

На правах рукописи

**Струсинский Павел Михайлович**

**ИССЛЕДОВАНИЕ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ  
ПОТОКОВ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ  
ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ  
ГОРОДА**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ.

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении высшего образования Московском автомобильно-дорожном государственном техническом университете на кафедре «Высшая математика»

Научный руководитель: **Буслаев Александр Павлович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедры «Высшая математика»  
Федеральное государственное бюджетное учреждение  
высшего образования Московский автомобильно-дорожный  
государственный технический университет

Официальные оппоненты: **Вишневский Владимир Миронович**,  
доктор технических наук, профессор,  
заведующий лабораторией №69  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова  
Российской академии наук

**Чурбанова Наталья Геннадьевна**,  
кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
Федеральное государственное учреждение «Федеральный  
исследовательский центр Институт прикладной математики  
им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Математический институт им. В.А. Стеклова  
Российской Академии Наук

Защита состоится «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. в 10<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.03, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [http : //keldysh.ru/council/3/](http://keldysh.ru/council/3/)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ года.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах с подписью, заверенной печатью организации, просим направлять в адрес диссертационного совета. Телефон для справок (495) 250-78-87

Ученый секретарь  
диссертационного совета

к.ф-м.н. Корнилина М.А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность работы

Российская Федерация (РФ) занимает первое место в мире по площади своей территории, составляющей около 17 млн. кв. км., опережая такие страны, как Соединенные Штаты Америки, Канада, Китай, Германия и др. Одним из основных признаков экономического развития государства является транспорт, в частности, автомобильный транспорт, который предполагает наличие большой и развитой сети дорог для транспортировки пассажиров и грузов. По стандартному показателю плотности автомобильно-дорожной сети (км/кв.км) РФ находится на 64 месте в мировой классификации<sup>1</sup>.

*Автомобильный транспорт является неотъемлемой частью логистических цепочек в экономике, занимающий значительную позицию на концах транспортных технологических цепочек.* Всего в России к 2014 году насчитывалось 45 млн. автомобилей, что составляло 5 позицию в мире, а по *показателю автомобилизации* - количеству автотранспортных средств на тысячу населения, занимает 50 место<sup>2</sup>.

Значительная часть населения мира в настоящее время проживает в *мегаполисах*, где быстрый рост автомобилизации актуализирует такие проблемы, как география строительства, автомобильная безопасность, транспортные заторы, размещение парковочных мест и т.д. В РФ к настоящему времени насчитывается 15 мегаполисов, в которых проживает 3/4 населения. В частности, в Москве **около 12,5 млн. человек или 8% от общего населения страны**<sup>3</sup>. Транспортная обстановка мегаполисах России ежегодно осложняется непропорциональным развитием автомобилизации и улично - дорожной сети. Отличительной особенностью УДС российских мегаполисов является преобладание сложных транспортных узлов в одном уровне.

Для решения проблем, связанных с возникновением заторов, при традиционном подходе производится реконструкция проблемных участков, что, как правило, приводит к переносу места возникновения затора и последующим реконструкциям новых проблемных участков. Насыщенное и критическое автомобильно-дорожное движение на УДС мегаполисов характеризуется нелокальными откликами транспортной обстановки даже на локальные изменения (возмущения).

В настоящее время существуют два полярных подхода к моделированию АТП – это классический "плотность-скорость-интенсивность восходящий к работам Гриншильдса, Лайтхилла-Уизема-Ричардса и их последователей и агентный, когда моделируется поведение каждого участника и, тем самым, количество параметров в несколько раз больше. Каждый из этих подходов имеет собственную сферу применения, которые в совокупности еще в недостаточной мере описывают "насыщенные потоки на сложных сетях".

*Агентные имитационные пакеты моделируют поведение отдельных участников транспортного потока (PTV Vision, VISUM/VISSIM, AIMSUN), учитывая большое количе-*

<sup>1</sup>Statinfo[Электронный ресурс]: [веб-сайт] – Плотность автомобильных дорог. Режим доступа: [http : //www.statinfo.biz/Geomap.aspx](http://www.statinfo.biz/Geomap.aspx)

<sup>2</sup>Автостат[Электронный ресурс]: [веб-сайт] – Общее количество машин в России. Режим доступа: [http : //www.autostat.ru/](http://www.autostat.ru/)

<sup>3</sup>Росстат[Электронный ресурс]: [веб-сайт] – Численность населения России. Режим доступа: [http : //www.gks.ru](http://www.gks.ru)

ство индивидуальных параметров каждого автомобиля (ускорение, траектория движения, характер управления автомобилем и т.д.), что, в условиях насыщенных потоков на значительной территории (например, в крупном городе) *приводит к росту погрешности в вычислениях и достаточно большим ошибкам в результатах*. Также, из-за большого количества учитываемых характеристик *сложность теоретического анализа агентных моделей увеличивается*. В классических гидродинамических моделях поток рассматривается как единое целое и описывается тремя основными параметрами: интенсивностью  $q$ , скоростью  $v$  и плотностью  $\rho$ , чего, как показывает опыт, недостаточно для моделирования насыщенных потоков на сложных сетях.

Таким образом, актуальные задачи построения моделей, которые бы детализировали классические подходы и не имели бы проблем, сопровождающих задачи большой размерности.

В данной работе исследуется *один из новых подходов к моделированию потоков на сетях – NODE-модель*<sup>4</sup>(Nonlinear Ordinary Differential Equations), которая синтезирует основные классические положения теории транспортных потоков: модель следования за лидером [Greenshields B.D., 1933], волновую модель [Lighthill M.J., Whitham G.B., 1955], клеточные автоматы и агентные модели [Nagel K., Schreckenberg M. A, 1992], и позволяет абстрагироваться от некоторых деталей. При этом *размерность задачи – количество контролируемых параметров, увеличивается по сравнению с классическими тремя* (интенсивность  $q$ , скорость  $v$ , плотность  $\rho$ ), *но в значительно меньшей степени, чем в клеточных автоматах и агентном моделировании*.

### **Цель работы**

Установление качественных и количественных закономерностей поведения потоков на сложных многокомпонентных сетях, выявление устойчивых режимов движения, эффектов самоорганизации и полной остановки, динамики заторов и их влияния на сеть города в целом.

### **Задачи диссертационной работы**

1. Обзор существующих теорий и методов моделирования транспортных потоков с целью их возможного применения к проблеме оптимизации сетей и управлению движением;
2. Анализ модели многоканальных транспортных потоков на сетях;
3. Численное и качественное исследование характеристик транспортных потоков на регулярных сетях;
4. Разработка методики изучения характера изменения поведения транспортного потока в зависимости от параметров движения, типа УДС, правил управления транспортными потоками.

---

<sup>4</sup>Bugaev A.S., Buslaev A.P., Kozlov V.V., Yashina M.V., Distributed problems of monitoring and modern approaches to traffic modeling, 14th International IEEE conference on intelligent transportation systems (ITSC-2011), Washington, USA, 2011, pp 477-481.

### **Объект исследования**

Объектом исследования являются сложные технические распределенные системы, социально-технические системы, биологические системы, функционирование которых осуществляется посредством переноса массы, информации, вещества и т.д.

### **Предмет исследования**

Предметом исследования являются сложные транспортные многоканальные сети и потоки высокой интенсивности, автотранспортные потоки.

### **Соответствие паспорту специальности**

Содержание выполненных исследований отвечает формуле паспорта научной специальности 05.13.18 – "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" и области исследования по:

- пункту 1 "Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений";
- пункту 2 "Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей";
- пункту 3 "Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий";
- пункту 8 "Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования".

### **Теоретической и методологической основой исследования являются:**

1. Классические модели потоков – следование за лидером, гидродинамическая модель, модель клеточных автоматов.
2. Теория графов и сетей.
3. Классическая теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Современные теоретические исследования по теории трафика в рамках семинара Российской академии наук по трафику (Научно-практические задачи в теории автотранспортных потоков – семинар под руководством академиков РАН: Козлова В.В., Бугаева А.С., Четверушкина Б.Н.).

**Информационную базу исследования** составили научные и информационные публикации в отечественной и зарубежной литературе, журнальные статьи, научные доклады, материалы конференций, семинаров, статистические данные Федеральной службы государственной статистики РФ.

### **Научная новизна работы**

1. Исследована компьютерная синтетическая кластерная модель потоков, разработанная в рамках семинара по трафику РАН, которая объединила ранее существующие подходы моделирования потоков на локальных фрагментах сети.

2. Создана программная реализация кластерной модели, проведено сравнение полученных результатов с теоретическими, получены количественные оценки для сложных сетевых задач.
3. Установлены стационарные состояния кластерных потоков на полосе и кольце.
4. Разработана спецификация кластерной модели в многоканальном (многополосном) случае и исследованы задачи о характеристиках неоднородных потоков.
5. Разработана технология оценки глобального влияния на транспортную обстановку изменения архитектуры транспортных сетей и управления дорожным движением.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Теоретическая значимость написанной работы состоит в следующем:

1. Установлены аналогии кластерной модели и классических теорий;
2. Сформулированы базовые задачи кластерной модели на бесконечном и периодическом носителях и проведено их качественное исследование;
3. Разработана характеристика стационарных состояний на городской сети и состояний транспортного потока в виде классификации кластеров;
4. Получены оценки начальных условий и данных о загрузке сети, приводящие к одному из стационарных состояний.

Практическая значимость написанной работы состоит в следующем:

1. Разработанная многополосная кластерная модель позволяет применять полученные результаты для анализа и оптимизации движения транспортных потоков на многополосных участках носителей и использовать для оптимального проектирования многополосных сетей города;
2. Полученные результаты позволяют адаптировать теорию агентных методов моделирования потоков с дискретным временем и расстоянием и суточные карты данных о состоянии потоков с непрерывными параметрами;
3. Разработана методика прогнозирования поведения потоков на сети в целом в результате реакции на изменения в структуре сети и движении потока;
4. С помощью сетевой кластерной модели созданы методики получения и анализа реакции транспортных потоков на изменения в архитектуре и конструкции сети;
5. Полученные результаты позволяют оптимизировать и увеличить эффективность движения транспортного потока на сети мегаполиса.

### **Реализация результатов исследования**

Результаты работы и полученные оценки характеристик транспортного потока были апробированы и проверены в ходе теоретических и экспериментальных исследований транспортных потоков на реальных УДС в рамках выполнения проектов РФФИ:

1. 14-01-31553 мол\_а, Исследование свойств кластерных и стохастических имитационных моделей потоков на регулярных сетях, 08.07.2013-31.12.2015, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)";
2. 13-01-12064 офи\_м, Модели, математические задачи и теоремы о насыщенных потоках на сложных сетях - кольчугах, 15.04.2013-31.12.2015, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук.

Разработанные методы реализации имитационной модели и методы исследования использовались на занятиях в курсах подготовки по специальности «Прикладная математика».

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Кластерная модель транспортных потоков, совмещающая свойства классических подходов к описанию трафика и современных агентных моделей.
2. Условия возникновения стационарного состояния в потоке кластеров на замкнутом контуре и бесконечной прямой, оценка времени достижения стационарного процесса, характеристики транспортных потоков на многополосных периодических носителях, условия беспрепятственного просачивания потока на линейных сетях.
3. Программное обеспечение *NODE model* кластерной модели потоков для сетей различной архитектуры и тотально-связных потоков, созданное на основе разработанного компьютерного алгоритма, реализующего взаимодействие кластеров, описываемое системой кусочно-линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с *переменной архитектурой*.
4. Свойства транспортных потоков на нерегулярной линейной сети, однородной правильной решетке, квази-регулярной сети. Характер поведения системы в зависимости от загрузки сети.

### **Апробация работы**

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на семинарах:

1. Научно-практические задачи в теории авто-транспортных потоков – семинар под руководством академиков РАН: Козлова В.В., Бугаева А.С., Четверушкина Б.Н.
2. Динамические системы – семинар под руководством академика РАН Козлова В.В., чл.-корр. РАН Трещева Д.В.
3. Заседании кафедры Изысканий и проектирования дорог при участии зав. каф. проф. Поспелова П.И. и проф. Сильянова В.В.

доклаживались на отечественных и международных конференциях:

1. 8<sup>th</sup> International Conference DepCoS-RELCOMEX 2013 (Wroclaw, Poland, 2013), Вроцлав, Польша, 2013;
2. CMMSE 2014 Conference (La-Manga, Spain, 2014), Ла-Манка, Испания, 2014;
3. CSCC 2015 Conference (Zakynthos, Greece, 2015), Закинтос, Греция, 2015;
4. 7-е Луканинские чтения МАДИ, Москва, Россия, 2015;
5. 14-й Международный Междисциплинарный Семинар Математические Модели и Моделирование в Лазерно-Плазменных Процессах и Передовых Научных Технологиях, LPpM3 2016, Москва, 2016.

опубликованы в отечественных и зарубежных научных конференциях: 8<sup>th</sup> International Conference DepCoS-RELCOMEX 2013 (Wroclaw, Poland, 2013), CSP 2014 Conference (London, Great Britain, 2014), CMMSE 2014 Conference (La-Manga, Spain, 2014), CM3 ECCOMAS Thematic Conference (Jyvaskyla, Finland, 2015), CSCC 2015 Conference (Zakynthos, Greece, 2015), 7-е Луканинские чтения МАДИ (Москва, Россия, 2015), Международная научная конференция Искусственный интеллект. Интеллектуальные транспортные системы (Brest, Belarus, 2016) Be-Safe 2016.

### **Публикации**

По теме диссертации автором опубликовано 7 печатных работ [1-7], в том числе 3 статьи [1-3] – в изданиях из перечня рецензируемых научных журналов и изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций.

Разработанные автором программы включены в государственный реестр ФИПС под названием «Cluster Flow Model», свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016617918.

### **Личное участие автора**

Все результаты, включающие в себя проведение измерений, разработку методов исследования, анализ, вывод и формулировку результатов получены и проведены автором самостоятельно.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка из 57 наименований отечественных и зарубежных авторов. Объем работы 117 стр. печатного текста, 123 рисунка, 9 таблиц и 0 приложений.

### **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы, обозначены цель и методы исследования, обоснован выбор направления, научная новизна и практическая значимость работы.

**В первой главе** проведен анализ развития уровня автомобилизации и дорожного строительства в России, история развития теории транспортных потоков и различных методов моделирования.



**Первый параграф первой главы** посвящен анализу *дорожной сети* России. В таблице 1 представлены данные о плотности автомобильных дорог на 1000 кв. км. территории.

№	Название государства	Плотность автомобильных дорог, км/км <sup>2</sup>
1	Бельгия	4986
2	Сингапур	4539
3	Нидерланды	3232
4	Япония	3157
5	Италия	2219
6	Венгрия	2036
7	Словения	1898
8	Франция	1824
9	Германия	1805
10	Швейцария	1727
25	США	676,6
47	Китай	188,5
64	Россия	36,5

Рис. 1: Таблица плотности автомобильных дорог, км дороги на 1000 кв. км. территории

В таблице 2 приведены данные о стоимости километра полосы по странам<sup>5</sup>.

№	Название государства	Средняя стоимость 1 км полосы, млн. долл.
1	Германия	3,8
2	Франция	3,2
3	Канада	2,6
4	США	2,3
5	Испания	1,5
6	Россия	1,3
7	Финляндия	1,27
8	Китай	1,1

Рис. 2: Таблица средней стоимости километра одной полосы автомобильной дороги в мире, млн. долл.

Данные об удельной плотности автомобилей на километр дороги приведены в таблице 3.

Из приведенных данных таблицы можно подсчитать, что в России на каждый автомобиль приходится около 28 метров дороги. Расчетная стоимость эксплуатации дороги в Российской Федерации – около 20 тыс. долл. на км. дороги, средний межремонтный срок эксплуатации автомобильных дорог составляет 4 года<sup>6</sup>.

<sup>5</sup>Министерство транспорта Российской Федерации[Электронный ресурс]: [веб-сайт] – Стоимость одного километра дорог в России и зарубежом. Режим доступа: <http://www.mintrans.ru>

<sup>6</sup>Правительство Российской Федерации[Электронный ресурс]: [веб-сайт] – Постановление Правительства РФ "О нор-

№	Название государства	Удельная плотность, авт./км.
1	Испания	125
2	Германия	72
3	Великобритания	70
4	Италия	53
5	Мексика	42
6	Греция	39
7	США	39
8	Россия	36
9	Япония	35
10	Франция	31

Рис. 3: Таблица удельной плотности автомобилей на км. дороги

**Второй параграф первой главы** посвящен анализу *авто-транспортных потоков* страны.

*Автомобильный транспорт является неотъемлемой частью транспортно-экономической системы.* Всего в России к 2014 году насчитывается 45 млн. автомобилей, что свидетельствует о высоком уровне автомобилизации нашей страны. Для городов и мегаполисов такой показатель оказывает серьезное воздействие, провоцируя такие проблемы, как уменьшение пропускной способности дорог, отсутствие достаточного количества парковочных мест, увеличение количества дорожно-транспортных происшествий и связанных с ними заторов и их протяженности.

В управлении городским транспортом актуальным является сбор и обработка информации на протяженной территории, в частности, на улично-дорожной сети. Развитие вычислительной техники позволяет делать в этом направлении большие успехи. С другой стороны существует объективная трудность моделирования: автомобильное движение на улично-дорожной сети является примером сложной социально-технической системы.

*Свободное движение* [Бабков В.Ф.] в условиях крупных мегаполисов является очень редким событием. Чаще всего водитель находится в условиях *связного* движения, где его скорость существенно зависит от впереди-идущего автомобиля (*лидера*). Разработкой основ авто-транспортных потоков с *феноменологической* позиции занимались ученые МАДИ: Бабков В.Ф., Сильянов В.В., Лобанов Е.М. и др.

**Третий параграф первой главы** посвящен *анализу методов моделирования транспортных потоков и их истории.*

Существующие модели делятся на два типа: микро и макро модели. В микро или агентных моделях объектом моделирования является участник потока (автомобиль), детально реализовано поведение каждого элемента, который обладает большим количеством параметров. В макро-моделях поток является объектом моделирования и обладает своими матрицами денежных затрат на содержание и ремонт автомобильных дорог федерального значения и правилах их расчета. Режим доступа: <http://government.ru/>

характеристиками, по аналогии с жидкостными и газовыми моделями.

Первое экспериментальное исследование транспортных потоков проведено в 1933 году, когда *Брюс Дуглас Гриншилльдс* [Greenshields B.D., 1933] представил фотографический метод изучения зависимости расстояния между движущимися транспортными средствами и их скоростью. Он экспериментальным путем ввел зависимость плотности транспортного потока от его скорости ( $flow = density \cdot speed$ ):  $q = \rho \cdot v$ , где  $q$  – интенсивность потока,  $\rho$  – плотность,  $v$  – скорость:

$$x_2 - x_1 = 6.9 + 0.81x_1.$$

В дальнейшем математическое моделирование потоков получило развитие в гидродинамической модели Лайтхилла-Уизема-Ричардса, которая представляет поток частиц в виде одномерной жидкости, движущейся по однополосному линейному носителю (дороге). В модели вводится функциональная зависимость скорости потока от его плотности.

*Модель следования за лидером*, как микроскопический подход, явилась фундаментом для создания практически всех известных микро и макромоделей трафика. Гриншилльдс опубликовал первые теоретические положения и результаты экспериментов еще в тридцатые годы прошлого века<sup>7</sup>. Позднее эта модель получила бурное развитие.

Значительное место в теории транспортных потоков занимают гидродинамические и газодинамические модели. В газодинамике рассматриваются задачи моделирования транспортного потока в условиях синхронизированного движения автомобилей на больших участках носителя, в которых используется *приближение сплошной среды*, цикл работ, посвященный двумерной макроскопической модели транспортных потоков, выполненный под руководством академика РАН Четверушкина Б.Н. коллективом ученых: Трапезникова М.А., Чурбанова Н.Г., Карамзин Ю.Н.

Сетевые задачи и проблемы, связанные с функционированием транспортных потоков на сети на примере математической модели сердечно-сосудистой системы и вопросов транспортировки крови в организме исследуются в работах чл.-корр. РАН Тишкина В.Ф. и др.

Методы математического моделирования и их применение в теории транспортных потоков, детерминированно-стохастический и кластерный подходы и их применение для оптимизации транспортных потоков на сетях, мониторинг авто-транспортных потоков с использованием современных вычислительных средств, разработка программных комплексов для моделирования транспортных потоков освещены в работах: Буслаева А.П., Таташева А.Г., Яшиной М.В.

Современные пакеты агентного имитационного моделирования (PTV Vision VISUM/VISSIM, AIMSUN) содержат большое число исследуемых характеристик и позволяют провести исследование потоков на городской сети, перегонах и перекрестках. Ввиду большого количества параметров агентные пакеты позволяют получить результаты при исследовании небольших локальных участков сети (перегонах и перекрестках)

<sup>7</sup>Greenshields B.D. The photographic Method of Studying Traffic Behaviour. Proc. US Highway Res. Board, V. 13, 1933.

и дают большие погрешности при исследовании взаимодействия потоков на больших и сложных сетях (городской сети) и взаимодействия *местного и транзитного* потоков на государственной сети.

В данной работе разрабатываются методы и подходы моделирования транспортных потоков, применимые ко всей городской сети в целом, для исследования условий не только образования заторов, но и их распространения и поведения в городе, исследования явления перемещения заторов и влияния на примыкающие дороги и соседние районы города. В модели уменьшено количество параметров, что позволяет получать более точные и адекватные результаты при исследовании сложных сетей в отличие от агентных моделей.

**Во второй главе** исследуются кластерные потоки на однополосном носителе. Сформулированы основные понятия, введена классификация кластеров и носителей, описано взаимодействие кластеров, проведено исследование кластерной модели на однополосных бесконечном и периодическом носителях, сформулированы теоретические утверждения, проведено исследование с помощью разработанного программного обеспечения.

**В первом параграфе второй главы** дано описание кластерной модели, сформулированы основные понятия.

*Кластер* – это предельное устойчивое движение системы из двух и более частиц (автомобилей, клеток и т.д.) на одинаковом расстоянии друг от друга в *модели следования за лидером*.

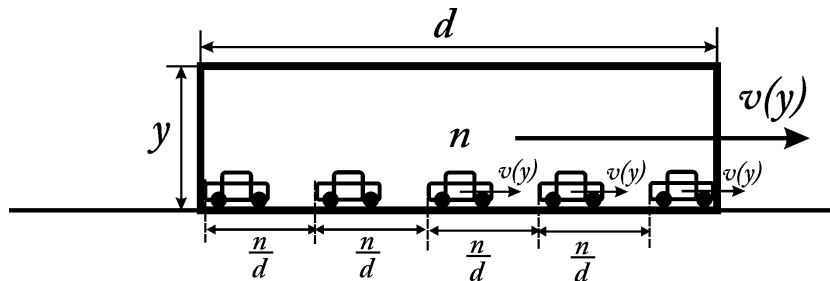


Рис. 4: Кластер

Скорость  $v$  кластера выражается как функция от его плотности  $v = f(y)$ , например:  $v(y) = v_0 \cdot \left(\frac{y_{max} - y}{y_{max}}\right)$ . Площадь  $S$  равна количеству элементов в кластере или его *массе*:  $S = d \cdot y$ .

*Сжимаемый кластер* – кластер, длина, плотность и скорость которого *изменяются* при взаимодействии с другими кластерами или препятствиями. *Масса* кластера при этом *сохраняется*. Сжимаемый кластер является моделью группы частиц с *локальным распространением информации*, когда участники движения в кластере регулируют свою скорость и дистанцию ориентируясь только по впередиидущей частице.

Процесс взаимодействия предполагается в условиях **тотально-связного поведения**, быстрые кластеры интегрируются в медленные, медленные кластеры интегрируются в быстрые, разрывов при взаимодействии между кластерами не происходит (быстрый кластер не "отрывается" от медленного, медленный интегрируется в быстрый).

*Несжимаемый кластер* – кластер, у которого *изменяется только скорость, длина и плотность* остаются *постоянными* даже во время взаимодействия с другими кластерами. Несжимаемый кластер представляет собой движение частиц в условиях глобального распространения информации между участниками (движение автомобилей сопровождения, движение поезда, и т.д.). В данном случае при изменении скорости частиц, находящихся в начале кластера, все остальные участники движения одновременно изменяют свою скорость. Несжимаемый кластер является упрощенным вариантом сжимаемого кластера с меньшим количеством изменяющихся параметров, что позволяет упростить качественное и компьютерное исследование некоторых сложных задач.

Взаимодействие сжимаемых кластеров описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (Nonlinear Ordinary Differential Equations – NODE) движения координат границ взаимодействующих кластеров. Ниже приведена система уравнений, описывающих взаимодействие пары кластеров.

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_1 \\ \dot{x}_1 = \frac{v_2 y_2 - v_1 y_1}{y_2 - y_1} \\ \dot{x}_2 = v_2 \end{cases}$$

Второе уравнение является аналогом условия *Ренкина-Гюгонно* (W.J.Rankine, P.H. Hugoniot), связывающего поведение частиц до и после ударной волны:

$$\sigma(y_+, y_-) = \frac{q(y_+) - q(y_-)}{y_+ - y_-} \quad (1)$$

где  $\sigma$  – скорость движения разрыва плотностей.

**Во втором параграфе второй главы** проведено исследование кластерной модели на бесконечном носителе.

Сформулирована постановка следующей задачи:

Имеется некоторая начальная конфигурация взаимодействующих кластеров в условиях разной длины  $l_i$ , различной плотности  $y_i \in (0, 1)$  с координатами  $[x_{i-1}, x_i], i = 1, \dots, n$ , где  $x_n < x_{n-1} < \dots < x_2 < x_1 < x_0$ , на бесконечной прямой  $R$  в условиях связного потока с локальным распространением информации. Необходимо определить возможность возникновения установившегося режима и начальные условия, которые способствуют возникновению данного режима, конечное число кластеров и конфигурацию.

Взаимодействие кластеров в данной постановке описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_1 \\ \dot{x}_1 = \frac{v_2 y_2 - v_1 y_1}{y_2 - y_1} \\ \dot{x}_2 = \frac{v_3 y_3 - v_2 y_2}{y_3 - y_2} \\ \dot{x}_3 = \frac{v_4 y_4 - v_3 y_3}{y_4 - y_3} \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = \frac{v_n y_n - v_{n-1} y_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} \\ \dot{x}_n = v_n \end{cases} \quad (2)$$

Определим величины:  $\Delta \dot{x}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}$ ,  $i = 1..n$ . Для всех  $\Delta \dot{x}_i < 0$  пусть  $t^{dis} = \min_{0 < i \leq n} (\frac{d_i}{|\Delta \dot{x}_i|})$  – минимальное время исчезновения кластера. Тогда через время  $t^{dis}(1)$  происходит исчезновение не менее одного кластера, через  $t^{dis}(k)$  –  $k$ -го кластера, каждый интервал происходит пере-конфигурация системы.

Получены следующие *теоретические результаты*:

*Утверждение 2.2.1*: Количество кластеров не увеличивается.

*Утверждение 2.2.2*: При любых начальных условиях, через конечный интервал времени  $t$  движение будет совершать только один *результатирующий* кластер, двигавшийся первым с плотностью  $y_1$ .

*Утверждение 2.2.3*: Время достижения стационарного состояния:

$$t = \sum_{k=1}^{n-1} (t^{dis}(k)).$$

*Утверждение 2.2.4*:  $l^* = v_1 \cdot t$  – величина характерного расстояния, на которое переместится поток за время взаимодействия.

*Утверждение 2.2.5*: Длина результирующего кластера:  $D = M/y_1$ , где  $M = \sum_{i=1}^n d_i \cdot y_i$  – масса потока (*сохраняется*).

**В третьем параграфе второй главы** проведено исследование кластерной модели на периодическом носителе.

Сформулирована и исследована аналогичная задача взаимодействия кластеров на *периодическом носителе*. В отличие от постановки на бесконечном носителе в данной задаче кластеры с номерами 1 и  $n$  находятся во взаимодействии. Получены следующие *результаты*:

*Утверждение 2.3.1*: При любых допустимых начальных условиях количество кластеров не увеличивается.

*Утверждение 2.3.2*: Через конечный интервал времени  $t$  наступает стационарный процесс: *бегущая волна*, состоящая из двух кластеров с плотностями  $y_u$  и  $y_w$ ;  $u, w \in [1, 2, \dots, n]$ .

*Утверждение 2.3.3*: Время достижения стационарного состояния

$$t = \sum_{k=1}^{n-2} t^{dis}(k).$$

*Утверждение 2.3.4*:  $l^* = v^* \cdot t$  – верхняя граница характерного расстояния, на которое переместится поток за время взаимодействия,  $v^* = \max_{1 \leq i \leq n} (v_i)$  – наибольшее значение скорости среди кластеров.

**В четвертом параграфе второй главы** приведено описание программного обеспечения, разработанного для исследования кластерной модели.

Экспериментальное исследование транспортных потоков на основе кластерной модели осуществлялось с помощью разработанного программного обеспечения *NODE model*. Программа представляет собой модули, реализующие движение и взаимодействие кластеров на различных группах носителей. Реализовано приложение на языке C# в среде

разработки *Microsoft Visual Studio 2010 Express*. В программе разработано три основных модуля: *Interaction*, *Multi-lane* и *Cluster Net*. *Interaction* – модуль взаимодействия, реализует взаимодействие кластеров на бесконечном и замкнутом однополосных носителях. Задача модуля: проверка теоретических гипотез о наличии стационарных состояний, возникающих в результате взаимодействия кластеров, получение основных параметров взаимодействия (время достижения стационарного состояния, скорости движения границ).

Данные о кластерах хранятся в структурном массиве *TRoad*, представляющем собой структурированный набор базовых типов данных, используется как трехмерный массив, где  $i, j \in N$  – номер носителя,  $k \in N$  – количество полос. Каждый элемент структуры содержит целочисленные, вещественные и булевы массивы, необходимые для хранения данных о каждом кластере на кольце, расположении и виде кольца (размер кольца, многополосное или однополосное, количество узлов, их расположение и состояние и др.), информацию, требуемую для графического отображения модели, информацию, необходимую для построения графика.

Движение, взаимодействие и начальная расстановка кластеров осуществляются с помощью отдельных классов и функций, описанных в программе:

- Функция  $ClusterPlacement(x1, d, i, j, k)$ : получает данные о местоположении кластера на полосе, рассчитывает положение границы  $x2$ . При автоматической расстановке учитывает расстояние до предыдущего кластера и производит расчет координаты  $x1$  случайно.
- Функция  $ClusterMovement(n, v1, v2, x1, x2, i, j, k)$ : осуществляет перемещение границ  $x1, x2$  кластеров каждый такт на расстояния  $v1$  и  $v2$  соответственно, реализует взаимодействие кластеров. Свободное движение:  $v1 = v2 = v$ . Если кластер стоит, то  $v1 = v2 = 0$ . Взаимодействие: значение  $v2[i] := \frac{v1[i+1]y1[i+1]-v2[i]y[i]}{y[i+1]-y[i]}$ . Если  $x1[i] = x2[i]$ , то  $n := n - 1$ , кластер с номером  $i$  удаляется из массива.

С помощью программного обеспечения проведено исследование кластерной модели на бесконечном и периодическом носителях, подтверждены теоретические результаты, получены траектории взаимодействия границ кластеров.

### **Выводы к главе 2:**

1. Сформулированы правила взаимодействия кластеров на бесконечном и замкнутом носителях, приведена система дифференциальных уравнений взаимодействия кластеров;
2. Сформулированы задачи взаимодействия кластеров на бесконечной и замкнутой полосах;
3. Проведено качественное исследование взаимодействия, получены результаты взаимодействия кластеров и оценка времени достижения и условия стационарного состо-

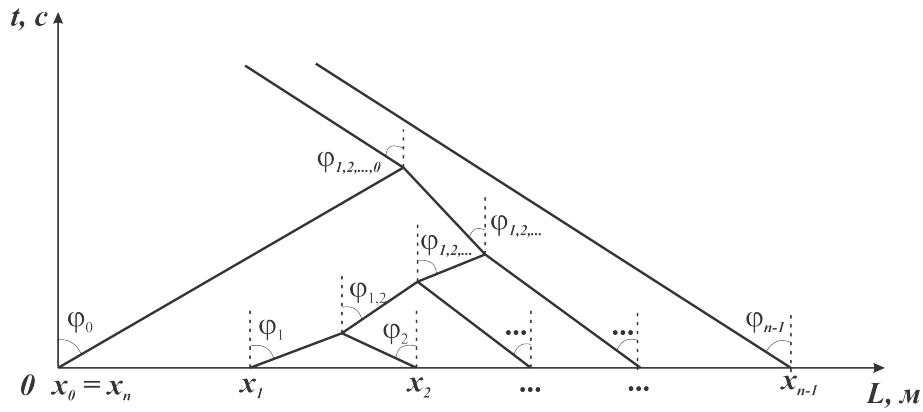


Рис. 5: Траектории границ взаимодействия кластеров

яния;

4. Разработано программное обеспечение, с помощью которого проведено численное исследование поставленных задач, подтверждены результаты, полученные с помощью качественного исследования.

**В третьей главе** проведено исследование кластерной модели на многополосных носителях, сформулированы правила поведения кластеров в условиях многополосного движения, проведено исследование кластерных потоков на двухполосном носителе.

**В первом параграфе третьей главы** представлено описание сценариев поведения кластеров на многополосном носителе.

Пусть существуют две полосы для движения  $X$  и  $X'$  в одном направлении слева направо. По полосе  $X$  совершают движение два кластера:

1. Ведомый кластер  $[x_1, x_2]$  является быстрым или догоняющим, имеет плотность  $y_1$ , скорость  $v_1$  и длину  $d_1$ ;
2. Ведущий кластер  $[x_3, x_4]$  плотности  $y_2$ , скорости  $v_2$  и длины  $d_2$ , является медленным или лидирующим;
3. Через время  $\Delta t$  быстрый кластер догонит медленный и координата  $x_2$  быстрого кластера станет равной координате  $x_3$  медленного кластера.

*Сценарии поведения:*

1. **Перестроение.** Определим *последовательное и синхронное* перестроение.
2. **Спарринг.** Быстрый взаимодействует с медленным: *интеграция* (стратегия *сжимаемого* кластера). Иначе быстрый движется без взаимодействия с медленным: *следование* (стратегия *несжимаемого* кластера).

Дана характеристика каждому из сценариев поведения кластеров, сформулировано два типа перехода кластеров между полосами: синхронное и последовательное.

*Последовательное перестроение*



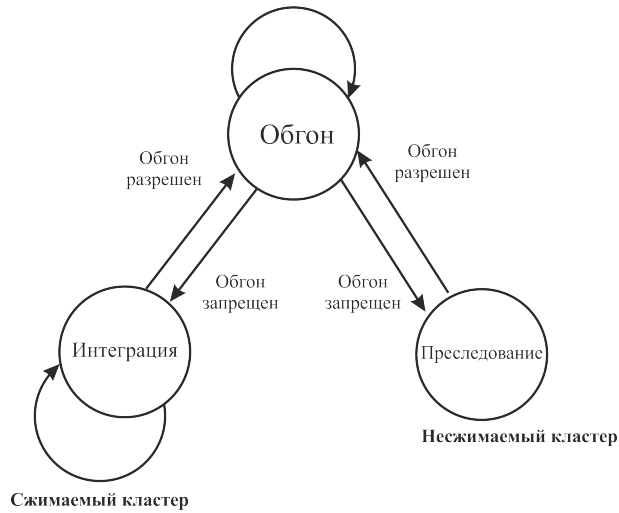


Рис. 6: Схема взаимодействия стратегий

1. Если на соседней полосе  $X^{(2)}$  свободна координата  $x_2$ , то быстрый кластер обходит медленный, совершая переход через координату  $x_2$  на полосу  $X^{(2)}$  постепенно и двигаясь с максимальной скоростью;
2. Если по соседней полосе  $X^{(2)}$  движется *блокирующий* кластер плотности  $y_3$ , занимающий координату  $x_2$ , то быстрый кластер движется за медленным не взаимодействуя с ним со скоростью медленного кластера;
3. Как только полоса  $X^{(2)}$  будет свободна (блокирующий кластер освободит координату  $x_2$ ), быстрый кластер продолжит обгон медленного, совершая переход на полосу  $X^{(2)}$ ;
4. В данном сценарии допускается разделение быстрого кластера на части, если тот не успевает совершить обгон медленного кластера целиком.

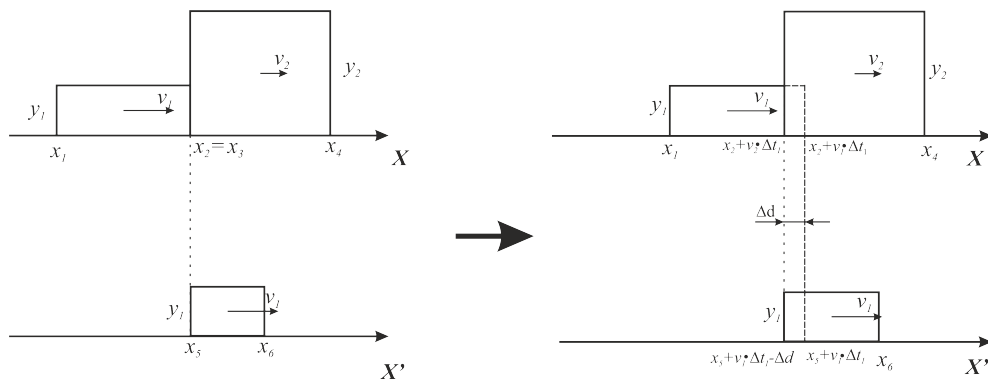


Рис. 7: Последовательное перестроение

### Синхронное перестроение

1. Если соседняя полоса  $X^{(2)}$  свободна и координаты  $[x_1, x_2]$  на полосе  $X^{(2)}$  не заняты другими кластерами, то быстрый кластер целиком перестраивается на соседнюю

полосу мгновенно и синхронно, как единое целое, и обходит медленный кластер, двигаясь с максимальной скоростью;

2. Если по соседней полосе  $X^{(2)}$  движется блокирующий кластер плотности  $y_3$  и занимает отрезок  $[x_1, x_2]$ , то быстрый кластер движется за медленным не взаимодействуя с ним со скоростью медленного кластера;
3. Как только полоса  $X^{(2)}$  будет свободна (блокирующий кластер покинет отрезок  $[x_1, x_2]$ ), быстрый кластер продолжит обгон медленного, совершив мгновенное перестроение на полосу  $X^{(2)}$ ;
4. В данном сценарии разделение быстрого кластера на части невозможно, переход на соседнюю полосу быстрый кластер осуществляет целиком и мгновенно.

**Во втором параграфе третьей главы** исследована задача просачивания кластера в потоке.

Рассматривается следующая постановка задачи:

Рассмотрим двухполосный носитель с полосами  $X^{(1)}$  и  $X^{(2)}$ , каждая длины  $L$ . По полосам совершают движение *три типа кластеров*: 1-кластеры, 2-кластеры и 3-кластеры. Скорости кластеров равны  $v_1, v_2, v_3$ , длины  $d_1, d_2, d_3$  и количество  $n_1, n_2, n_3$  соответственно. 1-кластеры *равномерно располагаются* на полосе  $X^{(1)}$  на расстоянии  $l_1$  друг от друга, 2-кластеры *равномерно располагаются* только на полосе  $X^{(2)}$  на расстоянии  $l_2$  друг от друга. 1- и 2-кластеры двигаются только по своим полосам, 3-кластеры *могут менять свою полосу*. Будем рассматривать следующий случай:  $v_3 > v_2 > v_1$ ,  $n_3 = 1, n_2 > 1, n_1 > 1$ . Необходимо определить условия возникновения *синергии* (свойство системы, достижение состояния за конечный промежуток времени, при котором отсутствует конкуренция) и других стационарных состояний, зависимость скорости 3-кластеров от длины и расположения 1- и 2-кластеров, расстояния между ними.

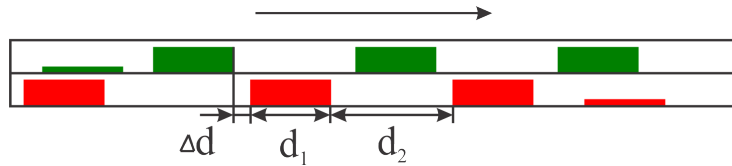


Рис. 8: Просачивание кластера в потоке

Произведено качественное исследование просачивания кластера в потоке с использованием двух сценариев перестроения, получены следующие *результаты*.

Определим величины:

$$t_1 = \frac{\Delta l}{\Delta v_3}, \Delta l = |l_1 - d_2|, t_2 = \frac{l_1}{\Delta v_1}, \Delta v_1 = v_3 - v_1, \Delta v_3 = v_2 - v_1.$$

Тогда, для *последовательного* перестроения получено:

*Утверждение 3.2.1:* Если  $t_1 < t_2$ , то 3-кластер *следует* за 2-кластером, его скорость равна  $v_2$ .

*Утверждение 3.2.2:* Если  $t_1 > t_2$ , тогда 3-кластер разделится на пачки длиной:

$$\Delta d_3 = v_1 \cdot (t_1 - t_2),$$

движущиеся со скоростью  $v_3$ . Наступает *синергия*.

В случае *синхронного* перестроения *установлено*:

*Утверждение 3.2.3:* Пусть  $d_3 < \min(l_1, l_2)$ ,  $d_2 < l_1$ . Если выполнено следующее соотношение:

$$\frac{v_3}{v_2} > \frac{l_1}{l_1 - (d_2 + d_3)} > 0, \quad (3)$$

тогда независимо от начального расположения кластеров 1 и 2 типа, 3-кластер движется со скоростью  $v_3$ , наступает *синергия*.

*Утверждение 3.2.4:* Если  $d_3 > l_1$ ,  $d_3 < l_2$ , то 3-кластер *следует* за 2-кластером со скоростью  $v_2$ .

*Утверждение 3.2.5:* Пусть  $d_3 < l_1$ ,  $d_3 > l_2$ , тогда 3-кластер *следует* за 1-кластером со скоростью  $v_1$ .

**В третьем параграфе третьем главы** проведено исследование данной задачи с использованием программного обеспечения.

Для проверки полученных ранее теоретических результатов и дальнейшего анализа кластерной модели на многополосном носителе использовано программное обеспечение *NODE model*, структура которого была описана ранее. В данной задаче использован модуль *Multi-lane*, в котором присутствуют классы и функции, отвечающие за перестроение кластеров.

*Multi-Lane* – модуль, реализующий движение кластеров по *многополосным* типам носителей. Задача модуля: выявление стационарных состояний в модели, определение основных характеристик кластеров (конфигурация, разбиение, скорость) и наличие зависимостей между ними, условия выхода на максимальную скорость.

Содержит в себе класс *Lane change*:

1. Во время движения кластеров проверяется следующее условие для каждого  $i$  кластера:  $x_i = x_{i+1} - d_{i+1}$ ;
2. Если условие не выполнено, то кластер движется дальше;
3. Если условие выполнено, то:
  - (а) Если плотность кластеров одинакова, кластеры  $x_i$  и  $x_{i+1}$  удаляются из списка, и добавляется новый кластер плотности  $y_i = y_{i+1} d_i + d_{i+1}$ , скорость кластера  $v_i = v_{i+1}$ ;
  - (б) Если плотности кластеров различаются, при следующем такте таймера кластер  $x_i$  переносится на на полосу  $j + 1$  при условии, что она не занята другим кластером. При перестроении на другую полосу, скорость, длина и плотность кластера сохраняются;

- (с) Если соседняя полоса занята, и кластер  $x_i$  не может перестроиться, он продолжает следовать за кластером  $x_{i+1}$ , сохраняя плотность и длину, но изменяя скорость на  $v_i = v_{i+1}$  до тех пор, пока не появится возможность перестроиться.

**В четвертом параграфе третьей главы** проведено исследование задачи просачивания потока.

Пусть в исходной постановке задачи  $n_2 = 1, n_1 > 1, n_3 > 1$ . Задача представляет собой просачивание группы кластеров в потоке ( $v_3 > v_2 > v_1$ ). В данной постановке 3-кластеры могут догонять друг друга. Если один кластер 3 типа догоняет другой, то они объединяются в один кластер большей длины и далее не разделяются. Рассматривается случай несжимаемых кластеров с синхронным перестроением *без возможности разделения* (движение специального автомобиля или организованной колонны). Необходимо определить среднюю скорость кластеров 3 типа, ее зависимость от расположения и длины, окончательное количество 3-кластеров, наличие синергии в системе и условия ее возникновения.

Исследование данной задачи проведено с использованием программного обеспечения, получены следующие *результаты*:

1. Существует число  $N_1$  кластеров 1 типа такое, что если  $n_1 < N_1$ , то средняя скорость 3-кластеров максимальна, в системе наблюдается *синергия*.
2. Если  $n_1 \geq N_1$ , тогда средняя скорость 3-кластеров минимальна.

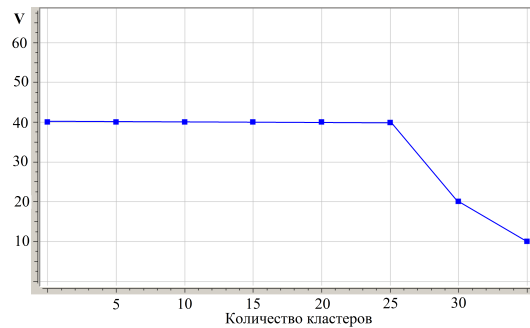


Рис. 9: График средней скорости 3-кластеров

### Выводы к главе 3:

1. Сформулированы правила и сценарии поведения кластеров на многополосном носителе;
2. Рассмотрена задача с тремя типами кластеров на двухполосном носителе: на каждой из полос равномерно распределен поток соответствующего типа, потока 3 типа движется по обеим полосам. Исследованы задачи просачивания потока 3 типа с двумя типами перестроения;
3. Разработано программное обеспечение для численного исследования просачивания кластеров;

4. С помощью численного исследования подтверждены качественные результаты и получены численные оценки и графические зависимости скорости кластеров 3 типа.

**В четвертой главе** рассмотрены задачи движение кластеров на на одномерных и двумерных кольцевых сетях: регулярные одномерная и двумерная сети, нерегулярная одномерная и гетерогенная сети. Регулярная сеть состоит из колец одинакового радиуса, каждое соединено с соседними в общих точках – **узлах**. В одномерных сетях на каждом носителе присутствует только два узла, в двумерных – 4 и более. Исследование проведено с двумя типа кластеров – сжимаемый и несжимаемый.

**В первом параграфе четвертой главы** сформулированы правила прохождения узлов:

1. Кластеры совершают движение через узел по правилу *FIFO* (First In First Out) (Рис. 10);
2. При одновременном подходе к узлу двух кластеров очередность прохода разыгрывается между кластерами с одинаковой вероятностью;
3. Каждый следующий кластер, приближающийся к уже занятому узлу, попадает в массив-очередь из ожидающих кластеров.

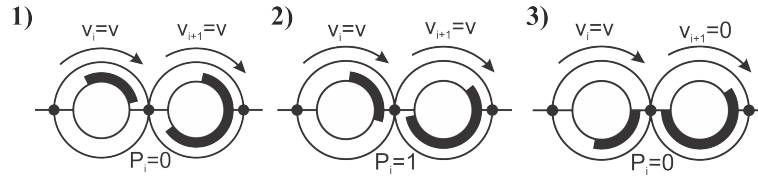


Рис. 10: Проезд узла

**Во втором параграфе четвертой главы** исследованы кластерные потоки на одномерной замкнутой регулярной сети.

Рассмотрим замкнутую регулярную одномерную сеть из  $n$  колец с узлами, находящимися на максимальном удалении друг от друга. На каждом из колец присутствует один кластер с заданными плотностью, длиной и скоростью  $v = f(y)$ . Пусть все кластеры имеют одинаковые плотности  $y$  (и скорости  $v$ ) и различные длины  $d_i$ . В задаче будем рассматривать случай *локального движения* и *несжимаемых кластеров*. Необходимо установить зависимость средней скорости движения кластеров  $V_{avg}$  от их длины, наличие *синергии* и *коллапса* и условия их возникновения.

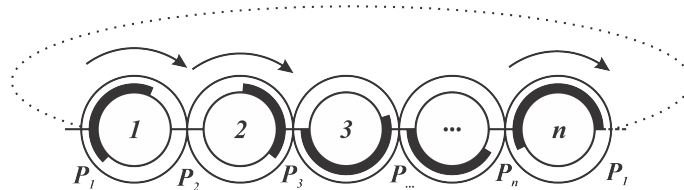


Рис. 11: Модель локального движения на замкнутой регулярной сети

В результате теоретического исследования задачи *установлено*:

*Утверждение 4.2.1* Пусть справедливо  $\forall i, d_i + d_{i+1} < 2\pi$ , тогда за конечное время  $t$ , независимо от начальной конфигурации средняя скорость максимальна, в системе наступает *синергия*.

*Утверждение 4.2.2* Если справедливо  $\forall i, d_i + d_{i+1} \geq 2\pi$  и выполнено  $\forall i, d_i \geq \pi$ , то за конечное время  $t$ , независимо от начальной конфигурации средняя скорость равна 0, в системе наступает *коллапс*.

*Утверждение 4.2.3* Если в утверждении 4.2.2.2 условие  $\forall i, d_i \geq \pi$  не выполнено, то за конечное время  $t$ , независимо от начальной конфигурации кластеров средняя скорость  $V_{avg} < V_{max}$ .

*Утверждение 4.2.4* Оценка времени достижения синергии:

$$t_{sm} = \sum_{i=1}^{n-1} d_i/v.$$

*Утверждение 4.2.5* Оценка времени достижения коллапса:

$$t_{cm} = 2\pi/v.$$

**В третьем параграфе четвертой главы** проведено исследование данной задачи с помощью программного обеспечения.

Компьютерный анализ проводился с помощью модуля *Cluster Net* разработанного программного пакета *NODE model*, позволяющего воспроизвести движение кластеров на одномерной регулярной сети.

*Cluster Net* – модуль, реализующий движение кластеров по *сетевым* носителям. Задача модуля: определение стационарных состояний кластерной модели на сети, определение скорости кластеров и ее зависимости от массы потока на сети, условия перемещения кластеров с максимальной скоростью.

Ключевым в модуле является реализация *прохождения кластерами узла*:

1. Узлы  $P_{a,b}$  хранятся в программе в массиве структуры *TRoad*, каждый  $a$  элемент массива отвечает за  $b$  узлы на соответствующем кольце Ожерелья;
2. Каждый узел принадлежит двум кольцам, через которые он проходит, связь узлов хранится в элементах структуры;
3. Если  $P_{a,b} > x_i$  and  $P_{a,b} < x_i + d_i$ , то  $P_{a,b} = 1$ , иначе  $P_{a,b} = 0$ ;
4. Если граница кластера:  $x_i + d_i = P_{a,b}$  and  $P_{a,b} = 1$ , то скорость кластера  $v_i = 0$ , иначе  $v_i \neq 0$ .

Настройки сети позволяют задать размерность, длину носителя, количество кластеров и их характеристики на каждом кольце. Целью моделирования является подтверждение теоретических результатов, получение новых численных результатов и количественных оценок, которые трудно получить теоретическим путем.

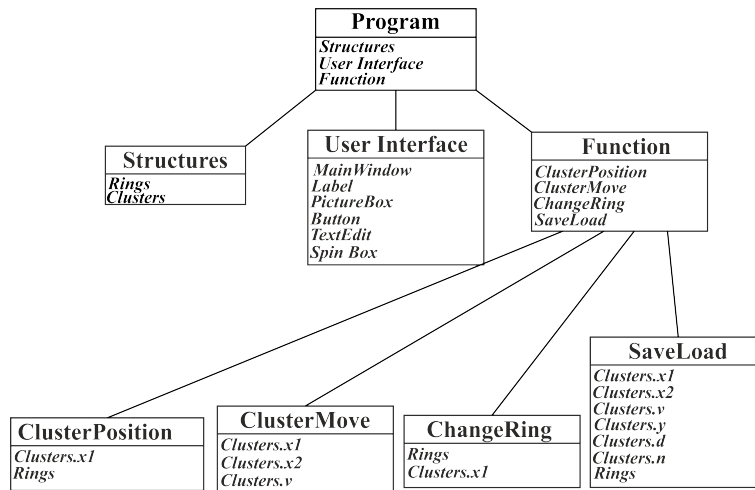


Рис. 12: Архитектура модуля Cluster Net

В четвертом параграфе четвертой главы проведено исследование кластерной модели на одномерной нерегулярной сети.

Рассмотрим нерегулярную замкнутую одномерную сеть из  $n$  колец. В данной сети узлы располагаются не на максимальном удалении друг от друга. На практике такие сети часто встречаются в городской планировке и внутри человеческого организма. Необходимо исследовать кластерную модель на заданном носителе, определить зависимость средней скорости движения кластеров от их длины и расположения, предельные оценки и наличие в системе стационарных состояний, синергии и коллапса.

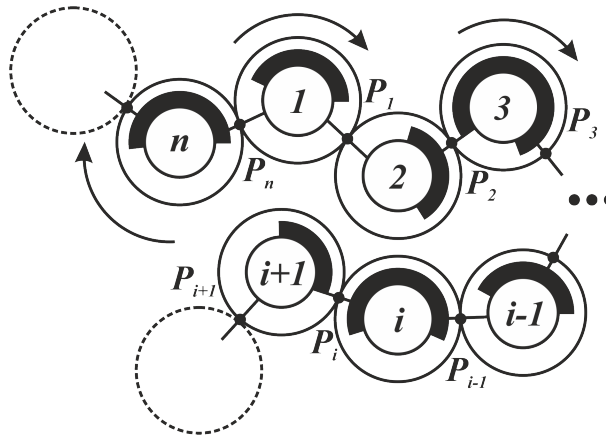


Рис. 13: Одномерная модель локального движения на замкнутой нерегулярной сети

Исследование кластерной модели проведено с помощью модуля *Cluster Net* программного пакета *NODE model*. Установлено:

1. Если справедливо  $\forall i, d_i + d_{i+1} < 360$ , то за конечный промежуток времени  $t$ , не зависимо от расположения кластеров средняя скорость максимальна, в системе *синергия*.
2. Пусть справедливо  $\forall i, d_i + d_{i+1} \geq 360$ , тогда за конечное время  $t$ , не зависимо от расположения кластеров, средняя скорость равна 0, в системе *коллапс*.

В пятом параграфе четвертой главы проведено исследование кластерных потоков на двумерной регулярной сети.

Дана двумерная регулярная сеть из  $N \times M$  колец. Кольца соединены узлами с соседними кольцами в 4 точках: 90, 180, 270, 360 град. На каждом кольце совершает движение несжимаемый кластер одинаковой плотности  $y$ , одинаковой длины  $d$ , со скоростью  $v$ . Движение на сети происходит сонаправлено. Необходимо определить зависимость средней скорости движения кластеров  $V_{avg}$  от их длины, наличие стационарных состояний.

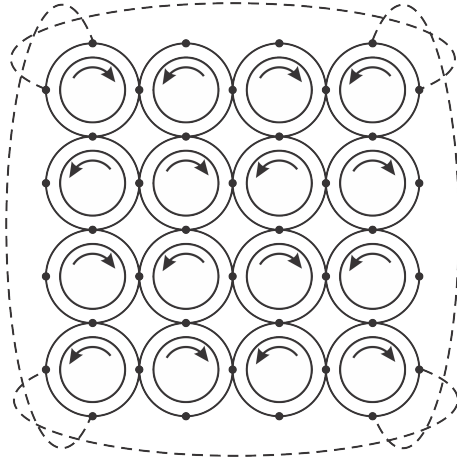


Рис. 14: Двумерная регулярная сеть

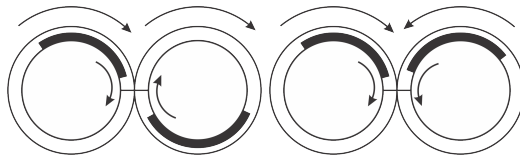


Рис. 15: а) Однонаправленное движение б) Сонаправленное движение

Для исследования кластерной модели использован модуль *Cluster Net* разработанного программного пакета *NODE model*. В данной задаче запрограммирована двумерная сеть с 4 узлами на каждом кольце. В результате проведенных экспериментов с использованием случайной расстановки кластеров на каждом кольце. Получены следующие *результаты*:

1. Если  $d_i < \frac{\pi}{2}$ , то за конечный промежуток времени  $t$  независимо от начальных условий средняя скорость кластеров максимальна, в системе *синергия*.
2. Пусть  $d_i \geq \pi$ , тогда за конечное время  $t$  для любой начальной конфигурации движение на всех элементах отсутствует, в системе *коллапс*.
3. Если  $\frac{\pi}{2} < d_i < \pi$ , то наблюдаются следующие периодические конструкции: динамический затор, частичное движение, частичный коллапс.

**В шестом параграфе четвертой главы** представлен график зависимости средней скорости кластеров от их длины, построенный с помощью программного обеспечения. На графике видны границы, при которых скорость кластеров максимальна или равна нулю при любом начальном расположении кластеров.

**В седьмом параграфе четвертой главы** исследуется квази-регулярная(гетерогенная)



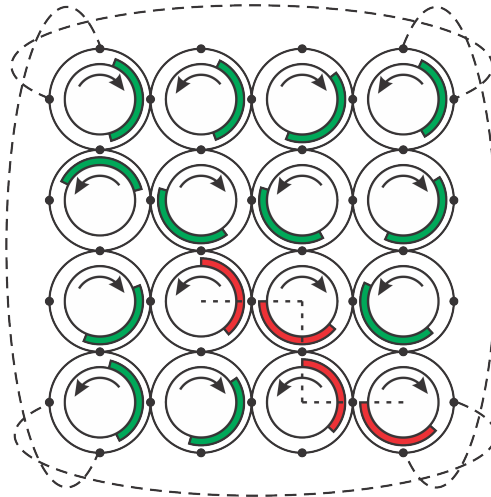


Рис. 16: Динамический затор

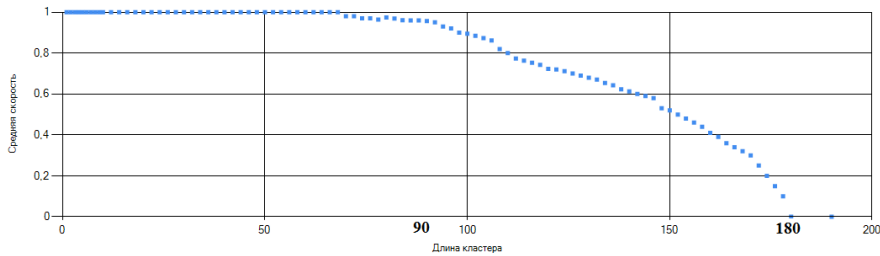


Рис. 17: График зависимости средней скорости от длины кластера

двумерная сеть, состоящая из носителей двух радиусов.

Рассмотрим квази-регулярную (гетерогенную) сеть из колец двух радиусов  $r_1$  и  $r_2$ . Кольца радиуса  $r_1$  соединяются с кольцами радиуса  $r_1$  и  $r_2$  в четырех точках (узлах) каждый. Кольца радиуса  $r_2$  имеют общие точки только с кольцами  $r_1$ . По каждому из колец совершают движение несжимаемые кластеры одинаковой плотности  $y$ , одинаковой длины  $d$ , со скоростью  $v$ . Необходимо определить зависимость средней скорости движения кластеров  $V_{avg}$  от их длины, наличие стационарных состояний, влияние гетерогенного расположения носителей на результат.

Исследование рассматриваемой задачи осуществлено с помощью модуля *Cluster Net* программного обеспечения *NODE model*. Установлено, что при длине (град) кластеров  $d_i < 45$  в системе наступает *синергия*, скорость кластеров максимальна.

#### Выводы к 4-ой главе:

1. Исследована кластерная модель на одномерных регулярных и нерегулярных сетях, двумерных регулярных и квази-регулярных сетях, получены теоретические результаты для регулярных сетей, условия появления синергии и коллапса в системе;
2. Сформулированы правила поведения кластеров на одномерных и двумерных сетях;
3. Разработано программное обеспечение для аналитического исследования кластерной модели на сетях;

4. Проведено компьютерное исследование поставленных задач, подтверждены качественные и получены численные результаты для нерегулярных сетей, условия возникновения синергии и численные значения скорости кластеров.

**В пятой главе** проводится исследование и апробация модели на реальных данных, дано описание программного обеспечения.

**В первом параграфе пятой главы** отражено представление потока автомобилей в виде кластеров. Кластер имеет длину ( $m$ ), плотность (авт/м) и скорость (м/с). Плотность кластера ( $y$ ) вычисляется с помощью интенсивности ( $q$ ) транспортного потока и его скорости ( $v$ ). Оба параметра можно получить с помощью автоматической видео-съемки. При исследовании многополосных носителей кластеры разделяются на типы: грузовые или медленные и легковые или быстрые, состоящие соответственно из грузовых и легковых транспортных средств. Медленные грузовые кластеры перемещаются преимущественно по крайним правым полосам, быстрые легковые по крайним левым. На сетях поток подразделяется на местный (локальный) и транзитный (сквозной). Соответствующие кластеры могут либо перемещаться только по своему кольцу (местные кластеры), либо по кольцам всей сети с возможностью перемещения между ними.



Рис. 18: Группы автомобилей в виде кластеров

**Во втором параграфе пятой главы** представлены виды мониторинга транспортного потока. Сбор данных производится с помощью последовательного анализа кадров на видео и определения автомобилей на снимке посредством сравнения двух кадров и определения разницы в цветовой схеме. Тогда интенсивность – количество автомобилей, проехавших через отметку на видео, за единицу времени, скорость – отношение расстояния между двумя отметками к времени, за которое автомобиль проехал эти отметки. Длина кластера вычисляется с помощью количества автомобилей ( $m$ ) в нем:  $d = \frac{m}{y}$ .

Сбор данных о потоке автомобилей производится как с помощью автоматических средств (стационарные видео- и фото-камеры, мобильная передвижная лаборатория (МУД-Рец, ОТРОК), интернет сервисы (Яндекс-пробки)), так и вручную, непосредственным подсчетом.

**В третьем параграфе пятой главы** представлена апробация участка улично-дорожной сети города Москвы в виде нерегулярной сети.

Для проверки адекватности работы модели **в четвертом параграфе пятой главы** получена таблица сравнения изменения скорости транспортного потока в периоды с 11



Рис. 19: 1-Стационарные камеры; 2-Мобильные лаборатории: ОТРОК, МУДРец; 3-Ручной способ подсчета; 4-Интернет-сервис Яндекс-пробки

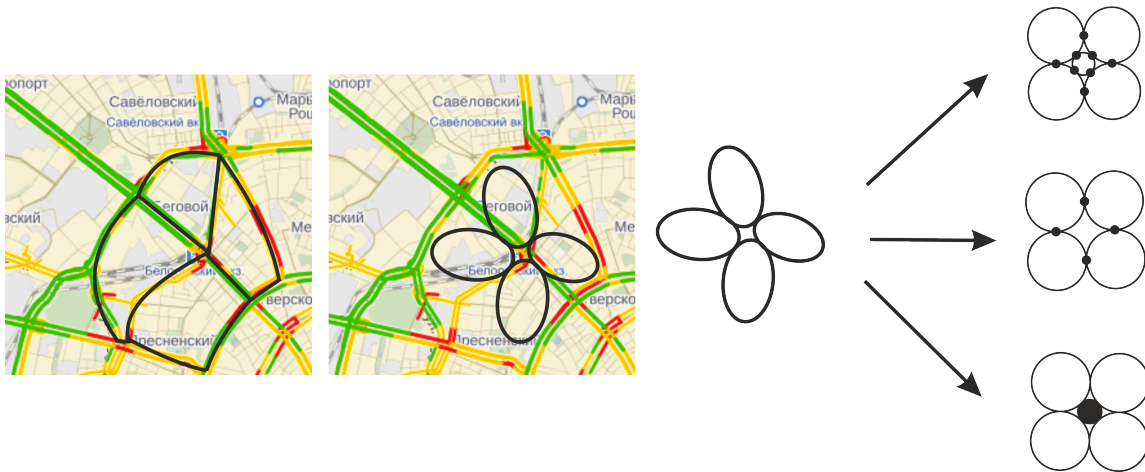


Рис. 20: Часть УДС города и ее сетевой вариант

до 12 и с 14 до 15 часов, в которой содержатся реальные данные, отобранные с помощью сервиса Яндекс-пробки, и данные, полученные с помощью разработанного программного пакета *NODE model*.

	Скорость каждые 15 минут, км/ч			
	Реальные данные, 11:00 - 12:00	30	26	22
Программные данные, 11:00 - 12:00	34	27	22	15
Реальные данные, 14:00 - 15:00	45	27	23	18
Программные данные, 14:00 - 15:00	45	27	26	20

Погрешность в вычислении между наборами данных составляет *не более 6 %*, что позволяет судить об удовлетворительной точности, полученных с помощью программы, результатов.

#### Выводы к 5-ой главе:

1. Представлены виды мониторинга и сбора информации о транспортном потоке для последующего исследования с помощью модели;
2. Сформулированы правила апробации участка УДС города в виде базовой сети;
3. Разработаны методики оптимизации транспортного потока с помощью внесения изменений в конструкции сети;

4. Проведена оценка точности компьютерной модели на основе реальных данных.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработана и исследована кластерная модель транспортных потоков, совмещающая свойства классических подходов к описанию трафика и современных агентных моделей;
2. Сформулированы условия возникновения стационарного состояния в потоке кластеров на замкнутом контуре и бесконечной прямой, получена оценка времени достижения стационарного процесса. Рассмотрены базовые задачи для потоков на многополосных периодических носителях. Получены точные утверждения о свойствах модели для линейных сетей;
3. Разработан компьютерный алгоритм кластерной модели, реализующий взаимодействие кластеров, описываемое системой кусочно-линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с *переменной архитектурой*. На основе разработанного алгоритма с помощью современных средств объектно-ориентированного программирования (многопоточная обработка данных, структурные динамические массивы и тд.) создано и протестировано программное обеспечение *NODE model* кластерной модели потоков для сетей различной архитектуры и тотально-связных потоков;
4. Проведено исследование свойств транспортных потоков на нерегулярной линейной сети, однородной правильной решетке, квази-регулярной сети – системах, которые не поддаются аналитическому решению. Исследовано поведение системы в зависимости от загрузки сети.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО МАТЕРИАЛАМ ДИССЕРТАЦИИ

### **I. Публикации в изданиях из перечня рецензируемых научных журналов и изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций:**

1. Buslaev A.P., Strusinskiy P.M., Computer simulation analysis of cluster model of totally-connected flows on the chain mail, New results in dependability and computer systems, Springer, 8<sup>th</sup> DepCoS-RELCOMEX 2013, 2013, pp 63-71. (ISBN: 978-3-319-00944-5 (Print) 978-3-319-00945-2 (Online)) (WoS, Scopus)
2. Buslaev A.P., Strusinskiy P.M., On qualitative properties of incompressible cluster flow on the ring network, 2014 AASRI Conference on Sports Engineering and Computer Science (SECS 2014), AASRI Procedia, 2014, 8 p. (doi:10.1016/j.aasri.2014.09.019) (WoS)
3. Струсинский П.М., Кластерная модель трафика на многополосных сетях, Вестник МАДИ, В. 3(38), 2014, стр. 98-106. (ISSN: 2079-1364) (РИНЦ)

### **II. Научные публикации в прочих изданиях:**

4. Strusinskiy P.M., On cluster flow models on multi-lane supporters, Proceedings of the 14th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, CMMSE 14, 2014, pp. 1208-1218.

5. Buslaev A.P., Yashina M.V., Strusinskiy P.M., Sokolov P.A., On Qualitative Properties of Cluster Model for Flows on Regular Networks–Composites, New Challenges for the Greening of Transport, Springer-ECCOMAS, CM3 ECCOMAS Thematic Conference, 2015, pp. 24-27.

6. Strusinskiy P.M., Cluster flow modelling on multi-lane supporters, Recent advances in mathematics, Proceedings of the 19<sup>th</sup> International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers, CSCC 2015, 2015, pp. 37-41.

7. Струсинский П.М., О кластерной модели потоков в транспортных системах городов, Международная научная конференция Искусственный интеллект. Интеллектуальные транспортные системы, Ве-Safe 2016, 2016, 4 с.

### **III. Патенты на интеллектуальную собственность:**

8. Буслаев А.П., Яшина М.В., Леоненко И.Ю., Струсинский П.М., Зернов А.В., Программный комплекс «Cluster Flow Model», Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016617918, 2016.

(<http://www1.fips.ru/Archive/EVM/2016/2016.08.20/Index.htm>)