - \mathbf{V}_{i,e}$ частицы и компонент плазмы, а также обратно пропорциональны проводимости плазмы σ [114]. Для определения траекторий пробной частицы $\mathbf{R}_q(\mathbf{t})$ нужно знать функции \mathbf{H} , $\mathbf{V}_{i,e}$, ρ , P , входящие в уравнения (5.31), т. е. иметь решение фоновой задачи, а также задать начальные данные: положение $\mathbf{R}_q(0)$ и скорость $\mathbf{V}_q(0)$ пробной частицы в момент времени $t = 0$.

Далее ограничимся исследованием дейтериевой плазмы ($Z_i = 1$, $m = m_i = 2 m_p$). В соответствии с экспериментами выберем в качестве единиц, например, следующие характерные значения концентрации, температуры, разрядного тока и длины канала: $n_0 = 3.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$, $L = 60 \text{ см}$. Данный набор параметров был использован в разделе 5.5, где рис. 60 отвечает течению водородной плазмы. Для исследуемого течения дейтериевой плазмы также рассмотрим режим ионного токопереноса при условии самосогласованного протекания плазмы через электроды (см. разделы 5.3, 5.5).

На рис. 64 представлено установившееся трансзвуковое осесимметричное течение плазмы с азимутальным магнитным полем для указанных выше характерных параметров и соответствующих единиц измерения (см. раздел 5.1.2). Здесь изображены: **а)** электрический ток (j_z, j_r) (линии уровня $r H_\varphi = \text{const}$); **б)** векторное поле скоростей ионной компоненты (V_z, V_r) и распределение плотности $\rho(z, r)$; **в)** линии уровня функции $T(z, r)$. Масштаб векторов на рис. 64б определяется характерной V_0 . Пунктир на рис. 64в отвечает переходу через скорость сигнала (1.23). В данном случае на входе в канал ускорителя при $z = 0$ предполагается неравномерная подача плазмы $\rho(r) = r_0^2 / r^2$ в соответствие с аналитической моделью [100-102].

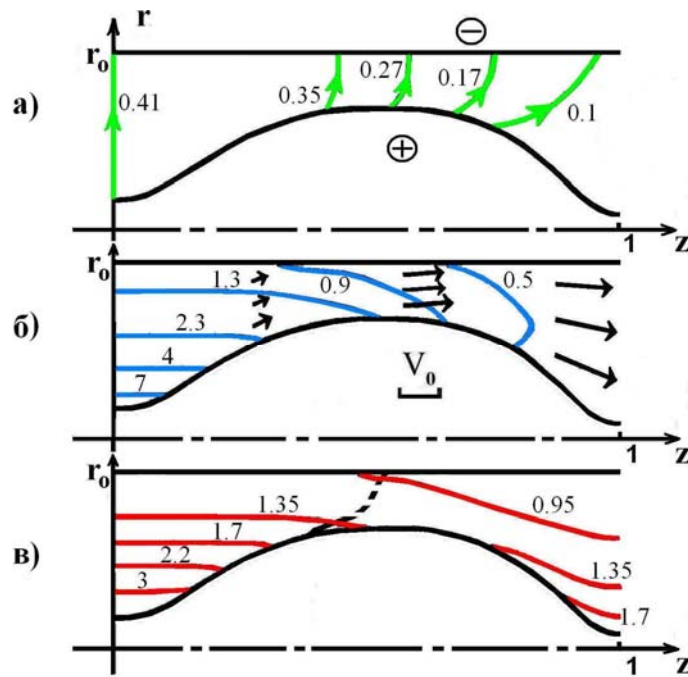


Рис. 64. Трансзвуковое течение дейтериевой плазмы в режиме ионного токопереноса

Зондирование данного потока пробными частицами показало, что траектории частиц с массой $M = m_i$ и начальной скоростью $V_y(0) = V_i$ совпадают с линиями тока фоновой плазмы. Этот результат обязан силе трения F_{fr} , т.е. кулоновским столкновениям пробной частицы с фоновыми. На рис. 65 представлены траектории однозарядных ионов дейтерия D, углерода C, кислорода O и меди Cu, стартующих из разных точек 1 и 2 канала ускорителя с $V_y(0) = V_i$. Для указанных выше параметров основного потока дейтериевой плазмы наблюдается четко выраженная сепарация ионов примесей и их выпадение на катод, в данном случае, внешний электрод. Аналогичный результат наблюдается для начальной скорости $V_y(0) = 0$.

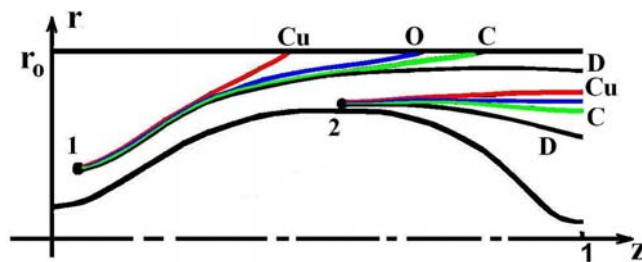


Рис. 65. Траектории ионов дейтерия, углерода, кислорода и меди при $n_0 = 3.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$

Увеличение характерной концентрации основного потока, например, до величины $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ естественным образом приводит к тому, что сепарация частиц по массе не столь ярко выражена (рис. 66). Однако, увеличив разрядный ток ($J_p = 600 \text{ кА}$) получим картину сепарации, аналогичную той, что изображена рис. 65. Изменение характерной температуры фонового потока и соответственно проводимости плазмы также оказывает существенное влияние на динамику ионов примесей в потоках плазмы.

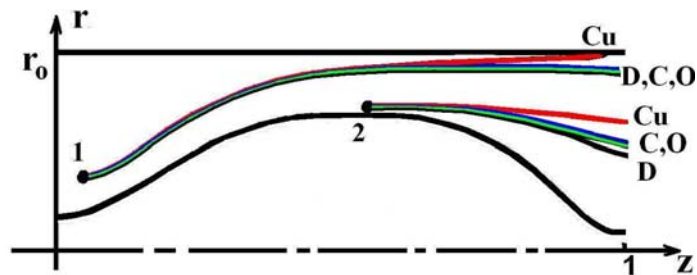


Рис. 66. Траектории ионов дейтерия, углерода, кислорода и меди при $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 2 \text{ эВ}$, $J_p = 300 \text{ кА}$

Таким образом, в результате серии численных экспериментов выявлены условия, при которых сепарация ионов примесей становится явно выраженной. Установлено, что увеличение разрядного тока в системе, увеличение характерной температуры фонового потока, а также уменьшение концентрации плазмы, подаваемой на входе в канал ускорителя, приводит к ярко выраженной сепарации примесных ионов и их удалению из основного потока дейтериевой плазмы. Кроме того, метод пробных частиц получил развитие для общего случая фонового течения плазмы в трехкомпонентном магнитном поле [202] при наличии дополнительного продольного поля и возникающего вращения.

5.7. Выводы

В рамках двумерной двухжидкостной МГД-модели с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды проведено исследование приэлектродных процессов в КСПУ с эквипотенциальными и непроницаемыми электродами. Численные эксперименты подтвердили теоретические предпосылки

возникновения явления кризиса тока, обусловленного эффектом Холла, и позволили провести сопоставление с имеющимися экспериментальными данными. Выявлена область параметров и сформулирован критерий, отвечающие стационарным течениям плазмы в отсутствие приэлектродных неустойчивостей, предшествующих явлению кризиса тока.

Исследования показали, что увеличение характерных размеров плазменного ускорителя расширяет область параметров, отвечающих стационарным устойчивым режимам течения. Установлено, что варьирование характерной температуры плазмы на входе и наличие слабого продольного магнитного поля в ускорителе не оказывает существенного влияния на процесс формирования кризиса тока при условии равномерной подачи плазмы на входе в канал КСПУ. Рассмотрен случай неравномерной подачи в соответствие с аналитической моделью динамики плазмы в приближении плавного канала. Численные эксперименты показали, что неравномерная подача не оказывает существенного влияния на развитие приэлектродных неустойчивостей. Однако одновременное использование неравномерной подачи и дополнительного слабого продольного магнитного поля существенно расширяет область значений параметров, отвечающих стационарным течениям в отсутствие неустойчивостей. Форма непроницаемых электродов также влияет на развитие приэлектродных неустойчивостей и возникновение кризиса тока.

Двухжидкостная модель с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды подтвердила результаты исследований на основе одножидкостной модели о возможности формирования токовых слоев и привязок тока к электродам для достаточно больших значений продольного поля в канале ускорителя с непроницаемыми эквипотенциальными электродами.

Численные эксперименты, проведенные для режима ионного токопереноса с проницаемыми электродами на основе двумерной двухжидкостной МГД-модели, показали, что слабое продольное магнитное поле также позволяет реализовать трансзвуковые течения плазмы в канале

коаксиального ускорителя при различных условиях подачи плазмы на входе. При этом в окрестности электродов не наблюдалось возникновения и формирования каких-либо неустойчивостей, а на выходе из ускорителя доля энергии, обязанная вращению, существенно меньше кинетической энергии продольного потока плазмы. В то же время для достаточно сильного продольного поля наблюдается формирование токовых слоев в движущейся плазме и привязок тока на внешнем аноде в соответствии с другими моделями.

Выявлены характерные особенности динамики потоков в окрестности анода при условии оптимальной подачи и самосогласованного протекания плазмы через проницаемые эквипотенциальные электроды в режиме ионного токопереноса. Максимальные значения в распределении потока плазмы через анод достигаются в средней наиболее узкой части канала. При введении в систему продольного поля наблюдается заметное уменьшение нормальной составляющей скорости втекания плазмы через проницаемый анод при одновременном увеличении плотности в окрестности электрода. При этом интегральные потоки плазмы через поверхности электродов и интегральный параметр обмена практически не зависят от продольного поля.

Таким образом, слабое продольное поле позволяет положительным образом изменить динамику плазмы в окрестности электродов, не оказывая заметного влияния на основной поток и не меняя интегральные параметры модифицированного ускорителя.

Исследование динамики ионов примесей в потоке водородной плазмы позволило выявить условия, при которых сепарация ионов примесей в КСПУ становится явно выраженной и наблюдается эффект самоочищения потока плазмы от примесей. Установлено, что увеличение разрядного тока в системе, увеличение характерной температуры фонового потока, а также уменьшение концентрации плазмы, подаваемой на входе в канал ускорителя, приводит к удалению примесей из основного потока дейтериевой плазмы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выявлена неравновесная природа процессов на фронте ионизации в потоке ионизирующегося газа в канале квазистационарного плазменного ускорителя. На фронте ионизации наблюдается четко выраженное отклонение от равновесия, что существенно изменило прежние представления о происходящих процессах.

Установлено, что в рамках МГД-уравнений, дополненных уравнением кинетики ионизации и рекомбинации, в отличие от локального термодинамического равновесия процесс ионизации происходит в узкой зоне, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными.

2. Разработаны основы теории процессов на фронте ионизации в канале плазменного ускорителя. Выявлена структура стационарного неравновесного фронта ионизации. При наличии структуры процесс ионизации начинается в дозвуковой области из стационарного состояния, отвечающего нейтральному газу с нулевой степенью ионизации, и завершается в сверхзвуковой области в стационарной особой точке МГД-уравнений, являющейся устойчивым узлом.

Сформулированы условия, отвечающие возможности осуществления процесса ионизации газа в канале ускорителя, возможности перехода скорости потока ионизирующегося газа через газодинамическую скорость звука и выхода в стационарные особые точки в пределах узкого фронта ионизации.

3. В приближении плавного канала построена аналитическая модель двумерных осесимметричных стационарных течений идеально проводящей плазмы, определена геометрия электродов и произведены оценки параметров коаксиального плазменного ускорителя с азимутальным магнитным полем.

Разработаны основы теории течений плазмы в канале КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля. В результате решения задачи в приближении плавного канала получено первичное представление о динамике плазмы в трехкомпонентном магнитном поле, исследованы особенности процесса ускорения вращающихся потоков и выявлена возможность реализации трансзвуковых течений с переходом скорости потока через

скорость быстрой магнитозвуковой волны. Обнаружено, что с помощью продольного магнитного поля можно уменьшить влияние эффекта Холла и область анодного подпотока в канале плазменного ускорителя.

4. Исследование осесимметричных потоков плазмы в канале ускорителя при наличии продольного магнитного поля на основе двумерной одножидкостной МГД-модели в терминах векторного потенциала магнитного поля с учетом конечной проводимости среды показало, что слабое продольное поле позволяет реализовать трансзвуковые течения при различных условиях подачи плазмы на входе. Слабое продольное поле, действуя на протяжении всей длины канала, приводит к постепенно нарастающему вращению. При этом на выходе доля энергии, обязанная вращению, существенно меньше кинетической энергии продольного потока, а в окрестности внешнего электрода наблюдается увеличение концентрации. При достаточно сильном продольном поле наблюдается формирование токовых слоев в потоке и привязок тока на аноде.

5. На основе одножидкостной МГД-модели с учетом проводимости, теплопроводности и потерь энергии на излучение проведен сравнительный анализ компрессионных потоков плазмы, генерируемой в КСПУ с азимутальным магнитным полем из различных газов: водорода, гелия, аргона и ксенона. Для всех газов компрессионное течение на выходе из ускорителя содержит коническую ударную волну, на которой происходит скачкообразное изменение плотности, температуры и давления. При переходе к более тяжелым газам уменьшается скорость потока в канале, соответственно уменьшаются максимальные значения концентрации плазмы в области компрессии. В то же время энергия ионов на выходе практически не меняется при изменении массы иона. Тем самым эффективность ускорителя при его использовании в термоядерных целях не зависит от массы ионов, например, дейтерия и трития.

Анализ интегральных характеристик потоков в канале ускорителя при использовании различных газов для генерации плазмы показал, что переход к более тяжелым газам сопровождается увеличением расхода и падением

мощности ускоренной струи. В то же время тяга системы практически не меняется. Соответственно легкие газы, в частности, водород являются наиболее предпочтительными для использования в перспективных модификациях КСПУ в качестве мощных электрореактивных плазменных двигателей.

Выявлены особенности компрессионных потоков плазмы на выходе из канала ускорителя при наличии продольного магнитного поля. Обнаружено, что слабое продольное поле оказывает заметное воздействие на компрессионные потоки плазмы и положение конической ударной волны, увеличивая угол ее наклона к оси системы. Под воздействием продольного поля значения плотности и температуры заметно снижаются в области компрессии.

За ударной волной формируется область, в которой продольное магнитное поле имеет существенно более высокие значения по сравнению с величиной продольного поля на входе в канал ускорителя и перед ударным переходом. Тем самым выявлена генерация продольного магнитного поля на конической ударной волне. Данный эффект является примером гидромагнитного динамо или МГД-динамо, когда по обе стороны конической поверхности происходит вращение проводящей среды с разной скоростью.

6. Проведено исследование приэлектродных процессов в коаксиальном плазменном ускорителе с эквипотенциальными и непроницаемыми электродами на основе двумерной, в общем случае нестационарной, двухжидкостной МГД-модели с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды. Модель реализована в терминах векторного потенциала магнитного поля. Численные эксперименты подтвердили теоретические предпосылки возникновения явления кризиса тока, обусловленного эффектом Холла, и позволили провести сопоставление с имеющимися экспериментальными данными. Выявлена область параметров и сформулирован критерий, отвечающие стационарным течениям в отсутствие приэлектродных неустойчивостей, предшествующих явлению кризиса тока. Установлено, что одновременное использование неравномерной подачи на входе и

дополнительного слабого продольного магнитного поля существенно расширяет область значений параметров, отвечающих устойчивым течениям.

Двухжидкостная модель с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды подтвердила результаты исследований на основе одножидкостной модели о возможности формирования токовых слоев для сильного продольного поля в ускорителе с непроницаемыми эквипотенциальными электродами.

7. Исследование течений плазмы в канале КСПУ при наличии продольного магнитного поля в режиме ионного токопереноса с проницаемыми электродами, проведенное на основе двухжидкостной МГД-модели с учетом эффекта Холла и тензора проводимости среды, подтвердило основные закономерности плазмодинамических процессов, выявленные ранее на основе аналитической и одножидкостной моделей. Для данного режима слабое продольное поле также позволяет реализовать трансзвуковые течения при различных условиях подачи плазмы на входе. При этом в окрестности электродов не наблюдалось возникновения каких-либо неустойчивостей. В то же время для достаточно сильного продольного поля наблюдается формирование токовых слоев в движущейся плазме и привязок тока на внешнем аноде в соответствии с другими моделями.

Выявлены характерные особенности динамики потоков в окрестности анода в режиме ионного токопереноса при условии оптимальной подачи и самосогласованного протекания плазмы через проницаемые эквипотенциальные электроды. Максимальные значения в распределении потока плазмы через анод достигаются в средней наиболее узкой части канала. При введении в систему продольного магнитного поля наблюдается заметное уменьшение нормальной составляющей скорости втекания плазмы через проницаемый анод при одновременном увеличении плотности в окрестности электрода за счет возникающего вращения. При этом интегральные потоки плазмы через поверхности электродов и интегральный параметр обмена практически не зависят от продольного поля.

8. С помощью метода пробных частиц, ионов заданной массы и заряда, исследована динамика ионов примесей в потоке водородной плазмы и выявлены условия, при которых сепарация ионов примесей в КСПУ становится явно выраженной и наблюдается эффект самоочистки потока плазмы от примесей. Расчеты траекторий ионов примесей проведены на основе уравнения движения иона в электромагнитном поле МГД-задачи с учетом кулоновских столкновений отдельной частицы с ионами и электронами основного потока.

Установлено, что увеличение разрядного тока в системе, увеличение характерной температуры фонового потока, а также уменьшение концентрации плазмы, подаваемой на входе в канал ускорителя, приводит к сепарации примесных ионов и их удалению из основного потока дейтериевой плазмы.

Таким образом, разработаны основы теории процессов на фронте ионизации, основы теории течений плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале КСПУ. Выявлены и исследованы фундаментальные свойства потоков ионизирующегося газа, а также потоков плазмы в присутствии продольного магнитного поля. Слабое продольное поле позволяет положительным образом изменить динамику плазмы в окрестности электродов, не оказывая заметного влияния на основной поток и интегральные характеристики модифицированного ускорителя с дополнительным продольным магнитным полем. Тем самым решена крупная научная проблема теоретического обоснования проектирования и разработки нового класса плазмодинамических установок – КСПУ с продольным магнитным полем.

Следует подчеркнуть, что представленные модели и результаты выходят за рамки исследования и разработки плазменных ускорителей нового поколения. Проведенные исследования могут быть использованы в таких областях как физика плазмы, включая управляемый термоядерный синтез, создание мощных электрореактивных плазменных двигателей и МГД-генераторов, внедрение новых плазменных технологий, а также представляют интерес для специалистов в области вычислительной плазмодинамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
2. Morozov A.I. Steady-state plasma accelerators and their possible applications in thermonuclear research.// Nuclear Fusion, Special suppl. 1969. P. 111-119.
3. Морозов А.И. Стационарные течения плазмы, сопровождающиеся ее сжатием. // ЖТФ. 1967. Т. 37, № 12. С. 2147-2159.
4. Морозов А.И. О процессах в магнитоплазменном компрессоре. // Физика плазмы. 1975. Т. 1, № 2. С. 179-191.
5. Морозов А. И. Принципы коаксиальных (квази)стационарных плазменных ускорителей (КСПУ). // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 131-146.
6. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
7. Волошко А.Ю., Гаркуша И.Е., Морозов А.И., Соляков Д.Г., Терешин В.И., Царенко А.В., Чеботарев В.В. Исследование локальной картины течения плазмы в двухступенчатом КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 168-175.
8. Белан В.Г., Золотарев С.П., Левашов В.Ф., Майнашев В.С., Морозов А.И., Подковыров В.Л., Скворцов Ю.В. Экспериментальное исследование квазистационарного плазменного ускорителя, питаемого от индуктивного и емкостного накопителей. // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 176-185.
9. Ананин С.И., Асташинский В.М., Баканович Г.И., Костюкевич Е.А., Кузмицкий А.М., Маньковский А.А., Минько Л.Я., Морозов А.И. Исследование процессов формирования плазменных потоков в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе (КСПУ). // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 186-196.
10. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Стационарные течения плазмы в магнитном поле. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 3-87.

11. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 88-163.
12. Морозов А.И. Физические основы космических электрореактивных двигателей. М.: Атомиздат, 1978. 326 с.
13. Морозов А.И. Плазмодинамика. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы./ Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Т. III. Раздел IX, С. 383-574.
14. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Анализ двумерных течений плазмы в каналах. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы./ Под ред. В.Е. Фортова. М.: Янус-К, 2008. Серия Б. Т. IX-2. С. 334-369.
15. Alfven H. Cosmical electrodynamics. Oxford, N.Y., 1950. (Альфвен Х. Космическая электродинамика. М.: ИЛ, 1952. 291 с.).
16. Власов А.А. Теория многих частиц. М.: Гостехиздат, 1950. 345 с.
17. Spitzer L. Physics of fully ionized gases. Interscience publishers LTD. NY. 1956. (Л. Спитцер. Физика полностью ионизованного газа. М.: ИЛ, 1957. 112 с.)
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1957; М.: Наука, 2-е изд., 1982. 620 с.
19. Франк-Каменецкий Д.А. Физические процессы внутри звезд. М.: Физматлит, 1959. 543 с.
20. Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз, 1961. 468 с.
21. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
22. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с. (2-е изд. М.: Логос, 2005. 328 с.)
23. Брагинский С.И. Явление переноса в плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. вып. 1. С. 183-272.
24. Вопросы теории плазмы. Серия сборников под ред. М.А. Леонтовича и др. М.: Госатомиздат, 1963-2000.

25. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
26. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Физматлит, 1970. 672 с.
27. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. М.: Наука, 1971. 543 с.
28. Ландау Л.Д., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1972. 527с.
29. Плазменные ускорители. Под ред.Л.А.Арцимовича. М.: Машин., 1973. 312с.
30. Физика и применение плазменных ускорителей. Под ред. А.И. Морозова. Минск: Наука и техника, 1974. 399 с.
31. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с.
32. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978. 423 с.
33. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980. 352 с.
34. Баранов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 337 с.
35. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982. 320 с.
36. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
37. Мирнов С.В. Физические процессы в плазме токамаков. М.: Энергоатомиздат, 1983. 184 с.
38. Ватажин А.Б., Грабовский В.И., Лихтер В.А., Шульгин В.И. Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
39. Гришин С.Д., Лесков Л.В., Козлов Н.П. Плазменные ускорители. М.: Машиностроение, 1983. 231 с.
40. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
41. Великович А.Л., Либерман М.А. Физика ударных волн в газах и плазме. М.: Наука, 1987. 295 с.

42. Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А.Леонтовича. М.: Госатомиздат. 1963, вып. 3. С. 3-140.
43. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988. 303 с.
44. Oran E., Boris J.P. Numerical simulation of reactive flow. Elsevier. NY., Amsterdam, London. 1987. (Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.)
45. Радиационная плазмодинамика. Под ред. Протасова Ю.С. М.: Энергоатомиздат, 1991. Т. 1. 574 с.
46. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
47. Галанин М.П., Попов Ю.П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. М.: Наука. Физматлит. 1995. 320 с.
48. Трубников Б.А. Теория плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996. 464 с.
49. Имшенник В.С., Боброва Н.А. Динамика столкновительной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1997. 319 с.
50. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Лекции по электродинамике плазмоподобных сред. М.: изд. МГУ, 1999. 336 с.
51. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.
52. Пергамент М.И. Методы исследований в экспериментальной физике. Долгопрудный: Интеллект, 2010. 300 с.
53. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.
54. Физико-химические процессы в газовой динамике. / Справочник под ред. Черного Г.Г. и Лосева С.А. М.: изд. МГУ, Т.1, 1992, 349 с.; Т. 2, 2002, 367 с.
55. Фортов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы. М.: Физматлит, 2004. 528 с.
56. Месяц Г.А. Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004. 704 с.

57. Суржигов С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 640 с.
58. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 200 с.
59. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. Фортова В.Е. М.: Наука, 2000-2008.
60. Ковров П.Е., Морозов А.И., Токарев Л.Г., Щепкин Г.Я. Распределение магнитного поля в коаксиальном инжекторе плазмы. // ДАН СССР. 1967. Т.172, № 6. С. 1305-1308.
61. Морозов А.И., Ковров П.Е., Виноградова А.К. Экспериментальное подтверждение существования стационарных самосжимающихся течений плазмы. // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 7, № 8. С. 257-260.
62. Виноградова А.К., Морозов А.И. Стационарные компрессионные течения. // Физика и применение плазменных ускорителей. / Под ред. А.И. Морозова. Минск: Наука и техника, 1974. С. 103-141.
63. Волков Я.Ф., Кулик Н.В., Маринин Н.В., Морозов А.И. и др. Анализ параметров потока плазмы, генерируемых полноблочным КСПУ X-50. // Физика плазмы. 1992. Т.18, № 11. С. 1392-1402.
64. Tereshin V.I., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Makhraj V.A., Mitina N.I., Solyakov D.G., Trubchaninov S.A., Tsarenko A.V., Wuerz H. Investigation of high power quasi-steady-state plasma streams flow in magnetic field. // Problems of atomic science and technology. Series: Plasma Physics. 1999. No.3. P. 194-196.
65. Tereshin V.I., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Makhraj V.A., Mitina N.I., Morozov A.I., Solyakov D.G., Trubchaninov S.A., Tsarenko A.V., Wuerz H. Powerful quasi-steady-state plasma accelerator for fusion experiments. // Brazilian Journal of Physics. 2002. V. 32, No. 1. P. 165-171.
66. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman, I., Makhraj V.A., Neklyudov, I.M., Solyakov D.G., Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of

- ITER transient heat loads on divertor surfaces. // *Plasma Phys. Contr. Fusion*. 2007. V. 49. P. A231-A239.
67. Терешин В.И., Гаркуша И.Е., Чеботарев В.В. Использование мощных квазистационарных плазменных ускорителей для моделирования экстремальных плазменных нагрузок в термоядерном реакторе. // *Энциклопедия Низкотемпературной Плазмы*. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2007, Т. 9, С. 395-441.
68. Асташинский В.М., Маньковский А.А., Минько Л.Я., Морозов А.И. Исследование физических процессов, обуславливающих режимы работы КСПУ. // *Физика плазмы*. 1992. Т. 18, № 1. С. 90-98.
69. Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V.V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Kvasov N.T., Danilyuk L.A. Materials surface modification using quasi-stationary plasma accelerators. // *J. Surface and Coating Technology*. 2004. V. 180-181. P. 392-395.
70. Ананин С.И., Асташинский В.М., Костюкевич Е.А., Маньковский А.А., Минько Л.Я. Интерферометрические исследования процессов в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе. // *Физика плазмы*. 1998. Т. 24, № 11. С. 1003-1009.
71. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А. // *Физика плазмы*. 1994. Т. 20, № 6. С.533-540.
72. Klimov N., Podkovyrov V., Zhitlukhin A., Kovalenko D., Bazylev B., Landman I., Pestchanyi S., Janeschitz G., Federici G., Merola M., Loarte A., Linke J., Hirai T., Compan J. Experimental study of PFCs erosion under ITER-like transient loads at plasma gun facility QSPA. // *J. of Nuclear Materials*. 2009. V.390-391. P.721-726.
73. Климов Н.С., Подковыров В.Л., Житлухин А.М., Архипов Н.И., Сафронов В.М., Барсук В.А., Позняк И.М., Loarte A., Merola M., Linke J. Воздействие интенсивных импульсных потоков плазмы на защитные материалы

- внутрикамерных компонентов термоядерного реактора. // Ядерная физика и инжиниринг. 2010. Т. 1, № 3. С. 210-219.
74. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2009. No. 1. P. 92-94.
75. Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Ladygina M.S., Marchenko A.K., Solyakov D.G., Tereshin V.I., Trubchaninov S.A., Tsarenko A.V. Investigation of pinching discharge in MPC device operating with nitrogen and xenon gases.// Chechoslovak Journal of Physics. 2006. V. 56, Suppl. B. P. 335-341.
76. Гаркуша И.Е., Терешин В.И., Чеботарев В.В. и др. Характеристики разряда и динамика компрессионных плазменных потоков, генерируемых МПК компактной геометрии. // Физика Плазмы. 2011. Т. 37, № 11. С. 1015-1022.
77. Асташинский В.М. Формирование компрессионных эрозионных плазменных потоков в плотных газах.// Жур. прикл. спектр. 2000. Т.67, №2. С.229-233.
78. Углов В.В, Анищик В.М., Асташинский В.М., Асташинский В.В., Ананин С.И., Аскерко В.В., Костюкевич Е.А., Кузьмицкий А.М., Данилюк А.Л., Квасов Н.Т. Формирование субмикронных цилиндрических структур при воздействии на поверхность кремния компрессионным плазменным потоком. // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 74, № 4. С. 213-215.
79. Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V.V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Kvasov N.T., Danilyuk A.L. The effect of dense compression plasma flow on silicon surface morphology. // J. Surface and Coating Technology. 2002. V. 158-159. P. 273-276.
80. Арцимович Л.А., Андронов И.М., Морозов А.И., Снарский Р.К., Щепкин Г.Я. Разработка стационарного плазменного двигателя(СПД) и его испытания на ИЗС «Метеор». // Космические исследования. 1974. Т. 12, № 3. С. 451-468.
81. Морозов А.И., Бугрова А.И., Харчевников В.К. Стационарный плазменный ускоритель-двигатель АТОН. // Физика плазмы. 1997. Т. 23, № 7. С. 635-645.

82. Kaufman H.R. Technology of Closed-Drift Thrusters. // AIAA Journal. 1985. V. 23, No. 1. P. 78-86.
83. Антропов Н.Н., Богатый А.В., Дьяконов Г.А., Любинская Н.В., Попов Г.А., Семенихин С.А., Тютин В.К., Хрусталеv М.М., Яковлев В.Н. Новый этап развития абляционных импульсных плазменных двигателей в НИИ ПМЭ. // Вестник ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина». 2011. № 5. С. 30-40.
84. Гришин С.Д., Лесков Л.В., Ляпин Е.А. Плазменные ускорители с анодным слоем. // Плазм. ускорители и ионные инжекторы. М.: Наука, 1986. С.129-138.
85. Гришин С.Д. Ионные и плазменные ракетные двигатели. // Энциклопедия низкотемпер. плазмы. / Под ред. В.Е.Фортова. М.: Наука, 2000. Т. IY. С.291-331.
86. Генерация плазмы и газовые разряды. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Вводный том II. С. 5-392.
87. Архипов Н.И., Сафронов В.М., Барсук В.А., Житлухин А.М., Климов Н.С., Куркин С.М., Подковыров В.Л. Эрозия углеграфитовых материалов при облучении интенсивными потоками плазмы. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2009. № 4. С. 3-13.
88. Плазменные МГД-генераторы. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Т. IY. С.154-218.
89. Бугрова А.И., Морозов А.И. Особенности физических процессов в УЗДП. // Ионные инжекторы и плазменные ускорители. / Под ред. Морозова А.И., Семашко Н.Н. М.: Энергоатомиздат, 1990. С. 42-56.
90. Егоров В.В., Ким В., Семенов А.А., Шкарбман И.И. Пристеночные процессы и их влияние на работу ускорителей с замкнутым дрейфом электронов. // Ионные инжекторы и плазменные ускорители. / Под ред. Морозова А.И., Семашко Н.Н. М.: Энергоатомиздат, 1990. С. 56-68.
91. Morozov A.I., Savelyev V.V. Fundamentals of stationary plasma thruster theory. // Reviews of plasma physics / Edited by V.B. Kadomtsev (deceased) and V.D. Shafranov. Consultants Bureau. 2000. V. 21. P. 203-391.

92. Морозов А.И., Савельев В.В. К теории пристеночной проводимости. // Физика плазмы. 2001. Т. 27, № 7. С. 607-613.
93. Козлов А.Н. Пристеночная проводимость в окрестности зеркально отражающей макронеоднородной поверхности в канале стационарного плазменного двигателя (СПД). // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2001. № 29. 21 с.
94. Козлов А.Н. Роль граничных условий в моделировании пристеночной проводимости в канале стационарного плазменного двигателя. // Сборник трудов 4-й Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование”. Новокузнецк, 1-4 декабря 2001 г. Изд.: НФИ КемГУ. 2001. С. 22-24.
95. Козлов А.Н. Модель пристеночной проводимости в окрестности макронеоднородной зеркально отражающей поверхности. // Физика плазмы. 2002. Т. 28, № 2. С. 180-187.
96. Демянко Ю.Г., Конюхов Г.В., Коротеев А.С., Кузьмин Е.П., Павельев А.А. Ядерные ракетные двигатели. Под ред. А.С. Коротеева. М: ООО "Норма информ", 2001. 416 с.
97. Левин В.А., Мануйлович И.С., Марков В.В. Оптимизация тяговых характеристик пульсирующего детонационного двигателя. // Физика горения и взрыва. 2010. № 4. С. 55-63.
98. Левин В.А., Мануйлович И.С., Марков В.В. Новые эффекты слоистой газовой детонации. // Докл. АН. 2010. Т. 430, № 2. С. 185-188.
99. Левин В.А., Марков В.В., Хмелевский А.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование работы пульсирующего детонационного двигателя. // Химическая физика. 2005. Т. 24, № 7. С. 37-43
100. Козлов А.Н. Аналитическая модель аксиально симметричных течений идеальной двухкомпонентной плазмы при наличии продольного магнитного поля. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2002. № 12. 32 с.
101. Козлов А. Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.

102. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field.// *J. Plasma Physics*. 2008. V.74, No.2. P. 261-286.
103. Козлов А.Н. Определение геометрии электродов и оценки параметров коаксиального плазменного ускорителя в приближении плавного течения. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1984. № 123. 28 с.
104. Козлов А.Н. Течение плазмы с анодным подпотокком в канале коаксиального ускорителя медленно меняющегося сечения. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1989. № 53. 20 с.
105. Брушлинский К.В., Горшенин К.П., Сыцько Ю.И. Математические модели стационарных МГД-течений в каналах плазменных ускорителей. // *Матем. моделирование*. 1991. Т. 3, № 10. С. 3-19.
106. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Палейчик В.В., Савельев В.В. Расчет компрессионных течений плазмы в коаксиальных каналах. // *Физика плазмы*. 1976. Т. 2, № 4. С. 531-541.
107. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Савельев В.В. Некоторые вопросы течений плазмы в канале магнитоплазменного компрессора.// *Двумерные численные модели плазмы*. / Под ред. К.В. Брушлинского. М.: ИПМ. 1979. С. 7-66.
108. Брушлинский К.В. Численное моделирование течений ионизирующегося газа в каналах // *Двумерные численные модели плазмы*. / Под ред. Н.П. Козлова и А.И. Морозова. М.: Наука. 1984. С. 139-151.
109. Brushlinsky K.V. Computational models in plasma dynamics.// *Lecture Notes in Physics*. / Springer Verlag. Berlin, Heidelberg, NY, Tokio. 1989. V. 323. P. 21-30.
110. Брушлинский К.В., Савельев В.В. Магнитные ловушки для удержания плазмы. // *Математическое моделирование*. 1999. Т. 11, № 5. С. 3-36.
111. Brushlinsky K.V. Mathematical modelling in plasmastatics. // *Comp. Phys. Comm.* 2000. No. 1-2. P. 37-40.
112. Брушлинский К.В. Численные модели течений ионизирующегося газа. // *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: ЯНУС-К. 2008. Серия Б, Т. VII-1, часть 2. С.84-90.

113. Козлов А.Н. Двумерный характер неустойчивости течений ионизирующегося газа в канале плазменного ускорителя. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 187-189.
114. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Морозов А.И. Численное исследование двумерных течений плазмы и ионизирующегося газа методом пробных частиц. // Физика плазмы. 1985. Т. 11, № 11. С. 1358-1367.
115. Козлов А.Н. Особенности динамики плазмы в КСПУ в процессе установления течения. // Физика плазмы. 1992. Т. 18, № 6. С. 714-723.
116. Белова И.В., Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчеты устойчивости двумерных течений плазмы в каналах. // Мат. моделир. 1992. Т.4, №10. С.3-15.
117. Брушлинский К.В., Горшенин К.П. Расчеты МГД-течений в каналах и их соотношение с экспериментальными исследованиями плазменных ускорителей. // Физика плазмы. 1993. Т. 19, № 5. С. 682-698.
118. Брушлинский К.В., Ратникова Т.А. Эффект Холла в МГД-модели течения плазмы в каналах. // Изв. АН. МЖГ. 1995. № 5. С. 56-65.
119. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
120. Козлов А.Н. Модели физических процессов в плазменных ускорителях. // Сб. "Физика экстремальных состояний вещества" под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХМ РАН, Черногловка, 2002. С. 167-169.
121. Kozlov A.N. Modeling of rotating flows in the plasma accelerator channel with longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2005. No. 1. P. 104-106.
122. Козлов А.Н. Моделирование осесимметричных вращающихся трансзвуковых потоков плазмы. // Сб. "Физика экстремальных состояний вещества" под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХМ РАН, Черногловка, 2005. С.226-227.
123. Козлов А.Н. Особенности динамика потоков плазмы в ускорителях при наличии продольного поля. // Сб. "Физика экстремальных состояний вещества" под ред. В.Е. Фортова. Изд. ИПХМ РАН, Черногловка, 2006. С. 252-253.

124. Козлов А.Н. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем. // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 5. С. 413-422.
125. Kozlov A.N. Plasma flow peculiarities in accelerator channel with longitudinal magnetic field. // AIAA Meeting Papers. 37-th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conf. 5-6 June 2006. Sun Francisco, California. Paper AIAA 2006-3564. P. 1-16. Copyright 2006 by the American Institute of Aeronautics and Astronautics.
126. Kozlov A.N., Zaborov A.M. Formation of the current attachments in plasma accelerator channel under influence of the longitudinal magnetic field. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2006. No.12. P.93-96.
127. Морозов А.И., Козлов А.Н. Эффект самоочистения потока водородной плазмы в ускорителе КСПУ.// “Физика экстремальных состояний вещества” под ред. В.Е. Фортова и др. Изд. ИПХФ РАН, Черногловка, 2007. С.316-319.
128. Друкаренко С.П., Климов Н.С., Козлов А.Н., Москачева А.А., Подковыров В.Л. Приэлектродные процессы в квазистационарном плазменном ускорителе с продольным магнитным полем.//“Физика экстремальных состояний вещества” под ред. В.Е.Фортова. Изд.ИПХФ РАН, Черногол., 2008.С.262-265.
129. Kozlov A.N. Generation of the magnetic field in the compressible plasma streams.// Problems of At. Sci. and Tech. Ser.: Plasma Ph. 2008. No.6. P.101-103.
130. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем. // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.
131. Konovalov V.S., Kozlov A.N., Novikov V.G. The condition of transition from the pulsing modes to the stationary ionizing gas flows in the channel of the coaxial plasma accelerator. // Compendium “Physics of Extreme States of Matter – 2009”. Ed. V.E. Fortov and others. Chernogolovka, IPCP RAS. 2009. P. 211-214.
132. Kozlov A.N. Influence of geometry of the impenetrable electrodes on process of formation of the current crisis in the plasma accelerators. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2010. No. 6. P. 97-99.

133. Козлов А.Н. Устойчивость течений и явление кризиса тока в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе. // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Механика жидкости и газа. Изд. ННГУ, Н. Новгород. 2011. № 4, часть 3. С. 849-851.
134. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами. // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
135. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1971. 416 с.
136. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука. 1978. 688 с.
137. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. 1967. 196 с.
138. Richtmyer R.D., Morton K.W. Difference methods for initial-value problems. J. Wiley and Sons. NY, London, Sydney. 1967. (Рихтмаер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир. 1972. 420 с.)
139. Potter D. Computational Physics. John Wiley, NY. 1973. (Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир. 1975. 392 с.)
140. Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С. Двумерная магнитогидродинамическая модель плазменного фокуса Z-пинча. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 164-246.
141. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 631 с.
142. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
143. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
144. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977. 440 с.
145. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
146. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

147. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.
148. Methods in computational physics./ J. Killeen (ed). V.16. Control. Fusion. Acad. press. NY. 1976 (Управляемый термоядерный синтез. М.: Мир, 1980. 480 с.)
149. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 391 с.
150. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: Макс Пресс. 2004. 328 с.
151. Бабенко К.И. Основы численного анализа. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2002. 848 с.
152. Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007. 351 с.
153. Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику. М.: Физматлит, 3-е изд., 2008. 285 с.
154. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. 591 с.
155. Двумерные численные модели плазмы. / Сборник научных трудов под ред. К.В. Брушлинского. М.: ИПМ АН СССР. 1979. 201 с.
156. Численное моделирование коллективных процессов в плазме. / Сборник научных трудов под ред. М.В.Масленникова. М.: ИПМ АН СССР. 1980. 256с.
157. Годунов С.К., Роменский С.И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. Т. 4. Новосибирск: Научная книга, 1998. 280 с.
158. Courant R., Isaacson E., Rees M. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. // Comm. Pure Appl. Math. 1952. V. 5, No. 3. P. 243-255.
159. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений газодинамики. // Матем. сборник. 1959. Т. 47(89), № 3. С. 271-306.
160. Lax P.D., Wendroff B. Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy. // Comm. Pure Appl. Math. 1964. V. 17, No. 3. P. 381-398.

161. Boris J.P., Book D.L. Flux-corrected transport. I. SHASTA, a fluid transport algorithm that works. // J. Comp. Phys. 1973. V. 11, No. 1. P. 38-69.
162. Boris J.P., Book D.L., Hain K. Flux-corrected transport. II. Generalization of the method. // J. Comp. Phys. 1975. V. 18, No. 3. P. 248-283.
163. Boris J.P., Book D.L. Flux-corrected transport. III. Minimal-error FCT algorithm. // J. Comp. Phys. 1976. V. 20, No. 4. P. 397-431.
164. Zalesak S.T. Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids. // J. Comp. Phys. 1979. V. 31, No. 3. P. 335-362.
165. Самарский А.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П., Шашков М.Ю. Операторные разностные схемы. // Дифф. уравн. 1981. Т.17, №7. С.1317-1327.
166. Osher S. Numerical solution of singular perturbation problems and hyperbolic systems of conservation laws. // North Holland Math. Studies. 1981. V.47. P.179-205.
167. Roe P.L. Approximate Riemann problem solvers, parameter vectors, and difference schemes. // J. Comp. Phys. 1981. V. 43, No. 2. P. 357-372.
168. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. // J. Comp. Phys. 1983. V. 49, No. 3. P. 357-393.
169. Collella P., Woodward P.R. The piecewise parabolic method (PPM) for gas dynamic simulations. // J. Comp. Phys. 1984. V. 54, No. 1. P. 174-201.
170. Петров И.Б., Холодов А.С. О регуляризации разрывных численных решений уравнений гиперболического типа. // ЖВМ и МФ. 1984. Т.24, №8. С.1172–1188.
171. Василевский Ю.В., Капырин И.В. Две схемы расщепления для нестационарной задачи конвекции-диффузии на тетраэдральных сетках. // ЖВМ и МФ. 2008. Т. 48, № 8. С. 1-19.
172. Dai W., Woodward P.R. Extension of the piecewise parabolic method to multidimensional ideal magneto hydrodynamics. // J. Comp. Phys. 1994. V. 115, No. 2. P. 485-514.
173. Меньшов И.С. Повышение порядка аппроксимации схемы Годунова на основе решения обобщенной задачи Римана. // ЖВМ и МФ. 1990. Т. 30, № 9. С. 1357-1371.

174. Калиткин Н.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы (обзор). // Матем. моделирование. 2006. Т. 18, № 11. С. 67-94.
175. Gasilov V.A., D'yachenko S.V. Quasimonotonous 2D MHD scheme for unstructured meshes. / Mathematical Modeling: modern methods and applications. Moscow, Janus-K, 2004. P. 108-125.
176. Попов М.В., Устюгов С.Д. Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне для задач газовой динамики. // ЖВМ и МФ. 2007. Т. 47, № 12. С. 2055-2075.
177. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург. 2001. 342 с.
178. Милюкова О. Ю., Четверушкин Б. Н. Параллельный вариант попеременно-треугольного метода. // ЖВМ и МФ. 1998. Т. 38, № 2. С. 228–238.
179. Крюков В.А., Кудрявцев М.В. Автоматизация отладки параллельных программ.//Вычислит. методы и программирование. 2006. Т.7,№ 2.С.102-109.
180. Давыдов А. А., Лацис А. О., Луцкий А. Е., Смольянов Ю. П., Четверушкин Б. Н., Шильников Е. В. Многопроцессорная вычислительная система гибридной архитектуры. // Докл. АН. 2010. Т. 434, № 4. С. 459–463.
181. Гасилов В.А., Дьяченко С.В., Болдарев А.С., Ольховская О.Г., Карташева Е.Л., Багдасаров Г.А. Пакет прикладных программ MARPLE3D для моделирования на высокопроизводительных ЭВМ импульсной магнито-ускоренной плазмы. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша. 2011. № 20. 36 с.
182. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами. // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
183. Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью и объемным источником тепла. // Докл. АН СССР. 1976. Т. 227, №2. С. 321-324.

184. Локуциевский В.О., Локуциевский О.В. О численном решении краевых задач для уравнений параболического типа. // Докл. АН СССР. 1986. Т. 291, № 3. С. 540-544.
185. Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Попов Ю.П. Об одном алгоритме решения уравнения теплопроводности на неортогональных сетках. // Дифференц. уравнения. 1985. Т. XXI, № 7. С. 1273-1276.
186. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.
187. Жуков В.Т. Явно-итерационные схемы для параболических уравнений. // ВАНТ. Сер.: Матем. моделир. физических процессов. 1993. № 4. С. 40-46.
188. Карамзин Ю. Н., Поляков С. В., Попов И. В. Разностные схемы для параболических уравнений на треугольных сетках. // Известия высших учебных заведений. Математика. 2003. № 1. С. 53–59.
189. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations. II. Stiff and differential-algebraic problems. Springer. 1996. (Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебр. задачи. М.: Мир, 1999. 685 с. Перевод под ред. С.С. Филиппова)
190. Захаров А.Ю., Турчанинов В.И. STIFF – программа для решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: изд. ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1977. 43 с.
191. Лебедев А.В., Окунь М.В., Баранов А.Е., Деминский М.А., Потапкин Б.В. Упрощение кинетических механизмов физико-химических процессов на основе комбинированных математических методов. // Химическая физика и мезоскопия. Т. 13, № 1. С. 43-52.
192. Марчук Г.И., Лебедев В.И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1981. 454 с.
193. Сушкевич Т.А. Математические подходы переноса излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.

194. Voronkov A., Sychugova E. CDSN - Method for solving the transport equation // Journal of Transport Theory and Stat. Phys. 1993. V. 22. P. 221-245.
195. Козлов А.Н. Моделирование двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1985. № 186. 23 с.
196. Козлов А.Н. Расчет двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1986. № 32. 27 с.
197. Козлов А.Н., Коновалов В.С., Новиков В.Г. Исследование переноса излучения в потоке ионизирующегося газа. // Сб. тезисов докладов 5-ой научной школы-конференции “Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики.” 24-30 сентября 2007 г., Алушта, Изд.: НПВК «ТРИАКОН», 2007, вып. 5, часть 1, с. 163-164.
198. Козлов А.Н., Коновалов В.С. Влияние лучистого теплообмена на процесс ионизации газа в плазменном ускорителе. // Сб. тезисов докладов 6-ой научной школы-конференции “Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики.” 22-28 сентября 2008 г., Алушта, Изд.: НПВК «ТРИАКОН», ISSN 1999-5954, 2008, с. 82-84.
199. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Морозов А.И. Динамика пробных частиц в двумерном потоке плазмы в канале. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1980. № 156. 24 с.
200. Козлов А.Н. Численное исследование двумерного течения ионизирующегося газа и динамика пробных частиц в коаксиальных каналах. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1982. № 71. 23 с.
201. Брушлинский К.В., Козлов А.Н. Двумерные холловские течения плазмы конечной проводимости и их исследование методом пробных частиц. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1982. № 72. 27 с.

202. Козлов А.Н. Расчет траекторий одиночных частиц в канале ускорителя при наличии продольного магнитного поля и вращения плазмы. // Сборник трудов 8-й Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование”. Новокузнецк, 1-3 декабря 2006 г. Изд.: НФИ КемГУ. 2006. С. 83-90.
203. Ильгисонис В.И., Лахин В.П. Лагранжева структура гидродинамических плазменных моделей и законы сохранения. // Физика плазмы. 1999. Т. 25, № 1. С. 64-75.
204. Брушлинский К.В., Калугин Г.А., Козлов А.Н. Численное моделирование течения ионизирующегося газа в канале. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1982. № 50. 28 с.
205. Козлов А.Н. Численное исследование двумерных течений ионизирующегося газа в приближении ЛТР. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1986. № 174. 20 с.
206. Бармин А.А., Глинов А.П., Куликовский А.Г. Возникновение периодических режимов в стационарных сверхзвуковых МГД-течениях вследствие выключения электропроводности среды. // Известия АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 138-149.
207. Самарский А.А., Курдюмов С.П., Куликов Ю.Н., Лесков Л.В., Попов Ю.П., Савичев В.В., Филипов С.С. Магнитогидродинамическая модель нестационарного ускорения плазмы. // ДАН СССР. 1972. Т. 206, № 2. С. 307-310.
208. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 1998. № 42. 30 с.
209. Бармин А.А., Козлов А.Н. Исследование структуры фронта ионизации в квазистационарном плазменном ускорителе. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 47. 36 с.
210. Каждан Я.М., Антонова Р.Н., Имшенник В.С. Структура фронтов сильных столкновительных ударных волн в двухтемпературной электронно-ионной

- идеальной плазме с произвольным зарядом ионов. // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 4. С. 330-339.
211. Михалас Д. Звездные атмосферы. Часть I. М.: Мир, 1982. 352 с.
212. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
213. Козлов А.Н., Коновалов В.С., Новиков В.Г. Сравнительный анализ трех методов расчета переноса излучения на фронте ионизации в квазистационарных плазменных ускорителях. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 50. 24 с.
214. Kozlov A.N., Garkusha I.E., Kononov V.S., Novikov V.G. The radiation intensity of the Lyman alpha line at ionization front in the quasi-steady plasma accelerator. // Problems of At. Sci. and Tech. Ser.: Pl. Ph. 2013. No. 1. P. 128-130.
215. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в плазменных ускорителях первой ступени. // Отчет ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1984. Гос. регистр. под № 0183.0067114. 23 с.
216. Морозов А.И., Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Скворцов Ю.В., Белан В.Г., Золотарев С.П., Левашов В.Ф., Подковыров В.Л., Андреев Ф.В., Терешин В.И., Чеботарев В.В., Трубочанинов С.Н., Ввозный В.И., Маринин В.В., Кулик Н.П., Асташинский В.М., Ананин С.И., Баканович Г.И., Костюкевич Е.А., Кузмицкий А.М. Разработка и исследование входного ионизационного блока (ВИБ). // Совместный отчет ИАЭ им. И.В. Курчатова, филиала ИАЭ им. И.В. Курчатова, ИПМ им. М.В. Келдыша, ХФТИ, ИФ АН БССР. № 10/НИР-2890. 1987. 29 с.
217. Бармин А.А., Успенский В.С. Исследование нестационарного процесса распространения ионизирующей ударной волны в магнитном поле. // ПМТФ. 1989. № 3. С. 20-26.
218. Апуневич А.И., Титаренко С.А. Способ осевой стабилизации электродугового столба в плазменной горелке с подвижным катодом и плазменная горелка для его осуществления. // Патент РФ. № 2112635. 1998.

219. Брагинский С.И., Вихрев В.В. Формирование токовой оболочки в мощно импульсном разряде. // Журнал технической физики. 1973. Т.43. С. 2509-2516.
220. Галанин М.П., Еленина Т.Г. Сравнительный анализ разностных схем для линейного уравнения переноса. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 1998. № 52. 33 с.
221. Галанин М.П., Еленина Т.Г. Тестирование разностных схем для линейного уравнения переноса. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 1999. №40. 42 с.
222. Козлов А.Н. Влияние геометрических факторов на процесс ионизации газа в канале плазменного ускорителя. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 1995. № 112. 18 с.
223. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ. // ДАН СССР. 1959. Т. 29, № 1. С. 52-55.
224. Бармин А.А., Куликовский А.Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ, находящихся в электромагнитном поле. // ДАН СССР. 1968. Т.178, №1. С.55-58.
225. Бармин А.А., Куликовский А.Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле. // Итоги науки. Т. 5. М.: ВИНТИ. 1971. С. 5-31.
226. Бармин А.А. Фронты рекомбинации при произвольно ориентированном магнитном поле. // Известия АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 8-12.
227. Попов Ю.П. К расчету магнитогидродинамических ударных волн, ионизирующих газ. // ЖВМ и МФ. 1970. Т. 10, № 5. С. 1238-1246.
228. Левин В.А., Скопина Г.А. Распространение волн детонации в закрученных потоках газа. // ПМТФ. 2004. Т. 45, №4. С. 3-6.
229. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие альфвеновского и контактного разрывов в магнитной гидродинамике. // Известия АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 131-142.
230. Пушкарь Е.А. Регулярное наклонное взаимодействие догоняющих ударных волн в проводящей среде с магнитным полем. // Известия РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 127-143.

231. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Встречное наклонное взаимодействие альфвеновского разрыва с быстрой магнитогидродинамической ударной волной. // Известия РАН. МЖГ. 1997. № 6. С. 120-136.
232. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя. // Известия РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 164-175.
233. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 1974. 331 с.
234. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980. 350 с.
235. Пушкарь Е.А. Дифференциальные уравнения. М.: МГИУ, 2007. 254 с.
236. Соловьев Л.С. Собрание трудов. Т. 1. Равновесие и устойчивость плазменных конфигураций. М.: Наука. 2001, 396 с.
237. Зимин А.М., Морозов А.И. Течение плазмы между эквипотенциальными электродами в режиме ионного токопереноса. // Физика плазмы. 1995. Т. 21, № 2, С. 126-131.
238. Ильгисонис В.И. Замечания о равновесии вращающейся плазмы. // Физика плазмы. 2003. Т. 29, № 3, С. 302-304.
239. Smirnov A., Raitses Y. and Fisch N.J. Experimental and theoretical studies of cylindrical Hall thrusters. // Phys. Plasmas. 2007. 14. 057106.
240. Fruchtman A. Limits on the efficiency of several electric thruster configurations. // Phys. Plasmas. 2003. 10. 052100.
241. Raitses Y., Staack D., Keidar M. and Fisch N.J. Electron-wall interaction in Hall thruster. // Phys. Plasmas. 2005. 12. 057104.
242. Czaus K., Skladnik-Sadowska E., Sadowski M.J., Kwiatkowski R., Malinowski K., and Zebrowski J. Progress in mass- and energy-analysis of ion beams emitted from RPI- and PF-type discharges. // International Conference-School on Plasma Physics and Controlled Fusion. Book of abstracts. Alushta, Ukraine, September 17-22, 2012. Изд.: НИЦ ХФТИ, 2012, Р. 203.

243. Морозов А.И., Савельев В.В. О Галатях – ловушках с погруженными в плазму проводниками. // Успехи физ. Наук. 1998. Т. 168, № 11. С. 1153-1194.
244. Makhraj V.A., Bandura A.N., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Tereshin V.I., Trubchaninov S.A., Tsarenko A.V., Wuerz H. Transportation of QSPA plasma streams in longitudinal magnetic field. // Problems of atomic science and technology. Series: Plasma Physics. 2002. No. 4. P. 129-131.
245. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Морозов А.И. Динамика плазмы в системе ускоритель – вакуумная камера. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1988. № 146. 16 с.
246. Козлов А.Н. Численная модель динамики плазмы в двухступенчатом коаксиальном сильноточном плазменном ускорителе. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1992. № 68. 22 с.
247. Козлов А.Н. Исследование вращающихся потоков плазмы на основе двумерной одножидкостной МГД-модели. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2005. № 69. 27 с.
248. Козлов А.Н., Климов Н.С., Подковыров В.Л. Исследование плазодинамических процессов в канале ускорителя с продольным магнитным полем. // Материалы VI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2006), Санкт-Петербург, 26 июня – 1 июля 2006, М.: Вузовская книга. 2006. С. 206-208.
249. Козлов А.Н. Сравнительный анализ трех МГД-моделей динамики потоков в плазменных ускорителях с продольным магнитным полем. // Материалы XVI Международной конференции ВМСППС-2009, 25-31 мая 2009 г. Алушта. М.: МАИ-ПРИНТ. 2009. С. 394-397.
250. Козлов А.Н. Воздействие продольного магнитного поля на компрессионные потоки плазмы. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2007. №87. 19 с.
251. Козлов А.Н. Численная модель компрессионных потоков плазмы при наличии продольного магнитного поля в квазистационарном плазменном

- ускорителе. // Сборник трудов. III школа-семинар по Магнито-плазменной аэродинамике. 8-10 апреля 2008 г. М.: ИВТ РАН. 2008. С. 265-271.
252. Kozlov A.N. Theoretical researches and experimental realization of the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field. // Proceedings the 8th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Ed. V.A. Bityurin. Moscow. ИИТ RAS. 2009. P. 82-85.
253. Астрелин В.Т., Бурдаков А.В., Поступаев В.В. Подавление теплопроводности и генерация ионно-звуковых волн при нагреве плазмы электронным пучком. // Физика плазмы. 1998. Т. 24, № 5. С. 450-462.
254. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Seytkhalilova E.I., Solyakov D.G., Velichkin M.A. The comparative analysis of the compressible plasma streams generated in QSPA from the various gases. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. No. 6. P. 120-122.
255. Лебедев В.И. Разностные аналоги ортогональных разложений основных дифференциальных операторов и некоторых краевых задач математической физики. // ЖВМ и МФ. 1964. Т. 4, № 3. С. 449-465; № 4. С. 649-659.
256. Фаворский А.П. Вариационно-дискретные модели уравнений гидродинамики. // Дифферен. уравнения. 1980. Т. 16, № 7. С. 1308-1321.
257. Коршия Т.К., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П., Шашков М.Ю. Вариационно-поточковые разностные схемы для расчета диффузии магнитного поля. // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254, № 6. С. 1388- 1391.
258. Волков Ю.А., Морозов А.И. Структура приэлектродного дрейфового слоя. Численная модель. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7, № 18. С. 1102-1106.
259. Морозов А.И., Савельев В.В. Структура стационарных дебаевских слоев в разреженной плазме вблизи диэлектрической поверхности. // Физика плазмы. 2004. Т. 30, № 4. С.330-338.
260. Гордеев А.В., Гречиха А.В., Калда Я.Л. О быстром проникновении магнитного поля в плазму вдоль электрода.// Физика плазмы. 1990. Т.16,№1.С.95-99.

261. Архипов Н.И., Житлухин А.М., Сафронов В.М., Сиднев В.В., Скворцов Ю.В. Динамика взаимодействия сверхзвукового плазменного потока с твердотельной мишенью. // Физика плазмы. 1987. Т. 13, № 5. С. 632-634.
262. Архипов Н.И., Бахтин В.П., Васенин С.Г., Житлухин А.М., Куркин С.М., Сафронов В.М., Топорков Д.А. Формирование экранирующего слоя при облучении твердотельных материалов мощными плазменными потоками. // Физика плазмы. 1999. Т. 25, № 3. С. 263-273.
263. Климов Н.С., Подковыров В.Л., Житлухин А.М., Коваленко Д.В., Москачева А.А., Позняк И.М., Сафронов В.М. Разбрызгивание вольфрама при воздействии интенсивного потока плазмы. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2009. № 2. С. 52-61.
264. Архипов Н.И., Сафронов В.М., Барсук В.А., Житлухин А.М., Климов Н.С., Куркин С.М., Подковыров В.Л. Эрозия углеграфитовых материалов при облучении интенсивными потоками плазмы. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2009. № 4. С. 3-13.
265. Гогосов В.В. Распад произвольного разрыва в магнитной гидродинамике. // ПММ. 1961. Т. 25, № 1. С. 108-124.
266. Beam R.M., Warming R.F. An implicit finite-difference algorithm for hyperbolic system in conservation-law form. // J. Comp. Phys. 1976. V.22. P.87-110.
267. Fromm J.E. A method for reducing dispersion in convective difference schemes. // J. Comp. Phys. 1968. V. 3. P. 176-189.
268. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М. Мир. 1980. 618 с.
269. Федоренко Р.П. Применение разностных схем высокой точности для численного решения гиперболических уравнений. // ЖВМ и МФ. 1962. Т. 2, № 6. С. 1122-1128.
270. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ. 1994. 528с.
271. Головизнин В.М., Самарский А.А. Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной. // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 1. С. 86-100.

272. Четверушкин Б. Н. Кинетически-согласованные схемы в газовой динамике. М.: МГУ. 1999. 232 с.
273. Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Кинетически-согласованные разностные схемы для моделирования течений вязкого теплопроводного газа. // ЖВМ и МФ. 1988. Т. 28, № 11. С. 1695–1710.
274. Дородницын Л.В., Четверушкин Б.Н., Чурбанова Н.Г. Кинетически согласованные разностные схемы и квазигазодинамическая модель течений плотных газов и жидкостей. // Матем. моделир. 2001. Т. 13, № 4. С. 47–57.
275. Елизарова Т.Г., Шильников Е.В. Анализ вычислительных свойств квазигазодинамического алгоритма на примере решения уравнений Эйлера. // ЖВМ и МФ. 2009. Т. 49, № 11. С. 1953–1969.
276. Елизарова Т.Г. Осреднение по времени как приближенный способ построения квазигазодинамических и квазигидродинамических уравнений. // ЖВМ и МФ. 2011. Т. 51, № 11, С. 2096–2105.
277. Cockburn D. An introduction to the discontinuous Galerkin method for convection-dominated problems. // SIAM J. Sci. Comput. 2001. V. 16. P. 173-261.
278. Галанин М.П., Грищенко Е.В., Савенков Е.В., Токарева С.А. Применение RKDG метода для численного решения задач газовой динамики. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2006. № 52. 31 с.
279. Шведов А.С. Инвариантные разностные схемы для уравнений газовой динамики. // Докл. АН СССР. 1987. Т. 292, № 1. С. 46-50.
280. Ковалев В.Ф., Ширков Д.В. Ренормгрупповые симметрии для решений нелинейных краевых задач. // УФН. 2008. Т. 178, № 8. С. 849–865.
281. Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Наука. 1976. 352 с.
282. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: Едиториал УРСС. 2003. 246 с.
283. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС. 2003. 782 с.

284. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Наука, Физматлит. 1997. 320 с.
285. Дарьин Н.А., Мажукин В.И., Самарский А.А. Конечно-разностный метод решения уравнений газовой динамики с использованием адаптивных сеток, динамически связанных с решением. // ЖВМ и МФ. 1988. Т. 28, № 8. С.1210–1225.
286. Самарский А.А., Мажукин В.И., Матус П.П., Шишкин Г.И. Монотонные разностные схемы для уравнений со смешанными производными. // Математическое моделирование. 2001. Т. 13, № 2. С. 17–26.
287. Ладонкина М.Е., Милюкова О.Ю., Тишкин В.Ф. Численный метод решения уравнений диффузионного типа на основе использования многосеточного метода. // ЖВМ и МФ. 2010. Т. 50, № 8. С. 1438–1461.
288. Самарский А.А., Соболев И.М. Примеры численного расчета температурных волн. // ЖВМ и МФ. 1963. Т. 3. № 4. С. 702–719.
289. Якобовский М.В. Обработка сеточных данных на распределенных вычислительных системах. // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Математическое моделирование физических процессов. 2004. № 2. С. 40-53.
290. Якобовский М.В. Параллельные алгоритмы сортировки больших объемов данных. // Сб. «Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем». Вып. 7. / Под ред. Л.А. Уваровой. М.: Изд-во "Янус-К". 2004. С. 235-249.
291. Радвогин Ю.Б. Квазимонотонные многомерные разностные схемы второго порядка. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1991. № 19. 30 с.
292. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1978. 736 с.
293. Забродин А.В., Черкашин В.А. Расчет течения в окрестности донного среза. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1982. № 150. 18 с.
294. Горшенин К.П., Калугин Г.А., Савельев В.В. Сверхзвуковое МГД-течение в канале за срезом цилиндрического электрода. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1988. № 61. 25 с.

295. Garkusha I.E., Chebotarev V.V., Kulik N.V., Ladygina M.S., Marchenko A.K., Petrov Yu.V., Solyakov D.G., Eliseev D.V., Staltsov V.V., Cherednichenko T.N., Morgal Ya.I., Kozlov A.N. Local MHD characteristics in compression zone and plasma stream generated by MPC. // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. No. 6. P. 123-125.
296. Боброва Н.А, Сасоров П.В. МГД уравнения для полностью ионизованной плазмы сложного состава. // Физика плазмы. 1993. Т. 19, № 6. С. 789-795.
297. Аристова Е.Н., Байдин Д.Ф., Гольдин В.Я. Два варианта экономичного метода решения уравнения переноса в r-z-геометрии на основе перехода к переменным Владимирова. // Матем. моделир. 2006. Т. 18, № 7. С. 43–52.
298. Шпатаковская Г.В. Квазиклассическая модель строения вещества. // УФН. 2012. Т. 182, № 5. С. 457–494.
299. Гервидс В.И., Жидков А.Г., Марченко В.С., Яковленко С.И. Кинетика излучения многозарядных ионов в термоядерной плазме. // Вопросы теории плазмы./Под ред. М.А.Леонтовича. М.: Энергоиздат. 1982, вып.12. С.156-203.
300. Васильев А.П., Долгов-Савельев Г.Г., Коган В.И. Излучение примесей в разреженной горячей водородной плазме. // Nuclear Fusion Supplement. 1962. V. 2. P. 655-661.
301. Novikov V.G., Koshelev K.N., Solomyannaya A.D. Radiative unresolved spectra atomic model. // Compendium “Physics of Extreme States of Matter – 2010”. Ed. V.E. Fortov. Chernogolovka, IPSP RAS. 2010. P. 21-24.
302. Новиков В.Г., Соломянная А.Д., Захаров В.С. Квантово-статистические методы расчета оптических и термодинамических свойств плотной плазмы. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: ЯНУС-К. 2008. Серия Б. Т. VII-1, часть 2. С. 378-435.
303. Долголева Г.В., Забродин А.В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. М.: Физматлит, 2004. 72 с.
304. Алексеев Н.Н., Баско М.М., Забродина Е.А., Имшенник В.С., Кошкарев Д.Г., Чуразов М.Д., Шарков Б.Ю., Долголева Г.В., Забродин А.В., Жуков В.Т.,

- Орлов Ю.Н., Субботин В.И. Разработка энергетической установки, сочетающей синтез и деление на основе микромишеней прямого действия и мощного тяжелоионного драйвера. // Атомная энергия. 2004. Т. 97, № 3. С. 200-209.
305. Козлов А.Н. Интегральные характеристики и параметры ядра потока в канале плазменного ускорителя при наличии приэлектродных слоев. // Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов управления. Всероссийская научная конференция, посвященная 75-летию со дня рождения акад. В.П. Мясникова, 11-17 сентября 2011 г., Владивосток. Сборник докладов. Электр. ресурс: <http://iacp.dvo.ru/fapm/> и CD-ROM, ISBN 978-5-7442-1530-9. Изд: ИАПУ ДВО РАН, Владивосток. 2011. С. 246-252.
306. Моффат Г.К. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 342 с.
307. Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А. Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука. 1980. 352 с.
308. Зелёный Л.М., Веригин М.И., Захаров А.В., Измоденов В.В., Скальский А.А. Гелиосфера и взаимодействие планет земной группы с солнечным ветром. // УФН. 2005. Т. 175, № 6. С. 643–655.
309. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука. 2000. Т. III. С. 84-138; С. 383-574.
310. Козлов А.Н. Численная модель вращающихся осесимметричных потоков плазмы. Сопоставление с аналитической моделью. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2004. № 48. 26 с.
311. Козлов А.Н. Математическое моделирование вращающихся осесимметричных потоков плазмы. // Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и математическое моделирование”. Новокузнецк, 4-5 декабря 2004 г. Изд.: НФИ КемГУ. 2004. С. 12-14.
312. Kozlov A.N. Researches of the phenomenon of the current crisis in the channel of the plasma accelerator with the continuous electrodes within the framework of

- the two-fluid MHD-model. // Proc. of the 9th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Ed. V.A. Bityurin. Moscow. JИТ RAS. 2010. P. 95-97.
313. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат. 1970. Т. 1, 294 с.; 1971. Т. 2. 312 с.
314. Арсенин В.В. О крупномасштабных возмущениях в плазме с конечной проводимостью, вызываемых мелкомасштабной неустойчивостью. // Физика плазмы. 2007. Т.33, №1. С.16-23.
315. Ильгисонис В.И., Хальзов И.В. Магнитовращательная неустойчивость в неоднородном магнитном поле. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86, № 11. С.815-818.
316. Ильгисонис В.И., Хальзов И.В. Формальная устойчивость трехмерных течений идеальной проводящей жидкости. // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82, № 9. С. 647-651.
317. Ilgisonis V.I. Variational Stability problem for MHD model with Hall effect. // Transactions of Fusion Techn. 1999. V. 35, No. 1. P. 170-174.
318. Ильгисонис В.И., Пастухов В.П. Вариационные подходы к задачам устойчивости и нелинейной динамики плазмы. // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72, № 10. С. 758-773.
319. Кингсепп А.С. Введение в нелинейную физику плазмы. М.: МЗ-ПРЕСС. 2004. 264 с.
320. Глинов А.П. Об устойчивости и условиях зарождения электродуговых разрядов в рельсотронах. // ТВТ. 2007. Т. 45, № 2. С. 171-181.
321. Гордеев А.В. О неустойчивости Рэлея-Тейлора в холловской плазме. // Физика плазмы. 1999. Т. 25, № 1. С. 76-82.
322. Морозов А.И., Савельев В.В. Осесимметричные плазмооптические масс-сепараторы. // Физика плазмы. 2005. Т. 31, № 5. С. 458-465.
323. Трубников Б.А. Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. Леонтовича М.А. М.: Госатомиздат. 1963, вып. 1. С. 98-182.

О Г Л А В Л Е Н И Е

| | |
|---|----|
| Введение | 2 |
| Глава 1. Течения ионизирующегося газа и процессы | |
| на фронте ионизации в каналах плазменных ускорителей | 33 |
| 1.1. МГД-модель динамики трёхкомпонентной среды..... | 35 |
| 1.1.1. Электропроводность в потоке ионизирующегося газа..... | 39 |
| 1.1.2. Теплопроводность среды..... | 40 |
| 1.1.3. Перенос излучения и потери энергии на излучение..... | 41 |
| 1.2. Безразмерная форма МГД-уравнений и | |
| основные параметры задачи..... | 44 |
| 1.3. Постановка задачи о динамике осесимметричных потоков | |
| с азимутальным магнитным полем..... | 48 |
| 1.3.1. Граничные условия..... | 49 |
| 1.3.2. О численном решении МГД-задачи..... | 50 |
| 1.4. Модель течения ионизирующегося газа со скачком проводимости..... | 51 |
| 1.4.1. Уравнение электрической цепи..... | 52 |
| 1.4.2. Расчет течения ионизирующегося газа..... | 55 |
| 1.4.3. Вольт-амперная характеристика разряда..... | 57 |
| 1.4.4. Компрессионное течение на выходе | |
| из ионизационного блока КСПУ..... | 58 |
| 1.4.5. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных.... | 60 |
| 1.5. Течения ионизирующегося газа в приближении ЛТР..... | 61 |
| 1.5.1. Расчет течения ионизирующегося газа в приближении ЛТР.... | 63 |
| 1.5.2. Условие стационарности течений ионизирующегося газа..... | 66 |
| 1.6. Модель течений ионизирующегося газа, дополненная | |
| уравнением кинетики ионизации и рекомбинации..... | 67 |
| 1.6.1. Квазиодномерное приближение..... | 70 |
| 1.6.2. Коэффициенты ионизации и рекомбинации..... | 73 |
| 1.6.3. Расчеты течений ионизирующегося газа | |
| с учетом кинетики ионизации и рекомбинации..... | 75 |

| | |
|--|------------|
| 1.7. Выводы..... | 79 |
| Глава 2. Исследование структуры стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя..... | 80 |
| 2.1. Законы сохранения на фронте ионизации..... | 82 |
| 2.2. Характерные кривые для изучения структуры фронта..... | 86 |
| 2.3. Поле направлений интегральных кривых и анализ особых точек..... | 88 |
| 2.4. Процесс ионизации как движение вдоль интегральных кривых..... | 94 |
| 2.5. Течение в канале с протяженным участком постоянного сечения..... | 97 |
| 2.6. Соотношения, характеризующие процесс ионизации..... | 100 |
| 2.7. Выводы..... | 108 |
| Глава 3. Аналитические модели стационарных осесимметричных течений плазмы в КСПУ..... | 109 |
| 3.1. Уравнения идеальной двухжидкостной магнитной газодинамики..... | 111 |
| 3.2. Уравнения для функций потока и законы сохранения | 113 |
| 3.2.1. Изомагнитные и изобернуллиевые течения..... | 114 |
| 3.2.2. Приближение холодной плазмы..... | 116 |
| 3.3. Режимы ионного и электронного токопереноса..... | 116 |
| 3.4. Течения плазмы в каналах медленно меняющегося сечения..... | 119 |
| 3.5. Динамика холодной плазмы с азимутальным магнитным полем..... | 120 |
| 3.6. Постановка задачи при наличии продольного магнитного поля..... | 126 |
| 3.7. Течение плазмы при наличии продольного магнитного поля..... | 130 |
| 3.8. Оценка параметров ускорителя в приближении плавного канала... | 132 |
| 3.9. Оценка эффективности ускорения в узком коаксиальном канале... | 136 |
| 3.9.1. Замечание о степени сжатия в компрессионном потоке..... | 140 |
| 3.10. Выводы..... | 141 |
| Глава 4. Динамика потоков плазмы в КСПУ при наличии продольного магнитного поля..... | 142 |
| 4.1. Модифицированные МГД-уравнения одножидкостной модели в терминах векторного потенциала магнитного поля..... | 144 |

| | |
|--|-----|
| 4.2. Постановка задачи и граничные условия..... | 147 |
| 4.3. Численные методы, использованные для решения МГД-задачи..... | 150 |
| 4.3.1. Общее описание алгоритма SHASTA-FCT..... | 152 |
| 4.3.2. Реализация алгоритма FCT для обобщенного уравнения переноса..... | 154 |
| 4.3.3. Учет диссипативных факторов с помощью поточкового варианта метода прогонки..... | 156 |
| 4.4. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя..... | 158 |
| 4.4.1. Сопоставление с аналитической моделью..... | 162 |
| 4.4.2. Формирование токового слоя при сильном продольном поле..... | 163 |
| 4.4.3. Динамика плазмы при условии равномерной подачи плазмы на входе..... | 164 |
| 4.5. Компрессионные течения на выходе из ускорителя с азимутальным магнитным полем для плазмы, генерируемой из различных газов..... | 168 |
| 4.5.1. Пример компрессионного течения водородной плазмы..... | 172 |
| 4.5.2. Степень сжатия в компрессионном потоке плазмы..... | 175 |
| 4.5.3. Интегральные характеристики плазменных ускорителей.... | 177 |
| 4.5.4. Сравнительный анализ компрессионных потоков плазмы, генерируемой из водорода, гелия, аргона и ксенона..... | 178 |
| 4.6. Компрессионные течения плазмы при наличии продольного магнитного поля..... | 180 |
| 4.7. Выводы..... | 186 |

Глава 5. Исследование приэлектродных процессов в КСПУ и ускорителях с продольным магнитным полем

| | |
|---|------------|
| в рамках двухкомпонентной МГД-модели..... | 189 |
| 5.1. Уравнения двухжидкостной магнитной газодинамики..... | 192 |
| 5.1.1. Коэффициенты переноса..... | 194 |

| | |
|---|------------|
| 5.1.2. Тензорная проводимость..... | 195 |
| 5.1.3. Безразмерные параметры задачи..... | 196 |
| 5.2. Модифицированные уравнения двухкомпонентной МГД-модели... | 197 |
| 5.3. Постановка задач и граничные условия..... | 200 |
| 5.4. Приэлектродные процессы и явление кризиса тока в каналах плазменных ускорителей с непроницаемыми электродами..... | 204 |
| 5.4.1. Влияние формы непроницаемых электродов на эффект возникновения кризиса тока..... | 212 |
| 5.4.2 Воздействие продольного магнитного поля на приэлектродные процессы в ускорителе с непроницаемыми электродами..... | 215 |
| 5.5. Динамика плазмы и приэлектродные процессы в ускорителе с ионным токопереносом..... | 218 |
| 5.6. Динамика ионов примесей в канале ускорителя и эффект самоочищения потока водородной плазмы..... | 228 |
| 5.7. Выводы..... | 232 |
| Заключение..... | 235 |
| Литература..... | 240 |