

На правах рукописи

Родионов Павел Вадимович

Численное моделирование турбулентных течений для авиационных приложений с применением криволинейных реконструкций в призматических слоях неструктурированных сеток

Специальность 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

Научный руководитель: **Козубская Татьяна Константиновна,**
д.ф.-м.н., главный научный сотрудник
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Официальные оппоненты: **Босняков Сергей Михайлович,**
д.т.н., главный научный сотрудник
ФАУ «Центральный аэрогидродинамический
институт имени профессора Н.Е. Жуковского»

Шорстов Виктор Александрович,
к.ф.-м.н., старший научный сотрудник
ФАУ «Центральный институт авиационного
моторостроения имени П.И. Баранова»

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
образования «Санкт-Петербургский
политехнический университет Петра
Великого»

Защита состоится 28 ноября 2024 г. в 11:00 на заседании диссертационного совета 24.1.237.01, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, расположенного по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <https://keldysh.ru/council/3/D00202403/defence3.html>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2024 г.

Учёный секретарь диссертационного совета 24.1.237.01
к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Постоянное увеличение числа доступных технологий в области гражданского авиастроения, включая новые материалы и средства проектирования, а также ужесточение международных экологических норм стимулирует создание новых моделей летательных аппаратов, что обуславливает необходимость решения широкого спектра задач из области аэродинамики, прочности конструкций, аэроакустики и других.

При разработке современных конструкций самолетов, в дополнение к летным экспериментам и экспериментам в аэродинамических трубах, применяется численное моделирование. Его основные преимущества заключаются в относительной простоте внесения существенных изменений в исследуемую геометрию и в возможности получения значений физических полей в любой точке расчетной области, поэтому оно, как правило, используется на начальных этапах проектирования для выполнения оптимизации геометрии, изучения общего характера течения, определения множества возможных режимов обтекания и их свойств.

Для численного моделирования внешних турбулентных течений применяются различные подходы и методы в зависимости от типа задачи, требуемой точности и допустимой вычислительной стоимости. При проектировании планера самолета для крейсерских режимов полета оптимальное соотношение между точностью и скоростью расчетов обеспечивается методами, основанными на численном решении уравнений для потенциала или уравнений Эйлера с использованием итераций вязко-невязкого взаимодействия для моделирования пограничных слоев¹. Большой надежностью и универсальностью, равно как и большей вычислительной стоимостью, обладает моделирование на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS). Для некоторых типов течений, например, содержащих крупные зоны отрыва потока с гладких поверхностей, или для ряда задач из области аэроакустики необходимым оказывается применение еще более ресурсоемких подходов, основанных на моделировании крупных вихрей (LES) или гибридном RANS-LES моделировании.

В настоящее время наиболее распространенными численными схемами, используемыми для моделирования течений газа, являются схемы высокого порядка точности и конечно-объемные схемы с ограничителями наклонов. К представителям второго типа относятся вершинно-центрированные схемы EBR², основанные на реберно-ориентированных квазиодномерных реконструкциях

¹ Bolsunovsky A.L., Buzoverya N.P., Karas O.V., Skomorokhov S.I. An experience in aerodynamic design of transport aircraft // 28th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS). 2012. URL: https://icas.org/icas_archive/icas2012/papers/479.pdf (дата обращения: 26.05.2024).

² Abalakin I., Bakhvalov P., Kozubskaya T. Edge-based reconstruction schemes for unstructured tetrahedral meshes // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2016. V. 81. P. 331–356. <https://doi.org/10.1002/fld.4187>.

(Edge-Based Reconstruction) и успешно зарекомендовавшие себя при решении практико-ориентированных задач из области струйных течений, турбомашиностроения, аэродинамики и аэроакустики вертолетных винтов, и других.

При использовании схем EBR с *прямолинейными* квазиодномерными реконструкциями для моделирования течений, характеризующихся высокими значениями чисел Рейнольдса, на сетках, содержащих призматические слои с сильно анизотропными элементами, построенными вблизи криволинейной геометрии, неравномерность шаблона реконструкции может стать причиной понижения точности моделирования или возникновения численной неустойчивости. Чтобы устранить данные недостатки, в диссертационной работе предлагается использовать *криволинейные* квазиодномерные реконструкции. Ранее в классе конечно-объемных схем для неструктурированных сеток аналогичный подход был реализован для метода коррекции потоков³.

Цель работы

Целью диссертационной работы является разработка подхода к численному решению задач внешнего обтекания из области аэродинамики и аэроакустики, основанного на моделировании течения вязкого газа при помощи конечно-объемных вершинно-центрированных схем повышенной точности на неструктурированных сетках с призматическими слоями.

Задачи работы

Для достижения цели диссертационной работы были поставлены и решены следующие задачи.

1. Сформулировать, применительно к расчету аэродинамических и аэроакустических задач внешнего обтекания, критерии выбора численной схемы и ее параметров, принципы построения расчетной сетки, методы контроля состояния расчета и методику предсказания акустического шума в дальнем поле.
2. Разработать модификацию схемы EBR, обладающую повышенной точностью и надежностью при расчетах течений вблизи тел криволинейной формы с пограничными слоями на неструктурированных сетках и допускающую эффективную программную реализацию.
3. Реализовать новую схему в программном комплексе NOISEtte⁴ при условии сохранения высокой параллельной эффективности и масштабируемости кода.

³ Katz A., Work D. High-order flux correction/finite difference schemes for strand grids // Journal of Computational Physics. 2015. V. 282. P. 360–380. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2014.11.019>.

⁴ Abalakin I. V., Bakhvalov P.A., Bobkov V.G., Duben A.P., Gorobets A. V., Kozubskaya T.K., Rodionov P. V., Zhdanova N.S. NOISEtte CFD&CAA Supercomputer Code for Research and Applications // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2024. V. 11. P. 78–101. <https://doi.org/10.14529/jsfi240206>.

4. Выполнить тестирование разработанной схемы и продемонстрировать ее преимущества в задачах распространения акустической волны в цилиндрическом канале, обтекания сегмента с аэродинамическим профилем NASA 0012 и обтекания модельного двухлопастного винта.
5. С использованием разработанной методики выполнить суперкомпьютерный вихререзающий расчет турбулентного течения вблизи крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки и получить оценки спектральных характеристик производимого им шума.

Методы исследования

Основным инструментом исследований в диссертационной работе является математическое моделирование. Для моделирования течения вязкого совершенного газа применяются подходы RANS и DDES (Delayed Detached Eddy Simulation, моделирование отсоединенных вихрей с запаздыванием). Для RANS расчетов используются модели турбулентности Спаларта–Аллмараса (SA), Ментера (SST) и их модификации с поправками на кривизну линий тока и вращение: SA RC⁵, SST RC⁶, SST RC Mod⁷. Для DDES^{8,9} расчетов в LES области применяется подсеточный масштаб $\Delta = \tilde{\Delta}_\omega$ ⁹ и подсеточная LES модель σ ¹⁰, в RANS области используется модель турбулентности SA. Для аппроксимации конвективных слагаемых уравнений течения среды применяются конечно-объемные вершинно-центрированные схемы семейства EBR с определением потока по методу Роу, для аппроксимации вязких слагаемых используется метод локальных разбиений сеточных элементов¹¹. В DDES расчетах локальное соотношение центрально-разностной и диссипативной компонент схемы EBR определяется при помощи специальной весовой функции¹², в RANS расчетах центрально-разностная и диссипативная компоненты схемы EBR имеют

⁵ Spalart P.R., Shur M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature // *Aerospace Science and Technology*. 1997. V. 1. P. 297–302. [https://doi.org/10.1016/S1270-9638\(97\)90051-1](https://doi.org/10.1016/S1270-9638(97)90051-1).

⁶ Smirnov P.E., Menter F.R. Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart-Shur correction term // *Journal of Turbomachinery*. 2009. V. 131. P. 1–8. <https://doi.org/10.1115/1.3070573/468836>.

⁷ Stabnikov A.S., Garbaruk A. V. Testing of modified curvature-rotation correction for k- ω SST model // *Journal of Physics: Conference Series*. 2016. V. 769. P. 012087. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/769/1/012087>.

⁸ Mockett C., Fuchs M., Garbaruk A., Shur M., Spalart P., Strelets M., Thiele F., Travin A. Two non-zonal approaches to accelerate RANS to LES transition of free shear layers in DES // *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*. 2015. V. 130. P. 187–201. https://doi.org/10.1007/978-3-319-15141-0_15.

⁹ Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K. An Enhanced Version of DES with Rapid Transition from RANS to LES in Separated Flows // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2015. V. 95. P. 709–737. <https://doi.org/10.1007/S10494-015-9618-0>.

¹⁰ Nicoud F., Toda H.B., Cabrit O., Bose S., Lee J. Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations // *Physics of Fluids*. 2011. V. 23. P. 085106 <https://doi.org/10.1063/1.3623274>.

¹¹ Bakhvalov P.A., Surnachev M.D. Method of averaged element splittings for diffusion terms discretization in vertex-centered framework // *Journal of Computational Physics*. 2022. V. 450. P. 110819. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2021.110819>.

¹² Guseva E.K., Garbaruk A. V., Strelets K. An automatic hybrid numerical scheme for global RANS-LES approaches // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. V. 929. P. 012099. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/929/1/012099>.

одинаковый вес во всей расчетной области. Для интегрирования по времени в RANS расчетах используется неявная схема BDF (Backward Differentiation Formula, формула обратного дифференцирования) первого порядка (BDF1), в DDES расчетах – схема BDF второго порядка (BDF2), разрешаемые по методу Ньютона. На каждой итерации метода Ньютона система линейных алгебраических уравнений решается стабилизированным методом бисопряженных градиентов (BiCGStab) с использованием симметричного предобуславливателя Гаусса–Зейделя (SGS) или предобуславливателя, основанного на неполном LU разложении (ILU0). Все расчеты проводятся при помощи программного комплекса NOISEtte, написанного на C++ и допускающего работу в CPU, GPU (OpenCL) и гибридном CPU+GPU режимах с распараллеливанием по технологии MPI.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем.

1. Разработанная методика численного решения аэродинамических и аэроакустических задач внешнего обтекания является обобщением опыта, накопленного автором при проведении крупномасштабных суперкомпьютерных расчетов авиационной направленности. *Впервые* для расчета шума в точках дальнего поля с помощью интегрального метода на основе аналогии Лайтхилла предложено использование более подробного сеточного разрешения на замыкающих акустический источник контрольных поверхностях для уменьшения эффектов, связанных с прохождением через данные поверхности нестационарных турбулентных структур.
2. Разработана *новая* схема аппроксимации конвективных слагаемых в дифференциальных уравнениях, описывающих течение сжимаемой среды. Данная схема принадлежит семейству схем с реберно-ориентированной реконструкцией, приспособлена для расчетов на неструктурированных смешанно-элементных сетках и использует в призматических сеточных слоях в тангенциальном по отношению к обтекаемому телу направлении криволинейные квазиодномерные реконструкции. Применение разработанной схемы позволяет повысить точность численных результатов в задачах внешнего обтекания, характеризующихся высокими значениями числа Рейнольдса.
3. *Впервые* в отечественной практике получены результаты вихреразрешающих суперкомпьютерных расчетов по оценке шума крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки.

Достоверность результатов

Достоверность численных результатов, полученных при решении задачи о распространении акустической волны в цилиндрическом канале, подтверждается сравнением с точным решением. Достоверность результатов

расчетов обтекания сегмента с аэродинамическим профилем НАСА 0012, модельного двухлопастного винта, треугольного крыла и модельной геометрии планера магистрального самолета в посадочной конфигурации обосновывается сравнением с доступными экспериментальными данными. О корректности моделирования аэродинамики течения вблизи крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки косвенно свидетельствуют представленные результаты тестирования используемых численных подходов и методов на задачах обтекания треугольного крыла и модельной геометрии планера магистрального самолета в посадочной конфигурации ввиду близости режимов обтекания.

О достоверности представленных в диссертационной работе численных результатов также свидетельствует применение программного комплекса NOISEtte, прошедшего тестирование на широком наборе задач из области струйных течений, турбомашиностроения, аэродинамики и аэроакустики вертолетных винтов, и других.

Практическая значимость работы

Разработанная методика проведения аэродинамических и аэроакустических расчетов внешнего обтекания полезна для исследователей, решающих указанные задачи с использованием моделей RANS или вихререзающего моделирования. Она позволяет повысить надежность получаемых численных результатов и улучшить контроль за состоянием проводимых расчетов.

Разработанная схема с криволинейными реконструкциями дает возможность повысить точность численных результатов и уменьшить вероятность возникновения численных эффектов, связанных с локальной потерей устойчивости, при проведении расчетов авиационной направленности.

Полученные численные оценки шума крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки в точках ближнего и дальнего полей практически полезны для расчета общего шума сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки. Оценки общего шума гражданского самолета важны для проверки соответствия разрабатываемой модели летательного аппарата международным сертификационным нормам.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика численного решения аэродинамических и аэроакустических задач внешнего обтекания, включающая критерии выбора численной схемы и ее параметров, принципы построения расчетной сетки, методы контроля состояния расчета и методику предсказания акустического шума в дальнем поле.
2. Новая схема аппроксимации конвективных слагаемых в дифференциальных уравнениях, описывающих течение сжимаемой среды, принадлежащая семейству EBR и основанная на использовании криволинейных квазиодномерных реконструкций для расчета потоков в

тангенциальных по отношению к обтекаемому телу направлениях в призматических слоях неструктурированных смешанно-элементных сеток.

3. Программная реализация разработанной схемы EBR с криволинейными реконструкциями в программном комплексе NOISEtte.
4. Результаты тестирования разработанной схемы на задачах распространения акустической волны в цилиндрическом канале, обтекания сегмента с профилем NASA 0012 и обтекания модельного двухлопастного винта.
5. Результаты вихреразрешающих суперкомпьютерных расчетов шума крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки, включающие оценки спектральных характеристик шума крыла в точках ближнего и дальнего полей.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы были доложены на следующих конференциях:

1. XVIII научно-техническая конференция по аэроакустике (2019, г. Звенигород)
2. 14th WCCM-ECCOMAS Congress 2020 (2021, виртуальная конференция)
3. Всероссийский аэроакустический форум (2021, г. Геленджик)
4. XXXII научно-техническая конференция по аэродинамике (2021, г. Ногинск)
5. IX российская конференция «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике» (2022, г. Светлогорск)
6. XXXIII научно-техническая конференция по аэродинамике (2022, п. Володарского)
7. XX научно-техническая конференция по аэроакустике (2023, г. Суздаль)
8. XXXIV научно-техническая конференция по аэродинамике (2024, п. Володарского)

Публикации

Результаты проведенных исследований опубликованы в 6 научных статьях, список которых представлен в конце диссертации. Их них 4 входят в перечень ВАК, 3 индексируются в базе данных Web of Science (WoS), 5 индексируются в базе данных Scopus.

На программный модуль, реализующий схему EBR с криволинейными реконструкциями, получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665709 (19.07.2023).

Личный вклад автора

Формулировка методики численного решения аэродинамических и аэроакустических задач внешнего обтекания, разработка новой схемы EBR с криволинейными реконструкциями, реализация данной схемы в программном комплексе NOISEtte, проведение всех RANS и DDES расчетов и анализ соответствующих численных результатов выполнены автором лично.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка сокращений, списка литературы и списка публикаций автора по теме диссертации. Полный объем диссертации составляет 123 страницы, включая 66 рисунков и 12 таблиц. Список литературы содержит 120 наименований.

Поддержка работы

Диссертационная работа выполнена при поддержке Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020-2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (Соглашение от 25.04.2022 № 075-15-2022-330). Ресурсоемкие вычисления проводились с помощью гибридного суперкомпьютера K60, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, а также оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, произведен обзор существующих методов численного моделирования внешних турбулентных течений, применяемых в области авиационного проектирования, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, описаны методы исследования и его научная новизна, обоснована достоверность полученных результатов, описана практическая значимость работы и приведены положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** производится формулировка методики численного моделирования внешнего обтекания планера самолета и его элементов на неструктурированных сетках, применяемой в диссертационной работе при проведении расчетов.

Раздел 1.1 посвящен описанию физической постановки задачи обтекания элементов планера самолета. Указано, что обтекание данных тел может осуществляться в двух основных постановках: обтекание в свободном потоке и обтекание в канале. В разделе также перечислены основные целевые характеристики, получаемые при обтекании элементов планера: аэродинамические коэффициенты, поля течения на поверхности, спектры пульсаций давления в ближнем и дальнем полях.

Для математического моделирования обтекания элементов планера в диссертационной работе применяются RANS и DDES подходы (полный список используемых RANS и DDES моделей представлен выше в разделе Методы исследования). В **разделе 1.2** приводится лежащая в их основе система уравнений Навье–Стокса для сжимаемой среды:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \nabla \cdot \mathbf{F}_v(\mathbf{Q}, \nabla \mathbf{Q}), \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I} \\ (E + p) \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{q} \end{pmatrix},$$

где ρ – плотность, \mathbf{u} – вектор скорости, p – давление, $E = \rho \varepsilon + \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} / 2$ – полная энергия, ε – удельная внутренняя энергия, \mathbf{I} – единичная матрица, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор вязких напряжений, $\mathbf{q} = -k \nabla T$ – вектор теплового потока, T – температура, k – коэффициент теплопроводности. Для замыкания данной системы используются уравнения состояния для совершенного газа:

$$p = \rho R_{sp} T, \quad \varepsilon = R_{sp} T / (\gamma - 1),$$

где для воздуха показатель адиабаты $\gamma = 1.4$ и газовая постоянная $R_{sp} = 287.05$ Дж/(кг · К).

В **разделе 1.3** описывается построение дуальных ячеек для смешанно-элементных сеток, состоящих из треугольников и четырехугольников в 2D постановке или тетраэдров, гексаэдров, четырехугольных пирамид и треугольных призм в 3D постановке. Данные ячейки строятся вокруг сеточных узлов на основе барицентрического разбиения элементов (рисунок 1).

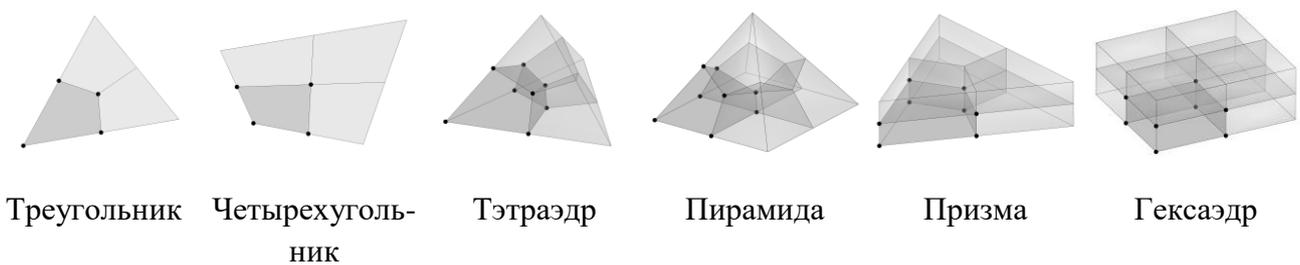


Рисунок 1. Примеры барицентрических разбиений сеточных элементов

В **разделе 1.4** для системы (1) формулируется общий вид конечно-объемных реберно-ориентированных схем:

$$\frac{d\mathbf{Q}_i}{dt} + \frac{1}{V_i} \sum_{j \in N_1(i)} \mathbf{F}_{ij} |\mathbf{s}_{ij}| + \frac{1}{V_i} \sum_{k \in B(i)} \mathbf{F}_{ik}^b = \mathbf{D}_i,$$

$$\mathbf{s}_{ij} = \int_{\partial C_i \cap \partial C_j} \mathbf{n}_i dS, \quad \mathbf{n}_{ij} = \mathbf{s}_{ij} / |\mathbf{s}_{ij}|,$$

где \mathbf{Q}_i – вектор точечных значений консервативных переменных в сеточном узле i , C_i – дуальная ячейка, построенная вокруг узла i , V_i – объем данной ячейки, $N_1(i)$ – множество узлов, соединенных сеточным ребром с узлом i , $\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$ – аппроксимация потока $F \cdot \mathbf{n}_{ij}$ в середине ребра ij , \mathbf{n}_i – единичная нормаль, определенная на поверхности ∂C_i и внешняя по отношению к ячейке C_i , $B(i)$ – множество граничных граней, инцидентных узлу i , \mathbf{F}_{ik}^b – аппроксимация потока $F \cdot \mathbf{n}_{ik}$ через пересечение поверхности ∂C_i с граничной гранью k , \mathbf{D}_i – аппроксимация диссипативных слагаемых в узле i . В диссертационной работе для вычисления численного потока используется метод Роу:

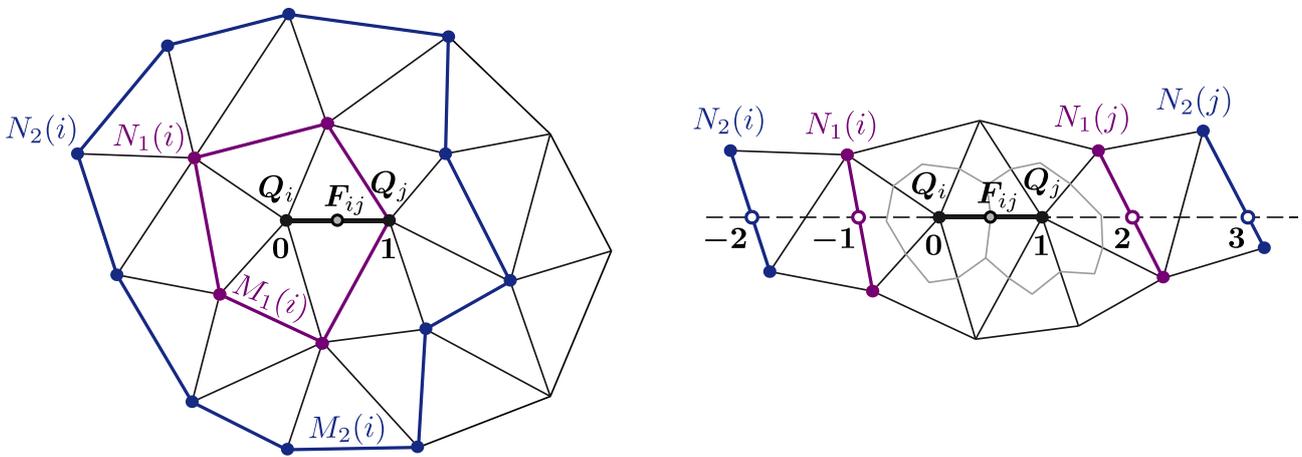
$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{1}{2} \left(F(\mathbf{Q}_{ij}) + F(\mathbf{Q}_{ji}) \right) \cdot \mathbf{n}_{ij} - \frac{\delta}{2} |A_{ij}| \left(\mathbf{Q}_{ji} - \mathbf{Q}_{ij} \right),$$

где \mathbf{Q}_{ij} и \mathbf{Q}_{ji} – значения консервативных переменных, реконструированные в центре ребра ij в направлениях от узла i и от узла j соответственно, A_{ij} – значение $d(F \cdot \mathbf{n}_{ij}) / d\mathbf{Q}$ для среднего по Роу от \mathbf{Q}_i и \mathbf{Q}_j , $\delta \in [0,1]$ – вес диссипативной компоненты аппроксимации. Для аппроксимации диссипативных слагаемых \mathbf{D}_i применяется метод локальных разбиений сеточных элементов.

В разделе 1.5 описывается метод вычисления значений \mathbf{Q}_{ij} и \mathbf{Q}_{ji} по схемам EBR. Первый шаг данного метода заключается в построении множеств узлов первого и второго уровня соседства для узлов i и j (множества $N_1(i)$, $N_2(i)$, $N_1(j)$, $N_2(j)$ на рисунке 2). На основе данных множеств строятся множества сеточных граней ($M_1(i)$, $M_2(i)$, $M_1(j)$, $M_2(j)$). Далее определяются точки квазиодномерной реконструкции: пересечения луча, направленного от узла j к узлу i с гранями из множеств $M_1(i)$ и $M_2(i)$ обозначаются индексами -1 и -2 соответственно, пересечения луча, направленного от узла i к узлу j с гранями из множеств $M_1(j)$ и $M_2(j)$ – индексами 2 и 3 . Значения функции \mathbf{Q} в точках реконструкции находятся при помощи линейной интерполяции по соответствующим граням. При обозначении узла i индексом 0 , а узла j – индексом 1 , для вычисления потока \mathbf{Q}_{ij} применяется формула:

$$Q_{ij} = Q_i + \frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{2} \sum_{m=-2}^1 \xi_m \frac{Q_{m+1} - Q_m}{|\mathbf{r}_{m+1} - \mathbf{r}_m|}, \quad (2)$$

где \mathbf{r}_m – радиус-вектор точки реконструкции с индексом m ; $\xi_{-2} = -1/15$, $\xi_{-1} = 11/30$, $\xi_0 = 4/5$, $\xi_1 = -1/10$ для схемы EBR5 и $\xi_{-2} = 0$, $\xi_{-1} = 1/3$, $\xi_0 = 2/3$, $\xi_1 = 0$ для схемы EBR3 с более коротким шаблоном. Поток Q_{ji} вычисляется аналогично. В данном разделе также приводится описание постановки граничных условий отражения, граничных условий прилипания и адиабатичности, условий свободного потока для внешних границ. В разделе 1.6 приведены формулы вычисления потока Q_{ij} для схемы EBR-WENO5.



а. Множества узлов $N_1(i)$, $N_2(i)$ и множества ребер $M_1(i)$, $M_2(i)$

б. Шаблон квазиодномерной реконструкции

Рисунок 2. Алгоритм построения шаблона схемы EBR5 для ребра ij на неструктурированной треугольной сетке

В разделе 1.7 представлена методика RANS и RANS-LES моделирования внешнего обтекания на неструктурированных сетках, состоящая из семи пунктов.

Первый пункт описывает этапы подготовки расчетной области: устранение дефектов и несущественных деталей обтекаемой геометрии, построение дополнительных поверхностей для задания необходимых граничных условий.

Второй пункт посвящен процессу построения неструктурированной сетки с учетом локальных градиентов целевого течения и выбранного подхода к моделированию турбулентности: разметке сеточного разрешения в расчетной области, построению поверхностной сетки, призматических слоев вблизи обтекаемой геометрии и объемной неструктурированной сетки в остальной области.

В третьем пункте приведены рекомендации по выбору численного метода и его параметров: метода реконструкции значений консервативных переменных в

зависимости от режима обтекания (дозвуковое, трансзвуковое или сверхзвуковое обтекание), веса диссипативной компоненты схемы аппроксимации конвективных потоков, схемы интегрирования по времени и величины соответствующего шага интегрирования в зависимости от используемого подхода к моделированию турбулентности (RANS или RANS-LES).

В четвертом пункте описывается выбор параметров метода расчета акустических пульсаций в дальнем поле: расположения поверхностей Ффокса Уильямса – Хокинга (FWH) для записи данных в ближнем поле, сеточного разрешения на поверхностях FWH, частоты записи соответствующих данных.

Пятый пункт посвящен методам оценки сходимости средних полей течения и контролю за возникновением численной неустойчивости в решении: отслеживанию характера изменения аэродинамических коэффициентов, экстремальных значений газодинамических функций и их производных по времени, спектральных характеристик пульсаций давления в точках ближнего поля.

В шестом пункте описан процесс получения целевых характеристик течения после достижения им установившегося состояния: накопление осредненных полей и значений аэродинамических коэффициентов, расчет акустических пульсаций в дальнем поле, построение спектров в точках ближнего и дальнего полей.

В седьмом пункте указывается, что при выполнении практических расчетов сформулированная методика, как правило, применяется итеративно, то есть информация, полученная на некотором шаге методики, может потребовать повторения предыдущих шагов с измененными значениями параметров.

Во **второй главе** представлено описание разработанной схемы EBR с криволинейными реконструкциями.

В **разделе 2.1** приводится мотивация к введению криволинейных квазиодномерных реберно-ориентированных реконструкций для аппроксимации конвективных потоков в призматических слоях смешанно-элементных неструктурированных сеток в тангенциальном по отношению к обтекаемому телу направлении. Указывается, что использование прямолинейных реконструкций в области пограничного слоя вблизи криволинейной геометрии может приводить к уменьшению точности или возникновению локальной неустойчивости схем EBR.

В **разделе 2.2** описан алгоритм построения криволинейных реберно-ориентированных реконструкций на структурированных сетках. Данный алгоритм является тривиальным, так как для каждого ребра ij в качестве точек реконструкции используются структурные соседи узлов i и j (рисунок 3). Получаемые таким образом EBR схемы обозначаются далее как EBR IJK.

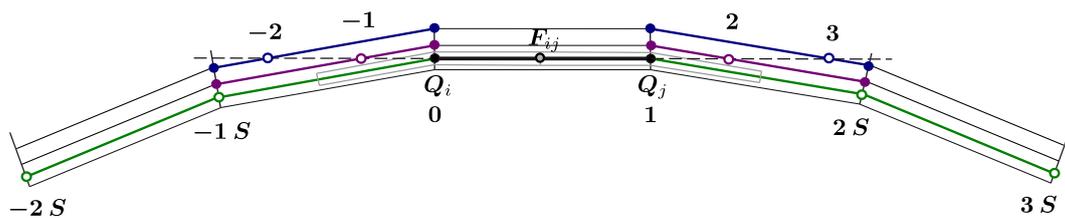


Рисунок 3. Шаблоны схем EBR5 и EBR5 IJK для ребра ij на анизотропной структурированной сетке в пристенной области

В разделе 2.3 представлен алгоритм построения криволинейных реберно-ориентированных реконструкций для призматических неструктурированных сеток (рисунок 4). Первым шагом данного алгоритма является разметка узловых слоев (нулевой слой состоит из узлов на обтекаемой поверхности, первый соединен с ним через боковые ребра призматических элементов, одна из граней которых принадлежит обтекаемой поверхности, и так далее). Для построения криволинейного шаблона для ребра ij , принадлежащего некоторому узловому слою, определяется плоскость P_{ij} , содержащая данное ребро и параллельная вектору \mathbf{P} , равному полусумме внешних нормалей к инцидентным ребру ij граням с того же узлового слоя (рисунок 5). По аналогии с разделом 1.5 строятся множества узлов $N_1^{\text{pl}}(i)$, $N_2^{\text{pl}}(i)$, $N_1^{\text{pl}}(j)$, $N_2^{\text{pl}}(j)$, состоящие только из узлов с указанного узлового слоя, и соответствующие множества ребер $M_1^{\text{pl}}(i)$, $M_2^{\text{pl}}(i)$, $M_1^{\text{pl}}(j)$, $M_2^{\text{pl}}(j)$. Точки криволинейной реконструкции определяются при помощи пересечения плоскости P_{ij} с построенными множествами ребер. Для вычисления реконструированных значений функции Q на основе криволинейных шаблонов используется формула (2). Для ребер, не принадлежащих какому-либо узловому слою, применяются прямолинейные реконструкции. Получаемые таким образом EBR схемы обозначаются далее как EBR PL.

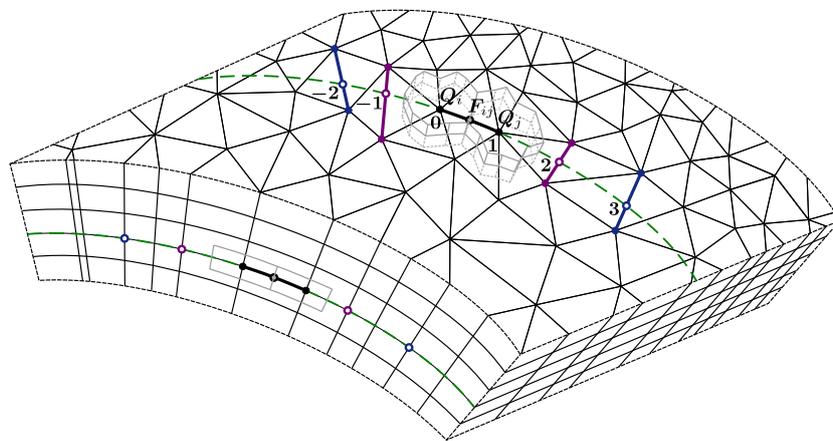


Рисунок 4. Шаблон схемы EBR5 PL для ребра ij на призматической сетке в пристенной области

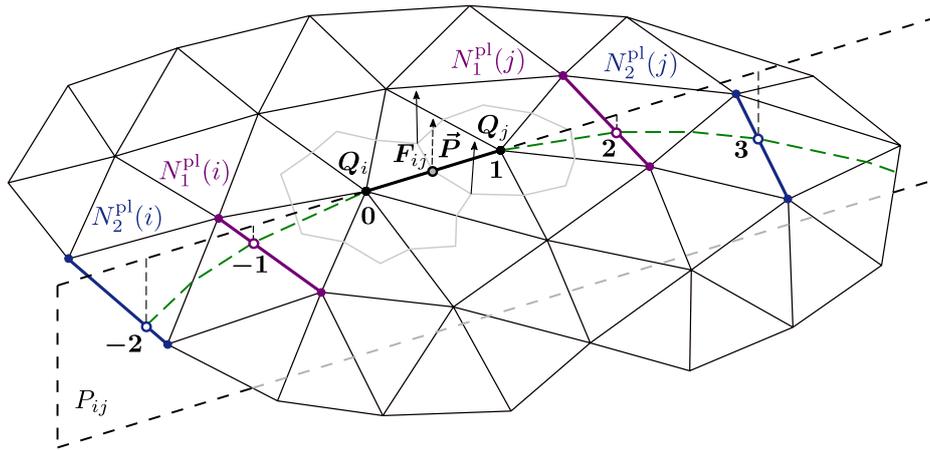


Рисунок 5. Алгоритм построения криволинейного шаблона схемы EBR5 PL

В разделе 2.4 производится обобщение схем EBR IJK и EBR PL на неструктурированные смешанно-элементные сетки посредством использования прямолинейных реконструкций вне структурированных или призматических подобластей.

Третья глава посвящена описанию реализации схемы EBR PL в программном комплексе NOISEtte.

В разделе 3.1 описывается общая структура программного модуля EBR-PL¹³ (рисунок 6). Обращение к данному модулю происходит только на этапе подготовки к интегрированию по времени: на этапе чтения конфигурационных файлов для считывания меток поверхностей, вблизи которых требуется построить криволинейные реконструкции, и на этапе обработки сетки для инициализации призматических слоев и построения криволинейных реконструкций. Для хранения интерполяционных коэффициентов используются те же структуры данных, что и для схем EBR с прямолинейными реконструкциями. Следовательно, применение криволинейных реконструкций в рамках модуля EBR-PL не оказывает влияния на производительность и параллельную эффективность кода NOISEtte и является совместимым с его CPU, GPU и CPU+GPU режимами.

В разделе 3.2 приводится алгоритм инициализации призматических слоев. На завершающем этапе данного алгоритма заполняется поузловой массив векторов роста призматических слоев, используемый далее для корректной ориентации внешних нормалей к граням, все узлы которых принадлежат одному узловому слою.

Раздел 3.3 содержит описание алгоритма поиска точек криволинейной реконструкции. Для нахождения точек пересечения плоскости P_{ij} с ребрами из описанных в разделе 2.3 множеств для каждого ребра ab выполняется разложение вектора $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ в случае точек с индексами -1 и -2 (или вектора $\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$

¹³ Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665709 (19.07.2023)

в случае точек с индексами 2 и 3) по векторам $\mathbf{a} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_k - (\mathbf{P} \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_k) / \mathbf{P} \cdot \mathbf{P})) \mathbf{P}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_k - (\mathbf{P} \cdot (\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_k) / \mathbf{P} \cdot \mathbf{P})) \mathbf{P}$, где k – индекс предыдущей точки реконструкции. Искомая точка реконструкции характеризуется неотрицательностью обоих коэффициентов разложения.

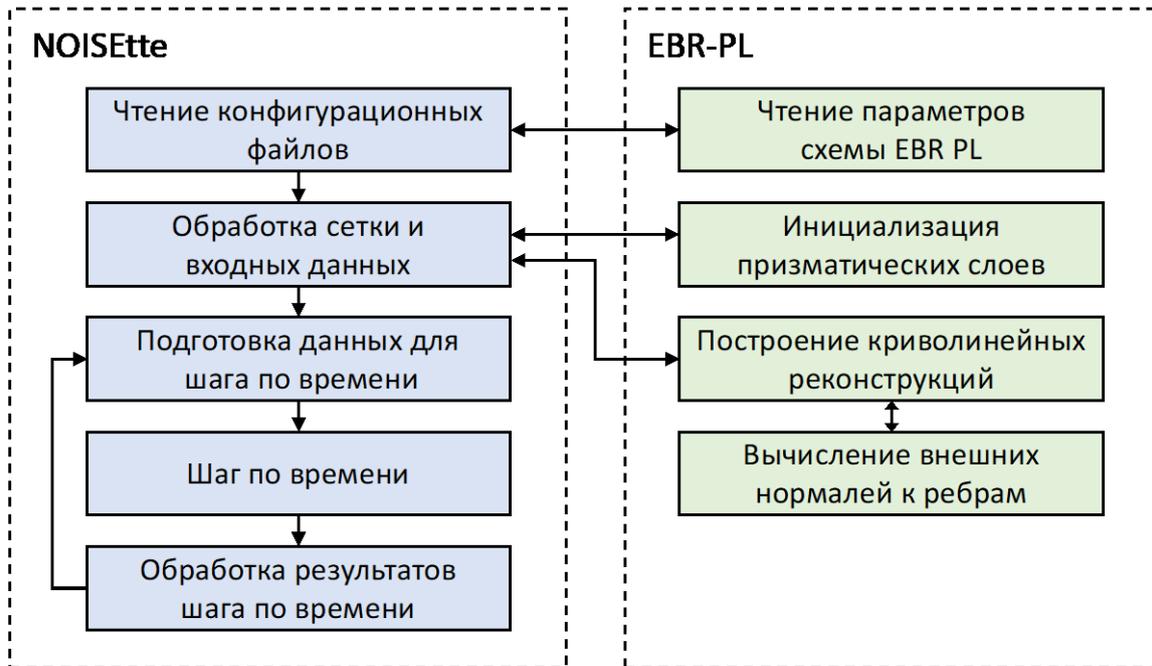


Рисунок 6. Структура программного модуля EBR-PL

В четвертой главе представлены результаты тестирования схем EBR с криволинейными реконструкциями на модельных задачах.

В разделе 4.1 решается задача о распространения акустической волны в бесконечном цилиндрическом канале при наличии вязкости и теплопроводности. В качестве начальных данных используется одно из точных решений указанной задачи с нулевой осевой модой (рисунок 7). Распространение акустической волны моделируется при помощи схемы EBR5 IJK в 2D постановке и EBR5 PL в 3D постановке. Типы используемых 3D сеток изображены на рисунке 8. Моделирование проводилось до момента времени $t = 20$, после чего вычислялась ошибка по функции плотности в норме L_1 (таблица 1). В 2D постановке криволинейные реконструкции позволили уменьшить указанную ошибку приблизительно в 7 раз, а в 3D постановке – в 2-4 раза.

В разделе 4.2 схемы EBR IJK и EBR PL тестируются для RANS (SA) расчетов обтекания сегмента с аэродинамическим профилем NASA 0012. Показано, что использование криволинейных реконструкций вместо прямолинейных в призматических слоях 3D сеток позволяет устранить нефизические флуктуации полей коэффициента трения (рисунок 9). Применение криволинейных реконструкций также позволило повысить точность

моделирования на грубых сетках, что проиллюстрировано на рисунке 10 при помощи полученных значений аэродинамических коэффициентов.

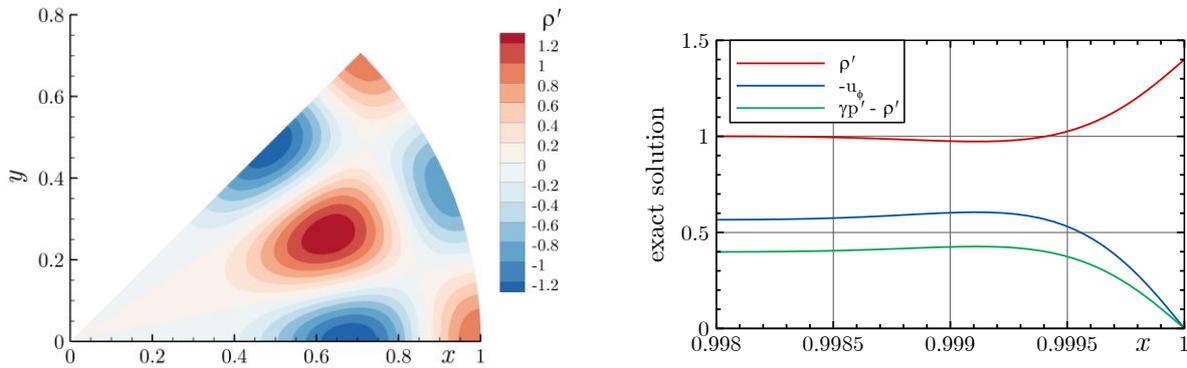
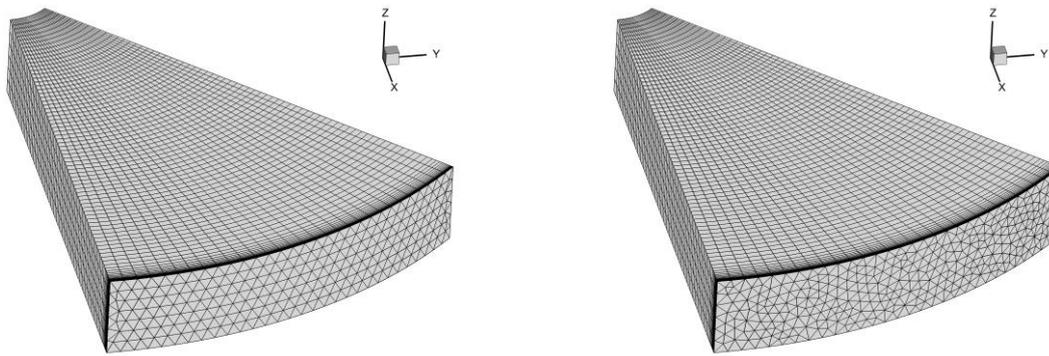


Рисунок 7. Акустическая волна в бесконечном цилиндрическом канале: точное решение задачи для $\mu = 10^{-6}$, $Pr = 1$, $\gamma = 1.4$, $R = 1$, соответствующее моде $m = 2$, $\nu = 8$, $k = 0$, при $t = 0$



Поверхностная сетка, построенная по методу продвигающегося фронта

Полностью неструктурированная поверхностная сетка

Рисунок 8. Два типа 3D сеток для $N_\varphi = 30$

Таблица 1. Задача об акустической волне: ошибка по функции плотности в норме L_1 ($t = 20$)

Тип сетки	N_φ	EBR5	Порядок схемы	EBR5 IJK / EBR5 PL	Порядок схемы	Отно- шение
2D ($0.1 \leq r \leq 1$)	30	1.233×10^{-2}	—	1.552×10^{-3}	—	7.95
	60	2.742×10^{-3}	2.17	3.758×10^{-4}	2.05	7.30
	120	6.381×10^{-4}	2.10	9.352×10^{-5}	2.01	6.82
3D (поверхностная сетка, построенная по методу продвигающегося фронта)	30	1.040×10^{-2}	—	3.186×10^{-3}	—	3.26
	60	2.273×10^{-3}	2.19	6.178×10^{-4}	2.37	3.68
	120	5.159×10^{-4}	2.14	1.263×10^{-4}	2.29	4.09
3D (полностью неструктурированная поверхностная сетка)	30	1.136×10^{-2}	—	5.589×10^{-3}	—	2.03
	60	2.823×10^{-3}	2.01	1.510×10^{-3}	1.89	1.87
	120	6.396×10^{-4}	2.14	3.391×10^{-4}	2.15	1.89

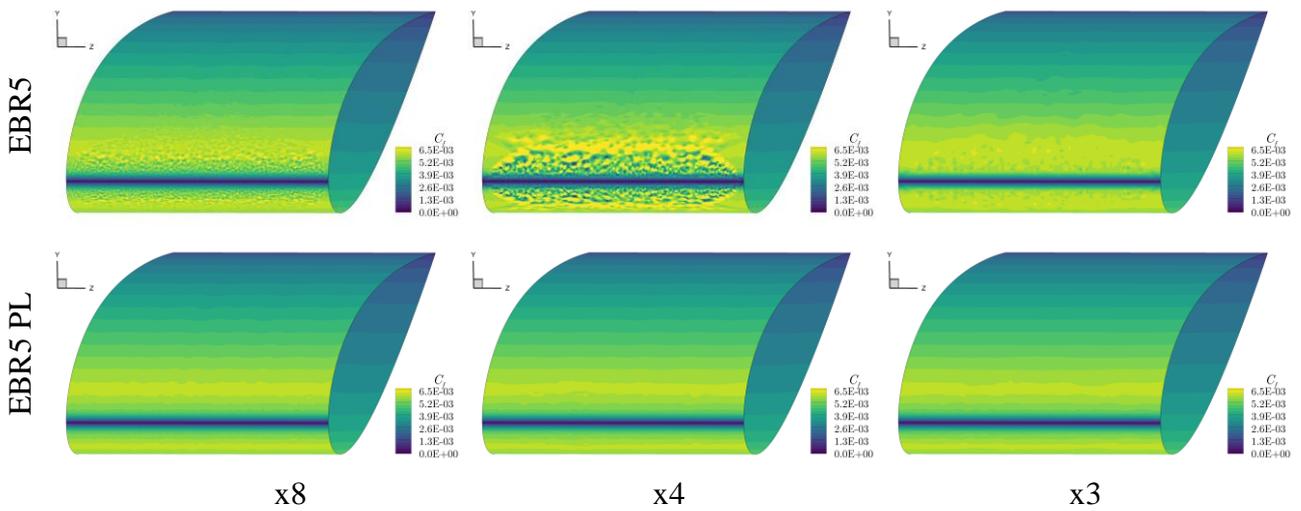


Рисунок 9. Распределения коэффициента трения на поверхности сегмента для $\alpha = 0^\circ$, полученные при помощи схем EBR5 и EBR5 PL на 3D сетках x8, x4 и x3

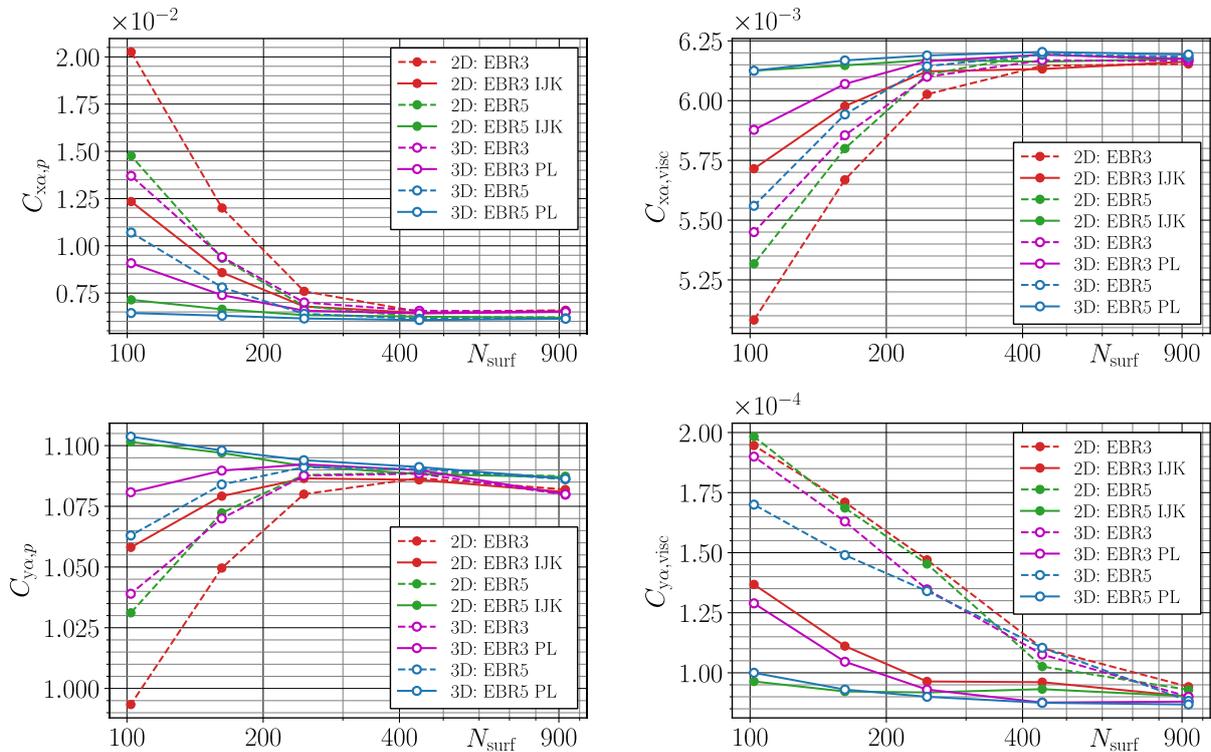


Рисунок 10. Коэффициенты сопротивления сил давления ($C_{x\alpha,p}$), сопротивления вязких сил ($C_{x\alpha,visc}$), подъемной силы, создаваемой полем давления ($C_{y\alpha,p}$) и полем вязких напряжений ($C_{y\alpha,visc}$), для $\alpha = 10^\circ$, полученные на последовательностях 2D и 3D сеток

В разделе 4.3 схемы EBR5, EBR5 PL, EBR-WENO5 и EBR-WENO5 PL применены для RANS (SA) расчетов обтекания модельного двухлопастного винта вертолета на режиме висения (рисунки 11 и 12). Использование криволинейных реконструкций для схемы EBR-WENO5 позволило устранить нефизические флуктуации коэффициента трения и функции плотности на поверхности лопасти (рисунок 13).

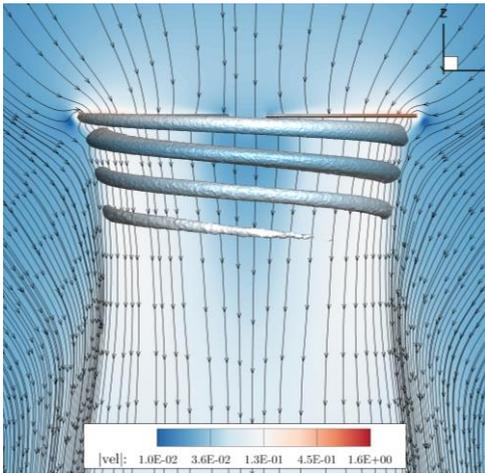


Рисунок 11. Поле модуля скорости для 1750 об/мин, полученное при помощи схемы EBR-WENO5 PL (линии тока изображены в плоскости $y = 0$; изоповерхности соответствуют значению Q -критерия = 0.001)

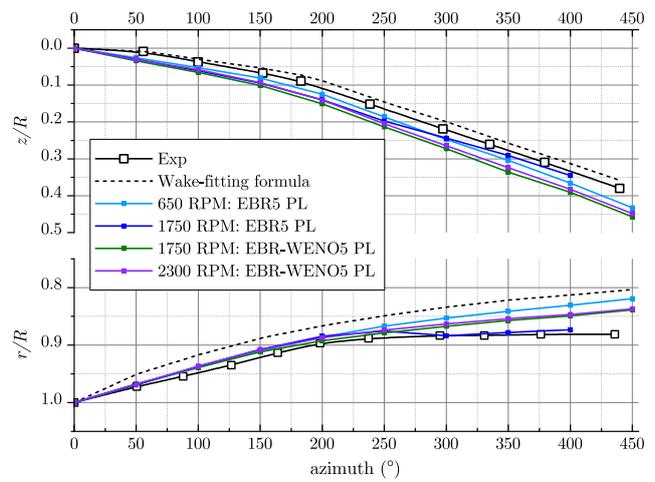


Рисунок 12. Координаты центра концевой вихря, полученные при помощи схем EBR с криволинейными реконструкциями в сравнении с экспериментальными данными

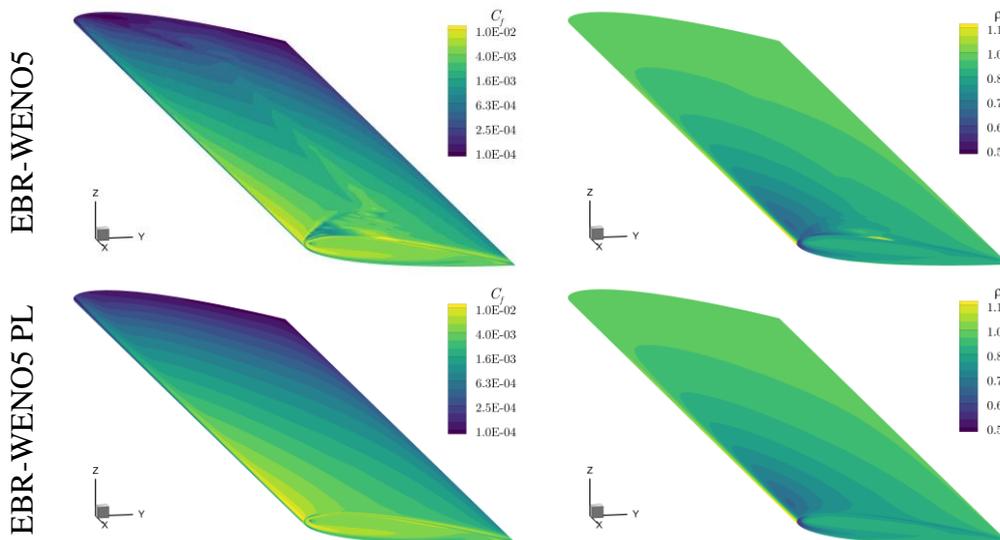
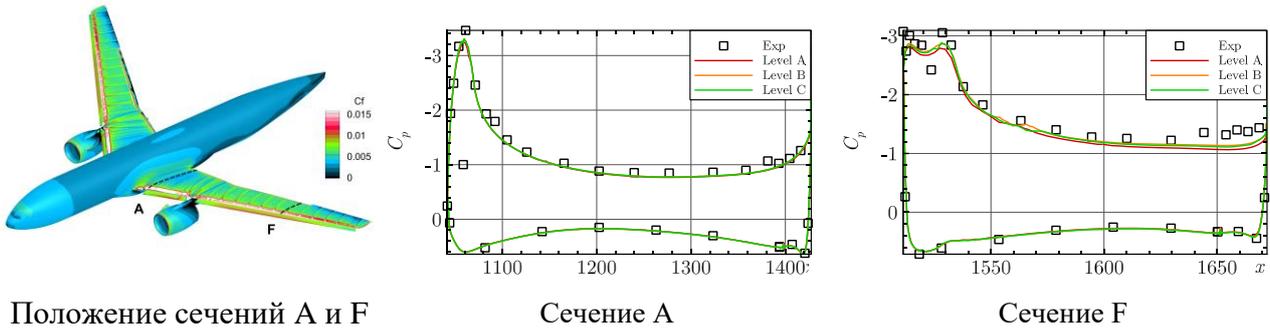


Рисунок 13. Распределения коэффициента трения и функции плотности на поверхности лопасти при 1750 об/мин

В разделе 4.4 приводятся результаты RANS (SA) расчетов обтекания модельной геометрии планера магистрального самолета NASA CRM-HL с использованием схемы EBR5 PL. Полученные численные результаты сопоставлены с экспериментальными данными по коэффициенту давления (рисунок 14), коэффициенту подъемной силы и коэффициенту лобового сопротивления (таблица 2).



Положение сечений А и F

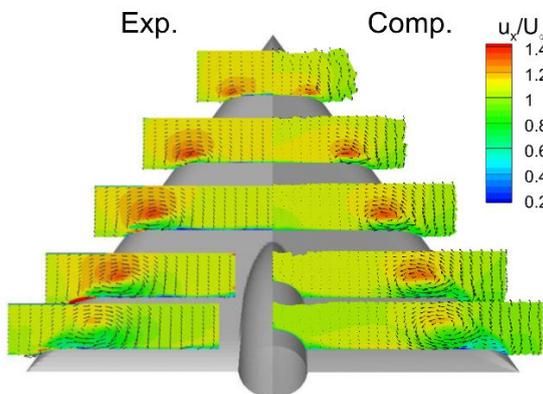
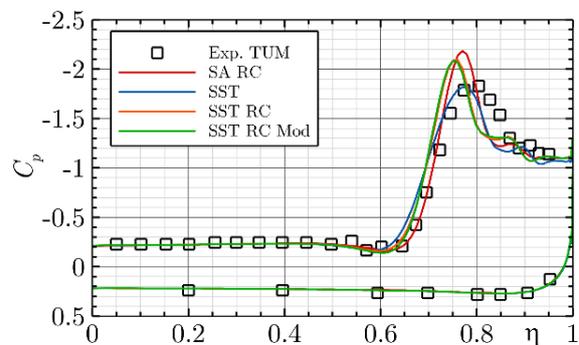
Сечение А

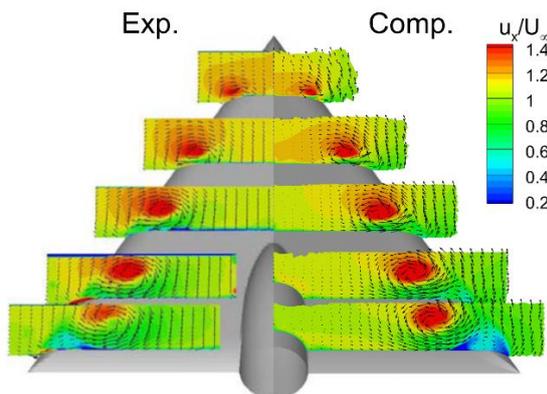
Сечение F

Рисунок 14. Обтекание геометрии NASA CRM-HL: $M = 0.2$, $Re = 5.49 \times 10^6$, $\alpha = 7.05^\circ$ Таблица 2. Коэффициенты подъемной силы ($C_{y\alpha}$) и лобового сопротивления ($C_{x\alpha}$), полученные при обтекании CRM-HL в свободном потоке для $\alpha = 7.05^\circ$

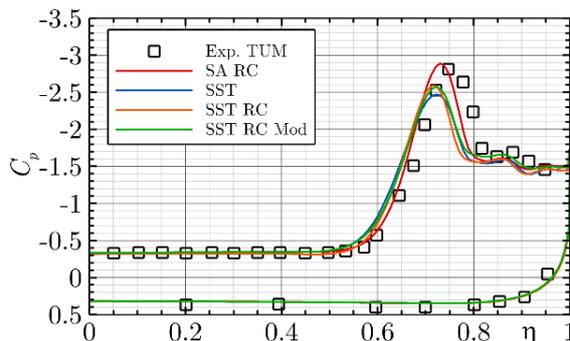
Сетка	N_{nodes}	N_{surf_nodes}	$C_{y\alpha}$	$C_{y\alpha}$ diff	$C_{y\alpha}$ diff,%	$C_{x\alpha}$	$C_{x\alpha}$ diff	$C_{x\alpha}$ diff,%
Level A	12 332 217	393 972	1.735	-0.044	2.45%	0.1785	-0.0082	4.40%
Level B	32 303 132	700 270	1.764	-0.015	0.82%	0.1830	-0.0037	1.99%
Level C	91 981 488	1 297 525	1.760	-0.019	1.05%	0.1835	-0.0032	1.72%
Exp	–	–	1.77862	–	–	0.18671	–	–

В разделе 4.5 показаны результаты RANS и DDES расчетов обтекания треугольного крыла с острой передней кромкой с использованием схемы EBR5 PL. Сопоставление с экспериментальными данными проводилось по пространственным распределениям продольной компоненты скорости и коэффициенту давления в сечениях на поверхности крыла (рисунки 15–17). Для DDES расчетов также было выполнено сопоставление экспериментальных и численных значений среднеквадратичного отклонения коэффициента давления на поверхности крыла (рисунок 17).

Продольная компонента скорости
(модель турбулентности SST)Коэффициент давления в сечении $x/c_r = 0.4$ Рисунок 15. Обтекание треугольного крыла (RANS): $M = 0.14$, $Re_{mac} = 2 \times 10^6$, $\alpha = 13^\circ$

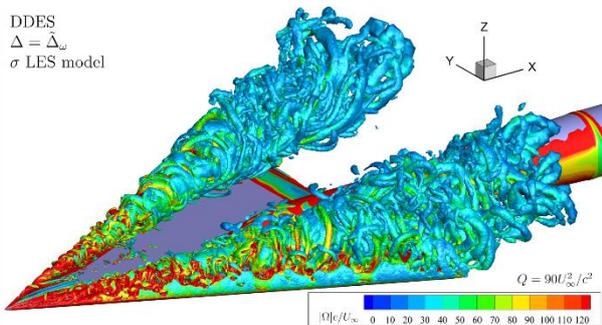


Продольная компонента скорости (модель турбулентности SST RC Mod)

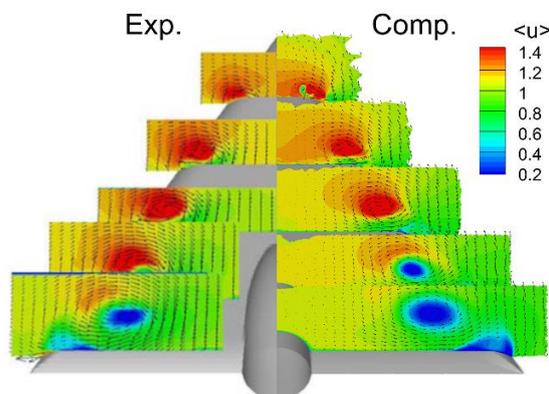


Коэффициент давления в сечении $x/c_r = 0.4$

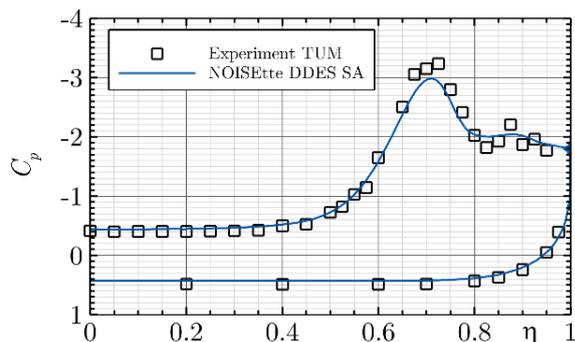
Рисунок 16. Обтекание треугольного крыла (RANS): $M = 0.14$, $Re_{max} = 2 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$



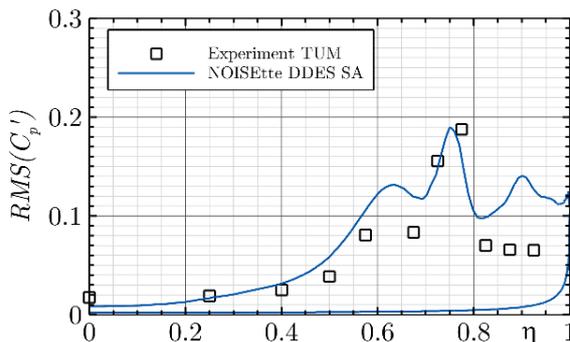
Мгновенная картина течения



Среднее значение продольной компоненты скорости



Коэффициент давления в сечении $x/c_r = 0.4$



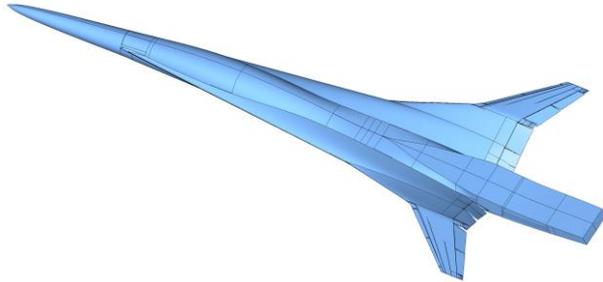
RMS(C_p') в сечении $x/c_r = 0.4$

Рисунок 17. Обтекание треугольного крыла (DDES): $M = 0.07$, $Re_{max} = 1 \times 10^6$, $\alpha = 23^\circ$

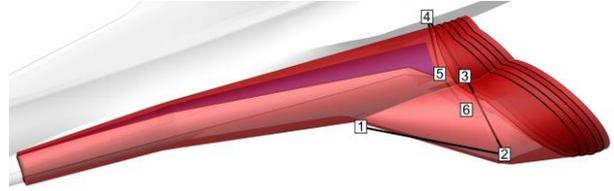
Пятая глава посвящена моделированию шума крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета (СПС) на режиме посадки.

В **разделе 5.1** обсуждается мотивация к решению данной задачи, приводятся ссылки на работы других авторов, содержащие результаты аналогичных исследований.

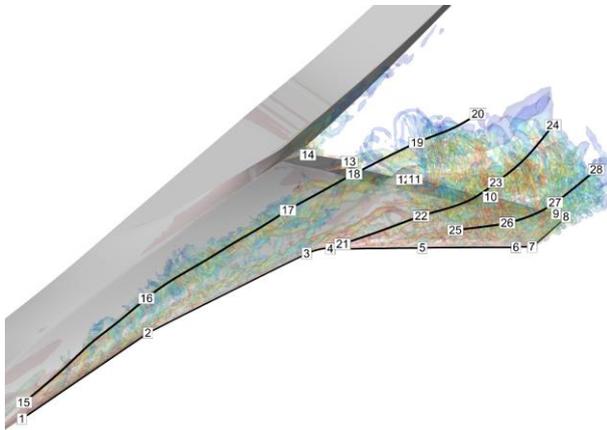
Раздел 5.2 содержит физические параметры обтекания полноразмерной геометрии прототипа планера СПС в посадочной конфигурации (рисунок 18а).



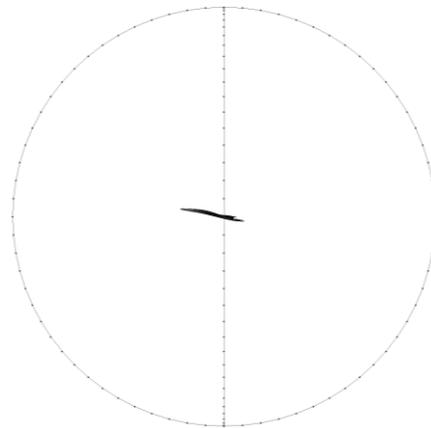
а. Геометрия прототипа планера СПС в посадочной конфигурации (длина – 45 м)



б. Поверхность FWH для расчета шума в дальнем поле



в. Положение точек записи пульсаций давления в ближнем поле



г. Точки дальнего поля, в которых производился расчет шума крыла СПС

Рисунок 18. Вычислительная постановка обтекания прототипа планера СПС на режиме посадки: $M = 0.2$, $Re_{1M} = 4.6 \times 10^6$, $\alpha = 10^\circ$

В разделе 5.3 описана вычислительная постановка задачи. Для воспроизведения шума в ближнем поле используется DDES моделирование, для аппроксимации конвективных потоков применяется схема EBR5 PL. В силу симметрии осредненных полей целевого течения моделируется обтекание половины геометрии СПС с постановкой условий проскальзывания в плоскости симметрии. Подробная расчетная сетка с повышенным разрешением в области устойчивого вихревого течения над поверхностью крыла содержит 62 млн. узлов и 220 млн. элементов (длина сеточного ребра в зоне повышенного разрешения – 1.75 см). Для оценки акустических характеристик течения в ближнем поле выполняется запись пульсаций давления в точках на кривых, изображенных на рисунке 18в. Для расчета шума в дальнем поле необходимые данные записываются на поверхности FWH с пятью замыкающими поверхностями (рисунок 18б). Точки дальнего поля, для которых рассчитывается шум при помощи метода FWH второго порядка, расположены на окружности радиуса 150 м (рисунок 18г).

В разделе 5.4 приводятся характеристики осредненных полей течения: значения аэродинамических коэффициентов и распределения коэффициента давления на изоповерхностях модуля завихренности (рисунок 19а).

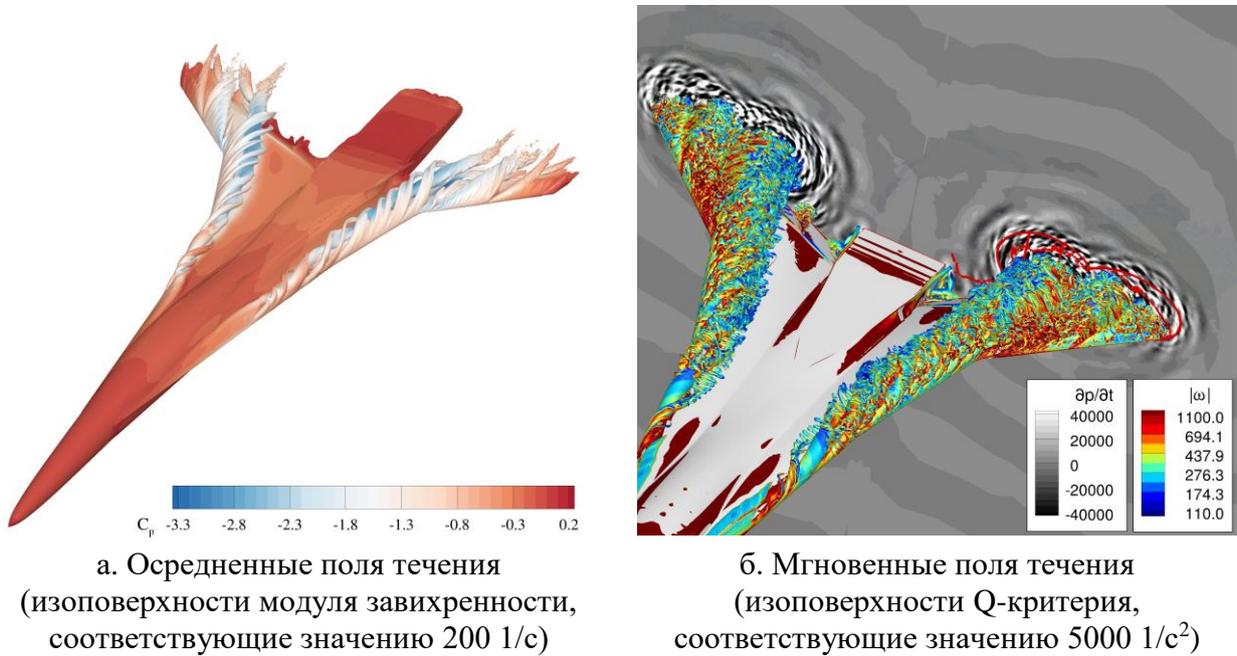


Рисунок 19. Общий вид DDES решения

В разделе 5.5 представлены акустические спектры в точках ближнего поля (рисунок 20). Данные спектры являются широкополосными, причем в большинстве точек более высоким частотам соответствует меньшая интенсивность шума. Из рисунка 19б видно, что турбулентное вихревое течение над поверхностью крыла является основным источником акустических пульсаций в рассматриваемой задаче.

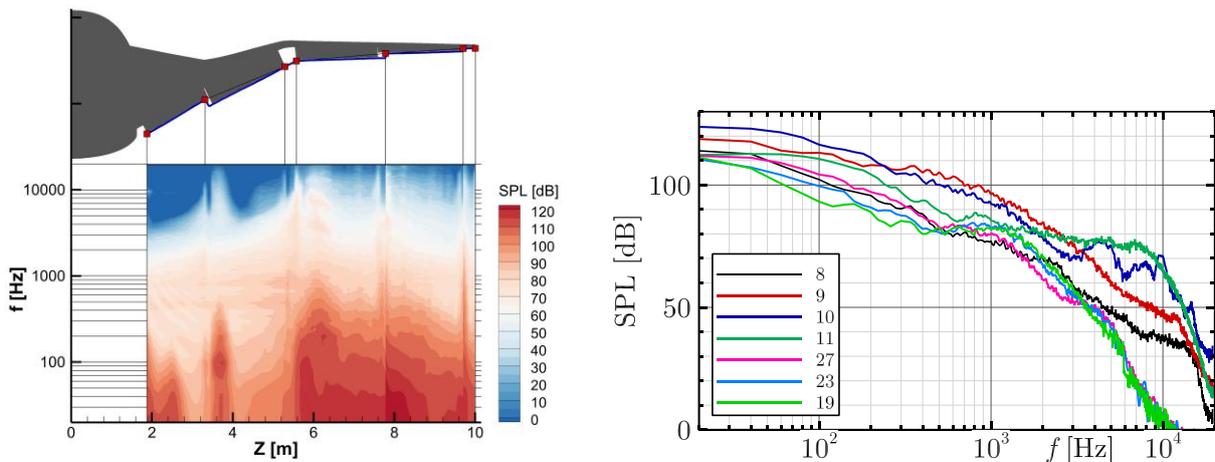
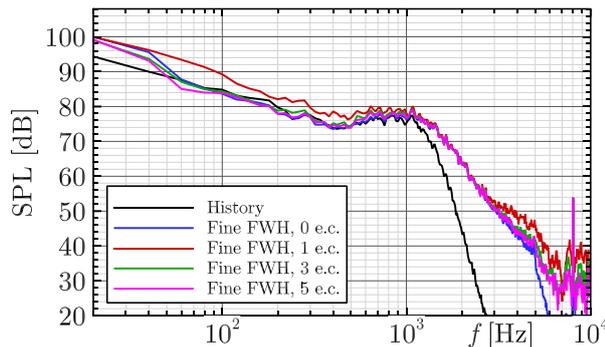
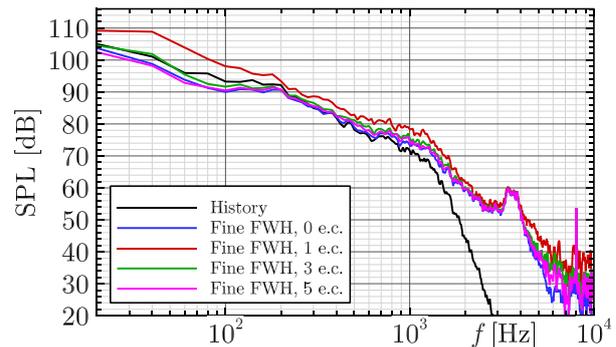


Рисунок 20. Акустические спектры в некоторых точках ближнего поля

В разделе 5.6 описан процесс тестирования метода FWH (рисунок 21) и приведены результаты расчета шума в точках дальнего поля (рисунок 22). Показано, что при использовании поверхности FWH с тремя и более замыканиями указанный метод позволяет корректно воспроизводить акустические пульсации во внешней области (рисунок 21). Также показано, что использование более подробного сеточного разрешения на замыкающих поверхностях может положительно сказаться на точности получаемых при помощи метода FWH результатах.



Точка 2 (в обозначениях рисунка 186)



Точка 6 (в обозначениях рисунка 186)

Рисунок 21. Тестирование метода FWH. Спектры шума, полученные напрямую из DDES расчета, обозначены как History. Аббревиатурой «е.с.» обозначено число использованных замыканий поверхности FWH.

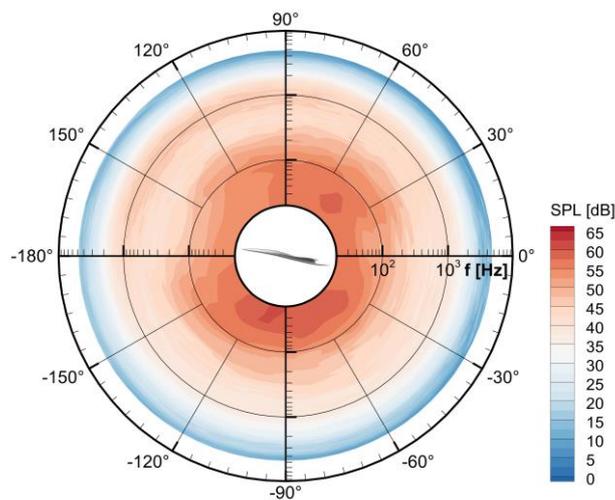


Рисунок 22. Спектры шума крыла СПС на режиме посадки в точках дальнего поля

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

1. Разработана методика моделирования турбулентных течений и создаваемых ими акустических полей для авиационных приложений с использованием схем повышенной точности на неструктурированных сетках.

2. Разработана новая схема, позволяющая в расчетах задач внешнего обтекания повысить точность численных результатов за счет применения криволинейных реконструкций в призматических слоях неструктурированных сеток.
3. В составе программного комплекса NOISEtte при сохранении высокой параллельной эффективности и масштабируемости кода создан модуль, реализующий новый тип реконструкций.
4. Продемонстрированы преимущества новой схемы в задачах распространения акустической волны в цилиндрическом канале, обтекания сегмента с аэродинамическим профилем NASA 0012 и обтекания модельного двухлопастного винта.
5. С использованием разработанной методики вихреразрешающего моделирования проведены передовые суперкомпьютерные расчеты по моделированию турбулентного течения вблизи крыла прототипа сверхзвукового пассажирского самолета на режиме посадки и получены оценки спектральных характеристик производимого им шума для ближнего и дальнего полей.

Публикации автора по теме диссертации

1. Bakhvalov P., Kozubskaya T., **Rodionov P.** EBR schemes with curvilinear reconstructions for hybrid meshes // Computers & Fluids. 2022. V. 239. P. 105352. (WoS, Scopus) <https://doi.org/10.1016/J.COMPFLUID.2022.105352>.
2. Дубень А.П., Козубская Т.К., **Родионов П.В.**, Цветкова В.О. EBR схемы с криволинейными реконструкциями переменных вблизи обтекаемых тел // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2021. Т. 61, № 1. С. 3–19 (перечень ВАК); Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2021. V. 61. P. 1–16. (WoS, Scopus) <https://doi.org/10.31857/s0044466920120030>.
3. **Rodionov P.V.** Curvilinear Reconstructions for EBR Schemes On Semi-Structured Meshes // 14th WCCM-ECCOMAS Congress. 2021. V. 700. P. 1–12. (Scopus) <https://doi.org/10.23967/WCCM-ECCOMAS.2020.113>.
4. Бахвалов П.А., Дубень А.П., Козубская Т.К., **Родионов П.В.** EBR схемы с криволинейными реконструкциями для решения двумерных задач внешнего обтекания // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 152. С. 1–22. (перечень ВАК) <https://doi.org/10.20948/prepr-2019-152>.
5. Горобец А.В., Дубень А.П., Козубская Т.К., **Родионов П.В.** Подходы к численному моделированию акустического поля, создаваемого крылом самолета с механизацией на режиме посадки // Математическое моделирование. 2022. Т. 34. № 7. С. 24–48 (перечень ВАК); Mathematical

Models and Computer Simulations. 2023. V. 15. P. 92–108. (Scopus) <https://doi.org/10.20948/mm-2022-07-02>.

6. Gorobets A.V., Bakhvalov P.A., Duben A.P., **Rodionov P.V.** Acceleration of NOISEtte Code for Scale-Resolving Supercomputer Simulations of Turbulent Flows // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41. P. 1463–1474. (перечень ВАК, WoS, Scopus) <https://doi.org/10.1134/S1995080220080077>.

Родионов Павел Вадимович

Численное моделирование турбулентных течений для авиационных приложений
с применением криволинейных реконструкций в призматических слоях
неструктурированных сеток

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать 16.09.2024. Заказ № А-9.

Формат 60x90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 90 экз.

ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., 4