

На правах рукописи

Свительман Валентина Семеновна

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И
МЕТОДОВ ОПИСАНИЯ МИКРОСТРУКТУРЫ ГОРНЫХ
ПОРОД СРЕДСТВАМИ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2014

Работа выполнена на кафедре Проблем безопасного развития современных энергетических технологий (ПБРСЭТ) Факультета Проблем физики и энергетики Московского Физико-технического института (Государственного университета)

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук
Савельева Елена Александровна,

Официальные оппоненты: Любушин Алексей Александрович,
доктор физико-математических наук,
Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта
РАН, зав. лабораторией

Коротеев Дмитрий Анатольевич,
кандидат физико-математических наук,
ООО Газпромнефть-НТЦ, Начальник Департамента
Новых Технологий

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Защита диссертации состоится «29» января 2015 года в 11 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 002.024.03 при ФГБУН Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, г. Москва, Миусская пл., д .4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБУН ИПМ им. М.В. Келдыша РАН: <http://keldysh.ru>.

Автореферат разослан «__» декабря 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук



Н.В. Змитренко

Общая характеристика работы

Научная новизна и актуальность работы

В последнее время происходит активное развитие исследований микроструктуры естественных и искусственных материалов на основе рентгеновской микротомографии. В частности, современные микротомографы позволяют создавать трехмерные микромоделли горных пород с высоким разрешением, которые активно используются в петрофизических исследованиях.

При этом из-за сравнительной новизны метода трехмерные микромоделли горных пород представляют собой большой объем новой информации, для которой требуются новые научно обоснованные методы обработки. В первую очередь, остро стоит задача систематизации и анализа микротомографической информации о морфологии и минеральном составе пород на микроуровне. В настоящее время методы для такой систематизации и анализа находятся в начальной стадии развития.

Так как микротомограммы горных пород могут быть интерпретированы как трехмерные стохастические объекты (то есть случайные поля), полагается, что применимы геостатистические методы, в частности, моделирование структуры полей корреляционных функций. Использование такого подхода позволяет выявить важные для систематизации образцов пород характеристики (наличие или отсутствие анизотропии на различных масштабах, характерный размер неоднородностей), и может рассматриваться как существенный шаг в направлении практического использования микротомографической информации, в частности для геологического моделирования.

В данной работе методика анализа полей корреляционных функций впервые адаптируется и реализуется для получения информации о микроструктуре горных пород на основании их микротомограмм.

Научная и практическая значимость работы

Информация о микроструктуре среды используется в качестве исходных данных для многих исследований. Например, гидродинамическому моделированию в различных отраслях (моделирование нефтяных и газовых месторождений, процессов геофильтрации и геомиграции подземных вод) предшествует построение геологической модели. Также широко применяются методы прогноза различных макроскопических физико-механических параметров горных пород посредством моделирования соответствующих физических процессов на микроуровне.

Представительность такого рода расчетов ключевым образом зависит от того, насколько типичны используемые микромоделли образцов среды по отношению к литотипам

рассматриваемого геологического объекта. В настоящей работе разрабатываются математические методы для требуемой типизации и систематизации реальной структуры горных пород на микроуровне.

Цели и задачи диссертационной работы

Цель настоящей работы – на основе данных рентгеновской микротомографии и методов теории случайных полей смоделировать структурные свойства микромоделей пород, необходимые для типизации и систематизации реальной микроструктуры горных пород и генерации искусственных микромоделей, статистически идентичных реальным.

Основная задача работы состоит в адаптации геостатистических методов к анализу рентгеновских микромоделей горных пород для моделирования свойств микроструктуры, таких как анизотропия и характерные масштабы неоднородностей.

Решение задачи проводится на основе моделирования и анализа полей функций пространственной корреляции (вариограммы и ковариации), построенных для трехмерного объекта. Для этого используется два метода, модифицированных и адаптированных под задачу. Первый состоит в разложении поля вариограммы по сферическим гармоникам, что позволяет выявить наличие и тип анизотропии пространственной корреляции свойств микромодели. Сферические гармоники играют большую роль в исследованиях сложных полей различной природы, но в данной работе их использование получило абсолютно новое направление – исследование свойств полей корреляционных функций. Вторым методом является использование спектрального представления ковариации, что позволяет оценить спектр корреляционных длин, которые, в свою очередь, определяют масштабы неоднородностей модели микроструктуры.

Положения, выносимые на защиту

- Методология геостатистического анализа микроструктуры горных пород с применением теории случайных полей на основании данных, полученных посредством рентгеновской микротомографии;
- Метод выявления анизотропии объекта и определения типа анизотропии на основе разложения поля пространственной корреляции по сферическим гармоникам;
- Метод определения масштабов микронеоднородностей с помощью моделирования спектра корреляционных длин для поля пространственной корреляции;

- Программная реализация методики в виде пакета программ на языке С (в том числе с использованием параллельных вычислений на кластере из видеопроцессоров) и в вычислительной среде MATLAB.

Апробация работы

Материалы работы были представлены на следующих конференциях:

- 53-я конференция МФТИ (Долгопрудный, 24-29 ноября 2010 года);
- XII Школа молодых ученых ИБРАЭ РАН (Москва, 28-29 апреля 2011);
- 54-я конференция МФТИ (Долгопрудный, 25-26 ноября 2011 года);
- «IAMG-2011» conference (Salzburg, September, 5-9, 2011);
- XIII Школа молодых ученых ИБРАЭ РАН (Москва, 26-27 апреля 2012);
- 2-я Международная научно-практическая конференция ЕАГО «Сочи - 2012» (Сочи, 2-6 мая 2012).

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 4 статьи, из них 3 статьи в журналах, рекомендованных ВАК, а также 6 тезисов докладов на научных конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, описания методов, объектов и материалов исследования, изложения результатов и их обсуждения, заключения, выводов, списка цитируемой литературы. Работа изложена на 79 листах, содержит 19 рисунков и 5 таблиц. Список литературы включает 77 источников.

Содержание работы

Введение

Во введении обосновывается научная новизна и актуальность темы диссертации, а также ее научная и практическая значимость, формулируются цели и задачи работы, перечисляются выносимые на защиту положения. Также представлена информация о структуре и объеме диссертации.

1. Обзор литературы

Первая глава диссертации содержит обзор литературных источников, использованных в работе. Обзор разбит на три независимых раздела.

Первый раздел рассказывает о способах получения микротомографической информации, которая является исходным материалом для настоящей работы. В этом разделе приводятся различные способы получения трехмерных изображений внутреннего строения материалов, краткая история развития и применения микротомографии в различных областях науки. Более подробно описаны принципы работы рентгеновского микротомографа, с помощью которого были получены исходные данные для исследования.

Второй раздел литературного обзора посвящен современным подходам к анализу и моделированию микроструктуры горных пород. Так как микротомография стала доступна относительно недавно, а методы изучения внутреннего строения геоматериалов формировались гораздо раньше, некоторые подходы могут быть дополнены микротомографической информацией, некоторые могут быть интегрированы с ней, а некоторые постепенно вытесняются ею.

Третий раздел обзора описывает математический аппарат диссертации. В силу того, что задачи исследования являются относительно новыми как в силу новизны самих данных, так и в силу общности постановки задачи, в работе модифицируются и адаптируются математические методы, которые были изначально разработаны для других задач и ранее не применялись для анализа микротомограмм горных пород. Так как микротомограммы горных пород интерпретируются в работе как случайные поля, в этом разделе приводятся основы теории случайных полей. Также для полноты картины в данном разделе приводятся некоторые приложения математического аппарата, который в данной работе адаптирован для анализа полей корреляционных функций.

2. Корреляционные функции для микротомографической модели

Вторая глава диссертации посвящена интерпретации микротомографической модели микроструктуры в виде случайного поля. Так как микротомограмма – трехмерный объект, рассматриваются функции от трехмерного вектора \mathbf{x} . Этот вектор может пробегать ограниченную область в евклидовом пространстве \mathbf{R}^3 при непрерывном описании или конечное подмножество трехмерной решетки \mathbf{Z}^3 при дискретном описании. Объект задается конечным набором признаков $i=1, \dots, M$, каждый из которых характеризуется в пространственной точке \mathbf{x} некоторой действительной величиной $\chi_i(\mathbf{x})$.

В данной работе принимается, что величина $0 \leq \chi_i(\mathbf{x}) \leq 1$ характеризует локальное объемное заполнение пространства флюидом или минералом, причем $\sum_{i=1}^M \chi_i(\mathbf{x}) = 1$. Простейший пример такой характеристики – так называемая бинарная модель, когда $M = 2$, и величина $\chi_i(\mathbf{x})$ может принимать значения 1 или 0, где значение 1 для $i = 1$ соответствует наличию в точке \mathbf{x} пустотности (поры), а значение 0 – наличию твердой фазы.

В геостатистике для описания пространственной корреляции поля чаще всего используются такие моменты второго порядка, как вариограмма и ковариация. Вариограмма случайного поля $\chi_i(\mathbf{x})$ – это вариация разности значений в двух точках как функция индексов и координат:

$$2\gamma_{ij}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \left\langle (\chi_i(\mathbf{x}_1) - \chi_i(\mathbf{x}_2)) (\chi_j(\mathbf{x}_1) - \chi_j(\mathbf{x}_2)) \right\rangle. \quad (1)$$

Для статистически однородных полей пространственная зависимость сводится к зависимости от одного вектора $\gamma_{ij}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \gamma_{ij}(\mathbf{h})$, где вектор $\mathbf{h} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ называется лэгом.

Ковариация задается выражением:

$$C_{ij}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \text{cov}(\chi_i(\mathbf{x}_1), \chi_j(\mathbf{x}_2)) = \left\langle (\chi_i(\mathbf{x}_1) - \langle \chi_i(\mathbf{x}_1) \rangle) (\chi_j(\mathbf{x}_2) - \langle \chi_j(\mathbf{x}_2) \rangle) \right\rangle. \quad (2)$$

В данной главе приводятся свойства этих моментов, связь между ними и методы их расчета для трехмерного поля микротомограмм.

Также в главе вводится понятие корреляционной длины, как величина лэга, при которой вариограмма выходит на пороговое значение, то есть значения случайной функции (поля) больше не коррелированы. Таким образом, корреляционная длина характеризует масштаб неоднородностей микроструктуры.

Эффективная корреляционная длина также может быть выражена через поле ковариации:

$$l_{\text{эфф}} = \frac{1}{C(0)} \int_0^{\infty} C(h) dh. \quad (3)$$

3. Анализ анизотропии методом разложения поля вариограммы

В третьей главе диссертации изложена методика анализа сложного поля путем его разложения по сферическим гармоникам. Эта методика адаптируется и используется для анализа свойств поля вариограммы.

Сферические гармоники представляют собой собственные функции оператора Лапласа на единичной сфере, которые имеют вид:

$$Y_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi}, \quad (4)$$

где $P_l^m(\cos\theta)$ – присоединенные полиномы Лежандра, θ, ϕ – сферические координаты, параметр l пробегает неотрицательные целые числа, $m = -l, -(l-1), \dots, l$. Эти функции образуют ортонормированный базис в пространстве функций на единичной сфере, интегрируемых в квадрате.

Нулевая гармоника задает изотропную составляющую поля, а следующие гармоники обладают последовательно усиливающейся зависимостью от угла. Для системной интерпретации этой информации вводятся индексы анизотропии.

Применимость сферических гармоник (4) для анализа анизотропии обусловлена тем фактом, что при фиксированном параметре l эти функции образуют базис $(2l+1)$ -мерного неприводимого представления группы вращений в пространстве функций на единичной сфере. Представляя вариограмму бинарной модели как функцию радиуса и точки на сфере $\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(r, \theta, \phi)$, $h^1 = r \sin\theta \cos\phi$, $h^2 = r \sin\theta \sin\phi$, $h^3 = r \cos\theta$, можно разложить ее по компонентам неприводимых представлений группы вращений

$$\gamma(\mathbf{h}) = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^l f_l^m(r) Y_l^m(\theta, \phi), \quad (5)$$

$$\text{где } f_l^m(r) = (Y_l^m, \gamma).$$

Слагаемые $f_l^m(r)$, соответствующие нечетным значениям параметра l , тождественно равны нулю в силу антисимметрии сферических гармоник и симметрии вариограммы относительно инверсии. Таким образом, представляют интерес слагаемые с четными значениями l , в первую очередь, $l=0$ и $l=2$, и разложение (5) можно переписать в виде квадратичной формы на сфере. Воспользовавшись выражениями, связывающими декартовы координаты ξ_1, ξ_2, ξ_3 и сферические координаты θ, ϕ на единичной сфере, получаем:

$$\gamma(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = Y_0^0 \sum_{m=-2}^{m=2} A_2^m Y_2^m = \sum_{i,j=1}^3 C_{ij} \xi_i \xi_j, \quad (6)$$

где

$$C_{ij} = \frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} A_2^{-2} - \sqrt{\frac{3}{2}} A_2^0 + A_2^2 & -iA_2^{-2} + iA_2^2 & A_2^{-1} - A_2^1 \\ -iA_2^{-2} + iA_2^2 & -A_2^{-2} - \sqrt{\frac{3}{2}} A_2^0 - A_2^2 & -iA_2^{-1} - iA_2^1 \\ A_2^{-1} - A_2^1 & -iA_2^{-1} - iA_2^1 & 2\sqrt{\frac{3}{2}} A_2^0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \begin{pmatrix} A_0^0 & 0 & 0 \\ 0 & A_0^0 & 0 \\ 0 & 0 & A_0^0 \end{pmatrix}.$$

С любой квадратичной формой можно связать центральную поверхность 2-го порядка. В силу симметричности и положительности C_{ij} в рассматриваемом случае это будет эллипсоид. Тогда собственные векторы e_i ($i = 1, 2, 3$) квадратичной формы C_{ij} будут задавать оси эллипсоида, а собственные числа $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$ – квадраты длин полуосей эллипсоида. Для определенных соотношений между собственными числами можно определить меру того, насколько она близка к основным случаям (прямой, плоскости или сфере – Рис. 1) и таким образом ввести классификацию типов анизотропии.



Рис. 1. Эллипсоиды анизотропии для трех базисных случаев

Так, если $\lambda_1 \gg \lambda_2 \sim \lambda_3$, то говорят о линейной анизотропии, если $\lambda_1 \sim \lambda_2 \gg \lambda_3$ - о планарной анизотропии. Если же $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3$, то анизотропия несущественна. Количественно вышесказанное можно выразить тремя величинами:

$$c_l = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \text{мера линейной анизотропии}; \quad (7)$$

$$c_p = \frac{2(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \text{мера планарной анизотропии}; \quad (8)$$

$$c_s = \frac{3\lambda_3}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \text{мера изотропии}. \quad (9)$$

Тогда мера анизотропии, описывающая отклонение от изотропного случая, независимо от того, линейная или планарная это анизотропия, запишется так:

$$c_a = c_l + c_p = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} = 1 - c_s. \quad (10)$$

4. Метод спектральной плотности

В четвертой главе диссертации описывается метод получения информации о корреляционных длинах, основанный на использовании спектральной плотности.

Спектральной плотностью поля называется результатом преобразования Фурье ковариации однородного случайного поля $C_{ij}(\mathbf{h}) = C_{ij}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$:

$$C_{ijWH}(\mathbf{k}) = \int \exp(-2\pi i \mathbf{k} \mathbf{h}) C_{ij}(\mathbf{h}) d\mathbf{h}. \quad (11)$$

Спектральная плотность оказывается удобным инструментом для изучения свойств случайного поля, т.к. анализ с помощью ковариационной функции эквивалентен анализу с помощью спектральной плотности, тогда как математическая теория в частотном домене существенно упрощается.

Следствием этого является то, что любая величина, выражающаяся через функцию $C_{ij}(\mathbf{h})$, может быть выражена также и через $C_{ijWH}(\mathbf{k})$. Поэтому эффективная корреляционная длина (3) может быть представлена в виде

$$l_{эфф} = \frac{\pi C_{ijWH}(0)}{C_{ij}(0)} = \frac{\pi C_{ijWH}(0)}{2 \int_0^{\infty} C_{ij}(h) dh}. \quad (12)$$

Для решения задачи определения спектра корреляционных длин рассматривается разложение сферической составляющей (нулевой гармоники) ковариации по элементарным функциям.

Если функция $C^0(\xi)$ разлагается в интеграл экспонент:

$$C^0(\xi) = \int A(l_c) l_c^{-1} \exp(-|\xi|/l_c) dl_c, \quad (13)$$

то прямым вычислением можно получить

$$C^0_{WH}(k) = 2 \int \frac{A(l_c)}{1 + (2\pi k l_c)^2} dl_c. \quad (14)$$

И тогда спектр корреляционных длин выражается через скачок функции (14) на мнимой оси:

$$A(l_c) = \frac{1}{2\pi^2 l_c} \left(C_{WH}^0 \left(\frac{i}{2\pi l_c} + \varepsilon \right) - C_{WH}^0 \left(\frac{i}{2\pi l_c} - \varepsilon \right) \right) \quad (15)$$

где ε – бесконечно малое положительное число.

В случае одной длины корреляции l_* выражения (14) и (15) упрощаются:

$$A(l_c) = a_* \delta(l_c - l_*) \quad (16)$$

$$C_{WH}^0(k) = \frac{2a_*}{1 + (2\pi k l_*)^2} \quad (17)$$

Тогда величина l_* может быть оценена по одному из двух параметров:

- $k_0 = \pm \frac{i}{2\pi l_*}$ – нуль функции $\frac{1}{C_{WH}^0(k)}$;
- $k_1 = \frac{1}{2\pi l_*}$ – точка, в которой функции $C_{WH}^0(k)$ принимает значение, равное

половине максимального.

Аналогично, если функция $C^0(\xi)$ разлагается в интеграл Гауссианов:

$$C^0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{A(l_c)}{l_c^{-1}} \exp(-\xi^2 / (2l_c^2)) dl_c \quad (18)$$

$$C_{WH}^0(k) = \int A(l_c) \exp(-2\pi^2 k^2 l_c^2) dl_c \quad (19)$$

И в случае одной длины корреляции l_* :

$$A(l_c) = a_* \delta(l_c - l_*) \quad (20)$$

$$f_{WH}(k) = a_* \exp(-2\pi^2 k^2 l_*^2) \quad (21)$$

Тогда величина l_* может быть оценена по следующему параметру:

$$k_2 = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{2\pi l_*} \approx \frac{1,18}{2\pi l_*} \text{ – точка, в которой функция } C_{WH}^0(k) \text{ принимает значение, равное}$$

половине максимального.

При наличии периода λ в случайной среде функция $C(\xi \mathbf{n})$ может быть представлена в следующем виде:

$$C(\xi \mathbf{n}) = \cos(2\pi \xi / \lambda) \int A(l_c) l_c^{-1} \exp(-|\xi| / l_c) dl_c. \quad (22)$$

Легко вычисляется соответствующая спектральная плотность:

$$C_{WH}^n(k) = \int A(l_c) dl_c \left[\frac{1}{1 + (2\pi(k + \lambda^{-1})l_c)^2} + \frac{1}{1 + (2\pi(k - \lambda^{-1})l_c)^2} \right]. \quad (23)$$

В случае одной длины корреляции l_* :

$$A(l_c) = a_* \delta(l_c - l_*). \quad (24)$$

$$C_{WH}^n(k) = a_* \left[\frac{1}{1 + (2\pi(k + \lambda^{-1})l_*)^2} + \frac{1}{1 + (2\pi(k - \lambda^{-1})l_*)^2} \right], \quad (25)$$

и спектральная плотность имеет два пика, а не один (что можно будет увидеть на некоторых из примеров в главе 5).

На практике часто используется оценка эффективной корреляционной длины, основанная на характеристиках спектральной плотности. Реальная кривая спектральной плотности $C_{WH}(k)$ заменяется прямоугольником с высотой, равной максимуму $C_{WH}(k)$ и площадью, равной площади под кривой. Основание такого прямоугольника – эффективная ширина энергетического спектра $\Delta k_{эфф}$ (Рис. 2). А эффективная корреляционная длина определяется через $\Delta k_{эфф}$:

$$l_{эфф} = \frac{C_{WH}(0)}{4C_{WHmax} \cdot \Delta k_{эфф}}. \quad (26)$$

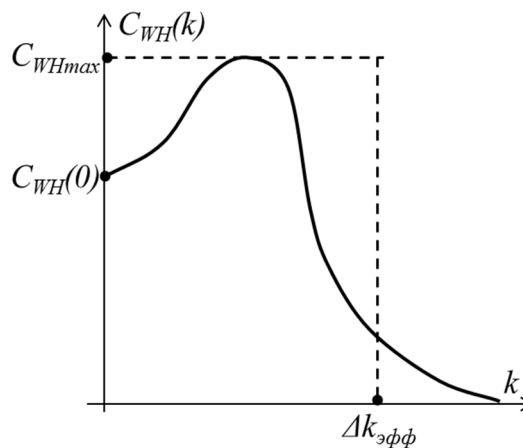


Рис. 2. Эффективная ширина энергетического спектра

5. Результаты применения методики

В пятой главе диссертации приводятся результаты применения предлагаемой методики для искусственных и реальных объектов.

В первом разделе пятой главы приводится описание образцов, на которых демонстрируются результаты, а также формулируется последовательность вычислений, производимых для каждого из образцов. Рассматриваются 2 группы образцов.

Первая группа, используемая для валидации и верификации методики – это три синтетических образца, сгенерированных с особенностями:

- Образец 1: Искусственный слоистый образец (анизотропный);
- Образец 2: Искусственный образец со сферическими порами (изотропный);
- Образец 3: Искусственный образец с эллиптическими порами (анизотропный на масштабах порядка размера пор).

Вторая группа, демонстрирующая практический анализ – это четыре естественных образца:

- Образец 4: Берейский песчаник: мелкозернистый, зерна состоят из кварца, сцементированы кремнеземом;
- Образец 5: Аркозовый песчаник: грубозернистый, зерна состоят из кварца и существенной доли (более 25%) полевого шпата, с небольшим количеством цемента гидрослюдисто-хлоритового состава;
- Образец 6: Слабоуплотненный песчаник: слабосцементированные зерна, состоящие преимущественно из кварца;
- Образец 7: Слабоуплотненный песчаник, центральная часть образца 6.

Во всех образцах ось Z параллельна плоскости напластования. Внешний вид и поровое пространство для искусственных образцов изображены на Рис. 3.

Микротомографические изображения двумерных срезов берейского, аркозового и слабоуплотненного песчаника приведены на Рис. 4. Внешний вид и поровое пространство для реальных образцов на Рис. 5. Свойства образцов приведены в Таблице 1 и Таблице 2.

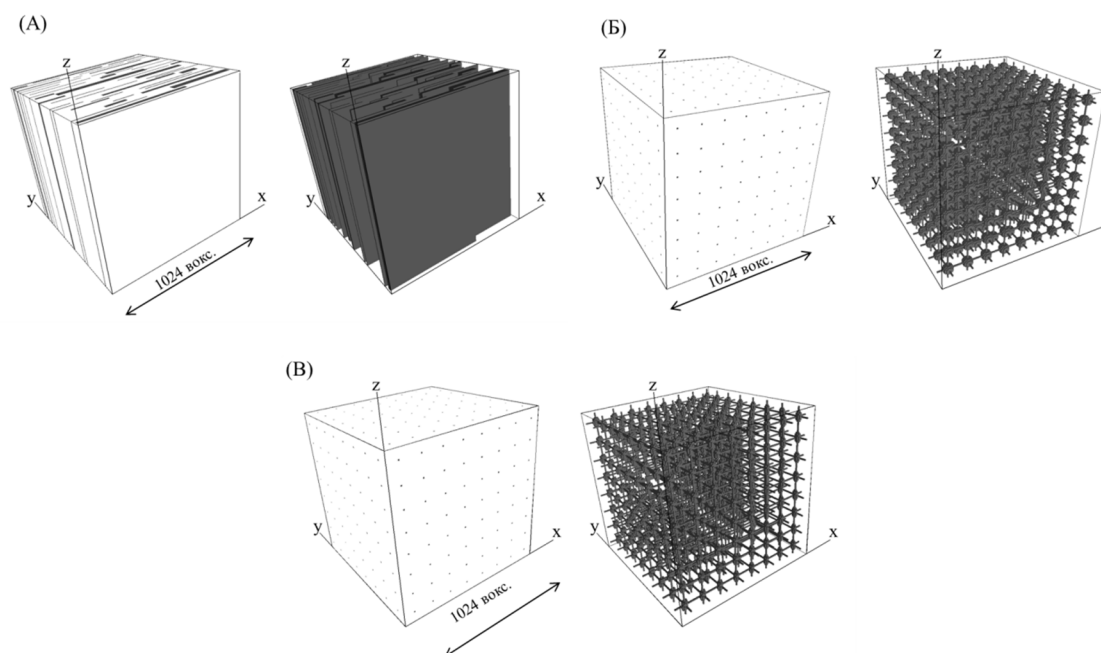


Рис. 3. Внешний вид и поровое пространство искусственных образцов: слоистый образец (А); образец со сферическими порами (Б); образец с эллиптическими порами (В)

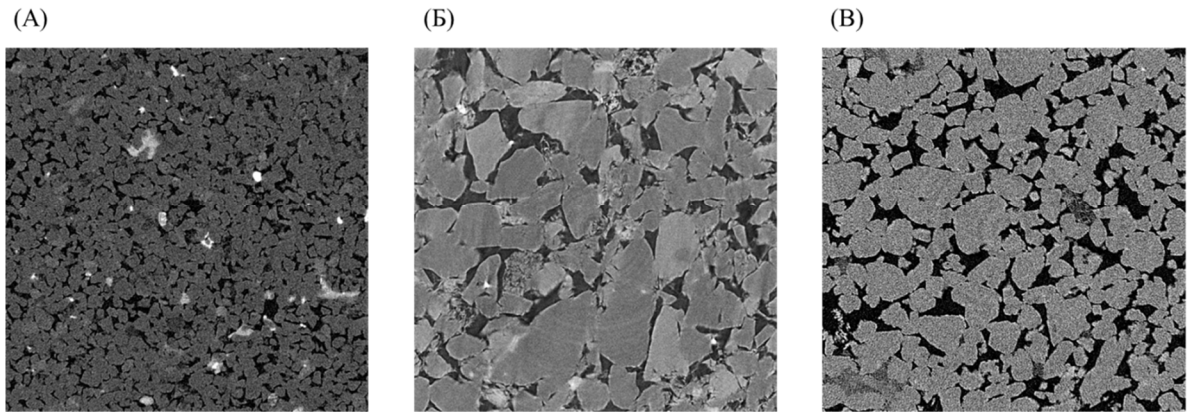


Рис. 4. Микротомографические изображения двумерных срезов берейского песчаника (А), аркозового песчаника (Б) и слабоуплотненного песчаника (В).

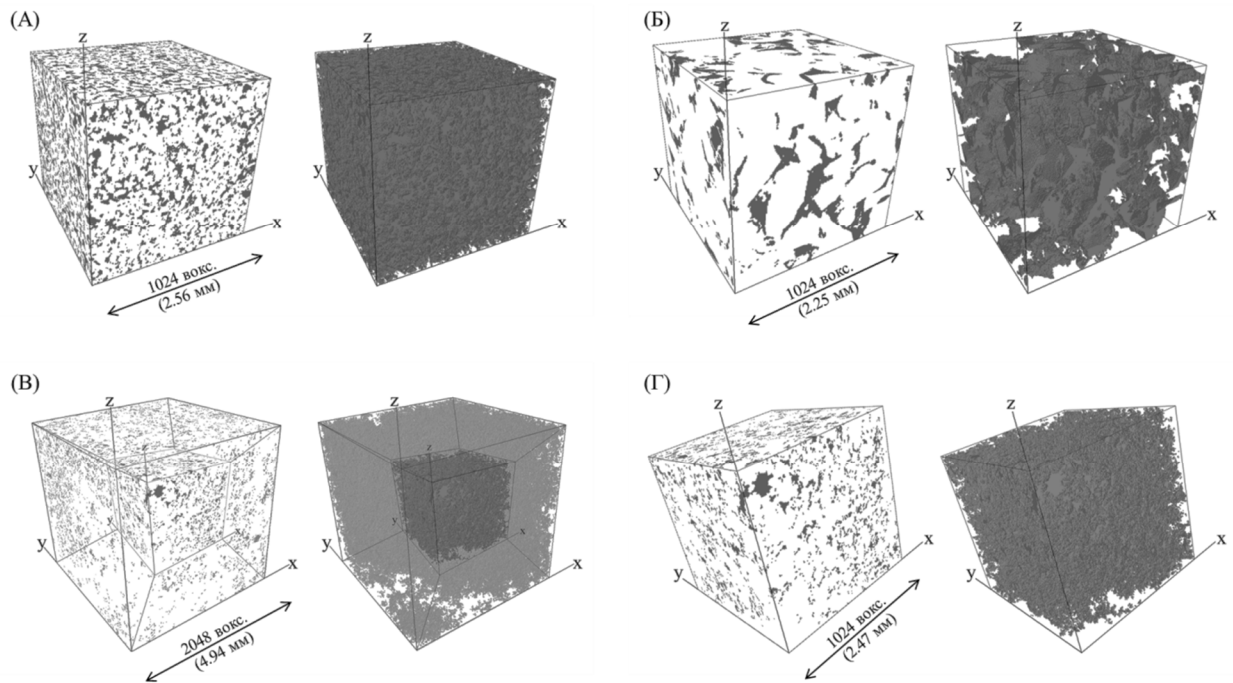


Рис. 5. Внешний вид и поровое пространство естественных образцов: берейский песчаник (А); аркозовый песчаник (Б); слабоуплотненный песчаник (В); слабоуплотненный песчаник, центральная часть (Г).

Таблица 1. Параметры искусственных образцов

№ образца	1	2	3
Описание образца	Искусственный слоистый образец	Искусственный образец со сферическими порами	Искусственный образец с эллиптическими порами
Размер (вокс.)	1024 ³	1024 ³	1024 ³
Пористость по изображению (%)	22.69	6.62	3.38

Таблица 2. Параметры реальных образцов

№ образца	4	5	6	7
Описание образца	Берейский песчаник	Аркозовый песчаник	Слабо-уплотненный песчаник	Слабо-уплотненный песчаник, часть образца 6
Размер (вокс.)	1024 ³	1024 ³	2048 ³	1024 ³
Разрешение сканирования (мк/вокс.)	2.5	2.32	2.41	2.41
Пористость по изображению (%)	22.02	9.89	6.87	8.6
Оценка пористости по асимптотике (%)	22.02	9.6	6.6	–
Относительное отклонение оценки пористости (%)	0	2.9	3.9	–

Во втором разделе пятой главы описывается последовательность вычислений, производимых для каждого из образцов (см. *Рис. 6*). Она реализована в виде комплекса программ, состоящего из следующих модулей, перечисленных в *Таблице 3*.

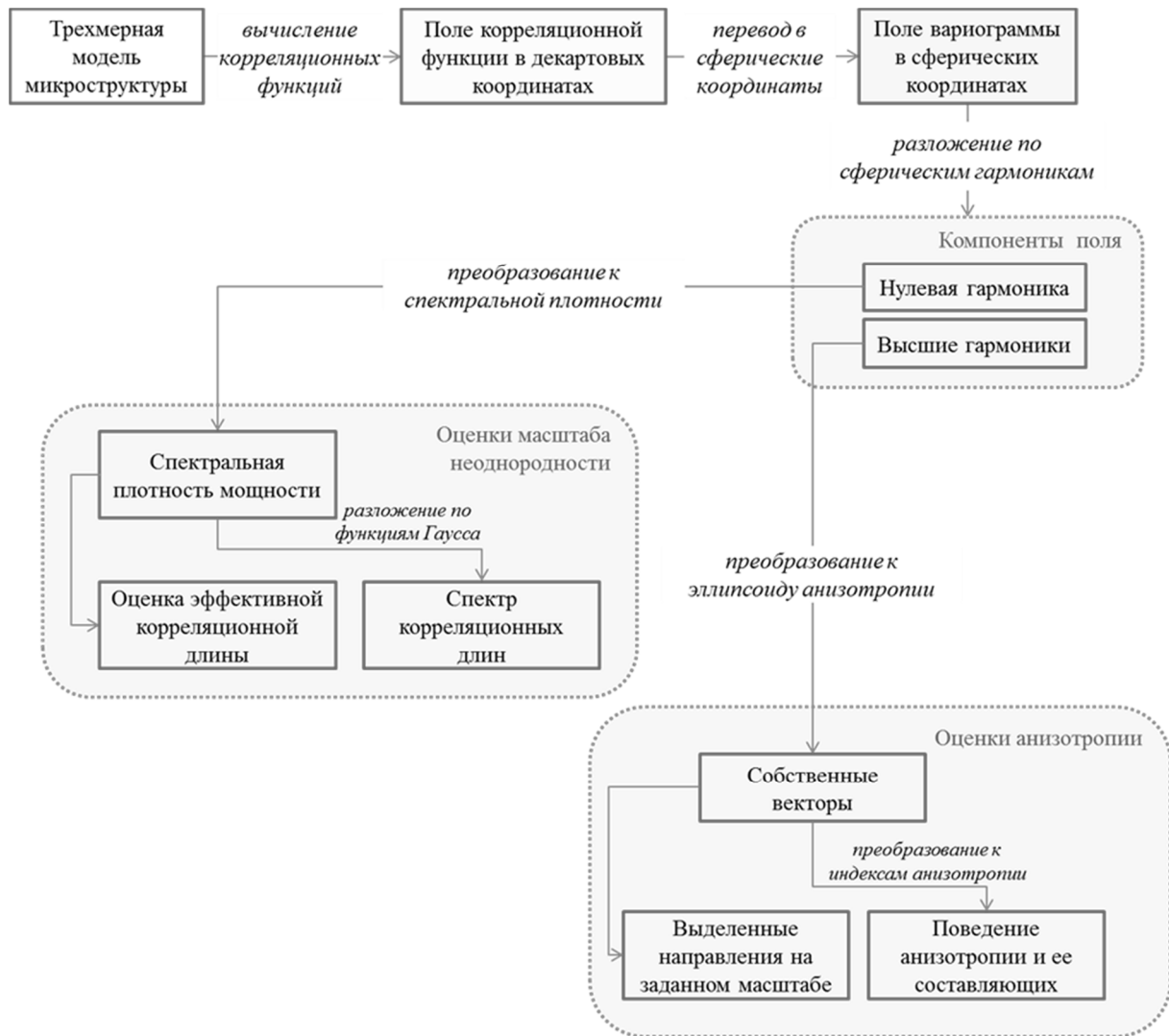


Рис. 6. Схема последовательности вычислений

Таблица 3. Состав программной реализации

Модуль	Средство разработки	Входные данные	Выходные данные
Преппроцессинг			
Сборка 3D модели из изображений	C	Набор изображений в формате (.bmp)	Сжатая 3D-модель микроструктуры (.bin)
Модуль вычисления корреляционных функций			
Вычисление вариограммы/ковариации	C	Сжатая 3D-модель микроструктуры (.bin)	Сжатая 3D-модель вариограммы (.bin)
Перевод в сферические координаты и разложение по сферическим гармоникам	C	Сжатая 3D-модель вариограммы (.bin)	Набор файлов гармоник вариограммы в зависимости от масштаба (.dat)
Модуль анализа анизотропии			
Преобразование высших гармоник к собственным векторам и собственным числам	MATLAB	Набор файлов гармоник вариограммы в зависимости от масштаба (.dat)	Набор файлов собственных векторов и чисел в зависимости от масштаба (.dat)
Преобразование собственных векторов к индексам анизотропии	MATLAB	Набор файлов собственных векторов и чисел в зависимости от масштаба (.dat)	Набор индексов анизотропии в зависимости от масштаба (.dat)
Модуль анализа масштаба неоднородности			
Преобразование нулевой гармоники к спектральной плотности	MATLAB	Файл нулевой гармоники ковариации в зависимости от масштаба (.dat)	Файл спектральной плотности в зависимости от масштаба (.dat)

В третьем разделе пятой главы проводится анализ нулевой гармонике полей вариограммы и ковариации для исследуемых образцов. Построенные графики позволяют сделать качественную оценку масштаба неоднородности микроструктуры образцов. Для всех образцов можно сделать вывод о многомасштабности (наличии нескольких корреляционных длин). Кроме того, для Образцов 1 и 6 получено, что корреляционная длина, определяющая масштаб неоднородности, превосходит размер образца (то есть размер образца меньше репрезентативного объема).

В четвертом разделе пятой главы анализируются результаты, полученные по индексам анизотропии образцов на различных масштабах. Среди валидационных образцов, как и ожидалось, Образец 1 анизотропен, Образец 2 изотропен, а Образец 3 изотропен на больших масштабах, но анизотропен на масштабах порядка размеров пор. Таким образом, на валидационных образцах разработанная методика работает корректно, и возможно ее применение к реальным данным.

Для реальных образцов эффекты не так явно выражены, как для валидационных, однако можно установить следующее:

- Образец 4 практически изотропен в середине диапазона значений r , однако присутствует слабо выраженная анизотропия на масштабах порядка размера пор и на масштабах, сравнимых с размером образца
- Для Образцов 5, 6 и 7 анизотропия присутствует на всех интервалах масштабов и увеличивается на масштабах, сопоставимых с размером образца.

Графики изменения индексов анизотропии для реальных образцов приведены на *Рис. 7*.

Пятый раздел пятой главы содержит результаты исследования свойств образцов спектральным методом и их анализ. Построены графики спектральной плотности для валидационных образцов, которые позволяют обнаружить их особенности: масштаб неоднородности больше размера образца для Образца 1 и периодичную структуру для Образца 2 и Образца 3. Производится оценка сначала эффективной корреляционной длины для всех образцов. Полученные результаты подтверждают ожидания.

Для естественных образцов также используется метод разложения спектральной плотности по функциям Гаусса и оценивается спектр корреляционных длин. Полученные корреляционные длины хорошо согласуются с их качественными оценками, сделанными во втором разделе пятой главы. Также подтверждается вывод о том, что Образец 7, вырезанный из центра Образца 6, не является достаточным для извлечения представительной информации о структуре неоднородностей, тогда как целый Образец 6 – является. Это означает, что предложенная методика может применяться как способ оценки минимального размера микромоделей, необходимых при последующей стохастической генерации множеств реализаций, статистически идентичных исходным объектам.

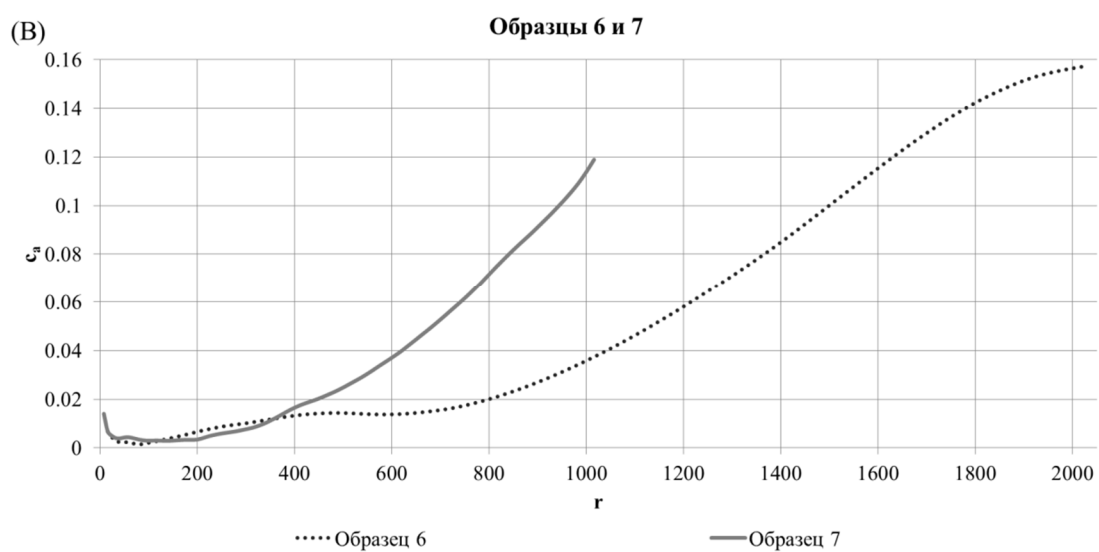
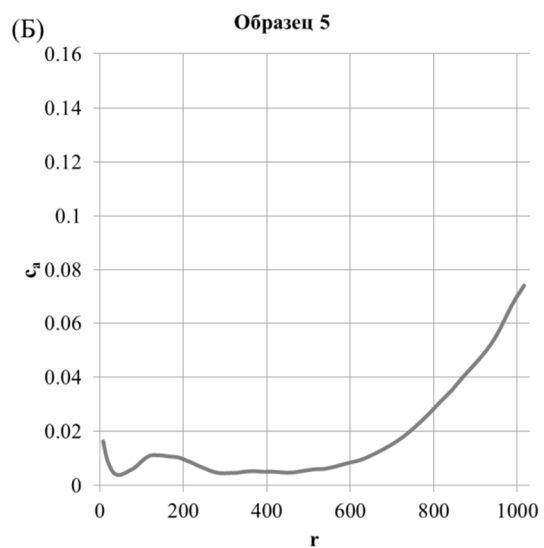
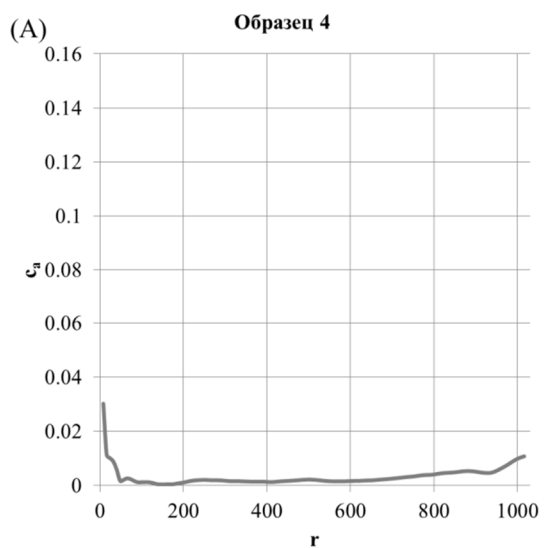


Рис. 7. Графики индекса анизотропии для реальных образцов

Заключение

В данной работе продемонстрировано использование методики адаптации геостатистических методов для решения задач анализа микроструктурных свойств горных пород на основании данных рентгеновской микротомографии.

Было показано, что эмпирические поля корреляционных функций микротомографических моделей горных пород содержат информацию о структурных свойствах пород, в частности, об анизотропии на различных масштабах, а также о масштабах неоднородностей. Для применения методов геостатистического анализа к задачам классификации и типизации трехмерных микротомографических моделей использовались:

- метод разложения поля вариограммы по сферическим гармоникам, что позволило оценить и геометрически классифицировать анизотропию на различных масштабах;
- метод спектрального представления ковариации, что позволило выявить масштабы неоднородностей и оценить корреляционные длины.

Эти инструменты анализа были реализованы в виде пакета программ на языке C (в том числе с использованием параллельных вычислений на кластере из видеопроцессоров) и в вычислительной среде MATLAB. Для образцов большого размера в модуле вычисления корреляционных функций использовались параллельные вычисления на кластере из видеопроцессоров.

Валидация описанных методов производилась на искусственно сгенерированных образцах с различными характерными особенностями (анизотропный слоистый образец; изотропный образец со сферическими порами; анизотропный на масштабах порядка размера пор образец с эллиптическими порами).

Метод разложения поля вариограммы корректно выявляет наличие/отсутствие анизотропии, а также позволил оценить ее типы на различных масштабах.

Метод спектрального представления ковариации корректно обнаруживает периодическую структуру образцов со сферическими и эллиптическими порами и тот факт, что масштаб неоднородности слоистого образца превышает его размер.

После валидации перечисленные методы были применены к микротомограммам реальных песчаников, различных по свойствам. Их поля вариограмм также позволили получить индексы анизотропии и отдельно их планарные и линейные компоненты. По полям ковариации были получены спектры корреляционных длин образцов.

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что разработанная в работе методика является перспективным инструментом для анализа и систематизации микротомографической информации о строении горных пород с возможностью перехода в дальнейшем к стохастической генерации множеств реализаций, статистически идентичных исходным объектам.

Список публикаций

Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК:

1. Свительман В.С. Геостатистический анализ микроструктуры горных пород с использованием метода разложения по сферическим гармоникам / В.С. Свительман, О.Ю. Динариев // Труды Московского физико-технического института. – 2012. – Т. 4. – № 3(5). – С. 211-219.
2. Динариев О.Ю. Геостатистический анализ микротомограмм горных пород: некоторые новые подходы и результаты / О.Ю. Динариев, В.С. Свительман // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2013. – Геостатистический анализ микротомограмм горных пород. – № 2. – С. 16-21.
3. Svitelman V. Geostatistical approach to the anisotropy analysis of 3D rock microtomographic models / V. Svitelman, O. Dinariev // Computers & Geosciences. – 2013. – Vol. 57. – P. 116-123. doi: 10.1016/j.cageo.2013.04.007

Другие статьи:

1. Савельева Е.А. Использование вариограмм, ковариаций и спектральной плотности при геостатистическом анализе микроструктуры горных пород / Е.А. Савельева, О.Ю. Динариев, В.С. Свительман. // Препринт ИБРАЭ РАН № ИБРАЭ-2013-02 – М.: ИБРАЭ РАН, 2013. – 32 С.

Тезисы докладов на конференциях:

1. Свительман В.С., Динариев О.Ю. Геостатистический анализ микромоделей горных пород» // Труды 53-й Научной конференции МФТИ, М.: МФТИ, 2010 – часть 3, том II, с. 132-133
2. Свительман В.С., Динариев О.Ю. Исследование статистической однородности и изотропности микроструктуры горных пород с использованием вариограммного анализа» // Сборник трудов XII научной школы молодых учёных ИБРАЭ РАН, Москва, 2011.
3. Svitelman V., Dinariev O., 2011. The method of spherical harmonics in rock microstructural geostatistics In: Marschallinger, R., Zobl, F. (Eds.), Mathematical Geosciences at the Crossroads of Theory and Practice, Proceedings of the IAMG2011 conference, September 5–9 2011, Salzburg, Austria, 460–469. doi:10.5242/iamg.2011.0048.

4. Свительман В.С, Динариев О.Ю. Применение геостатистических методов для анализа микротомограмм горных пород // Труды 54-й Научной конференции МФТИ, М.: МФТИ, 2011 – с. 97-98
5. Свительман В.С, Динариев О.Ю. Геостатистический анализ анизотропии микротомограмм горных пород // Сборник трудов XIII научной школы молодых учёных ИБРАЭ РАН, Москва, 2012
6. Свительман В.С, Динариев О.Ю. Исследование анизотропии микроструктуры горных пород с использованием вариограммного анализа // Материалы конференции «Сочи 2012. Проблемы геологии и геофизики нефтегазовых бассейнов и резервуаров», ISBN 978-5-904807-13-9 – с. 105-108