

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Савенкова Евгения Борисовича

«Математическое моделирование

развития флюидонаполненных трещин в пороупругой среде»

представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 05.13.18 - «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»

Актуальность темы выполненной работы. Диссертационная работа Е.Б. Савенкова посвящена разработке новых методов математического моделирования для решения связанной задачи о развитии флюидонаполненных трещин в пороупругой среде. Сложность решения рассмотренной в диссертационной работе задачи связана прежде всего с комплексностью и разномасштабностью процессов, сопровождающих и определяющих развитие трещины - корректное описание процесса развития трещины может быть дано только с учетом процессов, протекающих как во вмещающей трещину среде, так и непосредственно процесса течения в трещине, причем эти процессы должны быть рассмотрены взаимосвязано, в рамках единой математической модели. Известные в настоящее время методы решения рассматриваемого класса задач не дают полноценного решения проблемы.

Актуальность тематики работы обусловлена тем, что анализ развития флюидонаполненных трещин является важной прикладной и теоретической задачей, существующие решения которой на данный момент не вполне удовлетворительны. Представленная на отзыв диссертация охватывает круг вопросов, связанных как с разработкой математической модели процесса, так и комплекса вычислительных алгоритмов для ее решения и их программной реализацией. Ее особенностью является то, что автор рассматривает задачу изначально как комплексную, что обосновывает выбор предложенных в работе моделей и алгоритмов.

Работа состоит из введения, 6-ти глав, заключения и одного приложения, изложена на 298 страницах. Список литературы включает в себя 276 наименований.

Во введении рассматривается общая проблематика работы, дается обзор современного состояния дел по тематике работы и обосновывается ее актуальность. Формулируются основные результаты работы и выносимые на защиту положения.

В первой главе работы рассматриваются математические модели как частных процессов, сопровождающих развитие трещины, так и полной, связанной модели. Формулируются основные уравнения модели для описания порорупругого поведения вмещающей трещину среды, модель течения в трещине, условия согласования на срединной поверхности трещины, рассматриваются критерии разрушения, определяющие

характер и направление развития трещины, описывается геометрическая модель трещины. Модель формулируется в неизотермической постановке.

Вторая глава имеет обзорный и постановочный характер. В ней рассматриваются алгоритмические вопросы решения частных задач, составляющих полную модель процесса. Дается подробный обзор вычислительных методов и алгоритмов, анализируется их пригодность для решения задачи в связанной постановке с учетом выбранной в работе степени общности. В результате формулируются требования к численным методам, которые обеспечат решение задачи в рассматриваемой автором связанной постановке и формулируются конкретные задачи, решение которых определяет структуру и содержание работы.

Третья глава посвящена вопросам, связанным с представлением трещины как произвольной достаточно гладкой поверхности с краем и разработкой вычислительных алгоритмов для моделирования ее эволюции. Для представления поверхности используется так называемый метод проекции ближайшей точки. Формулируются его свойства, необходимые для дальнейшего изложения, в том числе, в последующих главах. Формулируются геометрические алгоритмы, включающие в себя как непосредственно алгоритмы расчета эволюции трещины в рамках заданного способа ее математического представления, так и ряд вспомогательных алгоритмов. Результаты главы формируют алгоритмическую базу, используемую далее в последующих главах работы.

В четвертой главе рассматриваются вопросы решения задач пороупругости в среде с трещиной. Процессы течения в трещине при этом не рассматриваются. Основное содержание главы посвящено предложенному автором варианту метода X-FEM, использующего неявное представление поверхности с помощью оператора проекции ближайшей точки.

В пятой главе рассматриваются методы решения уравнений на поверхностях. В качестве основного алгоритма автором предлагается конечно-элементный вариант метода проекции ближайшей точки. В главе рассматриваются новые слабые постановки задач на поверхностях с краем, вложенных в трехмерное пространство и методы построения соответствующих конечномерных аппроксимаций. Логически глава состоит из двух частей. В первой части все необходимые построения демонстрируются на примере плоских поверхностей и рассматриваемых на них модельных уравнений, во второй - рассматривается модель течения в трещине в рамках модели смазочного слоя, определенного на эволюционирующей в пространстве срединной поверхности трещины. Предложенные алгоритмы используют заданную в пространстве расчетную сетку и не предполагают использование каких-либо сеток, заданных непосредственно на поверхности.

Шестая глава посвящена алгоритмам решения связанной задачи о развитии флюидонаполненной трещины в пороупругой среде. Формулируется предложенный в работе алгоритм решения полной связанной задачи. В качестве алгоритмов решения частных задач используются предложенные в предыдущих главах методы, подходы и алгоритмы. Приводятся результаты численных расчетов, демонстрирующих возможности предложенных алгоритмов.

В приложении приводятся результаты дополнительных тестовых расчетов.

Научная новизна полученных результатов. Автором диссертационной работы получены следующие новые результаты:

- Трехмерная математическая модель развития флюидонаполненной трещины в пороупругой среде, включающая в себя группы уравнений пороупругости, течения в трещине и развития срединной поверхности трещины. Построенная модель является согласованной, неизотермической, описывает трещину с произвольной гладкой срединной поверхностью. Развитие трещины определяется критерием с использованием векторного J -интеграла Черепанова-Райса.
- Вычислительные алгоритмы для описания эволюции срединной поверхности трещины с использованием метода проекции ближайшей точки, интегрирования по поверхности, вычисления локальных базисов в окрестности трещины. Эволюция поверхности описывается непосредственно в терминах эволюции оператора проекции ближайшей точки, без непосредственной аппроксимации поверхности.
- Вычислительный алгоритм «расширенного» метода конечных элементов - X-FEM/CP, использующий метод проекции ближайшей точки для представления поверхности и описания ее эволюции.
- Вариационные (слабые) постановки начально-краевых задач для решения уравнения смазочного слоя на стационарных и эволюционирующих поверхностях с краем с применением метода проекции ближайшей точки. Построенные постановки основаны на продолжении уравнения на поверхности в трехмерное пространство и вариационном способе учета главных граничных условий на границе трещины.
- Метод решения уравнений смазочного слоя на стационарных и эволюционирующих поверхностях с краем. Предложенный метод использует эйлерово описание течения в области с изменяющейся геометрией, основан на конечно-элементном варианте метода проекции ближайшей точки с использованием построенных вариационных постановок.
- Вычислительный алгоритм решения полной связанной задачи развития флюидонаполненной трещины в рамках предложенной трехмерной самосогласованной модели. Алгоритм является эйлеровым, использует единое представление поверхности для решения пороупругой задачи во вмещающей трещину пороупругой среде и течения в трещине и единую заданную в пространстве эйлерову расчетную сетку, без использования расчетной сетки, заданной на срединной поверхности трещины.
- Комплекс программ для моделирования развития флюидонаполненных трещин, реализующий предложенные новые модели и алгоритмы. Обоснование эффективности кода при решении задач с учетом практически важных особенностей и эффектов, сопровождающих развития трещин гидроразрыва.

Результаты работы неоднократно представлялись на научных конференциях, в том числе с международным участием. Они опубликованы в 21 печатной работе в изданиях, рекомендованных ВАК для публикации основных научных результатов, в том числе в 15-ти работах, индексируемых в РИНЦ, 10-ти работах, индексируемых в Scopus, 4-х работах, индексируемых в Web of Science.

Все представленные в работе и выносимые на защиту результаты получены лично автором, под его руководством и при его непосредственном участии.

Достоверность результатов исследования обеспечена использованием в работе современного математического аппарата, обоснованных способов построения математических моделей в рамках современных представлений о механизмах развития трещин, тестированием разработанных математических моделей, вычислительных алгоритмов и их программной реализации.

Значимость результатов для науки и практики. Тематика диссертации направлена на решение сложной комплексной задачи, имеющей важные приложения, в частности, в области теоретической и прикладной геофизики. Полученные результаты могут быть применены при создании средств математического моделирования нового поколения для анализа развития трещины гидравлического разрыва нефтеносных пластов. С теоретической точки зрения автором предложен ряд новых вычислительных алгоритмов, связанных с моделированием процесса развития трещины в связанной постановке. Ряд из них имеет независимый интерес в области новых методов решения уравнений в частных производных на эволюционирующих поверхностях.

Характеризуя работу в целом, можно отметить, что она выполнена на высоком научном уровне и демонстрирует пример комплексного подхода для решения важной задачи. Полученные результаты, с одной стороны, являются законченными, с другой - имеют значительный потенциал для возможных обобщений.

Замечания по диссертационной работе.

1. В главе 4 работы рассматривается пример расчета задачи с несколькими трещинами. Однако соответствующая модификация предложенного автором алгоритма описана очень кратко. Более детальное его описание сделало бы изложение работы более полным и законченным.

2. В работе предлагается как ряд алгоритмов для решения частных задач (пороупругости, течения в трещине и др.), - так и метод решения полной связанной задачи. Основные результаты иллюстрируются примерами тестовых расчетов. Однако набор вычислительных экспериментов, демонстрирующих различные аспекты предложенных алгоритмов мог бы быть более полным и содержательным.

3. При изложении основных аспектов метода конечных элементов используется пример 8-ми узлового конечного элемента в форме шестигранника. Однако фактически в расчетах используются только сетки из тетраэдров. Изложение основных идей метода на основе этих конечных элементов сделало бы изложение более согласованным.

4. Текст работы содержит подробные обзоры современных результатов, касающихся как «модельной», так и «вычислительной» ее части. Эти материалы распределены по тексту работы и приведены в соответствующих ее главах. С точки зрения последовательности изложения было бы лучше привести их в одном, специально предназначенном для этого, разделе или главе работы.

Указанные замечания не снижают ценности работы и не влияют на ее общую положительную оценку.

Заключение. Диссертационная работа посвящена актуальной тематике и выполнена на высоком научном уровне. Автор провел всестороннее исследование вопроса, включающее

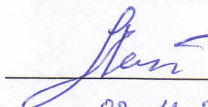
в себя разработку математических моделей, вычислительных алгоритмов и их программную реализацию. Полученные в ней результаты имеют важное значение, как с точки зрения развития методов вычислительной математики и математического моделирования, так и с точки зрения практических приложений. Диссертация хорошо структурирована, изложена ясным языком. Работа является законченным научным исследованием, отражает все основные этапы решения крупной научной и практической проблемы, связанной с разработкой новых средств математического моделирования и вычислительного эксперимента для анализа сложного класса процессов. Содержание диссертации и полученные результаты соответствуют паспорту специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Диссертационная работа полностью соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям в соответствии с Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842 (в редакции 1 октября 2018 года) «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Савенков Е.Б., заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент

главный научный сотрудник лаборатории математических задач химии
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института вычислительной математики и математической геофизики
Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН),
630090, г. Новосибирск, пр-т Академика Лаврентьева, 6,
рабочий телефон: +7 (383) 330-83-74,
электронный адрес: laev@labchem.sccc.ru,
д.ф.-м.н. по специальности 01.01.07 – вычислительная математика,

профессор


02.11.2020

Юрий Миронович Лаевский

Подпись Ю.М. Лаевского удостоверяю,
Ученый секретарь ИВМиМГ СО РАН
к.ф.-м.н.




Л.В. Вшивкова