

Федеральное государственное учреждение  
"Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики  
им. М.В. Келдыша Российской академии наук"

На правах рукописи

УДК 51-77

Прончева Ольга Геннадьевна

**Математическое моделирование  
информационного нападения и  
информационного противоборства в  
структурированном социуме**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Петров Александр Пхоун Чжо

Москва – 2018

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Модели информационного нападения и информационного противоборства</b> . . . . .	16
1.1. Базовая модель информационного нападения . . . . .	16
1.2. Базовая модель информационного противоборства . . . . .	17
1.3. Учет дополнительных факторов . . . . .	19
1.4. Модель информационного нападения, учитывающая три дополнительных фактора . . . . .	25
1.5. Модель информационного противоборства, учитывающая три дополнительных фактора . . . . .	29
1.6. Учёт дестабилизирующего воздействия . . . . .	32
1.7. Анализ результатов первой главы . . . . .	47
<b>Глава 2. Модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве</b> . . . . .	50
2.1. Постановка задачи . . . . .	50
2.2. Влияние поляризации на исход информационного противоборства . . . . .	51
2.3. Случай двухкомпонентного социума . . . . .	72
2.4. Модель спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию . . . . .	80
2.5. Анализ результатов второй главы . . . . .	86
<b>Глава 3. Модель "Власть-Информация-Общество"</b> . . . . .	89
3.1. Модель "Власть-Общество" . . . . .	89
3.2. Построение модели . . . . .	90
3.3. Вычислительные эксперименты и некоторые сценарии противоборства . . . . .	92

3.4. Анализ результатов третьей главы . . . . .	98
Заключение . . . . .	102
Список литературы . . . . .	104
Приложение А. Данные для построения модели динамики спада общественного внимания к прошедшему разовому политическо- му событию . . . . .	114

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Работы, посвящённые моделированию информационных процессов, известны (см. раздел Степень разработанности темы исследования). Однако, в этих работах были учтены не все факторы, влияющие на информационные процессы.

Что касается прикладной актуальности, в настоящее время роль информационной среды выходит на первый план, а потому национальная безопасность любого государства, в том числе и России, всё больше зависит от информационной безопасности. Для успешного отражения информационных угроз необходимо понимание механизмов информационных процессов.

**Степень разработанности темы исследования.** Комплекс вопросов, связанных с информационным противоборством, распространением информации в социуме, безопасностью Интернета и его влиянием на общество, привлекает все большее внимание исследователей различных специальностей – как социологов (см., напр., [1–3]), так и математиков. Целью последних, в самых общих чертах, является исследование данных процессов на основе методов математического моделирования [4, 5].

Дадим краткий обзор основных подходов к моделированию информационных процессов.

В работе [6] предполагается, что в каждый момент времени, каждый член социума численности  $S = N + 1$ , где  $N$  - некоторое натуральное число, относится к одному из трех классов: игноранты (класс  $X$ , обозначим их численность в момент времени  $t$  через  $X(t)$ , в начальный момент времени  $X(0) = N$ ), спредеры (класс  $Y$ , обозначим их численность в момент времени  $t$  через  $Y(t)$ , в начальный момент времени  $Y(0) = 1$ ), стифлеры (класс  $Z$ , обозначим их численность в момент времени  $t$ ; через  $Z(t)$ , в начальный момент времени  $Z(0) = 0$ ) (ignorants, spreaders, stiflers). Игноранты еще не знакомы со слухом, спредеры знают слух и распространяют его, стифлеры знают, но не распространяют. Из-

начально один член социума является спредером, все остальные – игнорантами. Контакты индивидов описываются в молекулярно-кинетическом духе: например, частота встреч игнорантов и спредеров пропорциональна произведению текущих численностей этих классов (конечно, это предполагает однородность социума). Переходы индивидов из одного класса в другой происходят в трех случаях: (i) если игнорант встречается со спредером, то он тоже становится спредером, (ii) если встречаются два спредера, то оба они становятся стифлерами, (iii) если спредер встретил стифлера, то он тоже становится стифлером. Так как число всех индивидов в любой момент времени равно  $N + 1$ , то можно выразить  $Z(t)$  через  $X(t)$  и  $Y(t)$ . Таким образом, получается система уравнений для  $X(t)$  и  $Y(t)$ . Процесс распространения информации останавливается тогда, когда никто не рассказывает о слухе: все индивиды относятся либо к классу игнорантов, и не знают о слухе, или к классу стифлеров, и о нём не рассказывают, то есть,  $Y(t_{kr}) = 0$ . Подставив это значение в первый интеграл системы, возможно найти  $X(t_{kr})$ , то есть число индивидов, которые уже никогда не узнают о слухе.

Модель [7] похожа на модель [6]. Здесь рассматривается  $N + 1$  деревня того же типа, что и в модели [6]. Предполагается, что все деревни изолированы, и связь между ними осуществляется только по телефону. В каждой деревне есть только один телефон, поэтому в каждый момент времени каждая деревня может быть вовлечена только в один звонок. Предполагается, что если деревня типа  $Y$  позвонит в деревню типа  $X$ , то деревня  $X$  перейдёт в  $Y$ . Если  $Y$  позвонит  $Y$  или  $Z$ , то звонивший останется  $Y$ , а та деревня, в которую позвонили, станет  $Z$ . Если же звонок исходит из  $X$  или  $Z$ , то ничего не меняется. В каждый момент времени рассматривается математическое ожидание числа деревень из каждой группы. Когда математическое ожидание  $Y$  станет равно 0, процесс распространения информации останавливается.

В работе [8] представлено развитие модели [6]. Здесь, в отличие от оригинальной модели, после контакта  $X$  с  $Y$ , определённому проценту неохваченных

нужно некоторое время, чтобы стать распространителями. Таким образом, добавляется ещё одна группа индивидов (латентная группа): те, которые обладают информацией, но пока не распространяют её активно. Эти индивиды ищут всяческие способы, чтобы проверять информацию, и в поисках подтверждения достоверности могут поделиться ей со своими родными и друзьями. С другой стороны, часть индивидов может не понять или забыть об этой информации. Модель имеет вид системы дифференциальных уравнений.

Другая модель, являющаяся развитием [6], описана в [9]. Здесь вводится понятие усвоения информации, то есть, взаимодействие между классами  $X$  и  $Y$  не обязательно приводит к переходу  $X$  в  $Y$ . Кроме того, модель усложняется тем, что индивиды  $Z$  и  $Y$  делятся на несколько групп, каждая из которых характеризуется своей скоростью распространения информации. Индивиды из группы  $X$  предполагаются неотличимыми друг от друга. Работа была приложена к исследованию распространения информации о венесуэльском долларе.

В модели [10] предполагается, что процесс распространения информации схож с эпидемией. Во-первых, и вирус, и слухи очень заразны. Во-вторых, даже маленькие изменения имеют большой эффект на население. То есть, при вирусе достаточно нескольких чихов, чтобы вызвать заражение у многих людей, в случае распространения информации, достаточно нескольких людей, обладающих этой информацией, для быстрого распространения. В-третьих, основные события происходят в достаточно короткий промежуток времени. Работа построена на основе модели [6]. Здесь добавляется деление людей на активных (тех, у кого много контактов с другими людьми) и пассивных (у кого их мало). Так как в настоящее время много слухов передаётся при помощи компьютера, авторы рассчитывали построить модель таким образом, чтобы иметь возможность проанализировать распространение слухов с помощью Windows Messenger и тематических чатов. Они исследовали социальную сеть с двумя группами людей, использующих WM и не использующих его. Скорости распространения слухов различны для индивидов из различных групп, но класс  $Z$  предполагается

однородным, так как неважно, с какой скоростью человек способен распространять информацию, если он её решил не распространять. Класс  $Z$  относится к классу "пассивного" населения. Предполагается, что любой контакт между индивидами из классов  $X$  и  $Y$  заканчивается тем, что индивид из класса  $X$  становится переходит в класс  $Y$ . Ещё одно отличие от модели [6] - это то, что возможно движение из класса  $X$  напрямую в класс  $Z$ , то есть, возможна ситуация, когда человек услышал слух и решил его не распространять. Однако, с людьми из активной группы такого произойти не может. Что касается равновесного состояния, то нахождение точного решения аналитическими методами представляется достаточно громоздким, однако авторы доказали существование хотя бы одного равновесного решения. При анализе интернет-активности авторы рассматривали различные типы слухов. Так, были введены следующие категории: повседневные слухи, скорость распространения которых зависит от типа человека (пассивный он или активный), интересные слухи, которые все распространяют с максимальной активностью, скучные слухи, которые все распространяют с минимальной активностью, и невероятные слухи, которые активные люди распространяют с активностью, свойственной пассивным людям, а пассивное население не распространяет вовсе. Кроме того, были рассмотрены вторичные волны.

К российским исследованиям информационных процессов можно отнести монографию [11], посвящённую анализу социальных сетей. Под социальной сетью понимается множество агентов и отношений между ними. Формально, социальная сеть - это граф, вершинами которого являются сами агенты, а рёбрами - отношения между ними. В книге рассматриваются вырожденные (когда на агентов не действуют какие-либо социальные факторы) и невырожденные (на агентов действует хотя бы один социальный фактор) социальные сети. При анализе стохастических моделей социальных сетей предполагается, что множество допустимых действий конечно, а склонность агента к тому или иному действию определяется неравномерностью распределения вероятности, а неопре-

делённость поведения агента определяется энтропией. При таком подходе под зависимостью агентов понимается разность между значением энтропии независимого поведения и распределения вероятности действий этого агента. Вводится понятие полезности социальной сети. Показывается, что существует оптимальное управление для невырожденной двоичной социальной сети. При изучении динамики и мнений агентов в социальной сети (модель информационного влияния) динамика влияния описывается марковским процессом. На основе этой модели рассматриваются модели информационного управления мнениями, репутацией и доверием членов социальной группы. Каждый индивид максимизирует свою репутацию. Задача информационного противоборства сводится к задаче динамической активной экспертизы с репутацией. Доказано, что для информационного противоборства существует хотя бы одно равновесие Нэша.

Моделирование распространения информации в смежных социальных группах описано в [12]. Здесь предполагалось, что группа рабочих некоторого предприятия в начальный момент времени узнаёт о некотором факте. Каждый рабочий передаёт информацию с некоторой интенсивностью другим членам этого предприятия, знакомым вне работы и членам своей семьи, причём интенсивность для каждой коммуникации разная. После этого каждый индивид, получивший информацию, распространял её далее среди своих коллег, знакомых и членов семьи. Интерес к данному социальному факту ослабевал по экспоненциальному закону с одной и той же интенсивностью во всех группах. Модель имеет вид системы дифференциальных уравнений.

В качестве одной из последних работ по моделированию информационного противоборства можно отметить [13] (книга вышла в 2017 году), где представлены модели информационного противоборства с целью описания активных социальных структур. Первый класс таких моделей нацелен на описание процессов, происходящих на микроуровне. Предполагается, что есть общество индивидов, каждый из которых в каждый момент времени имеет определённое мнение. Индивиды могут изменить своё мнение, принимая во внимание мнение остальных

членов социума (в том числе, и своё). Далее в модель вводится понятие информационного контроля, то есть предполагается, что два индивида могут влиять на начальное распределение мнений (причём мнения этих агентов также могут изменяться с течением времени). Таким образом, этим двум агентам необходимо выбрать такую стратегию, чтобы в результате как можно большее число индивидов имело то же мнение, что и у них, и эту задачу можно рассматривать в рамках теории игр. Второй класс моделей описывает информационное противоборство на макроуровне, когда есть два принцепала, которые могут влиять на толпу. Поведение динамической системы описывается эволюцией численности адептов, которая задаётся функцией распределения параметров адептов. Принцепалы своими действиями могут менять это распределение. Таким образом, опять же, получается задача из теории игр.

Теоретические модели распространения информации и информационного противоборства пока не очень тесно увязаны с эмпирическими данными. Основная причина заключается, видимо, в том, что социологические исследования позволяют получить реальные данные об осведомленности индивидов относительно некоторой информации лишь для нескольких моментов времени, чего недостаточно для полноценной квантификации модели. Тем не менее имеются определенные эмпирические данные для качественного обоснования моделей. Так, в работе [14], посвященной исследованию влияния СМИ на геноцид в Руанде в ходе межэтнических столкновений в 1994 году, было показано, что наиболее интенсивные этнические чистки происходили в деревнях, принимавших радиостанцию RTLM, пропагандирующую насилие, а также в соседних с ними. Отсюда был сделан вывод о наличии двух механизмов передачи информации: через радиостанцию и при межличностном общении жителей соседних деревень.

Во всех вышеописанных моделях в качестве механизма, способствующего распространению информации, рассматривалась только межличностная коммуникация. Кроме того, практически нет моделей информационного противобор-

ства, которые позволили бы на основании анализа ряда параметров сделать выводы о наиболее эффективной агитаторской политике.

Подходы и модели, на которые опирается настоящее исследование, требуют более подробного обзора; он приведен в соответствующих главах.

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью работы является получение новых знаний об информационном противоборстве в социуме. У данной цели есть прикладное значение: разработка методов отражения информационных угроз и ведения противоборства.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- построение математических моделей;
- исследование моделей аналитическими и численными методами;
- содержательная трактовка результатов.

**Научная новизна.** Новизна заключается в том, что впервые построен ряд сценариев информационного противоборства в структурированном социуме, в том числе, изучено противоборство в поляризованном обществе. Кроме того, впервые построена и изучена модель, описывающая процесс информационного противоборства и динамику распределения власти в совокупности. И, наконец, впервые построена модель спада интереса к прошедшему разовому политическому событию, удовлетворяющая эмпирическим данным.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для качественных выводов об эффективной политике ведения информационной войны.

### **Положения, выносимые на защиту**

#### ***1. В области математического моделирования***

Развиты приближенные аналитические методы исследования, учитывающие специфику математических моделей информационного нападения и информационного противоборства в структурированном социуме. В частности,

для класса моделей с периодическим внешним воздействием разработан метод, комбинирующий асимптотическое разложение по малому параметру с периодическим переключением между интервалами непрерывности правой части. С помощью разработанных методов изучены свойства моделей, позволяющие сделать содержательные выводы относительно изучаемых процессов. Показано, в частности, что преимущество одной из сторон в пропаганде несущественно при сильной поляризации общества.

### *2. В области численных методов*

Для моделей социальных процессов с разномасштабной динамикой, имеющих вид систем с малыми параметрами, содержащих параболические уравнения, на основе теоремы Тихонова разработана методика, позволяющая определить, произошла ли стабилизация решения к стационарному состоянию. Также адаптирована система разностных уравнений с тем, чтобы соответствовать модели "Власть-Информация-Общество".

### *3. В области комплексов программ*

Разработан программный комплекс в среде MatLab, реализующий указанную выше методику и позволяющий определять окончание расчёта для моделей социальных процессов с малым параметром и разномасштабной динамикой путем сравнения решения динамической системы с предельным решением, определяемым на основе теоремы Тихонова.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность полученных результатов обосновывается сопоставлением результатов, полученных аналитическими и численными методами и сравнением теоретических результатов с эмпирическими данными.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

- XX Международный междисциплинарный ежегодный научный семинар «Математическое моделирование и информатика социальных процессов»

имени Героя Социалистического труда академика А.А. Самарского, посвященный 70-летию основателя семинара проф. А.П. Михайлова

- XVII Всероссийская Конференция-школа молодых исследователей "Современные проблемы математического моделирования"
- Международная (48-я Всероссийская) молодежная школа-конференция «Современные проблемы математики и ее приложений»
- II Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Проблемы моделирования социальных процессов: Россия и страны АТР»
- Международная научно-практическая конференция «Теория Активных Систем» (ТАС-2016)
- AINL FRUCT: Artificial Intelligence and Natural Language Conference
- XIX Международный междисциплинарный ежегодный научный семинар «Математическое моделирование и информатика социальных процессов» им. Героя Социалистического труда академика А.А. Самарского
- Международная научная конференция "Современные проблемы математической физики и вычислительной математики посвященная 110-летию академика А.Н. Тихонова, Москва, МГУ, 31 октября – 3 ноября 2016 года.
- Всероссийская научно-практическая конференция «Научное и кадровое обеспечение системы распределенных ситуационных центров как ключевого фактора повышения эффективности государственного управления»
- VIII Московская международная конференция по Исследованию Операций (ORM2016), Москва, 17-22 октября 2016
- Научный сервис в сети Интернет 2016

- The 10th Russian Summer School in Information Retrieval (RuSSIR 2016)
- XIV Международный семинар «Математические модели и моделирование в лазерно-плазменных процессах и передовых научных технологиях»
- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016»
- Всероссийская научно-практическая конференция «Проблемы моделирования социальных процессов: Россия и страны АТР» (ДВФУ, Владивосток)
- Artificial Intelligence and Natural Language and Information Extraction, Social Media and Web Search FRUCT Conference (AINL-ISMW FRUCT)
- XVIII Международный междисциплинарный ежегодный научный семинар «Математическое моделирование и информатика социальных процессов» им. Героя Социалистического труда академика А.А. Самарского
- XXII Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2015"
- XVII Международный междисциплинарный ежегодный научный семинар «Математическое моделирование и информатика социальных процессов» им. Героя Социалистического труда академика А.А. Самарского

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 27 печатных работах, из них 8 статей в рецензируемых журналах [15–22], 11 статей в сборниках трудов конференций [23–33] и 8 тезисов докладов [34–41].

**Личный вклад автора.** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, библиографии и приложения.

Во введении диссертация описывается по следующим параметрам: актуальность темы исследования, степень разработанности темы исследования, цели и задачи диссертационной работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов, публикации, личный вклад автора, структура и объем диссертации.

Первая глава посвящена базовым моделям информационного нападения и информационного противоборства. Описываются базовые модели информационного нападения и информационного противоборства, исследуется поведение модели информационного нападения при включении таких дополнительных факторов, как забывание информации, двухшаговое усвоение информации и неоднородность социума. Для расширенной модели информационного нападения находятся асимптотики стационарного и нестационарного решений. Строится и численно исследуется расширенная модель информационного противоборства. Исследуется влияние дестабилизирующего воздействия, строятся асимптотики решений.

Вторая глава посвящена моделям выбора позиций индивидами при информационном противоборстве. Описывается задача, на основе которой исследуется влияние поляризации социума на исход информационного противоборства. Рассматривается случай медленно поляризующегося социума. Строится модель, описывающая двухкомпонентность социума. Строится модель, описывающая динамику спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию.

Третья глава посвящена построению модели "Власть-Информация-Общество". Описывается модель "Власть-Общество", на основе которой строится вышеупомянутая модель. Модель исследуется численно, описываются различные сценарии, которым дана содержательная трактовка.

В заключении сформулированы основные результаты.

В приложении приводятся таблицы с эмпирическими данными для построения модели из главы 2.

Общий объем диссертации 117 страниц, из них 103 страницы текста, включая 43 рисунка. Библиография включает 80 наименований на 10 страницах. Приложение состоит из 4 страниц.

**Благодарности.** Хочу выразить глубокую признательность д.ф.-м.н., проф. А.П. Михайлову и моему научному руководителю д.ф.-м.н. А.П. Петрову за доброжелательное отношение, ценные обсуждения и помощь в работе.

Я также благодарна организациям, поддержавшим исследования: Российскому Фонду Фундаментальных Исследований (гранты № 13-01-00392 а, 15-01-06192 а, 16-01-00306 а, 17-01-00390 а, 18-31-00173 а, 18-01-00551 а) и Российскому Гуманитарному Научному Фонду (грант № 15-03-00435 а).

## Глава 1

# Модели информационного нападения и информационного противоборства

## 1.1. Базовая модель информационного нападения

Рассматривается процесс распространения информации в группе взаимодействующих индивидов, имеющей численность  $N_0$ . В рамках рассматриваемой модели (см. [4, 42]) предполагается, что неохваченный информацией индивид может получить ее либо от СМИ, либо путем межличностной коммуникации от информированного ранее индивида (адепта). Численность адептов в момент времени  $t$  обозначим через  $X(t)$ . Интенсивность распространения информации этими способами описывается положительными параметрами  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно, причем эти параметры полагаются не зависящими от времени. Заметим, что интенсивность распространения информации через межличностную коммуникацию при этом пропорциональна также числу уже охваченных индивидов. Предполагается, что скорость распространения информации (то есть, число охваченных индивидов за единицу времени), складывается из скоростей распространения информации каждого из вышеупомянутого способов. Эта скорость пропорциональна числу ещё неохваченных индивидов, то есть  $N_0 - X(t)$ .

Заметим, применительно к распространению информации через СМИ каналу здесь предполагается, что социум находится в своего рода "всеобъемлющем нелокальном информационном поле", т.е. любой из ещё не завербованных членов общности всегда имеет возможность получить распространяемую информацию и её воспринять. Отметим также, что хотя в отличие от распространения через СМИ, межличностная коммуникация имеет локальный характер (от человека к человеку), но скорость вербовки, как и в первом случае, опять-таки пропорциональна числу ещё не завербованных членов общности –

величине  $N_0 - X(t)$ . Общая скорость изменения числа адептов  $X(t)$  (т.е. число завербованных в единицу времени) складывается из скорости распространению информации через СМИ и через межличностную коммуникацию.

Таким образом, базовая модель распространения информации (см. [4, 42]) имеет следующий вид:

$$\frac{dx}{dt} = (\alpha + \beta X)(N_0 - X), X(0) = 0. \quad (1.1)$$

Здесь  $X(t)$  - количество адептов в момент времени  $t$ .

Далее будем называть этот вариант модели базовым. Отметим, что возможны также иные постановки задачи об информационном нападении, основанные на данной модели (непостоянное воздействие источников информации, непостоянство характеристик во времени и т.д.), и то, что в силу универсальности математических моделей, она может быть применена к описанию некоторых других явлений.

Один из основных вопросов, решаемых с помощью моделей распространения информации, заключается в том, при каких условиях скорость роста количества адептов достигает максимума. Соответствующее явление называется максимальным ажиотажем. В [43] показано, что максимум ажиотажа достигается при значении численности адептов, равном

$$X_g = \frac{1}{2} \left( N_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right). \quad (1.2)$$

Если  $N_0 \leq \frac{\alpha}{\beta}$ , то скорость роста количества адептов максимальна в начальный момент, и убывает с течением времени.

## 1.2. Базовая модель информационного противоборства

Пусть теперь, в отличие от п. 1, имеется социальная общность численностью  $N_0$ , потенциально подверженная воздействию не одного, а двух несовпадающих между собой по содержанию информационных потоков (в частности,

может быть, что информация типа 1 (И1) и типа 2 (И2) диаметрально противоположны друг другу). Пусть в момент времени  $t = 0$  два источника разной информации одновременно начинают её транслировать, в результате чего оба информационных потока распространяются среди общности. Поскольку И1 и И2 не тождественны друг другу, то данный процесс рассматривается как информационное противоборство (конкуренция, соперничество). Модель описывает динамику его развития по времени, (т.е. зависящие от времени  $t$  величины  $X(t)$  и  $Y(t)$  числа «адептов», принявших информацию, распространяемую источниками «1», и «2»), а также определяет её конечный результат – «победителя» или «побеждённого». Победителем считается тот, кто к моменту полного охвата изучаемой общности обеими видами информации сумел распространить свою информацию среди большего, чем соперник, числа членов общности, т.е. величины большей, чем  $N_0/2$  – половины от общей численности общности  $N_0$ .

В этой модели предполагается, что индивид, узнавший информацию от одного из источников, закрыт для второго, то есть исключается "перевербовка". Также делается предположение о том, что каждый из источников характеризуется своими значениями величин, описывающих интенсивность распространения информации (обозначим их  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для распространения информации через СМИ и  $\beta_1$  и  $\beta_2$  для распространения через межличностную коммуникацию для первого и второго источника соответственно). В этой модели скорость распространения путём межличностной коммуникации для каждого из источников пропорциональна числу индивидов, охваченных этим же источником, а число неохваченных индивидов равно величине  $N_0 - X(t) - Y(t)$ , где  $X(t)$  - число индивидов, охваченных первым источником, а  $Y(t)$  - число индивидов, охваченных вторым источником. Таким образом, базовая модель информацион-

ного противоборства (см. [43]) имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 X) (N_0 - X - Y), X(0) = 0, \\ \frac{dY}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 Y) (N_0 - X - Y), Y(0) = 0.\end{aligned}\tag{1.3}$$

### 1.3. Учет дополнительных факторов

На основе рассмотренных выше базовых моделей, в работе [44] предложена модель, учитывающая ряд более сложных факторов, влияющих на распространение информации в социуме, в частности – забывание информации индивидами, неполный охват социума средствами массовой информации, двухшаговое усвоение и забывание информации.

#### 1.3.1. Распространение информации с учетом забывания

Расширим базовую модель информационного нападения, учтя забывание информации индивидами, другими словами – возможность перехода из адептов в неохваченные. Тогда модель информационного нападения принимает вид [44]:

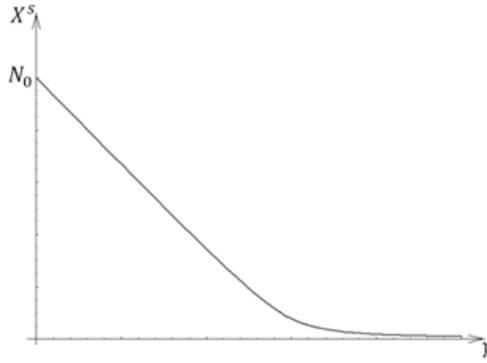
$$\frac{dX}{dt} = (\alpha + \beta X) (N_0 - X).\tag{1.4}$$

$$X(0) = 0.\tag{1.5}$$

Здесь параметр  $\gamma$  характеризует интенсивность забывания информации индивидами. Найдём стационарное решение уравнения (1.4). Для этого решим уравнение

$$(\alpha + \beta X) (N_0 - X) = 0.\tag{1.6}$$

Уравнение (1.6) при любых положительных значениях  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $N_0$  имеет два корня, только один из которых положительный. Таким образом, стационар-

Рис. 1.1. График зависимости  $X^S(\gamma)$ 

ное решение всегда существует и равно

$$X^S = \frac{-\gamma - \alpha + \beta N_0 + \sqrt{(\gamma + \alpha - \beta N_0)^2 + 4\alpha\beta N_0}}{2\beta}. \quad (1.7)$$

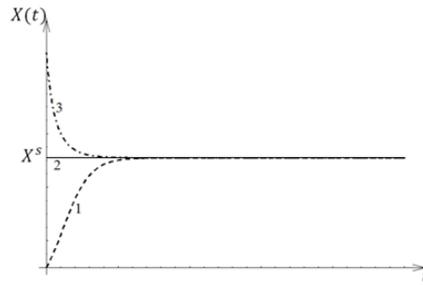
Анализируя знаки производных в окрестности стационарного решения получим, что данное решение является устойчивым.

Исследуем зависимость стационарного решения от параметров.

Построим график функции  $X^S(\gamma)$ . При любых положительных значениях параметров первая производная отрицательна, вторая - положительна,  $X^S(0) = N_0$ ,  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} X^S(\gamma) = 0$ . График функции  $X^S(\gamma)$  имеет вид, представленный на 1.1. Нетрудно видеть, что на широком диапазоне изменения параметра зависимость имеет почти линейный характер.

Рассмотрим теперь модель (1.4) в следующем аспекте. Предположим, что источник информации может влиять только на интенсивность распространения информации через СМИ, т.е. на параметр  $\alpha$ , при этом ему известны значения остальных параметров. Пусть этому источнику необходимо, чтобы данной информацией охватилась доля  $\mu$  от всего населения. Таким образом, требуется решить следующую задачу: найти  $\alpha$  такое что , если  $X^S = \mu N_0$ . Решая эту задачу, получаем:

$$\alpha^* = \frac{\mu(\gamma - \beta N_0(1 - \mu))}{1 - \mu}. \quad (1.8)$$

Рис. 1.2. График зависимости  $X^S(\gamma)$ 

Перейдем от анализа стационарного решения к исследованию функции  $X(t)$ . В зависимости от начальных условий, график функции имеет вид кривой «1», либо «2», либо «3» (Рис. 1.2).

Если  $X(0) < X^S$ , то первая производная функции  $X(t)$  положительна, а вторая - отрицательна, и график имеет вид «1»; если  $X(0) = X^S$ , обе производные равны нулю, и график имеет вид «2»; если  $X(0) > X^S$ , то первая производная отрицательна, вторая - положительна и график имеет вид «3».

Рассмотрим подробнее случай нулевого начального условия, т.е.  $X(0) = 0$ . В этом случае анализ второй производной функции  $X(t)$  показывает, что скорость вербовки

- уменьшается с течением времени, если  $N_0 \leq \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$ ;
- сначала увеличивается, затем достигает максимума в точке максимального ажиотажа, после чего уменьшается, если  $N_0 = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$ .

Уравнение (1.4) может быть решено аналитически, однако, ввиду громоздкости решения, затрудняющего содержательную трактовку результатов, ограничимся важным с прикладной точки зрения случаем сильной пропаганды ( $\alpha$  много больше, чем  $N_0\beta$ ). При этом предположении становится возможным применение методов теории сингулярных возмущений. В соответствии с методом пограничных функций (см., напр., [45]), представим неизвестную функцию  $X(t)$  в виде суммы регулярного и погранслоного рядов по малому параметру

$\varepsilon = 1 \setminus \alpha$ :

$$X(t) = \bar{X}^0(t) + \Pi_0 X(\tau) + \varepsilon \left( \bar{X}^1(t) + \Pi_1 X(\tau) \right) + o(\varepsilon). \quad (1.9)$$

Здесь  $\tau = t \setminus \varepsilon$ ,  $\Pi_0 X(\tau)$ ,  $\Pi_1 X(\tau)$  - погранслойные функции такие, что  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pi_i X = 0$ ,  $i = 1, 2$ .

Подставляя разложение (1.9) в уравнение (1.4) и начальное условие (1.5), и приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях  $\varepsilon$ , получим уравнения для нулевого и первого приближения функции  $X(t)$ . Решая их и подставляя найденные выражения в (1.9), получим первое приближение решения этого уравнения:

$$X(t) = 1 - e^{-\tau} + \varepsilon \left[ \beta N_0 - \gamma + e^{-2\tau} (\beta N_0 - 2\beta e^{\tau} N_0 \tau + \gamma e^{\tau} - \gamma \tau e^{\tau}) \right]. \quad (1.10)$$

### 1.3.2. Распространение информации в социуме, состоящем из двух групп

Теперь расширим модель, включив в неё предпосылку о делении социума на две группы населения, каждая из которых характеризуется своими значениями параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . Обозначим численность первой группы населения через  $N_1$ , второй - через  $N_2$ . Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 (X_1 + X_2)) (N_1 - X_1), \\ \frac{dX_2}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 (X_1 + X_2)) (N_2 - X_2). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Построим фазовый портрет системы (1.11). В общем случае система имеет 3 положения равновесия, только одно из них  $(N_1, N_2)$  находится в первой четверти координатной плоскости. Линеаризовав систему в окрестности положения равновесия, нетрудно получить, что положение равновесия - устойчивый узел.

Линеаризованная система (1.11) в окрестности положения равновесия  $(N_1, N_2)$

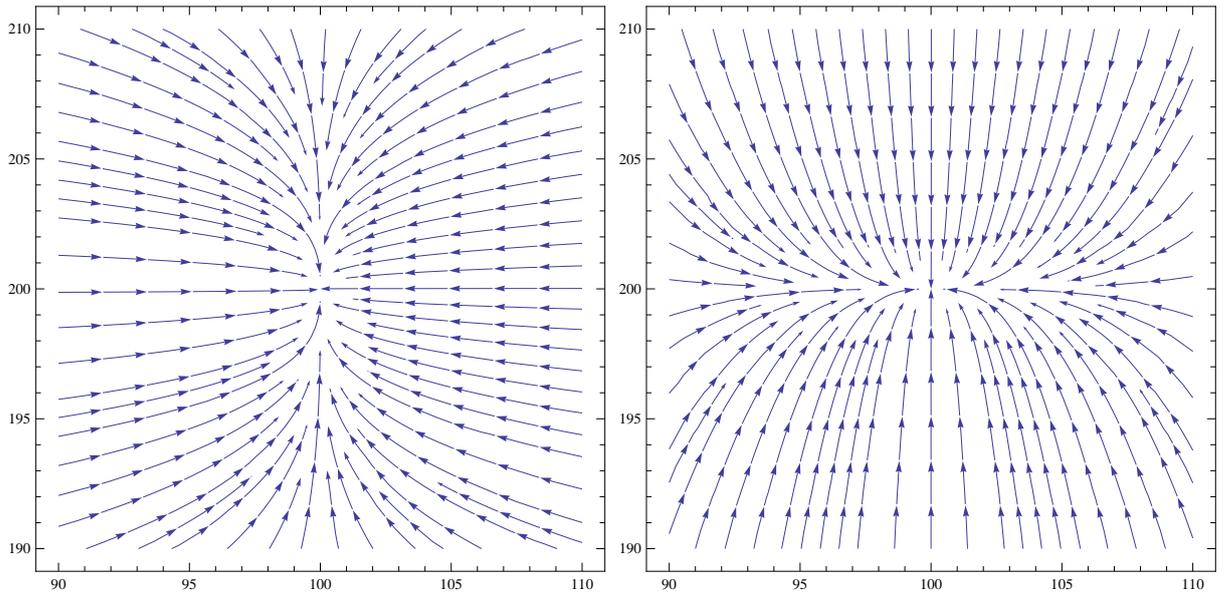


Рис. 1.3. Фазовый портрет системы (1.11). Значения параметров слева:  $N_1 = 100$ ;  $N_2 = 200$ ;  $\alpha_1 = 0, 1$ ;  $\alpha_2 = 0, 5$ ;  $\beta_1 = 0, 9$ ;  $\beta_2 = 0, 3$ . Значения параметров справа:  $N_1 = 100$ ;  $N_2 = 200$ ;  $\alpha_1 = 0, 5$ ;  $\alpha_2 = 0, 1$ ;  $\beta_1 = 0, 3$ ;  $\beta_2 = 0, 9$ .

после замены переменных  $\xi = X_1 - N_1$ ,  $\eta = X_2 - N_2$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 (N_1 + N_2)) (-\xi), \\ \frac{d\eta}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 (N_1 + N_2)) (-\eta). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} -(\alpha_1 + \beta_1 (N_1 + N_2)) & 0 \\ 0 & -(\alpha_2 + \beta_2 (N_1 + N_2)) \end{pmatrix}$$

имеют значения  $-(\alpha_1 + \beta_1 (N_1 + N_2))$  и  $-(\alpha_2 + \beta_2 (N_1 + N_2))$ . Оба они отрицательны, следовательно, положение равновесия - устойчивый узел.

Фазовый портрет изображён на рис. 1.3

Вид фазового портрета зависит от соотношения  $-\alpha_1 - \beta_1(N_1 + N_2)$  и  $-\alpha_2 - \beta_2(N_1 + N_2)$ . Если  $|-\alpha_1 - \beta_1(N_1 + N_2)| > |-\alpha_2 - \beta_2(N_1 + N_2)|$ , то фазовый портрет имеет вид, изображённый на рис. 3а, если  $|-\alpha_1 - \beta_1(N_1 + N_2)| < |-\alpha_2 - \beta_2(N_1 + N_2)|$ , то фазовый портрет имеет вид, изображённый на рис. 3б.

Рассмотрим теперь случай двух групп населения отличающихся тем, что они больше доверяют индивидам из своей группы, чем индивидам из чужой

группы. Тогда модель описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2) (N_1 - X_1), \\ \frac{dX_2}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 X_1 + \beta_1 X_2) (N_0 - X_2),\end{aligned}\tag{1.13}$$

где  $\beta_1 < \beta_2$ .

Система (1.13) также имеет 3 положения равновесия, одно из которых  $(N_1, N_2)$  находится в первой четверти.

Линеаризованная система (1.13) в окрестности положения равновесия  $(N_1, N_2)$  после замены переменных  $\xi = X_1 - N_1$ ,  $\eta = X_2 - N_2$  имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\xi}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2) (-\xi), \\ \frac{d\eta}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 N_1 + \beta_1 N_2) (-\eta).\end{aligned}\tag{1.14}$$

Собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} -(\alpha_1 + \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2) & 0 \\ 0 & -(\alpha_2 + \beta_2 N_1 + \beta_1 N_2) \end{pmatrix}$$

равны  $-(\alpha_1 + \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2)$  и  $-(\alpha_2 + \beta_2 N_1 + \beta_1 N_2)$ . Оба значения отрицательны, а, значит, положение равновесия - устойчивый узел.

Вид фазового портрета зависит от соотношения  $-\alpha_1 - \beta_1 N_1 - \beta_2 N_2$  и  $-\alpha_2 - \beta_2 N_1 - \beta_1 N_2$ . Если  $|\alpha_1 + \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2| > |\alpha_2 + \beta_2 N_1 + \beta_1 N_2|$ , то фазовый портрет имеет вид, изображённый на рис. 3а, если  $|\alpha_1 + \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2| < |\alpha_2 + \beta_2 N_1 + \beta_1 N_2|$ , то фазовый портрет имеет вид, изображённый на рис. 3б.

### 1.3.3. Двухшаговое усвоение информации

Практика показывает, что информационное воздействие является результатом, если оно является не одноразовым, а проводится в виде кампании. В рамках настоящего варианта модели предполагается, что индивид присоединяется к числу адептов за два шага. Будучи охваченным в первый раз он становится предадептом. Это, в частности, означает, что он еще не распространяет

информацию далее. Преадепт получает и усваивает информацию по тем же правилам, что и неохваченный ей член группы.

Обозначим через  $x(t)$  численность преадептов. Адепты рекрутируются из преадептов, поэтому  $\frac{dX}{dt} = x(\alpha + \beta X)$ .

Поскольку адепты рекрутируются из неохваченных индивидов, численность которых в момент времени  $t$  составляет  $N_0 - X(t) - x(t)$ , имеем уравнение динамики численности преадептов:

$$\frac{dx}{dt} = (N_0 - X - 2x)(\alpha + \beta X). \quad (1.15)$$

## 1.4. Модель информационного нападения, учитывающая три дополнительных фактора

Модель информационного нападения, учитывающая все три вышеупомянутых фактора, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= x_1(\alpha + \beta(X_1 + X_2)) - \gamma_1 X_1, \\ \frac{dX_2}{dt} &= \beta x_2(X_1 + X_2) - \gamma_1 X_2, \\ \frac{dx_1}{dt} &= (\alpha + \beta(X_1 + X_2))(N_1 - X_1 - 2x_1) + \gamma X_1 - \delta x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= \beta(X_1 + X_2)(N_2 - X_2 - 2x_2) + \gamma X_2 - \delta x_2, \\ X_1(0) &= X_2(0) = x_1(0) = x_2(0) = 0. \end{aligned} \quad (1.16)$$

### 1.4.1. Стационарное решение

Для нахождения стационарных решений данной системы необходимо решить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} x_1(\alpha + \beta(X_1 + X_2)) - \gamma_1 X_1 &= 0, \\ \beta x_2(X_1 + X_2) - \gamma_1 X_2 &= 0, \\ (\alpha + \beta(X_1 + X_2))(N_1 - X_1 - 2x_1) + \gamma X_1 - \delta x_1 &= 0, \\ \beta(X_1 + X_2)(N_2 - X_2 - 2x_2) + \gamma X_2 - \delta x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Ввиду сложности системы (1.17) ограничимся при её анализе случаем малых  $\gamma$ . Тогда становится возможным применение теории регулярных возмущений. Разложения неизвестных по малому параметру  $\gamma$  имеют вид:

$$\begin{aligned}x_1^S &= x_1^0 + \gamma x_1^1 + o(\gamma), \\x_2^S &= x_2^0 + \gamma x_2^1 + o(\gamma), \\X_1^S &= X_1^0 + \gamma X_1^1 + o(\gamma), \\X_2^S &= X_2^0 + \gamma X_2^1 + o(\gamma).\end{aligned}\tag{1.18}$$

Подставляя разложение (1.18) в уравнения (1.17) и приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях  $\gamma$ , получим уравнения относительно нулевого и первого приближения каждой из функций. Решая их и подставляя найденные выражения в (1.18), получим первое приближение стационарного решения:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{\gamma N_1}{\alpha + \beta(N_1 + N_2)} + o(\gamma), \\x_2 &= \frac{\gamma N_2}{\beta(N_1 + N_2)} + o(\gamma), \\X_1^S &= N_1 \left( 1 - \frac{\gamma(\alpha + \delta + \beta(N_1 + N_2))}{(\alpha + \beta(N_1 + N_2))^2} \right) + o(\gamma), \\X_2^S &= N_2 \left( 1 - \frac{\gamma(\delta + \beta(N_1 + N_2))}{(\beta(N_1 + N_2))^2} \right) + o(\gamma).\end{aligned}\tag{1.19}$$

Выписав матрицу Якоби для системы (1.17) и найдя её собственные значения, нетрудно получить, что найденное стационарное решение является асимптотически устойчивым при любых положительных значениях параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$ .

#### 1.4.2. Нестационарное решение

Ввиду сложности системы (1.16) ограничимся анализом нестационарных решений для случая сильной агитации, то есть параметр  $\alpha$  положим достаточно

большим. "Достаточно большое  $\alpha$ " означает, что  $\alpha$  должно быть много больше, чем  $N\beta$ , где  $N$  - порядок суммарной численности первой и второй группы. При этом предположении становится возможным применение методов теории сингулярных возмущений. В соответствии с методом пограничных функций [45], представим неизвестные функции в виде суммы регулярного и погранслоного рядов по малому параметру  $\varepsilon = 1/\alpha$ :

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \overline{X}_1^0(t) + \Pi_0 X_1(\tau) + \varepsilon \left( \overline{X}_1^1(t) + \Pi_1 X_1(\tau) \right) + o(\varepsilon), \\ X_2(t) &= \overline{X}_2^0(t) + \Pi_0 X_2(\tau) + \varepsilon \left( \overline{X}_2^1(t) + \Pi_1 X_2(\tau) \right) + o(\varepsilon), \\ x_1(t) &= \overline{x}_1^0(t) + \Pi_0 x_1(\tau) + \varepsilon \left( \overline{x}_1^1(t) + \Pi_1 x_1(\tau) \right) + o(\varepsilon), \\ x_2(t) &= \overline{x}_2^0(t) + \Pi_0 x_2(\tau) + \varepsilon \left( \overline{x}_2^1(t) + \Pi_1 x_2(\tau) \right) + o(\varepsilon). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Здесь  $\tau = t \setminus \varepsilon$ ,  $\Pi_i X_j(\tau)$ ,  $\Pi_i x_j(\tau)$  - погранслоные функции такие, что  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pi_i \xi_j = 0$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2$ ,  $\xi = x, X$ .

Подставляя разложения (1.20) в уравнения (1.16) и приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях  $\varepsilon$ , получим уравнения относительно нулевого и первого приближения функций  $X_1(t)$  и  $x_1(t)$ . Решая их и подставляя найденные выражения в (1.20), получим первое приближение этой системы:

$$\begin{aligned} X_1(t) &= N_1 - N_1 e^{-t/\varepsilon} \left( 1 + \frac{t}{\varepsilon} \right) + \varepsilon N_1 \left[ -\gamma + \frac{1}{6} e^{-2t/\varepsilon} \left( -\delta e^{t/\varepsilon} \left( \frac{t}{\varepsilon} \right)^3 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( \frac{t}{\varepsilon} \right)^2 \left( 6\beta N_1 + 6\beta e^{t/\varepsilon} N_1 + 3\gamma e^{t/\varepsilon} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{t}{\varepsilon} \left( 12\beta N_1 - 12\beta e^{t/\varepsilon} N_1 + 6e^{t/\varepsilon} \gamma \right) + 6e^{t/\varepsilon} \gamma \right] \right], \\ x_1(t) &= N_1 \frac{t}{\varepsilon} e^{-t/\varepsilon} + \varepsilon N_1 \left[ \gamma - \frac{1}{6} e^{-2t/\varepsilon} \left( -12\beta N_1 + 12\beta e^{t/\varepsilon} N_1^3 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 6e^{t/\varepsilon} \gamma + \left( \frac{t}{\varepsilon} \right)^2 \left( 3\delta e^{t/\varepsilon} + 6\beta N_1 + 6\beta e^{t/\varepsilon} n_1 + 3\gamma e^{t/\varepsilon} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \delta e^{t/\varepsilon} \left( \frac{t}{\varepsilon} \right) + \frac{t}{\varepsilon} \left( 6\beta N_1 - 18\beta e^{t/\varepsilon} N_1 + 6e^{t/\varepsilon} \right) \right] \right]. \end{aligned} \quad (1.21)$$

При больших значениях  $\alpha$  данное приближение достаточно точно описывает динамику численности адептов и предадептов. Ниже (рис. 1.4) представ-

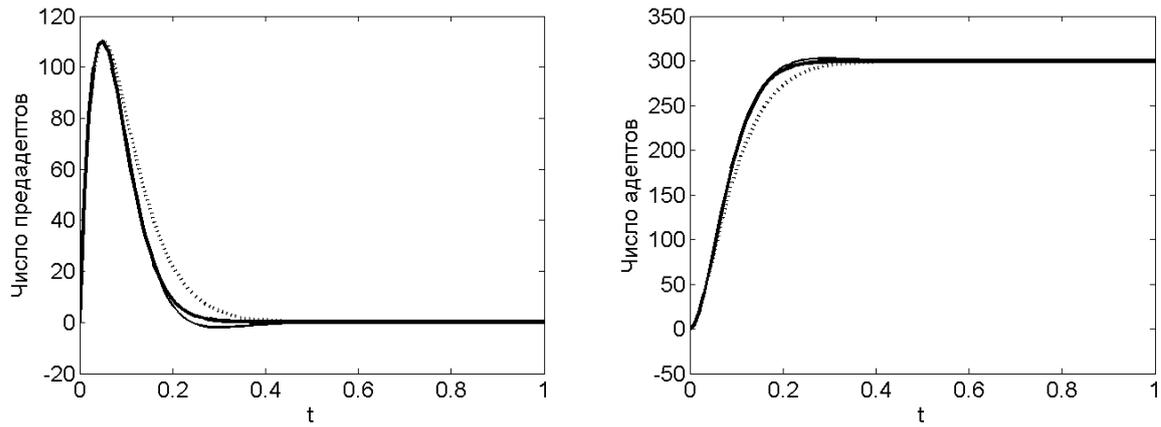


Рис. 1.4. Сравнение численного и аналитического решения: толстая сплошная линия - решение, полученное численно, пунктирная линия - нулевое приближение, тонкая сплошная линия - первое приближение (для численности адептов первая и третья кривые визуально сливаются)

лено сравнение результатов, полученных при численном и аналитическом решении для следующих значений коэффициентов:  $N_1 = 300$ ,  $N_2 = 100$ ,  $\gamma = 0,02$ ,  $\delta = 0,01$ ,  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0,03$ .

Под качеством приближения понималось максимальное значение модуля разности между численным решением и первым приближением. В данном случае качество приближения  $X_1$  было равно 3,2031, а  $x_1$  - 4,3132.

Из графиков (рис. 1.4) видно, что этап быстрого возрастания численности адептов более продолжителен, чем у предадептов. Это объясняется тем, что индивиды переходят в адепты из предадептов. При этом, максимальная скорость роста адептов наблюдается в момент достижения максимума численности предадептов.

## 1.5. Модель информационного противоборства, учитывающая три дополнительных фактора

Перейдем к модели информационного противоборства, учитывающей три вышеупомянутых фактора в совокупности. Она имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{dX_1}{dt} &= x_1 (\alpha_1 + \beta_1 (X_1 + X_2)) - \gamma_1 X_1, \\
 \frac{dX_2}{dt} &= \beta_1 x_2 (X_1 + X_2) - \gamma_1 X_2, \\
 \frac{dY_1}{dt} &= y_1 (\alpha_2 + \beta_2 (Y_1 + Y_2)) - \gamma_2 Y_1, \\
 \frac{dY_2}{dt} &= \beta_2 y_2 (Y_1 + Y_2) - \gamma_2 Y_2, \\
 \frac{dx_1}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 (X_1 + X_2)) (N_1 - X_1 - Y_1 - 2x_1 - y_1) + \gamma_1 X_1 - \delta_1 x_1, \\
 \frac{dx_2}{dt} &= \beta_1 (X_1 + X_2) (N_2 - X_2 - Y_2 - 2x_2 - y_2) + \gamma_1 X_2 - \delta_1 X_2, \\
 \frac{dy_1}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 (Y_1 + Y_2)) (N_1 - X_1 - Y_1 - x_1 - 2y_1) + \gamma_2 Y_1 - \delta_2 y_1, \\
 \frac{dy_2}{dt} &= \beta_2 (Y_1 + Y_2) (N_2 - X_2 - Y_2 - x_2 - 2y_2) + \gamma_1 X_2 - \delta_1 X_2, \\
 X_1(0) &= X_2(0) = Y_1(0) = Y_2(0) = x_1(0) = x_2(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0.
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Здесь

$x_1$  - число предадептов из первой группы, охваченных источником 1;

$x_2$  - число предадептов из второй группы, охваченных источником 1;

$y_1$  - число предадептов из первой группы, охваченных источником 2;

$y_2$  - число предадептов из второй группы, охваченных источником 2;

$X_1$  - число адептов из первой группы, охваченных источником 1;

$X_2$  - число адептов из второй группы, охваченных источником 1;

$Y_1$  - число адептов из первой группы, охваченных источником 2;

$Y_2$  - число адептов из второй группы, охваченных источником 2;

$\alpha_1$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации первым источником через СМИ;

$\alpha_2$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации

вторым источником через СМИ;

$\beta_1$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации первым источником через межличностную коммуникацию;

$\beta_2$  - параметр, характеризующий интенсивность распространения информации вторым источником через межличностную коммуникацию;

$\gamma_1$  - параметр, характеризующий интенсивность забывания адептов, охваченных первым источником;

$\gamma_2$  - параметр, характеризующий интенсивность забывания адептов, охваченных вторым источником;

$\delta_1$  - параметр, характеризующий интенсивность забывания предадептов, охваченных первым источником;

$\delta_2$  - параметр, характеризующий интенсивность забывания предадептов, охваченных вторым источником;

$N_1$  - численность первой группы;

$N_2$  - численность второй группы.

Проведено исследование этой модели с применением численных методов. Особое внимание уделено случаю, когда одна из сторон имеет более сильную пропаганду через СМИ, а другая – более «вирусную» информацию, то есть  $\alpha_1 > \alpha_2$ ,  $\beta_2 > \beta_1$ .

Результаты численных экспериментов показывают, что для каждой из групп динамика имеет, в общих чертах, следующий вид: сначала увеличивается и достигает максимума численность предадептов, затем она уменьшается, при этом происходит рост численности адептов. На Рис. 1.5 и 1.4 изображена динамика численности адептов и предадептов из обеих групп для эксперимента со следующими значениями параметров:  $N_1 = 100$ ,  $N_2 = 200$ ,  $\gamma_1 = 0,01$ ,  $\gamma_2 = 0,3$ ,  $\delta_1 = 0,1$ ,  $\delta_2 = 0,02$ ,  $\alpha_1 = 0,13$ ,  $\alpha_2 = 0,06$ ,  $\beta_1 = 0,04$ ,  $\beta_2 = 0,1$ .

Рис. 1.5, 1.6 показывают, что большинство членов первой группы (т.е. индивидов, пользующихся СМИ) охвачены первым источником (т.е.  $X_1(t) > Y_1(t)$  при достаточно больших  $t$ ), а большинство членов второй группы (т.е. не поль-

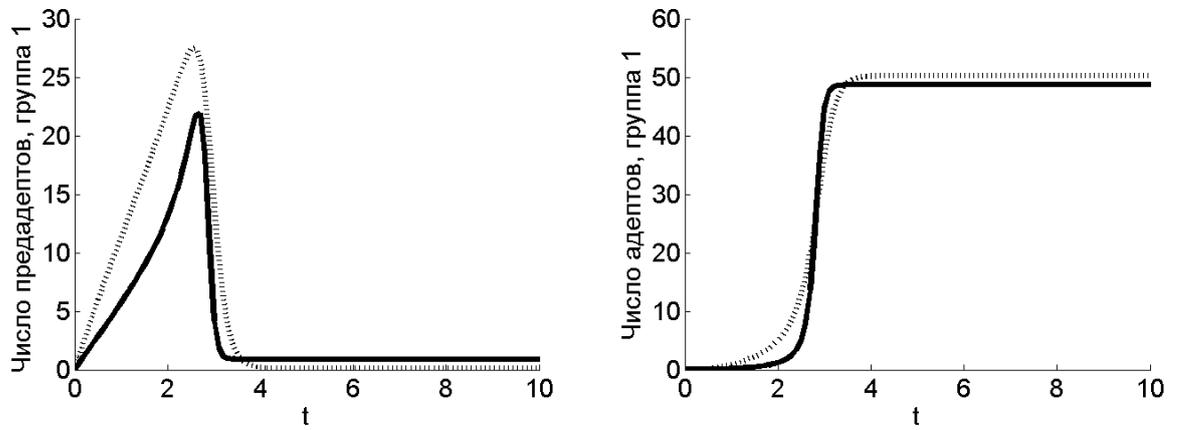


Рис. 1.5. Динамика численности адептов и предадептов из первой группы. Сплошная линия – соответственно,  $x(t)$  и  $X(t)$ , пунктирная линия -  $y(t)$  и  $Y(t)$ .

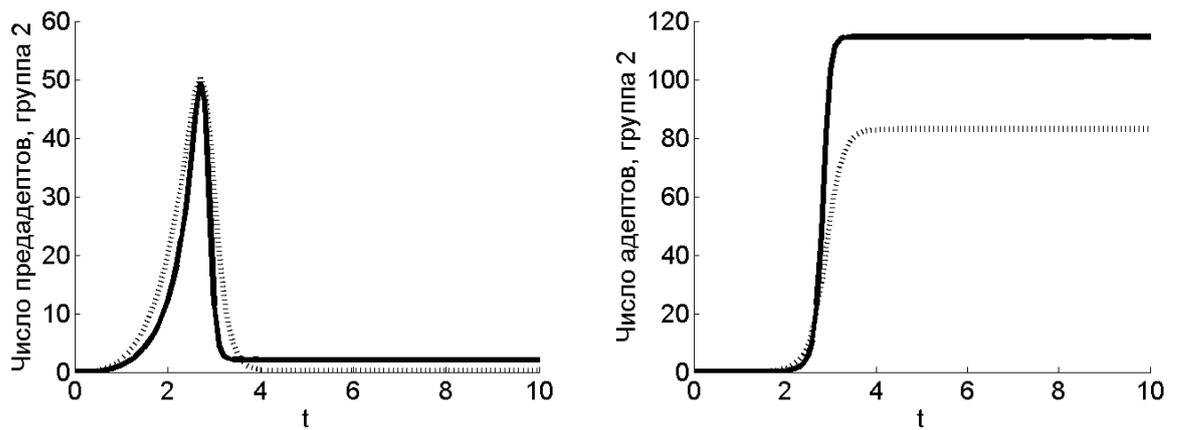


Рис. 1.6. Динамика численности адептов и предадептов из второй группы. Сплошная линия – соответственно,  $x(t)$  и  $X(t)$ , пунктирная линия -  $y(t)$  и  $Y(t)$ .

зующихся СМИ) - вторым источником (т.е.  $X_2(t) < Y_2(t)$  при достаточно больших  $t$ ). Но если для первой группы "превосходство" первого источника незначительно, то во второй группе разрыв между теми, кто охвачен первым источником и теми, кто верит второму, намного больше. Это происходит из-за того, что "вирусность" информации второго источника сильно влияет на обе группы (так как индивиды из разных групп общаются друг с другом), в то время как первый источник обладает преимуществом только для первой группы.

В случае увеличения значений коэффициентов  $\alpha_1$  и  $\beta_2$  наблюдается полный "захват" второй группы вторым источником и более сильное преобладание людей из первой группы, охваченных первым источником. При этом, увеличение коэффициентов забывания информации приводит к сдвигу стационарного распределения в пользу второго источника. Причина этого заключается в том, что "забывшие" индивиды в большей степени вербуются вторым источником, чем первым.

## 1.6. Учёт дестабилизирующего воздействия

В описанных выше моделях интенсивность распространения информации через СМИ предполагалась постоянной. Соответственно, с течением времени в них формируются стационарные решения, соответствующие постоянным (установившимся) численностям сторонников той и другой точек зрения. В то же время реальные информационные кампании характеризуются непостоянством интенсивности СМИ. Усилившаяся пропаганда одной из точек зрения способна дестабилизировать сложившееся соотношение противоборствующих сторон. Рассмотрим теперь случай периодического дестабилизирующего воздействия. Именно, предполагается, что к "фоновой" постоянной интенсивности пропаганды одной из сторон добавляется еще одна, периодическая, компонента. Таким образом, параметр, характеризующий интенсивность распространения информации первой партии через СМИ, имеет вид кусочно-постоянной периодической

функции времени:

$$\alpha_1(t) = \begin{cases} \alpha_1^*, & t \in [iT; iT + t_{sw}], \\ \alpha_1^* + h, & t \in [iT + t_{sw}; iT + T]; \end{cases} \quad i \in 0 \cup \mathbb{N}. \quad (1.23)$$

Здесь  $T > 0$  – период,  $t_{sw}$  – продолжительность дестабилизирующего воздействия в течение каждого периода. Наиболее интересным представляется случай

$$\alpha_1^* < \alpha_2 < \alpha_1^* + h, \quad (1.24)$$

при котором в «фоновом» режиме более интенсивно через СМИ пропагандируется информация второй партии, а в течение интервалов дестабилизации – первой. Кроме того, учтем забывание информации индивидами.

Будем также полагать, что интенсивность распространения путем межличностной коммуникации – одна и та же для информации рассматриваемых партий, причем эта интенсивность мала.

### 1.6.1. Дестабилизирующее воздействие в модели информационного противоборства без забывания

Рассмотрим модификацию базовой модели информационного противоборства (1.3) с учётом периодического дестабилизирующего воздействия (1.23).

Сделаем в системе (1.3) замену

$$\begin{aligned} X &= -u + \alpha_1^* v; \\ Y &= u + \alpha_2 v. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Цель этой замены состоит в том, чтобы диагонализировать матрицу, выражающую рекуррентную связь между значениями искомым функций в различные моменты времени на промежутке  $[iT; iT + t_{sw})$  – см. ниже, соотношение (1.30).

В результате замены получим из (1.3) задачу Коши:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} (\alpha_2 \alpha_1^* - \alpha_1(t) \alpha_2 + \beta (\alpha_1 + \alpha_2) v) (N - (\alpha_1 + \alpha_2) v); \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} (\alpha_1(t) + \alpha_2 + \beta (\alpha_1 + \alpha_2) v) (N - (\alpha_1 + \alpha_2) v); \\ u(0) &= u^0, v(0) = v^0,\end{aligned}\tag{1.26}$$

где  $u^0 = (-\alpha_2 X^0 + \alpha_1^* Y^0) / (\alpha_1^* + \alpha_2)$ ,  $v^0 = (X^0 + Y^0) / (\alpha_1^* + \alpha_2)$ . Будем искать решение системы (1.26) в виде асимптотики

$$\begin{aligned}u(t) &= u_0(t) + \beta u_1(t) + o(\beta); \\ v(t) &= v_0(t) + \beta v_1(t) + o(\beta).\end{aligned}\tag{1.27}$$

Подставляя разложения (1.27) в систему (1.26) и приравнивая коэффициенты перед равными степенями  $\beta$ , получим уравнения для нулевого и первого приближения функций  $u(t)$  и  $v(t)$ .

В нулевом приближении имеем:

$$\begin{aligned}\frac{du_0}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} (\alpha_2 \alpha_1^* - \alpha_1(t) \alpha_2) (N - (\alpha_1 + \alpha_2) v_0); \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} (\alpha_1(t) + \alpha_2) (N - (\alpha_1 + \alpha_2) v_0); \\ u_0(0) &= u^0, v_0(0) = v^0,\end{aligned}\tag{1.28}$$

Ближайшая цель состоит в том, чтобы найти рекуррентные соотношения между значениями функций  $u_0(t)$ ,  $v_0(t)$  в моменты времени  $kT$  и  $kT + T$ . Это позволит найти стационарное решение системы (1.28).

Рассмотрим ее на интервале  $[kT; kT + t_{sw})$

$$\begin{aligned}\frac{du_0}{dt} &= 0; \\ \frac{dv_0}{dt} &= N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0.\end{aligned}\tag{1.29}$$

Здесь мы предполагаем, что значения  $u_0(kT)$ ,  $v_0(kT)$  известны. Решая систему (1.29), получаем

$$\begin{pmatrix} u_0(t) \\ v_0(t) \end{pmatrix} = P(t - kT) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + D_0(t - kT), \quad kT < t < kT + t_{sw}.\tag{1.30}$$

где

$$P(t) = \begin{pmatrix} u_0(t) & 0 \\ 0 & e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t} \end{pmatrix}, D(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t}) \end{pmatrix}.$$

Следовательно, в точке  $kT + t_{sw}$  функции  $u_0(t)$ ,  $v_0(t)$  принимают значения

$$\begin{pmatrix} u_0(kT + t_{sw}) \\ v_0(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} = P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + D_0(t_{sw}). \quad (1.31)$$

Теперь рассмотрим полуинтервал  $[kT + t_{sw}; kT + T)$ . На нем система (1.28) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{du_0}{dt} &= h\alpha_2 v_0 - \frac{h\alpha_2 N}{\alpha_1^* + \alpha_2}; \\ \frac{dv_0}{dt} &= -(\alpha_1^* + h + \alpha_2) v_0 + \frac{(\alpha_1^* + h + \alpha_2) N}{\alpha_1^* + \alpha_2}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Решая систему (1.32) на данном промежутке с начальными условиями (1.31), получаем:

$$\begin{pmatrix} u_0(t) \\ v_0(t) \end{pmatrix} = Q(t - t_{sw} - kT) \begin{pmatrix} u_0(kT + t_{sw}) \\ v_0(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + G_0(t - t_{sw} - kT), \quad (1.33)$$

$$kT + t_{sw} \leq t < kT + T.$$

где

$$\begin{aligned} Q(t) &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{h\alpha_2}{\alpha_1^* + h + \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t}) \\ 0 & e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t} \end{pmatrix}, \\ G_0(t) &= \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t}) \begin{pmatrix} \frac{-h\alpha_2}{\alpha_1^* + h + \alpha_2} \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Из (1.33) нетрудно получить значения функций  $u_0(t)$ ,  $v_0(t)$  в точке  $kt + T$ , и, с учётом (1.31), вывести для них искомое рекуррентное соотношение:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_0(kT + T) \\ v_0(kT + T) \end{pmatrix} &= Q(T - t_{sw}) P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + \\ &+ Q(T - t_{sw}) D_0(t_{sw}) + G_0(T - t_{sw}). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Таким образом, мы нашли нулевое приближение решения системы (1.26) и, используя обратную замену к (1.25), возможно найти нулевое приближение решения системы (1.3).

Кратко опишем способ нахождения стационарного решения системы (1.26). Находятся собственные значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и соответствующие им собственные векторы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  матрицы  $Q(T - t_{sw})P(t_{sw})$ . По базису из эти столбцов проводятся разложения

$$\begin{pmatrix} u^0 \\ v^0 \end{pmatrix} = A_1\psi_1 + A_2\psi_2, Q(T - t_{sw})D_0(t_{sw}) + G_0(T - t_{sw}) = B_1\psi_1 + B_2\psi_2. \quad (1.36)$$

где коэффициенты  $A_1, A_2, B_1, B_2$  имеют довольно громоздкий вид, но определяются однозначно. Далее, нетрудно получить из (1.35), (1.36), что

$$\begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} = A_1\lambda_1^k\psi_1 + A_2\lambda_2^k\psi_2 + B_1\psi_1 \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_1^i + B_2\psi_2 \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_2^i.$$

Переходя в данном выражении к пределу при  $k \rightarrow \infty$ , получаем

$$\begin{pmatrix} u_0^s \\ v_0^s \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{N}{1 - e^{(\alpha_1^* + \alpha_2)t_{sw} - (\alpha_1 + h + \alpha_2)(T - t_{sw})}} \psi_2.$$

Подставив в данное выражение найденные ранее  $A_1, \psi_2$ , произведя замену (1.25), получим стационарные значения исходных переменных  $X_0^s, Y_0^s$ . Они, в частности, обладают свойством  $X_0^s + Y_0^s = N$ . Таким образом, при  $t \rightarrow \infty$  все члены социума становятся распределены между соперничающими партиями.

Вернемся к подстановке асимптотических разложений (1.27) в систему 1.26. Задача Коши для функций первого приближения получается путем приравнивания коэффициентов при первой степени малого параметра  $\beta$ . Общая стратегия, как и в случае с нулевым приближением, состоит в нахождении рекуррентной связи между значениями функций первого приближения в моменты времени  $kT$  и  $kT + T$ .

На промежутке  $[kT; kT + t_{sw})$  уравнения для функций  $u_1(t)$ ,  $v_1(t)$  имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= u_0(kT) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT)) e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)(t-kT)}; \\ \frac{dv_1}{dt} &= -(\alpha_1^* + h + \alpha_2) v_1 + \frac{N (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT))}{\alpha_1^* + \alpha_2} e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)(t-kT)} + \\ &+ \left( v_0(kT) - \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} \right) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT)). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Решение системы (1.37) имеет вид

$$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix} = P(t - kT) \begin{pmatrix} u_1(kT) \\ v_1(kT) \end{pmatrix} + D_1(t - kT), \quad kT < t < kT + t_{sw}.$$

где вектор  $D_1(t)$  явным образом выражается через найденные выше функции нулевого приближения. Тогда на конце данного интервала имеем

$$\begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} = P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT) \\ v_1(kT) \end{pmatrix} + D_1(t_{sw}). \quad (1.38)$$

Система уравнений для функций  $u_1(t)$ ,  $v_1(t)$  на интервале  $[kT + t_{sw}; kT + T)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= h\alpha_2 v_1 + u_0(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0); \\ \frac{dv_1}{dt} &= -(\alpha_1^* + h + \alpha_2) v_1 + v_0(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0). \end{aligned}$$

Ее решение имеет вид

$$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix} = Q(t - kT - t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + G_1(t - kT - t_{sw}), \quad (1.39)$$

$$kT + t_{sw} \leq t < kT + T.$$

где вектор  $G_1(t)$  явным образом выражается через найденные выше функции нулевого приближения. На конце данного интервала имеем

$$\begin{pmatrix} u_1(kT + T) \\ v_1(kT + T) \end{pmatrix} = Q(T - t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + G_1(T - t_{sw}). \quad (1.40)$$

Из (1.38) и (1.40) получаем искомую рекуррентную зависимость:

$$\begin{pmatrix} u_1(kT + T) \\ v_1(kT + T) \end{pmatrix} = Q(T - t_{sw}) P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + \\ + Q(T - t_{sw}) D_1(t_{sw}) + G_1(T - t_{sw}).$$

Как и в нулевом приближении, мы получили рекуррентную зависимость. Таким образом мы можем найти значения функций  $u_1(t)$ ,  $v_1(t)$  в каждый момент времени  $t > 0$ .

Рассмотрим численный пример решения системы (1.3),(1.23). Цель состоит в том, чтобы продемонстрировать качественные свойства решения, а также оценить качество построенной асимптотики. Положим

$$\alpha_1^* = 0.06; h = 0.11; \alpha_2 = 0.1; t_{sw} = 1.5; T = 3; \beta_1 = \beta_2 = 0.002; N = 100.$$

При этом, что при данных значениях параметров механизмы распространения информации сопоставимы.

В работе [46] получено, что для конкретного, пока не знакомого с информацией ни одной из партий, индивида, вероятность  $p_\alpha$  получить информацию от СМИ за единичное время связана с параметром  $\alpha$  соотношением  $\alpha = \ln(1 - p_\alpha)^{-1}$ . Таким образом,  $\alpha_2 = 0.1$  соответствует вероятности  $p_2 = 0.095$ . Для СМИ первой партии: значения  $\alpha_1^* = 0.06$  и  $\alpha_1^* + h = 0.17$  соответствуют вероятностям 0.058 и 0.156.

Аналогично, для неосведомленного индивида вероятность  $p_\beta$  получить информацию от другого индивида за единичное время связана с параметром  $\beta$  соотношением  $\beta = \ln(1 - p_\beta)^{-1}$ . Значение  $\beta_1 = 0.002$  соответствует вероятности  $p_\beta = 0.001998$ . Таким образом, если, например, в некоторый момент времени информацию первой партии распространяют 20 индивидов, а информацию второго типа – 50 индивидов (ровно половина рассматриваемой группы), то для каждого из 30 пока неохваченных индивидов, вероятность получить информацию первой партии путем межличностной коммуникации равна  $1 - (1 - p_2)^{20} = 0.039$ , а информацию второй партии:  $1 - (1 - p_2)^{50} = 0.095$ .

Заметим, что параметр  $\beta$  является малым по своему содержательному смыслу, так как в реальном социуме индивид имеет возможность получить информацию при межличностном контакте лишь от небольшого количества индивидов, в то время, как модель (1.3) предполагает однородность социума, проводя, тем самым, неявное усреднение по всем индивидам.

На рис. 1.7 представлен график решения задачи Коши (1.3) при указанных значениях параметров, полученный численно. В целом, ход противоборства можно описать следующим образом: при  $0 < t < 1.5$  формируется и нарастает отставание первой партии, при  $1.5 < t < 3$  оно сокращается почти до нуля, при  $3 < t < 4.5$  снова нарастает, после чего первая партия не только сокращает разрыв, но и выходит вперед. Достигаемые при больших значениях времени численности сторонников партий:  $X^S = 50.1$ ,  $Y^S = 49.9$ .

Эксперименты с другими значениями  $\beta$  показывают, что при увеличении этого параметра колебания кривой  $X(t)$  вокруг ее основного тренда становятся менее резкими. Содержательная причина состоит в том, что возрастание  $\beta$  приводит к тому, что большее количество индивидов получает информацию путем межличностной коммуникации, и меньшее – от СМИ; тем самым, колебания интенсивности вещания СМИ играют меньшую роль.

На рис. 1.8 представлено сравнение построенной асимптотики с решением, полученным численно. Очевидно, кривые достаточно близки, причем асимптотика (даже нулевого порядка) правильно описывает качественные свойства решения.

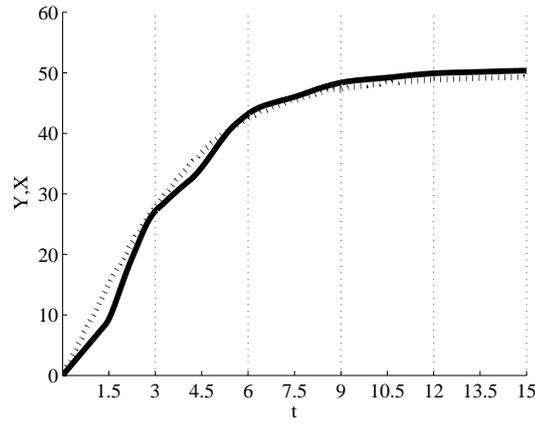


Рис. 1.7. Сплошная линия:  $X(t)$ ; пунктирная линия:  $Y(t)$

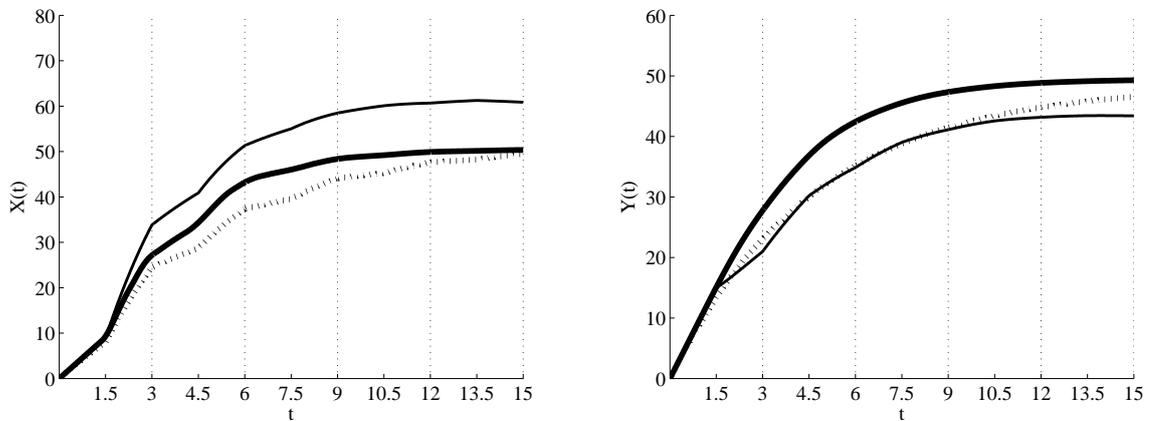


Рис. 1.8. Сплошная толстая линия - решение, полученное численно, сплошная тонкая линия – асимптотика нулевого порядка, пунктир - асимптотика первого порядка

### 1.6.2. Дестабилизирующее воздействие в модели информационного противоборства с учётом забывания

Учтём теперь забывание информации индивидами. В этом случае модель имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= (\alpha_1 + \beta X)(N - X - Y) - \gamma X, \\ \frac{dY}{dt} &= (\alpha_2 + \beta X)(N - X - Y) - \gamma Y, \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$X(0) = Y(0) = 0. \quad (1.42)$$

Здесь параметр  $\gamma$  характеризует скорость забывания информации индиви-

дами (для обоих источников информации она полагается одинаковой), параметры  $\alpha_2, \beta$  – постоянные, а величина  $\alpha_1$  дается формулой (1.23).

Рассмотрим случай, когда интенсивность распространения информации путем межличностной коммуникации мала, т.е.  $\beta \ll 1$ . Построим асимптотические разложение периодического решения  $\tilde{X}(t), \tilde{Y}(t)$  системы уравнений (1.41) по данному малому параметру. Подчеркнем, что будет построена асимптотика периодического решения, а не задачи Коши (1.41), (1.42).

Поскольку система регулярно возмущенная, то функции  $\tilde{X}(t)$  и  $\tilde{Y}(t)$  раскладываются в степенные ряды по параметру  $\beta$ :

$$\begin{aligned}\tilde{X}(t) &= X_0(t) + \beta X_1(t) + \dots + \beta^k X_k(t) + o(\beta^k), \\ \tilde{Y}(t) &= Y_0(t) + \beta Y_1(t) + \dots + \beta^k Y_k(t) + o(\beta^k).\end{aligned}\tag{1.43}$$

Каждый член асимптотики (1.7) строится как периодическая функция. Поэтому дифференциальные уравнения для членов асимптотики рассматриваются на одном периоде  $[0; T]$  с условиями

$$X_i(0) = X_i(T), Y_i(0) = Y_i(T), i = 0, 1, 2, \dots\tag{1.44}$$

Далее будем обозначать

$$\tilde{X}(0) = X^0, \tilde{Y}(0) = Y^0, X_i(0) = X_i^0, Y_i(0) = Y_i^0, i = 0, 1, 2, \dots\tag{1.45}$$

При этом, поскольку функция  $\alpha_i(t)$  является кусочно-постоянной (см. формулу (1.23)), то отдельно рассматриваются: первая часть  $[0; t_{sw}]$  периода  $[0; T]$  и вторая его часть  $[t_{sw}; T]$ . На каждой из этих частей функция является постоянной, а состыкование решений происходит по непрерывности:

$$X_i(t_{sw} - 0) = X_i(t_{sw} + 0), Y_i(t_{sw} - 0) = Y_i(t_{sw} + 0), i = 0, 1, 2, \dots\tag{1.46}$$

Соотношения вида (1.44), (1.46) дополняют уравнения для членов асимптотического разложения (1.43).

Перейдем к построению нулевого члена асимптотики. Суть применяемого здесь подхода состоит в следующем. На отрезке  $[0; t_{sw}]$  решается задача Коши с

начальным условием  $X_1(0) = X_1^0, Y_1(0) = Y_1^0$ , где  $X_1^0, Y_1^0$  - пока неизвестные величины. В результате получаем функции  $X_1(t), Y_1(t)$  на данном отрезке и определяем величины  $X_1(t_{sw}), Y_1(t_{sw})$ , зависящие от  $X_1^0, Y_1^0$ . Далее решается задача Коши на отрезке  $[t_{sw}; T]$  и определяются значения  $X_1(T), Y_1(T)$ , зависящие от  $X_1(t_{sw})$  и  $Y_1(t_{sw})$  и, тем самым, от  $X_1^0$  и  $Y_1^0$ . Наконец, получаем уравнения для  $X_1^0, Y_1^0$  из условий периодичности (1.44). Решив эти уравнения, определяем значения  $X_1^0, Y_1^0$ . Тем самым, асимптотика нулевого порядка построена. Тот же подход может быть применен к построению членов асимптотики (1.43) более высоких порядков.

Перейдем к реализации изложенного подхода. Подставив разложения (1.43) в уравнения (1.41) и рассмотрев слагаемые, не содержащие параметра  $\beta$ , получим уравнения для нулевого приближения. Они имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX_0}{dt} &= \alpha_1(N - X_0 - Y_0) - \gamma X_0, \\ \frac{dY_0}{dt} &= \alpha_2(N - X_0 - Y_0) - \gamma Y_0. \end{aligned} \quad (1.47)$$

В соответствии с формулой (1.23) на промежутке  $[0; t_{sw})$  имеем  $\alpha_1 = \alpha_1^*$ . Решив на нем систему (1.47) с учетом данного соотношения, получаем:

$$\begin{pmatrix} X_0(t) \\ Y_0(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2 \end{pmatrix} e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma)t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-\gamma t} + \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma} \begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (1.48)$$

Подставив  $t = 0$  в (1.47) и воспользовавшись начальными условиями  $X_0(0) = X^0, Y_0(0) = Y^0$  получаем значения постоянных  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma} + \frac{X^0 + Y^0}{\alpha_1^* + \alpha_2}, \\ C_2 &= \frac{\alpha_2 X^0 - \alpha_1^* Y^0}{\alpha_1^* + \alpha_2}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Таким образом, на отрезке  $[0; t_{sw}]$  асимптотика нулевого приближения име-

ет вид:

$$\begin{pmatrix} X_0(t) \\ Y_0(t) \end{pmatrix} = \left[ -\frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma} + \frac{X^0 + Y^0}{\alpha_1^* + \alpha_2} \right] \begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2 \end{pmatrix} e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma)t} + \\ + \left[ \frac{\alpha_2 X^0 - \alpha_1^* Y^0}{\alpha_1^* + \alpha_2} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-\gamma t} + \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma} \begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (1.50)$$

На полуинтервале  $[t_{sw}; T)$  уравнения для функций  $X_0(t)$ ,  $Y_0(t)$  получают-ся путем подстановки  $\alpha_1 = \alpha_1^* + h$  в уравнения (1.47). Эти уравнения дополня-ются (ввиду условий непрерывности (1.46)) начальным условием, получаемым путем подстановки  $t = t_{sw}$  в (1.50). Решение получаемой таким образом задачи Коши имеет вид

$$\begin{pmatrix} X_0(t) \\ Y_0(t) \end{pmatrix} = C_1^* \begin{pmatrix} \alpha_1^* + h \\ \alpha_2 \end{pmatrix} e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma)t} + C_2^* \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-\gamma t} + \\ + \frac{N}{\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma} \begin{pmatrix} \alpha_1^* + h \\ \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (1.51)$$

где

$$\begin{aligned}
C_1^* &= \frac{2\alpha_2 e^{(\alpha_1^* + \alpha_2 + h)t_{sw}} + (\alpha_1^* - \alpha_2) e^{ht_{sw}}}{(\alpha_1^* - \alpha_2 + h)(\alpha_1^* + \alpha_2)} X^0 + \\
&+ \frac{-2\alpha_1^* e^{(\alpha_1^* + \alpha_2 + h)t_{sw}} + (\alpha_1^* - \alpha_2) e^{ht_{sw}}}{(\alpha_1^* - \alpha_2 + h)(\alpha_1^* + \alpha_2)} Y^0 + \\
&+ \frac{(\alpha_1^* - \alpha_2) N e^{(\alpha_1^* + \alpha_2 + h + \gamma)t_{sw}} - (\alpha_1^* - \alpha_2) e^{ht_{sw}}}{(\alpha_1^* - \alpha_2 + h)(\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma)} + \\
&+ \frac{(\alpha_2 - \alpha_1^* - h) N e^{(\alpha_1^* + \alpha_2 + h + \gamma)t_{sw}}}{(\alpha_1^* - \alpha_2 + h)(\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma)}, \\
C_2^* &= \frac{1}{(\alpha_1^* + \alpha_2)(\alpha_1^* - \alpha_2 + h)(\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma)} \times \\
&\times \left\{ [\alpha_1^* \alpha_2 (\alpha_1^* + 2\alpha_2 + h + \gamma) - \right. \\
&- (\alpha_1^* \alpha_2 + \alpha_2^2 + \alpha_2 \gamma) e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t_{sw}} h] X^0 + \\
&+ [-\alpha_1^* (\alpha_1^{*2} + \alpha_1^* (h + \gamma) - h\gamma) - (\alpha_2 + h + \gamma + 2\alpha_1^*) \alpha_1^* \alpha_2 - \\
&- (\alpha_1^* + \alpha_2 + \gamma) \alpha_2 h e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t_{sw}}] Y^0 + \\
&+ \left. (\alpha_1^* \gamma + \alpha_2 N) \alpha_2 h e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t_{sw}} - (\alpha_1^* + \alpha_2) \alpha_2 h N e^{\gamma t_{sw}} \right\}. \tag{1.52}
\end{aligned}$$

Выражение (1.51) позволяет определить значения функций  $X_0(t)$ ,  $Y_0(t)$  при  $t = T$  и получить из условий периодичности (1.44) систему уравнений для  $X^0$ ,  $Y^0$ :

$$\begin{aligned}
X^0 &= C_1^* (\alpha_1^* + h) e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma)T} + C_2^* e^{-\gamma T} + \frac{(\alpha_1^* + h) N}{\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma}, \\
Y^0 &= C_1^* \alpha_2 e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma)T} - C_2^* e^{-\gamma T} + \frac{\alpha_2 N}{\alpha_1^* + h + \alpha_2 + \gamma}. \tag{1.53}
\end{aligned}$$

Здесь постоянные  $C_1^*$ ,  $C_2^*$  линейно зависят от  $X^0$ ,  $Y^0$ . Таким образом, соотношения (1.53) представляют собой систему двух линейных алгебраических уравнений для  $X^0$ ,  $Y^0$ . Нетрудно показать, что при выполнении условия (1.24) определитель этой системы отличен от нуля. При выполнении этого условия значения  $X^0$ ,  $Y^0$  определяются однозначно. Тем самым асимптотика нулевого порядка на отрезке построена; она дается формулами (1.50)-(1.52). При  $t > T$  функции  $X_0(t)$ ,  $Y_0(t)$  продолжают периодически с периодом  $T$ .

Уравнения для следующих (после нулевого) членов асимптотического разложения (1.43) имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{dX_i}{dt} &= -(\alpha_1 + \gamma) X_i - \alpha_1 T_i + f_i(t), \\ \frac{dY_i}{dt} &= -\alpha_2 X_i - (\alpha_2 + \gamma) Y_i + g_i(t),\end{aligned}\quad i = 1, 2, \dots \quad (1.54)$$

Здесь функции  $f_i(t)$ ,  $g_i(t)$  выражаются через предыдущие члены асимптотики. В частности,

$$\begin{aligned}f_1(t) &= X_0(t) N - (X_0(t))^2 - X_0(t) Y_0(t), \\ g_1(t) &= Y_0(t) N - (Y_0(t))^2 - X_0(t) Y_0(t).\end{aligned}\quad (1.55)$$

где  $X_0(t)$ ,  $Y_0(t)$  – это функции, которые уже известны к моменту определения функций  $X_1(t)$ ,  $Y_1(t)$ .

Уравнения (1.54) дополняются условиями периодичности (1.44) и условиями непрерывности (1.46). Тем самым построен метод определения всех членов асимптотического разложения (1.43).

Проиллюстрируем полученные результаты с помощью численного эксперимента. Параметры расчета имеют следующие значения:

$$\alpha_1^* = 0,6; h = 2; \alpha_2 = 1,4; \beta = 0,1; \gamma = 0,3; N = 10; T = 4; t_{sw} = 2. \quad (1.56)$$

Поведение системы демонстрируется графиками на рис. 1.9. Сплошные кривые представляют решение системы (1.41), (1.42), полученное численно. Пунктирные кривые соответствуют нулевому порядку (1.50)–(1.52) асимптотики (1.43) – фактически аналитически найденному решению при  $\beta = 0$ . В целом поведение системы при дестабилизирующем периодическом воздействии можно охарактеризовать как выход на периодический режим после переходного периода. В этом периодическом режиме чередуются интервалы времени, в течение которых то одна, то другая сторона имеет преимущество в численности адептов.

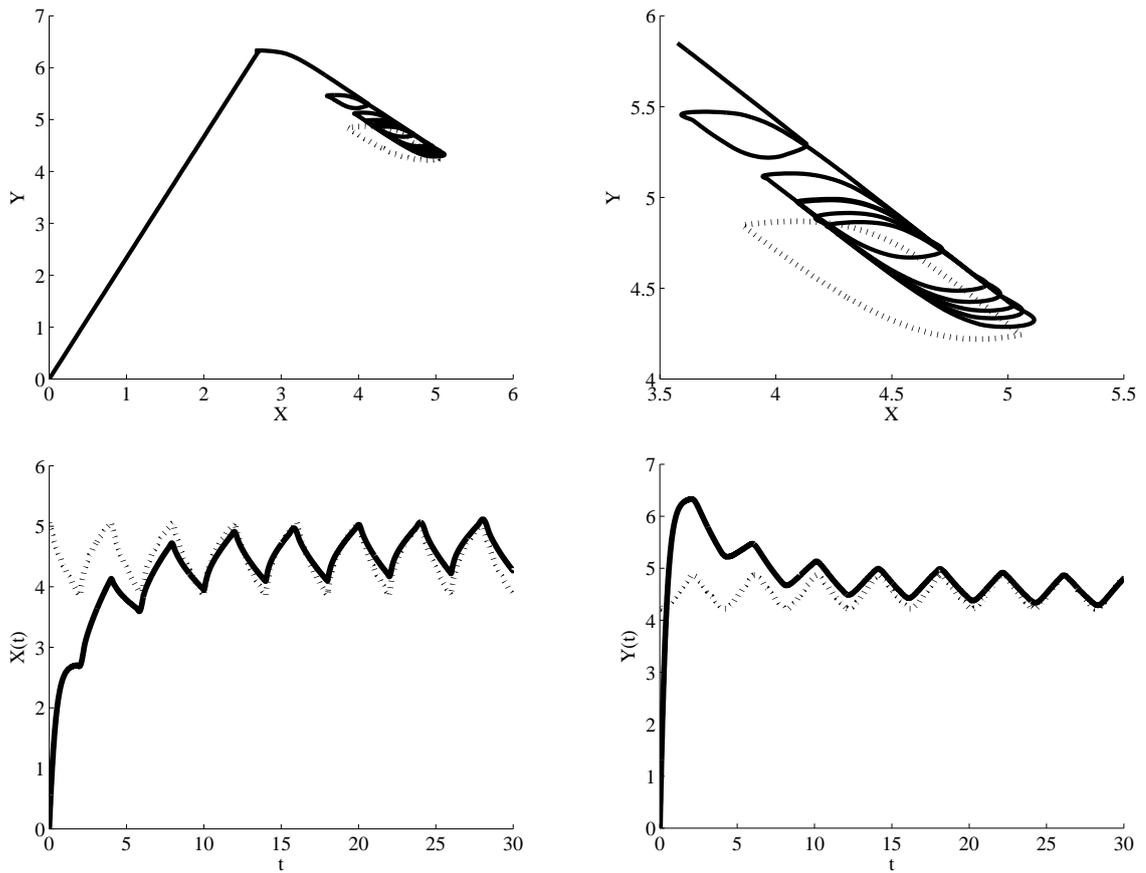


Рис. 1.9. Решение системы (1.41),(1.42) с параметрами (1.56), полученное численно (сплошная линия) и асимптотика нулевого приближения (1.50)-(1.52) (пунктир). На верхних рисунках – траектория  $\{X(t), Y(t)\}$ , изображенная в мелком и крупном масштабах. На левом нижнем рисунке – график  $X(t)$ , на правом нижнем –  $Y(t)$ .

## 1.7. Анализ результатов первой главы

Численные эксперименты проводились в среде Matlab с помощью специально разработанного GUI, запрашивающего у пользователя входные данные модели и отображающего результаты расчета в графической форме. Такой интерфейс позволяет проводить серии экспериментов, варьируя параметры, и немедленно проводить анализ каждого эксперимента в плане содержательной трактовки результатов. Пример изображён на рис. 1.10, где представлена асимптотика первого и второго порядка для нестационарного решения расширенной модели информационного нападения с численными характеристиками качества полученного решения.

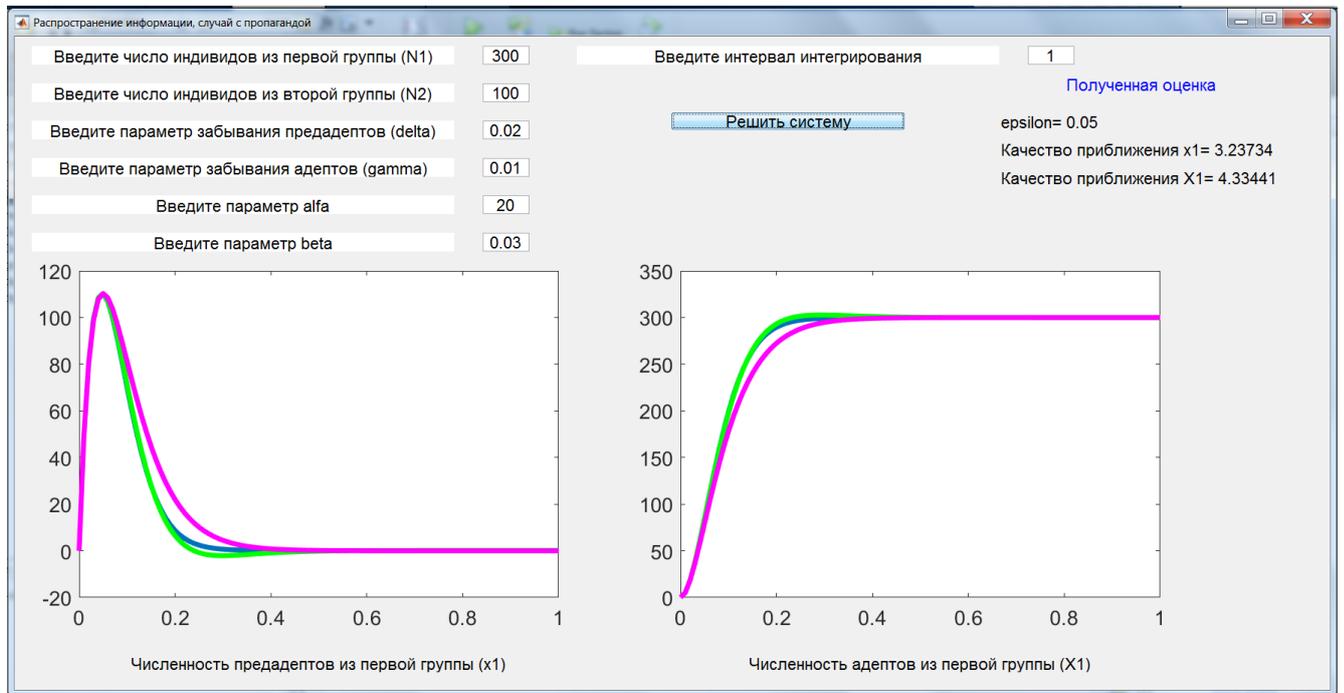


Рис. 1.10. GUI для поиска первой и второй асимптотики расширенной модели информационного нападения

Рассмотрена совокупность моделей информационной угрозы и информационного противоборства в социуме, учитывающих как передачу информации при межличностной коммуникации, так и пропаганду через СМИ. Процесс противоборства заключается в том, что в социуме распространяются два потока

информации так, что каждый индивид может стать адептом либо одной, либо другой стороны (в зависимости от того, какую информацию он получил первой); при этом в системе присутствуют два противоборствующих СМИ, и информация каждого из двух потоков может распространяться через слухи. Адепт распространяет информацию своей «партии», и является невосприимчивым к информации противоположной стороны. Победителем противоборства считается сторона, имеющая большее количество адептов к определенному моменту времени (например, при  $t$ , стремящемся к бесконечности).

На основе базовой модели построена математическая модель информационного противоборства в социуме, учитывающая такие факторы, как неполный охват социума СМИ, забывание информации и двухшаговое усвоение информации. Данная модель имеет вид задачи Коши для нелинейной системы из восьми обыкновенных дифференциальных уравнений. Проведены серии вычислительных экспериментов, при этом наибольшее внимание уделялось случаю, когда одна из сторон имеет более интенсивно работающее СМИ, но информация другой стороны более интенсивно распространяется при межличностной коммуникации (т.е. в системе присутствуют два больших параметра, имеющие один порядок). Получено, что в этом случае результат имеет следующий вид. В той части социума, которая получает информацию как через СМИ, так и при межличностной коммуникации, с течением времени устанавливается стационарное соотношение между численностями адептов той и другой стороны, причем эти численности имеют один порядок (при пропорциональном устремлении вышеуказанных больших параметров к бесконечности). В то же время, в той части социума, которая получает информацию лишь при межличностной коммуникации, устанавливается стационарное соотношение, при котором численность адептов второй группы намного больше численности адептов первой группы.

Исследовано информационное противоборство при дестабилизирующем воздействии.

В случае, когда не учитывается забывание информации, эксперименты показывают, что при увеличении интенсивности распространения информации через межличностную коммуникацию колебания кривой графика числа адептов партии с дестабилизирующим воздействием вокруг ее основного тренда становятся менее резкими. Содержательная причина состоит в том, что возрастание интенсивности распространения информации через межличностную коммуникацию приводит к тому, что большее количество индивидов получает информацию путем межличностной коммуникации, и меньшее – от СМИ; тем самым, колебания интенсивности вещания СМИ играют меньшую роль.

В модели, учитывающей забывание информации, показано, что в этом случае наблюдается выход на периодический режим после переходного периода. Социологический смысл данного результата состоит в том, что периодическое краткосрочное увеличение интенсивности пропаганды одной из сторон приводит к соответствующему периодическому увеличению количества ее сторонников, за которым следует периодическое уменьшение. Другими словами, краткосрочное увеличение интенсивности пропаганды не имеет долгосрочных последствий. Это связано с тем, что модель содержит в явном виде механизм забывания информации индивидами.

## Глава 2

## Модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве

### 2.1. Постановка задачи

В модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [47] предполагается, что в обществе идёт информационная борьба двух партий ( $X$  и  $Y$ ). Индивид, принадлежащий этому обществу, в каждый момент времени стоит перед выбором, адептом какой партии ему стать. На его выбор влияет пропаганда через СМИ, а также наблюдаемые действия других членов общества, что выступает в роли стимулов для поддержки одной из партий. Обозначим через  $S_1$  и  $S_2$  стимулы, способствующие поддержке партии  $X$  и  $Y$  соответственно. Тогда можем записать следующие уравнения:

$$\begin{aligned} S_1 &= CX(t) + b_1(t); \\ S_2 &= CY(t) + b_2(t). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Здесь

$X(t)$  - число сторонников партии  $X$  в момент времени  $t$ ;

$Y(t)$  - число сторонников партии  $Y$  в момент времени  $t$ ;

$b_1(t)$  - интенсивность пропаганды в пользу поддержки  $X$ ;

$b_2(t)$  - интенсивность пропаганды в пользу поддержки  $Y$ .

Введём также величину  $\varphi$ , которая характеризует внутреннюю склонность индивида к выбору той или иной реакции. Если  $\varphi > 0$ , то при отсутствии внешних стимулов индивид становится адептом  $X$ , если  $\varphi < 0$  - то  $Y$ . Каждый индивид характеризуется своим значением  $\varphi$ , и составляющие социум  $N_0$  индивидов распределены с плотностью  $N(\varphi)$  так, что  $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} N(\varphi) d\varphi$  - количество индивидов, для которых значения величины  $\varphi$  находятся в диапазоне от  $\varphi_1$  до

$\varphi_2$ . При этом справедливо очевидное равенство  $\int_{-\infty}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = N_0$ .

Введём далее величину  $\psi(t)$ , одинаковую для всех индивидов и имеющую смысл определяемого социальной средой сдвига стимулов в сторону поддержки  $X$ . Уравнение для  $\psi$  имеет вид (более подробный вывод - см. [47])

$$\frac{d\psi}{dt} = A\alpha [S_1 - S_2] - a\psi. \quad (2.2)$$

С учётом (2.1) получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение :

$$\frac{d\psi}{dt} = A\alpha \left[ C \left( 2 \int_{-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi - N_0 \right) + b_1 - b_2 \right] - a\psi, \quad (2.3)$$

с начальным условием, задаваемым в виде

$$X(0) = \int_{-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi. \quad (2.4)$$

Здесь

- $\alpha > 0$  - коэффициент пропорциональности между подаваемым стимулом и возбуждением, генерирующемся в элементе;
- $A > 0$  - коэффициент пропорциональности между возбуждением элемента и скоростью роста генерирующегося возбуждения;
- $C > 0$  - коэффициент, характеризующий степень восприимчивости индивида к сигналам, подаваемым обществом;
- $X(t) = \int_{-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi$ ,  $Y(t) = \int_{-\infty}^{-\psi(t)} N(\varphi) d\varphi$ ;
- предполагается, что  $b_1 > b_2$ .

## 2.2. Влияние поляризации на исход информационного противоборства

Исследованию поляризации посвящено множество работ, например, [48–59]

Рассмотрим распределение, имеющее следующий вид:

$$N(\varphi) = \begin{cases} 0, & |\varphi| > d + h; \\ \frac{N_0}{4h}, & d - h \leq |\varphi| \leq d + h; \\ 0, & |\varphi| < d - h. \end{cases} \quad (2.5)$$

Здесь  $d > h > 0$ . Содержательный смысл такого вида распределения следующий. Предполагается, что общество состоит из двух групп, каждая из которых имеет склонность к поддержке "своего" источника информации. Параметр  $d$  характеризует степень поляризации общества, то есть насколько радикально настроена каждая группа. Параметр  $h$  характеризует степень разрозненности каждой группы, то есть насколько одинаково члены этой группы склонны к поддержке выбранного источника информации в отсутствие других факторов.

На рис. 2.1 изображён график функции  $N(\varphi)$ .

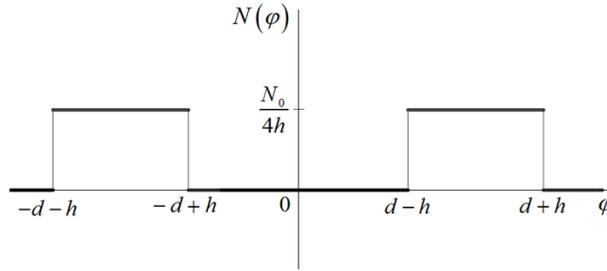


Рис. 2.1. График функции  $N(\varphi)$

Обозначим  $f(\psi) = A\alpha \left[ C \left( 2 \int_{-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi - N_0 \right) + b_1 - b_2 \right]$ . Чтобы найти стационарные решения уравнения (2.3), рассмотрим все возможные способы пересечения графиков функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$ .

Введём обозначения  $P = \frac{A\alpha(b_1 - b_2)}{a}$ ,  $Q = \frac{A\alpha CN_0}{a}$ . Взаимная конфигурация прямой  $a\psi$  и ломаной  $f(\psi)$  зависит от соотношения между четырьмя числами:  $P + h$ ,  $Q - P - h$ ,  $Q + P - h$  и  $d$ . Соотношения между первыми тремя числами могут быть упорядочены в соответствии со значением параметра  $h$  следующим образом:

Случай 1)  $h < Q/2 - P$ , тогда  $P + h < Q - P - h < Q + P - h$ ,

Случай 2)  $h = Q/2 - P$ , тогда  $P + h = Q - P - h < Q + P - h$ ,

Случай 3)  $Q/2 - P < h < Q/2 - P/2$ , тогда  $Q - P - h < P + h < Q + P - h$ ,

Случай 4)  $Q/2 - P/2 \leq h < Q/2$ , тогда  $Q - P - h < P + h < Q + P - h$ ,

Случай 5)  $h = Q/2$ , тогда  $Q - P - h < P + h = Q + P - h$

Случай 6)  $Q/2 < h < Q/2 + P/2$ , тогда  $Q - P - h < Q + P - h < P + h$ ,

Случай 7)  $h \geq Q/2 + P/2$ , тогда  $Q - P - h < Q + P - h < P + h$ .

Для каждого из перечисленных случаев рассматриваются различные подслучаи в порядке, соответствующем возрастанию поляризации общества  $d$ . При этом учитывается (см. замечание после формулы (2.5)), что  $d > h$ .

В зависимости от значений параметров возможно от 1 до 5 положений равновесия, для которых введём следующие обозначения:  $\psi^1 = P + Q > 0$ ,  $\psi^2 = \frac{Q(-d-h)+2hP}{2h-Q} > 0$ ,  $\psi^3 = P > 0$ ,  $\psi^4 = \frac{Q(d-h)+2hP}{2h-Q} < 0$ ,  $\psi^5 = -Q + P < 0$ .

Достижение при  $t \rightarrow \infty$  положения равновесия  $\psi^1$  возможно только при таких значениях параметров, при которых  $\psi^1 > d + h$ , тогда, если при соответствующих начальных условиях достигается это положение равновесия, то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \int_{-\psi^1}^{\infty} N(\varphi) d\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = N_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \int_{-\infty}^{-\psi^1} N(\varphi) d\varphi = 0,$$

что означает полную победу первого источника (его поддерживают все индивиды). Достижение  $\psi^2$  возможно только при таких значениях параметров, при

$$\text{которых } d - h < \psi^2 < d + h, \text{ поэтому } \frac{N_0}{2} = \int_{-d+h}^{+\infty} < \lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \int_{-\psi^2}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi <$$

$$\int_{-d-h}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = N_0, \quad 0 < \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) < \frac{N_0}{2}, \text{ что означает неполную победу первого}$$

источника (число его сторонников больше, чем число сторонников второго источника, однако первый источник поддерживают не все индивиды). Достижение

$$\psi^3 \text{ возможно при таких значениях параметров, при которых } 0 < \psi^3 < d - h, \text{ поэтому } \lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \int_{-\psi^3}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = \int_0^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = \frac{N_0}{2}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \frac{N_0}{2}, \text{ что}$$

означает ничью, достижение  $\psi^5$  возможно при таких параметрах, при кото-

$$\text{рых } \psi^5 < -d - h, \text{ при этом } \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \int_{-\infty}^{-\psi^5} N(\varphi) d\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} N(\varphi) d\varphi = N_0,$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0$ , что означает полную победу второго источника. В случае когда

$\psi^2$  и  $\psi^3$  совпадают, первый источник одерживает полную победу.

### 2.2.1. Анализ стационарных решений

#### Случай 1

В этом случае  $h < Q/2 - P$ , т.е.  $P + h < Q - P - h < Q + P - h$ . Рассмотрим последовательно следующие области значений параметра  $d$ :  $h < d < P + h$ ,  $d = P + h$ ,  $P + h < d < Q - P - h$ ,  $Q - P - h < d < Q + P - h$ ,  $d = Q + P - h$ ,  $d > Q + P - h$ .

1.1. Если  $h < d < P + h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют три пересечения (рис. 2.2):

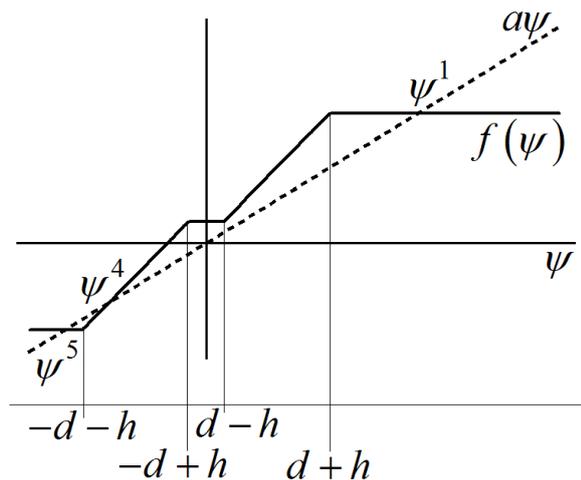


Рис. 2.2. Случай 1.1

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет три стационарных состояния, два из которых ( $\psi^1$  и  $\psi^5$ ) устойчивые. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) < \psi^4$ , то достигается положение равновесия  $\psi^5$ ; если  $\psi(0) > \psi^4$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ .

1.2. Если  $d = P + h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют четыре пересечения (рис. 2.3). Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет четыре стационарных состояния. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^3$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi^4 < \psi(0) \leq \psi^3$ ,

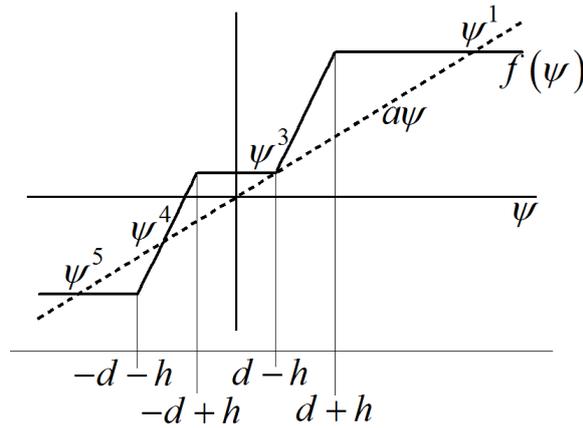


Рис. 2.3. Случай 1.2

то достигается положение равновесия  $\psi^3$ ; если  $\psi(0) < \psi^4$ , то достигается положение равновесия  $\psi^5$ .

1.3. Если  $P + h < d < Q - P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют пять пересечений (рис. 2.4).

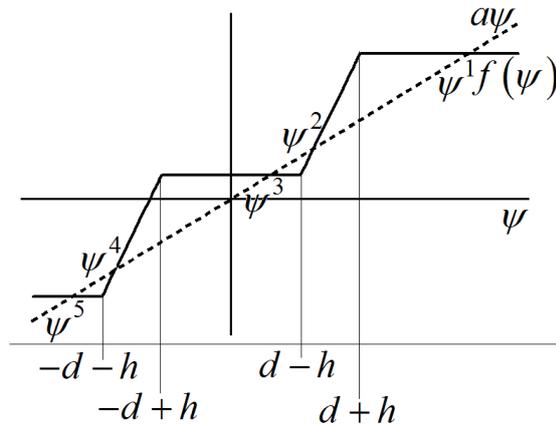


Рис. 2.4. Случай 1.3

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет пять стационарных состояний. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi^4 < \psi(0) < \psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ ; если  $\psi(0) < \psi^4$ , то достигается положение равновесия  $\psi^5$ .

Ниже будет найдено нестационарное решение для этого случая.

1.4. Если  $d = Q - P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют четыре

пересечения (рис. 2.5).

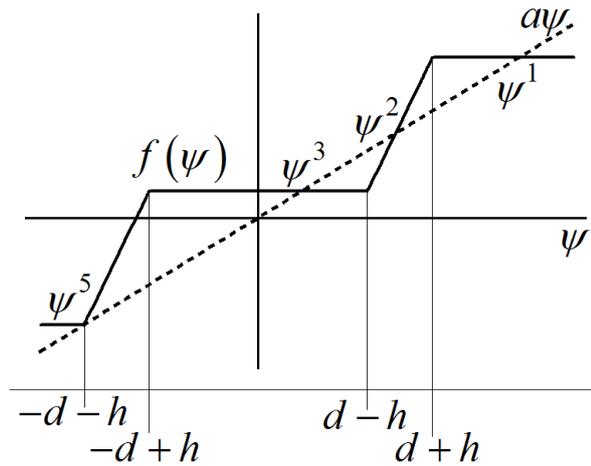


Рис. 2.5. Случай 1.4

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет четыре стационарных состояния. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi^5 < \psi(0) < \psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ ; если  $\psi(0) \leq \psi^5$ , то достигается положение равновесия  $\psi^5$ .

1.5. Если  $Q - P - h < d < Q + P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют три пересечения (рис. 2.6).

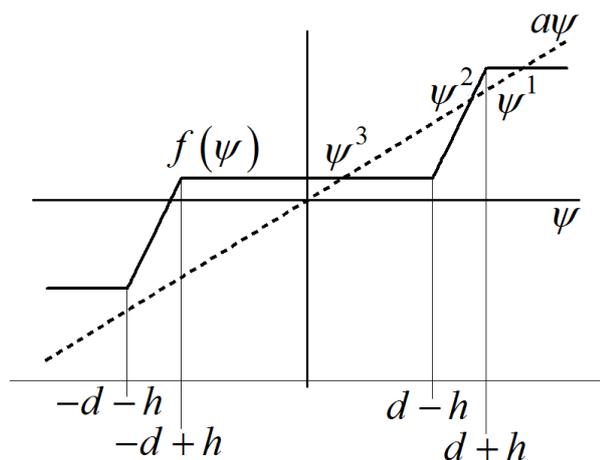


Рис. 2.6. Случай 1.5

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет три стационарных состояния. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) >$

$\psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi(0) < \psi^2$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ .

1.6. Если  $d = Q + P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют два пересечения (рис. 2.7).

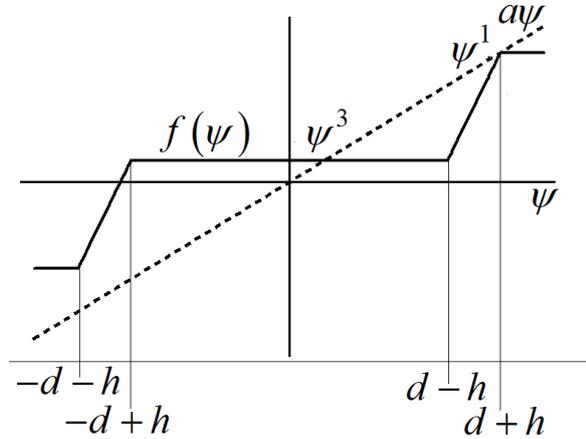


Рис. 2.7. Случай 1.6

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет два стационарных состояния. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^1$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi(0) < \psi^1$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ .

1.7. Если  $d > Q + P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют одно пересечение (рис. 2.8).

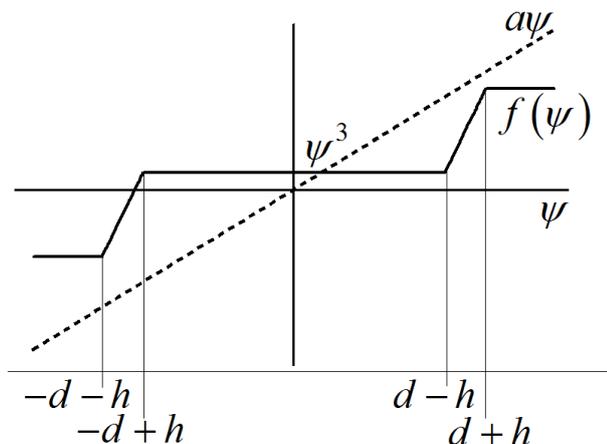


Рис. 2.8. Случай 1.7

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет одно стационарное состояние  $\psi^3$ , которое достигается при любом начальном условии.

В заключение раздела приведём иллюстрацию зависимости исхода информационной борьбы от начального условия и степени поляризации (рис. 2.9).

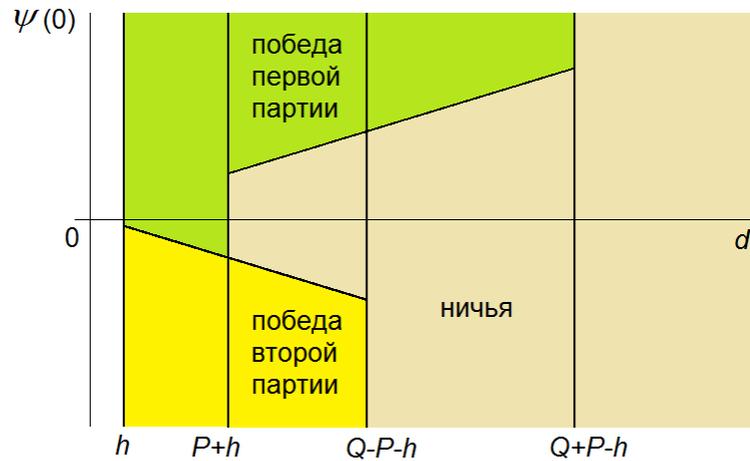


Рис. 2.9. Зависимость исхода информационного противоборства от начального условия и степени поляризации

Легко видеть, что при достаточно большой поляризации общества преимущество в пропаганде становится несущественным, то есть источник с более сильной пропагандой не сможет одержать победу ни при каком начальном условии. Кроме того, при слабой поляризации есть такие начальные условия, при которых победу одерживает источник с более слабой пропагандой.

## Случай 2

В этом случае  $h = Q/2 - P$ , то есть  $P + h = Q - P - h < Q + P - h$ . Рассмотрим последовательно следующие области значений параметра  $d$ :  $d < Q - P - h$ ,  $d = Q - P - h$ ,  $Q - P - h < d < Q + P - h$ ,  $d = Q + P - h$ ,  $d > Q + P - h$ .

2.1. Если  $d < Q - P - h$ , то см. случай 1.1.

2.2. Если  $d = Q - P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют два пересечения (рис. 2.10).

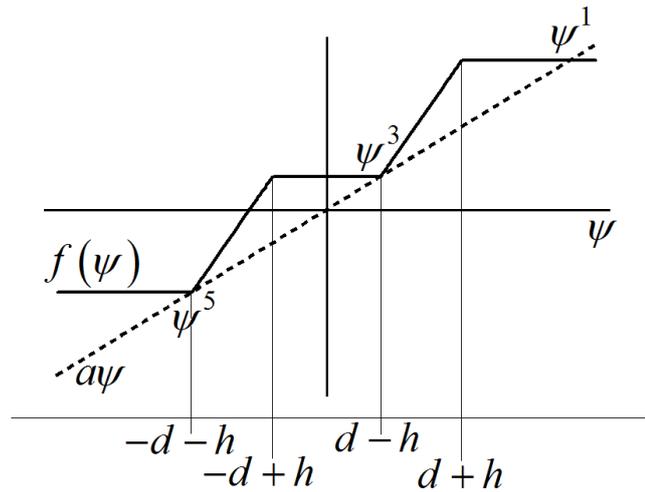


Рис. 2.10. Случай 2.2

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет три стационарных состояния. Достигаемое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^3$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ , если  $\psi^5 < \psi(0) \leq \psi^3$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ , если  $\psi(0) \leq \psi^5$ , то достигается положение равновесия  $\psi^5$ .

2.3. Если  $Q - P - h < d < Q + P - h$ , то см. случай 1.5.

2.4. Если  $d = Q + P - h$ , то см. случай 1.6.

2.5. Если  $d > Q + P - h$ , то см. случай 1.7.

### Случай 3

В этом случае  $Q/2 - P/2 \leq h < Q/2$ , тогда  $h < Q - P - h < P + h < Q + P - h$ . Рассмотрим последовательно следующие области значений параметра  $d$ :  $h < d < Q - P - h$ ,  $d = Q - P - h$ ,  $Q - P - h < d < P + h$ ,  $d = P + h$ ,  $P + h < d < Q + P - h$ ,  $d = Q + P - h$ ,  $d > Q + P - h$ .

3.1. Если  $h < d < Q - P - h$ , то см. случай 2.1. 3.2. Если  $d = Q - P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют два пересечения (рис. 2.11).

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет два стационарных состояния. Достигаемое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) > \psi^5$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi(0) < \psi^5$ , то достигается

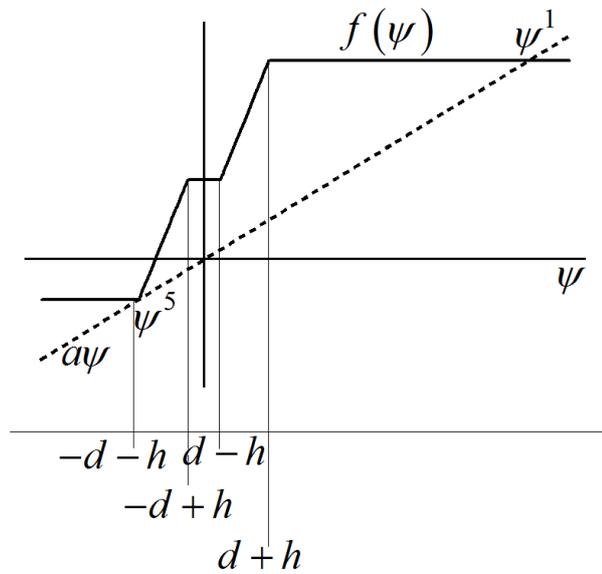


Рис. 2.11. Случай 3.2

положение равновесия  $\psi^5$ .

3.3. Если  $Q - P - h < d < P + h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют одно пересечение (рис. 2.12).

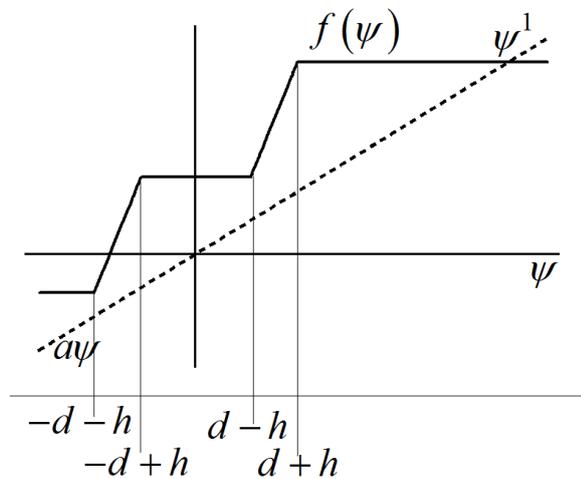


Рис. 2.12. Случай 3.3

Положение равновесия достигается при любом начальном условии.

3.4. Если  $d = P + h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют два пересечения (рис. 2.13).

Таким образом, система (2.3), (2.4) имеет два стационарных состояния. Достижимое положение равновесия зависит от начального условия: если  $\psi(0) >$

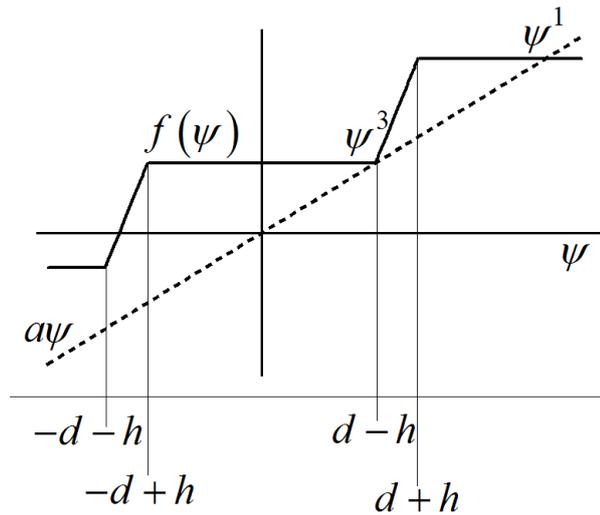


Рис. 2.13. Случай 3.4

$\psi^3$ , то достигается положение равновесия  $\psi^1$ ; если  $\psi(0) < \psi^3$ , то достигается положение равновесия  $\psi^3$ .

3.5. Если  $P + h < d < Q + P - h$ , то см. 1.5.

3.6. Если  $d = Q + P - h$ , то см. 1.6.

3.7. Если  $d > Q + P - h$ , то см. 1.7.

В заключение раздела приведём иллюстрацию зависимости исхода информационной борьбы от начального условия и степени поляризации (рис. 2.14).

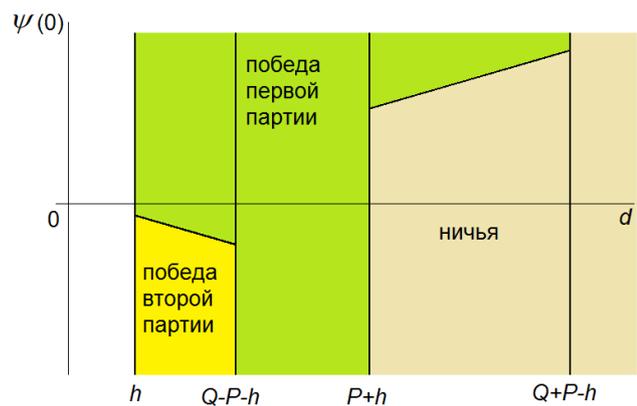


Рис. 2.14. Зависимость исхода информационного противоборства от начального условия и степени поляризации

В этом случае при достаточно малой степени поляризации возможна победа источника информации с более слабой пропагандой. Кроме того, при опре-

делённой поляризации победу гарантированной одерживает источник информации с более сильной пропагандой. И, как и в случае 1, при сильной поляризации общества преимущество в пропаганде несущественно.

#### Случай 4

В этом случае  $Q/2 - P/2 \leq h < Q/2$ , то есть  $Q - P - h \leq h < P + h < Q + P - h$ . Тогда возможны случаи 3.3–3.7.

#### Случай 5

В этом случае  $h = Q/2$ , то есть  $P - Q - h < h < P + h = P + Q - h$ .

5.1. Если  $Q - P - h < d < Q + p - h$ , то см. случай 3.3.

5.2. Если  $d = Q + P - h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  совпадают на отрезке  $[d - h; d + h]$  (рис. 2.15), то есть весь этот отрезок состоит из положений равновесия. Если  $\psi(0) \leq d - h$ , то достигается положение равновесия  $d - h$ . В этом случае  $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = N_0/2$ , то есть будет ничья. Если  $\psi(0) \geq d + h$ , то достигается положение равновесия  $d + h$ . В этом случае  $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = N_0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = 0$ , что означает победу первого источника. При всех остальных начальных условиях значения переменных меняться не будут, при этом победу одерживает первый источник (однако он охватывает не всех членов социума).

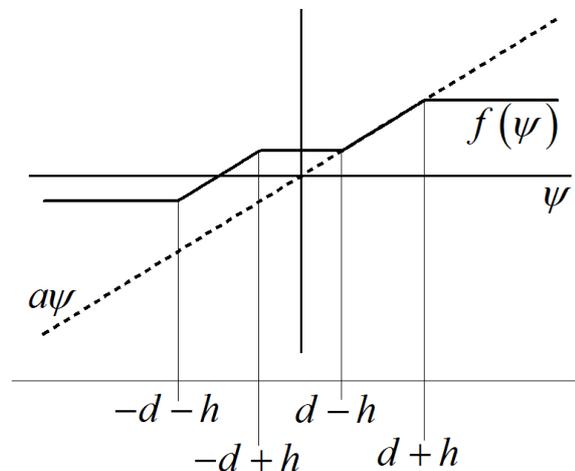


Рис. 2.15. Случай 5.2

5.3. Если  $d > Q + P - h$ , то см. случай 1.7.

### Случай 6

В этом случае  $Q/2 < h < Q/2 + P/2$ , то есть  $Q - P - h < Q + P - h < P + h$ .

6.1. Если  $h < d \leq P + h$ , то см. случай 3.3.

6.2. Если  $Q + P - h < d \leq P + h$ , то графики функций  $f(\psi)$  и  $a\psi$  имеют одно пересечение (рис. 2.16).

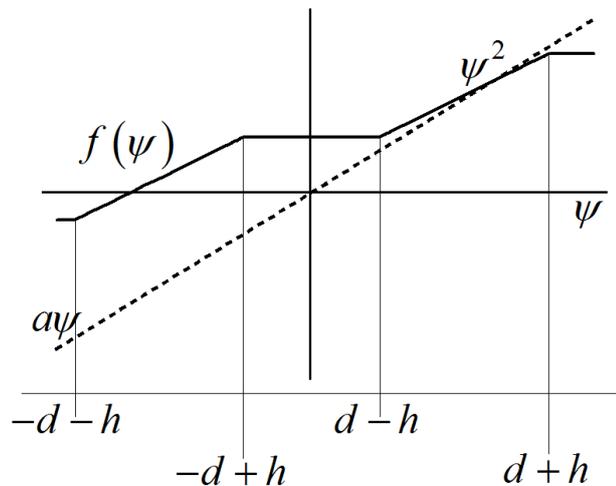


Рис. 2.16. Случай 6.2

Положение равновесия достигается при любом начальном условии.

6.3. Если  $d > P + h$ , то см. случай 3.7.

В заключение раздела приведём иллюстрацию зависимости исхода информационной борьбы от начального условия и степени поляризации (рис. 2.17).

Как и в рассмотренных ранее случаях, при сильной поляризации преимущество в пропаганде будет несущественным. Кроме того, в этом случае невозможна победа источника с более слабой пропагандой.

### Случай 7

В этом случае  $h \geq Q/2 + P/2$ , т.е.  $Q - P - h < Q + P - h \leq h < P + h$ .

Тогда возможны случаи 6.2 и 6.3.

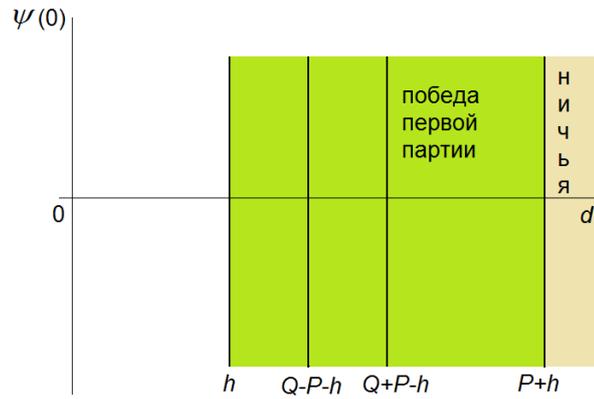


Рис. 2.17. Зависимость исхода информационного противоборства от начального условия и степени поляризации

### 2.2.2. Нестационарное решение для случая 1.3

Настоящий раздел посвящен поиску нестационарного решения системы (2.3), (2.4) при значениях параметров, описанных в случае 1.3.

Ниже представлен график решения системы (2.3), (2.4), полученный численными методами, при различных начальных условиях (рис. 2.18). Найдём аналитическое решение в случае, когда начальное условие удовлетворяет неравенству  $\psi^2 < \psi(0) < d + h$ .

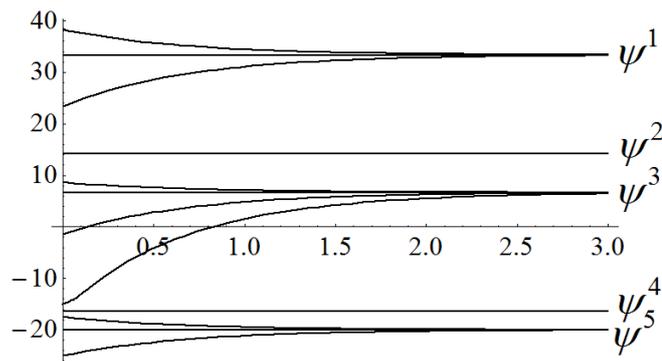


Рис. 2.18. Графики численного решения уравнения (2.3) при различных начальных условиях и следующих параметрах:  $a = 1,5$ ,  $\alpha = 1$ ,  $A = 2$ ,  $N_0 = 40$ ,  $C = 0,5$ ,  $b_1 = 30$ ,  $b_2 = 25$ ,  $h = 2$ ,  $d = 15$ .

На начальном этапе (при  $\psi(t) \leq d+h$ ) решение удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\psi}{dt} = a \left[ \frac{Q}{2h} (\psi + (d-d)) + P - \psi \right]. \quad (2.6)$$

Решая его, находим

$$\psi(t) = \left[ \psi(0) - \frac{Q(h-d) + 2hP}{Q-2h} \right] e^{(\frac{Q}{2h}-1)at} + \frac{Q(h-d) + 2hP}{Q-2h}. \quad (2.7)$$

Проанализируем знаки всех коэффициентов решения. Коэффициент перед экспонентой положителен, действительно:

$$\begin{aligned} \psi(0) - \frac{Q(h-d) + 2hP}{Q-2h} &> \frac{Q(d-h) + 2hP}{2h-Q} - \frac{Q(h-d) + 2hP}{Q-2h} = \\ &= 2 \frac{Q(d-h) + 2hP}{2h-Q} > 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Так как  $P+h < Q-P-h$ , то  $0 < 2P < Q-2h$ , и тогда  $a \left( \frac{Q}{2h} - 1 \right) > 0$ . Значит, показатель экспоненты – положительное число. Как уже было показано выше, коэффициент перед экспонентой – положительное число, т.е. функция (2.7) неограниченно возрастает и в момент

$$\begin{aligned} t_{cr} &= \frac{1}{a \left( \frac{Q}{2h} - 1 \right)} \ln \frac{d+h - \frac{Q(h-d)+2hP}{Q-2h}}{\psi(0) - \frac{Q(h-d)+2hP}{Q-2h}} = \\ &= \frac{2h}{a(Q-2h)} \ln \frac{2a(Qd - had - h^2a - hP)}{\psi(0)a(Q-2hP) - a(Q(h-d) + 2hP)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

пересекает прямую  $\psi = d+h$ . После этого момента решение (2.3) удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\psi}{dt} = a(Q + P - \psi). \quad (2.10)$$

Решение уравнения (2.10) с начальным условием  $\psi(t_{cr}) = d+h$  имеет вид:

$$\psi(t) = [d+h - (Q+P)] e^{t_{cr}} e^{-at} + Q+P. \quad (2.11)$$

Так как

$$d+h - Q+P < Q-P-h_h - Q+P = -2P < 0, \quad (2.12)$$

то коэффициент перед экспонентой – отрицательное число, показатель экспоненты – отрицательное число и при  $t \rightarrow \infty$  функция (2.11) монотонно возрастает и стремится к  $Q + P - 0$ . Таким образом, при  $\psi^2 < \psi(0) < d + h$  решение уравнения (2.3) имеет вид:

$$\psi(t) = \begin{cases} \left[ \psi(0) - \frac{Q(h-d)+2hP}{Q-2h} \right] e^{\left(\frac{Q}{2h}-1\right)at} + \frac{Q(h-d)+2hP}{Q-2h}, & t \leq t_{cr}; \\ [d+h-(Q+P)] e^{t_{cr}} e^{-at} + Q+P, & t > t_{cr}. \end{cases} \quad (2.13)$$

### 2.2.3. Случай медленно поляризующегося социума

Рассмотрим случай, когда поляризация общества линейно увеличивается с течением времени. Такие процессы связаны с фундаментальными изменениями в структуре социума, поэтому они являются достаточно медленными (по сравнению с процессами информационного противоборства по конкретным вопросам). В связи с этим положим скорость увеличения поляризации малой:

$$d(t) = d_0 + \varepsilon t, \quad (2.14)$$

где  $\varepsilon \ll 1$ .

Численные эксперименты показывают, что решения задачи (2.3), (2.4) имеют внутренний переходный слой (рис. 2.19). Такие решения называются контрастными структурами (см., напр., [45, 60, 61]).

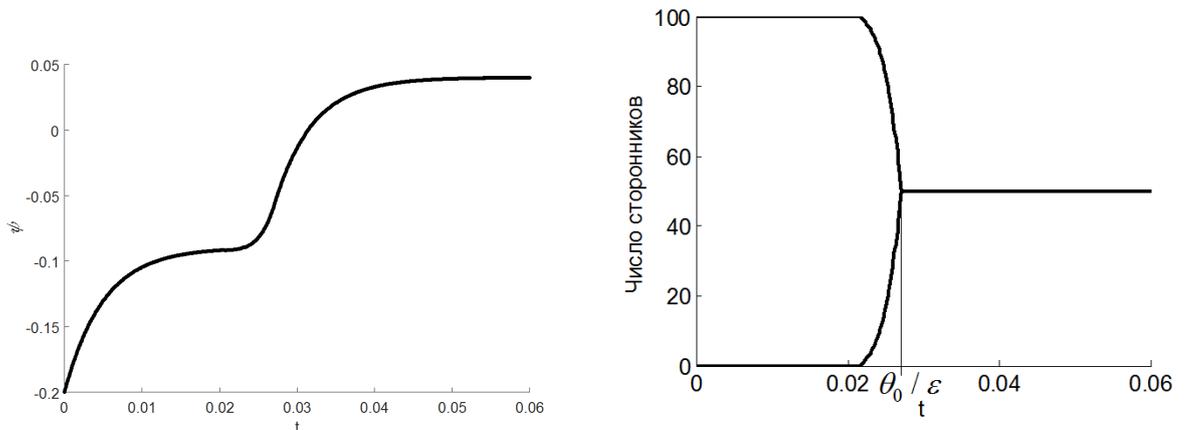


Рис. 2.19. Слева: численное решение уравнения (2.3) при следующих параметрах:  $a = 200$ ,  $\alpha = 1$ ,  $A = 24$ ,  $N_0 = 100$ ,  $C = 0,065$ ,  $b_1 = 3$ ,  $b_2 = 25$ ,  $h = 0,02$ ,  $d = 0,05$ ,  $\varepsilon = 1$ .

Целью настоящего раздела является построение асимптотики решений такого типа.

Сделав в (2.3) замену переменной  $\theta = \varepsilon t$ , получим

$$\varepsilon \frac{d\psi}{dt} = f(\psi, t) - a\psi, \quad (2.15)$$

$$X(0) = \int_{-\psi(0)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi. \quad (2.16)$$

Здесь

$$f(\psi, \theta) = \begin{cases} A\alpha [-N_0C + b_1 - b_2], & \psi \leq -d_0 - \theta - h; \\ A\alpha \left[ \frac{CN_0}{2h} (\psi + (d_0 + \theta - h)) + b_1 - b_2 \right], & -d_0 - \theta - h < \psi \leq \\ & \leq -d_0 - \theta + h; \\ A\alpha (b_1 - b_2), & -d_0 - \theta + h < \psi \leq \\ & \leq -d_0 + \theta - h; \\ A\alpha \left[ \frac{CN_0}{2h} (\psi + (h - d_0 - \theta)) + b_1 - b_2 \right], & -d_0 + \theta - h < \psi \leq \\ & \leq d_0 + \theta + h; \\ A\alpha [N_0C + b_1 - b_2], & \psi > d_0 + \theta + h. \end{cases} \quad (2.17)$$

Вид решения задачи (2.15)-(2.17) зависит от того, насколько мало значение  $d_0$ , какой из случаев 1-7 имеет место и в какой области находится начальное условие. Для определенности положим, что имеет место Случай 1,

$$h < d_0 < P + h, P + h < Q - P - h < Q + P - h \quad (2.18)$$

(т.е. при  $t > 0$  последовательно реализуются все подслучаи 1.1-1.7), а также

$$\psi(0) < -Q + P. \quad (2.19)$$

В соответствии с методом пограничных функций [60] асимптотика решения

задачи (2.15)-(2.17) имеет вид

$$\begin{aligned} \psi(\theta, \varepsilon) = & \psi_0(\theta) + \Pi_0\left(\frac{\theta}{\varepsilon}\right) + \Omega_0\left(\frac{\theta - \theta_0}{\varepsilon}\right) + \\ & + \varepsilon \left[ \psi_1(\varepsilon) + \Pi_1\left(\frac{\theta}{\varepsilon}\right) + \Omega_1\left(\frac{\theta - \theta_0}{\varepsilon}\right) \right] + \dots \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь  $\theta_0$  – точка локализации контрастной структуры (соответствующее значение  $t_0 = \theta_0/\varepsilon$  обозначено на рис.18,  $\Pi_i(\theta/\varepsilon)$  и  $\Omega_i((\theta - \theta_0)/\varepsilon)$  – функции, описывающие, соответственно, пограничный слой в окрестности точки  $\theta = 0$  и переходный слой в окрестности точки  $\theta = \theta_0$ ,  $\psi_i(\theta)$  – регулярные члены асимптотики ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ). Ограничимся построением асимптотики нулевого порядка, после чего сравним полученный результат с решением, полученным численными методами.

Вырожденное уравнение, соответствующее (2.15), имеет вид

$$f(\psi, \theta) - a\psi = 0. \quad (2.21)$$

Как следует из анализа, проведенного в разделе 2.2.1, при достаточно малых  $\theta$  оно имеет три корня:  $\psi^1$ ,  $\psi^4$ ,  $\psi^5$  – причем  $\psi^1$  и  $\psi^5$  являются устойчивыми, а  $\psi^4$  – неустойчивым. При выполнении условия (2.19) начальное условие находится в области влияния корня  $\psi^5$ . Таким образом,  $\psi_0(\theta) = \psi^5$  при  $\theta < \theta_0$ .

Значение  $\theta_0$  определяется прекращением существования корня  $\psi^5$ . Это происходит при  $d(t) = Q - P - h$  (см. Случай 1.4 и рис.5). Следовательно, для  $\theta_0$  имеем (см. (2.14))

$$\theta_0 = Q - P - h - d_0. \quad (2.22)$$

При  $\theta > \theta_0$  и достаточно малой разности  $\theta - \theta_0$ , вырожденное уравнение (2.20) имеет три корня:  $\psi^1$ ,  $\psi^2$  и  $\psi^3 = P$  – причем  $\psi^1$  и  $\psi^3$  являются устойчивыми, а  $\psi^2$  – неустойчивым. При  $\theta \rightarrow \theta_0 - 0$  решение задачи (2.15)-(2.17) находится в окрестности корня  $\psi^5$ , при  $\theta \rightarrow \theta_0 + 0$  попадает в область влияния корня  $\psi^3$ . При этом, поскольку корень  $\psi^3$  существует и является устойчивым при всех

$\theta > \theta_0$ , то  $\psi_0(\theta) = \psi^3$  при всех  $\theta > \theta_0$ . Итак,

$$\psi_0(\theta) = \begin{cases} -Q + P, & 0 \leq \theta \leq \theta_0; \\ P, & \theta > \theta_0. \end{cases} \quad (2.23)$$

где  $\theta_0$  определяется выражением (2.22). Таким образом, регулярная часть асимптотики в нулевом приближении построена.

Перейдем к построению пограничной функции  $\Pi_0(\theta/\varepsilon)$ . С учетом того, что  $\theta/\varepsilon = t$ , имеем из (2.15)-(2.17) с учётом (2.23) уравнение для  $\Pi_0(t)$ :

$$\frac{d\Pi_0}{dt} = \Phi(\Pi_0) = \begin{cases} -a\Pi_0, & \Pi_0 \leq Q - P - d_0 - h; \\ a \left[ \frac{Q}{2h} (-Q + P + \Pi_0 + (d_0 - h)) + \right. & -d_0 - h + Q - P < \Pi_0 \leq \\ \left. + Q - \Pi_0 \right], & \leq -d_0 - h + Q - P; \\ -a(-Q + \Pi_0), & -d_0 + h + Q - P < \Pi_0 \leq \\ & \leq d_0 - h + Q - P; \\ a \left[ \frac{Q}{2h} (-Q + P + \Pi_0 + (h - d_0)) + \right. & d_0 - h + Q - P < \Pi_0 \leq \\ \left. Q - \Pi_0 \right], & \leq d_0 + h + Q - P; \\ a(2Q - \Pi_0), & \Pi_0 > d_0 + h + Q - P. \end{cases} \quad (2.24)$$

Начальное условие для функции  $\Pi_0(t)$  определяется из условия

$$\psi_0(0) + \Pi_0(0) = \psi(0). \quad (2.25)$$

Отсюда имеем

$$\Pi_0(0) = \psi(0) + Q - P. \quad (2.26)$$

Из условия (2.25) следует, что  $\Pi_0(0) < 0$ . Чтобы определить вид функции  $\Phi(\Pi_0)$ , заметим, что

$$\Pi_0(0) - Q + P < -Q + P < -P - 2h < -d_0 - h. \quad (2.27)$$

(мы воспользовались неравенством (2.18)). Следовательно, в некоторой правой полуокрестности точки  $\theta = 0$  имеет место равенство  $\Phi(\Pi_0) = -a\Pi_0$ , и уравне-

ние (2.24) принимает вид

$$\frac{d\Pi_0}{dt} = -a\Pi_0. \quad (2.28)$$

Решая его с начальным условием (2.26), получаем

$$\Pi_0(t) = (\psi^0 + Q - P) e^{-at}. \quad (2.29)$$

Эта функция принимает значения на полуинтервале  $[\psi^0 + Q - P; 0)$ . Таким образом, для всех значений  $t > 0$  имеем  $\Pi_0(t) - Q + P \leq -d_0 - h$ , откуда, ввиду (2.24), получаем, что  $\Phi\Pi_0 = -a\Pi_0$ . Таким образом, уравнение (2.28) и следующее из него представление (2.29) справедливы при всех  $t > 0$ .

Перейдем к построению функции внутреннего переходного слоя  $\Phi_0((\theta - \theta_0)/\varepsilon)$ . Введем переменную  $\tau = (\theta - \theta_0)/\varepsilon$ . Кроме того, сделаем дополнительное разложение в окрестности  $\theta_0$ :  $\theta = \theta_0 + \varepsilon\tau$ . Имеем из (2.15)-(2.17) уравнение для  $\Omega_0(\tau)$ :

$$\frac{d\Omega_0}{d\tau} = \Psi(\tau) = \begin{cases} a(-Q - \Omega_0), & \Omega_0 \leq -Q; \\ a\left[\frac{Q}{2h}(\Omega_0 + Q - 2h + \varepsilon\tau) - \Omega_0\right], & -Q < \Omega_0 \leq -Q + 2h; \\ -a\Omega_0, & -Q + 2h < \Omega_0 \leq \\ & \leq Q - 2P - 2h; \\ a\left[\frac{Q}{2h}(2P + 2h + \Omega_0 - Q) + -\Omega_0\right], & Q - 2P - 2h < \Omega_0 \leq \\ & \leq Q - 2P; \\ a(Q - \Omega_0), & \Omega_0 > Q - 2P. \end{cases} \quad (2.30)$$

Начальное условие для функции  $\Omega_0(t)$  определяется из условия

$$\psi_0(\theta_0) + \Omega_0(0) = \psi(\theta_0). \quad (2.31)$$

Отсюда имеем

$$\Omega_0(0) = -Q. \quad (2.32)$$

Следовательно, в некоторой правой полуокрестности точки  $\theta = \theta_0$  уравнение (2.30) принимает вид

$$\frac{\Omega_0}{d\tau} = a \left[ \frac{Q}{2h} (\Omega_0 + Q - 2h + \varepsilon\tau) - \Omega_0 \right]. \quad (2.33)$$

Решая это уравнение с начальным условием (2.32), находим

$$\Omega_0(\tau) = \frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} e^{\frac{a}{2h}(Q-2h)\tau} - \frac{Q\varepsilon}{Q-2h} \tau - \frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} - Q. \quad (2.34)$$

Решение будет иметь такой вид до момента  $\tau_1$ , который находится из условия

$$\frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} e^{\frac{a}{2h}(Q-2h)\tau} - \frac{Q\varepsilon}{Q-2h} \tau - \frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} = 2h. \quad (2.35)$$

При  $\tau > \tau_1$  уравнение (2.30) будет иметь вид

$$\frac{\Omega_0}{d\tau} = -a\Omega_0. \quad (2.36)$$

Решая это уравнение с начальным условием

$$\Omega_0(\tau_1) = -Q + 2h, \quad (2.37)$$

получаем

$$\Omega_0(\tau) = (-Q + 2h) e^{a\tau_1} e^{-a\tau}. \quad (2.38)$$

Так как  $(-Q + 2h) e^{a\tau_1} e^{-a\tau} < (-Q + 2h) e^{a\tau_1} < -2P e^{a\tau_1} < 0 < Q - 2P - 2h$ , то представление (2.38) справедливо при всех  $\tau > \tau_1$ .

Итак, нулевое приближение функции  $\psi(t)$  имеет вид

$$\psi(t) = \begin{cases} -Q + P + (\psi(0) + Q - P) e^{-at} + o(\varepsilon), & t \leq \frac{\theta_0}{\varepsilon}; \\ \begin{aligned} & (\psi(0) + Q - P) e^{-at} + \\ & + \frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} e^{\frac{a}{2h}(Q-2h)(t-\theta_0/\varepsilon)} - \frac{Q}{Q-2h} (\varepsilon t - \theta_0) - \\ & - \frac{2Q\varepsilon h}{a(Q-2h)^2} - Q + P + o(\varepsilon), \end{aligned} & \frac{\theta_0}{\varepsilon} < t \leq \tau_1 + \frac{\theta_0}{\varepsilon}; \\ P + (\psi^0 + Q - P) e^{-at} + \\ + (-Q + 2h) e^{a\tau_1} e^{-a(t-\theta_0/\varepsilon)} + o(\varepsilon), & \theta > \varepsilon\tau_1 + \frac{\theta_0}{\varepsilon}. \end{cases} \quad (2.39)$$

Данная асимптотика дает высокую точность приближения к решению даже при значениях малого параметра  $\varepsilon$ , близких к единице. На рис. 2.20 изображено сравнение нулевого приближения (2.39) и решения, полученного численными методами.

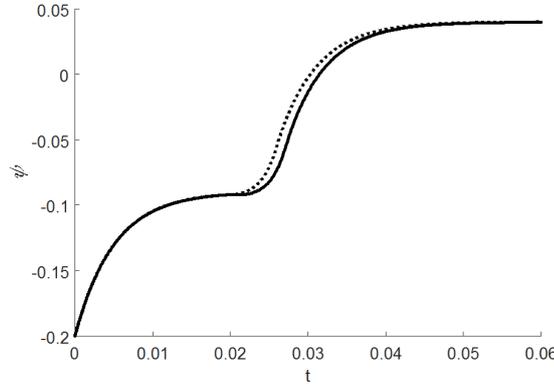


Рис. 2.20. Сравнение решения, полученного численными методами, и нулевого приближения при следующих параметрах:  $a = 200$ ,  $\alpha = 1$ ,  $A = 24$ ,  $N_0 = 100$ ,  $C = 0,065$ ,  $b_1 = 3$ ,  $b_2 = 25$ ,  $h = 0,02$ ,  $d = 0,05$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\theta_0 = 0,2$ ,  $\tau_1 = 0,0062$ .

### 2.3. Случай двухкомпонентного социума

Предположим, что теперь есть две группы индивидов, каждая из которых характеризуется своим распределением  $n_1(\varphi)$ ,  $n_2(\varphi)$ , при этом индивиды общаются больше внутри своей группы, чем с представителями другой группы. Обозначим  $N_1$  численность первой группы,  $N_2$  - численность второй группы. Пусть первая группа имеет распределение, смещенное влево (склонна к поддержке источника информации  $Y$ ), рассмотрим нормальное распределение:

$$n_1(\varphi) = \frac{N_1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\varphi + m)^2}{2} \right] \quad (2.40)$$

а вторая группа - смещённая вправо (склонна к поддержке источника информации  $Y$ ), пусть распределение индивидов из этой группы имеет вид

$$n_2(\varphi) = \frac{N_2}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\varphi - m)^2}{2} \right] \quad (2.41)$$

Здесь параметр  $m > 0$  характеризует степень поляризации общества.

То, что люди более общаются с представителями своей группы, описывается с помощью весов  $\gamma$ ,  $1 - \gamma$ . Именно, положим для стимулов поддерживать партию  $X$  и партию  $Y$ , действующих на членов первой группы

$$\begin{aligned} S_{1y} &= C(\gamma Y_1 + (1 - \gamma) Y_2) + b_y; \\ S_{1x} &= C(\gamma X_1 + (1 - \gamma) X_2) + b_x. \end{aligned} \tag{2.42}$$

Здесь

$S_{1x}$  - стимул к поддержке партии  $X$ , действующий на индивида из первой группы;

$S_{1y}$  - стимул к поддержке партии  $Y$ , действующий на индивида из первой группы;

$X_1$  - численность адептов партии  $X$  из первой группы;

$X_2$  - численность адептов партии  $X$  из второй группы;

$Y_1$  - численность адептов партии  $Y$  из первой группы;

$Y_2$  - численность адептов партии  $Y$  из второй группы.

Соответственно, для индивидов из второй группы стимулы имеют вид (эта система - аналог (2.42))

$$\begin{aligned} S_{2y} &= C((1 - \gamma) Y_1 + \gamma Y_2) + b_y; \\ S_{2x} &= C((1 - \gamma) X_1 + \gamma X_2) + b_x. \end{aligned} \tag{2.43}$$

Здесь

$S_{2x}$  - стимул к поддержке партии  $X$ , действующий на индивида из второй группы;

$S_{2y}$  - стимул к поддержке партии  $Y$ , действующий на индивида из второй группы.

В частности, если  $\gamma = 1$ , то каждая группа общается только внутри себя. Если же  $\gamma = 0,5$ , то в плане общения разбиения на группы вовсе нет, т.е. индивид получает стимулы равномерно от своей и чужой групп (в том смысле,

что если своя группа, например, в два раза меньше, то и стимулов при общении от нее в 2 раза меньше).

Имеем для сторонников источника информации  $X$  и  $Y$  из первой группы:

$$X_1(t) = \int_{-\psi_1(t)}^{\infty} n_1(\varphi) d\varphi, Y_1(t) = \int_{-\infty}^{-\psi_1(t)} n_1(\varphi) d\varphi; \quad (2.44)$$

и для второй

$$X_2(t) = \int_{-\psi_2(t)}^{\infty} n_2(\varphi) d\varphi, Y_2(t) = \int_{-\infty}^{-\psi_2(t)} n_2(\varphi) d\varphi. \quad (2.45)$$

Тогда уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= A\alpha [S_{1x} - S_{1y}] - a\psi_1; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= A\alpha [S_{2x} - S_{2y}] - a\psi_2; \end{aligned} \quad (2.46)$$

примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= A\alpha C \left[ \gamma \left( 2 \int_{-\psi_1(t)}^{\infty} n_1(\varphi) d\varphi - N_1 \right) + (1 - \gamma) \left( 2 \int_{-\psi_2(t)}^{\infty} n_2(\varphi) d\varphi - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - N_2 \right) \right] + A\alpha (b_x - b_y) - a\psi_1; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= A\alpha C \left[ (1 - \gamma) \left( 2 \int_{-\psi_1(t)}^{\infty} n_1(\varphi) d\varphi - N_1 \right) + \gamma \left( 2 \int_{-\psi_2(t)}^{\infty} n_2(\varphi) d\varphi - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - N_2 \right) \right] + A\alpha (b_x - b_y) - a\psi_2. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Отметим, что численные эксперименты показывают, что при некоторых параметрах и начальных условиях численности сторонников в одной из групп могут быть немонотонными (рис. 2.21).

При различных значениях параметров, система может иметь различное количество устойчивых стационарных решений. Некоторые из этих стационарных решений соответствуют победе (т.е. большему количеству сторонников при

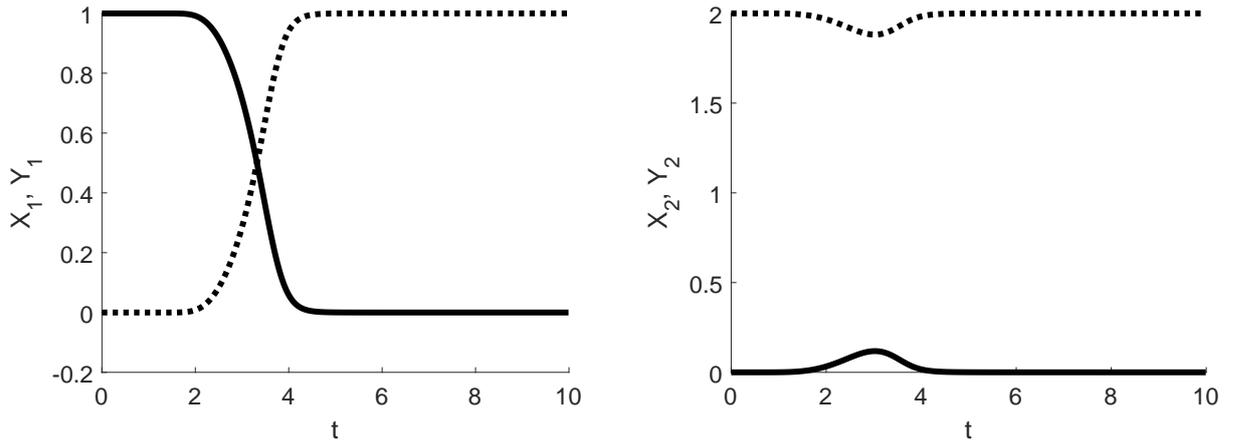


Рис. 2.21. Начальные условия:  $\psi_1 = 15$ ,  $\psi_2 = -7$ , параметры  $\gamma = 0,55$ ;  $m = 0,4$ ;  $N_1 = 1$ ;  $N_2 = 2$ ;  $A = 1,5$ ;  $\alpha = 2$ ;  $C = 1$ ;  $a = 0,8$ ;  $b_x = 1,5$ ;  $b_y = 1$ . Сплошные линии -  $X(t)$ , пунктирные линии -  $Y(t)$ .

$t \rightarrow \infty$  первой партии, другие - второй. При этом  $\psi_i(t) > 0$ ,  $t \rightarrow \infty$  соответствует победе партии  $X$  в группе  $i$ ,  $i = 1, 2$ . Далее нас будет интересовать вопрос, как найти число положений равновесия и определить исход информационного противоборства в каждом случае.

Уравнения (2.47) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d\psi_1}{dt} + (1 - \gamma) \frac{d\psi_2}{dt} &= A\alpha C \left[ (2\gamma - 1) \left( 2 \int_{-\psi_1(t)}^{\infty} n_1(\varphi) d\varphi - N_1 \right) \right] + \\ &+ A\alpha (2\gamma - 1) (b_x - b_y) - a\gamma\psi_1 + a(1 - \gamma)\psi_2; \\ (1 - \gamma) \frac{d\psi_1}{dt} + \gamma \frac{d\psi_2}{dt} &= A\alpha C \left[ (1 - 2\gamma) \left( 2 \int_{-\psi_2(t)}^{\infty} n_2(\varphi) d\varphi - N_2 \right) \right] + \\ &+ A\alpha (1 - 2\gamma) (b_x - b_y) - a(1 - \gamma)\psi_1 + a\gamma\psi_2. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Отсюда видно, что по разные стороны от кривой

$$\begin{aligned} \psi_2 = f(\psi_1) &= \frac{\gamma}{1 - \gamma} \psi_1 - \frac{A\alpha C}{a} \frac{2\gamma - 1}{1 - \gamma} \left( 2 \int_{-\psi_1(t)}^{\infty} n_1(\varphi) d\varphi - N_1 \right) - \\ &- \frac{A\alpha C}{a} \frac{2\gamma - 1}{1 - \gamma} (b_x - b_y) \end{aligned} \quad (2.49)$$

разные знаки имеет величина  $\gamma \frac{d\psi_1}{dt} + (1 - \gamma) \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{d}{dt} (\gamma\psi_1 - (1 - \gamma)\psi_2)$ , а по разные стороны от кривой

$$\psi_1 = g(\psi_2) = \frac{\gamma}{1 - \gamma} \psi_2 - \frac{A\alpha C}{a} \frac{2\gamma - 1}{1 - \gamma} \left( 2 \int_{-\psi_2(t)}^{\infty} n_2(\varphi) d\varphi - N_2 \right) - \frac{A\alpha C}{a} \frac{2\gamma - 1}{1 - \gamma} (b_x - b_y) \quad (2.50)$$

разные знаки имеет величина  $(1 - \gamma) \frac{d\psi_1}{dt} + \gamma \frac{d\psi_2}{dt}$ . Это наблюдение позволяет строить фазовые портреты при различных значениях параметров. При выполнении условия  $f(\psi_1) = g(\psi_2)$  выполняется

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d\psi_1}{dt} - (1 - \gamma) \frac{d\psi_2}{dt} &= 0; \\ (1 - \gamma) \frac{d\psi_1}{dt} - \gamma \frac{d\psi_2}{dt} &= 0; \end{aligned} \quad (2.51)$$

что при  $\gamma > 1/2$  означает

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= 0; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= 0; \end{aligned} \quad (2.52)$$

то есть, точки пересечения графиков  $f(\psi_1)$  и  $g(\psi_2)$  - это положения равновесия системы (2.40).

Всего возможно от 1 до 9 пересечений кривых  $f(\psi_1)$  и  $g(\psi_2)$ .

Рассмотрим самый интересный случай, с 9 положениями равновесия. Это случай возможен при параметре  $\gamma$ , близком к 1, то есть в случае, когда индивиды примерно одинаково общаются с представителями как своей, так и "чужой" группы.

Используя кривые (2.49) и (2.50), построим фазовый портрет (рис. 2.22)

Как видно, из 9 положений равновесия 4 - устойчивые узлы, один неустойчивый узел и 4 седла.

Из геометрических соображений видно, что:

- если  $(f(\psi_2))' > (g^{-1}(\psi_1))'$ , то положение равновесия - устойчивый узел;

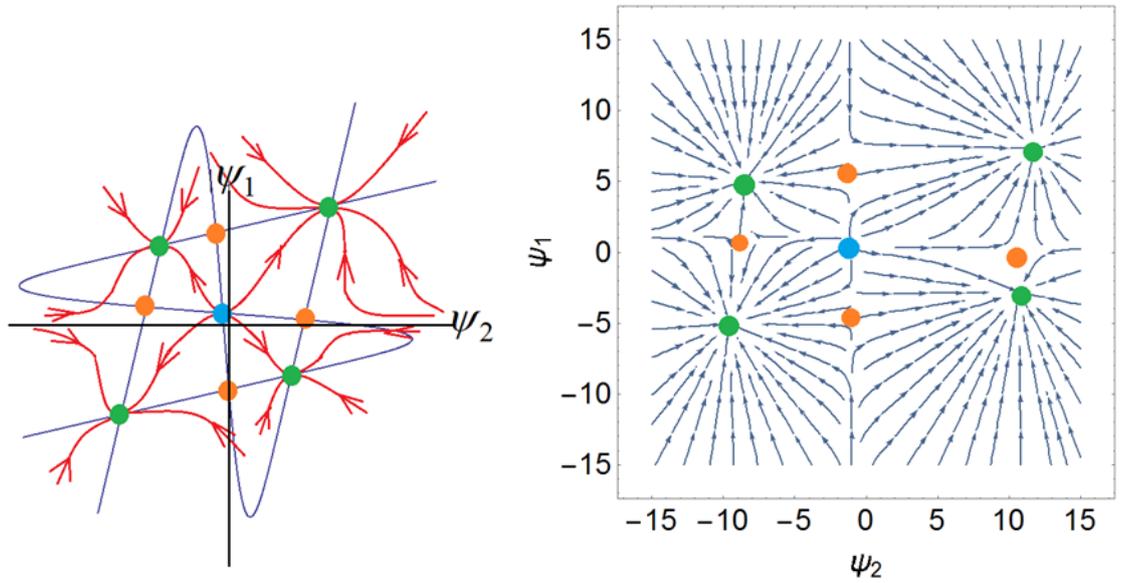


Рис. 2.22. Слева: фазовый портрет, построенный аналитически, справа: численно.

- если  $(f(\psi_2))' < (g^{-1}(\psi_1))'$ , при этом  $(f(\psi_2))' < 0$ , то положение равновесия - неустойчивый узел;
- во всех остальных случаях - седло (сейчас говорим о случаях, когда нет касаний функций  $f(\psi_1)$  и  $g(\psi_2)$ ).

Приведём аналитическое доказательство этих фактов.

Систему (2.40) возможно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} \left[ \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 - 1 \right] \frac{d\psi_1}{dt} &= \psi_1 - \frac{\gamma}{1-\gamma} g(\psi_1) + \frac{\gamma}{1-\gamma} \psi_2 - f(\psi_2); \\ \frac{1}{a} \left[ \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 - 1 \right] \frac{d\psi_2}{dt} &= \frac{\gamma}{1-\gamma} \psi_1 - g(\psi_1) + \psi_2 - \frac{\gamma}{1-\gamma} f(\psi_2). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Матрица Якоби для неё имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{\gamma}{1-\gamma} g'(\psi_1) & \frac{\gamma}{1-\gamma} - f'(\psi_2) \\ \frac{\gamma}{1-\gamma} - g'(\psi_1) & 1 - \frac{\gamma}{1-\gamma} f'(\psi_2) \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Найдём собственные значения этой матрицы, для этого решим следующее уравнение

$$\begin{aligned} \lambda^2 + \lambda \left( -2 + \frac{\gamma}{1-\gamma} g' + \frac{\gamma}{1-\gamma} f' \right) + \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 f' g' - \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 + \\ + 1 - f' g' = 0. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Для того, чтобы положение равновесия являлось седлом, нужно, чтобы собственные значения были разных знаков. По теореме Виета, если решения квадратного уравнения принимают значения разных знаков, то свободный член - отрицательный, то есть

$$(f'g' - 1) \left( \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 - 1 \right) < 0. \quad (2.56)$$

Так как  $\left( \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^2 - 1 \right) > 0$ , то знак левой части (2.56) зависит от знака  $f'g' - 1$ . То есть, положение равновесия - седло, если  $f'g' - 1 < 0$ , или  $f'g' < 1$ . Если производные разных знаков, то это выполняется автоматически, если одного, то можем записать это в виде следующего условия:  $|f'| < \frac{1}{|g'|} = \left| (g^{-1})' \right|$ .

Итак, геометрически: положение равновесия - седло, если наклон имеет разный знак или наклон функции  $f(\psi_2)$  меньше по модулю, чем наклон  $g^{-1}(\psi_1)$ . В противном случае положение равновесия - узел. Всё это подтверждается графиком.

Если собственные числа одного знака, оба отрицательные, то положение равновесия - устойчивый узел.

Чтобы оба собственных значения были отрицательными, необходимо, чтобы выполнялось условие  $-2 + \frac{\gamma}{1-\gamma}g' + \frac{\gamma}{1-\gamma}f' > 0$ , то есть  $f' + g' > \frac{2(1-\gamma)}{\gamma}$ . Покажем, что если производные положительны и пересекаются в соответствующем порядке ( $|f'| > \left| (g^{-1})' \right|$ ), то положение равновесия - устойчивый узел.

### **Лемма 1**

Пусть  $1/2 < \gamma < 1$ . Пусть также в некоторой точке  $(\psi_1, \psi_2)$  имеют место соотношения

$$0 < f'(\psi_2) \leq \frac{\gamma}{1-\gamma}; \quad (2.57)$$

$$0 < g'(\psi_1) \leq \frac{\gamma}{1-\gamma}; \quad (2.58)$$

$$f'(\psi_2)g'(\psi_1) > 1. \quad (2.59)$$

Тогда

$$f'(\psi_2) + g'(\psi_1) > \frac{2(1-\gamma)}{\gamma}. \quad (2.60)$$

### Доказательство

Обозначим

$$\delta_1 = \frac{\gamma}{1-\gamma} - g'(\psi_1) \geq 0, \delta_2 = \frac{\gamma}{1-\gamma} - f'(\psi_2) \geq 0. \quad (2.61)$$

Тогда неравенство (2.59) примет вид

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma} - \delta_1\right) \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} - \delta_2\right) > 1. \quad (2.62)$$

Т.к.  $\frac{\gamma}{1-\gamma} > \delta_1, \frac{\gamma}{1-\gamma} > \delta_2$ , то

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} (\delta_1 + \delta_2) > 2\delta_1\delta_2. \quad (2.63)$$

В то же время, из (2.62) следует, что

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2 - 1 + \delta_1\delta_2 > \frac{\gamma}{1-\gamma} (\delta_1 + \delta_2). \quad (2.64)$$

Из (2.63), (2.64) имеем

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2 - 1 > \delta_1\delta_2, \quad (2.65)$$

т.е.

$$1 - \delta_1\delta_2 > 2 - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2. \quad (2.66)$$

Но неравенство (2.62) эквивалентно неравенству

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2 - \frac{\gamma}{1-\gamma} (\delta_1 + \delta_2) > 2 - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2. \quad (2.67)$$

Из (2.66), (2.67) следует, что

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2 - \frac{\gamma}{1-\gamma} (\delta_1 + \delta_2) > 2 - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2, \quad (2.68)$$

т.е.

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} \left( \left[ \frac{\gamma}{1-\gamma} - \delta_1 \right] + \left[ \frac{\gamma}{1-\gamma} - \delta_2 \right] \right) > 2. \quad (2.69)$$

Отсюда имеем

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} (f'(\psi_2) + g'(\psi_1)) > 2, \quad (2.70)$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, геометрические наблюдения подтверждаются аналитически.

Численные эксперименты показывают, что с уменьшением параметра  $\gamma$  вырождается положение равновесия в четвёртой четверти (т.е. исход информационного противоборства, в которой во второй группе победу одерживает первый источник информации, а в первой - второй, невозможен). На рис. При  $\gamma$  близком к  $1/2$  и большой поляризации останется только два устойчивых положения равновесия, одно из них соответствует победе  $X$  в обеих группах, другое -  $Y$ . С уменьшением поляризации положение равновесия остаётся одно, соответствующее победе  $X$  в обеих группах.

## **2.4. Модель спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию**

Эмпирические исследования показывают, что общественное внимание к разовым политическим событиям - таким, как референдумы, выборы в один тур, скоротечные неудавшиеся государственные перевороты - максимально в день появления решающей информации о событии, и затем спадает с течением времени. Под решающей информацией здесь подразумевается сообщение о результатах выборов, или о самом факте переворота.

Удобным, с точки зрения измерения, показателем общественного внимания является количество запросов о событии, сделанное пользователями Интернета в поисковых системах. Методы, основанные на анализе поисковых запросов, хорошо разработаны и применяются в интернет-социологии (см., напр, [62, 63], а также обзор в [62]). В основном, исследования концентрируются вокруг вопроса о том, что повышение количества запросов определенного рода (например, о

лекарствах против гриппа, или предложениях банковских кредитов) позволяет сделать определенные выводы и прогнозы о состоянии социума или экономики. Модели динамики количества запросов, насколько нам известно, отсутствуют.

Целью настоящего раздела является построение математической модели, описывающей эмпирическую динамику количества запросов о разовом событии. Практическая ценность такой постановки задачи связана с актуальностью прогнозирования развития социальной ситуации после в связи с теми или иными событиями. Например, модели, описывающие информационное противоборство в социуме [4, 6, 8, 47, 64], либо вообще не учитывают падение общественного внимания со временем, либо используют фактор "забывания информации", введенный лишь на основании общих соображений, без опоры на эмпирические данные.

Основная наблюдаемая на практике закономерность состоит в том, что непосредственно после разового политического события, количество запросов о нем спадает существенно быстрее, чем экспоненциально. Более конкретно: оказалось, что эмпирическое количество запросов хорошо аппроксимируется функцией вида  $\exp[\exp(-t)]$ . Таким образом, задача данной работы сводится к разработке модели, описывающей подобную динамику. Для построения такой модели формулируются гипотезы, относящиеся как к структуре социума, так и к поведению индивидов.

Заметим, что применительно к выборам и референдумам, значительное количество запросов происходит также в период до этого события. Этот период, характеризуемый нарастанием общественного внимания по мере приближения выборов, в настоящей работе не рассматривается.

#### 2.4.1. Построение модели

Обозначим время через  $t$ ; причем в качестве  $t = 0$  примем момент появления решающей информации. Модель базируется на традиционной нейрологической схеме [65, 66], предполагающей, что реакция индивида формируется

на основании двух факторов. Один из них - фундаментальный, постоянный на протяжении рассматриваемого процесса внутренний фактор, аккумулирующий предыдущий опыт индивида и его социальное положение в виде политических (и прочих) убеждений. Второй фактор - это внешний стимул, изменяющийся в течение рассматриваемого процесса под влиянием социальной среды.

Основная поведенческая гипотеза состоит в том, что в конкретный день индивид демонстрирует определенную реакцию (в данной модели: делает поисковый запрос политическом событии), если сумма внутреннего и внешнего факторов превышает некоторую пороговую величину  $h$ .

Внутренний фактор конкретного индивида характеризуется скалярной величиной  $\varphi \geq 0$ , отражающей его общий интерес к политическим событиям данного рода:  $\varphi = 0$  соответствует отсутствию интереса. Распределение индивидов  $N(\varphi)$  является убывающей функцией, в данной работе принято

$$N(\varphi) = N_0 \lambda e^{-\lambda \varphi} \quad (2.71)$$

Здесь общее количество индивидов, которые при определенном внешнем стимуле готовы сделать данный запрос, обозначено через  $N_0$ , а параметр  $\lambda > 0$  характеризует неравномерность этих индивидов с точки зрения того, насколько сильно они заинтересованы.

Внешний стимул является общим для всех индивидов, он описывается функцией  $\psi(t)$ , уравнение для которой имеет вид  $d\psi/dt = S(\psi, t) - \gamma\psi$ . Здесь функция  $S(\psi, t)$  описывает совокупность информационных воздействий на индивида, а параметр описывает постепенное затухание стимула при их отсутствии (нейрологический смысл данного параметра описан в [65, 66]). Информационные воздействия  $S(\psi, t)$ , вообще говоря, включают в себя влияние средств массовой информации и межличностную коммуникацию [47], однако специфика одноразового политического события состоит в том, что сам факт этого события привлекает существенно большее общественное внимание, чем комментарии, экспертные мнения и обсуждения, которые за ним следуют. Поэтому в

данной модели полагается, что значение  $\psi(0) = \psi^0 > 0$  задается самим фактом события, и  $S(\psi, t) = 0$  при  $t > 0$ . (Заметим, что, например, в период перед выборами, роль стимула играет поток информации, подогревающий интерес к кампании, другими словами,  $S(\psi, t) > 0$  при  $t < 0$ ).

Итак, при  $t > 0$  функция  $\psi(t)$  удовлетворяет уравнению  $d\psi/dt = -\gamma\psi$  и начальному условию  $\psi(0) = \psi^0 > 0$ , так что

$$\psi(t) = \psi^0 \exp[-\gamma t] \quad (2.72)$$

С учетом введенных переменных и обозначений, сформулированная выше поведенческая гипотеза принимает следующий вид: поисковые запросы в день  $t$  делают индивиды, для которых  $\varphi + \psi(t) > h$ . Считая, что запрос делается один раз в день, получаем, что количество запросов дается выражением

$$k(t) = \int_{h-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi) d\varphi \quad (2.73)$$

Совокупность уравнений (2.71)-(2.73) представляет собой математическую модель динамики спада общественного внимания после разового политического события.

#### 2.4.2. Сопоставление модели с эмпирическими данными

Из равенств (2.71)-(2.73) получаем, что количество запросов в день  $t$  равно величине

$$k(t) = \exp[\alpha + \beta \exp(-\gamma t)] \quad (2.74)$$

$\alpha = \ln N_0 - \lambda h$ ;  $\beta = \lambda \psi^0$ . Модель была применена к анализу трех политических событий.

1. Референдум в Великобритании о выходе страны из Евросоюза, состоявшийся 23 июня 2016 года: так называемый "Брексит".

2. Неудачная попытка военного переворота в Турции в ночь с 15 на 16 июля 2016 года.

### 3. Выборы Президента США, состоявшиеся 08 ноября 2016 года.

Для каждого из этих трех событий с помощью сервиса Google Trends определено количество запросов  $k(t)$ , сделанных в Google пользователями с территории России (данный сервис позволяет получить лишь соотношение между количеством запросов в различные дни, но не их абсолютное число, поэтому величина  $k(t)$  нормирована нами на 1000). За единицу времени приняты сутки. Данные представлены в таблицах [A.1-A.3](#) в приложении.

На основании этих статистических данных определены параметры временных трендов (2.74); в таблице 2.1 представлены найденные значения и 95%-ные доверительные интервалы, а на рис. 2.23 - соответствующие графики для двух случаев; для третьего случая график имеет аналогичный вид. Оценивание проводилось методом наименьших квадратов по нелинейной модели вида (2.74) в пакете MatLab.

Таблица 2.1. Значения параметров аппроксимации для рассмотренных политических событий. В скобках указаны 95%-ные доверительные интервалы.

	Событие	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	Брексит	3.94 (3.59, 4.30)	2.91 (2.55, 3.26)	0.19 (0.14, 0.23)
2	Попытка переворота в Турции	1.54 (1,03, 2,05)	5.37 (4.86, 5.88)	0.31 (0.27, 0.35)
3	Выборы президента США	3.16 (2.86, 3.46)	3.73 (3.44, 4.03)	0.23 (0.20, 0.26)

Представленные в табл. 2.1 результаты аппроксимации не позволяют определить параметры модели (2.71)-(2.73) для каждого отдельного события. Одна из причин состоит в том, что исходные данные представляют собой нормированные (а не абсолютные) показатели. Вторая причина - в том, что динамический фактор  $\psi(t)$  общественного внимания к событию может быть определен

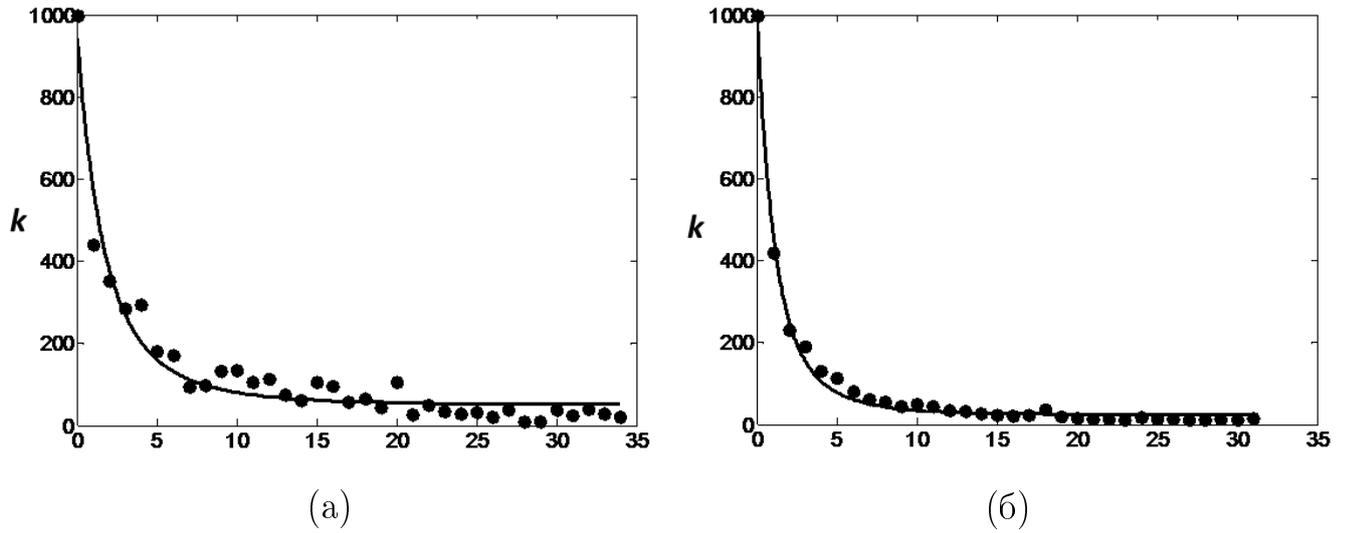


Рис. 2.23. Эмпирические зависимости (точки) и тренды (сплошная кривая) для событий: (а) Брексит, (б) Выборы Президента США.

лишь в шкале, допускающей произвольную нормировку. Другими словами, для двух политических событий возможно социологическими методами определить соотношение "во сколько раз сильнее информационные стимулы привлекают общественное внимание к одному событию, чем к другому", но невозможно однозначно задать эту величину для отдельно взятого события.

При этом, модель позволяет получить сравнительные показатели для различных событий. Так, из формул (2.74) имеем (индексы Br, T, US относятся к соответствующим событиям):

$$\begin{aligned}\alpha_{Br} &= \ln N_{Br} - \lambda h, \alpha_T = \ln N_T - \lambda h, \alpha_{US} = \ln N_{US} - \lambda h; \\ \beta_{Br} &= \lambda \psi_{Br}; \beta_T = \lambda \psi_T; \beta_{US} = \lambda \psi_{US}.\end{aligned}\tag{2.75}$$

Отсюда нетрудно получить, что

$$N_{Br} = 11N_T, \psi_{Br} = 0.54N_T, N_{US} = 5.1N_T, \psi_{US} = 0.69\psi_T.\tag{2.76}$$

Таким образом, количество индивидов, готовых, при определенном стимуле, сделать запрос о Брексите, примерно в 11 раз больше, чем о перевороте в Турции, но они в два раза слабее реагировали на сам факт произошедшего события. Вычислив из табл. 2.1, что  $\gamma_{Br}/\gamma_T = 0.61$ , получим также, что интерес к

Брекситу спадал в 0,61 раза медленнее. Аналогичные выводы можно сделать о соотношении параметров для любой другой пары событий.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что построенная модель адекватно описывает процесс спада общественного внимания с течением времени и позволяет сделать ряд количественных выводов.

## 2.5. Анализ результатов второй главы

Численные эксперименты проводились в среде Matlab с помощью специально разработанного GUI, запрашивающего у пользователя входные данные модели и отображающего результаты расчета в графической форме. Такой интерфейс позволяет проводить серии экспериментов, варьируя параметры, и немедленно проводить анализ каждого эксперимента в плане содержательной трактовки результатов. Пример изображён на рис. 2.24, где представлено исследование медленно поляризующегося социума.

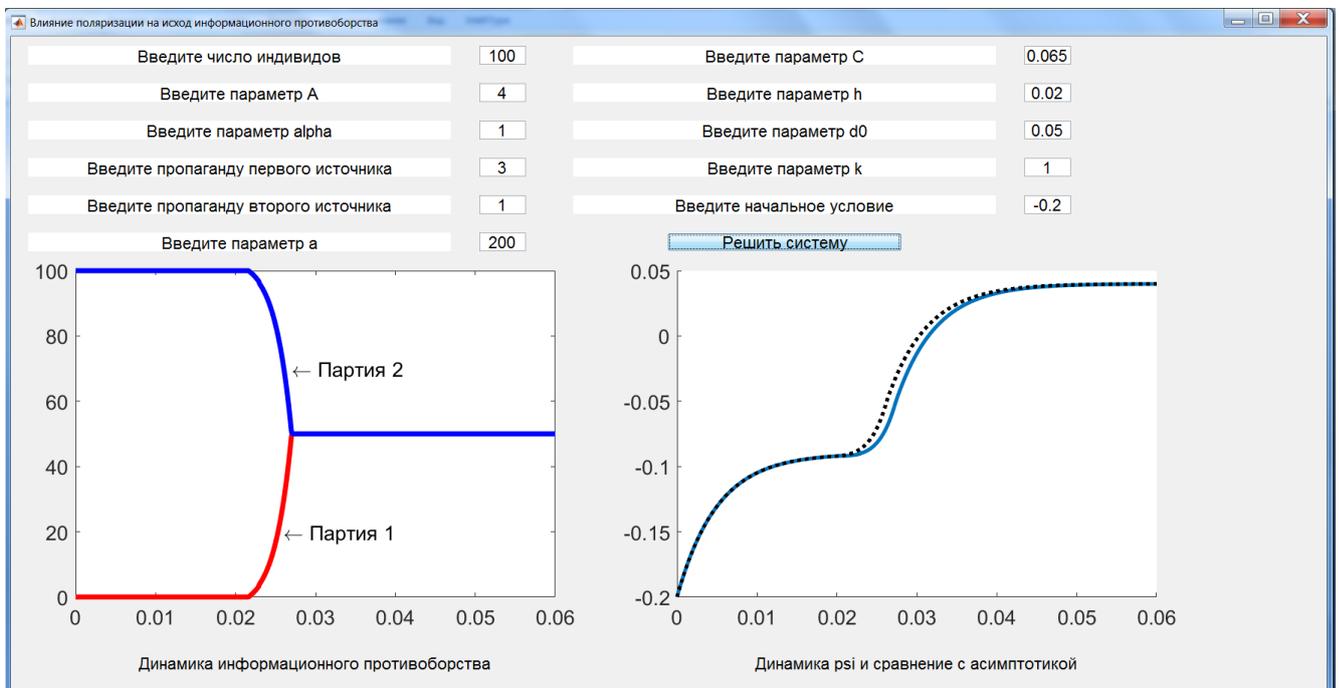


Рис. 2.24. GUI для исследования медленно поляризующегося социума

Была рассмотрена модель выбора позиций индивидами при информацион-

ном противоборстве в социуме [47], построенная на основе нейробиологической схемы Рашевского [65, 66]. На основе этой модели была исследовано влияние степени поляризации общества на исход информационного противоборства. В рамках этой модели было рассмотрено общество, состоящее из двух групп индивидов, имеющих одинаковую численность. Индивиды из каждой группы склонны к поддержке "своего" источника информации в отсутствие внешних воздействий.

Было показано, что при достаточно большой степени поляризации вне зависимости от остальных параметров модели исходом информационного противоборства является ничья. При относительно небольшой степени поляризации в зависимости от остальных параметров возможна победа как первого источника информации (с более сильной пропагандой), так и второго. Кроме того, было показано, что чем более разрознены группы индивидов (насколько по-разному члены каждой группы склонны к поддержке выбранного источника информации), тем благоприятнее исход информационной борьбы для источника информации с более сильной пропагандой.

Кроме того, был рассмотрен случай медленно поляризующегося социума, когда поляризация общества линейно увеличивается с течением времени. Было показано, что в этом случае достигается стационарное состояние, соответствующее сильной постоянной поляризации при тех же остальных параметрах. При этом уравнение модели является сингулярно возмущенным, а его решение относится к классу контрастных структур. Построено нулевое приближение этого решения по малому параметру.

Разработана математическая модель, описывающая спад общественного внимания после таких разовых политических событий, как выборы в один тур, референдумы, неудавшиеся попытки государственного переворота. При этом, в качестве эмпирической величины, характеризующей общественное внимание, принято количество поисковых интернет-запросов о событии. Построенная модель адекватно описывает процесс спада общественного внимания с течением времени и позволяет сделать некоторые количественные выводы. Например,

сопоставление параметров модели говорит о том, что в России общественное внимание к перевороту Турции спадало существенно быстрее, чем к Брекситу или президентским выборам в США.

## Глава 3

## Модель "Власть-Информация-Общество"

## 3.1. Модель "Власть-Общество"

Модель "Власть-Общество" [67, 68] рассматривает взаимодействие иерархической властной структуры и гражданского общества. Пусть число властных инстанций достаточно большое, и властная иерархия - "сплошная среда". Координата  $x$  характеризует место инстанции в иерархии: чем больше  $x$ , тем младше инстанция. Мы будем предполагать, что  $x \in [0; 1]$ . Пусть  $p(x, t)$  - количество власти у инстанции уровня  $x$  в момент времени  $t$ . Скорость изменения функции  $p(x, t)$  определяется следующими характеристиками.

1) Разность потоков власти, получаемой от ближайших соседей по иерархии или отдаваемой им. Здесь предполагается, что скорость изменения  $p(x, t)$  тем больше, чем больше разница между значениями текущей власти в инстанциях. Этот фактор описывается членом  $\frac{\partial}{\partial x} \left[ \kappa \left( p, \frac{\partial p}{\partial x}, x, t \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right]$ , где  $\kappa \left( p, \frac{\partial p}{\partial x}, x, t \right)$  - некоторая положительная функция.

2) Сумма потоков власти, получаемых инстанцией от отдалённых ступеней иерархии или отдаваемой им. Здесь предполагается, что скорость изменения  $p(x, t)$  тем больше, чем больше разница между значениями текущей власти в инстанциях. Этот фактор описывается членом

$$\int_0^1 \chi [p(x'), p(x)] [p(x', t) - p(x, t)] dx'.$$

3) Реакция гражданского общества, описываемая функцией  $F(x, t, p(x, t))$ .

Модель "Власть-Общество" получила развитие в ряде направлений [69–76].

Далее будет использоваться упрощённый случай системы "Власть-общество", учитывающий также следующие предпосылки.

1) Функция  $\kappa$ , соответствующая механизму передачи власти по команде, постоянна. Обозначим эту постоянную функцию через  $\varepsilon^2$ , и везде далее будем считать её достаточно малой.

2) В иерархии нет механизма передачи команд через голову.

3) Реакция общества - функция отклонения от идеального уровня власти. По аналогии с работой [69] рассмотрим случай существования двух устойчивых распределения власти  $\phi_1(x)$  и  $\phi_3(x)$ , каждое из которых является оптимальным. Ввиду гладкости функции  $F(p, x)$  вырожденное стационарное уравнение  $F(p, x) = 0$  имеет корень  $\phi_2(x)$ . Итак,

$$F(p, x) = -k_1(x) (p - \phi_1(x)) (p - \phi_2(x)) (p - \phi_3(x)).$$

Учитывая отсутствие потоков власти через границы иерархии, получим итоговое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k_1(x) (p - \phi_1(x)) (p - \phi_2(x)) (p - \phi_3(x)); \\ \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

### 3.2. Построение модели

В этом разделе объединим вышеописанную модель "Власть-общество" и модель информационного противоборства, описанную в главе 1.

Пусть  $X(t)$  - число сторонников правящей партии,  $Y(t)$  - оппозиции,  $N_0$  - численность социума. Предположим, что скорость увеличения (или уменьшения) количества власти у правящей партии тем больше, чем больше превосходство (или поражение) в информационной борьбе, то есть в правую часть уравнения (3.1) добавляется слагаемое  $s(p)(X - Y)$ , где  $s(p)$  - некоторая функция, неубывающая по  $p$ .

Пусть далее интенсивность распространения информации через СМИ для каждого из противников зависит от общего количества власти у правящей пар-

тии  $P = \int_0^1 p(x, t) dx$ , то есть  $\alpha_1 = \alpha_1(P)$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2(P)$ , причём  $\alpha_1(P)$  - возрастающая функция,  $\alpha_2(P)$  - убывающая.

Таким образом, модель "Власть-Информация-Общество" имеет следующий вид:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k_1(x) (p - \phi_1(x)) (p - \phi_2(x)) (p - \phi_3(x)) + s(p) (X - Y); \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=1} = 0; \quad (3.3)$$

$$\frac{dX}{dt} = [\alpha_1(P) + \beta_1 X] (N_0 - X - Y); \quad (3.4)$$

$$\frac{dY}{dt} = [\alpha_2(P) + \beta_2 X] (N_0 - X - Y). \quad (3.5)$$

Далее будем предполагать  $\varepsilon \ll 1$ , то есть стационарные распределения власти близки к корням многочлена  $-k_1(x) (p - \phi_1(x)) (p - \phi_2(x)) (p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$  при условии, что  $X$  и  $Y$  - это установившиеся численности адептов правящей партии и оппозиции соответственно. В зависимости от параметров системы, многочлен может иметь от 1 до 3 корней, обозначим их  $\psi_1(x)$ ,  $\psi_2(x)$  и  $\psi_3(x)$ . Если  $\psi_1(x) < \psi_2(x) < \psi_3(x)$ , то  $\psi_1(x)$  и  $\psi_3(x)$  - устойчивые распределения,  $\psi_2(x)$  - неустойчивое. При этом  $\psi_1(x)$  - партиципаторное распределение власти [69] (в этом случае общество является более демократическим, и общее количество власти у правящей партии меньше),  $\psi_3(x)$  - распределение сильной руки [69]. Функции  $\phi_1(x)$  и  $\phi_3(x)$  имеют смысл оптимального распределения власти в случае отсутствия влияния информационного противоборства на распределение власти в иерархии.

Построенная выше модель представляет собой не вполне типичную систему, состоящую из одного уравнения в частных производных параболического

типа (с краевыми условиями второго рода) и двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В плане численного исследования, это потребовало некоторой адаптации разностного уравнения с тем, чтобы обеспечить связь всех трех уравнений. Кроме того, ввиду разномасштабности параметров модели и сложного поведения решения, не во всех случаях очевиден признак, по которому следует определять конец расчета. Более конкретно: имеются интервалы времени, в течение которых решение изменяется существенно медленнее, чем в предшествующие и следующие интервалы. Кроме того, в некоторых случаях наблюдается "обратный ход" распределения власти. Поэтому было принято решение останавливать расчет в соответствии с теоретическими представлениями о том, как должно выглядеть решение.

Эти теоретические представления сформированы на основе теоремы А.Н. Тихонова о решении сингулярно возмущенной системы. При этом, изучаемая модель не относится к классу тихоновских систем, в связи с чем теорема не может быть к ней применена в строгом смысле слова, а лишь позволяет получить ориентир для качественного понимания свойств решения.

Модель рассмотрена при различных значениях параметров, решениям дана содержательная политологическая трактовка, тем самым, получен ряд типовых сценариев формационного противоборства. Решения модели относятся к классу контрастных структур [77].

Таким образом, исследование проводится методом, сочетающим аналитические и численные подходы, с политологической трактовкой полученных решений.

### **3.3. Вычислительные эксперименты и некоторые сценарии противоборства**

Рассмотрим два вида функции  $s(p)$ . В первом разделе рассматривается случай  $s(p) \equiv const = s$ , что соответствует ситуации, когда оппозиция стре-

мится забрать власть у правящей партии равномерно, т.е. независимо от того, каким количеством власти обладает конкретная инстанция. Во втором разделе рассматривается случай  $s(p) = sp(x)$ , что описывает предпосылку о том, что оппозиция стремится в большей степени забрать власть у той инстанции, у которой власти больше.

Используется следующий вид функций  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  и  $\phi_3$ :  $\phi_1(x) = 1 + 2 \exp(-x)$ ,  $\phi_2(x) = 4 + 3 \exp(-2.3x)$ ,  $\phi_3(x) = 5 + 4 \exp(-2.5x)$ . Кроме того,  $k_1(x) \equiv 2$ .

### 3.3.1. $s(p) \equiv s$

#### Сценарий 1

Рассмотрим случай, когда многочлен

$$-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$$

в любой момент времени имеет три корня. Итоговое распределение власти зависит от начального условия. При этом возможен случай, когда в некоторые моменты времени количество власти для одних властных инстанций близки к распределению сильной руки, а для других - к партиципаторному распределению. С течением времени переходный слой уменьшается, и при  $t \rightarrow \infty$  пропадает. В итоге стационарное распределение близко либо к партиципаторному распределению, либо к распределению сильной руки для всех уровней власти.

Результаты моделирования для параметров  $\varepsilon = 0.05$ ,  $b_1 = 0.07$ ,  $b_2 = 0.1$ ,  $N_0 = 100$ ,  $s = 0.05$ ,  $\alpha_1(P) = 0.01(7 + 3P)$ ,  $\alpha_2(P) = 0.01(9 - P)$  и начального условия  $p(x, 0) = 10 - 10x$  представлены на рис. 3.1, 3.2 (случай установления партиципаторного распределения).

#### Случай 2

Рассмотрим теперь случай, когда у многочлена

$$-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$$

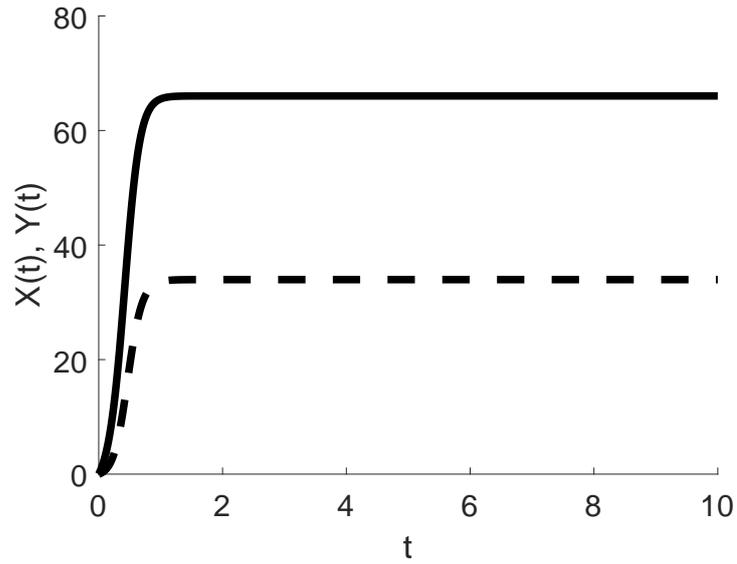


Рис. 3.1. Сплошная линия: число сторонников правящей партии  $X(t)$ , пунктирная линия: число сторонников оппозиции  $Y(t)$

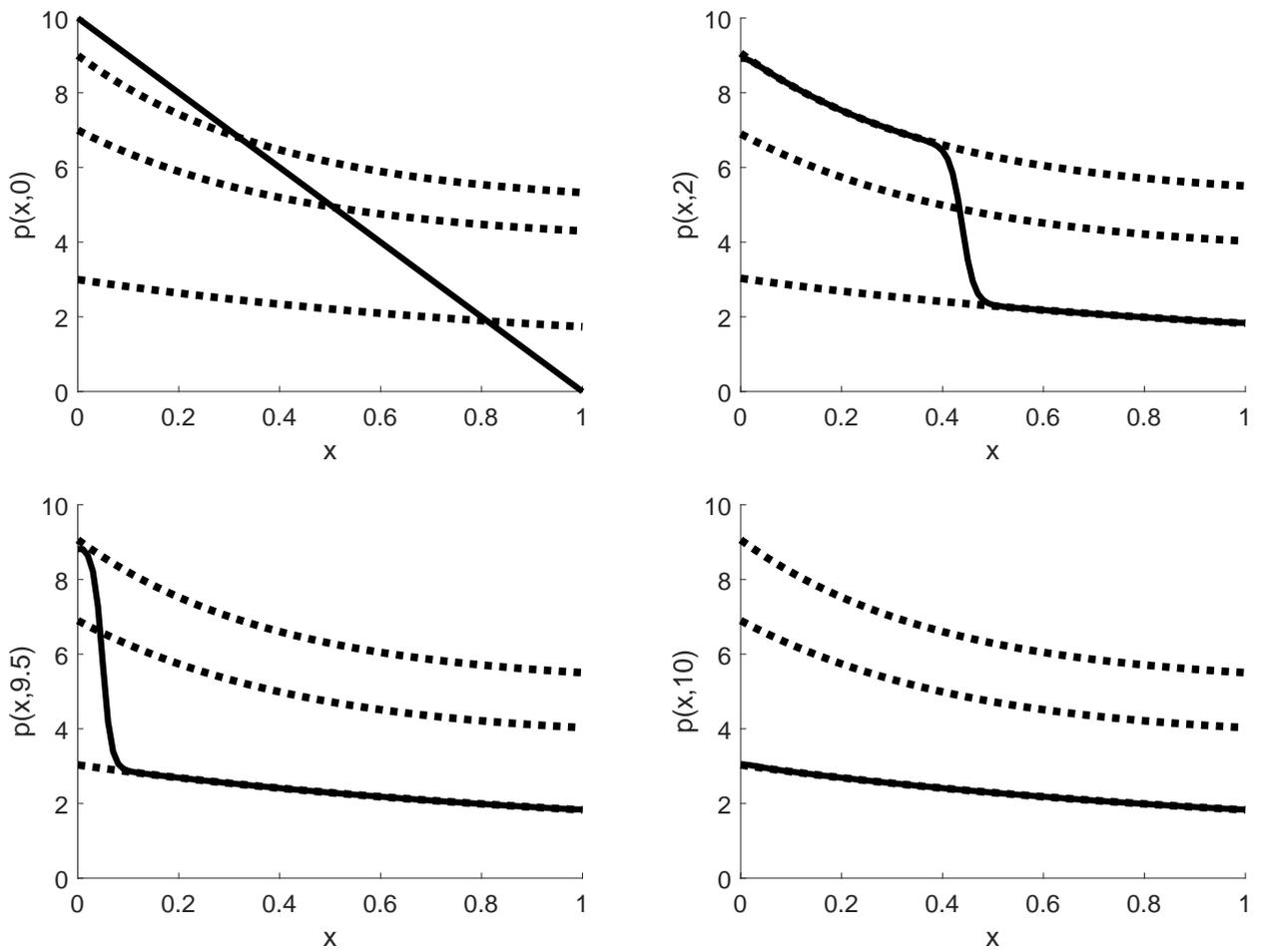


Рис. 3.2. Сплошная линия: функция  $p(x, t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$

происходит вырождение корней. Характер оставшегося корня (партиципаторное распределение или распределение сильной руки) зависит от того, кто одержал победу в информационном противоборстве.

Распределение сильной руки достигается, например, при следующих параметрах:  $\varepsilon = 0.05$ ,  $b_1 = 0.09$ ,  $b_2 = 0.1$ ,  $N_0 = 100$ ,  $s = 1$ ,  $\alpha_1(P) = 0.01(7 + 3P)$ ,  $\alpha_2(P) = 0.01(9 - P)$ . Результаты моделирования представлены на рис. 3.3, 3.4

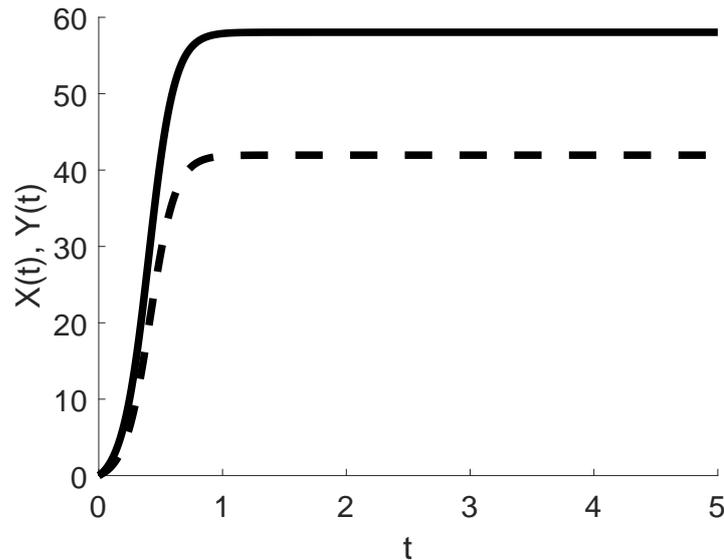


Рис. 3.3. Сплошная линия: число сторонников правящей партии  $X(t)$ , пунктирная линия: число сторонников оппозиции  $Y(t)$

Содержательный смысл данного решения состоит в следующем. Начальное распределение власти благоприятно для партиципаторного распределения (т.е. для оппозиции, которая победила бы в случае отсутствия информационного противоборства). Об этом свидетельствует то, что на рис. 3.4 для момента времени  $t = 0$  решение (сплошная линия) близко к партиципаторному распределению (нижняя из пунктирных кривых). Однако, правящая партия одерживает победу в информационном противоборстве (рис. 3.3), и нижние корни вырождаются (две нижние пунктирные линии на рис. 3.4 замыкаются друг на друга). В связи с этим, партия власти одерживает победу (на рис. 3.4 при  $t = 5$  сплошная линия близка к верхней из пунктирных). Заметим, что в этом случае в некоторые моменты (например, при  $t = 0.8$ ,  $t = 2$ ) некоторая (не высшая) инстанция

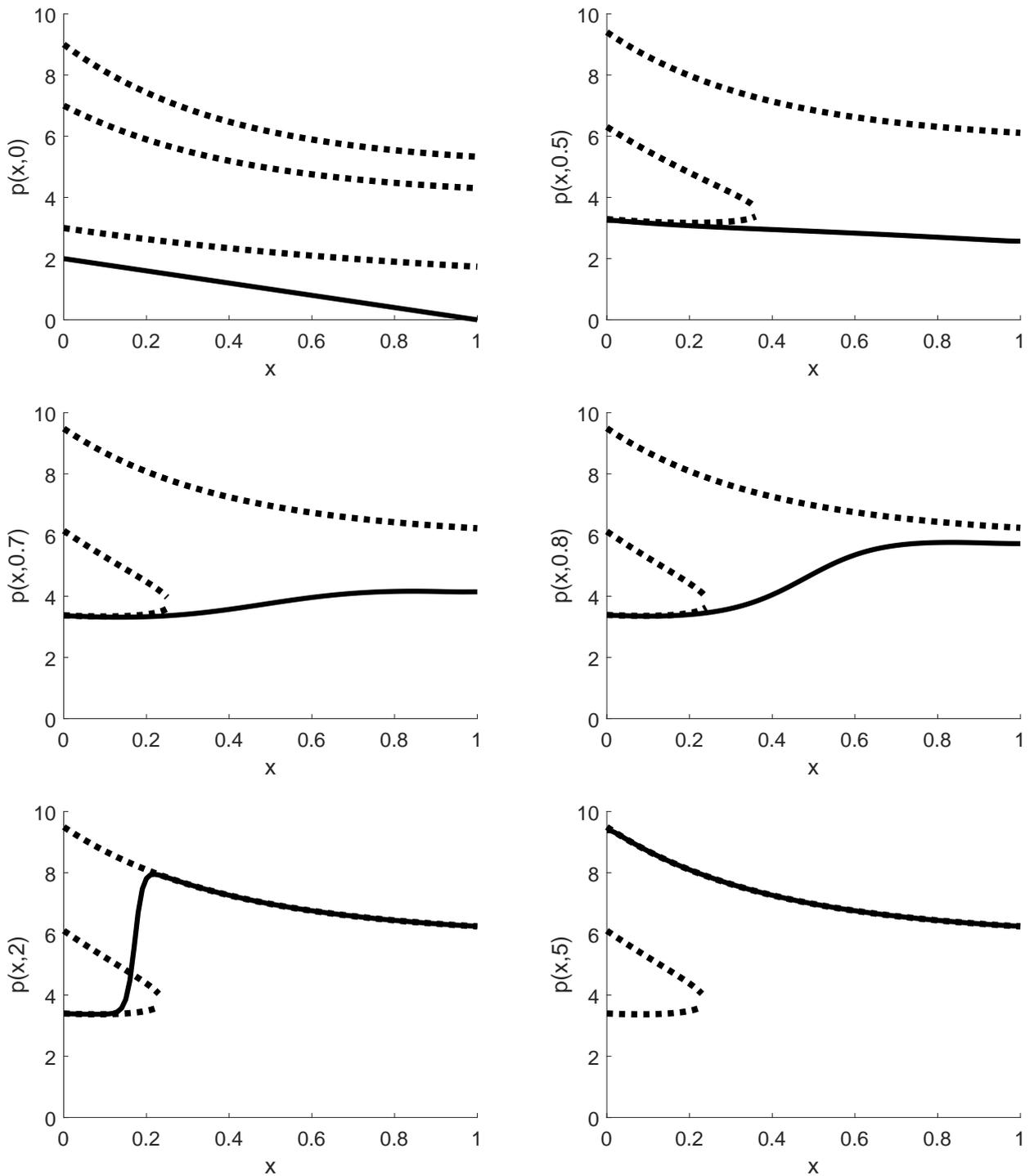


Рис. 3.4. Сплошная линия: функция  $p(x, t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$  (продолжение)

обладает максимальным по всей иерархии количеством полномочий. Такое распределение власти называется конфедеративным [69]. В данном случае оно является не аттрактором, а промежуточным состоянием. Такие решения возникают и в других предметных областях [78–80].

### Случай 3

Наконец, рассмотрим случай, когда итоговое распределение власти - партиципаторное. Если в информационном противоборстве оппозиция не сразу вырывается вперед, то возможен случай, когда изначально распределение власти стремится к распределению сильной руки. При этом на некоторое время возможно даже вырождение корня, соответствующего партиципаторному распределению. Однако, после того, как оппозиция начнёт лидировать в информационном противоборстве, вырождаться начнёт корень, соответствующий распределению сильной руки, и итоговым распределением власти будет партиципаторное. Результаты моделирования представлены на рис. 3.5, 3.6, параметры следующие:  $\varepsilon = 0.05$ ,  $b_1 = 0.0114$ ,  $b_2 = 0.032$ ,  $N_0 = 100$ ,  $s = 1$ ,  $\alpha_1(P) = 0.002(7 + 3P)$ ,  $\alpha_2(P) = 0.002(9 - P)$

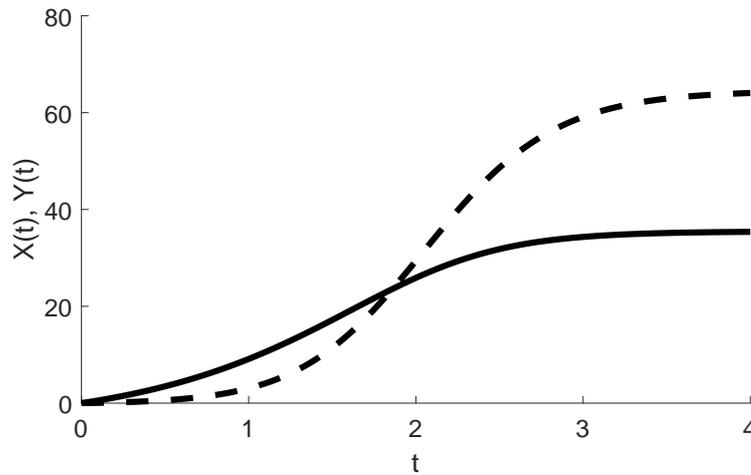


Рис. 3.5. Сплошная линия: число сторонников правящей партии  $X(t)$ , пунктирная линия: число сторонников оппозиции  $Y(t)$

#### 3.3.2. Случай $s(p) = sp$

Для примера рассмотрим случай, когда победу одерживает оппозиция, и итоговое распределение власти - партиципаторное. Если изначально правящая партия обладает достаточно большим количеством власти, при этом, за счёт

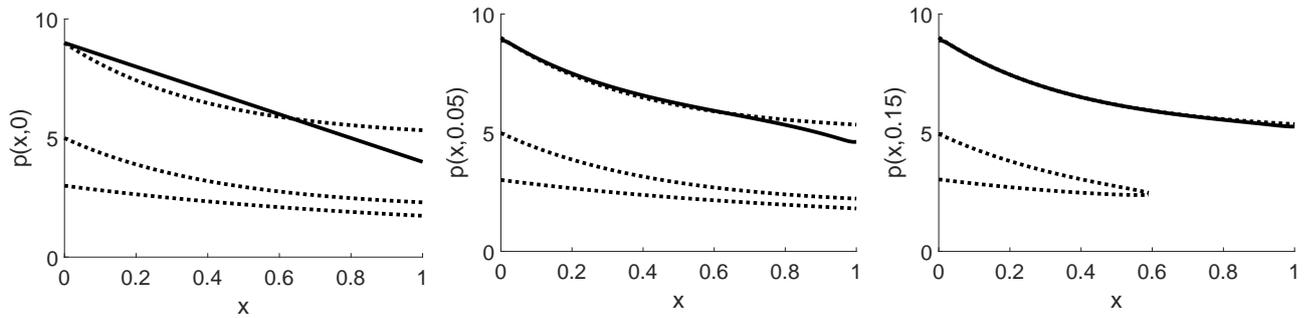


Рис. 3.6. Сплошная линия: функция  $p(x, t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$

относительно сильной пропаганды, на начальных этапах информационного противоборства она лидирует в нём, на начальных этапах для старших инстанций возможно распределение сильной руки.

Результаты моделирования представлены на рис. 3.7, 3.8

### 3.4. Анализ результатов третьей главы

Численные эксперименты проводились с среде Matlab с помощью специально разработанного GUI, запрашивающего у пользователя входные данные модели и отображающего результаты расчета в графической форме. Такой интерфейс позволяет проводить серии экспериментов, варьируя параметры, и немедленно проводить анализ каждого эксперимента в плане содержательной трактовки результатов. Пример изображён на рис. 3.9 (в графическом окне "динамика распределения власти" - анимация).

Была построена модель "Власть-Информация-Общество", объединяющая модели информационного противоборства и модель "Власть-Общество". Были рассмотрены различные сценарии. Установлено, что в случае малого влияния информационного противоборства на распределение власти в зависимости от начальных условий возможно установление как партиципаторного распределения, так и распределения сильной руки. В случае сильного влияния информационного противоборства вне зависимости от начальных условий возможно

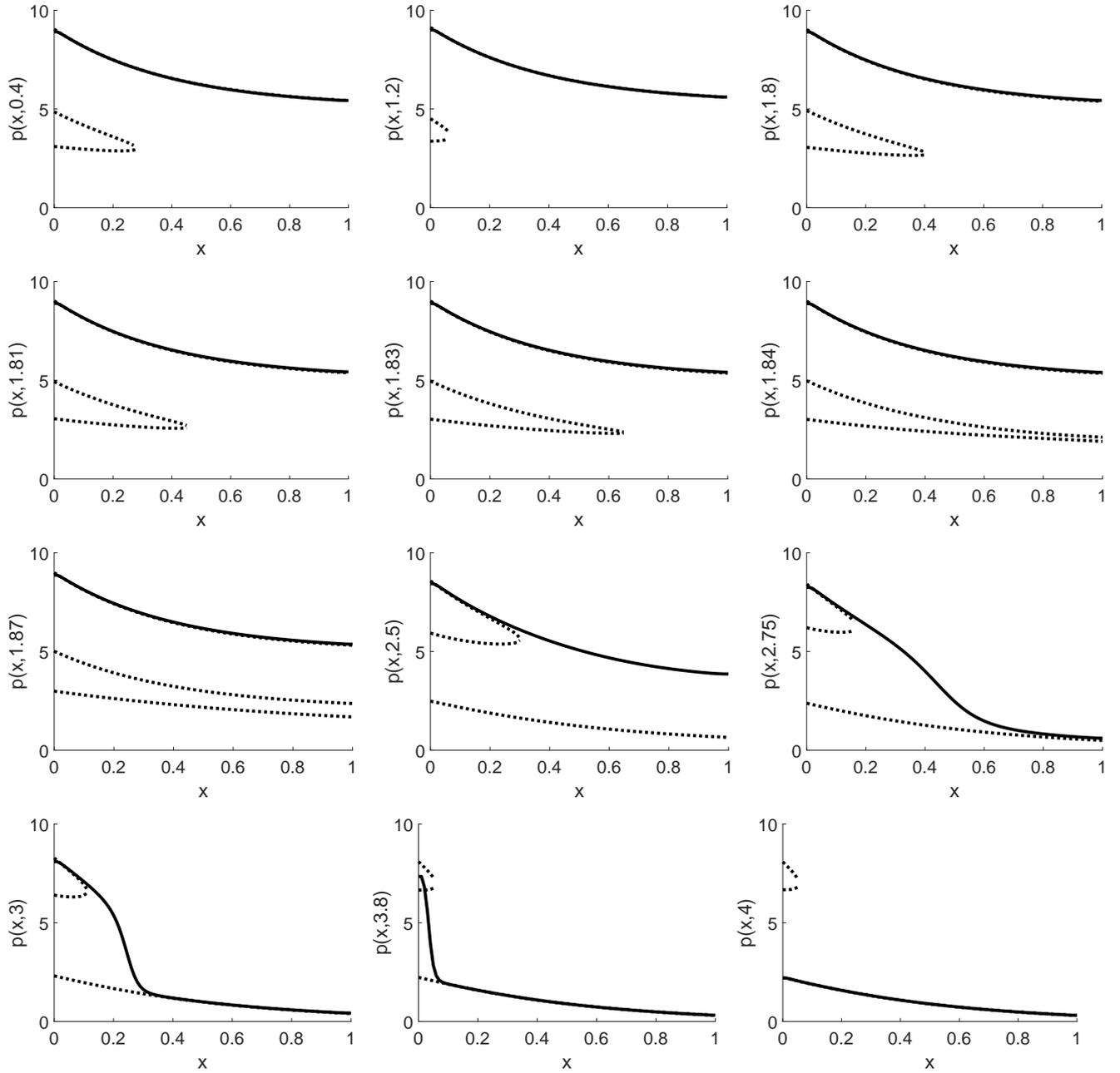


Рис. 3.6. Сплошная линия: функция  $p(x, t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$  (продолжение)

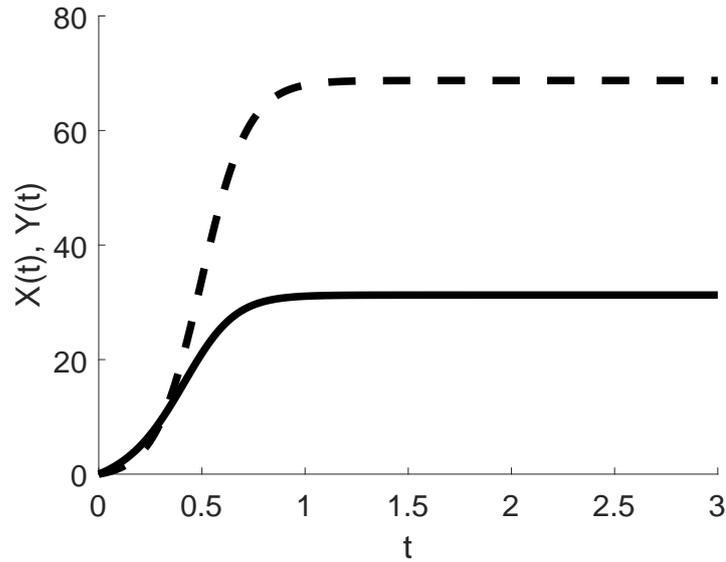


Рис. 3.7. Сплошная линия: число сторонников правящей партии  $X(t)$ , пунктирная линия: число сторонников оппозиции  $Y(t)$

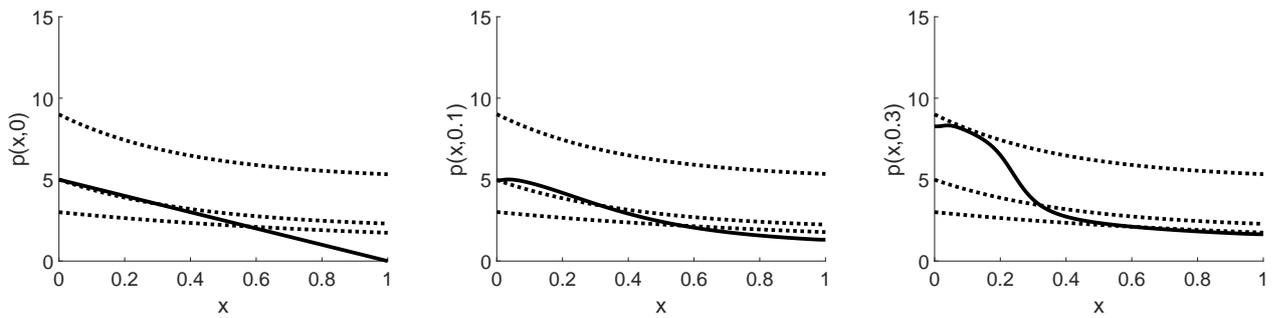


Рис. 3.8. Сплошная линия: функция  $p(x,t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$

только одно стационарное распределение власти: распределение сильной руки в случае победы в информационном противоборстве правящей партии и партиципаторное распределение в случае победы оппозиции. При этом в некоторые моменты возможно конфедеративное распределение власти, когда некоторая (не высшая) инстанция обладает максимальным по всей иерархии количеством полномочий.

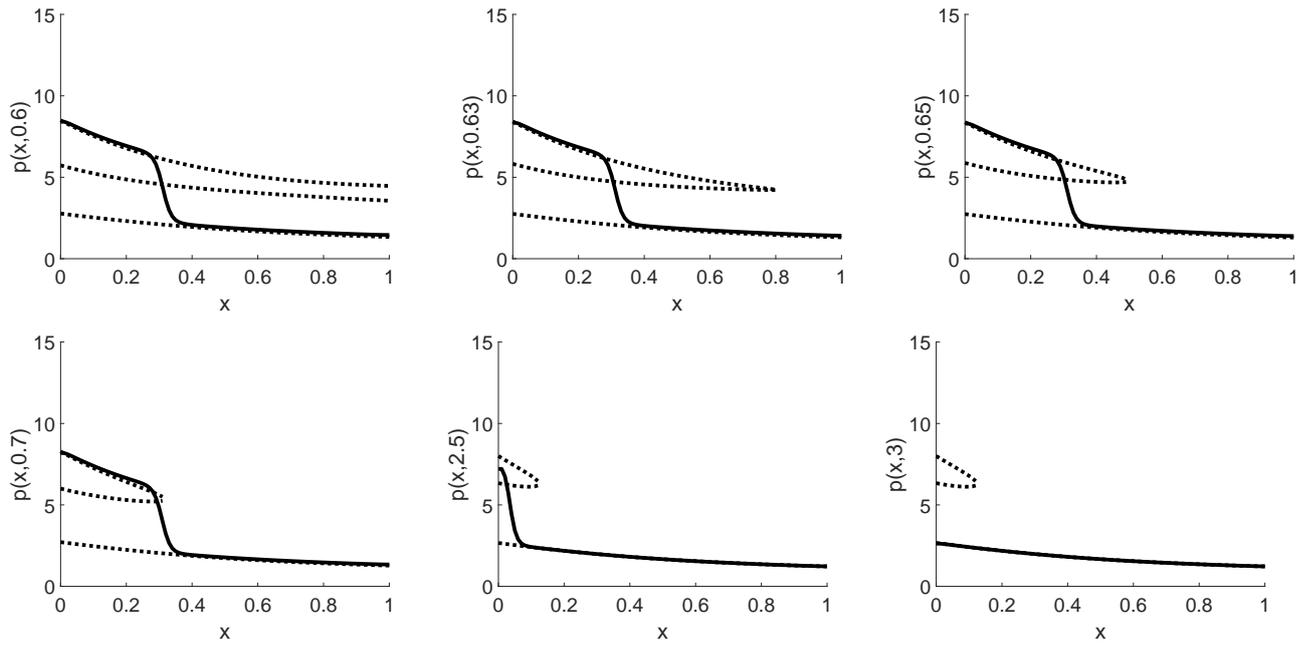


Рис. 3.8. Сплошная линия: функция  $p(x, t)$ , пунктирная линия: корни многочлена  $-k_1(x)(p - \phi_1(x))(p - \phi_2(x))(p - \phi_3(x)) + s(X - Y)$  (продолжение)

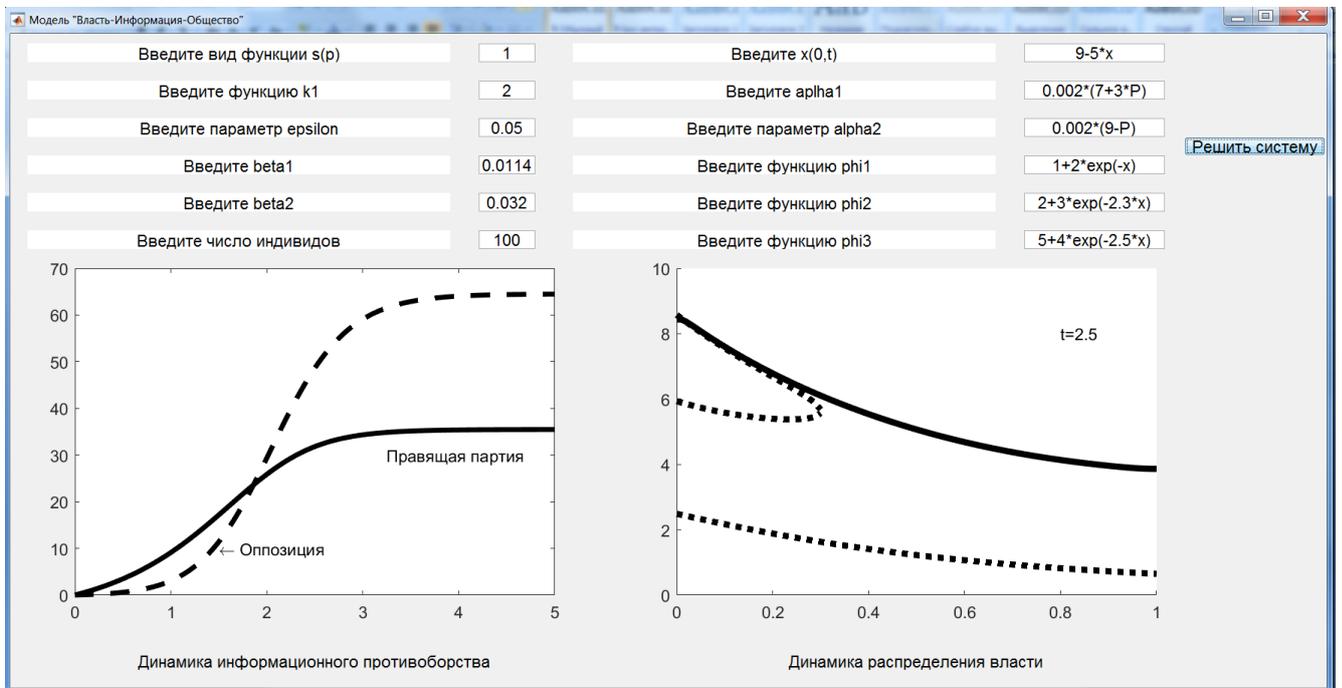


Рис. 3.9. GUI для исследования модели "Власть-Информация-Общество"

## Заключение

Диссертацию условно можно разделить на три части. Первая часть посвящена анализу моделей информационного противоборства на макроуровне, вторая - на микроуровне, и третья часть посвящена построению и первичному анализу модели "Власть-Информация-Общество".

В первой части исследовались модели информационного нападения и информационного противоборства. Исследовалось влияние различных факторов на динамику численности адептов в модели информационного нападения, была построена и исследована расширенная модель информационного противоборства, изучалась динамика информационного противоборства при дестабилизирующем воздействии.

Во второй части исследовалась модель выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме. Изучалось влияние поляризации и ассортативности на исход информационного противоборства, кроме того, была построена и изучена модель спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию, основанная на эмпирических данных.

В третьей части изучалась взаимосвязь между информационным противоборством и динамикой распределения власти во властной иерархии.

Результаты всей диссертации в целом следующие.

### ***1. В области математического моделирования***

Развиты приближенные аналитические методы исследования, учитывающие специфику математических моделей информационного нападения и информационного противоборства в структурированном социуме. В частности, для класса моделей с периодическим внешним воздействием разработан метод, комбинирующий асимптотическое разложение по малому параметру с периодическим переключением между интервалами непрерывности правой части. С помощью разработанных методов изучены свойства моделей, позволяющие сделать содержательные выводы относительно изучаемых процессов. Показано, в

частности, что преимущество одной из сторон в пропаганде несущественно при сильной поляризации общества.

### ***2. В области численных методов***

Для моделей социальных процессов с разномасштабной динамикой, имеющих вид систем с малыми параметрами, содержащих параболические уравнения, на основе теоремы Тихонова разработана методика, позволяющая определить, произошла ли стабилизация решения к стационарному состоянию. Также адаптирована система разностных уравнений с тем, чтобы соответствовать модели "Власть-Информация-Общество".

### ***3. В области комплексов программ***

Разработан программный комплекс в среде MatLab, реализующий указанную выше методику и позволяющий определять окончание расчёта для моделей социальных процессов с малым параметром и разномасштабной динамикой путем сравнения решения динамической системы с предельным решением, определяемым на основе теоремы Тихонова.

## Список литературы

1. *Кастельс М.* Галактика Интернет. Размышления об Интернете, бизнесе и обществе. — Екатеринбург: У-Фактория, 2004.
2. *Кораблев М. Н., Лонцов В. В., Прончев Г. Б.* Защита конфиденциальной информации в социальных сетях интернета // *Социология*. — 2010. — № 4. — С. 33–45.
3. *Прончев Г. Б., Муравьев В. И.* Социальные сети как фактор перехода России к инновационному развитию // *Социология*. — 2011. — № 3. — С. 36–56.
4. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование. Идеи, методы, примеры. — Москва : Наука, 2001.
5. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование в информационную эпоху // *Вестник РАН*. — 2004. — Т. 74, № 93. — С. 781–784.
6. *Daley D. J., Kendall D. G.* Stochastic rumours // *IMA Journal of Applied Mathematics*. — 1965. — Vol. 1, no. 1. — P. 42–55.
7. *Maki D. P., Thompson M.* Mathematical Models and Applications. — Prentice-Hall. Englewood Cliffs, 1973.
8. A kinetic model for the spread of rumor in emergencies / Chen G., Shen H., Ye T. et al. // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. — 2013. — Vol. 2013. — Article ID 605854, 8 pages, doi:10.1155/2013/605854.
9. *Isea R., Mayo-Garcia R.* Mathematical analysis of the spreading of a rumor among different subgroups of spreaders // *Pure and Applied Mathematics Letters*. — 2015. — Vol. 2015. — P. 50–54.
10. A deterministic approach to the spread of rumors / Thompson K., Castro Estrada R., Daugherty D., Cintron-Arias A. // *Biometrics Unit Technical Reports*. — 2003.
11. *Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. — М. Физматлит, 2010.

12. *Шведовский В. А.* Моделирование распространения информации в смежных социальных группах // *Математические методы в социологическом исследовании.* — 1981. — С. 209–214.
13. *Breer V., Novikov D., Rogatkin A.* Mob control: models of threshold collective behavior. — Heidelberg: Springer, 2017.
14. *Yanagizawa-Drott D.* Propaganda and conflict: Evidence from the rwandan genocide // *The Quarterly Journal of Economics.* — 2014. — Vol. 129, no. 4. — P. 1947–1994.
15. Mathematical modeling of information warfare in a society / *Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G., Marevtseva N.A.* // *Mediterranean Journal of Social Sciences.* — 2015. — Vol. 6, no. 5. — P. 27–35.
16. *Прончева О. Г.* Модель системы "власть-информация-общество" // *Препринты ИПМ.* — 2018. — № 11. — С. 1–15.
17. A model of information warfare in a society under a periodic destabilizing effect / *Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G., Marevtseva N.A.* // *Mathematical Models and Computer Simulations.* — 2017. — Vol. 9, no. 5. — P. 580–586.
18. Модель информационного противоборства в социуме при периодическом дестабилизирующем воздействии / *Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г., Маревцева Н.А.* // *Математическое моделирование.* — 2017. — Т. 29, № 2. — С. 23–32.
19. Моделирование периодических дестабилизирующих воздействий при информационном противоборстве в социуме / *Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г. и др.* // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша.* — 2016. — № 16. — С. 1–16.
20. *Прончева О. Г.* О влиянии степени поляризации общества на исход информационного противоборства // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша.* — 2016. — № 75. — С. 1–29.
21. *Mikhailov A. P., Petrov A. P., Proncheva O. G.* Modeling the effect of po-

- litical polarization on the outcome of propaganda battle // *Computational mathematics and information technologies*. — 2017. — no. 1. — P. 65–81.
22. *Прончева О. Г.* О некоторых особенностях численного исследования нелинейных моделей социальных процессов // *Препринты ИПМ*. — 2018. — № 22. — С. 1–14.
23. *Прончева О. Г.* Выбор позиций индивидами при информационном противоборстве в поляризованном и консолидированном социуме // *Математическое моделирование социальных процессов: сборник трудов, выпуск № 19 / Гл. ред. А.П. Михайлов*. — 2017. — № 19. — С. 89–96.
24. *Михайлов А. П., Прончева О. Г.* Дестабилизирующее воздействие на социум в моделях информационного противоборства // *Математическое моделирование социальных процессов: сборник трудов, выпуск № 19 / Гл. ред. А.П. Михайлов*. — 2017. — № 19. — С. 54–57.
25. *Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г.* Математическое моделирование информационного противоборства в эпоху интернета // *Научный сервис в сети Интернет. Труды XVIII Всероссийской научной конференции*. — 2016. — С. 264–270.
26. *Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г.* Развитие моделей информационного противоборства в социуме // *Теория активных систем (ТАС-2016): труды междунар. науч.-практич. конфер, 16–17 нояб. 2016 г., Москва, Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова Рос. акад. наук; под общ. ред. Д.А. Новикова, В.Н. Буркова*. — 2016. — С. 262–265.
27. *Прончева О. Г.* О влиянии степени поляризации общества на информационное противоборство // *Теория активных систем (ТАС-2016): труды междунар. науч.-практич. конфер, 16–17 нояб. 2016 г., Москва, Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова Рос. акад. наук; под общ. ред. Д.А. Новикова, В.Н. Буркова*. — 2016. — С. 266–269.
28. *Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г.* Численное исследование модели информационного противоборства в структурированном социуме //

- Математическое моделирование и информатика социальных процессов.* — 2016. — № 18. — С. 81–97.
29. *Петров А. П., Прончева О. Г.* Исследование моделей информационного нападения и информационного противоборства в структурированном социуме // *Математическое моделирование и информатика социальных процессов.* — 2015. — № 17. — С. 136–149.
30. Математическое моделирование информационного противоборства в социуме / Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г., Маревцева Н.А. // *Международный экономический симпозиум – 2015. Материалы Международных научных конференций, посвященных 75-летию экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета: сборник статей. Отв. ред. С.А. Белозеров.* — 2015. — С. 293–303.
31. Моделирование информационного нападения и информационного противоборства в социуме / Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г., Маревцева Н.А. // *Проблемы моделирования социальных процессов: Россия и страны АТР: материалы Всерос. научно-практич. конф. с междунар. участием, Владивосток, 11 – 13 ноября 2015 г. / отв. ред. И.Г. Кузина.* — 2015. — С. 43–45.
32. *Прончева О. Г.* Влияние поляризации на исход информационного противоборства // *Проблемы моделирования социальных процессов: Россия и страны АТР: материалы Второй всерос. научно-практич. конф. с междунар. участием, Владивосток, 7 – 8 декабря 2016 г. / Отв. ред. И.Г. Кузина.* — 2016. — С. 239–242.
33. *Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г.* Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в случае двухкомпонентного социума // *Современные проблемы математического моделирования: сборник трудов XVII Всероссийской конференции-школы молодых исследователей (пос. Абрау-Дюрсо, 11–16 сентября 2017 г.) / Южный федеральный университет; Институт прикладной математики им. М.В.*

- Келдыша РАН.* — 2017. — С. 133–117.
34. *Петров А. П., Прончева О. Г.* Аналитическое и численное исследование модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // *Современные проблемы математического моделирования: тезисы XVII Всероссийской конференции школы молодых исследователей / Южный федеральный университет; отв. ред. Г.В. Муратова, И.Н. Шабас.* — 2017. — С. 57.
35. *Прончева О. Г., Михайлов А. П., Петров А. П.* Исследование моделей информационного противоборства в социуме // *Интернет-ресурс Международная (48-я Всероссийская) молодежная школа-конференция Современные проблемы математики и ее приложений, Россия, Екатеринбург, ИММ им. Н.Н. Красовского УрО РАН, 5 - 11 февраля 2017 г.* — 2017.
36. *Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г.* Математическое моделирование информационного противоборства в эпоху интернета // *Интернет-ресурс "Научный сервис в сети Интернет 2016".* — 2016.
37. *Прончева О. Г.* Исследование модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в поляризованном социуме // *XIV Международный семинар Математические модели и моделирование в лазерно-плазменных процессах и передовых научных технологиях (LPrM3). 4 - 9 июля 2016, Москва, Россия. Программа, аннотации докладов и лекций.* — 2016. — С. 59.
38. *Прончева О. Г.* Развитие математических моделей информационного нападения и информационного противоборства // *Материалы Международного молодежного научного форума ЛОМОНОСОВ-2015 / Отв. ред. А.И. Андреев, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов.* — 2016.
39. *Прончева О. Г.* Анализ модели информационного противоборства в структурированном социуме // *Материалы Международного молодежного научного форума ЛОМОНОСОВ-2016 / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов. [Электронный ресурс].* — 2016.

40. Моделирование информационной борьбы в социуме / Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г., Маревцева Н.А. // *VIII Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2016): Москва, 17–22 октября 2016.* — 2016. — Т. 2. — С. 198–199.
41. Михайлов А. П., Петров А. П., Прончева О. Г. Моделирование процессов информационного противоборства в социуме // *Современные проблемы математической физики и вычислительной математики: Международная конференция. Москва. МГУ имени М.В. Ломоносова. 31 октября-3 ноября 2016 г. Тезисы докладов.* — 2016. — С. 107.
42. Михайлов А. П., Ключев Н. В. О свойствах простейшей математической модели распространения информационной угрозы // *Математическое моделирование социальных процессов.* — 2002. — Т. 4. — С. 115–123.
43. Михайлов А. П., Маревцева Н. А. Модели информационной борьбы // *Математическое моделирование.* — 2011. — Т. 23, № 10. — С. 19–32.
44. Развитие модели распространения информации в социуме / Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н.А., Третьякова И.В. // *Математическое моделирование.* — 2002. — Т. 26, № 3. — С. 65–74.
45. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. — Москва : Высшая школа, 1990.
46. Петров А. П., Прончева О. Г. Исследование моделей информационного нападения и информационного противоборства в структурированном социуме // *Математическое моделирование социальных процессов.* — 2015. — Т. 17. — С. 136–149.
47. Петров А. П., Маслов А. И., Цаплин Н. А. Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // *Математическое моделирование.* — 2015. — Т. 27, № 12. — С. 137–148.
48. Pariser E. The filter bubble: What the Internet is hiding from you. — Penguin UK, 2011.
49. Munson S. A., Resnick P. Presenting diverse political opinions: how and how

- much // *CHI '10 Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems.* — 2010. — P. 1457–1466.
50. Lord C. G., Ross L., Lepper M. R. Biased assimilation and attitude polarization: The effects of prior theories on subsequently considered evidence // *Journal of Personality and Social Psychology.* — 1979. — Vol. 37, no. 11. — P. 2098–2109.
51. Bernhardt D., Krasa S., Polborn M. Political polarization and the electoral effects of media bias // *Journal of Public Economics.* — 2008. — Vol. 92, no. 5. — P. 1092–1104.
52. Prior M. Media and political polarization // *Annual Review of Political Science.* — 2011. — Vol. 16, no. 1.
53. DiMaggio P., Evans J., Bryson B. Have americans' social attitudes become more polarized? // *American Journal of Sociology.* — 1996. — Vol. 102, no. 3. — P. 690–755.
54. Ideological segregation and the effects of social media on news consumption : Rep. / Social Science Research Network, Rochester, NY ; Executor: S. Flaxman, S. Goel, J. M. Rao : 2013.
55. Lea M., Spears R. Computer-mediated communication, de-individuation and group decision-making // *International Journal of Man-Machine Studies.* — 1991. — Vol. 34, no. 2. — P. 283–301.
56. Partisans without constraint: political polarization and trends in american public opinion : Rep. ; Executor: D. Baldassarri, A. Gelman : 2008. — P. 43.
57. Lawrence E., Sides J., Farrell H. Self-segregation or deliberation? blog readership, participation, and polarization in american politics // *Perspectives on Politics.* — 2010. — Vol. 8, no. 1. — P. 141–157.
58. Myers D. G., Bishop D. G. Discussion effects on racial attitudes // *Science.* — 1970. — Vol. 169, no. 3947. — P. 778–779.
59. Moscovici S., Zavalloni N. The group as polarizer of attitudes // *Journal of Personality and Social Psychology.* — 1969. — Vol. 12, no. 2. — P. 125–135.

60. *Бутузов В. Ф., Васильева А. Б.* Об асимптотике решения типа контрастной структуры // *Математические заметки.* — 1987. — Т. 42, № 6. — С. 831–841.
61. *Васильева А. Б., Петров А. П., Плотников.* К теории контрастных структур переменного типа // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* — 1998. — Т. 38, № 9. — С. 1534–1543.
62. Creating collections of descriptors of events and processes based on internet queries / Boldyreva A., Sobolevskiy O., Alexandrov M., Danilova V. // *Proc. of 14-th Mexican Intern. Conf. on Artif. Intell. (MICAI-2016), Springer, LNAI.* — 2016. — Vol. 10061-10062.
63. Bibliographic references : BS : 1629 / British Standards Institution ; Executor: Baker S. : 1976.
64. Development of a model of information dissemination in society / Mikhailov A. P., Petrov A. P., Marevtseva N. A., Tretakova I. V. // *Mathematical Models and Computer Simulations.* — 2014. — Vol. 6, no. 5. — P. 535–541. — doi: 10.1134/S2070048214050093, <http://link.springer.com/article/10.1134/S2070048214050093>.
65. *Rashevsky N.* Outline of a physico-mathematical theory of excitation and inhibition // *Protoplasma.* — 1933.
66. *Rashevsky N.* Mathematical Biophysics: Physico-Mathematical Foundations of Biology. — Univ. of Chicago: Chicago Press, 1938.
67. *Михайлов А. П.* Математическое моделирование власти в иерархических структурах // *Математическое моделирование.* — 1994. — Т. 6, № 6. — С. 108–138.
68. *Михайлов А. П.* Исследование системы «власть-общество». — М. Физматлит, 2006. — С. 144.
69. *Дмитриев М. Г., Жукова Г. С., Петров А. П.* Асимптотический анализ модели “власть-общество” для случая двух устойчивых распределений власти // *Математическое моделирование.* — 2004. — Т. 16, № 5. — С. 23–34.

70. Михайлов А. П., Ланкин Д. Ф. Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // *Математическое моделирование*. — 2006. — Т. 18, № 14. — С. 115–124.
71. Михайлов А. П., Ланкин Д. Ф., Маревцева Н. А. О пределах реформирования властных структур // *Математическое моделирование соц. процессов*. — 2007. — Т. 9. — С. 39–54.
72. Михайлов А. П., Ланкин Д. Ф. О конструкциях властных иерархий // *Математическое моделирование*. — 2009. — Т. 21, № 8. — С. 108–120.
73. Михайлов А. П., Горбатилов Е. А. Базовая модель дуумвирата в системе "власть-общество" // *Математическое моделирование*. — 2012. — Т. 24, № 1. — С. 33–45.
74. Михайлов А. П., Горбатилов Е. А., Медведев К. В. Иерархии с несколькими центрами власти в системе "власть-общество" // *Труды семинара "Математическое моделирование политических систем и процессов"*. — 2012. — Т. 12. — С. 52–67.
75. Mikhailov A. P., Gorbatikov E. A., Medvedev K. V. A system-social approach to the modeling of corruption // *Mediterranean Journal of Social Sciences*. — 2013. — Vol. 4, no. 9. — P. 332–342.
76. Михайлов А. П., Горбатилов Е. А. Анализ антикоррупционных стратегий в модифицированной модели "власть-общество" // *Математическое моделирование*. — 2016. — Т. 28, № 5. — С. 47–68.
77. Васильева А. Б., Петров А. П., Плотников А. А. К теории контрастных структур переменного типа // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 1998. — Т. 38, № 9. — С. 1471–1480.
78. Vasil'Eva A., Nikitin A., Petrov A. Stability of contrasting solutions of nonlinear hydromagnetic dynamo equations and magnetic fields reversals in galaxies // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. — 1994. — Vol. 78, no. 1-4. — P. 261–279.
79. Stellar dynamo waves: asymptotic configurations / Moss D., Sokoloff D.,

- Kuzanyan K., Petrov A. // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. — 2004. — Vol. 98, no. 3. — P. 257–272.
80. Moss D., Petrov A., Sokoloff D. The motion of magnetic fronts in spiral galaxies // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. — 2000. — Vol. 92, no. 1-2. — P. 129–149.

## Приложение А

**Данные для построения модели динамики спада  
общественного внимания к прошедшему  
разовому политическому событию**

Таблица А.1. Попытка государственного переворота в Турции. Число запросов нормировано на 1000

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
16.07.2017	1	1000
17.07.2016	2	225.94
18.07.2016	3	102.26
19.07.2016	4	36.85
20.07.2016	5	37.32
21.07.2016	6	18.2
22.07.2016	7	15.18
23.07.2016	8	6.03
24.07.2016	9	6.11
25.07.2016	10	5.47
26.07.2016	11	4.47
27.07.2016	12	1.94
28.07.2016	13	3.25
29.07.2016	14	2.52
30.07.2016	15	2.81
31.07.2016	16	3.17
01.08.2016	17	2.53

*Продолжение на следующей странице*

Таблица А.1 – *Продолжение*

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
02.08.2016	18	2.1
03.08.2016	19	1.26
04.08.2016	20	1.8
05.08.2016	21	1.9
06.08.2016	22	1.44
07.08.2016	23	2.85
08.08.2016	24	1.26
09.08.2016	25	2.37
10.08.2016	26	0
11.08.2016	27	1.19
12.08.2016	28	3.26

Таблица А.2. Брексит. Число запросов нормировано на 1000

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
24.06.2016	1	1000
25.06.2016	2	301.68
26.06.2016	3	236.64
27.06.2016	4	183.01
28.06.2016	5	149.2
29.06.2016	6	60.91
30.06.2016	7	53.27
01.07.2016	8	31.92

*Продолжение на следующей странице*

Таблица А.2 – *Продолжение*

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
02.07.2016	9	33.72
03.07.2016	10	38.17
04.07.2016	11	29.85
05.07.2016	12	18.26
06.07.2016	13	40.14
07.07.2016	14	27.71
08.07.2016	15	36.11
09.07.2016	16	18.34
10.07.2016	17	9.26
11.07.2016	18	14.7
12.07.2016	19	16
13.07.2016	20	9.29
14.07.2016	21	13.44

Таблица А.3. Выборы президента США. Число запросов нормировано на 1000

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
09.11.2016	1	1000
10.11.2016	2	215.19
11.11.2016	3	107.75
12.11.2016	4	78.46
13.11.2016	5	60.44
14.11.2016	6	50.54

*Продолжение на следующей странице*

Таблица А.3 – *Продолжение*

<b>Дата</b>	<b>Номер дня</b>	<b>Число запросов (нормировано на 1000)</b>
15.11.2016	7	32.03
16.11.2016	8	24.7
17.11.2016	9	25.87
18.11.2016	10	20.1
19.11.2016	11	22.93
20.11.2016	12	19.88
21.11.2016	13	13.47
22.11.2016	14	12.16
23.11.2016	15	10.73
24.11.2016	16	10.31
25.11.2016	17	7.81
26.11.2016	18	10.34
27.11.2016	19	13.26
28.11.2016	20	7.99
29.11.2016	21	5.97
30.11.2016	22	6.64