

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Семисалова Бориса Владимировича «Моделирование течений вязкоупругих полимерных сред и слаботурбулентных процессов в бозе-газах на основе дробно-рациональных приближений и алгоритмов без насыщения», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Выявление механизмов развития неустойчивостей и перехода к хаотическим и турбулентным течениям в жидкостях, газах и плазме представляет актуальную проблему современной физики. Известно, что принципиально важную роль в этих явлениях играют нелинейные эффекты, которые представляют главную сложность не только при аналитическом описании, но и при разработке математических моделей и организации численных экспериментов. Диссертационная работа Семисалова Бориса Владимировича посвящена созданию новых подходов к математическому и численному анализу задач, возникающих в двух приложениях из области гидродинамики: 1) анализ установления и потери устойчивости течений концентрированных растворов и расплавов полимерных материалов в каналах, 2) моделирование волновой турбулентности в физических системах, описываемых нелинейным уравнением Шрёдингера. Важно отметить, что проблемы, связанные с разномасштабностью и возникновением особых точек в математических моделях, описывающих указанные и многие другие гидродинамические процессы, являются общими. **Это определяет высокую актуальность подходов, развитых в диссертации, их научную и практическую значимость.**

Содержание работы. Диссертация Б. В. Семисалова состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и четырёх приложений.

Во введении обоснована актуальность исследования, дан развёрнутый анализ литературы по теме работы, описаны идеи, которые лежат в основе разработанных соискателем подходов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, отмечены их новизна и значимость.

Первая и вторая главы диссертации посвящены разработке, обоснованию и тестированию новых методов приближения функций, имеющих особенности различного типа, их производных, интегралов, а также созданию алгоритмов решения нелинейных краевых и задач Коши для уравнений с частными производными и задач Коши для кинетических уравнений. Алгоритмы основаны на применении разработанных приближений, их прямых произведений, а также метода коллокаций, метода установления и специального способа дискретизации, позволяющего свести исходные дифференциальные и интегро-дифференциальные задачи к задачам линейной алгебры, записанным в виде матричных уравнений Сильвестра и их тензорных обобщений. Такой подход позволяет значительно снизить число операций, необходимых для поиска приближённых решений рассмотренных задач. Аналитические и численные исследования сходимости предложенных алгоритмов сопровождаются графиками и таблицами, подтверждающими результаты, сформулированные в работе.

В третьей главе разработанные методы и алгоритмы использованы для численного анализа неизотермических магнитогидродинамических течений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости. Рассчитаны течения типа Пуазейля в каналах с сечениями различных форм, проведён анализ их установления и потери устойчивости. Найдены точные стационарные решения задачи о течении в цилиндрическом канале. Исследованы критерии существования действительных ветвей полученных решений. На основе этих критериев сформулированы и верифицированы условия устойчивости стационарных течений.

В четвёртой главе, разработанные методы и алгоритмы используются для решения задач, возникающих в рамках теории волновой турбулентности при исследовании неравновесных волновых процессов, возникающих в физических системах, описываемых нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ). В частности, проводится разработка и анализ моделей волновой кинетики в бозе-газах. В рамках четвёртой главы установлено, что спектры волнового действия НУШ и решения соответствующего кинетического уравнения (КУ) с высокой точностью совпадают на временных интервалах порядка удвоенного характерного времени эволюции волнового спектра. Показано также соответствие функций плотности вероятности интенсивности волн и кумулянтов, полученных при решении динамического и кинетического уравнений. Важным наблюдением является то, что характерное время эволюции указанных величин к значениям, соответствующим гауссовой статистике, в большинстве случаев совпадает с временем эволюции спектров. Далее, в четвёртой же главе получены точные стационарные решения КУ, представляющие спектры Колмогорова–Захарова, описывающие прямой каскад энергии и обратный каскад частиц бозе-газа. Для прямого каскада получена логарифмическая поправка спектра, позволившая объяснить несоответствия экспериментальных данных из [Navon N., Gaunt A.L., Smith R.P., Hadzibabic Z. Nature. 2016. Vol. 539. P. 72–75] и классической теории турбулентности. В расчётах проведена верификация полученных точных решений и выполнены их сопоставления со стационарными спектрами НУШ. Далее в главе 4 получены кинетические уравнения, описывающие автомодельные режимы эволюции турбулентных спектров. При этом исследованы автомодельные решения первого и второго рода по классификации Зельдовича–Райзера–Баренблатта для режимов, когда в системе присутствуют либо отсутствуют накачка и диссипация энергии. Отдельный параграф посвящён решению нелинейной спектральной задачи для расчёта автомодельного решения КУ второго рода с контролем погрешности.

Отметим, что результаты четвёртой главы получены соискателем при тесном сотрудничестве с его коллегами из университета «Université Nice-Sophia-Antipolis», г. Ницца, Франция и из ФИЦ ИВТ, г. Новосибирск, Россия. В диссертации и автореферате дано подробное описание вклада соискателя, который в указанных коллаборациях является принципиальным с точки зрения разработки и анализа кинетической модели.

Диссертация также содержит Заключение, Список литературы и четыре приложения, в которых соискатель расположил: используемые им теоретические результаты, доказательства сформулированных теорем и лемм и другие технические детали работы.

Важно отметить, что соискателем проведена значительная работа по обоснованию и верификации методов, созданных в диссертации. Например, в задаче, касающейся описания волновой кинетики бозе-газа, для решения кинетического уравнения (КУ) с интегралом столкновений в правой части, соискателем, во-первых, разработаны новые методы интегрирования и получены оценки их погрешности (параграф 4, гл. 1), во-вторых, скорость сходимости методов проверена в тестовых задачах, где подынтегральные функции соответствуют характерному виду турбулентных спектров (параграф 2, гл. 2 и пункт 4.4.2 гл. 4), в-третьих, проведены расчёты на сходимость численных решений КУ и проверено выполнение для них законов сохранения плотностей частиц и энергии бозе-газа (пункт 4.1.2, гл. 4), что является важным критерием адекватности разработанных методов. Только после этого созданные методы были использованы для анализа волновой кинетики в бозе-газе. Важным этапом верификации полученных результатов является сравнение точных стационарных решений КУ и численных решений (пункт 4.2.2, гл. 4). Указано, что в инерционном диапазоне они совпадают с высокой точностью. При поиске автомодельного решения КУ второго рода уделено существенное внимание обоснованию

постановки нелинейной спектральной задачи и контроль погрешности её решения посредством вычисления невязки на полученных решениях (параграф 4, гл. 4). Наконец, отметим, что некоторые из найденных стационарных и автомодельных решений КУ сопоставлены с результатами физических экспериментов и показано их достаточно точное соответствие (пункты 4.2.3, 4.3.2, гл. 4).

Главы 1–3 содержат детальное обоснование, верификацию и валидацию методов, использованных для моделирования течений полимерной жидкости, и полученных результатов. Всё перечисленное характеризует **высокий уровень обоснованности и достоверности результатов, полученных в диссертации.**

Результаты диссертации имеют несомненную научную новизну.
Отдельно отметим

1. Метод решения четырёхволновых кинетических уравнений, позволивший проводить расчёты в инерционных интервалах, включающих большое число (шесть-восемь) декад по частотной переменной. Применение этого метода позволило впервые в одном расчёте наблюдать и прямой каскад энергии, и обратный каскад частиц бозе-газа.
2. Точные стационарные решения уравнения, описывающего кинетику волн в бозе-газе, – спектры Колмогорова–Захарова, в которых впервые найдены значения Колмогоровских констант и получена логарифмическая поправка, позволившая объяснить отклонения экспериментальных данных от результатов теории локальной турбулентности.
3. Постановка задачи о поиске автомодельного решения второго рода для кинетического уравнения и расчёт такого решения с контролем погрешности.

В работе даны ответы на важные вопросы, связанные с обоснованием теории волновой турбулентности и исследованием стационарных и автомодельных режимов эволюции турбулентных спектров в физических системах, описываемых нелинейным уравнением Шрёдингера. В этом состоит **теоретическая ценность работы**. С точки зрения **практической значимости** важным достижением является создание численных методов и комплексов программ, позволяющих адаптировать вычислительный процесс к существенной нелинейности, разномасштабности, особым точкам и к другим эффектам, имеющим большое значение для корректного описания сложных гидродинамических процессов. Разработанные методы и комплексы программ рекомендуется использовать для исследования турбулентных процессов в оптике, космологии, динамике жидкости на поверхности глубокой воды и других приложениях, а также для моделирования течений полимерной жидкости в сотрудничестве со специалистами в области технологий экструзии и печати и организации экспериментов.

В качестве вопросов и замечаний по представленной диссертации отметим следующие:

1. Проводилось ли сопоставление метода решения начально-краевых задач, предложенного в диссертации, с псевдоспектральным методом, основанным на прямом и обратном преобразовании Фурье? Такой метод широко используется для численного анализа систем уравнений Эйлера, Навье–Стокса и многих других.
2. В пункте 2.1.3 диссертации описан способ локализации одной особой точки решения нелинейной начально-краевой задачи на отрезке. Можно ли обобщить алгоритм на случай, если особых точек несколько, или если они концентрируются в окрестности некоторой точки в комплексной плоскости?

3. При обсуждении результатов, касающихся сравнения спектров уравнения Гросса–Питаевского и соответствующего кинетического уравнения, несколько раз упоминаются условия о слабой нелинейности и «о достаточно (но не слишком) слабом взаимодействии волн» (стр. 255, 256, 267, 272, 303). Каким образом можно проверить эти условия для рассмотренных задач? В работе следовало провести исследование выполнимости этих условий.
4. О шести-восьми декадах. С одной стороны, шесть-восемь декад в инерционном интервале в решениях кинетических уравнений, как правило, недостижимы в лабораторных экспериментах и наблюдениях. А с другой стороны, эти декады являются важными для теоретического анализа.
5. При обсуждении неклассического степенного спектра в главе 4 имеется определённая путаница. На стр. 264 указано, что показатель степени этого спектра равен « -1.24 », на рис. 4.13, а указано значение « -0.52 », в пункте 4.4.4 приведены два значения: « -1.239 » и « -1.218 ». Каковы всё-таки значения показателя неклассического спектра?

Сформулированные замечания не затрагивают качество исследований и не снижают общей высокой оценки диссертации.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Б.В. Семисалова является цельным и законченным исследованием. Её основные результаты опубликованы в достаточном объёме в научных изданиях, рекомендованных ВАК, доложены на ряде Всероссийских и Международных конференций и представлены на семинарах.

Учитывая всё указанное выше, считаю, что диссертация Семисалова Бориса Владимировича «Моделирование течений вязкоупругих полимерных

сред и слаботурбулентных процессов в бозе-газах на основе дробно-рациональных приближений и алгоритмов без насыщения» полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении учёных степеней» (утв. Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842), предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Семисалов Борис Владимирович заслуживает присуждения ему искомой учёной степени.

Официальный оппонент:

Дьяченко Александр Иванович,

доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук». Адрес: 142432, Московская область, г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1А. Телефон: +7 (926) 553 87 66. E-mail: alexd@itp.ac.ru

 А. И. Дьяченко

19.03.2025

Подпись в. н. с. Александра Ивановича Дьяченко заверяю

Учёный секретарь ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН

 С. А. Крашаков

