

Федеральное государственное учреждение "Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной математики им.
М.В. Келдыша Российской академии наук"

На правах рукописи

РАГИМЛИ ПАРВИН ИЛЬГАР КЫЗЫ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗАННЫХ
ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ В ТАЛОЙ ЗОНЕ И В
ПЬЕЗОПРОВОДНОЙ СРЕДЕ С ГАЗОГИДРАТНЫМИ
ВКЛЮЧЕНИЯМИ**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук

по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Научной руководитель
доктор физико-математических наук, профессор
Повещенко Юрий Андреевич

Москва

2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ГАЗОГИДРАТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НА СЕГОДНЯШНИЙ ДЕНЬ В МИРЕ	16
1.1 Газовые гидраты: строение, образование, свойства.....	16
1.2 Подходы к моделированию процессов образования и разложения газовых гидратов	21
1.3 Возможности разрабатываемой методики моделирования	26
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1	29
ГЛАВА 2. МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАСТОВЫХ ФЛЮИДОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ.....	31
2.1 Физическая модель флюидодинамики.....	31
2.1.1 Влияние давления	31
2.1.2 Фазовые диаграммы.....	34
2.2 Математическая модель флюидодинамики.....	36
2.2.1 Основные уравнения для трехфазной и талой зон	37
2.2.2 Сравнение с другими моделями	40
2.2.3 Расщепление. Уравнение пьезопроводности	44
2.2.4 Некоторые исследования гиперболических свойств сатурационного блока.....	47
2.2.5 Метод решения двухблочной модели	51
2.2.6 Алгоритмы совместного расчета гидратосодержащих и талых состояний флюидодинамической среды.....	52
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 2	60

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАСТОВЫХ ФЛЮИДОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ	62
3.1 Разностная схема для решения связной задачи	62
3.1.1 Постановка задачи для трехфазной и талой зон	62
3.1.2 Описание вычислительного эксперимента.....	65
3.2 Об одном подходе свободно-объемной аппроксимации пьезопроводной среды с газогидратными включениями.....	70
3.2.1 Метрические сетки метода опорных операторов	72
3.2.2 Свободно-объемная аппроксимация дивергентно-пьезопроводных разностных схем задач фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями	78
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 3	84
ГЛАВА 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ	86
4.1 Основные технологии программирования, использованные при создании кода HYDRAT1D	87
4.1.1 Архитектура «Клиент — сервер»	87
4.1.2 Язык программирования Java Script.....	88
4.1.3 Серверная платформа Node.....	89
4.2 Комплекс прикладных программ HYDRAT1D.....	90
4.3 Алгоритм расчета фазового состояния флюида	97
4.4 Работа с кодом HYDRAT1D	101
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 4	102
ГЛАВА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ.....	104
5.1. Начальные данные	104

5.2 Результаты расчетов для случая с учетом адиабатического расширения газа	106
5.3 Результаты расчетов по двум схемам	111
5.4 Результаты расчетов трансфазной задачи с использованием метода двойной каркасности	117
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 5	122
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	123
ЛИТЕРАТУРА	124

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. При транспортировке и переработке углеводородных газов наличие паров воды в них приводит к образованию конденсата водяных паров и формированию ледяных пробок, что в значительной степени осложняет эксплуатацию газопроводов. Ледяные пробки состоят из газогидратов, которые формируются на внутренних стенках труб при повышенном давлении и пониженной температуре. Значительная часть затрат нефтегазовых компаний при освоении и разработке месторождений и транспортировке газа уходит на предупреждение и борьбу с образованием газогидратных пробок.

Было показано, что под землей тоже образуются подобные гидраты, причем в очень больших объемах. Запасы газа в таких залежах значительно превосходят известные традиционные запасы природного газа. В 1940-е годы советскими учеными была выдвинута гипотеза о возможности скопления газовых гидратов в зонах вечной мерзлоты. Затем последовало ее подтверждение в ходе лабораторных исследований. В 1971 г. российскими специалистами Ю.Ф. Макогоном, А.А. Трофимуком, Н.В. Черским, Ф.А. Требиным, В.Г. Васильевым было сделано важное научное открытие «Свойство природных газов находится в твердом состоянии в земной коре». Следом за ним сотрудниками ВНИИГАЗа А.Г. Ефремовой и Б.П. Жижченко гидратосодержащие породы были найдены в природе - в глубоководной части Черного моря. В то же время на севере СССР геологами обнаружены первые месторождения на суше, за которыми последовало промышленное освоение газогидратных месторождений. Впервые природный газ из газовых гидратов был получен при разработке Мессояхского месторождения в Сибири (по имеющимся на начало 1990 г. данным [1] до 36% общего объема добычи газа приходилось на гидраты). После первого удачного опыта промышленного освоения газогидратного месторождения добычей газа из газогидратных отложений заинтересовались во всем мире. Поэтому газовые гидраты сейчас активно

исследуются рядом стран и как потенциальные источники углеводородов, и с точки зрения возникающих при их разрушении промышленных и экологических проблем, в том числе связанных с выбросами газа в атмосферу [2, 3].

Фильтрационная флюидодинамика свободных воды и газа при наличии в пористой среде твердых гидратных включений обладает рядом специфических особенностей. Прежде всего, по правилу фаз Гиббса такая термодинамически равновесная двухкомпонентная (H_2O , CH_4) трехфазная (гидрат и свободные вода и газ) система обладает только одной термодинамической степенью свободы. Т.е. имеет место термобарическая связь $T_{dis} = f(P)$ между температурой диссоциации газогидрата и давлением. Понятно, что в этой ситуации за основную термодинамическую переменную можно выбрать любую (например, внутренние энергии воды или газа), если через них выражаются температура и давление. Необходимо иметь в виду, что при расчетах в талой безгидратной зоне в среде имеется два независимых термодинамических параметра (P , T). На практике интерес представляет именно динамика совместного поведения спонтанно возникающих пространственно разделенных талых и гидратосодержащих зон. Следующим важным обстоятельством является то, что исходная задача, сформулированная в виде законов сохранения (массы H_2O , CH_4 и полной энергии среды), с общей матрицей системы относительно функций растепленности S_v , водонасыщенности S_w , давления P и температуры T обладает смешанными гиперболическими и параболическими свойствами. Непосредственное использование такой системы для целей определения динамики переменных S_v , S_w , P , T и построения неявной разностной схемы, требуемой для расчетов параболических уравнений с крупными шагами по времени затруднительно.

Еще одной вычислительной проблемой моделирования фильтрационной флюидодинамики гидратизированной среды является

необходимость аппроксимировать квадраты градиентов термодинамических величин (внутренних энергий свободной воды и газа или давлений) вблизи депрессионных воронок скважин, имеющих сингулярные особенности. Также градиентные квадратичные формы встречаются в исследуемом в данной работе дискретном уравнении пьезопроводности фильтрационной флюидодинамики гидратизированной среды и определяют динамику нелинейного, квадратичного по градиенту переноса термодинамических параметров среды. В работах [4, 5] предложена модель фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями, в которой исходная постановка задачи частично расщеплена по физическим процессам. В этих работах из-под производной по времени пьезопроводного блока не устранена гидратонасыщенность, что затрудняет дальнейшее численное моделирование.

Положительную определенность таких квадратичных форм удастся обеспечить привлечением теории метрических сеток метода опорных операторов [6, 7], однако лишь при сохранении континуальных свойств операций *divgrad* в их разностном виде, связанных с полем скоростей, определяющих этот нелинейный перенос. Монотонизация уравнений переноса процессов насыщения по S_v и S_w нарушает свойства самосопряженности и знакоопределенности этих дискретных операций векторного анализа.

Газогидраты относятся к метастабильным образованиям и существуют в природе в условиях, близких к границе их фазовой устойчивости. Незначительные изменения температуры и давления способны вызвать необратимый процесс их разложения, связанный с освобождением в окружающую среду огромного количества метана и воды. Это, в свою очередь, приводит к возникновению оползней и обвалов, а также к превращению прочно сцементированных газогидрат-содержащих пород в разжиженную массу и освобождению огромных количеств газа, делающего данный процесс необратимым.

Причины этому могут быть самые разнообразные – вулканическая деятельность, понижение уровня Мирового океана, повышение температуры у основания зоны стабильности за счет продолжающегося процесса седиментации и инженерной деятельности человека. В природе эти процессы наблюдаются и могут послужить разгадкой многих до сих пор непонятных явлений. Разложение газогидратов подвергает опасности разрушения оснований прибрежных геологических структур и сооружений, построенных человеком.

Неоднородность геологического строения месторождений приводит к неоднородности их физических свойств и существованию изменений характеристик коллекторов от скважины к скважине. Определение свойств коллекторов, в том числе, путем моделирования, является важной частью мероприятий по увеличению эффективности разработки залежей, включающих газогидраты.

Если говорить о техногенных последствиях разработок залежей с газогидратными включениями, то для изучения и предотвращения катастрофических выбросов необходимы специальные методы исследования. Таким образом, проблема изучения миграции углеводородов в осадочных бассейнах, содержащих газогидраты, имеет общий характер.

В настоящий момент не существует математических алгоритмов и комплексов программ, реализующих в полной мере и во всех фазово-термодинамических состояниях модели эволюции и разработки углеводородных залежей при наличии газогидратов. С другой стороны, изучение газовых гидратов в природных пластах – быстроразвивающаяся область науки, которая характеризуется применением различных теоретических, экспериментальных и промысловых методов с целью нахождения наиболее эффективных и безопасных способов добычи углеводородов из газогидратных залежей [8, 9].

В работах [10, 11] предложена и численно исследована модель

двухкомпонентной трехфазной фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями, в которой производится расщепление по физическим процессам исходных законов сохранения задачи (сохранение массы H_2O , CH_4 и полной энергии среды). Расщепление происходит на блок переноса насыщенностей флюидов на фоне заданного поля скоростей (обладающий в основном гиперболическими свойствами) и пьезопроводный блок системы с гидратными включениями, определяющий диссипативную эволюцию термодинамических параметров равновесной флюидо-гидратной модели. Такое расщепление по физическим процессам позволяет создавать эффективные прикладные алгоритмы расчета с крупным шагом по времени, что невозможно в рамках модели исходных законов сохранения с общей матрицей системы со смешанными гиперболическими и разномасштабными параболическими свойствами.

Таким образом, разработка методов прогнозирования образования и разложения газовых гидратов и исследования условий и факторов, влияющих на эти процессы, является **актуальной** задачей для эффективной эксплуатации газопроводов и рационального промышленного освоения углеводородных месторождений. Натурные исследования, связанные с экспериментом в области добычи углеводородов, имеют высокую стоимость. Поэтому в последнее время активно используются различные математические модели и методы, позволяющие оптимизировать и прогнозировать процесс добычи полезных ископаемых. Современные математические модели задач фильтрации описаны во многих монографиях, например, в классической работе [12], где изложены основы и методы решения уравнений теории фильтрации.

В основе математического описания движения жидкостей и газов в пористой среде лежат уравнения механики сплошной среды, выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии [13]. Эти же законы могут быть использованы для исследования фильтрации с учетом диссоциации

газовых гидратов. В настоящей работе используется математическая модель, представленная в работах [14-16], где достаточно полно учтены основные физические особенности этого процесса. Согласно этим работам, система расщепляется на две составляющие: сатурационный блок, отвечающий за конвективный перенос сатурационных параметров (это водо-газо и гидратонасыщенности) и обладающий, в основном, гиперболическими свойствами, и диссипативное уравнение пьезопроводности для давления, обладающее, в основном, параболическими свойствами. Такое расщепление позволяет применять явно-неявные разностные схемы при решении задач и избегать сильного измельчения временного шага.

Отметим, что в последнее время появился запрос к повышению точности прогнозного моделирования. Немаловажным аспектом моделирования является и создание численных методов, эффективно распараллеливаемых на современных многопроцессорных комплексах. Целью таких усилий является более быстрое и точное получение научно-практических результатов с целью обеспечения долгосрочных прогнозов разработки полезных ископаемых.

Цель работы:

Разработка и реализация численной методики для моделирования совместной фильтрации флюидов в талой и гидратной зонах. Работа заключается в развитии математической модели, разработке разностных схем и вычислительных алгоритмов для решения уравнений модели, написании программного комплекса для проведения численных экспериментов и решении ряда модельных и прикладных.

Основные задачи исследования:

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Расширение известной флюидодинамической модели двухфазной фильтрации несмешивающихся компонент на случай наличия твердой

газогидратной фазы в коллекторе с целью построения эффективного разностного метода решения задачи.

2. Построение как в талой зоне, так и в среде с газогидратными включениями совместного семейства двухслойных полностью консервативных разностных схем с профилированными по пространству временными весами в соответствии с предлагаемым алгоритмом расщепления равновесной модели по физическим процессам.

3. Реализация предложенных численных схем и математических моделей в виде робастных алгоритмов и программного комплекса для вычислительных систем.

4. Исследование и апробация реализованных численных схем на модельных задачах.

5. Исследование с помощью созданного программного комплекса задач фильтрационной флюидодинамики с твердофазными включениями, представляющих интерес для научных и технических применений.

Методы решения поставленных задач. Для исследования поставленных задач в процессе выполнения работы были использованы методы вычислительной математики. Проводилось математическое моделирование ряда модельных и реальных задач с использованием разработанного программного комплекса.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. **Разработан** численный метод решения задач в рамках многофазной модели фильтрации с учетом диссоциации газовых гидратов, основанный на расщеплении по физическим процессам.

2. Применительно к задачам фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями в частности с разрывными свойствами пласта и сложной разномасштабной структурой коллекторной зоны **разработан** новый класс операторно-согласованных разностных схем решения начально-краевых задач для уравнений параболического типа на пространственных неструктурированных сетках общего вида.

3. В пространственно-одномерном случае осуществлена программная реализация разработанного метода в виде робастного программного комплекса.

Достоверность полученных результатов основывается на использовании строгого математического аппарата – классических законах подземной гидромеханики, термодинамики и теории фильтрации. Обеспечивается верификацией разностных схем в численных экспериментах на модельных задачах и близостью к результатам других исследований.

Практическая значимость:

В практическом отношении созданные программные средства обеспечивают возможность пространственно-одномерного моделирования полной задачи диссоциации газовых гидратов в подземных пористых средах. Также разработанное программное обеспечение может быть использовано при исследовании и прогнозировании процессов намерзания и растаивания (растепления) гидратов в газопроводах и добывающих скважинах.

Положения, выносимые на защиту:

1. Самосогласованная модель совместной фильтрации в гидратизированной флюидодинамической среде с твердофазными включениями и талой зоне.

2. Семейство двухслойных полностью консервативных разностных схем с профилированными по пространству временными весами для расчета процессов в талой зоне и пьезопроводной среде с газогидратными включениями.

3. Разработанный программный комплекс, реализующий предложенный численный метод, разностные схемы и вычислительные алгоритмы.

4. Результаты численного исследования процессов, происходящих в газогидратных пластах, в частности, при гидродинамическом моделировании газогидратного Мессояхского месторождения.

Аппробация результатов:

- 58-я Научная конференция МФТИ, Метод опорных операторов для трехмерного моделирования процессов флюидодинамики на высокопроизводительных системах, г. Долгопрудный, Россия, 23-28 ноября, 2015.
- XVIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям, Расщепление по физическим процессам в некоторых задачах флюидодинамики с гидратосодержащими пористыми средами, г. Иркутск, 21-25 августа, 2017.
- Seventh Conference on Finite Difference Methods: Theory and Applications, About free-volumetric approximation of a piezoconductive medium with gas hydrate inclusions, Lozenetz, Bulgaria, 2018.
- Seventh Conference on Finite Difference Methods: Theory and Applications, Completely conservative difference schemes for simultaneous calculations of thawed hydrated zone and piezoconductive medium with gas hydrate inclusions, Lozenetz, Bulgaria, 11-16 June, 2018.
- Seventh Conference on Finite Difference Methods: Theory and Applications, Modeling of fluidodynamic processes in a porous medium with gashydrate deposits, Lozenetz, Bulgaria, 11-16 June, 2018.

Личный вклад автора. Все основные результаты получены соискателем самостоятельно. На совместный материал в работе даны ссылки. С научным руководителем Повещенко Юрием Андреевичем обсуждены постановки задач, выполнен анализ системы уравнений и проведено обсуждение результатов вычислительных экспериментов.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 8 работ в журналах [11, 17-23], входящих в Перечень рецензируемых научных

изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией для опубликования основных научных результатов диссертаций, или входящих в одну из международных баз данных и систем цитирования Scopus, Web of Science:

- Дмитриевский А.Н., Каракин А.В., Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И., Рагимли П.И. Гидродинамическое моделирование гидратного месторождения. Журнал Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. № 2. С. 30-35, 2017.
- Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И., Бойков Д.С., Гасилова И.В. Модель флюидодинамики в пористой среде, содержащей газогидраты. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 119, 17 с., 2016.
- Попов И.В., Повещенко Ю.А., Поляков С.В., Рагимли П.И. Об одном подходе к построению консервативной разностной схемы для задачи двухфазной фильтрации. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 69, 12 с., 2017.
- Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Казакевич Г.И., Гасилова И.В. Использование расщепления по физическим процессам для численного моделирования диссоциации газовых гидратов. Математическое моделирование. том 29, №7, с. 133-144, 2017.
Перевод: Rahimly P.I., Poveshchenko Yu.A., Rahimly O.R., Podryga V.O., Kazakevich G.I., Gasilova I.V. The use of splitting with respect to physical processes for modeling the dissociation of gas hydrates. Mathematical Models and Computer Simulations, v. 10, № 1, p. 69-78, 2018.
- Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Об одном подходе свободно-объемной аппроксимации пьезопроводной среды с газогидратными включениями. Mathematica Montisnigri, т. 40, с. 68–89, 2017.

- Рагимли П.И., Шарова Ю.С., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Гасилова И.В., Попов С.Б., Повещенко Ю.А. Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. № 39. 27 с., 2018.
- Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли О.Р., Попов С.Б. Моделирование процессов совместной фильтрации в талой зоне и пьезопроводной среде с газогидратными включениями. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, № 40. 32 с., 2018.
- Poveshchenko Yu.A., Podryga V.O., Rahimly P.I., Sharova Yu.S. About one discrete model of splitting by the physical processes of a piezoconductive medium with gas hydrate inclusions. Journal of Physics: Conference Series (JPCS), v.946, p.012077. 2018.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 139 страниц, включая 26 рисунков и 8 таблицы. Список литературы включает 134 наименования.

Благодарности

Хочу выразить глубокую признательность д.ф.-м.н., проф. В.А. Гасилову и моему научному руководителю д.ф.-м.н. Ю.А. Повещенко за доброжелательное отношение, ценные обсуждения и помощь в работе.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ГАЗОГИДРАТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НА СЕГОДНЯШНИЙ ДЕНЬ В МИРЕ

Данная глава посвящена, в основном, литературному обзору по газогидратной тематике с момента ее зарождения и до настоящего времени. Приводятся основные сведения о газовых гидратах и справочные данные, которые используются при решении поставленных в работе задач. Рассматриваются работы других исследователей в выбранном автором направлении.

1.1 Газовые гидраты: строение, образование, свойства

Гидраты углеводородных газов представляют собой твердые кристаллические соединения-включения – клатрат. Они формируются при определенных термобарических условиях путем заполнения молекулами газа пустот кристаллической решетки, образованной молекулами воды с помощью водородных связей. Данные соединения относятся к нестехиометрическим – переменного состава – и характеризуются общей формулой $M \cdot nH_2O$ ($n \geq 5,67$), где M – молекула газа-гидратообразователя [24]. По внешнему виду газовые гидраты напоминают собой снег или рыхлый лед.

В зависимости от числа молекул воды в гидрате различают структуру I ($n = 5,75$) и структуру II ($n = 5,667$). Сравнительно недавно было открыта третья газогидратная структура – «структура H» (Hexagonal – шестиугольный) [25]. Исторический обзор открытия и исследования соединений газовых гидратов подробно представлен в работе [24]. Помимо индивидуальных гидратов также известны двойные и смешанные, в состав которых входят несколько газов. Самыми распространенными газами-гидратообразователями являются метан, этан, пропан, изобутан, азот, двуокись углерода, сероводород. В настоящее время известно более 150

веществ, способных образовывать газовые гидраты, многие из них находят широкое практическое применение [26].

Физико-химические свойства гидратов изучались в многочисленных работах [8, 9, 24, 27, 28]. Установлено, что теплота фазового перехода гидрата зависит от давления, температуры и состава газа и может варьировать в пределах 480-540 кДж/кг [27]. Теплопроводность и теплоемкость чистого гидрата соответственно равны 0,4 Вт/(м К) и 2700 Дж/(кг К). Плотность гидрата слабо изменяется с давлением и примерно равняется 900-920 кг/м³ [8].

Соединения такого типа имеют относительно малую область термодинамической устойчивости и крайне чувствительны к малейшим изменениям внешних параметров среды [29]. Экспериментально изучены условия образования гидратов индивидуальных компонентов природного газа [8, 9, 24, 27, 30] и получены эмпирические формулы, позволяющие производить расчеты образования с достаточной степенью точности. На основе экспериментальных данных получены графические и аналитические методы определения равновесных параметров гидратообразования, построены гетерогенные фазовые диаграммы, представляющие графически области существования гидратов конкретных газов. Типичная диаграмма этого вида приведена на рисунке 1.1 для системы H_2O - CH_4 – гидрата метана.

На представленной диаграмме гидрата метана кривая AB разделяет области существования льда и воды, характеризуя температуру замерзания водного раствора. Кривая DO является границей области существования смесей газ-гидрат (лед-гидрат) и газ-лед, а кривая CO – смесей газ-гидрат (вода-гидрат) и газ-вода. В квадрупольной точке O , где пересекаются три кривые, сосуществуют четыре фазы (вода, лед, гидрат, газ). Во всех случаях для систем газ-вода точка O располагается в окрестности $T = 273$ К. Линии DO и CO отвечают равновесным параметрам разложения газового гидрата [31].

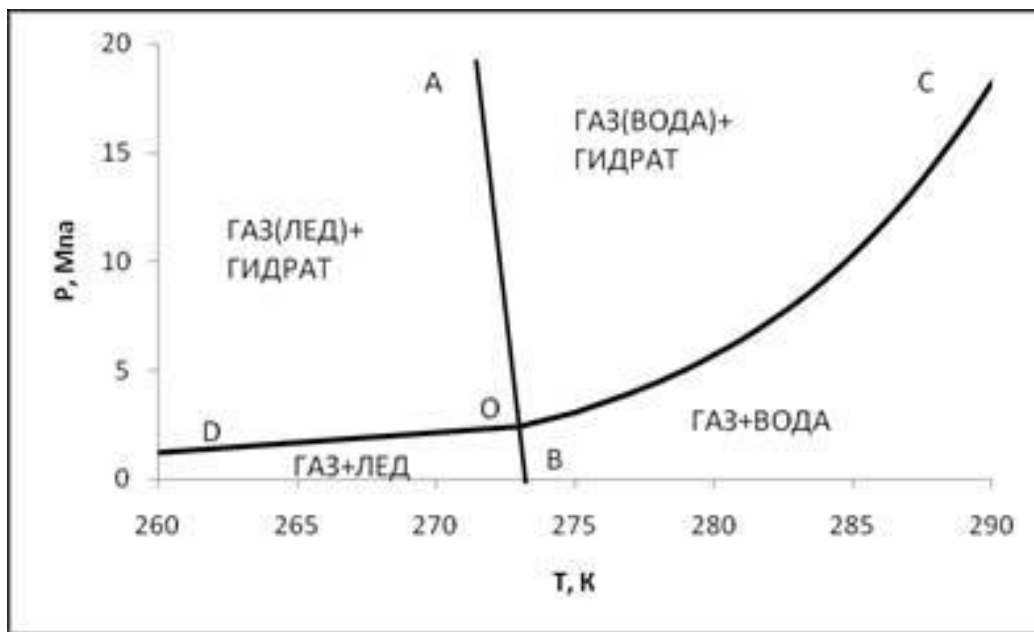


Рис. 1.1. Фазовая диаграмма равновесия двухкомпонентной смеси газ-вода в окрестности квадрупольной точки [31]

Наибольший практический интерес представляет равновесное состояние «газ-вода-гидрат». Равновесные параметры разложения гидрата описываются аналитическими зависимостями, например, следующего вида [32]:

$$\ln P = A - B/T, \quad (1.1)$$

A и B – эмпирические параметры, характерные для определенного газового гидрата и месторождения, при этом параметр B связан с энтальпией процесса разложения гидрата. В инженерной практике пользуются другой аппроксимацией, предложенной Г.В. Пономаревым [32]:

$$\frac{T}{T_0} = A \ln \frac{P}{P_0} + B, \quad (1.2)$$

где T_0 и P_0 – некоторые характерные константы; A и B – эмпирические коэффициенты. Аналитические формулы позволяют производить расчеты с достаточно степенью точности при решении инженерных задач. Соответствующие параметры широко представлены в литературе и руководствам по разработки газовых месторождений [24, 26, 33].

Влияние пористой среды на условия гидратообразования исследовалось многими авторами. Было установлено, что в пористой среде температура образования гидратов ниже температуры образования гидратов со свободной водой при одинаковых давлениях [8]. В исследованиях [34] и [35] была предложена математическая модель, позволяющая прогнозировать условия гидратообразования в пористой среде. Данная аналитическая методика расчета основана на термодинамической модели Ван дер Ваальса и Плату с учетом капиллярных сил и уравнения состояния газа. В выведенном уравнении пористая среда задавалась двумя параметрами: логарифмически нормальным распределением размеров пор и общим объемом пор. Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов показало их хорошее согласование.

Значительное влияние на равновесные кривые оказывает соленость поровой воды. Наиболее представительные сведения о данном эффекте получены в работах [36, 37], где описано проведение экспериментов с дистиллированной водой и раствором NaCl. Наличие соленой воды в пористой среде увеличивает равновесное давление гидратообразования по сравнению с давлением для чистой воды. Образование гидратов в пористой среде при наличии соленой воды происходит намного быстрее, чем в присутствии дистиллированной. Количество газа, перешедшего в гидрат из соленого раствора, превышает количество газа при образовании гидрата из дистиллированной воды.

При расчете теплоемкости и теплопроводности гидратонасыщенных сред допускается использовать аддитивную схему с учетом составляющих компонентов [27]. В работе [38] на основе экспериментальных работ выведена следующая формула расчета теплопроводности гидратосодержащей породы:

$$\lambda = (\sqrt{S_H} + \sqrt{S_W})(\lambda_{sw} - \lambda_{sd}) + \lambda_{sd},$$

где S_H , S_W – насыщенность породы соответственно гидратом и водой; λ_{sw} – теплопроводность водонасыщенной породы; λ_{sd} – теплопроводность сухой породы. Теоретическое обоснование представленной формулы авторами не предложено.

Проницаемость пористых сред, насыщенных гидратами, подробно изучались А.С. Схаляхо и А.Ф. Безносиковым. Так, в работах [39-41] описаны проведенные экспериментальные исследования проницаемости для газа при фильтрации через гидратонасыщенные пористые среды.

Фильтрационные свойства гидратонасыщенных пород по воде изучались также В.А. Ненаховым [42]. В результате получены выводы, из которых следует, что фильтрация воды через гидратонасыщенные среды характеризуется «кажущимся» градиентом давления и может быть описана как фильтрация вязкопластического тела.

Заслуживает внимания работа [43], где описывается эксперимент по фильтрации воды через гидратонасыщенный керн, поднятый с исследовательской скважины Маллик 2Л-38 (Канада). Первоначально проницаемость по воде насыщенного керна составляла 1-2 мД, после вымыва глинистых частиц бурового раствора она приближалась к 5-7 мД. После разложения гидратов проницаемость равнялась 7-17 мД.

Предложено несколько аналитических подходов к оценке степени ухудшения проницаемости с ростом гидратонасыщенности. На основе классической формулы Козени, связывающей изменение пористости с проницаемостью, были получены зависимости абсолютной проницаемостью от насыщенностью пор гидратами [44], а также проницаемостью для газа от гидратонасыщенности (в предположении, что вода неподвижна) [45].

1.2 Подходы к моделированию процессов образования и разложения газовых гидратов

Процесс добычи газа из газогидратного месторождения сопровождается фазовым переходом твердого гидрата – его диссоциацией на газ и воду – с поглощением большого количества тепла. Основными способами разложить гидрат на газ и воду непосредственно в пласте являются понижение давления ниже равновесного, тепловое воздействие, комбинация теплового и депрессионного методов и закачка ингибиторов. Также предлагаются методы электромагнитного и акустического воздействия [46-48].

Существует несколько методик и компьютерных программ, предназначенных для осуществления прогнозных расчетов показателей эксплуатации газогидратных залежей [49-52]. Кроме этого, известен ряд подходов для математического моделирования процесса разложения гидратов в пористой среде, а также расчетов извлечения газа как в одномерной постановке, так и в многомерной [49-51, 53-72].

Математическое моделирование подземных газовых гидратов имеет давнюю историю и осуществляется в разных направлениях. В ряде работ в одномерном случае путем введения упрощающих предположений задача приводится к автомодельному виду. В результате выбора соответствующих переменных система уравнений в частных производных преобразуется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений и исследуется аналитически и численно. Подобный подход использовался [73-77] и продолжает использоваться [31, 45, 78–82] для решения ряда задач.

В работе [73] рассматривается схема подвода тепла закачкой горячей воды под подошву гидратного пласта. В [74] на основе классической задачи Стефана были предложены математические модели разложения гидратов в пористой среде при депрессионном и тепловом воздействии и получены точные балансовые уравнения на фронте разложения.

Фильтрация газа рассматривалась в изотермической и баротропной постановке, также не учитывалось изменение равновесных условий гидратообразования в процессе истощения. В работе [76] рассматривается задача разложения гидрата аналогично классической задаче Стефана с резким фронтом разложения. Математическая модель с объемным характером разложения гидратов получила дальнейшее развитие в [45]. Книга [78] содержит изложение результатов математического моделирования течения в пористых средах с фазовыми превращениями в месторождениях природного газа, содержащего газы гидраты. В [31] предложен алгоритм решения задачи неизотермической фильтрации пластовых флюидов в пористой среде с учетом фазовых превращений газовых гидратов, позволяющий установить степень влияния кондуктивного и конвективного переноса тепла, а также эффекта Джоуля-Томсона на характер распределения искомых параметров процесса.

Но в опубликованных работах не описывается подробно методика совместного решения систем уравнений, описывающих процессы в различных областях, каждая из которых характеризуется собственным набором сосуществующих фаз, а согласование вычислительных схем для них не является автоматическим процессом. Поэтому разработка отечественного математического и программного обеспечения для решения подобных задач является актуальной задачей.

Было показано, что для термодинамически непротиворечивой постановки задачи от предположения, что диссоциация гидрата происходит в узкой зоне подвижной границе, следует перейти к рассмотрению области объемных фазовых переходов [77]. Исследование автомодельных решений позволяет подробно и глубоко изучить некоторые модельные задачи, которые во многих случаях имеют и прямое практическое значение, например, для анализа работы скважин, но для расчета более сложных задач необходимо использование численных методов. В том числе это важно при исследовании одномерных задач в

более сложной постановке. Такие расчеты проводились в ряде работ ([83, 84] и др.). В настоящей работе предлагаются методы, основанные на расщеплении задачи на сатурационный и диссипативный блоки и использовании неявной схемы только для давления, что позволяет повысить скорость расчетов. Это особенно важно при развитии данного метода на двух- и трехмерный по пространству случай. Кроме того, они дают возможность проводить единый расчет задачи во всей плоскости P , T (в гидратной и талой зонах).

В качестве первого приближения при решении задач, относящихся к залежи в целом, в ряде работ были разработаны и использованы методы, основанные на уравнениях материального баланса для всей залежи, получаемые осреднением локальных уравнений в предположении постоянства параметров [54, 85–87]. В работе [88] разработана методика моделирования месторождения при помощи разбиения его на вертикальную цепочку блоков с взаимными перетоками. Путем сравнения с решениями, полученными при помощи численного моделирования на примере Мессояхского месторождения, было показано, что с помощью методов материального баланса в случаях не очень сложного геологического строения возможно получить удовлетворительные результаты для средних параметров залежи, таких, как среднее пластовое давление, запасы газа, количество газа, выделившегося при разложении газогидратов [17]. В то же самое время все локальные процессы, в частности, результаты воздействия непосредственно в окрестности скважин, следует изучать с помощью трехмерных моделей с учетом неизотермичности процессов.

В основе методов численного моделирования флюидодинамических процессах в газогидратных залежах лежат те или иные способы дискретизации уравнений механики сплошной среды, описывающих динамику многофазных потоков в пористых материалах. Важную роль здесь играют замыкающие соотношения, такие, как уравнения состояния

жидкости, газа и гидрата, кривые фазовых равновесий, уравнения кинетики распада гидрата. Ряд теоретических и экспериментальных исследований связан с изучением этих вопросов, в том числе для использования полученных данных в численном моделировании. Например, этому посвящена значительная часть статей из посвященного газовым гидратам номера журнала [89].

Основу кинетических моделей диссоциации гидрата составляет уравнение Кима и Бишной [66], связывающее количество выделившегося газа из гидратов с изменением термодинамических параметров – давления и температуры. Задача о разложении гидрата в этом случае сводится к системе уравнений с дополнительными источниками массы в правой части [90]. Так как численные методы решения такой системы хорошо известны [15], эта модель получила широкое распространение за рубежом [91-93]. На ее базе создаются вычислительные комплексы для расчета флюидодинамики в пласте с учетом кинетических моделей диссоциации гидратов. В мире разработано несколько вычислительных комплексов для расчета флюидодинамики в пласте с учетом газогидратов, например CMG STARS, STOMP-HYD, TOUGH+HYDRATE, разработанный Lawrence Berkeley National Laboratory, США, MH21-HYDRES [94], созданный в рамках национальной гидратной программы в Японии при содействии научных и коммерческих организаций и др. Они основаны на использовании вычислительных комплексов для решения обычных задач подземной гидрогазодинамики с включением блоков, соответствующих термодинамике гидрата. Эти методы, разработанные ранее, продолжают модернизироваться и дополняться новыми блоками, позволяющими исследовать более сложные задачи, включить в анализ деформационные свойства пластов дополнительные фазы и другие элементы физики пластовых систем.

Получаемые разработки используются при математическом моделировании конкретных газогидратных залежей.

Следует отметить обзор [95], опубликованный в специально посвященном газовым гидратам выпуске журнала [91]. Gas Hydrates and Applications. Edited by Praveen Linga, Matthew A. Clarke and Peter Englezos. В этом обзоре отражено состояние математического моделирования гидратной флюидодинамики в пласте, а также методов расчета кинетики образования и диссоциации газовых гидратов на начало 2016 года. С того времени происходило накопление практики применения и дальнейшее применение этих методов, так и их развитие. Например, вычислительный комплекс CMG STARS применялся к расчету газогидратов в районе Аляски в работах [96, 97].

В работе [98] использованы программные комплексы TOUGH+Hydrate совместно с FLAC3D для расчета влияния разработки гидратов на активизации разломов.

В Норвегии продолжается развитие метода RetrasoCodeBright (RCB) [99], [100].

Создаются новые методы, например, в Германии – SUGAR на основе PetroMod® [101] с добавлением нового 2-D / 3-D модуля моделирования биогенной генерации метана из органических веществ и образования газовых гидратов. В комплекс включаются программы, описывающих физические, термодинамические и кинетические свойства газовых гидратов, а также кинетический модель континуума для биогенной генерации метана.

Производится расширение возможностей программного комплекса COMSOL, основанного на методе конечных элементов, для его применения к термо-гидро-механико-химическому моделированию газогидратов в осадочных бассейнах [102].

Методы основаны на разных подходах, каждый из которых имеет определенные преимущества и недостатки. Для их сравнения на базе The National Energy Technology Laboratory (NETL) и The U.S. Geological Survey (USGS) (США) проводятся международные исследования [103].

Сопоставление характерных времен моделируемых процессов в ряде экспериментов, связанных с изучением кинетики разложения гидратов в пористой среде, показывает, что характерное время разложения гидратов составляет $10^2 - 10^4$ секунд, тогда как процесс разработки газогидратного месторождения длится годами ($10^6 - 10^8$ секунд). Отсюда можно сделать вывод, что в реальных условиях кинетика не будет оказывать существенное влияние на диссоциацию гидрата в пористой среде. Таким образом, наиболее адекватными с физической точки зрения являются математические модели, основанные на балансовых соотношениях в предположении о равновесном характере процесса диссоциации газовых гидратов.

Ряд работ посвящен изучению систем, включающих в себя, помимо газового гидрата, лед. Это делается с целью исследования широкого комплекса проблем, связанных с разработкой газогидратных залежей в условиях вечной мерзлоты, а также с возможностью образования льда в процессе диссоциации гидрата за счет сильного снижения температуры [78].

1.3 Возможности разрабатываемой методики моделирования

Очевидно, что в настоящее время в мире разработка новых методов математического моделирования газовых гидратов и дальнейшее развитие уже существующих вызывает большой интерес.

Как уже было отмечено, в публикуемых работах (см. выше) не описывается подробно методика совместного решения систем уравнений, описывающих процессы в различных областях, каждая из которых характеризуется собственным набором сосуществующих фаз, а согласование вычислительных схем для них не является тривиальным автоматическим процессом. К тому же в большинстве методов используется регулярная сетка, что заставляет прилагать дополнительные усилия при их применении в регионах сложного геологического и

литологического строения. Поэтому разработка отечественного математического и программного обеспечения для решения подобных задач является актуальной задачей.

Ввиду того, что характерное время разложения гидратов на несколько порядков меньше времени разработки газогидратного месторождения и влияние кинетических процессов на диссоциацию гидратов мало, среди многообразия предложенных математических моделей наиболее подходящие с физической точки зрения представляются модели, основанные на балансовых соотношениях в предположении о равновесном характере процесса диссоциации газовых гидратов. Математическая модель многофазной фильтрации, развиваемая в данной работе, относится к данному классу моделей.

Разрабатываемая математическая модель и ее компьютерная реализация открыты к расширению в разных направлениях. С сохранением общей методики, на их основе можно строить модели, включающие в себя деформационные и прочностные свойства пористой среды, наличие новой фазы, например, льда, газа, запертого в микроканалах пористой среды газогидратами и т.д. Это дает возможность применять методику для эффективного расчета более общего класса задач. В связи с этим разрабатываемая методика оказывается в центре широкого круга проблем, связанных с исследованием газогидратов, представленных в отечественной литературе за 2016 год в ряде работ, например [104], где развивается подход к математической модели диссоциации гидрата в пористой среде с учетом выделения газа из микроканалов пористой среды, содержащих свободный газ. Имеются работы, где с использованием математических моделей тепловлагодпереноса исследуется влияние изменений климата на устойчивость газовых гидратов в зонах вечной мерзлоты [105], где исследуются газовые выбросы, в частности, в районе Ямала. Показано, что одним из их источников может являться распад газовых гидратов в зоне многолетнемерзлых пород при увеличении температуры за счет

современных климатических изменений [106], где в рамках общей эволюции субаквальных мёрзлых пород в донных отложениях шельфа морей Восточной Арктики исследуется изменение зоны стабильности гидратов метана.

Применение разрабатываемых в проекте методов к подобным задачам может повысить эффективность их решения.

В работе [107] моделирование разработки проводилось с помощью термогидродинамического симулятора ECLIPSE 300 при допущении, что залежь не выходит из термодинамической области стабильности гидратов, т.е. истощается только газовая фаза и месторождение разрабатывается как низкотемпературная водоплавающая газовая залежь.

Применение разрабатываемой методики может позволить решать подобные задачи с выходом из термодинамической области стабильности гидратов, и учесть газ, выделяющийся при диссоциации гидратов.

Анализ задач, возникающих при изучении газогидратов, в частности, подробно рассмотренных в работе [3], показывает, что для решения значительной их части разработанные методы могут оказаться полезными.

Для построения математических моделей гидратной флюидодинамики необходимо определение термодинамики и кинетики газовых гидратов, чему посвящено значительное количество работ [108], где дан обзор газо-жидкостных равновесий при формировании газовых гидратов и фазовых равновесий гидратов [109], где рассматривается термодинамика и кинетика взаимодействия фаз и способы воздействия на них [110], где исследуется кинетика гидратообразования углекислого газа в пористых средах с солью и без [111], где проведено экспериментальное и численное исследование кинетики молекулярного обмена системы «гидрат-гость».

В ряде работ исследовано влияние гидратов на механические и фильтрационные свойства пласта [112], где представлена модель снижения водопроницаемости гидратоносных отложений с учетом капиллярного

эффекта в зарождении гидратов. Рассмотрены случаи зернового покрытия и пор. Модель разработана на основе метода решеточных уравнений Больцмана. [113], где на основе метода дискретных элементов предложен численный метод моделирования для изучения недренированного сдвига песка, содержащего диссоциированные гидраты газа.

В некоторых работах исследуются частные задачи диссоциации гидратов, например, в работе [114], исследуется двумерная радиально-симметричная задача. Уравнения были решены посредством ортогональной коллокации и метода конечных элементов, и результаты сравнивались. В работе [115], проведено моделирование диссоциации газовых гидратов, вызываемой повторяющимися тектоническими поднятиями.

Значительное внимание уделяется применению методов молекулярной динамики к математическому моделированию газовых гидратов, что подробно разобрано в обзоре [116].

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1

Одним из главных направлений в газогидратной тематике на сегодняшний день является разработка средств компьютерного моделирования процессов, происходящих при образовании и диссоциации газогидратов, как при разработке газогидратных залежей, так и при транспортировке газа в газопроводах. Для создания таких средств, очевидно, необходима разработка соответствующих математических моделей и эффективных вычислительных алгоритмов.

Методы, предлагаемые в данной работе, основаны на расщеплении физико-математической модели на сатурационный и диссипативный блок, что позволяет использовать неявную схему только для давления, и обеспечивает повышение скорости метода, особенно в его развитии для двух и трехмерного случая. Кроме того, они дают возможность проводить единый расчет всей задачи во всей плоскости P, T . Разрабатываемая

математическая модель и ее компьютерная реализация допускают расширение в разных направлениях. С сохранением общей методики, на их основе можно строить модели, включающие в себя деформационные и прочностные свойства пористой среды, наличие новой фазы, например, льда, газа, запертого в микроканалах пористой среды газогидратами и т.д. Все это дает возможность применять разработанную методику для эффективного расчета более общего класса задач.

Представленный в главе анализ актуальных работ в области математического моделирования газогидратной флюидодинамики в пористой среде показывает, что проводимые в данной работе исследования соответствуют основным направлениям развития данной области науки и находятся на уровне не ниже мирового.

ГЛАВА 2. МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАСТОВЫХ ФЛЮИДОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ

В данной главе рассматриваются физическая и математическая модели фильтрации флюидов в пористых средах при наличии газовых гидратов. Определяется исходная система уравнений, проводится ее расщепление на функциональные блоки для дальнейшего применения эффективных алгоритмов решения. Исследуются свойства уравнений, дается метод их решения.

2.1 Физическая модель флюидодинамики

Добыча газа из гидратонасыщенных залежей происходит за счет фазового перехода гидрата – его диссоциации на жидкость и газ (так называемое, растепление гидрата). Такой фазовый переход сопровождается рядом сложных физико-химических процессов. Диссоциация газового гидрата происходит в следствие повышения температуры, снижения давления, закачки ингибиторов, а также с помощью других механизмов и их комбинациях. Диссоциация гидратов в пластах при разработке газовых месторождений обычно инициируется падением давления в пласте или за счет подвода тепла [57]. Образование гидратов происходит при нагнетании газа в пористый пласт, заполненный в исходном состоянии газом и водой.

2.1.1 Влияние давления

С момента открытия существования газовых гидратов активно исследовалось строение данных соединений. Последовательную историю открытий и подробное описание структур клатратных соединений можно найти в различных литературных источниках, например [8, 28, 29, 117-120].

Тетраэдрическая координация и гибкость Н-связи по длине и углу позволяют строить из молекул воды рыхлые и близкие по энергии структуры. Наиболее устойчивой структурой при нормальных условиях, из которых наиболее устойчивой при обычных условиях является структура льда *Ih* (обычный лед). При небольших искажениях длины Н-связей и углов между ними может сравнительно с небольшими потерями энергии образоваться еще ряд структур, как более плотных, чем лед *Ih* (льды высокого давления), так и более рыхлых (клатратные каркасы). Эти каркасные структуры в большинстве своем имеют полиэдрическое строение. Самым выгодным полиэдром является пентагондодекаэдр, так как угол в нем между Н-связями (108°) мало отличается от тетраэдрического и даже ближе к валентному углу в $104,5^\circ$, характерному для молекул воды в свободном состоянии. В клатратных каркасах D-полость сочетается с энергетически менее выгодными полостями. Из них наиболее часто встречаются 14- и 16-гранные полости, реже – 15- и 20-гранники с 12 пентагональными и 2, 4, 3, 8 гексагональными гранями соответственно. Эти полости часто условно называют большими полостями в отличие от додекаэдра и D'-полости, называемых малыми полостями (рис. 2.1, табл. 2.1) [29].

На сегодняшний день известно более полутора десяткой каркасов клатратных соединений [119], среди которых в газовых гидратах найдены клатратные каркасы типа КС-I, КС-II, ГС-III и ТС-I, информация о которых дана в таблице 2.1.

Благодаря тетраэдрической координации вода способна строить близкие по энергии структуры, стабильной из которых будет та, чьи полости наилучшим образом соответствуют размерам молекул-гостей.

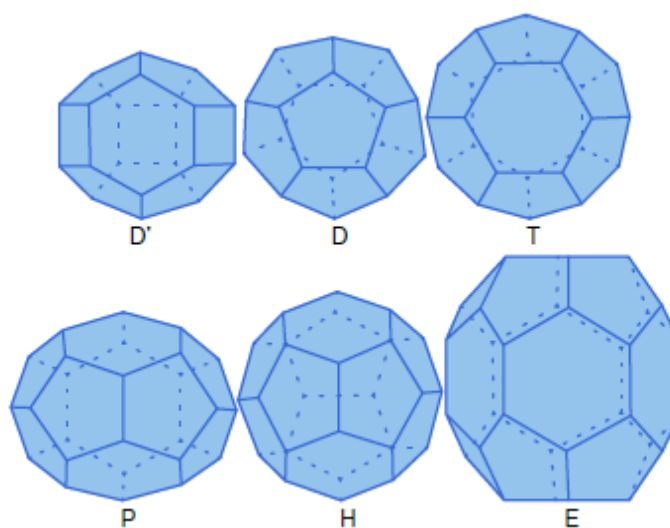


Рис. 2.1. Полости-многогранники в водных клатратных каркасах (в вершинах многогранников расположены центры атомов кислорода, ребро является водородной связью; взаимосвязь между числом вершин (V), граней (F) и ребер (E) в выпуклых многогранниках дается формулой Эйлера: $V + F = E + 2$) [29]

Таблица 2.1. Типы полостей-полиэдров в водных клатратных каркасах [29]

Полость	Число вершин	Число ребер	Число граней*	Свободные диаметры полостей	Объем многогранника, Å^3
D (12- эдр)	20	30	$12(5^{12})$	5,2	168
T (14- эдр)	24	36	$12(5^{12}6^2)$	5,32**	230
P (15- эдр)	26	39	$15(5^{12}6^3)$	6,4 6,1**	260
H (16- эдр)	28	42	$16(5^{12}6^4)$	7,0 6,6	290
E (20- эдр)***	30	54	$20(5^{12}6^8)$	9,6** 7,3	

Важной особенностью водных клатратных каркасов является то, что они состоят из двух типов полостей: больших и малых, причем для стабильности структуры (при не очень низких температурах) большие полости должны быть заняты практически полностью, в то время как малые могут быть полностью вакантны. Поскольку в различных гидратных структурах отношение малых полостей к большим варьируется в широких пределах ($2 > Rt > 0$) (в тех случаях, когда малые полости остаются вакантными), то коэффициенты упаковки образующихся гидратов для разных структур будут значительно отличаться друг от друга: $0,47 < k < 0,60$ ($k = \sum v_i / V$, $\sum v_i$ - суммарный объем всех молекул, составляющих фазу с объемом V). Таким образом, согласно уравнению Клаузиуса–Клапейрона ($\frac{dT}{dp} = \frac{T \cdot \Delta V}{\Delta H}$), где T – абсолютная температура, ΔV и ΔH – изменение объема и энтальпии в реакции разложения гидрата), поведение гидратов под давлением тоже будет разное – от дестабилизации гидратов КС-II со стехиометрией 1 : 17 (например, для гидратов ТГФ \times $17\text{H}_2\text{O}$ $dT/dp = -2,5$ К/кбар, $k = 0,485$, где ТГФ - тетрагидрофуран) до существенной стабилизации для гидратов КС-I (например, для $\text{C}_2\text{H}_4\text{O} \times 6,7\text{H}_2\text{O}$ $dT/dp = 7,0$ К/кбар, $k = 0,537$). Если же в двойном гидрате КС-II каждый гость заполняет соответствующую ему полость, то, поскольку комплементарность в этом случае выше, еще выше становятся и коэффициент упаковки, и dT/dp (например, для гидрата ТГФ \times $0,5\text{Pr}_4\text{NF} \times 16\text{H}_2\text{O}$ $dT/dp = 10$ К/кбар, $k = 0,591$). В структуре этого гидрата большие Н-полости заняты средними по размеру молекулами тетрагидрофурана, а малые полости (точнее, их комбинацию – D_4) занимают катионы тетрапропиламмония [29].

2.1.2 Фазовые диаграммы

На рис. 2.2 изображена P, T -фазовая диаграмма системы метан – вода: a – в интервале до 250 бар и b – в интервале до 15 кбар, которая показывает области устойчивости гидратов метана.

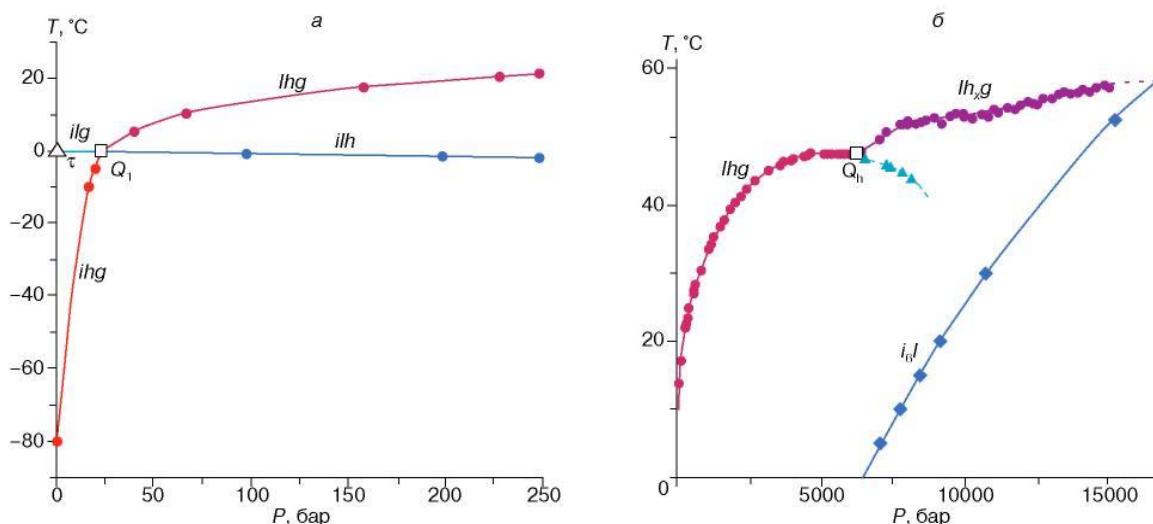


Рис. 2.2. P, T-фазовая диаграмма системы метан – вода; *a* – в интервале от 0 до 250 бар; *б* – в интервале от 0 до 15 кбар. Q_1 – четырехфазное невариантное равновесие (*ilh*), Q_h – четырехфазное невариантное равновесие (*lhh_xg*), где *i* – лед, *l* – жидкая водная фаза, *h* и *h_x* – гидратные фазы КС-I и неизвестной структуры соответственно, *g* – газовая (флюидная) фаза (фазы расположены в порядке возрастания в них содержания метана); τ – трехфазное невариантное равновесие (*ilg*) в унарной системе вода; ∇ – разложение гидрата *h* при P, T-условиях, где он метастабилен [29]

Как видно на рис. 2.2*a*, гидрат, образующийся при небольших значениях давления, оказывается устойчивым, если термобарические условия расположены справа снизу от линий **трехфазных** моновариантных равновесий (*ihg*, *lhg*, *ilh*). Таким образом, если созданы условия, отвечающие такой области устойчивости, то гидрат рано или поздно образуется (при достаточном количестве газа и воды). При очень высоких давлениях, поскольку сжимаемость флюидных фаз выше, чем твердой гидратной, наступает момент, когда объем гидратной фазы и фазы продуктов разложения становится одинаковым и, следовательно, кривая разложения гидрата (*lhg*) проходит через максимум ($T=47,7^{\circ}C$ при $P=5$ кбар). При достижении точки Q_h наблюдается излом на кривой разложения гидрата, что трактуется как образование нового гидрата h_x , состав и структура которого в настоящее время неизвестны. Но так как трудно предположить между метаном и водой какие-либо взаимодействия, кроме

ван-дер-ваальсовых, то можно полагать, что это соединение имеет также клатратную природу. Новый гидрат несколько более плотный, чем гидрат КС-I (h), однако, по всей вероятности, менее плотный, чем автоклатратный лед VI (i_6). Поэтому можно допустить (см. рис. 2.2б), что где-то при давлении 17 кбар линия плавления льда VI (i_6l) пересечет линию разложения гидрата hx (lh_xg).

Нужно заметить, что очень часто в силу кинетических факторов и при создании необходимых термодинамических условий реакция образования гидратов сразу не протекает до конца и требует длительного времени. Разложение гидратов обычно происходит более легко, чем образование, но в случае гидратов углеводородов при температурах ниже 0°C в области относительно невысоких давлений, где они метастабильны (левее линии ihg), разложение происходит не сразу и гидраты могут храниться долгие годы за счет эффекта самоконсервации. Самоконсервация – это способность гидратов некоторых газов при температурах ниже 0°C находиться в метастабильном состоянии. Это объясняется эффектом самоконсервации, заключающимся в том, что при разложении газогидраты покрываются коркой льда, которая предохраняет их от дальнейшего разложения. Это важное для жизни планеты явление [29].

В настоящей работе рассмотрены области **трехфазная зона lhg** (где есть гидрат, свободная вода и газ) и **талая зона**, выше этой области (где есть свободная вода и газ), в случае, когда температура положительная.

2.2 Математическая модель флюидодинамики

В основе математического описания процессов диссоциации газовых гидратов в пористой среде лежат уравнения механики сплошной среды, выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии, дополненные фазовыми равновесными соотношениями [13, 53, 78]. Математическая модель должна включать в себя описание различных процессов:

диффузионный и конвективный теплоперенос, «растепление» газового гидрата (оттаивание, размораживание гидратов, сопровождающееся диссоциацией на газ и воду), многофазную фильтрацию его компонентов, скачки удельных объемов и масс при фазовом превращении, эффект Джоуля-Томпсона и пр.

2.2.1 Основные уравнения для трехфазной и талой зон

Для **трехфазной** зоны исходные уравнения неразрывности (уравнения баланса массы флюидов - воды и газа в свободном и связанном состояниях) могут быть записаны в следующей дивергентной форме (для воды и газа, соответственно):

$$\frac{\partial}{\partial t} \{m(S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w)\} + \text{div}[\rho_w \mathbf{V}_w] + q_w = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{m(S_v (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_v) \rho_v (1 - \beta_w))\} + \text{div}[\rho_g \mathbf{V}_g] + q_g = 0. \quad (2.2)$$

Уравнение баланса энергии имеет следующий дивергентный вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{m(S_v (S_w \rho_w \varepsilon_w) + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g)\} + (1 - S_v) \rho_v \varepsilon_v + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s + \\ + \text{div} \{ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g + P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \} + \text{div} \mathbf{W} + q_s = 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $\mathbf{W} = - \left(m(S_v (S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - S_v) \lambda_v) + (1 - m) \lambda_s \right) \nabla T$. Индексы g, w, v, s относятся к газу, воде, гидрату, скелету пористой среды; P – давление, T – температура, t – время, $m = m(\mathbf{r}, P)$ – пористость, \mathbf{r} – радиус-вектор, S_w – водонасыщенность, $S_g = 1 - S_w - v$ – газонасыщенность, v – гидратонасыщенность, $S_v = 1 - v$ – растепленность, β_w – массовая доля воды в гидрате, $\rho_l = \rho_l(P, T)$, $\varepsilon_l = \varepsilon_l(P, T)$, $\lambda_l = \lambda_l(P, T)$ – плотности, внутренние энергии, коэффициенты теплопроводности компонент ($l = g, w, v, s$), $\mathbf{V}_\alpha, q_\alpha$ – скорость фильтрации и плотность источников фазы $\alpha = w, g$.

Для скорости фильтрации жидкой и газовой фаз в пористой среде используется известный закон Дарси [12], являющийся традиционным для подобного класса задач поровой подземной гидродинамики. Согласно

этому закону скорости фильтрации воды и газа равны (приведен закон Дарси с учетом гравитации, но без учета капиллярных сил вода–газ):

$$\mathbf{V}_\alpha = -\frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla P - \mathbf{g} \rho_\alpha), \alpha = w, g, \quad (2.4)$$

где \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения, $k = k(\mathbf{r}, S_v, P)$ – абсолютная проницаемость (вообще говоря, это тензорная величина, в 3D пространстве), $k_{r\alpha} = k_{r\alpha}(S_w)$ – относительные фазовые проницаемости, $\mu_\alpha = \mu_\alpha(P, T)$ – вязкости воды и газа.

Систему уравнений (2.1), (2.2) при фиксированных значениях определяющих термодинамических переменных будем называть сатурационным блоком, имея в виду, что эти уравнения служат для определения влагонасыщенности S_w и растепленности S_v .

Следует понимать, что зависимость переменных от давления и температуры в зоне фазового равновесия в итоге сводится к зависимости от давления в силу соотношения фазового равновесия (термодинамического равновесия) [120]:

$$T = T_{dis}(P) = A \ln P + B, \quad (2.5)$$

где A и B – эмпирические константы.

Внутренняя энергия гидрата выражается через энергии составляющих его газа и воды следующим образом:

$$\beta_w i_w + (1 - \beta_w) i_g = i_v + h_{tr}, \quad (2.6)$$

где h_{tr} – скрытая теплота фазового перехода единицы массы гидрата,

$$i_l = \varepsilon_l + P / \rho_l \quad (2.7)$$

– энтальпия, $\varepsilon_l(P, T)$ – внутренняя энергия фаз, индекс $l \equiv g | w | v | s$ указывает фазу.

Отсюда получается выражение для внутренне энергии гидрата:

$$\varepsilon_v = \beta_w \varepsilon_w + (1 - \beta_w) \varepsilon_g + P \left(\frac{\beta_w}{\rho_w} + \frac{1 - \beta_w}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_v} \right) - h, \quad (2.8)$$

Для удельных (на единицу массы) энтальпий фаз также справедливо следующее соотношение:

$$di_l = c_{pl}(-k_{dl}dp + dT), \quad (2.9)$$

с так называемым коэффициентом дросселирования

$$k_{dl} = \frac{1}{c_{pl}} \left[T \left(\frac{\partial V_l}{\partial T} \right)_p - V_l \right].$$

Здесь индекс « p » у скобок означает, что частная производная по температуре берется при постоянном давлении: c_{pl} и $V_l = \frac{1}{\rho_l}$ – удельные теплоемкости (при постоянном давлении) и объемы фаз. В частности, для газовой фазы с уравнением состояния

$$\rho_g = \frac{P}{z_g RT} \quad (2.10)$$

справедливо следующее соотношение

$$k_{dg} = \frac{RT^2}{c_{pg}P} \frac{\partial z_g}{\partial T}, \quad (2.11)$$

что означает наличие эффекта Джоуля-Томсона ($k_{dg} \neq 0$) для неидеального газа с коэффициентом сверхсжимаемости z_g в изучаемых процессах неизотермической фильтрации, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса газа.

Запишем систему уравнений для **талой области**, в которой нет гидратов и $S_v = 1$.

Полагая растепленность $S_v = 1$, получим двухфазное уравнение в талой зоне. Уравнения неразрывности при $S_v = 1$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(mS_w\rho_w) + \text{div}[\rho_w \mathbf{V}_w] + q_w = 0, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(1-S_w)\rho_g) + \text{div}[\rho_g \mathbf{V}_g] + q_g = 0. \quad (2.13)$$

где

$$\mathbf{V}_\alpha = -\frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla P - \mathbf{g} \rho_\alpha), \alpha = w, g, \quad (2.14)$$

здесь $k = k(\mathbf{r}, P)$.

Уравнение баланса энергии для талой области записывается в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ m(S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - m) \rho_w \varepsilon_w \right\} + \\ & + \operatorname{div} \left\{ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g + P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right\} + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_\varepsilon = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

где $\mathbf{W} = -\left(m(S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - m) \lambda_s \right) \nabla T$.

Система уравнений (2.1) – (2.5) полностью описывает фильтрационные процессы в пористой среде с жестким скелетом, насыщенной газовыми гидратами, как при распаде, так и при образовании гидратов, в трехфазной зоне.

Аналогично, система уравнений (2.12) – (2.15) описывает фильтрационные процессы для талой зоны.

2.2.2 Сравнение с другими моделями

Приведенная выше задача (2.1) – (2.5), неформализованная краевыми условиями, является сложной квазилинейной системой уравнений математической физики смешанного типа. Численное решение подобной системы уравнений не является тривиальной задачей. Непосредственная аппроксимация исходной дивергентной совокупности балансов масс и энергий флюидов и каркаса пористой среде, насыщенной гидратом, явной по времени разностной схемой приводит к измельчающимся в процессе расчетов, неоправданно мелким шагам по времени [94].

На настоящий момент известно только одно исследование под руководством д.т.н., профессора Бондарева Э.А., сотрудника Института проблем нефти и газа СО РАН, в котором были получены результаты численных расчетов поставленной выше задачи. Имеет смысл провести сравнение математических моделей для верификации используемой в настоящей работе модели.

Перепишем уравнение энергии (2.3) с учетом энтальпии для воды и газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ m(S_v(S_w \rho_w (i_w - \frac{P}{\rho_w}) + (1 - S_w) \rho_g (i_g - \frac{P}{\rho_g}) + \right. \\ \left. + (1 - S_v) \rho_v (i_v - \frac{P}{\rho_v}) + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s \right\} + \\ + \operatorname{div} \left\{ \rho_w i_w \mathbf{V}_w + \rho_g i_g \mathbf{V}_g \right\} + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_\varepsilon = 0 \end{aligned} \quad (2.3')$$

Умножая уравнения неразрывности (2.1) и (2.2) на i_w и i_g , и вычитая их из уравнения (2.6'), получаем:

$$\begin{aligned} m S_v S_w \rho_w \frac{\partial i_w}{\partial t} + m S_v (1 - S_w) \rho_g \frac{\partial i_g}{\partial t} + m S_v \rho_v \frac{\partial i_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ (1 - m) \rho_s \varepsilon_s \right\} + \\ + \rho_w \mathbf{V}_w \nabla i_w + \rho_g \mathbf{V}_g \nabla i_g - \frac{\partial}{\partial t} \{ m P \} - (\beta_w i_w + (1 - \beta_w) i_g - i_v) \frac{\partial}{\partial t} \{ m (1 - S_v) \rho_v \} + \\ + \operatorname{div} \mathbf{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g) = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Учитывая (2.6) – (2.8) и принимая коэффициент дросселирования для воды равным нулю, получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \left(m S_v S_w \rho_w \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} + m S_v (1 - S_w) \rho_g c_{pg} \frac{\partial T}{\partial t} + m S_v \rho_v \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + (1 - m) \rho_s \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \right) + \\ - h \frac{\partial}{\partial t} \{ m (1 - S_v) \rho_v \} + \frac{\partial P}{\partial t} \left\{ m (-1 + S_v S_w + (1 - S_v) - S_v (1 - S_w) \rho_g c_{pg} k_{dg}) \right\} + \\ - k(S_v) \left[\rho_w c_{pw} \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \rho_g c_{pg} \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g} \right] \nabla P \nabla T + \\ + k(S_v) \rho_g c_{pg} \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g} k_{dg} (\nabla P)^2 + \operatorname{div} \mathbf{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g) = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Дальнейшее его преобразование с учетом (2.10) и (2.11) дает:

$$\begin{aligned} k_{dg} = \frac{RT^2}{c_{pg} P} \frac{\partial z}{\partial T} = \frac{1}{\rho_g c_{pg}} \frac{T}{z} \frac{\partial z}{\partial T}, \\ \eta = \frac{zRT}{c_{pg} P} \left(1 + \frac{T}{z} \frac{\partial z}{\partial T} \right) = \frac{1}{\rho_g c_{pg}} (1 + \rho_g c_{pg} k_{dg}). \end{aligned}$$

Здесь η - дифференциальный адиабатический коэффициент.

Проводя следующее преобразование части уравнения (2.17)

$$\begin{aligned} & m(-1 + S_v S_w + (1 - S_v) - S_v(1 - S_w)) \rho_g c_{pg} k_{dg} \\ & = m(1 - S_w) S_v (1 + \rho_g c_{pg} k_{dg}) = m(1 - S_w) S_v \eta \rho_g c_{pg}, \end{aligned}$$

получаем в итоге следующее выражение для уравнения энергии:

$$\begin{aligned} & (\rho c)_e - hm \rho_v \frac{\partial}{\partial t} \{ (1 - S_v) \} - m(1 - S_w) S_v \eta \rho_g c_{pg} \frac{\partial P}{\partial t} - \\ & - k(S_v) \left[\rho_w c_{pw} \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \rho_g c_{pg} \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g} \right] \nabla P \nabla T + \quad (2.3'') \\ & + k(S_v) \rho_g c_{pg} \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g} k_{dg} (\nabla P)^2 + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g) = \nabla((\lambda)_e \nabla T). \end{aligned}$$

Здесь $(\rho c)_e = (m S_v S_w \rho_w c_{Vw} + m S_v (1 - S_w) \rho_g c_{pg} + m S_v \rho_v c_{Vv} + (1 - m) \rho_s c_{Vs})$ -

эффективное значение объемной теплоемкости пористой среды, содержащей газ, гидрат и воды,

$(\lambda)_e = (m (S_w S_v \lambda_w + (1 - S_w) S_v \lambda_g + (1 - S_v) \lambda_v) + (1 - m) \lambda_s)$ - эффективная теплопроводность.

В исследованиях Бондарева Э.А. и его коллег [4, 120, 121] используется математическая модель авторов работы [122]. В ней учтены основные физические особенности процесса образования гидратов при добыче природного газа из насыщенного гидратом пласта ограниченного размера, такие как: реальные свойства газа, эффект Джоуля – Томпсона, совместное движение различных фаз, массовый обмен между газом, водой и гидратом. В данных работах рассмотрение выполнялось на примере модельной осесимметричной задачи о притоке газа к идеальной скважине в горизонтальном пласте. Кровля и подошва пласта теплоизолированы. Считалось, что доля теплопроводности в общем уравнении баланса переноса тепла перенебрежима мала по сравнению с конвекцией, поэтому в уравнении энергии кондуктивная составляющая была положена равной

нулю. В цилиндрических координатах полученная Бондаревым Э.А. система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & (\rho c)_e - m q \rho_h \frac{\partial v}{\partial t} - m(1 - v - \sigma) \left(1 + \frac{T}{z} \frac{\partial z}{\partial T} \right) \frac{\partial p}{\partial t} - \\
 & - k \left[\rho_w c_w \frac{f_w}{\mu_w} + \rho_g c_g \frac{f_g}{\mu_g} \right] \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g c_g \frac{f_g}{\mu_g} \frac{RT^2}{c_p p} \frac{\partial z}{\partial T} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = 0,
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

где $(\rho c)_e$ – эффективное значение объемной теплоемкости пористой среды, содержащей газ, гидрат и воду.

Представленное выше уравнение, таким образом, эквивалентно полученному в данной работе уравнению (2.3’’).

Уравнения фильтрации газа и воды в цилиндрических координатах имеют вид соответственно:

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left((1 - \sigma - v) \frac{p}{zT} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k(1-v)f_g}{\mu_g} \frac{p}{zT} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - m \rho_h \varepsilon R \frac{\partial v}{\partial t}, \tag{2.19}$$

$$m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k(1-v)f_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - m(1 - \varepsilon) \frac{\rho_h}{\rho_w} \frac{\partial v}{\partial t}. \tag{2.20}$$

Уравнения (2.18) – (2.20) замыкаются соотношениями для фазовых проницаемостей воды и газа, условием термодинамического равновесия для гидрата (2.5) и уравнением состояния для газа (2.10).

Для однозначного решения описанной выше системы уравнений задавались соответствующие начальные и граничные условия. Поставленная таким образом задача решалась методом конечных разностей. Для решения полученной нелинейной системы алгебраических уравнения на каждом временном слое использовался определенный алгоритм реализации метода простых итераций, подробно описанный в [4]. Метод показал быструю сходимость итерационного процесса, были получены представляющие реальный интерес данные об образовании гидратов вблизи забойных скважин, а также о зависимости гидратонасыщенности от времени и расстояния вдали от скважины.

Несмотря на то, что описываемом случае полное расщепление по физическим процессам произведено не было, тем не менее численное решение было получено методом прогонки. Это является важным достижением в данной области, так как все остальные исследования были посвящены исключительно поиску аналитического решения.

Однако, недорасщепленность системы уравнений влечет за собой ряд трудностей при счете: большое количество матричных переменных, счет разномасштабных процессов и, как следствие, отсутствие таких важных свойств матрицы, как самосопряженность и симметричность.

2.2.3 Расщепление. Уравнение пьезопроводности

Как уже отмечалось выше, поставленная задача (2.1) – (2.5) является сложной квазилинейной системой уравнений математической физики смешанного типа. Для математического исследования и численного решения в случае классической задачи двухфазной фильтрации в работе [12] применяется расщепление на два уравнения: уравнение относительно насыщенности одной из фаз и на уравнение для давления.

В рассматриваемой нами задаче также удастся провести подобное расщепление [6]. Рассмотрим для начала **трехфазную зону**.

Получившаяся система состоит из функционального блока, отвечающего за перенос процессов насыщения (2.1), (2.2) (в математическом плане – это гиперболичность в независимых переменных S_v, S_w на фоне фиксированных давлений P), и блока (2.21), описывающего диссипативные пьезопроводные процессы с учетом твердофазных включений.

$$\begin{aligned}
 & m\delta_\varepsilon \left\{ S_v \left[S_w \frac{(\rho_w)_t}{\rho_w} + (1 - S_w) \frac{(\rho_g)_t}{\rho_g} \right] + (1 - S_v) \frac{(\rho_v)_t}{\rho_v} + \frac{(m)_t}{m} \right\} + \\
 & + \frac{\psi}{m\rho_v} \left\{ m \left\{ S_v \left[S_w \rho_w (\varepsilon_w)_t + (1 - S_w) \rho_g (\varepsilon_g)_t \right] + (1 - S_v) \rho_v (\varepsilon_v)_t \right\} + [(1 - m) \rho_s \varepsilon_s]_t \right\} + \\
 & + \delta_\varepsilon DIG + \frac{\psi}{m\rho_v} DIG_\varepsilon = 0,
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

где

$$DIG = \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{V}_w) + \frac{1}{\rho_g} \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{V}_g) + \left(\frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_g}{\rho_g} \right), \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} DIG_\varepsilon &= \left[\operatorname{div}(\rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w) - \varepsilon_w \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{V}_w) \right] + \left[\operatorname{div}(\rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g) - \varepsilon_g \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{V}_g) \right] + \\ &\quad + \operatorname{div} \left[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right] + \operatorname{div} \mathbf{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g) = \\ &= \rho_w \mathbf{V}_w \nabla \varepsilon_w + \rho_g \mathbf{V}_g \nabla \varepsilon_g + \operatorname{div} \left[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right] + \operatorname{div} \vec{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g). \end{aligned} \quad (2.23)$$

При получении уравнения (2.21) при фазовом переходе были введены следующие неотрицательные множители:

– скачок удельного объема (на единицу массы)

$$\frac{\psi}{m\rho_v} = \left(\varphi - \frac{1}{\rho_v} \right) \geq 0, \quad \varphi = \frac{\beta_w}{\rho_w} + \frac{(1-\beta_w)}{\rho_g}; \quad (2.24)$$

– скачок удельной внутренней энергии (на единицу массы)

$$\delta_\varepsilon = \beta_w \varepsilon_w + (1-\beta_w) \varepsilon_g - \varepsilon_v \geq 0. \quad (2.25)$$

Здесь и далее $(\rho_v)_t \equiv \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$, $(\rho_w)_t \equiv \frac{\partial \rho_w}{\partial t}$, и т.д.

Выражение (2.21) есть основное пьезопроводно-диссипативное уравнение теории гидратов для определения давления P . Вводя коэффициент бароемкости гидратной системы:

$$\begin{aligned} D_p &= m\delta_\varepsilon \left\{ S_v \left[S_w \frac{(\rho_w)_p}{\rho_w} + (1-S_w) \frac{(\rho_g)_p}{\rho_g} \right] + (1-S_v) \frac{(\rho_v)_p}{\rho_v} + \frac{(m)_p}{m} \right\} + \\ &\quad + \frac{\psi}{m\rho_v} \left\{ m \left[S_v \left[S_w \rho_w (\varepsilon_w)_p + (1-S_w) \rho_g (\varepsilon_g)_p \right] + (1-S_v) \rho_v (\varepsilon_v)_t \right] + \right. \\ &\quad \left. + [(1-m) \rho_s \varepsilon_s]_p \right\}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

перепишем уравнение (2.21) в компактной форме:

$$D_p \frac{\partial P}{\partial t} + \delta_\varepsilon DIG + \frac{\psi}{m\rho_v} DIG_\varepsilon = 0. \quad (2.27)$$

Здесь переменные DIG и DIG_ε задаются соответственно соотношениями (2.22) и (2.23). В (2.28) берется полная производная по давлению вследствие соотношения фазового равновесия (2.5).

Оказалось, что полученное диссипативное гидратное уравнение содержит в своей структуре «термодинамические» блоки с некоторыми интегрирующими множителями $\psi/(m\rho_v)$ и δ_ε в виде скачков удельных (на единицу массы) объемов и внутренней энергии при фазовом переходе. Эти неотрицательные множители или их аддитивные компоненты, отсутствующие в исходной дивергентной форме записи уравнений (2.1) – (2.5), могут быть использованы как для физического анализа задачи, так и для численного выделения эволюционно устойчивых аппроксимирующих блоков численными методами (см. ниже).

Проведем вывод диссипативных уравнений для **талой области** (без гидратной области).

Из уравнений (2.12) - (2.15), исключая функцию S_w из-под знака производной по времени, получим уравнения, определяющие неизотермический процесс пьезопроводности в талой зоне.

Из уравнений массовых флюидобалансов (2.12), (2.13) следует:

$$\frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial t} (m\rho_w) + \frac{1-S_w}{\rho_g} \frac{\partial}{\partial t} (m\rho_g) + DIG = 0, \quad (2.28)$$

где

$$DIG = \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{V}_w) + \frac{1}{\rho_g} \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{V}_g) + \left(\frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_g}{\rho_g} \right). \quad (2.29)$$

Из уравнения баланса внутренней энергии системы (2.15) с учетом (2.12), (2.13) следует

$$m[S_w \rho_w \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} + (1-S_w) \rho_g \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial t}] + \frac{\partial}{\partial t} [(1-m) \rho_s \varepsilon_s] + DIG_\varepsilon = 0, \quad (2.30)$$

где

$$DIG_\varepsilon = \rho_w \mathbf{V}_w \nabla \varepsilon_w + \rho_g \mathbf{V}_g \nabla \varepsilon_g + \operatorname{div}[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + \operatorname{div} \mathbf{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g). \quad (2.31)$$

В уравнениях (2.28), (2.30) влагонасыщенность S_w уже не содержится под знаком дифференцирования по времени. Получившаяся система состоит из сатурационного (2.12) и диссипативного блоков (2.28), (2.30).

Таким образом, было произведено полное расщепление задачи для трехфазной и талой зон по физическим процессам для последующего численного решения связанной задачи.

2.2.4 Некоторые исследования гиперболических свойств сатурационного блока

Для выбора определенного метода численного решения связанной задачи приведем некоторые исследования свойств сатурационного блока [10].

Сатурационный функциональный блок (2.1), (2.2) на фоне «зафиксированной термодинамики», т.е. при фиксированных давлении P и температуре T обладает, в основном, гиперболическими свойствами. Термин «в основном» говорит о том, что строго это удастся доказать либо в отсутствии гравитации, либо при нахождении градиента давления $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x}$ вне интервала $(g\rho_g, g\rho_w)$. Это означает, что сеточные аппроксимации необходимо строить с учетом того, чтобы они соответствовали гиперболичности системы (если она имеет место) или просто допустимы в ее отсутствии. С другой стороны даже в «чисто гиперболическом» случае применение классических разностных схем (типа схемы Роя [123]), переносящих инварианты гиперболической системы уравнений вдоль характеристик, слишком громоздко в случае моделирования гидратных процессов. После теоретического анализа «чистой гиперболичности» сатурационного блока (из которого следует, что характеристики направлены в разные стороны – налево и направо)

представляется для непосредственного конструирования разностного алгоритма перейти в приближенную «диагонально-характеристическую» форму записи системы гиперболических уравнений. В этой форме оба инварианта понимаются упрощенно. Ими являются сами сатурации: растепленность S_v и водонасыщенность S_w , а их перенос вдоль характеристик связан, соответственно, со сносом вниз и вверх по потоку. Выбор потоковых знаков происходит отдельно для флюидокомпонент после выкладок, следующих ниже.

Из системы уравнений (2.1), (2.2) следует:

$$(S_v)'_t + \frac{k'_{sv}}{\psi} \left[\frac{k_{rw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w) + \frac{k_{rg}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g) \right] (S_v)'_x + \frac{k}{\psi} \left[\frac{(k_{rw})'_{sw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w) + \frac{(k_{rg})'_{sw}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g) \right] (S_w)'_x = \langle \dots \rangle, \quad (2.32)$$

$$(S_w)'_t - \frac{k'_{sv}}{mS_v\psi} \left[\frac{k_{rw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w)\psi_g - \frac{k_{rg}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g)\psi_w \right] (S_v)'_x - \frac{k}{mS_v\psi} \left[\frac{(k_{rw})'_{sw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w)\psi_g + \frac{(k_{rg})'_{sw}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g)\psi_w \right] (S_w)'_x = \langle \dots \rangle. \quad (2.33)$$

Здесь: запись $\langle \dots \rangle$ означает отсутствие в ней пространственно-временных производных от величин S_v и S_w ;

$$- \frac{\psi_g}{m\rho_v} = \frac{1 - \beta_w}{\rho_g} - \frac{1 - S_w}{\rho_v} \text{ при } S_w > S_{w\min};$$

$$- \frac{\psi_w}{m\rho_v} = \frac{\beta_w}{\rho_w} - \frac{S_w}{\rho_v} \text{ при } S_w < S_{w\max}.$$

Очевидно, что $\psi = \psi_w + \psi_g > 0$.

Поскольку потоково-характеристический анализ знаков потоков системы уравнений, аналогичной (2.1) – (2.5), но без гидратов (случай $S_v = 1$), содержит для инварианта S_w выражения, аналогичные $-(p'_x - g\rho_w)\psi_g$ и $-(p'_x - g\rho_w)\psi_w$, но без функций ψ_g и ψ_w , то условием сшивки гидратной и безгидратной областей течений являются требования

$$\frac{\psi_g}{m\rho_v} = \frac{1-\beta_w}{\rho_g} - \frac{1-S_w}{\rho_v} > 0 \text{ при } S_w > S_{w\min}, \quad (2.34)$$

$$\frac{\psi_w}{m\rho_v} = \frac{\beta_w}{\rho_w} - \frac{S_w}{\rho_v} > 0 \text{ при } S_w < S_{w\max}. \quad (2.35)$$

Требования (2.34), (2.35) с точки зрения покомпонентных скачков удельного (на единицу массы) объема при фазовом переходе могут быть проинтерпретированы следующим образом. При полном разложении единицы массы гидрата объем освободившегося газа должен быть больше $(1-S_w)$ -доли объема в гидратном льде. При полном разложении единицы массы гидрата объем освободившейся воды должен быть больше S_w -доли объема в гидратном льде.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} -\bar{k}_w &= \frac{k_{rw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w), \quad \bar{k}_g = \frac{k_{rg}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g); \\ -\bar{k}'_w &= \frac{(k_{rw})'_{sw}}{\mu_w} (p'_x - g\rho_w), \quad \bar{k}'_g = \frac{(k_{rg})'_{sw}}{\mu_g} (p'_x - g\rho_g), \end{aligned}$$

и перепишем систему (2.32), (2.33) в более компактной форме:

$$(S_v)'_t + \frac{k'_{sv}}{\psi} (\bar{k}_w + \bar{k}_g) (S_v)'_x + \frac{k}{\psi} (\bar{k}'_w + \bar{k}'_g) (S_w)'_x = \langle \dots \rangle, \quad (2.36)$$

$$(S_w)'_t - \frac{k'_{sv}}{mS_v\psi} (\bar{k}_w\psi_g + \bar{k}_g\psi_w) (S_v)'_x - \frac{k}{mS_v\psi} (\bar{k}'_w\psi_g + \bar{k}'_g\psi_w) (S_w)'_x = \langle \dots \rangle. \quad (2.37)$$

Собственные значения λ матрицы этой системы дифференциальных уравнений, составленной из коэффициентов при пространственных производных, удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \left[\frac{k'_{sv}}{\psi} (\bar{k}_w + \bar{k}_g) - \frac{k}{mS_v\psi} (\bar{k}_w\psi_g - \bar{k}_g\psi_w) \right] \lambda + \\ + \frac{kk'_{sv}}{mS_v\psi} \frac{(p'_x - g\rho_w)}{\mu_w} \frac{(p'_x - g\rho_g)}{\mu_g} [k_{rw}(k_{rg})'_{sw} - k_{rg}(k_{rw})'_{sw}] = 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Поскольку $[k_{rw}(k_{rg})'_{sw} - k_{rg}(k_{rw})'_{sw}] \leq 0$ (т.к. $(k_{rg})'_{sw} \leq 0$), корни уравнения (2.38) действительны и различны. Причем, различны по знаку, т.е. сатурационный блок (2.1), (2.2) гиперболичен, и характеристики направлены в разные стороны. Однако, строго говоря, все это имеет место либо в случае отсутствия гравитации, либо при нахождении градиента давления $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x}$ вне интервала $(g\rho_g, g\rho_w)$.

Итак, «гиперболический» анализ сатурационного блока (2.1), (2.2) показал, что:

1. Понимая под знаками потоков по растеппленности S_v знаки соответствующих величин $-(p'_x - g\rho_w)$ и $-(p'_x - g\rho_g)$, необходимо брать соответствующие в флюидокомпонентах проницаемости k (и производные $k'_{sv} = \frac{\partial k}{\partial S_v}$) вниз по потоку. Аналогично, понимая под знаками потоков по водонасыщенности S_w знаки величин $-(p'_x - g\rho_w)\psi_g$ и $-(p'_x - g\rho_g)\psi_w$, будем брать соответствующие в флюидокомпонентах относительные проницаемости k_{rw} , k_{rg} (и производные $(k_{rw})'_{sw} = \frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w}$, $(k_{rg})'_{sg} = \frac{\partial k_{rg}}{\partial S_w}$) вверх по потоку.

2. Определившись в ходе анализа некоторые аддитивные фазовые скачки объемов воды и газа $\frac{\psi_w}{m\rho_v} + \frac{\psi_g}{m\rho_v} = \frac{\psi}{m\rho_v}$

– определяют знаки потоков флюидокомпонентов при $S_v < 1$ в приближенном потоково-характеристическом анализе переноса водонасыщенности S_w (в схеме вверх по потоку),

– зависят от водонасыщенности S_w .

2.2.5 Метод решения двухблочной модели

При численном решении системы, состоящей из сатурационного блока (2.1), (2.2) и диссипативного уравнения (2.27), возможно использовать методы для решения систем гиперболического типа при решении сатурационного блока, а методы решения параболических уравнений для диссипативного уравнения.

Приведем подробно алгоритм решения связанной задачи.

Для этого строится разностная сетка по времени и пространству. При этом шаги по времени: $\tau = \tau_k$, где k – номер шага по времени; сетка по пространству: $\omega_h = \{x_i, i = 0, 1, \dots, N; x_0 = 0, x_N = L\}$, где x_i – координаты центров ячеек, в них будем определять сеточные величины (давление и насыщенности). Под i -ой ячейкой сетки Ω_i будем понимать отрезок $(x_{i-0.5}, x_{i+0.5})$, где границы ячеек равны:

$$x_{i+0.5} = (x_i + x_{i+1}) / 2, i = 0, 1, \dots, N-1; x_{-0.5} = x_0, x_{N+0.5} = x_N.$$

Дифференциальные уравнения, граничные и начальные условия заменяются (аппроксимируются) их сеточными аналогами.

На первом этапе решается диссипативный блок (2.27) для трехфазной области, (2.28), (2.30) для талой зоны с фиксированными значениями сатураций (на s итерации). Соответствующее разностное уравнение представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений, которая после применения итерационного метода хорд в индексной форме сводится к трехточечному уравнению.

Для трехфазной области оно имеет вид:

$$A_i^s \delta P_{i-1} - C_i^s \delta P_i + B_i^s \delta P_{i+1} = -F_i^s, i = \overline{1, N}, \quad (2.39)$$

для талой зоны:

$$A_{i1}^s \delta P_{i-1} - C_{i1}^s \delta P_i + B_{i1}^s \delta P_{i+1} + D_{i1}^s \delta T_i = -F_{i1}^s, i = \overline{1, N}, \quad (2.40)$$

$$A_{i2}^s \delta P_{i-1} - C_{i2}^s \delta P_i + B_{i2}^s \delta P_{i+1} + D_{i2}^s \delta T_i = -F_{i2}^s, i = \overline{1, N}, \quad (2.41)$$

где s – номер итерации, $\delta P_i = P_i^{s+1} - P_i^s, \delta T_i = T_i^{s+1} - T_i^s$ – приращение давления и температуры на $s + 1$ итерации.

Уравнение (2.39) и система уравнений (2.40), (2.41) на каждом временном слое решается методом прогонки.

Далее, располагая значениями давления P и температуры T , можно совершить переход ко второму этапу. Вычисляется сатурационный блок, а именно, считаются S_v и S_w для трехфазной области, S_w для талой области на каждой итерации метода хорд.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность по давлению, температуре, водонасыщенности и растепленности:

$$\begin{aligned} |\delta P_i| &< \varepsilon_1 |P_i^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta T_i| &< \varepsilon_1 |T_i^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta S_{wi}| &< \varepsilon_1 |S_{wi}^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta S_{vi}| &< \varepsilon_1 |S_{vi}^s| + \varepsilon_2, \end{aligned} \tag{2.42}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – малые величины.

Процедура повторяется до заданного времени расчета.

2.2.6 Алгоритмы совместного расчета гидратосодержащих и талых состояний флюидодинамической среды

Поставим в соответствие узловому балансному домену сетки $d(\omega)$ фиксированный единичный объем и всю массу молекул воды M_w , массу молекул метана M_g и полную внутреннюю энергию системы E , включая скелет, находящиеся в этом объеме. Тогда по этим параметрам $\{1, M_w, M_g, E\}$ локальное термодинамически равновесное состояние среды определяется однозначно. Будем также считать, что диапазон изменения балансных параметров $\{M_w, M_g, E\}$ таков, что возникает либо талая зона, либо трехфазная гидратосодержащая среда. Т.е. существует обязательная

альтернатива: либо решение $\{S_v, S_w, P, T\}$ в трехфазном гидратосодержащем термодинамически равновесном состоянии, либо решение $\{S_w, P, T\}$, соответствующее термодинамически равновесной двухфазной талой зоне. Далее рассмотрим отдельно эти две задачи.

2.2.6.1 Трехфазное гидратосодержащее состояние

Балансные уравнения для массы воды M_w , массы метана M_g и полной внутренней энергии системы E в единичном приузловом объеме (с пористостью $m_\omega = \bar{m}_\omega / V_\omega$) имеют вид:

$$m[S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w] = M_w, \quad (2.43)$$

$$m[S_v (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_v) \rho_v (1 - \beta_w)] = M_g, \quad (2.44)$$

$$m[S_v (S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - S_v) \rho_v \varepsilon_v] + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s = E. \quad (2.45)$$

Кроме того, считается выполненным термобарическое соотношение $T_{dis} = f(P)$.

Для энтальпий единицы массы $i_l = \varepsilon_l + P/\rho_l$, $l = g, w, v, s$ выполнено $i_l = c_{pl} T$, $l = g, w, s$, c_{pl} – соответствующие теплоемкости при постоянном давлении.

Энтальпии гидрата, свободных воды и газа термодинамически согласованы в смысле соотношения: $\beta_w i_w + (1 - \beta_w) i_g = i_v + h$, где h – скрытая теплота фазового перехода единицы массы гидрата. Учет неидеальности газа может быть выполнен заменой теплоемкости c_{pg} на i_g / T в ниже вводимых растепленных теплоемкостях Φ_p и f_{pk} (см. раздел 2.2.6.3), если известна функция $i_g(P, T)$. Это же относится к заменам c_{pw} на i_w / T и c_{ps} на i_s / T в тех случаях, когда энтальпия непропорциональна температуре среды. Например, в ниже рассматриваемой модели двойной каркасности среды (см. раздел 2.2.6.3.), интерпретируемой как двухфазная

таялая зона (см. (2.66)), теплоемкость простого скелета c_{ps} заменяется на i_k / T .

$$\Phi_p = M_w c_{pw} + M_g c_{pg} + (1-m) \rho_s c_{ps} > 0. \quad (2.46)$$

Здесь Φ_p – растепленная теплоемкость при постоянном давлении системы, приходящаяся на единицу объема среды.

Исключая функции растепленности S_v и влагонасыщенности S_w в системе уравнений (2.43) - (2.45), после несложных преобразований получим уравнение для равновесного давления P в системе:

$$-\Phi_p + \frac{1}{T} \left[P + E + \frac{\psi_h}{\psi_\rho} \rho_v h \right] = 0, \quad (2.47)$$

$$\psi_h = -(m\rho_w - M_w)\rho_g + M_g\rho_w, \quad (m\rho_w - M_w) > 0, \quad (2.48)$$

$$\psi_\rho = -(\rho_w - \beta_w\rho_v)\rho_g + (1 - \beta_w)\rho_v\rho_w, \quad (\rho_w - \beta_w\rho_v) > 0. \quad (2.49)$$

На решении системы (2.43) -(2.45) также выполнено соотношение:

$$\psi_h = m(1 - S_v)\psi_\rho, \quad (2.50)$$

позволяющее по заданным термодинамическим параметрам среды P и $T = T_{dis} = f(P)$ определить растепленность S_v , и далее, например, из уравнения (2.43), найти влагонасыщенность S_w .

Для итерационного процесса (2.47) - (2.49) по определению давления P считается заданным начальное приближение $P_* \in (P_i, P_a)$ и физически приемлемый диапазон давлений $(P_i < P_a)$, в котором решение существует и единственно. Отметим также следующие из (2.48), (2.49) соотношения:

$$\rho_g \Big|_{\psi_\rho=0} = \frac{1 - \beta_w}{\rho_w / \rho_v - \beta_w} \rho_w < \rho_w,$$

$$\psi_h \Big|_{\psi_\rho=0} = [M_g - \chi_w(1 - \beta_w)] \rho_w, \quad \chi_w = (m\rho_w - M_w) / (\rho_w - \beta_w\rho_v) > 0.$$

Приближение идеального газа. Для метана рассмотрим случай идеального газа, полагая в (2.10) коэффициент сверхсжимаемости $z_g = 1$.

Также в качестве термобарического соотношения (2.5) выберем приближение

$$T = A \ln(P/P_0), \quad P_0 = e^{-B/A} > 0.$$

Тогда зависимость плотности газа от давления:

$$\rho_g = P / [AR \ln(P/P_0)]$$

имеет вид, представленный на рис. 2.3, и при определении итерационного решения для (2.47) - (2.49) можно ограничиться диапазоном $eP_0 \ll P_i < P_a < P_{2|\psi\rho=0}$.

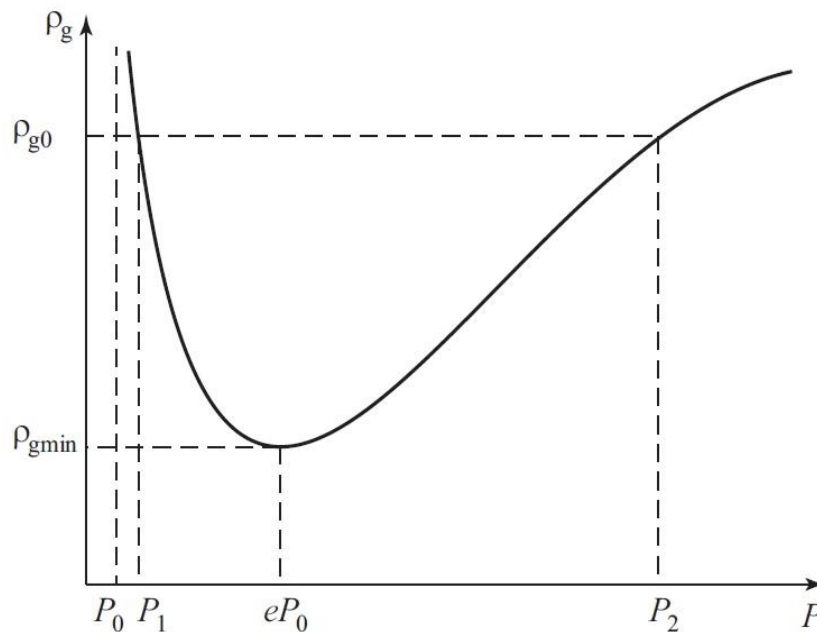


Рис. 2.3. Зависимость плотности газа от давления

На рис. 2.3 $\rho_{g \min} = eP_0 / (AR) < \rho_g|_{\psi\rho=0}$, $\rho_{g0} = \rho_g|_{\psi\rho=0}$, $P_1 = P_1|_{\psi\rho=0}$, $P_2 = P_2|_{\psi\rho=0}$

2.2.6.2. Двухфазное равновесие в талой зоне

Аналогично разделу 2.2.6.1. балансные уравнения имеют вид (полагаем $S_v = 1$):

$$m[S_w \rho_w] = M_w, \quad (2.51)$$

$$m[(1 - S_w) \rho_g] = M_g, \quad (2.52)$$

$$m[S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g] + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s = E. \quad (2.53)$$

Поскольку $S_v = 1$, то из (2.50) следует $\psi_h = 0$, т.е.

$$-(m \rho_w - M_w) \rho_g + M_g \rho_w = 0, \quad (m \rho_w - M_w) > 0.$$

Кроме того, из (2.47) следует:

$$-\Phi_p + \frac{1}{T} [P + E] = 0.$$

Здесь $\Phi_p > 0$ определяется согласно (2.46).

Для неидеального газа ($z_g \neq 1$ в (12)) в итерационном процессе по определению давления P (2.54) задается некоторое начальное приближение P_* .

$$\frac{P}{z_g(P, T) RT} = \frac{M_g \rho_w}{m \rho_w - M_w}, \quad T = \frac{P + E}{\Phi_p}. \quad (2.54)$$

В случае идеального газа ($z_g = 1$ в (2.10)) для определения термодинамических параметров P и T могут быть использованы соотношения:

$$\frac{E}{P} = \frac{(m \rho_w - M_w) \Phi_p}{M_g \rho_w R} - 1, \quad T = \frac{P + E}{\Phi_p}, \quad (2.55)$$

Далее влагонасыщенность S_w определяется с учетом (2.51).

2.2.6.3. Двойная каркасность

Выберем близкую к единице величину $\Delta_v < 1$. В данном узле ω близкую к единице растеplenность $S_v \rightarrow 1$, такую что $\Delta_v < S_v < 1$, зафиксируем как параметр. В физическом смысле мы в балансном домене сетки $d(\omega)$ производим гидратное капсулирование, т.е. считаем, что новый твердый каркас системы (помечаемый индексом k) состоит из двух частей: старый скелет с плотностью ρ_s , объемная доля которого в пространстве $(1 - m)$ и капсулированный гидрат с плотностью ρ_v и объемной долей $(m - m_v)$. Здесь $m_v = m S_v$ интерпретируется как

капсулированная пористость двухфазной системы, т.е. та доля объема, в которой происходит течение свободных флюидов – воды и газа. Таким образом, для плотности каркаса, его внутренней энергии и энтальпии, приходящихся на единицу массы, можно написать:

$$\rho_k = \frac{m - m_v}{1 - m_v} \rho_v + \frac{1 - m}{1 - m_v} \rho_s, \quad (2.56)$$

$$\varepsilon_k = \frac{1}{\rho_k} \left[\frac{m - m_v}{1 - m_v} \rho_v \varepsilon_v + \frac{1 - m}{1 - m_v} \rho_s \varepsilon_s \right], \quad (2.57)$$

$$i_k = \varepsilon_k + \frac{P}{\rho_k}. \quad (2.58)$$

Здесь

$$i_k = f_{pk} T - \frac{m - m_v}{1 - m_v} \frac{\rho_v}{\rho_k} h, \quad (2.59)$$

$$f_{pk} = \frac{1}{\rho_k} \left\{ \frac{m - m_v}{1 - m_v} \rho_v (\beta_w c_{pw} + (1 - \beta_w)_g c_{pg} + \frac{1 - m}{1 - m_v} \rho_s c_{ps}) \right\}. \quad (2.60)$$

Величина f_{pk} интерпретируется как каркасная растеplенная теплоемкость единицы массы при постоянном давлении.

Вводя по определению вместо масс M_w и M_g (см. начало раздела 2.2.6) ту их часть, которая приходится на течение свободных воды и газа и соответствует капсулированной пористости $m_v = m S_v$, запишем:

$$M_{vw} = M_w - m(1 - S_v) \beta_w \rho_v, \quad (2.61)$$

$$M_{vg} = M_g - m(1 - S_v)(1 - \beta_w) \rho_v. \quad (2.62)$$

Тогда система уравнений (2.43)-(2.45) может быть переписана в виде:

$$m_v [S_w \rho_w] = M_{vw}, \quad (2.63)$$

$$m_v [(1 - S_w) \rho_g] = M_{vg}, \quad (2.64)$$

$$m_v [S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g] + (1 - m_v) \rho_k \varepsilon_k = E, \quad (2.65)$$

что совпадает с системой уравнений (2.51)-(2.53) для двухфазной равновесной талой зоны с формальной заменой:

$$m_v \leftrightarrow m, M_{vw} \leftrightarrow M_w, M_{vg} \leftrightarrow M_g, \rho_k \leftrightarrow \rho_s, \varepsilon_k \leftrightarrow \varepsilon_s. \quad (2.66)$$

Из (2.65) следует также энтальпийное соотношение:

$$m_v [S_w \rho_w i_w + (1 - S_w) \rho_g i_g] + (1 - m_v) \rho_k i_k = E + P. \quad (2.67)$$

Таким образом, осуществляя перерасчет вида (2.66) в отдельных узловых балансных доменах $d(\omega)$ разностной сетки, мы можем переключать режим расчета из трехфазного гидратосодержащего состояния в двухфазную талую зону с двойной каркасностью. Причем двойной каркас можно интерпретировать как среду с простым скелетом. Возможны также и обратные переходы из двухфазной талой зоны (с двойным каркасом или простым скелетом) в трехфазное гидратосодержащее состояние.

2.2.6.4. Эволюционные трансфазные алгоритмы

Изложенное в предыдущих разделах позволяет предложить некоторые методы регуляризации эволюционных трансфазных расчетов задач совместной фильтрации в пьезопроводной среде с газогидратными включениями и в талой безгидратной зоне с сохранением полной консервативности соответствующих разностных алгоритмов.

Метод двойной каркасности. Переход из трехфазной среды с газогидратными включениями в двухфазную талую безгидратную зону методом двойной каркасности (см. раздел 2.2.6.3.) на данном шаге по времени используется как один из возможных видов регуляризации трансфазных расчетов. В дальнейшем, на последующих временных шагах двойная каркасность переводится в простой скелет, если энергии в узловом балансном домене $d(\omega)$ системе хватает, чтобы оставаться двухфазной (раздел 2.2.6.2). Т.е. выполняется условие $T \geq T_{dis}$. Или система находит свое термодинамическое равновесие как трехфазная гидратосодержащая

среда (раздел 2.2.6.1), если ее температура оказывается ниже температуры диссоциации T_{dis} (см. (2.5)).

Метод перегретого растепления. Перегретое растепление с балансным переходом в двухфазную талую зону с простым скелетом осуществляется следующим образом. Если в узловом балансном домене $d(\omega)$ происходил расчет трехфазной среды с газогидратными включениями и растепленность S_v превысила единичное значение ($S_v \geq 1$), то это означает что трехфазного термодинамического равновесия определяемого параметрами M_w , M_g и E согласно (2.43)-(2.45) не существует. Поскольку термодинамически равновесное состояние среды определяется однозначно, то по этим же параметрам (M_w , M_g и E) определяется решение $\{S_w, P, T\}$ соответствующее термодинамически равновесной двухфазной талой зоне согласно (2.51)-(2.53). Дальнейший расчет в данном узле ω на последующих шагах по времени происходит уже в двухфазной талой зоне с простым скелетом.

Метод переохлажденной талой зоны. Пусть в узловом балансном домене $d(\omega)$ происходил расчет двухфазной талой зоны (с простым скелетом или двойным каркасом) и на данном шаге по времени в узле ω температура оказалась ниже температуры диссоциации ($T < T_{dis} = f(P)$, см. (2.5)). Тогда по известным из (2.51)-(2.53) значениям $\{M_w, M_g$ и $E\}$ в талой зоне вычисляются $\{S_v, S_w, P$ и $T\}$ согласно (2.43)-(2.45) для трехфазного гидратосодержащего состояния. Дальнейший расчет в данном узле ω на последующих шагах по времени происходит в трехфазной гидратосодержащей зоне. Возможна модификация этого подхода, когда при выполнении условия $T < T_{dis}$ в данном узле ω перерасчета согласно уравнениям (2.43)-(2.45) не производится, а трехфазным гидратосодержащим состоянием на явном слое по времени считается $S_v = 1$ и известные из талой зоны значения S_w, P и T . При этом

термобарическое условие (2.5) для трехфазного расчета выполняется только на неявном шаге по времени.

Для наглядности представим блок схему предложенного в данной работе алгоритма счета (рис. 2.4).

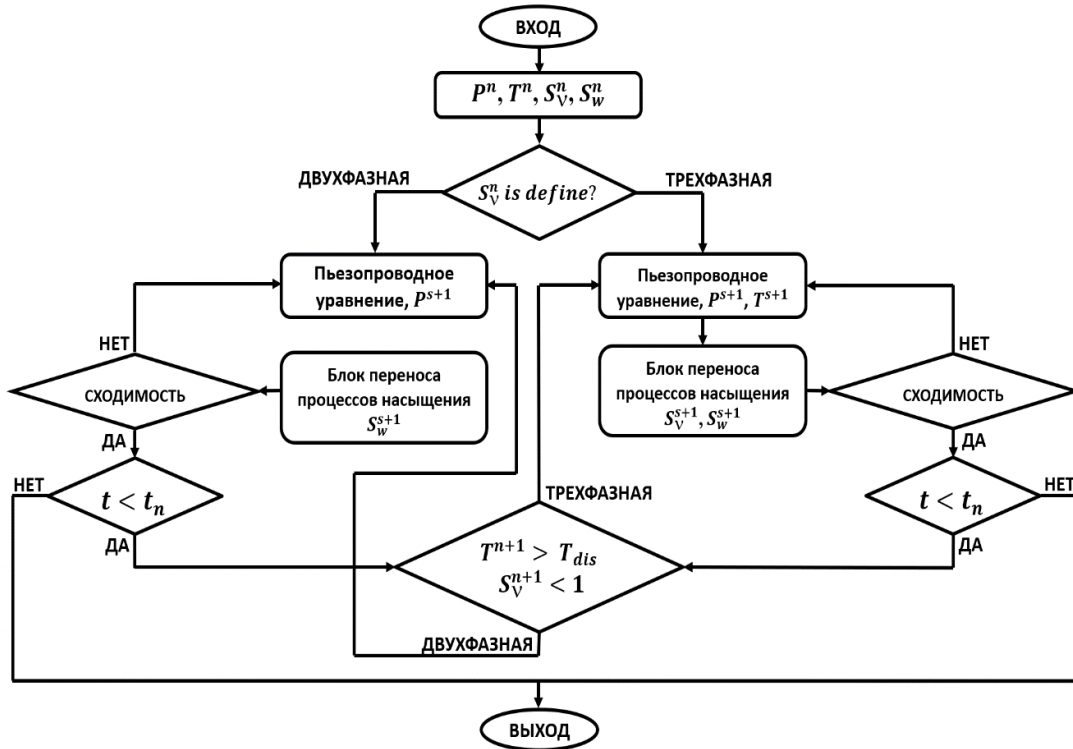


Рис. 2.4. Блок схема для решения связанной задачи

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 2

В данной главе были представлены физическая и математическая модели фильтрации флюидов в пористых средах, насыщенных газовыми гидратами. Была определена исходная система уравнений для трехфазной и талой зон.

Поставленная в работе задача является сложной квазилинейной системой уравнений математической физики смешанного типа. Численное решение подобной системы уравнений не является тривиальной задачей. Непосредственная аппроксимация исходной дивергентной совокупности

балансов масс и энергий флюидов и каркаса пористой среды, насыщенной гидратом, явной по времени разностной схемой приводит к измельчающимся в процессе расчетов, неоправданно мелким шагам по времени.

Для применения эффективных алгоритмов решения поставленной задачи было произведено ее расщепление на функциональные блоки по физическим процессам: блок, отвечающий за перенос процессов насыщения, и функциональный блок, описывающий диссипативные процессы в пьезопроводной среде с твердофазными включениями. Для моделирования переноса процессов насыщения использованы методы решения систем гиперболического типа. Диссипативно-пьезопроводные процессы описываются параболическим уравнением для давления. На основании этого был разработан и реализован алгоритм для решения связанной задачи.

Также, для верификации предложенной в работе модели было произведено сравнение с методом решения аналогичных задач, предложенным Бондаревым Э.А., который дает возможность получить численное, а не аналитическое решение. Сравнение показало, что основное диссипативное уравнение теории гидратов, использованное в данной работе, эквивалентно уравнению в работах Бондарева Э.А. и его коллег. Однако, недорасщепленность системы уравнений в этих работах влечет за собой ряд трудностей при счете: большое количество матричных переменных, счет разномасштабных процессов и, как следствие, отсутствие таких важных свойств матрицы, как самосопряженность и знакоопределенность соответствующих ее пьезопроводной части. Представленный в работе метод, основанный на полном расщеплении системы уравнений по физическим процессам, позволяет производить эффективные расчеты связанной задачи.

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАСТОВЫХ ФЛЮИДОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ

В данной главе описывается предложенная разностная схема для решения полной задачи в рамках двухблочной математической модели фильтрации флюидов в пористых средах с газогидратными включениями. Также, предлагается альтернативная численная схема для решения связной задачи, основанная на методе опорных операторов и обладающая рядом свойств, обеспечивающих решения гарантированного качества при использовании неструктурированных сеток.

3.1 Разностная схема для решения связной задачи

Задача рассматривается в одномерной постановке. Газ предполагается идеальным ($z = 1$). Проведем построение численной схемы для решения совместной задачи фильтрации флюидов в гидратной и талой областях.

3.1.1 Постановка задачи для трехфазной и талой зон

Выпишем основные уравнения модели для построения численной схемы. Рассматривается одномерная постановка задачи. Ускорение свободного падения не учитывается ($g = 0$). В результате, уравнения (2.1), (2.2) и (2.27) принимают следующий вид для трехфазной зоны:

$$\frac{\partial}{\partial t} F_w + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_w \mathbf{V}_w) + q_w = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} F_g + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \mathbf{V}_g) + q_g = 0, \quad (3.2)$$

$$D_p \frac{\partial P}{\partial t} + \delta_\varepsilon DIG + \frac{\psi}{m\rho_v} DIG_\varepsilon = 0, \quad (3.3)$$

где

$$F_w = F_w(P, T, S_w, S_v) = m \cdot [S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w],$$

$$F_g = F_g(P, T, S_w, S_v) = m \cdot [S_v(1 - S_w)\rho_g + (1 - S_v)\rho_v(1 - \beta_w)],$$

$$DIG = \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_w \mathbf{V}_w) + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \mathbf{V}_g) + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_g}{\rho_g},$$

$$DIG_\varepsilon = \rho_w \mathbf{V}_w \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_w + \rho_g \mathbf{V}_g \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_g + \frac{\partial}{\partial x} [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + \text{div} \mathbf{W} + q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g,$$

$$\mathbf{W} = - \left\{ m \cdot [S_v(S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - S_v) \lambda_v] + (1 - m) \lambda_s \right\} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Физический смысл уравнения (3.1) заключается в его материальных коэффициентах: $\delta_\varepsilon = \beta_w \varepsilon_w + (1 - \beta_w) \varepsilon_g - \varepsilon_v$ – скачок внутренней энергии среды при фазовом переходе, отнесенный к единице массы, причем из (2.8)

следует: $\delta_\varepsilon = h_{tr} - P \frac{\psi}{m \rho_v}$; $\frac{\psi}{m \rho_v} = \frac{\beta_w}{\rho_w} + \frac{1 - \beta_w}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_v}$ – удельный скачок

объема; D_p – барический коэффициент:

$$D_p = m \delta_\varepsilon \left\{ S_v \left[S_w \frac{(\rho_w)_p}{\rho_w} + (1 - S_w) \frac{(\rho_g)_p}{\rho_g} \right] + (1 - S_v) \frac{(\rho_v)_p}{\rho_v} + \frac{(m)_p}{m} \right\} + \frac{\psi}{m \rho_v} \left\{ m \left[S_v \left[S_w \rho_w (\varepsilon_w)_p + (1 - S_w) \rho_g (\varepsilon_g)_p \right] + (1 - S_v) \rho_v (\varepsilon_v)_t \right] + [(1 - m) \rho_s \varepsilon_s]_p \right\}, \quad (3.4)$$

где $(\rho_\alpha)_p = d\rho_\alpha / dP$, $(\varepsilon_\alpha)_p = d\varepsilon_\alpha / dP$, $\alpha = w, g, v, s$,

Скорости фильтрации воды и газа в одномерном случае:

$$\mathbf{V}_\alpha = - \frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \alpha = w, g. \quad (3.5)$$

Уравнения (2.12), (2.28) и (2.30) принимают следующий вид для талой зоны:

$$\frac{\partial}{\partial t} (m S_w \rho_w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_w \mathbf{V}_w) + q_w = 0, \quad (3.6)$$

$$\frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_w) + \frac{1-S_w}{\rho_g} \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_g) + DIG = 0, \quad (3.7)$$

$$m \left[S_w \rho_w \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} + (1-S_w) \rho_g \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial t} \right] + \frac{\partial}{\partial t} [(1-m) \rho_s \varepsilon_s] + DIG_\varepsilon = 0, \quad (3.8)$$

где $\mathbf{W} = - \left\{ m \cdot (S_w \lambda_w + (1-S_w) \lambda_g) + (1-m) \lambda_s \right\} \frac{\partial T}{\partial x}$.

Рассматривается пространственная область $0 < x < L$. Границы расчетной области предполагаются непроницаемыми «стенками», т.е. поток воды и газа через них нулевой (при $t > 0$):

$$\mathbf{V}_\alpha \Big|_{x=0} = 0, \mathbf{V}_\alpha \Big|_{x=L} = 0, \alpha = w, g. \quad (3.9)$$

Как уже было сказано, данная система уравнений, сформулированная в виде законов сохранения (массы воды и газа – метана, а также сохранения полной энергии среды), с общей матрицей системы относительно функций S_w, S_v , давления P и температуры T , обладает смешанными гиперболическими и параболическими свойствами. Для целей определения динамики переменных S_w, S_v, P, T и построения неявной разностной схемы, требуемой для расчетов в параболических уравнениях с крупными шагами по времени ее использование затруднительно.

Проведем расщепление исходной системы на блок переноса насыщенностей флюидов на фоне заданного поля скоростей (обладающий, в основном, гиперболическими свойствами) и пьезопроводный блок системы с гидратными включениями, определяющий эволюцию термодинамических параметров равновесной флюидо-гидратной модели. Это позволит создать эффективный прикладной численный алгоритм с матрицей системы разностных уравнений только для давления P (и температуры T), что даст возможность производить расчеты с крупным шагом по времени с меньшим числом неизвестных. Особенно это важно при решении многомерных задачах.

3.1.2 Описание вычислительного эксперимента

Трехфазная зона. При решении поставленной начально-краевой задачи используется метод итераций. Для этого строится разностная сетка по времени и пространству. При этом шаги по времени: $\tau = \tau_k$, где k – номер шага по времени; сетка по пространству: $\omega_h = \{x_i, i = 0, 1, \dots, N; x_0 = 0, x_N = L\}$, где x_i – координаты центров ячеек, в них будем определять сеточные величины (давление и насыщенности). Под i -ой ячейкой 1D сетки Ω_i будем понимать отрезок $(x_{i-0.5}, x_{i+0.5})$, где границы ячеек равны:

$$x_{i+0.5} = (x_i + x_{i+1}) / 2, i = 0, 1, \dots, N-1; x_{-0.5} = x_0, x_{N+0.5} = x_N.$$

Дифференциальные уравнения, граничные и начальные условия заменяются (аппроксимируются) их сеточными аналогами.

Будем строить разностную схему, неявную по давлению P и насыщенностям S_w, S_v (так называемая полностью неявная схема *IMPIS* [12]).

При построении схемы используются аппроксимация *UPWIND* (снос вверх по потоку) для водонасыщенности и аппроксимация *DOWNWIND* (снос вниз по потоку) для растепленности. Данное условие следует из анализа гиперболичности системы уравнений относительно S_w, S_v на фоне фиксированного поля скоростей, определяемого законом Дарси, представленного во второй главе.

Разностная аппроксимация уравнений баланса массы воды и газа:

$$\frac{1}{\tau} \left[(F_{w,i})^{n+1} - (F_{w,i})^n \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial X} (\rho_w \mathbf{V}_w) \right\rangle_i + q_{w,i}^{n+1} = 0, i = 1, \dots, N-1, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[(F_{w,i})^{n+1} - (F_{w,i})^n \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial X} (\rho_g \mathbf{V}_g) \right\rangle_i + q_{g,i}^{n+1} = 0, i = 1, \dots, N-1, \quad (3.11)$$

$$F_{w,i} = F_w(P_i, T_{dis}(P_i), S_{w,i}, S_{v,i}), \quad F_{g,i} = F_g(P_i, T_{dis}(P_i), S_{w,i}, S_{v,i}).$$

Аппроксимация функций источников массы в ячейках сетки ω_h имеет следующий вид:

$$\langle q_\alpha \rangle_i = q_{\alpha,i} = \frac{1}{\hbar_i} \int_{x_{i-0.5}}^{x_{i+0.5}} q_\alpha dx, \hbar_i = x_{i+0.5} - x_{i-0.5}.$$

Аппроксимация выражений вида:

$$\frac{\partial}{\partial X}(\rho_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = \frac{\partial}{\partial X} \left[\eta_\alpha(P) k(S_v) k_{r\alpha}(S_w) \frac{\partial P}{\partial X} \right],$$

где $\eta_\alpha(P) = -\frac{\rho_\alpha(P, T_{dis}(P))}{\mu_\alpha(P, T_{dis}(P))}$, $\alpha = w, g$,

в i -ой разностной ячейке выглядит следующим образом:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_\alpha k \cdot k_{r\alpha} \frac{\partial P}{\partial X} \right) \right\rangle_i = \frac{1}{\hbar_i} \left[(\eta_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i+\frac{1}{2}} \frac{P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} - (\eta_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i-\frac{1}{2}} \frac{P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \right].$$

В этом уравнении присутствуют следующие обозначения:

$$(\eta_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}} = (\eta_\alpha)_{i\pm\frac{1}{2}} (k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}},$$

$$(\eta_\alpha)_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\eta_\alpha(P_i^{n+1}) + \eta_\alpha(P_{i\pm 1}^{n+1}) \right],$$

$$(k \cdot k_{r\alpha})_{i+\frac{1}{2}} = e_i k(S_{v,i+1}^{n+1}) k_{r\alpha}(S_{w,i}^{n+1}) + (1 - e_i) k(S_{v,i}^{n+1}) k_{r\alpha}(S_{w,i+1}^{n+1}), \quad (3.12)$$

$$(k \cdot k_{r\alpha})_{i-\frac{1}{2}} = e_{i-1} k(S_{v,i}^{n+1}) k_{r\alpha}(S_{w,i-1}^{n+1}) + (1 - e_{i-1}) k(S_{v,i-1}^{n+1}) k_{r\alpha}(S_{w,i}^{n+1}),$$

где $e_i = \begin{cases} 0, (P_{i+1} - P_i)^{n+1} > 0 \\ 1, (P_{i+1} - P_i)^{n+1} < 0 \end{cases}$.

Здесь учтено требование сноса вниз по потоку для S_v и сноса вверх по потоку для S_w . Также учтено, что строится полностью неявная схема – и по P и по S_w, S_v .

Итоговое разностное уравнение пьезопроводности имеет вид:

$$D_P(P_i) P_t + \delta_{\varepsilon,i} DIG_i^{n+1} + \left(\frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i DIG_{\varepsilon,i}^{n+1} = 0, \quad i=1, \dots, N-1, \quad n > 0, \quad (3.13)$$

где введены следующие обозначения:

$$P_t = \frac{1}{\tau} (P_i^{n+1} - P_i^n),$$

$$\delta_{\varepsilon,i} = h_{tr} - P_i^{n+1} \cdot \left(\frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i,$$

$$\left(\frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i = \frac{\beta_w}{\rho_{w,i}^{n+1}} + \frac{1-\beta_w}{\rho_{g,i}^{n+1}} - \frac{1}{\rho_{v,i}^{n+1}},$$

$$\rho_{w,i} = \rho_w = const, \quad \rho_{v,i} = \rho_v = const,$$

$$\rho_{g,i} = \rho_g(P_i, T_{dis}(P_i)).$$

Для единообразия записи будем полагать $\rho_{g,i} = \rho_g(P_i, T_{dis}(P_i))$ и т.д.

Далее:

$$\begin{aligned} D_P = & \delta_{\varepsilon,i} \left\{ m_i^{n+1} S_{v,i}^{n+1} \left[\frac{(\rho_{g,i}^{n+1})_P}{\rho_{g,i}^{n+1}} (1 - S_{w,i}^{n+1}) \right] + (m_i^{n+1})_P \right\} + \\ & + \left(\frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i \left\{ (mS_v S_w \rho_w)_i^{n+1} (\varepsilon_{w,i}^{n+1})_P + [mS_v (1 - S_w) \rho_g]_i^{n+1} (\varepsilon_{g,i}^{n+1})_P + \right. \\ & \left. + [m(1 - S_v) \rho_v]_i^{n+1} (\varepsilon_{v,i}^{n+1})_P + [(1 - m) \rho_s \varepsilon_s]_{i,P}^{n+1} \right\}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$DIG_i^{n+1} = \sum_{\alpha=w,g} \left\{ \frac{1}{\rho_{\alpha,i}^{n+1}} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha}) \right\rangle_i + \frac{q_{\alpha,i}^{n+1}}{\rho_{\alpha,i}^{n+1}} \right\}, \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} DIG_{\varepsilon,i}^{n+1} = & \sum_{\alpha=w,g} \left\{ \left\langle \frac{\partial}{\partial x} [(\rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P) \mathbf{V}_{\alpha}] \right\rangle_i - \varepsilon_{\alpha,i}^{n+1} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha}) \right\rangle_i \right\} + \\ & + q_{\varepsilon,i}^{n+1} - \varepsilon_{w,i}^{n+1} q_{w,i}^{n+1} - \varepsilon_{g,i}^{n+1} q_{g,i}^{n+1}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Аппроксимация членов $\frac{\partial}{\partial x} (\rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha})$ была рассмотрена выше.

Аппроксимация членов $\frac{\partial}{\partial x} [(\rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P) \mathbf{V}_{\alpha}]$ осуществляется аналогичным

способом:

$$\frac{\partial}{\partial x} [(\rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P) \mathbf{V}_{\alpha}] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\xi_{\alpha}(P) k(S_v) k_{rw}(S_w) \frac{\partial P}{\partial x} \right],$$

где $\xi_{\alpha}(P) = -\frac{\rho_{\alpha}(P, T_{dis}(P)) \cdot \varepsilon_{\alpha}(P, T_{dis}(P)) + P}{\mu_{\alpha}(P, T_{dis}(P))}$, $\alpha = w, g$. Тогда в i -ой

разностной ячейке имеем:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi_\alpha k \cdot k_{r\alpha} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \right\rangle_i = \frac{1}{\bar{h}_i} \left[(\xi_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i+\frac{1}{2}} \frac{P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} - (\xi_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i-\frac{1}{2}} \frac{P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \right],$$

где

$$(\xi_\alpha k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}} = (\xi_\alpha)_{i\pm\frac{1}{2}} (k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}},$$

$$(\xi_\alpha)_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\xi_\alpha (P_i^{n+1}) + \xi_\alpha (P_{i\pm 1}^{n+1}) \right],$$

$$(k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}} \text{ имеют вид (3.12).}$$

Аппроксимация начальных и граничных условий:

$$P_i^0 = P(x, 0), i = 1, \dots, N-1; S_{w,i}^0 = S_w(x, 0), S_{v,i}^0 = S_v(x, 0), i = 0, \dots, N, \quad (3.17)$$

$$V_{w,0}^n = V_{g,0}^n = 0; V_{w,N}^n = V_{g,N}^n = 0, n > 0 (P_0^n = P_1^n, P_N^n = P_{N-1}^n). \quad (3.18)$$

В численных расчетах использовалась равномерная сетка с шагом по пространству $h = x_{i+1} - x_i$.

Очевидно, разностная схема (3.10)–(3.18) обладает первым порядком аппроксимации по пространству и времени на гладких решениях.

Метод решения построенной разностной схемы заключается в следующем. На каждом временном слое на первом этапе решается диссипативный блок (3.13)–(3.16) с фиксированными значениями растепленности и водонасыщенности. Соответствующее разностное уравнение представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений, которая решается итерационным методом хорд. На каждой s -й итерации имеем трехточечное уравнение:

$$A_i^s \delta P_{i-1} - C_i^s \delta P_i + B_i^s \delta P_{i+1} = -F_i^s, i = \overline{1, N}, \quad (3.19)$$

где $\delta P_i = P_i^{s+1} - P_i^s$ – приращение давления на итерации. Уравнение (3.19) решается с помощью метода прогонки.

Далее, располагая полученными значениями давления P , совершаем переход ко второму этапу, где выполняются расчеты S_w, S_v , используя разностные уравнения (3.10), (3.11). Для этого из (3.10)–(3.11) после

сложения находятся значения растепленности, которые затем подставляются в уравнение (3.10), откуда определяются значения водонасыщенности.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность по давлению, водонасыщенности и растепленности:

$$\begin{aligned} |\delta P_i| &< \varepsilon_1 |P_i^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta S_{wi}| &< \varepsilon_1 |S_{wi}^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta S_{vi}| &< \varepsilon_1 |S_{vi}^s| + \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – малые величины.

Расчет продолжается до заданного момента времени.

Талая зона. Разностная система для блока пьезопроводности в талой области имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\tau} \left[(m_i S_{w,i} \rho_{w,i})^{n+1} - (m_i S_{w,i} \rho_{w,i})^n \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (\rho_w \mathbf{V}_w) \right\rangle_i + q_{w,i}^{n+1} = 0, \quad (3.21)$$

$$\frac{S_{w,i}^{n+1}}{\rho_{w,i}^{n+1}} \frac{m_i^{n+1} \rho_{w,i}^{n+1} - m_i^n \rho_{w,i}^n}{\tau} + \frac{1 - S_{w,i}^{n+1}}{\rho_{g,i}^{n+1}} \frac{m_i^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} - m_i^n \rho_{g,i}^n}{\tau} + DIG_i^{n+1} = 0, \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} m_i^{n+1} \left[S_{w,i}^{n+1} \rho_{w,i}^{n+1} \frac{\varepsilon_{w,i}^{n+1} - \varepsilon_{w,i}^n}{\tau} + (1 - S_{w,i}^{n+1}) \rho_{g,i}^{n+1} \frac{\varepsilon_{g,i}^{n+1} - \varepsilon_{g,i}^n}{\tau} \right] + \\ + \frac{1}{\tau} \left[((1 - m) \rho_s \varepsilon_s)^{n+1} - ((1 - m) \rho_s \varepsilon_s)^n \right] + DIG_{\varepsilon,i}^{n+1} = 0, \end{aligned} \quad (3.23)$$

где $\mathbf{W} = - \left\{ m \cdot (S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - m) \lambda_s \right\} \frac{\partial T}{\partial x}$.

Сначала решается диссипативный блок (3.22), (3.23) с фиксированными значениями сатураций. Соответствующее разностное уравнение представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений, которая после применения метода хорд в индексной форме сводится к трехточечному уравнений,

$$A_{i1}^s \delta P_{i-1} - C_{i1}^s \delta P_i + B_{i1}^s \delta P_{i+1} + D_{i1}^s \delta T_i = -F_{i1}^s, i = \overline{1, N}, \quad (3.24)$$

$$A_{i2}^s \delta P_{i-1} - C_{i2}^s \delta P_i + B_{i2}^s \delta P_{i+1} + D_{i2}^s \delta T_i = -F_{i2}^s, i = \overline{1, N}, \quad (3.25)$$

где s – номер итерации, $\delta P_i = P_i^{s+1} - P_i^s, \delta T_i = T_i^{s+1} - T_i^s$ – приращение давления и температуры.

Вычитая из уравнения (3.24) уравнение (3.25), получаем уравнение по давлению, которое решается методом прогонки на каждом временном слое. Подставляя в одном из уравнений зависимость температуры от давления, получаем температуру на каждом временном слое.

Далее, располагая значениями давления P и температуры T , совершается переход ко второму этапу. Вычисляется сатурационный блок, а именно, считаются S_w для талой области на каждой итерации метода хорд.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность по давлению, температуре, водонасыщенности и растепленности:

$$\begin{aligned} |\delta P_i| &< \varepsilon_1 |P_i^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta T_i| &< \varepsilon_1 |T_i^s| + \varepsilon_2, \\ |\delta S_{wi}| &< \varepsilon_1 |S_{wi}^s| + \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (3.26)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – малые величины.

Процедура повторяется до заданного времени расчета.

3.2 Об одном подходе свободно-объемной аппроксимации пьезопроводной среды с газогидратными включениями

В этом параграфе рассматривается термодинамически равновесная модель расщепления по физическим процессам двухкомпонентной трехфазной фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями, для которой строится семейство двухслойных полностью консервативных разностных схем метода опорных операторов с профилированными по пространству временными весами.

Предложена дискретная модель расщепления с получением соответствующего уравнения пьезопроводности гидратизированной флюидо-динамической среды. Важно, что полученная таким образом расщепленная модель разностно эквивалентна дискретным первым балансным принципам системы, записанным в дивергентной форме. Такой подход создания полностью консервативных схем в изучаемой флюидо-гидратной среде потребовал введения специальной свободно-объемной нелинейной аппроксимации сеточных функций по времени, которая зависит от доли объема в порах, занятом флюидами, и является простой в реализации. Расчеты показывают повышение точности полностью консервативных разностных схем по сравнению со схемами, не обладающими этим свойством, в частности, в зонах резкой депрессии давления в коллекторе. Применение этих схем также важно в совместном моделировании трехфазной среды с процессами в талой зоне, где гидрат отсутствует, поскольку количество неизвестных, уравнений, их типы здесь меняются, и важно на разностном уровне дивергентно передать балансы в различные области течения. Изложенный в работе подход является основой для построения алгоритмов трансфазного гидратного капсулирования.

На нерегулярных метрических сетках теории метода опорных операторов применительно к специфике процессов переноса насыщенностей и внутренних энергий воды и газа в гидратизированной среде рассмотрены способы наветренной аппроксимации этих процессов, наряду с одновременным сохранением континуальных свойств операций *divgrad* в их разностном виде, связанных с полем скоростей, обеспечивающим этот перенос. Это связано с еще одной вычислительной проблемой моделирования процессов фильтрационной флюидодинамики гидратизированной среды, которая заключается в необходимости аппроксимировать квадраты градиентов термодинамических величин (внутренних энергий или давления свободных воды и газа) вблизи

депрессивных воронок скважин, имеющих сингулярные особенности. Причем это приходится делать на ячейках сетки разноматериальной нерегулярной структуры адаптивно к малым пространственным масштабам парка разбуриваемых скважин. Также квадратичные формы встречаются в исследуемом в данной работе дискретном уравнении пьезопроводности фильтрационной флюидодинамики гидратизированной среды и определяют динамику нелинейного, квадратичного по градиенту переноса термодинамических параметров среды. Положительную определенность таких квадратичных форм удастся обеспечить привлечением теории метрических сеток метода опорных операторов, однако лишь при сохранении континуальных свойств операций *divgrad* в их разностном виде, связанных с полем скоростей этот нелинейный перенос определяющих. Монотонизация процессов сатурационного переноса (по растепленности и влагонасыщенности) при использовании ее в классическом виде нарушает свойства самосопряженности и знакоопределенности этих дискретных операций векторного анализа.

Представленный в данной работе механизм контравариантной наветренности обеспечивает одновременно эффективную монотонизацию аппроксимации по растепленности и влагонасыщенности наряду с монотонизацией нелинейного переноса внутренних энергий свободных воды и газа и сохранением знакоопределенности квадратичных форм градиентов термодинамических величин в пьезопроводной части задачи.

3.2.1 Метрические сетки метода опорных операторов

Для сеток такого типа, состоящих из ячеек (Ω) образованных узлами (ω), гранями (σ) и ребрами (λ) характерно наличие замкнутой сопряженной («сдвинутой») сетки, состоящей, например, из доменов $d(\omega)$ вокруг узлов ω (см. рис. 3.1).

Грани узлового домена определяются метрическим оператором сетки $\sigma(\lambda) = \sum_{\varphi(\lambda)} V_{\varphi} \mathbf{e}'_{\varphi}(\lambda)$ (см. также ниже). Базисы $\varphi(\lambda)$ здесь попарно входят в ячейки $\Omega(\lambda)$, примыкающие к ребру λ . Метрическая калибровка разностной сетки состоит в выборе объемов базисов (с естественным условием нормировки $\sum_{\varphi(\Omega)} V_{\varphi} = V_{\Omega}$). Она определяет конструкцию замкнутой сопряженной сетки для различных классов сеток. Это треугольно-четыреугольные 2D сетки, тетраэдральные, параллелепипедные, призматические и т.д. 3D сетки, а также их mortarные сшивки, адаптация (с введением новых узлов в ячейках Ω) с сохранением самосопряженности и знакоопределенности соответствующих «дивергентно-градиентных» операций векторного анализа континуальных краевых задач. Дальнейшее изложение носит общий характер, конкретный выбор локальных базисных объемов V_{φ} иллюстрируется на примере треугольно-четыреугольной 2D сетки.

В области O введем семейство нерегулярных разностных сеток. Ограничимся случаем, когда сетка состоит из треугольных и четырехугольных ячеек (Ω), базисов (φ), узлов (ω), ребер (λ) и связанных с ними ($\sigma(\lambda)$) – границами балансовых узловых доменов $d(\omega)$ (см. рис. 3.1).

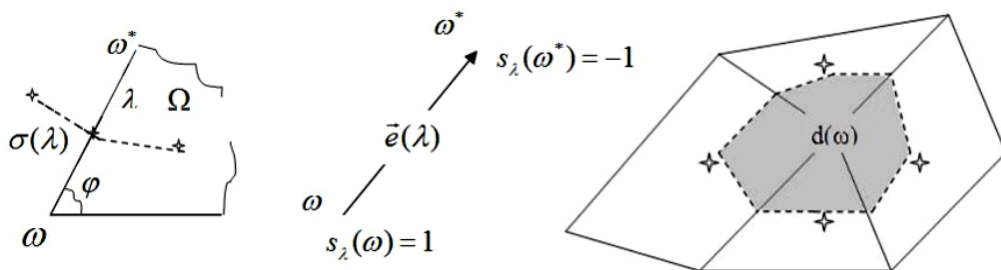


Рис. 3.1. Построение базисов

Базисы φ создаются системой исходных (ковариантных) ортов $\mathbf{e}(\lambda)$, образованных ребрами. Под центрами ячеек Ω и ребер λ будем понимать

средние арифметические радиус-векторов узлов ω их образующих. Кривая, соединяющая эти центры (двух смежных через ребро ячеек или ячейку с граничным ребром $\partial\lambda$), представляет собой поверхность

$$\sigma(\lambda) = \sum_{\varphi(\lambda)} v_{\varphi} \mathbf{e}'_{\varphi}(\lambda),$$

ориентированную также как и орт $\mathbf{e}(\lambda)$. Здесь $\mathbf{e}'_{\varphi}(\lambda)$ – орты взаимных (контравариантных) базисов по отношению к исходным базисам, образованным ортами $\mathbf{e}(\lambda)$. Базисный объем дается формулой

$$v_{\varphi} = \frac{1}{6} |\mathbf{e}(\lambda_1) \times \mathbf{e}(\lambda_2)| \text{ для треугольной ячейки } \Omega, \text{ содержащей базис } \varphi \text{ и}$$

$$v_{\varphi} = \frac{1}{4} |\mathbf{e}(\lambda_1) \times \mathbf{e}(\lambda_2)| \text{ для четырехугольной ячейки, если } \lambda_1(\varphi) \text{ и } \lambda_2(\varphi) \text{ –}$$

ребра, образующие базис φ . Наконец, $\sum_{\varphi(\lambda)}$ – суммирование по всем

базисам φ , в образовании которых приняло участие ребро λ . Замкнутые вокруг узла ω поверхности $\sigma(\lambda(\omega))$ образуют узловые домены $d(\omega)$.

Внутреннюю дивергенцию векторного поля $DIN_w : (\varphi) \rightarrow (\omega)$ определим, аппроксимируя теорему Гаусса на $d(\omega)$:

$$DIN_w X = \sum_{\lambda(\omega)} s_{\lambda}(\omega) \tau_{wX}(\lambda),$$

$$\tau_{wX}(\lambda) = \sum_{\varphi(\lambda)} v_{\varphi} (\mathbf{e}'_{w\varphi}(\lambda), \mathbf{X}_{\varphi}),$$

$$\mathbf{e}'_{w\varphi}(\lambda) = W_{\varphi}(\lambda) \cdot \mathbf{e}'_{\varphi}(\lambda).$$

Здесь $\sum_{\lambda(\omega)}$ – суммирование по всем ребрам λ , имеющим общий узел ω .

Сеточное векторное поле X задается своими представлениями в базисах X_{φ} . Множители $W_{\varphi}(\lambda) > 0$, задаваемые в базисах φ на образующих их ребрах $\lambda(\varphi)$, связаны с наветренной монотонизацией аппроксимации имеющих в среде процессов переноса и нами называются контравариантной наветренностью. Отсутствие индекса, здесь обозначаемого как w в выражениях $DIN_w X$, $\tau_{wX}(\lambda)$, $\mathbf{e}'_{w\varphi}$ и $GRAD_w u$

автоматически обозначает $W_\varphi(\lambda) = 1$ во всех базисах φ на образующих их ребрах $\lambda(\varphi)$, т.е. означает отсутствие контравариантной наветренности в используемых аппроксимациях.

Обозначая через $(\)_\Delta$ аппроксимацию соответствующих дифференциальных выражений, имеем:

$$\begin{aligned} \left(\int_O (\mathbf{X}, \nabla u) dv \right)_\Delta &= - \left(\int_O u \operatorname{div} \mathbf{X} dv - \int_{\partial O} u (\mathbf{X}, \mathbf{ds}) \right)_\Delta \\ &= - \sum_\omega (u_\omega, \operatorname{DIN}_w \mathbf{X}) = \sum_\varphi v_\varphi (\mathbf{X}_\varphi, \operatorname{GRAD}_w u). \end{aligned}$$

Градиентное векторное поле $\operatorname{GRAD}_w : (\omega) \rightarrow (\varphi)$ дается своими представлениями в базисах

$$\operatorname{GRAD}_w u = \sum_{\lambda(\varphi)} \Delta_\lambda u \mathbf{e}'_{w\varphi}(\lambda), \quad \Delta_\lambda u = - \sum_{\omega(\lambda)} s_\lambda(\omega) u_\omega = u_{\omega^*} - u_\omega$$

Полагая в базисах φ в качестве \mathbf{X}_φ векторное поле $\mathbf{X}_{w\varphi} = K_\varphi \operatorname{GRAD}_w u$, получим самосопряженный неотрицательный оператор $-\operatorname{DIN}_w \mathbf{X}_w : (\omega) \rightarrow (\omega)$ или $-\operatorname{DIN}_w K \operatorname{GRAD}_w : (\omega) \rightarrow (\omega)$. Здесь потоковое векторное поле \mathbf{X}_w дается своими компонентами в базисах $\mathbf{X}_{w\varphi}$. Оно определяется градиентными свойствами скалярной сеточной функции u , заданной в узлах ω и сеточным симметричным положительно определенным тензорным полем проводимости K , задаваемым своими представлениями в базисах K_φ . Этот оператор будет строго положительным, если хотя бы в одном граничном узле связной разностной сетки задана первая краевая задача, т.е. в этом граничном узле скалярная сеточная функция обращается в ноль.

Также считается что с повышением аппроксимации множители контравариантной наветренности стремятся к единичным, т.е. $W_\varphi(\lambda) \rightarrow 1$. При этом оператор $-\operatorname{DIN}_w K \operatorname{GRAD} : (\omega) \rightarrow (\omega)$ становится близок к самосопряженному неотрицательному оператору $\operatorname{DIN} K \operatorname{GRAD} : (\omega) \rightarrow (\omega)$

, хотя в строгом смысле (за исключением ортогональной сетки) не является самосопряженным и неотрицательным.

Ячейки, состоящие из ортогональных базисов, не нарушают свойств самосопряженности и знакоопределенности оператора $DIV_w GRAD$ в строгом смысле несмотря на наличие в их базисах аппроксимационной контравариантной наветренности.

Для сохранения свойств самосопряженности и знакоопределенности этого оператора рассмотрим два семейства аппроксимаций.

Схемы с ограниченной наветренностью. Выделим множество ячеек сетки (Ω^*) , в которых есть хотя бы один неортогональный базис φ , образованный ребрами $(\lambda(\varphi))$. Во всех базисах $(\varphi(\Omega^*))$ внутри этих ячеек Ω^* (т.е. может быть и ортогональных) считается $W_\varphi(\lambda) = 1$. Т.е. в этих базисах контравариантная наветренность отсутствует. Например, зависимость, представления тензорного поля проводимости K_φ от “гиперболических” переменных (здесь растеplenность S_v , влагонасыщенность S_w и т.п.), аппроксимируется непосредственно в центральном узле ω сетки, образующей базис φ . Такие схемы будут обладать самосопряженным и знакоопределенным оператором $DIN_w K GRAD : (\omega) \rightarrow (\omega)$. Однако в них отсутствует монотонизация на множестве ячеек сетки, содержащих неортогональность.

Квазинаветренные схемы. Обозначим через (φ^*) – множество неортогональных базисов сетки. Соответственно $(\varphi) / (\varphi^*)$ – ортогональные базисы. Для аппроксимации векторного поля $\mathbf{X} = K grad u$ введем

$$\mathbf{X}_{w\varphi} = K_\varphi GRAD_w^* u, \quad GRAD_w^* u = \begin{cases} GRAD u, & \varphi \in (\varphi) / (\varphi^*) \\ GRAD_w u, & \varphi \in (\varphi^*) \end{cases}.$$

Эти схемы также будут обладать самосопряженным и знакоопределенным оператором $DIN_w K GRAD_w^* : (\omega) \rightarrow (\omega)$. Поскольку с

повышением аппроксимации множители контравариантной наветренности стремятся к единичным, т.е. $W_\varphi(\lambda) \rightarrow 1$, то операторы $GRAD_w : (\omega) \rightarrow (\varphi)$ и $GRAD : (\omega) \rightarrow (\varphi)$, аппроксимируют дифференциальный оператор $grad$. В отличие от схем с ограниченной наветренностью квазинаветренные схемы наряду с самосопряженностью и знакоопределенностью оператора $DIN_w K GRAD_w^* : (\omega) \rightarrow (\omega)$ в неортогональных базисах сетки (φ^*) сохраняют монотонность в “главном” смысле при вычислении потоков в сопряженных базисных направлениях.

Подходы 1 и 2 можно применять и локально, т.е. только в части неортогональных базисов (φ^{**}) , где на этапе “предиктор” (явный временной слой, известная итерация и т.п.) не выполняется условие $(GRAD_u, GRAD_w u) \geq 0$. Для схем с ограниченной наветренностью при этом генерируется соответствующее множество ячеек (Ω^{**}) , в образовании которых принимал участие хотя бы один базис из (φ^{**}) . Такие локально регуляризируемые в смысле знакоопределенности оператора $divgrad$ схемы не будут обладать строгими свойствами знакоопределенности и самосопряженности этого оператора. Однако с точки зрения физических приложений сохранение знакоопределенности квадратичных форм в указанном выше смысле является полезным, поскольку позволяет правильно аппроксимировать точный квадрат градиента термодинамических величин в депрессионных воронках скважин, в частности, связанный с этим эффект Джоуля-Томсона в рассматриваемых ниже процессах неизотермической фильтрации.

В рассматриваемой в данной работе модели фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями механизм контравариантной наветренности $W_\varphi(\lambda) > 0$, с учетом исследованной в [10] сатурационной гиперболичности (с отсутствующей гравитацией, $g=0$) системы (2.1), (2.2), обеспечивает эффективную монотонизацию

аппроксимации процессов переноса по растепленности гидрата S_v , а также влаго- и газонасыщенностям S_w и $S_g = 1 - S_w$, наряду с сохранением знакоопределенности квадратичных форм градиентов термодинамических величин, в пьезопроводной части рассматриваемой ниже дискретной связанной задачи неизотермической фильтрации.

В соответствии с исследованиями [10] абсолютная проницаемость $k(S_v)$ в базисах φ на ребрах $(\lambda(\varphi))$, образующих эти базисы, всегда выбирается вниз по потоку (т.е. *downwind* по растепленности). Относительные проницаемости $k_{rw}(S_w)$ и $k_{rg}(1 - S_w)$, как правило, берутся вверх по потоку (*upwind* по влаго- и газонасыщенностям), т.е. как и в двухфазной талой зоне с отсутствием гидрата. Однако в соответствии с анализируемыми в [10] условиями здесь возможна также смена знака наветренности (т.е. *downwind* по влаго- и газонасыщенностям).

3.2.2 Свободно-объемная аппроксимация дивергентно-пьезопроводных разностных схем задач фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями

Введем некоторые обозначения для функций сетки метода опорных операторов (п.3.2.1, см. также рис. 3.1). К ее узлам ω будем относить ранее представленные в континуальной модели величины

$$\bar{m}, S_v, S_w, \rho_v, \rho_w, \rho_g, \rho_s, P, T, \varepsilon_v, \varepsilon_w, \varepsilon_g, \varepsilon_s, \mu_w, \mu_g, k_{rw}, k_{rg}, q_w, q_g, q_\varepsilon$$

К базисам сетки φ в соответствии с п.3 отнесем векторные функции

$$\mathbf{V}_w, \mathbf{V}_g, \nabla P, \nabla T, \mathbf{W}$$

Сеточные функции, представляющие разрывные материальные свойства веществ, отнесем к ячейкам Ω

$$m, k, \lambda_v, \lambda_w, \lambda_g, \lambda_s.$$

Очевидны также соотношения

$$\begin{aligned} \overline{m}_\omega &= \sum_{\varphi(\omega)} V_\varphi m_{\Omega(\varphi)}, \\ \overline{(1-m)}_\omega &= \sum_{\varphi(\omega)} V_\varphi (1 - m_{\Omega(\varphi)}) = V_\omega - \overline{m}_\omega, \\ V_\omega &= \sum_{\varphi(\omega)} V_\varphi, \end{aligned} \quad (3.27)$$

т.е. \overline{m}_ω и $\overline{(1-m)}_\omega$ представляют собой объем порового домена $d(\omega)$ (см. рис.3.1) и его каркасной части соответственно.

Далее на временных слоях t и $\hat{t} = t + \tau$ ($\tau > 0$ – шаг по времени) введем разностные производные по времени и пространственно-точечные (т.е. в узлах сетки ω) временные интерполяции $a_t = (a - a) / \tau$, $a^{(\delta)} = \delta a + (1 - \delta)a$. Здесь интерполяционный вес δ может зависеть от узла пространственной сетки ω . Например, под величиной

$$\delta_v = \sqrt{(\overline{mS}_v)^{\wedge}} / \left(\sqrt{(\overline{mS}_v)^{\wedge}} + \sqrt{(\overline{mS}_v)} \right), \quad 0 < S_v < 1. \quad (3.28)$$

будем понимать свободно-объемную временную аппроксимацию заданных в узлах ω сеточных функций, т.е. интерполяционный вес δ_v определяется долей объема пор, предназначенного для свободного движения жидкости и газа. Выбор такой аппроксимации позволит в дальнейшем производить дискретные преобразования уравнений, связанные с их расщеплением по физическим процессам, близкие к континуальным. Другие произвольные интерполяции по времени будем обозначать как $[]^{\sim}$. Они могут относиться не только к узлам сетки ω , но и к другим ее элементам (базисам φ и т.п.).

Понимая под индексом S в операциях векторного анализа DIN_S и $GRAD_S$ один из описанных выше видов контравариантной наветренности (либо его отсутствие), монотонизирующей перенос по сатурациям S_w и S_v , запишем аппроксимацию уравнений (2.1), (2.2) и (2.3) в следующем виде.

Уравнения неразрывности, представляющие собой баланс массы водной и газовой компонент

$$\left\{ \overline{m} [S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w] \right\}_t + DIN_s (\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim + q_w = 0, \quad (3.29)$$

$$\left\{ \overline{m} [S_v (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_v) \rho_v (1 - \beta_w)] \right\}_t + DIN_s (\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim + q_g = 0 \quad (3.30)$$

С помощью оператора $GRAD_s$ потоки воды $(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim$ и газа $(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim$ аппроксимируются в базисах сетки φ с учетом дискретизации закона Дарси (2.4), например, на неявном слое по времени любым из стандартных способов [6, 118].

$$(\rho_w \mathbf{V}_w)_{\varphi}^{p\sim} = - \left(\rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \right)_{\Delta\varphi} GRAD_s p^\sim + \left(\rho_w^2 \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \right)_{\Delta\varphi} \mathbf{g} \mathbf{k}, \quad (3.31)$$

$$(\rho_g \mathbf{V}_g)_{\varphi}^{p\sim} = - \left(\rho_g \frac{kk_{rg}}{\mu_g} \right)_{\Delta\varphi} GRAD_s p^\sim + \left(\rho_g^2 \frac{kk_{rg}}{\mu_g} \right)_{\Delta\varphi} \mathbf{g} \mathbf{k}. \quad (3.32)$$

Здесь под $()_{\Delta\varphi}$ понимаются аппроксимации соответствующих выражений в базисах сетки φ с некоторой интерполяцией по времени.

Однако при наличии термобарической зависимости вида (2.5) для сохранения континуальных свойств знакоопределенности квадратичных форм градиентов термодинамических величин вида $\int \varepsilon \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) dV$ (см. также (3.43) ниже) более предпочтительна форма закона Дарси в энергетической формулировке. Получим ее из следующих соображений.

С учетом термобарической зависимости (2.5) в зоне трехфазного равновесия гидрат-вода-газ можно написать

$$d\varepsilon_w = \varepsilon'_{wp} dP, \quad d\varepsilon_g = \varepsilon'_{gp} dP$$

где ε'_{wp} и ε'_{gp} – полные производные от внутренней энергии по давлению с учетом (2.5).

Тогда закон Дарси (2.4) в базисах сетки φ (образованных узлами, в которых выполнено термобарическое соотношение (2.5)) представим в энергетической форме:

$$(\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\varepsilon\sim} = - \left(\rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w \varepsilon_{wp}} \right)_{\Delta\varphi} \text{GRAD}_s \varepsilon_w^{(\delta_v)} + \left(\rho_w^2 \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \right)_{\Delta\varphi} \mathbf{g}\mathbf{k}, \quad (3.33)$$

$$(\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{\varepsilon\sim} = - \left(\rho_g \frac{kk_{rg}}{\mu_g \varepsilon_{gp}} \right)_{\Delta\varphi} \text{GRAD}_s \varepsilon_g^{(\delta_v)} + \left(\rho_g^2 \frac{kk_{rg}}{\mu_g} \right)_{\Delta\varphi} \mathbf{g}\mathbf{k}. \quad (3.34)$$

Таким образом

$$(\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\sim} = \{ (\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{p\sim} | (\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\varepsilon\sim} \}, \quad (3.35)$$

$$(\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{\sim} = \{ (\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{p\sim} | (\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{\varepsilon\sim} \}. \quad (3.36)$$

Уравнение баланса внутренней энергии, аппроксимирующее (2.3) имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left\{ \overline{m} \left[S_v (S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - S_v) \rho_v \varepsilon_v \right] + \overline{(1 - m)} \rho_s \varepsilon_s \right\}_t + \\ & + \text{DIN}_s \left[\left(\varepsilon_w^{(\delta_v)} \right)_{up} (\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\sim} \right] + \text{DIN}_s \left[\left(\varepsilon_g^{(\delta_v)} \right)_{up} (\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{\sim} \right] + \\ & + \text{DIN} \left\{ \left[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right]_\varphi^{\sim} \right\} + \text{DIN} \mathbf{W}^{\sim} + q_\varepsilon^{\sim} = 0. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Индекс *up* в выражении для энергии воды $(\varepsilon_w^{(\delta_v)})_{up}$ обозначает, что соответствующие величины берутся вверх (upwind) по водному потоку $(\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\sim}$ в определенной ранее сатурационной дивергенции $\text{DIN}_s (\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{\sim}$. Аналогично индекс *up* понимается в выражении для энергии газа $(\varepsilon_g^{(\delta_v)})_{up}$.

Работа сил давления $[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)]_\varphi^{\sim}$ и полный поток тепла \mathbf{W}^{\sim} в среде аппроксимируются в базисах сетки φ , например, на неявном слое по времени стандартным образом [6, 118]:

$$[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)]_\varphi^{\sim} = \left(\frac{P}{\rho_w} \right)_\varphi^{\sim} (\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{p\sim} + \left(\frac{P}{\rho_g} \right)_\varphi^{\sim} (\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{p\sim} \quad (3.38)$$

Далее, дискретный аналог пьезопроводно-диссипативного уравнения (2.21) – (2.23), физически расщепленного с сатурационным блоком (3.29), (3.30), но разностно эквивалентный системе первых принципов модели (3.29), (3.30), (3.37), имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta_\varepsilon^{(\delta_v)} \{ [(\bar{m}S_v)S_w]^{(1-\delta_v)} \frac{(\rho_w)_t}{(\rho_w)^{(\delta_v)}} + [(\bar{m}S_v)(1-S_w)]^{(1-\delta_v)} \frac{(\rho_g)_t}{(\rho_g)^{(\delta_v)}} + \\ + [\bar{m}(1-S_v)]^{(1-\delta_v)} \frac{(\rho_v)_t}{(\rho_v)^{(\delta_v)}} + (\bar{m})_t \} + \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} + [\psi / (m\rho_v)] \tilde{\{ [(\bar{m}S_v)S_w\rho_w]^{(1-\delta_v)} (\varepsilon_w)_t + [(\bar{m}S_v)(1-S_w)\rho_g]^{(1-\delta_v)} (\varepsilon_g)_t + \\ + [\bar{m}(1-S_v)\rho_v]^{(1-\delta_v)} (\varepsilon_v)_t + [(\bar{1-m})\rho_s\varepsilon_s]_t \}} + \delta_\varepsilon^{(\delta_v)} DIG_\varepsilon \tilde{\{ \}} + [\psi / (m\rho_v)] \tilde{\{ \}} DIG_\varepsilon \tilde{\{ \}} = 0, \\ \delta_\varepsilon = [\beta_w\varepsilon_w + (1-\beta_w)\varepsilon_g] - \varepsilon_v, \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$[\psi / (m\rho_v)] \tilde{\{ \}} = [\beta_w / (\rho_w)^{(\delta_v)} + (1-\beta_w) / (\rho_g)^{(\delta_v)}] - 1 / (\rho_v)^{(\delta_v)}, \quad (3.41)$$

$$DIG_\varepsilon \tilde{\{ \}} = \frac{1}{(\rho_w)^{(\delta_v)}} DIN_s(\rho_w \mathbf{V}_w) \tilde{\{ \}} + \frac{1}{(\rho_g)^{(\delta_v)}} DIN_s(\rho_g \mathbf{V}_g) \tilde{\{ \}} + \frac{q_w}{(\rho_w)^{(\delta_v)}} + \frac{q_g}{(\rho_g)^{(\delta_v)}} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} DIG_\varepsilon = [DIN_s \{ (\varepsilon_w^{(\delta_v)})_{up}(\rho_w \mathbf{V}_w) \tilde{\{ \}} - (\varepsilon_w)^{(\delta_v)} DIN_s(\rho_w \mathbf{V}_w) \tilde{\{ \}}] + \\ + [DIN_s \{ (\varepsilon_g^{(\delta_v)})_{up}(\rho_g \mathbf{V}_g) \tilde{\{ \}} - (\varepsilon_g)^{(\delta_v)} DIN_s(\rho_g \mathbf{V}_g) \tilde{\{ \}}] + \\ + DIN \{ [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] \tilde{\{ \}} \} + DIN \mathbf{W} \tilde{\{ \}} + (q_\varepsilon - \varepsilon_w^{(\delta_v)} q_w - \varepsilon_g^{(\delta_v)} q_g) \end{aligned} \quad (3.43)$$

В выражении DIG_ε , входящем в (3.39), имеет место монотонная (вверх по потоку) энергетическая аппроксимация для $\varepsilon_w^{(\delta_v)}$ и $\varepsilon_g^{(\delta_v)}$ в соответствующих комбинациях дивергентных выражений, содержащих эти величины.

Двухфазная талая зона. Аналогично, полагая сеточную функцию $S_v = 1$ в узлах ω , получим двухфазное семейство полностью консервативных разностных схем в талой зоне. Вместо интерполяционного веса δ_v здесь соответственно вводится вес: $\delta_1 = \sqrt{(\bar{m})^\wedge} / (\sqrt{(\bar{m})^\wedge} + \sqrt{(\bar{m})})$ в узлах сетки ω .

Уравнения неразрывности, представляющие собой баланс массы водной и газовой компонент в талой зоне, запишутся в виде:

$$\{ \bar{m}S_w\rho_w \}_t + DIN_s(\rho_w \mathbf{V}_w) \tilde{\{ \}} + q_w \tilde{\{ \}} = 0, \quad (3.44)$$

$$\left\{ \overline{m(1-S_w)} \rho_g \right\}_t + DIN_s (\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim + q_g^\sim = 0. \quad (3.45)$$

В талой зоне с помощью оператора $GRAD_s$ потоки воды $(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim$ и газа $(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim$ определяются в неэнергетической формулировке, т.е. аппроксимируются в базисах сетки φ величинами $(\rho_w \mathbf{V}_w)_\varphi^{p\sim}$ и $(\rho_g \mathbf{V}_g)_\varphi^{p\sim}$ соответственно (см. выше).

Уравнение баланса внутренней энергии в талой зоне, аппроксимирующее (2.14), имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left\{ \overline{m(S_w \rho_w \varepsilon_w + (1-S_w) \rho_g \varepsilon_g)} + \overline{(1-m) \rho_s \varepsilon_s} \right\}_t + \\ & + DIN_s \left[\left(\varepsilon_w^{(\delta_1)} \right)_{up} (\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim \right] + DIN_s \left[\left(\varepsilon_g^{(\delta_1)} \right)_{up} (\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim \right] + \\ & + DIN \left\{ \left[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right]^\sim \right\} + DIN \mathbf{W}^\sim + q_\varepsilon^\sim = 0. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Обозначение и понимание разностных объектов (индексы up, s , работа сил давления, поток тепла) здесь такие же, как у соответствующих аналогов в предыдущем разделе.

Далее из уравнений (3.44)-(3.46), исключая функцию S_w , определенную в узлах сетки ω , из под знака разностной производной по времени, получим полностью консервативные разностные уравнения, определяющие неизотермический процесс пьезопроводности в талой зоне:

$$\frac{(S_w)^{(\delta_1)}}{(\rho_w)^{(\delta_1)}} \left[\overline{m \rho_w} \right]_t + \frac{(1-S_w)^{(\delta_1)}}{(\rho_g)^{(\delta_1)}} \left[\overline{m \rho_g} \right]_t + DIG^\sim = 0, \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} & \overline{m}^{(1-\delta_1)} \{ [S_w \rho_w]^{(\delta_1)} (\varepsilon_w)_t + [(1-S_w) \rho_g]^{(\delta_1)} (\varepsilon_g)_t \} + \\ & + \left[\overline{(1-m) \rho_s \varepsilon_s} \right]_t + DIG_\varepsilon = 0. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Комбинация в узлах ω разностных массовых (DIG^\sim) и энергетических (DIG_ε) дивергенций вместе с действием соответствующих

источников (q_w, q_g, q_e) определяются аналогично (3.43), но с заменой интерполяционного веса δ_v на вес δ_1 .

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 3

В данной главе на метрических сетках теории метода опорных операторов применительно к процессам двухкомпонентной трехфазной фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями построено семейство расщепленных по физическим процессам дискретных алгоритмов со свободно-объемной аппроксимацией уравнения пьезопроводности в гидратизированной среде. Важно, что полученная таким образом расщепленная модель разностно эквивалентна дискретным первым балансным принципам системы, записанным в дивергентной форме. Такой подход создания полностью консервативных схем в изучаемой флюидо-гидратной среде потребовал введения специальной свободно-объемной нелинейной аппроксимации сеточных функций по времени, которая зависит от доли объема в порах, занятом флюидами, и является простой в реализации. Эти алгоритмы позволяют производить прикладные расчеты связанной задачи с крупным шагом по времени и разностно эквивалентны системе первых балансных принципов модели.

Также в работе применительно к специфике сатурационных процессов переноса в фильтрационной гидратизированной среде рассмотрены различные способы наветренной аппроксимации этих процессов, наряду с одновременным сохранением свойств знакоопределенности и самосопряженности дифференциальных операторов *divgrad*, связанных с полем скоростей, обеспечивающим этот перенос. Это позволяет более качественно аппроксимировать градиентные перепады термодинамических величин в депрессионных воронках скважин, эффект Джоуля – Томсона и другие физические процессы, присущие теории неизотермической фильтрации. Представленный в

данной главе механизм контравариантной наветренности обеспечивает одновременно эффективную монотонизацию аппроксимации по растепленности и влагонасыщенности наряду с монотонизацией нелинейного переноса внутренних энергий свободных воды и газа и сохранением знакоопределенности квадратичных форм градиентов термодинамических величин в пьезопроводной части задачи.

ГЛАВА 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ

Изучение газовых гидратов в природных и техногенных условиях относится к быстроразвивающимся областям науки и техники, в которых существенная роль отводится вычислительным экспериментам с компьютерными моделями природных и техногенных процессов, сопровождающихся формированием и разложением гидратов. Компьютерное моделирование востребовано и в теоретических исследованиях, и при сопровождении экспериментальных работ, в силу многопараметричности и нелинейности моделей динамики гидратосодержащих сред.

Комплекс прикладных программ, разработанный автором и представленный в настоящей главе, создан с целью внедрения в практику моделирования термодинамически равновесной дискретной модели совместной двухкомпонентной (H_2O , CH_4) трехфазной (вода, газ, гидрат) флюидодинамики в пьезопроводной зоне коллектора и двухфазной динамики флюидов в талой зоне (в которой отсутствуют газогидраты). Во второй главе произведено расщепление математической модели по физическим процессам для создания эффективного численного алгоритма решения трансфазных задач. В третьей главе построена однородная разностная схема сквозного счета и предложен алгоритм решения разностных уравнений.

За последние 20-30 лет работа с компьютером стала привычной практикой едва ли не во всех сферах деятельности человека. До массового распространения графических дисплеев управление работой прикладного кода осуществлялось путем инструкций, вводимых через интерфейсы, построенные на том же языке, на котором был написан основной код, или консольные приложения, и т.п. Соответствующие примеры можно найти в [125], в руководствах по JCL – Job Control Language [126], и другой подобной литературе.

В настоящее время управляющие средства типа JCL вытесняются графическими пользовательскими интерфейсами в силу их очевидных преимуществ в отношении эргономики и повышения производительности труда.

Прикладной код «HYDRAT1D» разработан на основе вычислительной архитектуры «Клиент-сервер» [127]. Пользовательская часть (клиент) написана на языках JS, HyperText Markup Language (HTML) и на формальном языке Cascading Style Sheets (CSS), описывающем внешний вид интерфейса [128]. Язык для создания программных интерфейсов JavaScript (JS) встроен практически во все веб-браузеры, и потому доступен без особых ограничений на тип компьютера [128]. Часть, отвечающая за вычисления (сервер), написана на NodeJS [129]. Программная платформа Node.js, основанная на интерпретаторе («движке» V8), превращает этот узкоспециализированный язык в язык общего назначения. У языка появляются новые возможности, такие как взаимодействие с устройствами ввода-вывода через свой модуль, написанный на C++, возможность подключать другие библиотеки, написанные на иных языках, возможность разрабатывать оконные приложения для Linux, Windows и macOS.[129]

4.1 Основные технологии программирования, использованные при создании кода HYDRAT1D

4.1.1 Архитектура «Клиент — сервер»

В большинстве случаев компьютеры и программы, входящие в состав информационной системы, не являются равноправными. Некоторые из них владеют ресурсами (файловая система, процессор, принтер, база данных и т.д.), другие имеют возможность обращаться к этим ресурсам. Компьютер (или программу), управляющий ресурсом, называют сервером этого ресурса (файл-сервер, сервер базы данных, вычислительный сервер и

т.д.). Клиент и сервер какого-либо ресурса могут находиться как на одном компьютере, так и на различных компьютерах, связанных сетью.

Программа-сервер ожидает от клиентской программы запрос и предоставляет ему свои ресурсы в виде данных. В нашем случае клиент обращается к серверу посредством HTTP (HyperText Transfer Protocol) запросов. HTTP это сетевой протокол прикладного уровня для передачи произвольных данных.

Преимущества такого подхода состоят в том, что:

1. исходный код не дублируется;
2. требования к ресурсам клиента существенно снижаются;
3. к серверу можно обращаться из любого устройства с любой операционной системой, поддерживающей сетевой протокол HTTP;
4. защищенность и целостность данных;
5. управление правами доступа к ресурсу.

4.1.2 Язык программирования Java Script

JavaScript является объектно-ориентированным языком [128]. Используемое в JS прототипирование, или первичная (как правило, малозатратная) реализация базовой функциональности системы, предназначенная для анализа ее работы и дальнейшего совершенствования проекта, обуславливает отличие JS в работе с объектами по сравнению с традиционными класс-ориентированными языками [130]. Кроме того, JS поддерживает функциональное программирование: функции как объекты первого класса, объекты как списки, преобразование функций типа “carrying” (карринг, см. [131]), анонимные функции, замыкания - что придаёт языку дополнительную гибкость [131, 132].

Синтаксис JS очень похож на синтаксис Си, однако JS по сравнению с Си имеет коренные отличия:

- объекты с возможностью интроспекции (аналогично C++);
- функции как объекты первого класса;

- автоматическое приведение типов;
- автоматическое управление памятью [132];
- анонимные функции.

Эти отличия делают JS более удобным для программной реализации в технологии “клиент-сервер”.

4.1.3 Серверная платформа Node

Эволюция JS с каждым годом дает возможность для веб-разработчиков создавать большое количество новых технологий и инновационных приложений. Один из наиболее интересных и популярных инструментов для создания легко масштабируемых сетевых приложений является Node.js – это серверная реализация языка JS, основанная на разработанном компанией Google JS-движке V8, который был создан Райаном Далем (Ryan Dahl) [129]. Развитием проекта сейчас занимается компания Joyent, крупный провайдер облачных вычислений в США. Серверная среда Node.js состоит из 80% кода C/C++ (ядро).

Следует отметить, что этот язык не рассчитан для больших вычислительных задач, но он позволяет создавать короткие наглядные коды, и показателен в том смысле, что JS имеет однопоточную модель исполнения. Язык имеет возможность распараллелить вычисления, переведя их в асинхронную парадигму и распределив между несколькими процессами, но достичь производительности аналогичной программы на C++ с тем условием, что код был написан опытным программистом и представляется не реалистичным. С другой стороны, в нашей задаче [133] нечего распараллеливать, и одного потока предостаточно для достижения целей, и написать код, который будет выполняться быстро, не представляет труда. По производительности он будет сравним с C++ кодом. В чем секрет? Известно, что скорость работы — не главный критерий оценки языка. Нужно учитывать потребление памяти, нагрузку на CPU и т.д. Немаловажным и также являются еще и паттерны, и подходы программирования. На сегодняшний день JS является самым быстрым

интерпретируемым языком в мире. Конечно, это далеко некомпilierуемый язык со статической типизацией, но эти интерпретаторы написанные под JS от Mozilla - SpiderMonkey, от Google - V8 и от Microsoft – Chakra создавались в конкурентной борьбе лучших разработчиков. Следовательно, код написанный на JS, оптимизируется. Если в дальнейшем SpiderMonkey будет работать быстрее, чем V8, то, при использовании Node.JS, на новый движок не предоставит труда.

В заключение данного раздела отметим, что возможны и другие реализации прикладного кода, разработка которого была целью данной работы. Например, функциональные модули пишутся на C++, а далее импортируются в среду JS и далее работа с ними идет в рамках технологии “клиент-сервер”.

4.2 Комплекс прикладных программ HYDRAT1D

Для реализации проекта кода нам понадобилось воспользоваться модульной системой Node. Она построена достаточно просто. Чтобы не встраивать непосредственно в Node все возможные компоненты, разработчики предлагают получать дополнительную функциональность посредством модулей. В основу положен договор, которого придерживаются разработчики, чтобы их модули могли работать вместе с другими модулями. В Node реализованы следующие требования:

1. Доступна глобальная функция `require`, которая принимает идентификатор модуля и возвращает экспортируемый прикладной программный интерфейс.
2. Именем модуля является строка символов, которая может включать в себя начальные разделители - слэши, чтобы идентифицировать путь к файлу.
3. Модуль должен экспортировать только те методы, которые должны быть видимы за пределами его область и видимости.
4. Переменные в модуле являются приватными

В языке очень простая система загрузки модулей: между файлом и модулем есть однозначное соответствие. Для подключения модуля в приложение нужно в `require` передавать строку с идентификатором модуля. Есть 3 типа импортируемых модулей:

1. Модули из папки `node_modules`. Например `var math = require('mathjs');` Есть возможность также подключить конкретный объект: `var subtract = require('mathjs').subtract`. Требуется установка: `npm install mathjs`.
2. Модули, входящие в состав Node. Подключается аналогично первому пункту. Встроены в ядро Node.
3. Пользовательские модули. Для загрузки в программную среду необходимо указать путь к нему. Например, в следующей инструкции `require` Node ожидает найти модуль по имени `sweep.js` в том же каталоге, где находится Node-приложение: `require('./lib/math/sweep.js');` или же можно использовать полный путь: `require('/home/username/HYDRAT1D/lib/math/sweep.js');`

Корневая директория программы состоит из трех вложенных папок и из четырех файлов. Программа запускается с помощью файла `server.js`. Файл одновременно запускает клиентскую и серверную часть приложения. Клиентский код лежит в директории `public`, а серверная (вычислительная) часть в `lib`. Файл `routes.js` в папке `app` отвечает за маршрутизацию клиентских запросов к конкретному адресу. Он же возвращает рассчитанные (и не только) данные пользователю. В нашем случае вычисление происходит по GET запросу `http://www.[хост]/api/calculation?input={объект со входными данными}` Если проект развернут локально, то вместо хоста будет `localhost:8080`. 8080 это номер порта, если у вас он занят другим процессом, то его можно изменить в файле `server.js`.

Получив данные от клиента роутер передает их в файл `lib/calculations/calculation.js`, запуск программы производится командами в соответствии с таблицей 4.1.

Таблица 4.1. Команды для запуска программы

Название	Описание	Доступ
Init	Инициализация входных данных. Принимает объект с начальными данными. Возвращает ссылку на сам объект (<code>this</code>).	Открытый
Start	Запуск процесса вычисления и методов, идущих после вычисления.	Открытый
Result	Возвращает объект с параметрами, которые нужны пользователю. Последовательно вызывается маршрутизатором после окончания метода <code>calculation.start()</code> .	Открытый
<code>run_calculation</code>	Запуск вычислений.	Закрытый
<code>save_to_file</code>	Сохраняет расчеты в файл. Принимает объект с полем <code>name</code> , где нужно указывать название папки. По умолчанию название папки <code>calc{временной штамп}</code> .	Закрытый
<code>process_data</code>	По умолчанию не включена в программу. Создавалось для обработки локальных сохраненных файлов.	Закрытый

Метод `init` обращается к файлу `lib/init.js`, который заполняет и местами переопределяет параметры задачи, которые хранятся в файле `/lib/params/parameters.js` (

), начальными данными, переданными из клиента (метод `init`), а затем запускает процесс вычисления (метод `start`). Файл `parameters.js` содержит в себе все параметры задачи, а также несколько открытых

методов (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**), которые оперируют с параметрами задачи.

Таблица 4.2. Параметры задачи

Название параметров	Описание	Значение по умолчанию	Тип
P	Давление		Array
P_Left	Давление на левой границе		String
P_Right	Давление на правой границе		String
Pkr	Критическое давление	4689300	number
SP	Давление на s+1 – ой итерации		array
Ps	Давление на s – ой итерации		array
DP	Приращение давления на соседних итерациях		array
P0	Давление в источнике	2E+6	number
Sv	Растепленность		array
SSv	Растепленность на s+1 – ой итерации		array
Svs	Растепленность на s – ой итерации		array
Svm	Величина близкая к единице (Δ_v)		number
Sw	Водонасыщенность		array
SSw	Водонасыщенность на s+1 – ой итерации		array
Sws	Водонасыщенность на s – ой итерации		array
Sw_min	Минимальное значение водонасыщенности для фазовой проницаемости	0.55	number

Sw_max	Максимальное значение водонасыщенности для фазовой проницаемости	0.9	number
T	Температура		array
Tkr	Критическая температура	191.202	number
T_init	Начальная температура		string
ST	Температура на s+1 – ой итерации		array
Ts	Температура на s – ой итерации		array
Q_g	Коэффициент в источнике газа	0	string
Q_w	Коэффициент в источнике воды	0	string
Q_e	Коэффициент при источнике в уравнении энергии	0	string
R	Универсальная газовая постоянная	8.31	number
M	Молярная масса газа	16E-3	number
A	Эмпирический коэффициент в уравнении фазового равновесия	7.28	number
B	Эмпирический коэффициент в уравнении фазового равновесия	169.7	number
Cp_g	Теплоемкость газа при постоянном давлении	2500	number
Cv_g	Теплоемкость газа при постоянном объеме	2081	number
Cv_w	Теплоемкость воды при постоянном объеме	4200	number
Cv_s	Теплоемкость скелета при постоянном объеме	873	number
rho_w	Плотность воды	1000	number
rho_h	Плотность гидрата	910	number

rho_s	Плотность скелета	2800	number
rho_g	Плотность газа	-	array
Betta	Массовая доля воды в гидрате	0.9	number
Porosity	Пористость	0.35	number
Krw	Относительная проницаемость воды	-	array
Krg	Относительная проницаемость газа	-	array
K_0	Коэффициент для абсолютной проницаемости	1E-14	number
myu_w	Вязкость воды	18E-4	string
myu_g	Вязкость газа	14E-6	string
lambda_w	Теплопроводность воды	561E-3	number
lambda_g	Теплопроводность газа	342E-4	number
lambda_h	Теплопроводность гидрата	2.11	number
lambda_s	Теплопроводность скелета	2	number
H	Теплота фазового перехода	514810	number
Z	Коэффициент сверхсжимаемости	1	number
Dt	Шаг по времени	0.001	number
Ct	Показатель уменьшения или увеличения значения шага по времени. Используется в методах increase_dt и reduce_dt.	1.4	number
max_it	Максимальное число итераций	5	number
min_it	Минимальное число итераций	2	number
max_dt	Максимальное значение шага по времени	1E-20	number

min_dt	Минимальное значение шага по времени	0.1	number
t_stop	Время остановки расчета	1	number
Time	Массив времен расчета	0	array
time_steps	Массив шагов по времени		array
current_time	Текущее время расчета	0	number
N	Число точек	100	number
from_N	Левая граничная точка фазы	0	number
to_N	Правая граничная точка фазы	N	number
L	Длина области	1	number
H	Шаг по пространству	1E-2	number
is_saturation_on	Статус сатурации	true	boolean
is_piezocon_on	Статус пьезопроводности	true	boolean
kapra_1	Индикатор типа граничного условия на левой границе	1	number
nu_1	Индикатор типа граничного условия на левой границе	0	number
kapra_2	Индикатор типа граничного условия на правой границе	1	number
nu_2	Индикатор типа граничного условия на правой границе	0	number
eT	Относительный скачок температуры при переходе от трехфазного к двухфазному	1E-9	number
G	Индекс геометрии задачи	0	number
Debug	Флаг для отладки	false	boolean
methodname	Название метода	simple	string

deltaE	Доля энергии накопленная после перехода в талое состояние	0.01	number
--------	---	------	--------

Таблица 4.3. Методы программы

Название	Описание	Доступ
is_calculation_completed	Возвращает истину, если расчеты завершены	Открытый
increase_time	Увеличивает время на шаг по времени	Открытый
increase_dt	Увеличивает шаг по времени в <i>ct</i> () раз.	Открытый
reduce_dt	Уменьшает шаг по времени в <i>ct</i> () раз.	Открытый
save_time_steps	Сохраняет шаг по времени в каждом временном слое	Открытый
save_calculation	Сохраняет вычисленные параметры (<i>Sv</i> , <i>Sw</i> , <i>T</i> , <i>P</i>). Вызывается после метода <i>run_calculation</i>	Открытый
Output	Возвращает объект с выходными параметрами. К этому методу обращается <i>calculation.result()</i> . В этом методе можно добавлять дополнительные переменные в качестве свойства объекта, которые могут понадобиться пользователю.	Открытый
Scaling	Масштабирование параметров	Открытый
define_edges	Принимает фазу задачи и вычисляет точки границ фаз.*	Открытый

Метод *start* вызывает приватную функцию *run_calculation*, он в свою очередь первым делом обращается к файлу *lib/saturation/core/phase.js* (табл. 4.4), чтобы тот смог определить начальные фазы задачи.

4.3 Алгоритм расчета фазового состояния флюида

Определение фазового состава является ключевым пунктом работы всего алгоритма расчета динамики смеси газа с водой при возможном наличии твердой газогидратной компоненты. Соответствующий алгоритм построен таким образом, что вначале определяются фазы задачи относительно значений искомым параметров в n -ом слое. Получаем некий контейнер-массив с объектами фаз. Например [{тип 1-ой фазы, левая граница 1-ой фазы, правая граница 1-ой фазы}, ..., {тип n -ой фазы, левая граница n -ой фазы, правая граница n -ой фазы}] (4.3.1)

```
var container = [{type:'triple', from:0, to:0.4}, {type:'melted',  
from:0.4, to:0.6}, {type:'triple', from:0.6, to:1}] (4.3.1)
```

Далее выполняется цикл по массиву и для каждого типа фаз вычисляем граничные точки (`define_edges`), а потом по типу фазы выбираем соответствующие методы дальнейших расчетов.

Таблица 4.4. Начальные фазы задачи

Название	Описание	Доступ
Define	Начальное определение фаз. Вызывается 1 раз в начальный момент времени.	Открытый
define_if_triple	Метод вызывается только в трехфазной зоне для вставки в контейнер новых фаз если они появились	Открытый
define_if_melted	Метод вызывается только в талой зоне для вставки в контейнер новых фаз если они появились	Открытый
Add	Добавляет в контейнер новые фазы	Открытый
Reset	Вычищает контейнер	Открытый
Combine	Вспомогательная функция для конструкции фаз	Закрытый

Далее в методе начинает работать цикл *while*, ожидающий конец расчета. В теле оператора вызывается метод *run* модуля *iteration-process.js*,

который наследует методы объекта `lib/math/iteration.js` и выполняет основные вычисления, а затем последовательно выполняется процедура `save_calculation`, описанная в **Ошибка! Источник ссылки не найден.**

Более низкоуровневые вычисления для блоков пьезопроводности и сатурации лежат в соответствующих папках `./lib/piezocon/` и `./lib/saturation/`.

Все функции определены в файле `functions.js`, при необходимости новые функции можно добавить в этот файл. В таблице 4.5 перечислены обозначения всех переменных.

Таблица 4.5. Обозначения переменных

Название функций	Описание
Init	Давление
K	Абсолютная проницаемость
Krw	Относительная проницаемость воды
Krg	Относительная проницаемость газа
myu_w	Вязкость воды
myu_g	Вязкость газа
T	Температура
TDp	Производная температуры по давлению
Psi	Скачок удельного объема (на единицу массы)
E_s	Внутренняя энергия скелета
E_sDp	Производная внутренней энергии скелета по давлению
E_w	Внутренняя энергия воды
E_wDp	Производная внутренней энергии воды по давлению

E_g	Внутренняя энергия газа
$E_g Dp$	Производная внутренней энергии газа по давлению
E_v	Внутренняя энергия гидрата
$E_v Dp$	Производная внутренней энергии гидрата по давлению
Dp	Коэффициент бароемкости
ΔE_p	Скачок удельной внутренней энергии (на единицу массы)
M	Пористость
$m Dp$	Производная пористости
Z	Коэффициент сверхсжимаемости
$z Dp$	Производная коэффициента сверхсжимаемости по давлению
$z DT$	Производная коэффициента сверхсжимаемости по температуре
ρ_g	Плотность газа
ρDp_g	Производная плотности газа по давлению
ρDp_g	Производная обратной величины плотности газа по давлению
ρ_w	Плотность воды
ρDp_w	Производная плотности воды
ρ_v	Плотность гидрата
ρDp_v	Производная плотности гидрата
ρ_s	Плотность скелета

Lambda	Эффективная теплопроводность
Q_w	Источник воды
Q_g	Источник газа
Q_e	Источник энергии
CCLg	Условие характеристической сшивки для газа
CClw	Условие характеристической сшивки для воды

4.4 Работа с кодом HYDRAT1D

Мы отмечали, что для использования комплекса программ HYDRAT1D необходимо установить на компьютере пользователя серверную платформу Node.js. По ссылке <https://nodejs.org/en/download/> можно скачать соответствующий установочный файл для трех основных операционных систем Windows, Linux и macOS. Сразу после установки становится доступна новая команда – node. Её можно использовать двумя разными способами. Первый способ использования – применить команду без аргументов. При этом откроется интерактивная оболочка, где вы можете выполнять обычный JS код.

```
$ node
> console.log('Hello World');
Hello World
Undefined
```

В приведенном примере мы написали console.log('Hello World') в оболочке. При нажатии на ввод (Enter) Node.js выполнит этот код, и мы увидим сообщение Undefined, поскольку оболочка отображает

возвращаемое значение каждой команды, а console.log в данном случае ничего не возвращает. В другом варианте использования команды node мы можем передать Node файл с JS для выполнения. Именно таким образом выполняется запуск кода HYDRAT1D. Вместе с командой node становится доступной команда пакетного менеджера npm. Этот инструмент позволяет локально или глобально устанавливать необходимые для работы пакеты.

Чтобы запустить программу, нужно в корневой директории программы набрать команду npm install, которая установит все нужные модули, а далее node server.js, тем самым запустится локальный веб сервер и клиентская часть, отвечающая по локальному адресу localhost на порте 8080 (<http://localhost:8080>)

Блок-схема работы кода в технологии “клиент-сервер” представлена на рис. 4.1.



Рис 4.1. Архитектура программного комплекса.

Вычислительную часть демонстрирует следующая блок-схема взаимодействия функциональных компонент кода (рис 2.4).

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 4

В данной главе разработан пакет прикладных программ HYDRAT1D для решения связанных задач динамики флюидов в коллекторе, со сквозным расчетом течения в талой зоне и пьезопроводной среде с газогидратными включениями. Код написан на языке программирования JavaScript, на основе платформы Node.js. В статье кратко описаны математическая модель, численная схема и алгоритм решения связанной задачи. Приведено описание их программной реализации: используемые технологии программирования, программные модули, функции и параметры, а также некоторые сведения о «клиент-серверной» архитектуре применительно к средствам, использованным для организации работы кода HYDRAT1D. Реализованный комплекс программ использован для компьютерного моделирования трансфазной задачи. Выполненные разработки создают основу для реализации дальнейших проектов прикладного программного обеспечения на базе JS. Таким программным обеспечением специалисты в нефтегазовой отрасли могут пользоваться в удаленном доступе при умеренном уровне навыков в информационных технологиях и практике вычислений.

ГЛАВА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В данной главе представлены результаты вычислительных экспериментов проведенных посредством разработанного программного обеспечения на основе предложенных численных схем и математических моделей. С помощью созданного программного комплекса проведены исследования задач фильтрационной флюидодинамики с твердофазными включениями, представляющие практический интерес как для научных, так и для технических применений. Также, приведены результаты численного исследования процессов, происходящих в реальных газогидратных пластах, в частности, при гидродинамическом моделировании газогидратного Мессояхского месторождения.

5.1. Начальные данные

Рассмотрим процесс, в начальный момент времени которого давление распределено по линейному закону:

$$P(x,0) = 20 \text{ МПа}, \quad (5.1)$$

а водонасыщенность и растепленность однородны по пространству:

$$S_w(x,0) = S_w^*, S_v(x,0) = S_v^*, \quad (5.2)$$

где $0 < S_w^* < 1$, $0 < S_v^* < 1$ – постоянные величины, $x \in [0, L]$, L – длина расчетной области.

Ускорение свободного падения не учитывается ($g = 0$). Границы расчетной области предполагаются непроницаемыми твердыми «стенками», т.е. поток через них нулевой:

$$\mathbf{V}_w|_{x=0} = 0, \mathbf{V}_g|_{x=0} = 0, \mathbf{V}_w|_{x=L} = 0, \mathbf{V}_g|_{x=L} = 0, t > 0.$$

Источники массы воды и газа в среде коллектора имеют следующий вид:

$$q_w = \begin{cases} \alpha(P - P^*), X_1 < x < X_2 \\ 0, otherwise \end{cases}, \quad q_g = \begin{cases} \beta(P - P^*), X_1 < x < X_2 \\ 0, otherwise \end{cases}, \quad (5.3)$$

где P^* – постоянная величина, α и β – постоянные параметры, отвечающие некому источнику (стоку) в призабойной зоне, обусловленному перепадом давления между стволом скважины и пластом. X_1, X_2 – координаты «резкого» включения источников.

Были выбраны следующие значения параметров, характерные для Мессояхского метан-гидратного месторождения:

$$\rho_w = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_v = 910 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_s = 2800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\mu_w = 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}, \quad \mu_g = 0.014 \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с},$$

$$c_w = 4165 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad c_g = 2500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad c_s = 873 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$M = M_{\text{CH}_4} = 16 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}, \quad R = \frac{8.31}{M} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}, \quad h_{tr} = 514810 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}},$$

$$m = 0.35, \quad A = 7.28 \text{ К}, \quad B = 169.7 \text{ К},$$

$$S_w^* = 0.6, \quad \beta_w = 0.9,$$

$$k(S_v) = k_0 S_v^3, \quad k_0 = 10 \text{ мД} = 10^{-14} \text{ м}^2,$$

$$k_{rw}(S_w) = \begin{cases} 0, S_w < S_{w,\min} \\ 1.477 S_w^5 - 1.587 S_w^6 + 1.11 S_w^7 - 0.0473, S_{w,\min} < S_w < S_{w,\max} \\ k_{rw}(S_{w,\max}), S_w > S_{w,\max} \end{cases},$$

$$k_{rg}(S_w) = \begin{cases} k_{rg}(S_{w,\min}), S_w < S_{w,\min} \\ 1.044 - 1.7 S_w + 0.6 S_w^2, S_{w,\min} < S_w < S_{w,\max} \\ 0, S_w > S_{w,\max} \end{cases},$$

$$S_{w,\min} = 0.55, \quad S_{w,\max} = 0.9.$$

Длина модельной пространственной области $L=1$ м, шаг по пространственной координате $h=0.01$ м.

Параметры источников: $\alpha = 0$, $\beta = 10^{-5} \frac{\text{к}^2}{\text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^3}$, $P^* = 2$ МПа, $X_1=0.4$, $X_2=0.6$; область действия источников: $x \in [0.4, 0.6]$.

Выдача результатов расчетов производится для моментов времени $t=1, 10, 50$ с.

Симметричная относительно $x = 0.5$ расчетная область не сокращена вдвое в целях проверки симметрии вычислительного алгоритма.

5.2 Результаты расчетов для случая с учетом адиабатического расширения газа

Рассматриваются два варианта для источников энергии:

- без учета адиабатического расширения газа

$$q_\varepsilon = \varepsilon_w q_w + \varepsilon_g q_g \quad (5.4)$$

- и с учетом адиабатического расширения газа

$$q_\varepsilon = q_w \varepsilon_w + q_g (\varepsilon_g + P / \rho_g) \quad (5.5)$$

Здесь растеplенность берется как $S_v^* = 0.5$

На рис. 5.1 представлено пространственное распределение растеplенности с учетом адиабатического расширения газа (5.5) для моментов времени $t = 1, 10, 50$ сек соответственно.

На рис. 5.2 представлено распределение растеplенности для случая (5.4), когда адиабатическое расширение газа не учитывается. В первом случае, при учете адиабатического расширения газа, не происходит дополнительное растеplение гидратизированной среды на границах области действия источников ($x = 0.4$ и $x = 0.6$).

Другие параметры (S_w , P , T) в обоих случаях ведут себя подобным образом. Их пространственные распределения на те же моменты времени представлены на рис.5.3–5.5 соответственно.

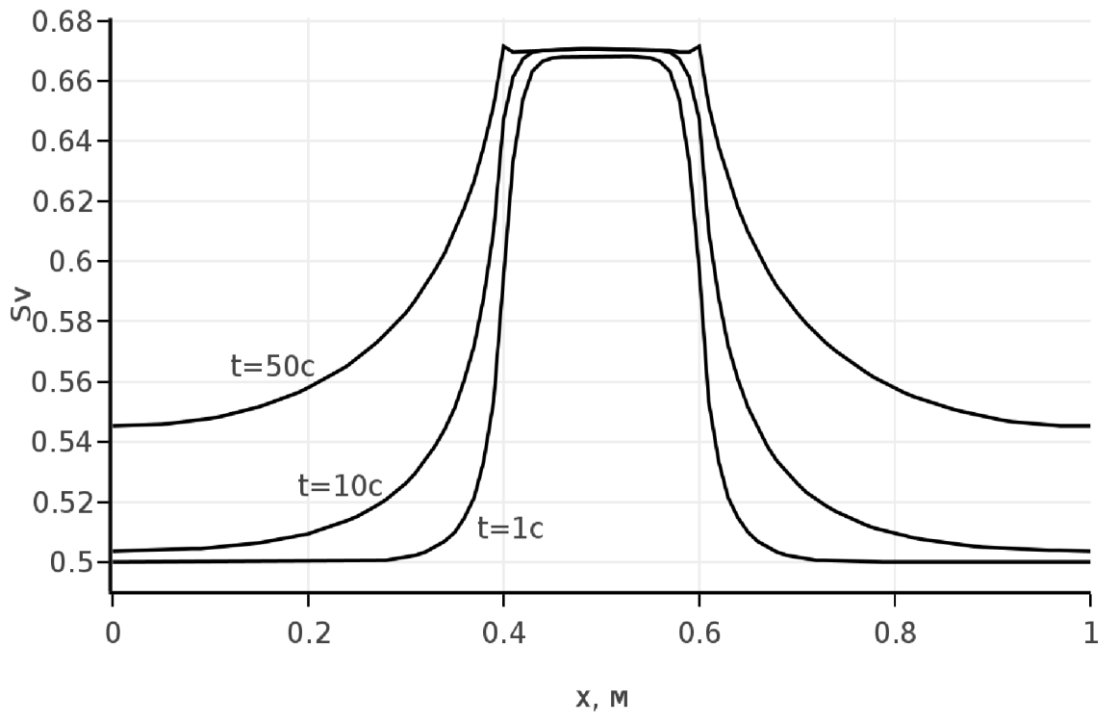


Рис. 5.1. Распределение растепленности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа

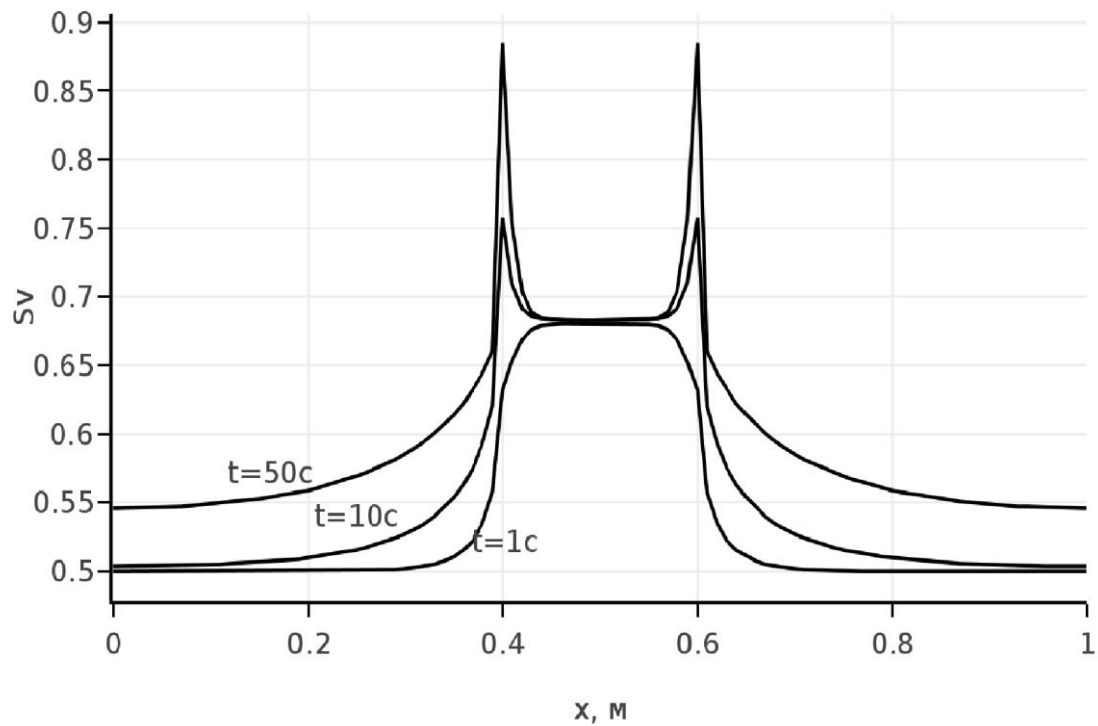


Рис. 5.2. Распределение растепленности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант без учета адиабатического расширения газа

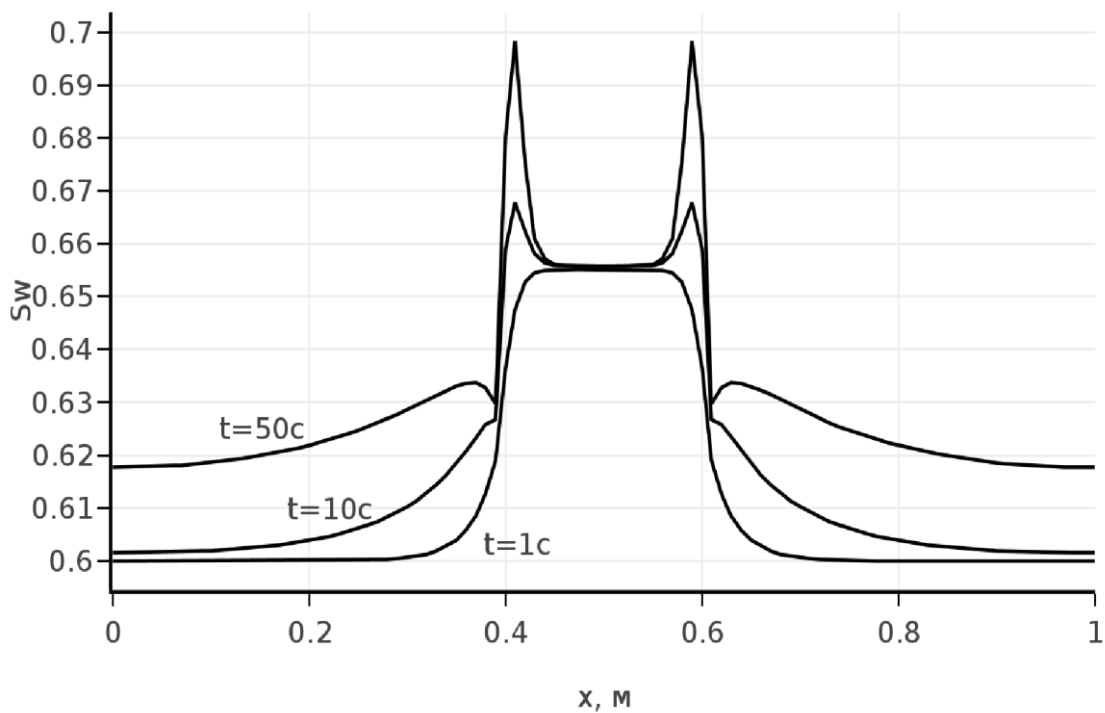


Рис. 5.3. Распределение водонасыщенности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа

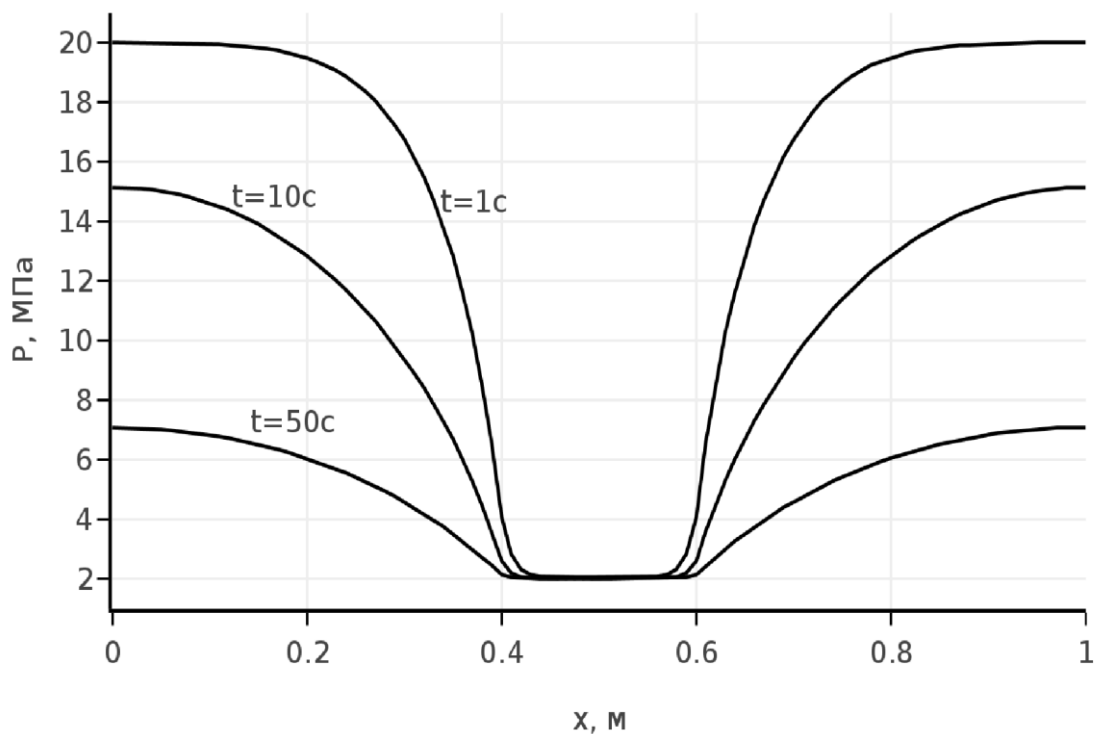


Рис. 5.4. Распределение давления для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа

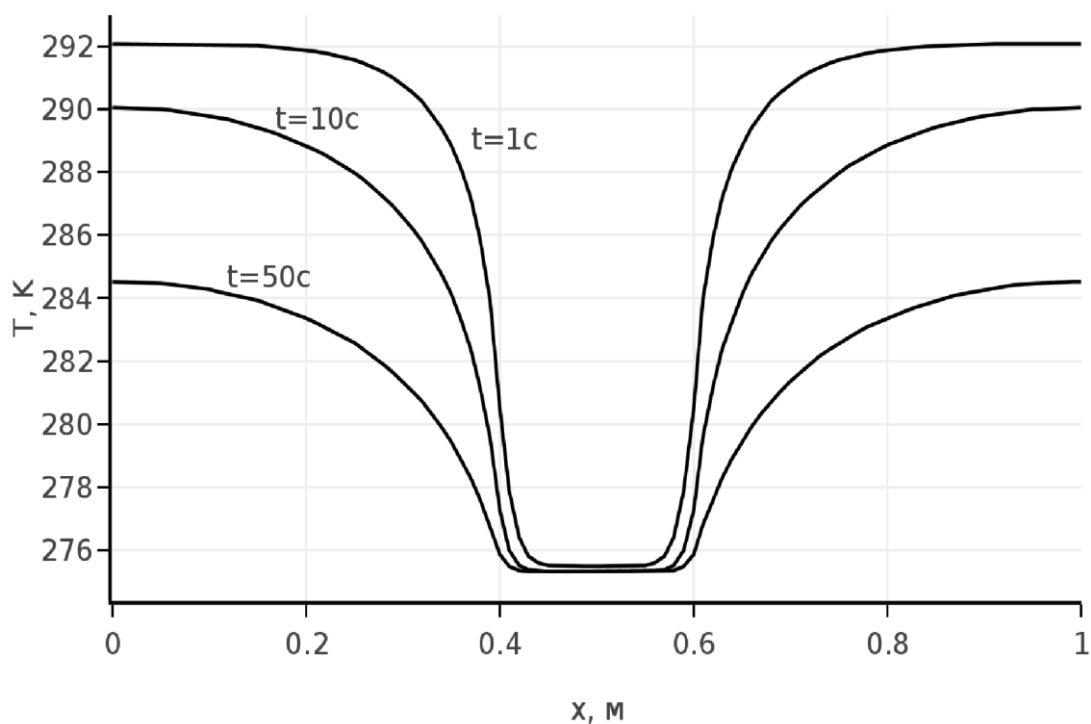


Рис. 5.5. Распределение температуры для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа

Для случая отсутствия адиабатического расширения газа (5.4) были проведены дополнительные анализ и тестирование механизмов возникновения пиков растепленности на границах области действия источников ($x = 0.4$ и $x = 0.6$), в которых происходит «резкое» включение источников. Их возникновение связано с тем, что в силу задания отбора в виде (5.3) с $\alpha = 0$ вода, образующаяся при разложении гидрата, несжимаема, не отбирается и накапливается на границах зоны стока, что и приводит к соответствующим пикам растепленности при продолжающемся отборе газа на границах области действия зоны стока. Результаты расчетов с разными фазовыми проницаемостями показали, что нелинейность относительных фазовых проницаемостей по воде и газу, а также абсолютной проницаемости не влияет на возникновение пиков. Если отключить отбор после первой секунды, то пики не появляются.

Для оценки практической точности вычислений проводилась серия расчетов с измельчением сетки по времени и по пространству от «грубой»

сетки ($\tau = 0.01$ с и $h = 0.01$ м) до сетки в 16 раз более мелкой ($\tau = 0.000625$ с и $h = 0.000625$ м). Результаты расчетов на самой мелкой сетке брались как эталонные (предполагалось, что они близки к точному решению) и использовались для оценки реальной погрешности и порядка скорости сходимости к «точному» решению. Погрешность оценивалась в норме «С» как максимум модуля разницы сеточных функций, отвечающих решениям на грубой и мелкой сетках. Скорость сходимости оценивалась через логарифм отношения погрешностей, полученных на двух грубых сетках с шагами, отличающимися в 2 раза.

Таким образом, для $t = 1$ и 10 с проводились следующие расчеты:

- «эталонный» расчет: $\tau^0 = 0.000625$, $h^0 = 0.000625$;
- расчет $n = 1$: $\tau^1 = 0.01$, $h^1 = 0.01$;
- расчет $n = 2$: $\tau^2 = 0.005$, $h^2 = 0.005$.

В таблицах 5.1 и 5.2 ниже приводятся полученные результаты погрешностей аппроксимации и порядка скорости сходимости ($P_0 = 10$ МПа).

Таблица 5.1. Момент времени $t = 1$ с

Шаги	Погрешность		Порядок сходимости
	$n = 1$	$n = 2$	
S_w	0.0000011	0.0000005	$n = 1,2$
S_v	0.0000016	0.0000007	1.14
P/P_0	0.120839	0.064643	1.16
			0.90

Таблица 5.2. Момент времени $t = 10$ с

Шаги	Погрешность		Порядок сходимости
	$n = 1$	$n = 2$	
S_w	0.020223	0.013281	$n = 1,2$
S_v	0.030380	0.015489	0.61
P/P_0	0.062255	0.031878	0.97
			0.97

Расчеты проводились на персональном компьютере с тактовой частотой и процессором 2.7 GHz Intel Core i5. Типичный расчет на сетке из 100 ячеек занимал несколько минут.

Заметим, что в силу разрывной правой части (источники в виде ступенчатой функции) имеются симметричные зоны сингулярности, отвечающие участкам резкого «включения» источников (при $x = 0.4$ и $x = 0.6$). В этих зонах наблюдается заметная разница между решениями на мелкой и грубой сетках, нарастающая с ростом t .

5.3 Результаты расчетов по двум схемам

Для сравнения схем со свободно-объемной аппроксимацией (3.29) - (3.32), (3.39) с неполностью консервативными разностными схемами, аппроксимирующими пьезопроводную среду с газогидратными включениями, рассмотрим вычислительный эксперимент, приводимый в данном разделе. В качестве примера схемы с неполностью консервативной аппроксимацией, т.е. не сводящейся к дивергентному разностному аналогу уравнений (2.1)-(2.7), выберем известный IMPIS метод [12]. Это схемы неявные по давлению и по насыщенностям. Построение и тестирование расщепленной по физическим процессам неявной по термодинамике (давление, температура) и явной по сатурациям (влагонасыщенность, растепленность) IMPES-схемы применительно к моделированию флюидодинамических процессов с гидратными включениями подробно изложено в [11]. Аппроксимация по времени в схеме со свободно-объемной аппроксимацией ((3.29)-(3.32), (3.39)) членов, не связанных с нелинейной интерполяцией с весом δ_v (см. (3.28)), в данном тесте выбирается такой же, как и в IMPIS методе, адаптированном к расчетам процессов с гидратными включениями, т.е. неявной по сатурациям (S_w, S_v) и по термодинамическим переменным (P, T). Эти члены в схеме со свободно-объемной аппроксимацией помечаются “волной”.

Внутренние энергии скелета, водной и газовой фаз в данной модели берутся пропорциональными температуре [134]: $\varepsilon_l = c_l T$, $l = s, w, g$. Здесь c_s, c_w, c_g – соответствующие теплоемкости скелета, воды и газа. Внутренняя энергия гидрата ε_v рассчитывается согласно (2.8) с учетом (2.10). Газ в приводимом ниже тесте считается идеальным, также эффект адиабатического охлаждения, связанный с отбором газа из коллекторной зоны отсутствует. В этом приближении на границах зоны действия источника (отбора газа, пропорционального перепаду давлений) возникают пики насыщенностей, связанные со скин-эффектом диссипации давления на этих границах внутрь области отбора газа. Эффект описывается газогидратным пьезопроводным процессом и подробно исследован в [11]. Именно эти сингулярные особенности решения (пики растепленности и водонасыщенности) на внутренних границах зоны резкой депрессии в коллекторе мы и выберем для сравнения схемы со свободно-объемной аппроксимацией и IMPIS-схемы.

Считается, что доля теплопроводности в общем балансе переноса тепла пренебрежимо мала по сравнению с конвекцией, т.е. в уравнении энергии кондуктивная составляющая полагается равной нулю ($\text{div } \mathbf{W} = 0$). Расчеты приводятся для моментов времени $t = 1, 10, 30$ с. На рис. 5.6-5.9 приведены распределения растепленности, водонасыщенности, давления и температуры для моментов времени 1, 10 и 30 с соответственно, рассчитанные схемой со свободно-объемной аппроксимацией $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$. Здесь растепленность берется как $S_v^* = 0.5$.

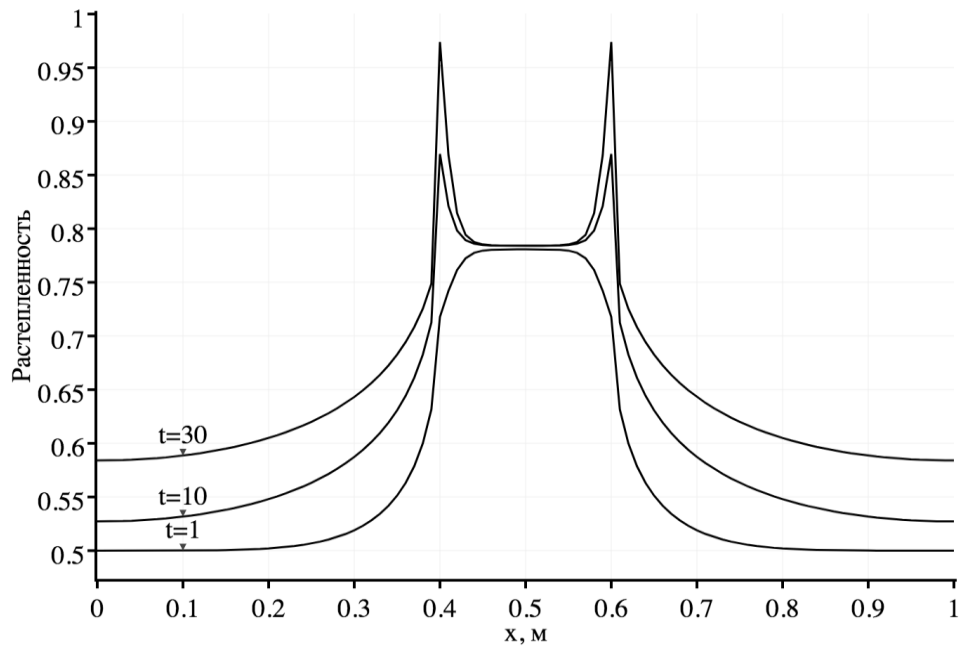


Рис. 5.6 Распределение растепленности для моментов времени 1, 10, 30 с. Свободно-объемная аппроксимация $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

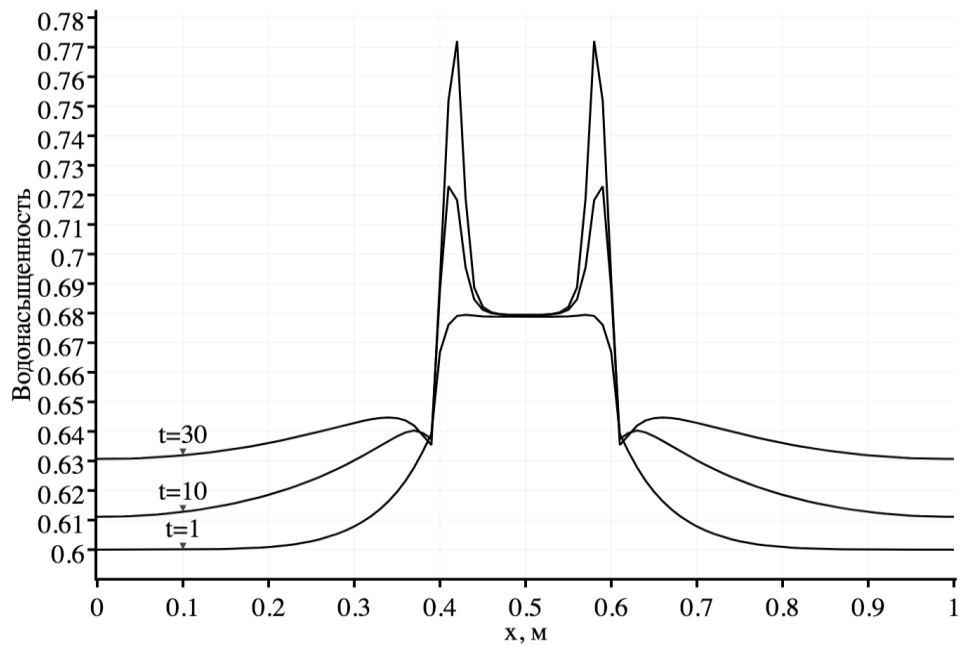


Рис. 5.7 Распределение водонасыщенности для моментов времени 1, 10, 30 с. Свободно-объемная аппроксимация $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

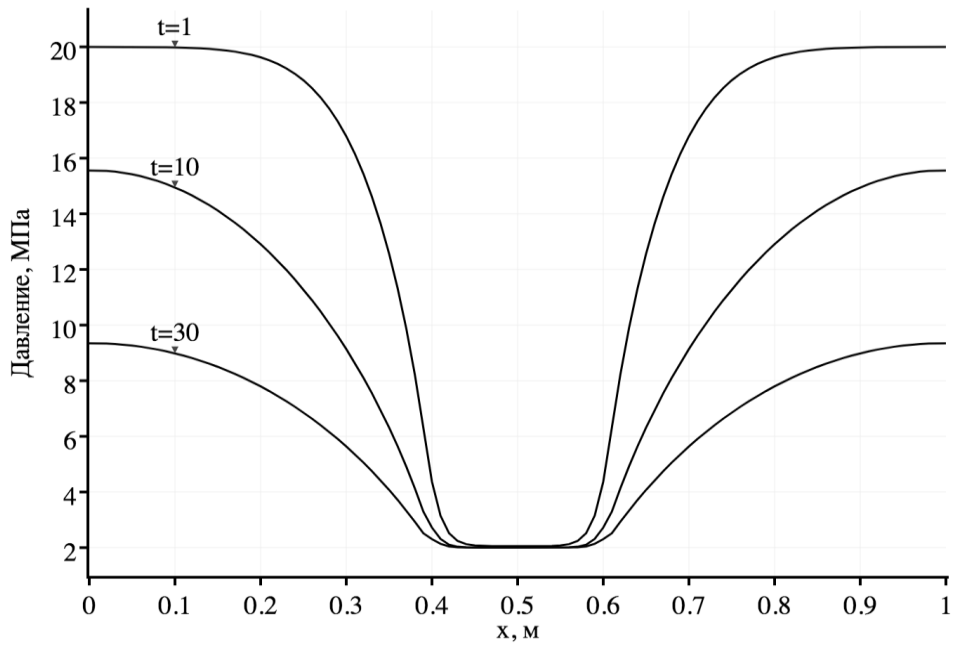


Рис. 5.8 Распределение давления для моментов времени 1, 10, 30 с. Свободно-объемная аппроксимация $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

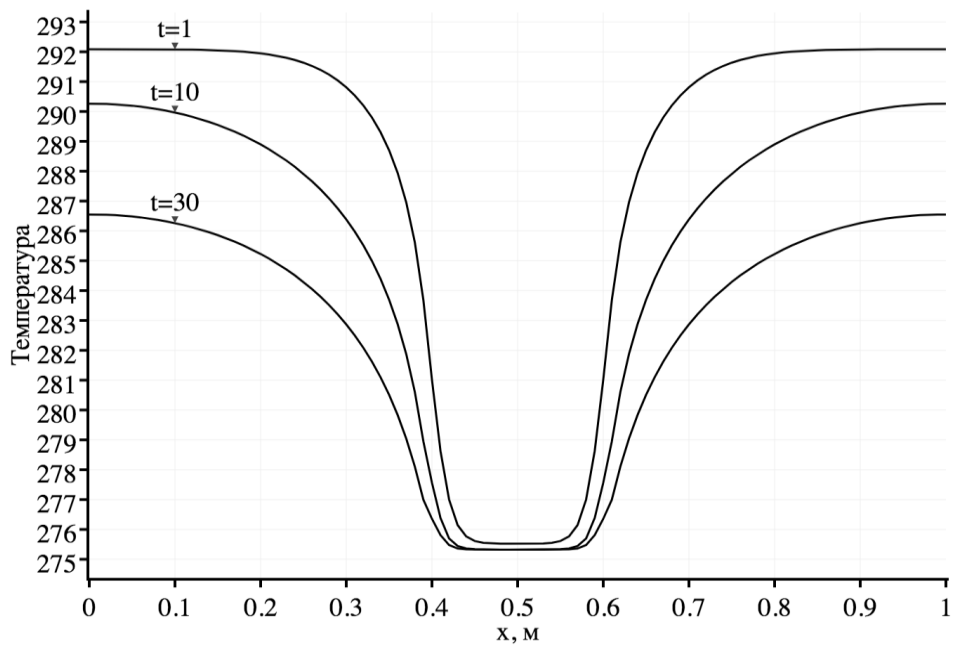


Рис. 5.9 Распределение температуры для моментов времени 1, 10, 30 с. Свободно-объемная аппроксимация $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

Решения для растепленности, полученные различными методами (IMPIS-схема и свободно-объемная аппроксимация $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при

$x \in [0.4; 0.6]$.) на одинаковой расчетной сетке ($h = 0.01$ м) с одинаковым шагом по времени ($dt = 0.00753$ с) сравнивались с точным решением. В качестве точного решения использовано предельное (при уменьшении шага сетки до $h = 1/16000$ м) решение, взятое как полусумма расчетов по IMPIS-схеме и методом свободно-объемной аппроксимации. На момент времени $t = 10$ с отличие расчетов со свободно-объемной аппроксимацией от точного решения в L2-норме составило 0.00006234, расчетов по IMPIS-схеме от точного решения - 0.00005998 соответственно. Расчеты пространственных распределений растепленности на этот момент времени по IMPIS-схеме и по схеме со свободно-объемной аппроксимацией вместе с точным решением представлены на рис. 5.10. Относительная точность итерационной сходимости в экспериментах составляла 1%.

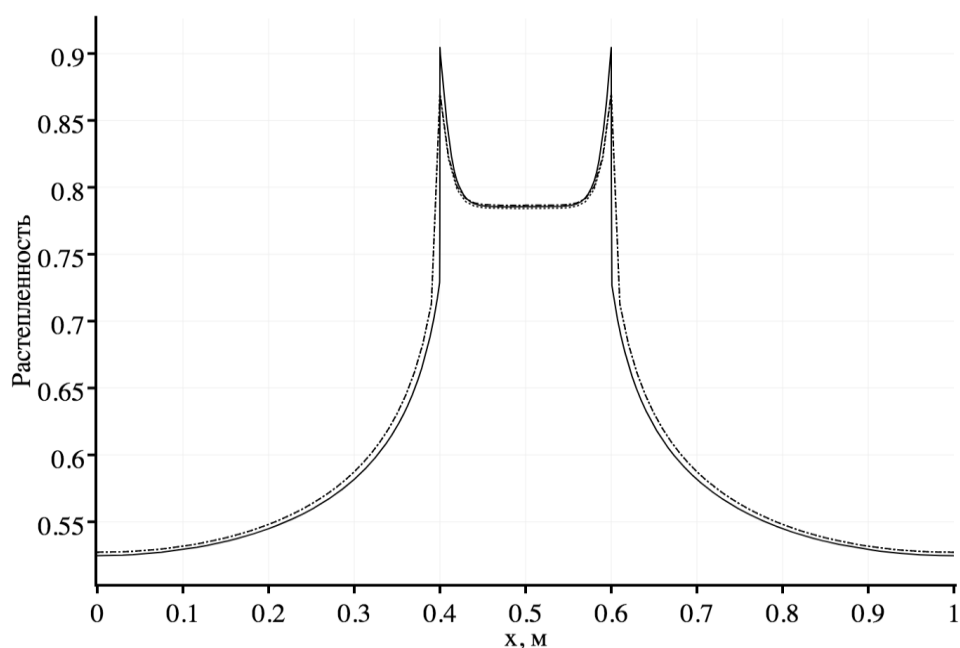


Рис. 5.10 Распределение растепленности на момент времени 10 с. Свободно-объемная аппроксимация - точечный пунктир, IMPIS схема - штрихпунктир, точное решение - сплошная линия $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

На рис. 5.11, 5.12 также представлено отдельно сравнение точного решения с каждым из методов. Водонасыщенности, давление и

температура при расчетах по схеме со свободно-объемной аппроксимацией и IMPIS-схемой практически не отличаются.

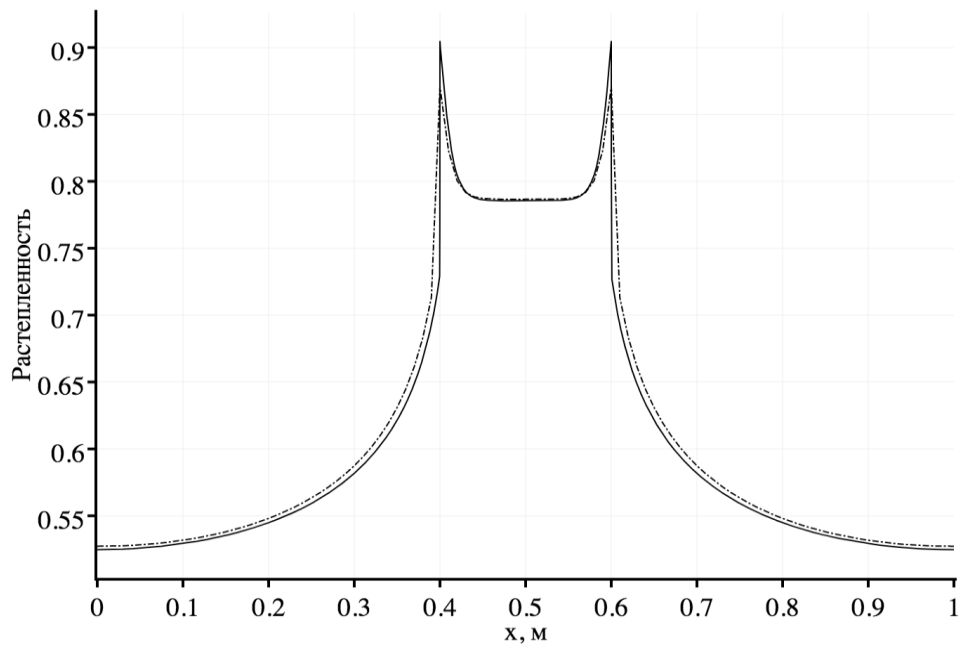


Рис. 5.11 Распределение растепленности на момент времени 10 с. IMPIS схема - штрихпунктир, точное решение - сплошная линия $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

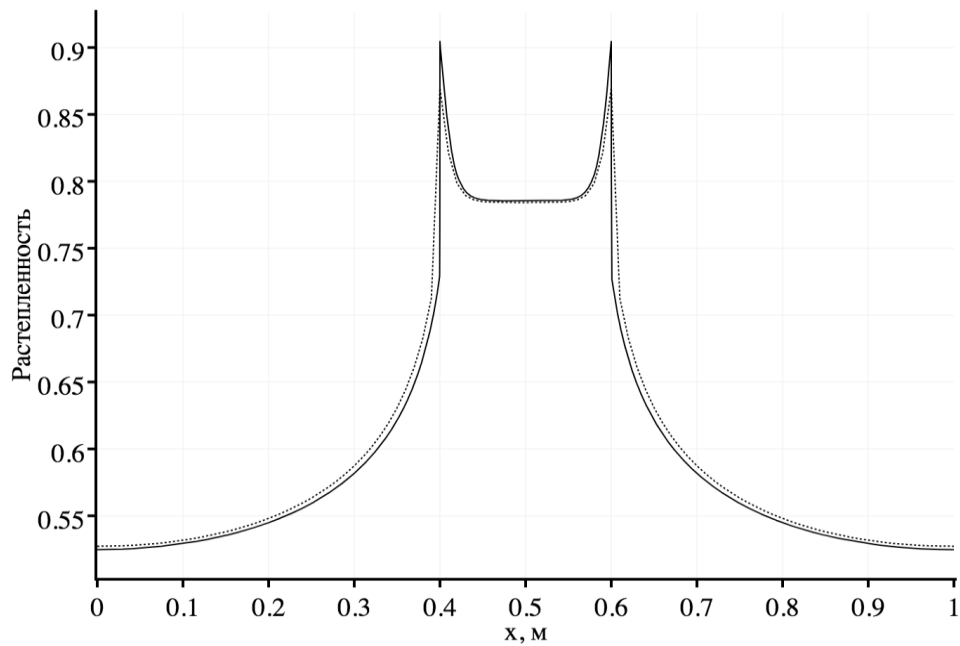


Рис. 5.12 Распределение растепленности на момент времени 10 с. Свободно-объемная аппроксимация - точечный пунктир, точное решение - сплошная линия $\alpha = 0, \beta = 0.00001$ при $x \in [0.4; 0.6]$.

Видим, что решения, полученные по обоим методам, незначительно отличаются между собой. Заметно их отличие от точного решения в зонах сингулярности. При этом на решении, полученном свободно-объемным методом, точно выполнено уравнение баланса внутренней энергии в виде (3.37). Заметим также, что интерполяция с весом δ_v (см. (3.28)), там, где она вводится, имеет второй порядок по времени.

5.4 Результаты расчетов трансфазной задачи с использованием метода двойной каркасности

Расчеты приводятся для моментов времени $t = 1, 10, 100$ с. На рис. 5.13-5.19 представлены результаты расчетов по схеме со свободно-объемной аппроксимацией. Здесь растеппенность берется как $Sv^* = 0.8$. Газ в приводимом ниже тесте считается идеальным, также эффект адиабатического охлаждения, связанный с отбором газа из коллекторной зоны отсутствует.

На рис. 5.13-5.16 можно увидеть, что в расчетах реализуется совместный трансфазный пространственно расширяющийся внутри области действия отбора газа $[0.4; 0.6]$ процесс депрессии давления в возникающей талой зоне и в остальной пьезопроводной среде коллектора с газогидратными включениями. Такой трансфазный расчет проводится впервые.

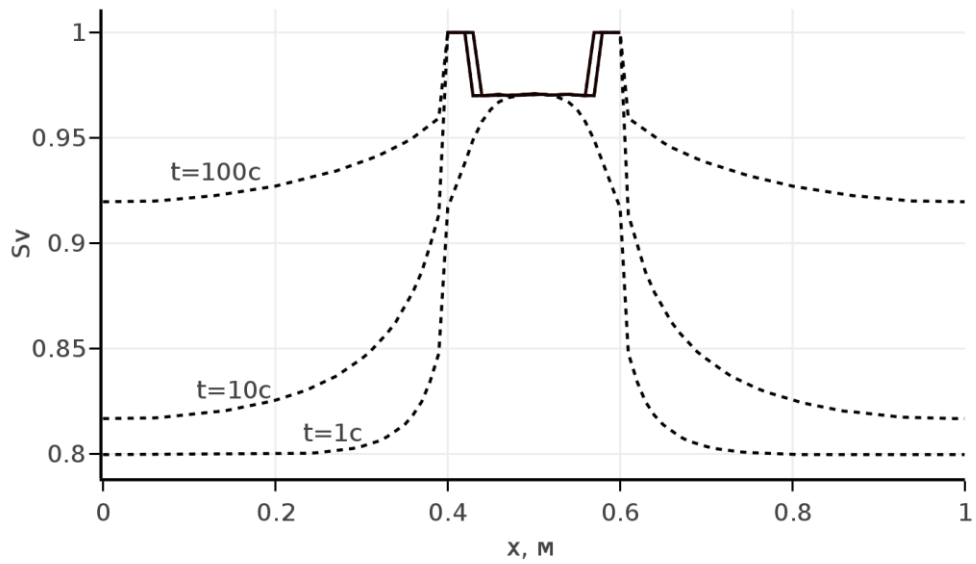


Рис. 5.13 Распределение растепленности для моментов времени $t = 1, 10, 100$ с.

Трехфазная зона – штрих-пунктир, талая зона – сплошная линия

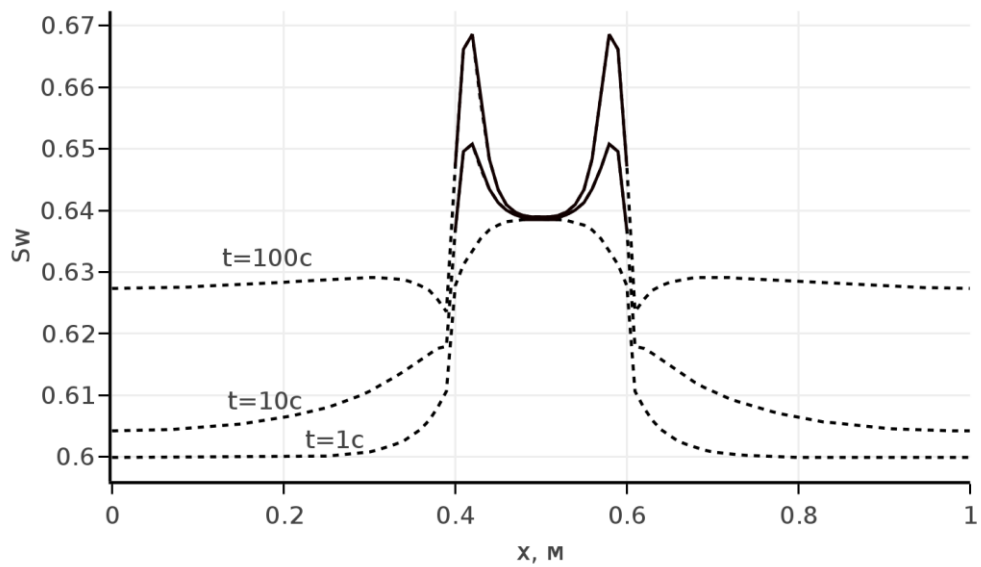


Рис. 5.14 Распределение водонасыщенности для моментов времени $t = 1, 10, 100$ с.

Трехфазная зона – штрих-пунктир, талая зона – сплошная линия

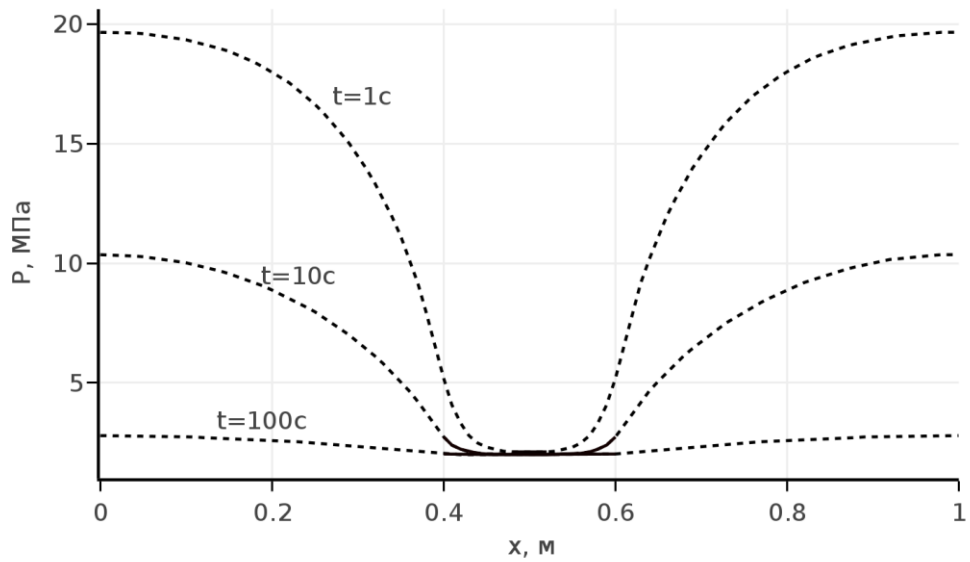


Рис. 5.15 Распределение давления для моментов времени $t = 1, 10, 100$ с. Трехфазная зона – штрих-пунктир, талая зона – сплошная линия

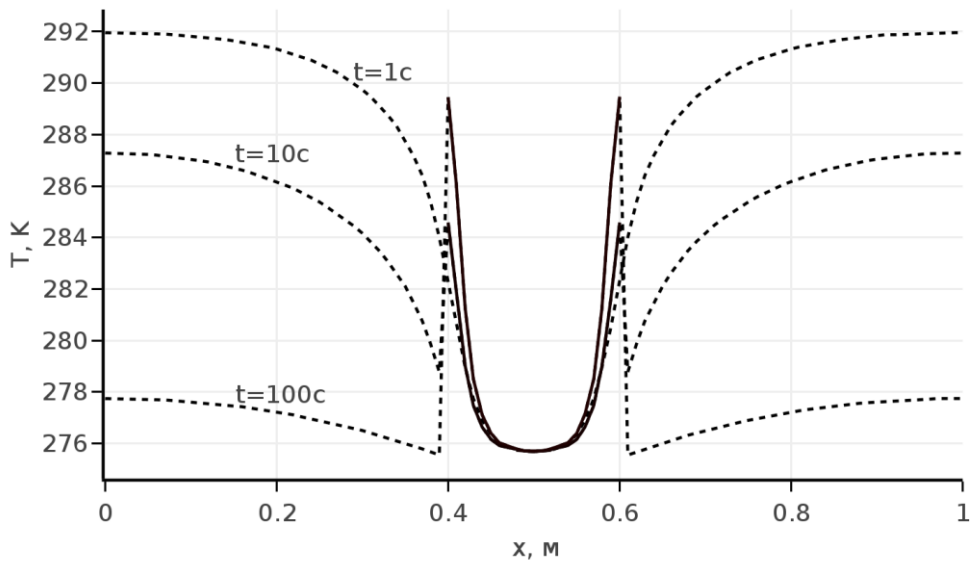


Рис. 5.16 Распределение температуры для моментов времени $t = 1, 10, 100$ с. Трехфазная зона – штрих-пунктир, талая зона – сплошная линия.

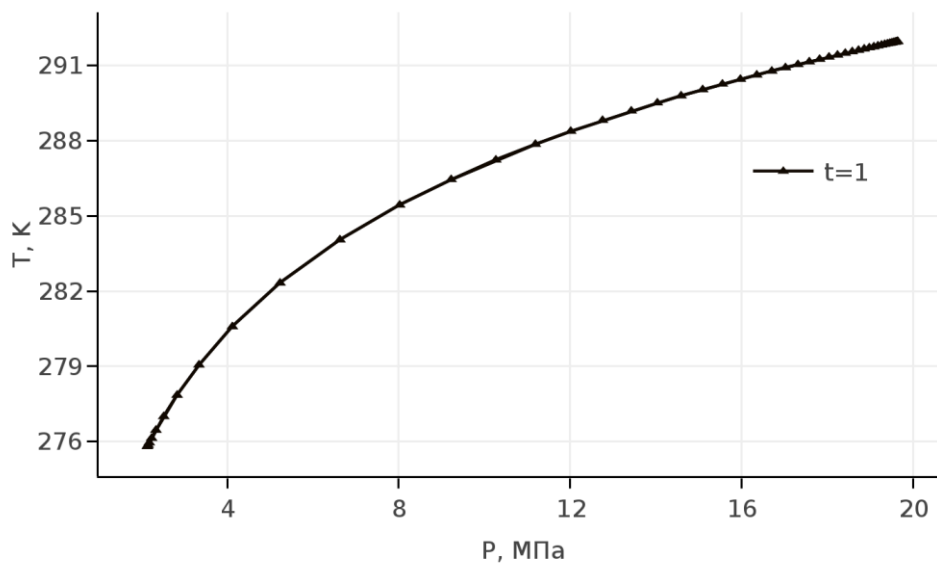


Рис. 5.17 Зависимость температуры от давления во всей плоскости для момента времени $t = 1$ с. Термобарическое равновесие $T=f(P)$ – сплошная линия.

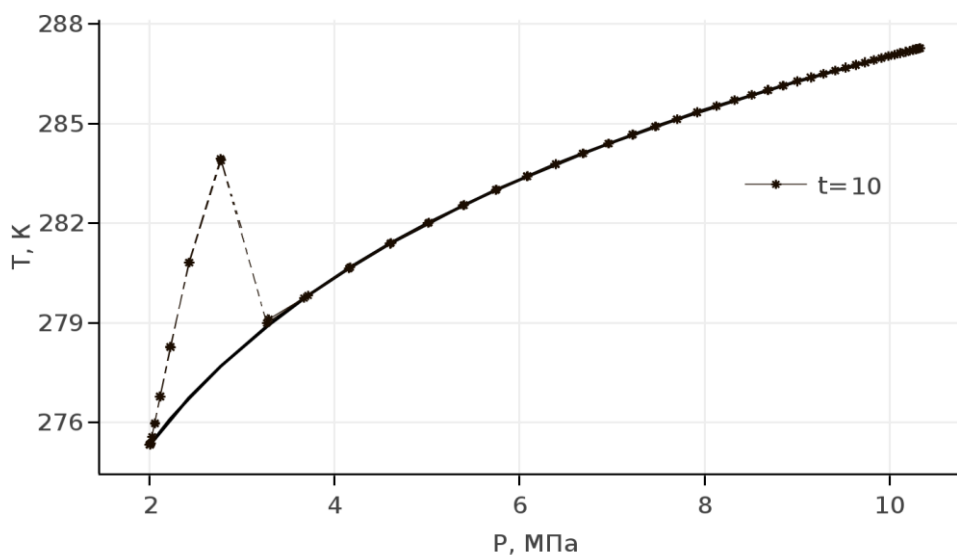


Рис. 5.18 Зависимость температуры от давления во всей плоскости для момента времени $t = 10$ с. Термобарическое равновесие $T=f(P)$ – сплошная линия.

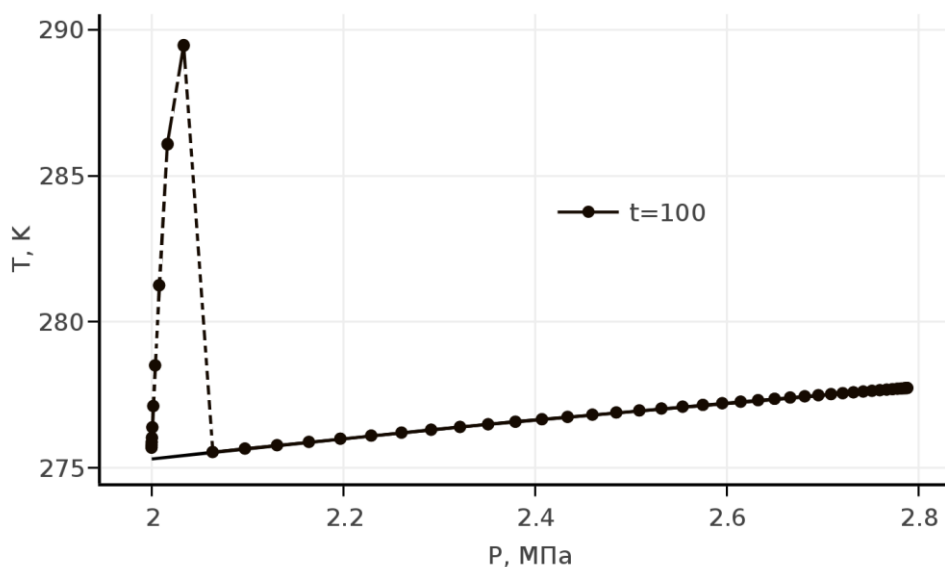


Рис. 5.19 Зависимость температуры от давления во всей плоскости для момента времени $t = 100$ с. Термобарическое равновесие $T=f(P)$ – сплошная линия.

Пики температуры на рис. 5.16 на границах области отбора газа ($x = 0.4$ м и $x = 0.6$ м) связаны с отсутствием термобарической зависимости $T_{dis} = T(P)$ в возникшей здесь и продолжающей пространственно расширяться талой зоне. Сюда прибывает более горячий газ из областей, где отбор газа отсутствует, энергия которого не тратится на растепление гидратов, уже отсутствующих в талой зоне.

На рис. 5.17-5.19 представлены зависимости температуры от давления, полученные в расчетах для моментов времени 1, 10, 100 с. Расчетные данные помечены маркерами в отличие от кривой термобарического равновесия $T_{dis} = T(P)$, изображенной сплошной линией. Также видно, что в процессе расчета происходит перемещение области трехфазного течения в целом в зону пониженного давления вдоль кривой термобарического равновесия. При этом часть области флюидодинамического течения вблизи границ области отбора газа ($x = 0.4$ м и $x = 0.6$ м), соответствующая возникающей двухфазной талой зоне, «соскальзывает» с кривой равновесия в область более высоких температур.

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 5

В данной главе описаны результаты вычислительных экспериментов, проведенных с помощью разработанного программного обеспечения с использованием предложенных численных схем и математических моделей. Исследованы задачи фильтрационной флюидодинамики с твердофазными включениями. Практически оценен порядок аппроксимации предлагаемой полностью консервативной схемы с помощью серии вычислений на сгущающейся сетке.

Проведено сравнение результатов моделирования по известной IMPIS схеме и предлагаемой полностью консервативной схеме, которое показало, что решения незначительно отличаются между собой. Заметно их отличие от точного решения в зонах сингулярности. При этом на решении, полученном свободно-объемным методом, точно выполнено уравнение баланса внутренней энергии.

Также, впервые приводится решение трансфазной задачи. В расчетах реализуется совместный трансфазный пространственно расширяющийся внутри области действия отбора газа процесс депрессии давления в возникающей талой зоне и в остальной пьезопроводной среде коллектора с газогидратными включениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной диссертационной работы стояла разработка и реализация численной методики для моделирования совместной фильтрации флюидов в талой и гидратной зонах.

В диссертации получены следующие основные результаты.

1. Самосогласованная модель совместной фильтрации в гидратизированной флюидодинамической среде с твердофазными включениями и талой зоне.

2. Семейство двухслойных полностью консервативных разностных схем с профилированными по пространству временными весами для расчета процессов в талой зоне и пьезопроводной среде с газогидратными включениями. Применительно к задачам фильтрационной флюидодинамики с газогидратными включениями в частности с разрывными свойствами пласта и сложной разномасштабной структурой коллекторной зоны разработан новый класс операторно-согласованных разностных схем решения начально-краевых задач для уравнений параболического типа на пространственных неструктурированных сетках общего вида.

3. В пространственно-одномерном случае осуществлена программная реализация разработанного метода в виде робастного программного комплекса.

4. Получены результаты численного исследования процессов, происходящих в газогидратных пластах, в частности, при гидродинамическом моделировании газогидратного Мессояхского месторождения. Исследованы задачи фильтрационной флюидодинамики с твердофазными включениями. Проведены расчеты трансфазных динамически возникающих процессов совместной фильтрации в талой зоне и в среде, содержащей твердофазные газогидратные включения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Коллет Т.С., Льюис Р., Такаши У. Растущий интерес к газовым гидратам. Schlumberger, Нефтегазовое обозрение, Т. 6, № 2, с. 38-54, 2001.
- [2] Гинсбург Г.Д., Соловьев В.А. Субмаринные газовые гидраты. – СПб.: ВНИИОкеанология, 1994, 200 с.
- [3] Гудзенко В.Т., Вареничев А.А., Громова М.П. Газогидраты. Информационно-аналитический обзор // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений, 2016, №5, с.39–68.
- [4] Бондарев Э.А., Попов В.В. Динамика образования гидратов при добыче природного газа. Вычислительные технологии, Т. 7, № 1, с. 28-33, 2002.
- [5] Щебетов А.В. Создание методов прогнозирования эффективности технологии разработки газогидратных залежей, М.: Диссертация, 2007.
- [6] Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Гасилова И.В., Дорофеева Е.Ю. Разностные схемы метода опорных операторов для уравнений теории упругости // Математическое моделирование, 2012, т. 24, №12, с. 86–96.
- [7] Самарский А.А., Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностные схемы на нерегулярных сетках. – Минск: ЗАО «Критерий», 1996.
- [8] Макогон Ю.Ф. Гидраты природных газов / Ю.Ф. Макогон. – М.: Недра, 1974. – 208 с.
- [9] Makogon Yu.F. Hydrates of hydrocarbons, Tulsa: Pennwell Publishing Co., 1997.
- [10] Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И. Математическое моделирование газогидратных процессов // Математические машины и системы, 2011, т. 3, с. 105–110.

- [11] Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Казакевич Г.И., Гасилова И.В. Использование расщепления по физическим процессам для численного моделирования диссоциации газовых гидратов // Математическое моделирование, 2017, т. 29, №7, с. 133–144.
- Перевод: Rahimly P.I., Poveshchenko Yu.A., Rahimly O.R., Podryga V.O., Kazakevich G.I., Gasilova I.V. The use of splitting with respect to physical processes for modeling the dissociation of gas hydrates. *Mathematical Models and Computer Simulations*, v. 10, № 1, p. 69-78, 2018.
- [12] Азиз. Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем.– Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 416 стр.
- [13] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. - М.: Недра, 1993, 416 с.
- [14] Повещенко О.Ю., Гасилова И.В., Галигузова И.И., Дорофеева Е.Ю., Ольховская О.Г., Казакевич Г.И. Об одной модели флюидодинамики в пористой среде, содержащей газогидраты // Математическое моделирование, 2013, т.25, №10, с.32–42.
- [15] Казакевич Г.И., Клочкова Л.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф. Математическое исследование системы уравнений газогидратных процессов в пористой среде // Журнал Средневолжского математического общества, 2011, т.13, №1, с.7–11.
- [16] Гасилов В.А., Гасилова И.В., Клочкова Л.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф. Разностные схемы на основе метода опорных операторов для задач динамики флюидов в коллекторе, содержащих газогидраты // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2015, т.55, №8, с.1341–1355.
- англ. пер.: Gasilov V.A., Gasilova I.V., Klochkova L.V., Poveshchenko Yu.A.,
Tishkin V.F.

Differenceschemesbasedonthesupportoperatormethodforfluidsdynamicsproble
msinacollectorcontaininggashydrates // Comput. Math. and Math. Phys.,
2015, v.55, №8, p.1310–1328.

- [17] Дмитриевский А.Н., Каракин А.В., Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И., Рагимли П.И. Гидродинамическое моделирование гидратного месторождения. Журнал Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. № 2. С. 30-35, 2017.
- [18] Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И., Бойков Д.С., Гасилова И.В. Модель флюидодинамики в пористой среде, содержащей газогидраты. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 119, 17 с., 2016.
- [19] Попов И.В., Повещенко Ю.А., Поляков С.В., Рагимли П.И. Об одном подходе к построению консервативной разностной схемы для задачи двухфазной фильтрации. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 69, 12 с., 2017.
- [20] Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Об одном подходе свободно-объемной аппроксимации пьезопроводной среды с газогидратными включениями. Mathematica Montisnigri, т. 40, с. 68–89, 2017.
- [21] Рагимли П.И., Шарова Ю.С., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Гасилова И.В., Попов С.Б., Повещенко Ю.А. Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. № 39. 27 с., 2018.
- [22] Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли О.Р., Попов С.Б. Моделирование процессов совместной фильтрации в талой зоне и пьезопроводной среде с газогидратными включениями. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, № 40. 32 с., 2018.
- [23] Poveshchenko Yu.A., Podryga V.O., Rahimly P.I., Sharova Yu.S. About one discrete model of splitting by the physical processes of a piezoconductive

- medium with gas hydrate inclusions. Journal of Physics: Conference Series (JPCS), v.946, p.012077. 2018.
- [24] Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. – М.: Химия, 1980. – 296 с.
- [25] Ripmeester J.A., Tse J.S., Ratcliffe C.I., Powell B.M. A New Clathrate Hydrate Structure//Nature, 1987. V.325. №6100. PP.135-136.
- [26] Englezos P. Clathrate hydrates / P. Englezos // Ind. Eng. Chem. Res. - 1993. - Vol. 32. - P. 1251-1274.
- [27] Гройсман А.Г. Теплофизические свойства газовых гидратов / А. Г. Гройсман. - Новосибирск: Наука, 1985. – 94 с.
- [28] Истомин В.А. Газовые гидраты в природных условиях / В. А. Истомин, В. С. Якушев. – М.: Недра, 1992. – 236 с.
- [29] Дядин Ю.А., Гушин А.Л. Газовые гидраты. Соросовский образовательный журнал, № 3, с. 55-64, 1998.
- [30] Мельников В. П. Диссоциация газовых гидратов при атмосферном давлении / В. П. Мельников, А. Н. Нестеров, А. М. Решетников // Спец. выпуск журнала «Газовая промышленность» по проблемам газовых гидратов. – 2006. – С. 55-61.
- [31] Джафаров Д.С. Математическое моделирование диссоциации газогидратов в приложении к интерпретации исследований скважин газогидратных месторождений на нестационарных режимах фильтрации: дис. канд. техн. наук. – М., 2015. – 120 с.
- [32] Дегтярев Б.В., Бухгалтер Э.Б. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных районах. – М.: Недра, 1976. – 195 с.
- [33] Гриценко А.И., Алиев З.С., Ермилов О.М., Ремизов В.В., Зотов Г.А. Руководство по исследованию скважин. – М.: Наука, 1995. – 523с.
- [34] Methane Hydrate Equilibrium Conditions in a Porous Medium : From Experiment to Theory / P. Gayet [et al] // Proceedings of the Fifth International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, June 12-16 2005.

- [35] Equilibrium Pressures and Temperatures for Equilibria Involving sI and sII Hydrate, Liquid Water and free Gas in Porous Media / D. H. Smith [et al] // Proceedings of the Fourth International Conference on Gas Hydrates, Yokohama, May 19-23 2002.
- [36] Федосеев С. М. Исследование гидратообразования в пористой среде / С. М. Федосеев, В. Р. Ларионов // Спец. выпуск журнала «Газовая промышленность» по проблемам газовых гидратов. – 2006. – С. 28-29.
- [37] Effects of Salt on the Formation of Gas Hydrate in Porous Media / L. G. Tang [et al] // Proceedings of the 126 Fifth International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, June 12-16 2005.
- [38] Moridis, G.J. Studies Of Reaction Kinetics Of Methane Hydrate Dissociation In Porous Media / G. J. Moridis, Y. Seol, Timothy J. Kneafsey // Proceedings of the Fifth International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, June 12-16 2005.
- [39] Безносиков, А.Ф. Влияние воды, льда, гидратов в коллекторе на его проницаемость / А.Ф. Безносиков, В.Н. Маслов // В кн. : Тр. ВНИИЭГазпрома, вып. 8, 1975, с. 84-89.
- [40] Коротаев, Ю.П. Влияние наличия в пористой среде неподвижной водогидратной фазы на фильтрацию газа / Ю.П. Коротаев, А.С. Схалыхо // Инф. сбор. ВНИИЭГазпром: Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. - 1974. - № 11. – С. 19-23.
- [41] Коротаев, Ю.П. Экспериментальная установка и методика исследования влияния гидратов в пористой среде на фильтрацию газа / Ю.П. Коротаев, А.С. Схалыхо // Инф. сбор. ВНИИЭГазпром: Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. - 1974. - № 10. – С. 16-19.
- [42] Ненахов, В.А. Особенности фильтрации воды через гидратонасыщенные пористые среды / В.А. Ненахов // ЭИ ВНИИЭГазпром. Сер. Геология, бурениеиразработкагазовыхместорождений. – 1982. – № 10. – С. 9-10.

- [43] Water Permeability Measurements of Natural Gas Hydrate-Bearing Sediments Obtained from Mallik 5L-38 / H. Minagawa [et al] // Abstracts of Mallik International Symposium "From Mallik To the Future". - Technology Research Center Japan National Oil Corporation. - 2003. - P. 33.
- [44] Сыртланов, В.Р. Диссоциация гидратов в пористой среде при депрессионном воздействии / В.Р. Сыртланов, В.Ш. Шагапов // Прикладная механика и техническая физика. – 1995. – Т. 36, № 4. – С. 120-130.
- [45] Нигматулин, Р.И. Автомодельная задача о разложении газогидратов в пористой среде при дисперсии и нагреве / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагапов, В.Р. Сыртланов // Прикл. Механика и теор. Физика. – 1998. – Т. 39, № 3. – С. 111-118.
- [46] Саяхов Ф.Л. Физико-технические особенности разрушения газогидрата в скважине высокочастотным электромагнитным воздействием. / Ф.Л. Саяхов, Н.М. Насыров, М.А. Фатыхов // Вопросы интенсификации и разработки газовых и газоконденсатнонефтяных месторождений: Межвуз. Сб. науч. Тр. / Уфим. Гос. Нефт. Техн. Ун-т, Уфа, 1994. - 234 с.
- [47] Islam M. R. A New Recovery Technique for Gas Production From Alaskan Gas Hydrates / M. R. Islam // SPE 22924. - 1991.
- [48] Саяхов Ф.Л. Исследование динамики разложения газогидрата при электромагнитном воздействии / Ф.Л. Саяхов, М.А. Фатыхов, И.Л. Хабибулин // В кн.: Ресурсы нетрадиционного газового сырья и проблемы его освоения. – Л.: ВНИГРИ, 1990. - С. 236-241.
- [49] Validation Study of Numerical Simulator Predicting Gas Production Performance from Sediments Containing Methane Hydrate / Y. Masuda [et al] // Proceedings of the 5th International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, 2005. – Vol. 3. - P. 1076-1085.

- [50] A field-scale simulation study on gas productivity of formations containing gas hydrates / Y. Masuda [et al] // Proceedings of the 4th International Conference on Gas Hydrates, Yokohama, 2002. - P. 40-46.
- [51] Moridis G.J. Numerical studies of gas production from methane hydrates / G.J. Moridis // SPE 75691. - 2002. - 14 p.
- [52] Swinkels W.J.A.M. Thermal reservoir simulation model of production from naturally occurring gas hydrate accumulations / W.J.A.M. Swinkels // SPE 56550. - 1999. - 13 p.
- [53] Басниев К.С. Трехмерная математическая модель разложения гидратов метанов в пористой среде под действием тепла / К.С. Басниев, А.В. Нифантов // Наука и техника в газовой промышленности. – М., 2004. – № 1-2. – С. 61- 67.
- [54] Богатыренко Р.С. Балансовые соотношения для газогидратной залежи / Р. С. Богатыренко, С. Н. Закиров // Газовая промышленность. - 1979. № 7. – С. 62.
- [55] Максимов А. М. Математическая модель объемной диссоциации газовых гидратов в пористой среде: учет подвижности водной фазы / А.М. Максимов // Инженерно-физический журнал. – М., 1992. - Т. 62, № 1. – С. 76-81.
- [56] Максимов А.М. О разложении газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах / А.М. Максимов, Г.Г. Цыпкин // Механика жидкости и газа. – М., 1990. – № 5. – С. 84-87
- [57] Цыпкин Г.Г. Влияние разложения газового гидрата на добычу газа из пласта, содержащего гидрат и газ в свободном состоянии / Г.Г. Цыпкин // Механика жидкости и газа. - М., 2005. - № 1. – С. 132–142.
- [58] Щebetов А.В. Месторождения газовых гидратов: ресурсы и возможные методы разработки / А. В. Щebetов // Технологии ТЭК. - 2006. - № 4.

- [59] Basniev K. Thermal method of hydrate fields development / K. Basniev, A. Nifantov // Proceedings of the 5th International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, 2005. – Vol. 3. - P. 1063-1069.
- [60] Bondarev E. Theoretical and experimental simulation of gasproduction in permafrost regions accompanied byhydrate formation and dissociation / E. Bondarev, V. Popov // Proceedings of the 5th International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, 2005. – Vol. 1.
- [61] Burshears M. A Multi-Phase, Multi-Dimensional, Variable Composition Simulation of Gas Production From a Conventional Gas Reservoir in Contact With Hydrates / M. Burshears, T.J. O'Brien, R.D. Malone // SPE 15246. – 1986. – 8 p.
- [62] Measurement of gas Storage Capacity of Methane Hydrate Formed in Porous Sediments from South China Sea / D. Chen [et al] // Proceedings of the Fifth International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, June 12-16, 2005.
- [63] Moridis G. J. Strategies For Gas Production From Hydrate Accumulations Under Various Geological And Reservoir Conditions / G.J Moridis, T.S. Collett // Proceedings, THOUGH Symposium 2003 / Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, California, May 12-14, 2003.
- [64] Holder G.D. Simulation of Gas Production From a Reservoir Containing Both Gas Hydrates and Free Natural Gas / G. D. Holder, P. F. Angert // SPE 11105. – 1982. – 6 p.
- [65] Natural Gas Production From Hydrate Dissociation: A Comparison of Axisymmetric Models / C. Ji [et al] // Proceedings of the 4th International Conference on Gas Hydrates, Yokohama, 2002. - P. 791-796.
- [66] Kim H.C., Bishnoi P.R., Heidemann R.A., Rizvi S.S. Kinetics of methane hydrate decomposition, Chemical Engineering Science, Vol. 42, No 7, pp. 1645-1653, 1987.

- [67] Moridis G.J. Numerical studies of gas production from class 2 and class 3 hydrate accumulations at the Mallik Site / G.J. Moridis // SPE Reservoir Evaluation & Engineering, Mackenzie Delta, Canada, June, 2004. - P. 175-183.
- [68] Moridis G.J. Numerical studies of gas production from methane hydrates / G. J. Moridis // SPE Journal, December, 2003. - P. 359-370.
- [69] EOSHYDR: A THOUGH 2 module for CH₄-hydrate release and flow in the surface / G.J. Moridis [et al] // Report LBNL-42386, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, California, 1998.
- [70] Nifantov A. 3D Numerical Simulation of the Gas Hydrate Field Development with Thermal Methods / A. Nifantov, I. Vyrodova // Scientific journal Nafta. – Croatia, 2005. - №10, October. - P. 365–370.
- [71] Numerical simulation of gas production from methane hydrate reservoirs / R.J. Pawar [et al] // Proceedings of the 5th International Conference on Gas Hydrates, Trondheim, Norway, 2005. – Vol. 1.
- [72] Comparative Assessment of Natural Gas Hydrate Production Models / W.K. Sawyer // SPE 62513. – 2000. – 9 p.
- [73] Черский Н.В., Бондарев Э.А. О тепловом методе разработки газогидратных месторождений // Докл. АН СССР. - 1972. - Т. 203. - №3. - С. 550-552.
- [74] Веригин Н.Н., Хабибуллин И.Л., Халиков Г.А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде. Изв. АН СССР: Механика жидкости и газа. 1980. № 1. С. 174-177.
- [75] Коротчаев Ю.П. Избранные труды: В 3-х томах. – Под ред. Р.И. Вяхирева. – М.: Недра, 1996. – Т.1 – 606 с.
- [76] Веригин Н.Н., Хабибуллин И.Л., Халиков Г.А. Осесимметричная задача тепло- и массопереноса в насыщенной пористой среде. Инженерно-физический журнал. 1980. Т. 38. № 5. С. 913-917.

- [77] Бондарев Э.А., Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // Докл. АН СССР. 1989. т.308. №3. - С. 575-578.
- [78] Цыпкин Г.Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах.— М.:ФИЗМАТЛИТ, 2009.-232 с.
- [79] Васильева З.А., Ефимов С.И., Якушев В.С. Прогнозирование теплового взаимодействия нефтегазодобывающих скважин и многолетнемерзлых пород, содержащих метастабильные газогидраты // Криосфера Земли. 2016. Т. 20. № 1. С. 65–69;
- [80] Цыпкин Г.Г. Образование гидрата при инъекции жидкой двуокиси углерода в пласт, насыщенный метаном и водой // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 99–107;
- [81] Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Математическое моделирование процесса образования газогидрата при закачке диоксида углерода в насыщенный метаном и льдом пласт // Криосфера Земли. 2016. Т. 20. № 3. С. 63–70;
- [82] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Русинов А.А. Математическое моделирование процесса образования гидрата в пласте насыщенного снегом при нагнетании холодного газа. // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9. № 2. С. 173–181.
- [83] Васильев В.И., Попов В.В., Цыпкин Г.Г. Численное исследование разложения газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах // Изв. РАН. МЖГ. - 2006. - № 4. - С. 128-135.
- [84] Бондарев Э.А., Рожин И.И., Попов В.В., Аргунова К.К. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты // Криосфера Земли. 2015. Т. 19. №4. С. 64–74
- [85] Богатыренко Р.С. Особенности разработки и эксплуатации газогидратных месторождений (на примере Мессояхского месторождения): дис. канд. техн. наук.— М.,1979. —151 с .

- [86] Дубровский Д.А. Создание методик анализа и прогнозирования показателей разработки газогидратных залежей: дис. канд. техн. наук.– М., 1989. – 189 с.
- [87] Ненахов В.А., Панфилов М.Б. Математическая модель процесса истощения газ-газогидратной залежи// Труды МИНХ и ГП. – М., 1983. – вып. 174. С. 38-48.
- [88] Сухоносенко А.Л. Термогидродинамическое моделирование процессов разработки газогидратных месторождений: дис. канд. техн. наук. – М., 2013. – 145 с.
- [89] Journal of Natural Gas Science and Engineering. V. 35, Part B, September 2016. Gas Hydrates and Applications.
- [90] Yousif M.H., Abass H.H., Selim M.S., Sloan E.D. Experimental and theoretical investigation of methane-gas-hydrate dissociation in porous media. SPERE, Vol. 6, № 1, 1991.
- [91] Goel N., Wiggins M. and Shah S. Analytical Modeling of Gas Recovery from in-situ Hydrates Dissociation, Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 29, No 2, pp. 115-127, 2001.
- [92] Khataniar S., Kamath V.A., et al. Modeling and economic analysis of gas production from hydrates by depressurization method. Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 80, No. 1, pp. 135-143, 2002.
- [93] Jeannin L., Bayi A., et al. Formation and Dissociation of Methane hydrates in Sediments. Part II: numerical modeling. Proceedings of the Fourth International Conference on Gas Hydrates, Yokohama, 2002.
- [94] Kurihara M., Ouchi H., et al. Gas production from methane hydrate reservoirs. Proceeding of the 7th international conference on gas hydrates, Edinburg, 2011.
- [95] Yin Z., Chong Z.R., Tan H.K. et al. Review of gas hydrate dissociation kinetic models for energy recovery // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2016. V. 35, Part B. P. 1362–1387.

- [96] Myshakin E.M., Ajayia T. Anderson B.J. Numerical simulations of depressurization-induced gas production from gas hydrates using 3-D heterogeneous models of L-Pad // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. V. 35, Part A. P. 1336–1352.
- [97] Nandanwar M.S., Anderson B.J., Ajayia T. et al. Evaluation of gas production potential from gas hydrate deposits in National Petroleum Reserve Alaska using numerical simulations // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. V. 36. P. 760–772.
- [98] Kim H.M., Kim A.R. Numerical Analysis for Fault Reactivation during Gas Hydrate Production // *Tunnel and Underground Space*. 2016. V. 26. № 2. P. 59-67.
- [99] Qorbani K., Kvamme B. Non-equilibrium simulation of CH₄ production from gas hydrate reservoirs through the depressurization method // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. V.35, PartB. P. 1544 – 1554.
- [100] Qorbani K., Kvamme B. Olsen R. Non-equilibrium simulation of hydrate formation and dissociation from CO₂ in the aqueous phase // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. V.35, Part B. P. 1555 – 1565.
- [101] Piñeroa E., Hensena C., Haeckela M., et al. 3-D numerical modelling of methane hydrate accumulations using PetroMod // *Marine and Petroleum Geology*. 2016. V. 71. P. 288–295.
- [102] Sun Xiang, Luo Wei, Jin Yuelang, Luo Tingting, Liu Weiguo. Coupling thermo-hydro-mechanical-chemical model for methane hydrate bearing sediments with COMSOL // *Excerpt from the Proceedings of the 2016 COMSOL Conference in Shanghai*.
- [103] Wilder J. W., Moridis G. J., Wilson S. J., Kurihara M., etc. An international effort to compare gas hydrate reservoir simulators *Proceedings of the 6th International Conference on Gas Hydrates (ICGH 2008)*, Vancouver, British Columbia, CANADA, July 6-10, 2008.

- [104] Баренблатт Г.И., Лобковский Л.И., Нигматулин Р.И. Математическая модель истечения газа из газонасыщенного льда и газогидратов // Доклады РАН. 2016. Т. 470. № 4. С.458–461.
- [105] Аржанов М.М., Мохов И.И., Денисов С.Н. Влияние региональных климатических изменений на устойчивость реликтовых газовых гидратов // Доклады РАН. 2016. Т. 468. № 5. С. 572–574.
- [106] Малахова В.В., Голубева Е.Н. Оценка устойчивости состояния мерзлоты на шельфе Восточной Арктики при экстремальном сценарии потепления в XXI в. // Лёд и Снег. 2016. Т. 56. № 1. С. 61–72.
- [107] Басниев К.С., Некрасов А.А., Адзынова Ф.А., Якушев В.С. Моделирование разработки газогидратной залежи в палеогеновых отложениях севера Западной Сибири // Нефтяное хозяйство. 2016. № 11. С. 110-112.
- [108] Khan M.N., Warriar P., Peters C.J et al. Review of vapor-liquid equilibria of gas hydrate formers and phase equilibria of hydrates // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2016. V. 35, Part B. P. 1388–1404.
- [109] Aman Z.M., Koh K.A. Interfacial phenomena in gas hydrate systems // Chem. Soc. Rev. 2016. V.45. P. 1678-1690.
- [110] Yang S.H.B., Babu P., Chua S.F.S. et al. Carbon dioxide hydrate kinetics in porous media with and without salts // Applied Energy. 2016. V. 162 P. 1131–1140.
- [111] Yonkofski C.M.R., Horner J.A., White M.D. Experimental and numerical investigation of hydrate-guest molecule exchange kinetics // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2016. V. 35 P. 1480 – 1489.
- [112] Kang D.H., T. S. Yun, K. Y. Kim K.Y. and Jang J. Effect of hydrate nucleation mechanisms and capillarity on permeability reduction in granular media // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. № 17. P. 9018–9025.

- [113] Xu M., Song E., Jiang H. et al. DEM simulation of the undrained shear behavior of sand containing dissociated gas hydrate // *Granular Matter*. 2016. 18:79. 13 p.
- [114] Omidi M., Shahsavand A., Mohammadi H.S. Modeling and simulation of hydrate thermal dissociation around gas production pipe from suboceanic sediment // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. V. 32. P. 48 – 58.
- [115] Goto S., Matsubayashi O., Nagakubo S. Simulation of gas hydrate dissociation caused by repeated tectonic uplift events // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2016. V. 121 P. 3200–3219.
- [116] English N.J., MacElroy J.M.D. Perspectives on molecular simulation of clathrate hydrates: Progress, prospects and challenges // *Chemical Engineering Science*. 2015. V. 121. P. 133–156.
- [117] Stackelberg, V.M., Müller, H.R. Feste Gashydrate. *Z. für Elektrochemie*, В. 58, pp. 25-32, 1954.
- [118] Кузнецов Ф.А., Истомина В.А., Родионова Т.В. Газовые гидраты: исторический экскурс, современное состояние, перспективы исследований. // *Российский химический журнал*, т. 48, № 3, 2003, с. 5-18.
- [119] Белослудов В.П., Дядин Ю.А., Лаврентьев М.Ю. Теоретические модели клатратообразования. Новосибирск: Наука, 1991. 128 с.
- [120] Бондарев Э.А., Бабе Г.Д., Гройсман А.Г. и др. Механика образования гидратов в газовых потоках. – М.: Наука (Сибирское отд.), 1976. – 158 с.
- [121] Аргунова К.К., Бондарев Э.А., Попов В.В., Рожин И.И. О математическом моделировании разработки Мессояхского месторождения. *Нефтегазовое дело*, 2008, <http://www.ogbus.ru>.

- [122] Bondarev E.A., Kapitonova T.A. Simulation of multiphase flow in porous media accompanied by gas hydrate formation and dissociation // Russian J. Eng. Thermophys., 1999, vol. 9, No. 1–2, p. 83–95.
- [123] Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М: Физматлит, 2001. – 608 с.
- [124] Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Самарская Е.А., Тишкин В.Ф. Методы математическое моделирования окружающей среды. – М.: Наука, 2000, 254 с.
- [125] Джермейн К.Б. Программирование на IBM/360. (Programming the IBM/360, 1967) [Djv-12.2M] Перевод с английского под редакцией В.С. Штаркмана. Издание третье, стереотипное. (Москва: Издательство «Мир». Редакция литературы по математическим наукам, 1978).
- [126] <http://www.intuit.ru/studies/courses/85/85/lecture/28277?page=8>
- [127] <https://www.intuit.ru/studies/courses/508/364/lecture/8643?page=2>
- [128] Дженнифер Н. Роббинс. HTML5, CSS3 и JavaScript. Исчерпывающее руководство = Learning Web Design, 4th Edition. — М.: Эксмо, 2014. — 528 с. — ISBN 978-5-699-67603-3.
- [129] Долгов А. Н., Нуруллин Р. Ю., Программная платформа Node.js, Достижения науки и образования, 2016, № 12, С.17-18
- [130] К. Simpsons, You Don't Know JS: this & Object Prototypes, O'Reilly Media; 1edition, p.174, 2014
- [131] Бенджамин Пирс. Типы в языках программирования / Пер. с англ.: Г. Бронников, А. Отт. — Добросвет, 2011. — С. 76. — 656 с,
- [132] Pyushin E., Namiot D., On memory management in Javascript applications, International journal of open information technologies. 2015. Т. 3. № 10, С.11-15.

- [133] Кузнецов Ф. А., Истомина В. А., Родионова Т. В. Газовые гидраты: исторический экскурс, современное состояние, перспективы исследований. // Российский химический журнал, т. 48, № 3, 2003, с. 5-18.
- [134] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984, 211 с.